Введение в физику сверхпро водимости

Больгинов Виталий Валериевич

Лекция 10

Нестационарные эффекты в сверхпроводниках

Режим течения потока. Эксперимент Мартиноли.

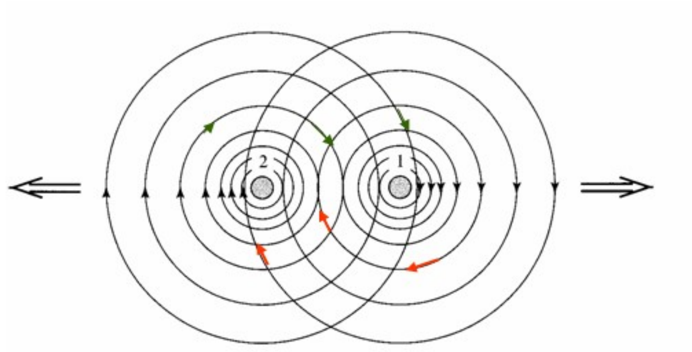
Слабая сверхпроводимость. Эффекты Джозефсона. Нестационарный эффект Джозефсона. Ступени Шапиро.

Взаимодействие вихрей. Пиннинг

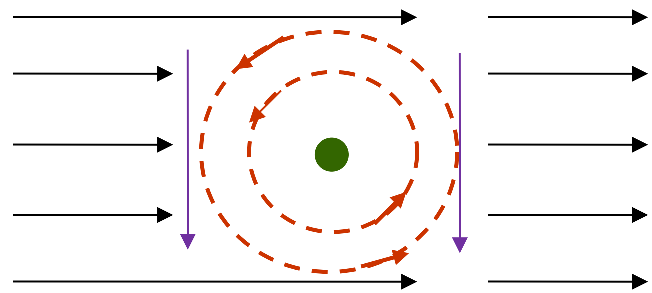
«сила Лоренца» $\mathbf{f}_L = [\,\mathbf{j} \times \Phi_0\,]$ (5.9) $\quad (f_L = ne\,[\,v \times B\,]\,)$

сила взаимодействия сверхтока с плотностью j и единицы длины вихря

“Сила Лоренца” – гидродинамическое взаимодействие “сверхтекучих жидкостей"–сверхтоков



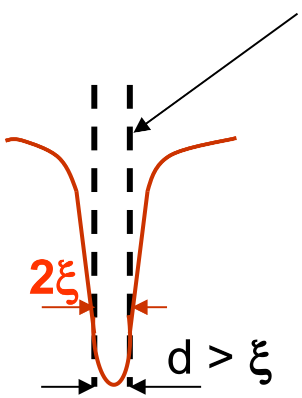
Одноименные вихри отталкиваются. Употребляются термины «вихрь/антивихрь»



$\rho\upsilon^2/2 + p = \text{const}$

Пиннинг.

$$\Delta\varepsilon \sim (\mu_0 H_{cm}^{\;2}/2)\, V$$



$$F_p = -\,\partial\varepsilon / \partial x$$

$$F_p \sim -\,\Delta\varepsilon / \xi$$

$$F_p \sim [\,\mathbf{j}_p \times \mathbf{\Phi}_0\,]$$

Колумнарный: $j_p \sim H_{cm} / (4\sqrt{2}\,\lambda) \sim j_{ГЛ}$

$H_{cm} \sim 10^3$ Э $= 10^5$ А/м, $\lambda \sim 100$ nm $\rightarrow$

$j \sim 10^{12}$ А/м^2 $= 10^8$ А/см^2

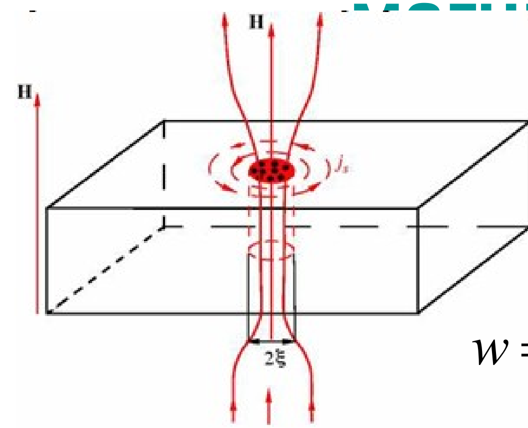
Точечный: $j_p = (\Phi_0/12\mu_0)\kappa^{-2} * \xi^{-2} / 1$ м $\sim 10^5$ А/cm^2

Коллективный: $j_p < (n_d/n_V)(\Phi_0/12\mu_0)\kappa^{-2} * \xi^{-2} \sim 1 / B$

$j_S > j_p$???

Сверхпроводящие

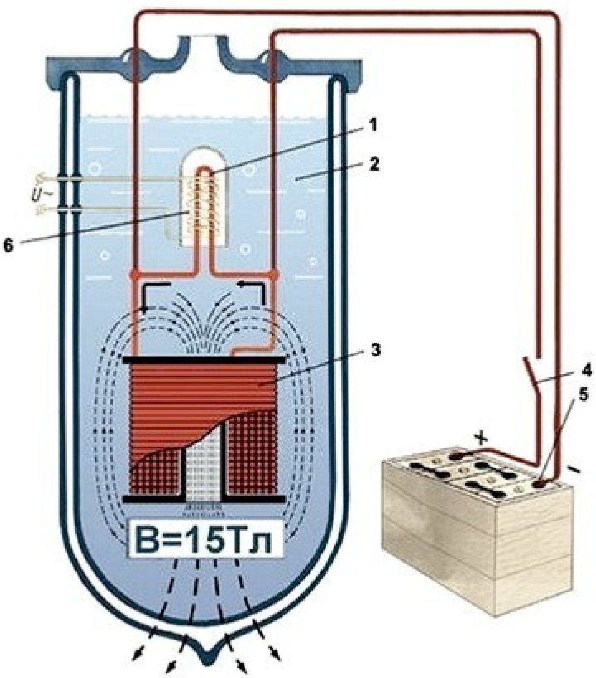
иты

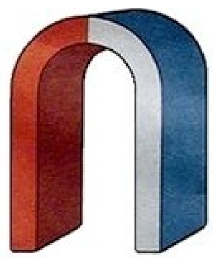


$= \Phi_0$

$$w = \vec{j}\,\vec{E}$$

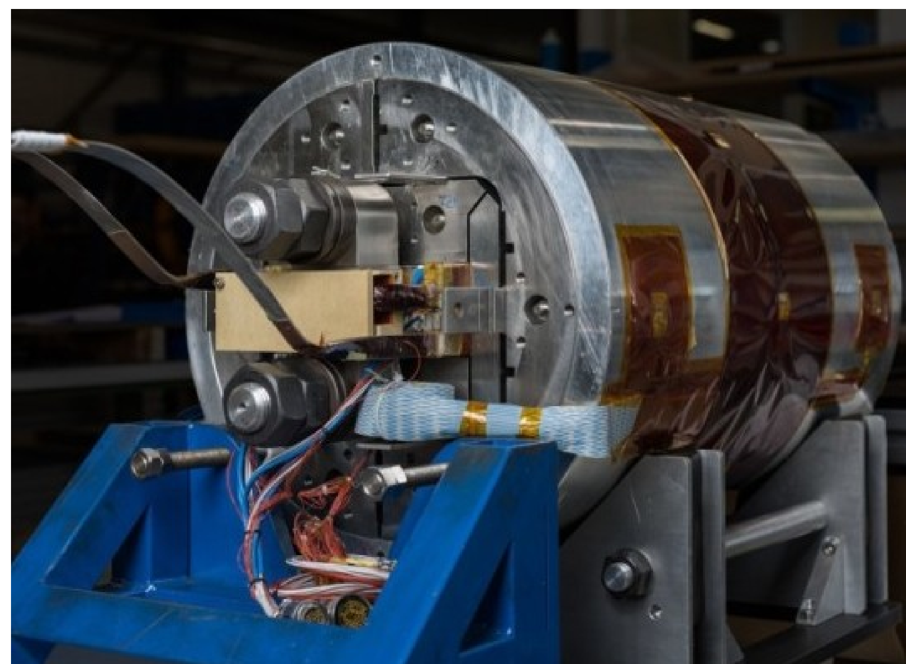
$$\frac{dx}{dt} \Rightarrow \frac{d\Phi}{dt} \Rightarrow \vec{E} \Rightarrow w$$



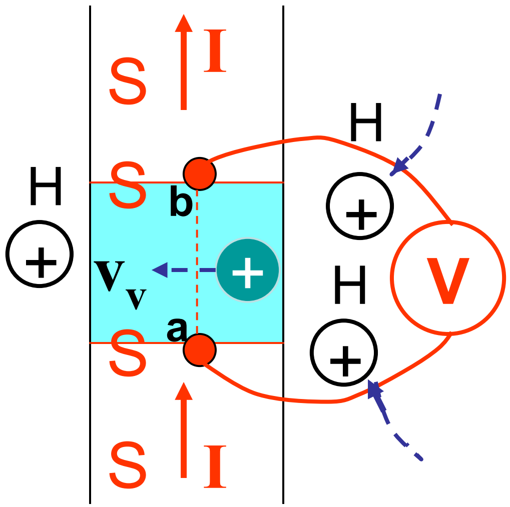


B = 0,1Тл

1. Ответвление
2. Жидкий гелий
3. Соленоид
4. Рубильник
5. Источник постоянного тока
6. Обмотка для подогрева

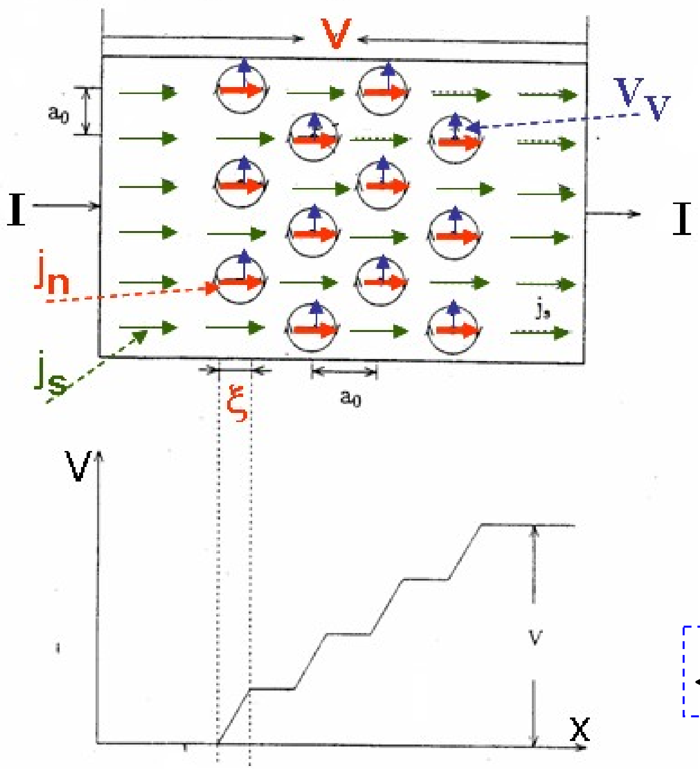


Электрическое поле в сверхпроводнике.



Рассмотрим сверхпроводящую пластину СП-2, находящуюся в поперечном магнитном поле $H > H_{c1}$. По пластине пропускается ток I от внешнего источника, превышающий ток пиннинга. Под действием тока I вихри начинают двигаться в поперечном направлении.

$I = I_s + I_n = I_s + V/R_{ff}$



Вопрос: каков характер этого движения, какими эффектами оно сопровождается, как описывается?

$$N = \frac{BwL}{\Phi_0} \xrightarrow{\quad j_S > j_p \quad} N = 0$$

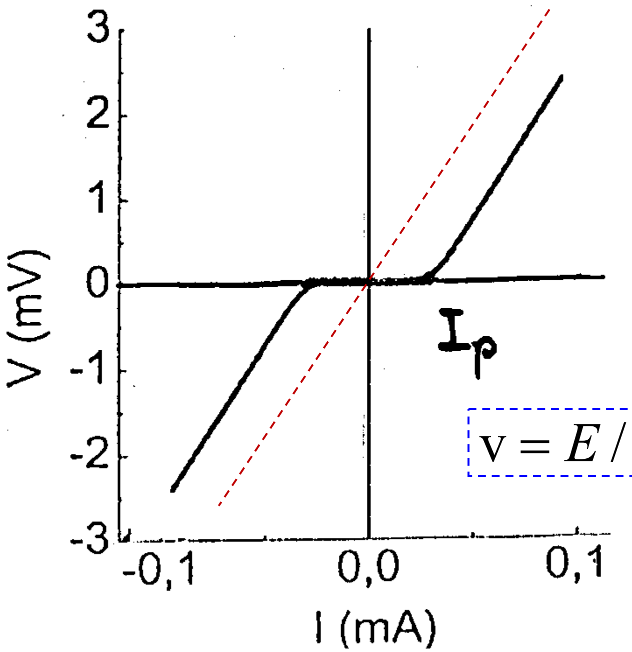
$$U = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{BwL}{(w/\mathrm{v})} = (B\mathrm{v})L \qquad \boxed{E = B\mathrm{v}}$$

E = 1 мкВ/см, B = 1 Тл $\langle v \rangle$ = {10^{-4} / 1} м/с = 10^{-2} см/с

$$\boxed{\langle \mathrm{v} \rangle = E / B}$$

E = 1 мкВ / 100 мкм, B = 100 Гс

$\langle v \rangle$ = {10^{-2} / 10^{-2}} м/с = 1 см/с



$v = E / B$

Режим течения потока

Flux-flow – стационарный режим (v = const)

Вязкое трение – $f_{тр} = \eta v$ *(на ед. длины)*

Баланс сил – $f_{тр} + f_p = f_L \quad \rightarrow \quad \eta v = (j_S - j_p)\, \Phi_0$

$$(j_S - j_p)\, \Phi_0 = \eta\, [E / B] \quad \rightarrow \quad j_S - j_p = \{\eta B / \Phi_0\}\, E$$

$j_S \rho_{fl} = E, \qquad \rho_{fl} = \{\Phi_0 / \eta B\}$

Вязкость

$\eta = \eta\,(H, T)$

$\mu_0 H = \Phi_0 / a^2, \quad H_{c2} \cong \Phi_0 / \mu_0 \xi^2$

$\eta = \Phi_0 / \rho_{fl}\, \mu_0 H$ Больше $\rho_{fl} \rightarrow$ меньше вязкость

Низкие температуры (эксперимент): $\rho_{fl} = \{\Phi_0 / \eta B\} \sim 1/B, \quad \eta = const\ (H, T = 0)$

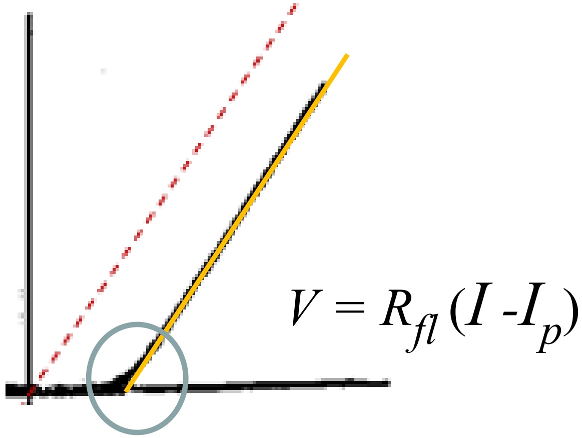
$H \rightarrow H_{c2}(0)$: $\eta(H_{c2}) = \Phi_0 / \rho_n\, \mu_0 H_{c2}$ $\quad \rho_{fl}\, \mu_0 H = \rho_n\, \mu_0 H_{c2}$ $\quad \rho_{fl}(0) = \rho_n\, \{H / H_{c2}(0)\}$

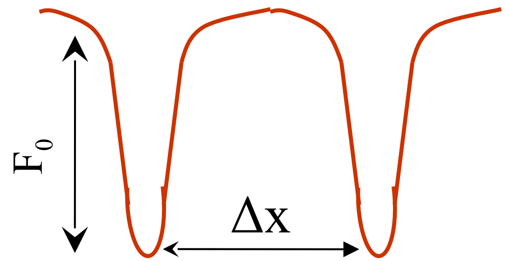
$\rho_{fl} = \rho_n\, (H / H_{c2}) = \rho_n\, (\xi^2 / a^2) \quad {}^*L / L$

где a – период вихревой решетки

Сопротивление течения потока пропорционально объему сверхпроводника, занятого нормальными корами, где и происходит диссипация!!!

Крип абрикосовских вихрей.





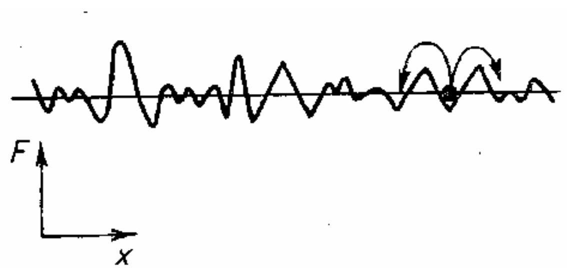
$\omega = \omega_0 \exp\{-U_0/kT\}$

Вероятность перехода

справа налево за время Δt:

$\omega\Delta t = \Delta t\ (\omega_{LR} - \omega_{RL})$

Смещение $= \Delta x$



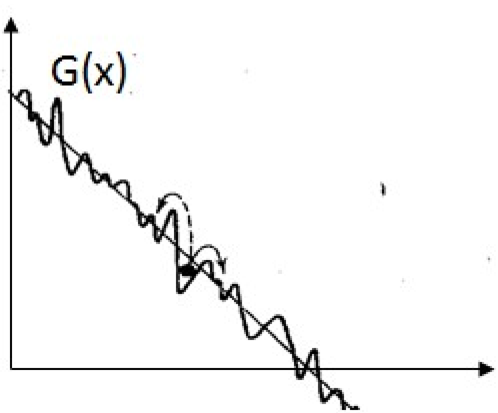
Сверхток j_s проникает вглубь СП2 только за счет возникновения неоднородного распределения вихрей: $j_s = (1/\mu_0)dB(x)/dx = const$

$B(x)$-линейно меняется, т.е. возникает линейный наклон потенциала $g(x) = f(x) - B(x)H$,

$F_0 \to F_0 \pm \Delta F \qquad \Delta F \sim dx\, j_p \Phi_0$

$\omega = \exp(-F_0/kT)(\exp\{\Delta F(I)/kT\} - \exp\{-\Delta F(I)/kT\}) =$

$= \exp(-F_0/kT) * sh\ \{\Delta F(I)/kT\}$



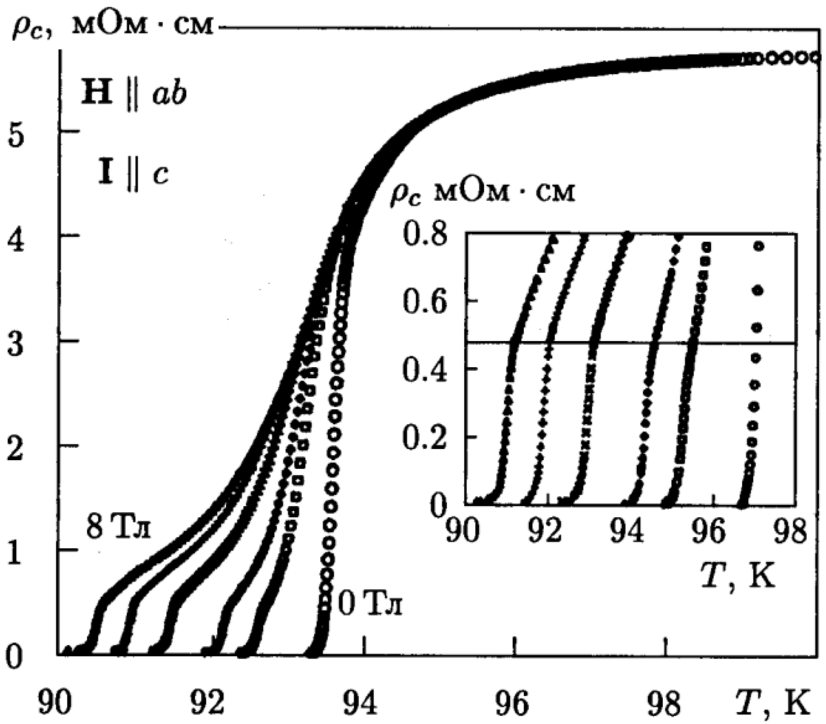
Смещение за время Δt: $\Delta x = \langle dx \rangle\ \Delta t\ (\omega_{LR} - \omega_{RL})$

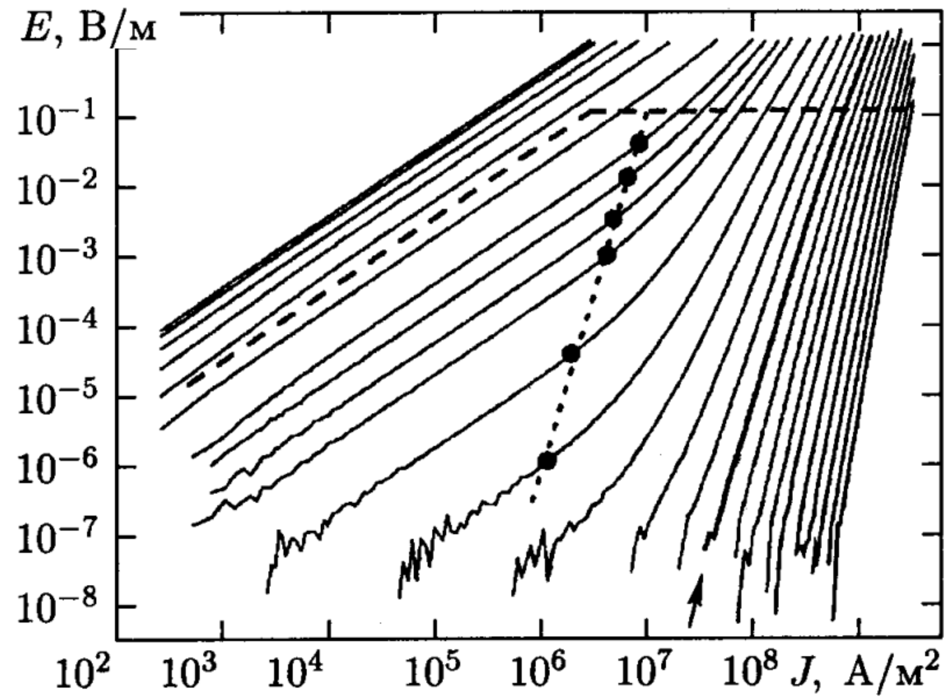
Скорость: $v_v = \Delta x / \Delta t = \langle dx \rangle * (\omega_{LR} - \omega_{RL})$

$E = Bv_v \sim \langle dx \rangle * \exp\{-F_0/kT\}\ sh\{\Delta F(I)/kT\}$

ВТСП: $E \sim \langle dx \rangle * \exp\{-F_0/kT\}\ \langle dx \rangle\ j_p \Phi_0 / kT$

Крип вихрей в ВТСП





значениях плотности тока. Оказывается возможным [126] представить совокупность всех этих данных единым образом при помощи двух безразмерных функций $\mathcal{E}_\pm(x)$, соответствующих областям выше и ниже T_g:

$$\frac{E}{j\rho_f} \sim R\left(\frac{T-T_g}{T_g}\right)\mathcal{E}_\pm\left(\frac{j}{j_*}\right), \qquad \text{где} \quad j_* \propto |T-T_g|^{\beta_j}, \qquad (42.8)$$

а безразмерные «скейлинговые» функции $\mathcal{E}_\pm(x)$ имеют асимптотики

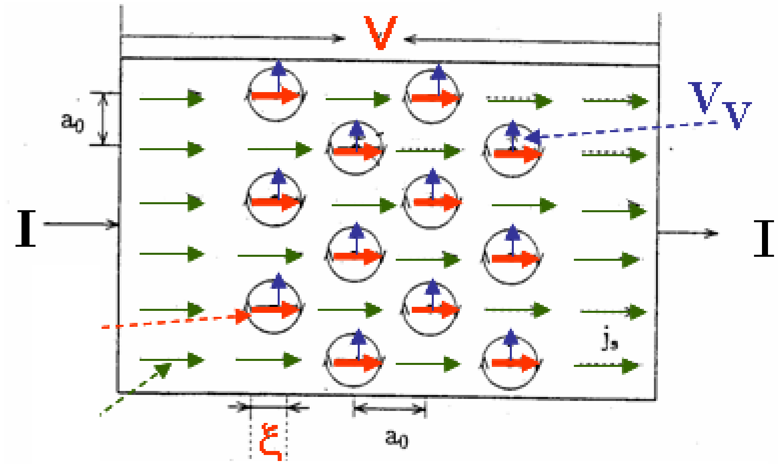
$$\mathcal{E}_\pm(x)|_{x\to\infty} \propto x^{\alpha_j}, \qquad \mathcal{E}_+(x\to 0) = \mathrm{const},$$
$$\mathcal{E}_-(x\to 0) \propto e^{-1/x^\mu}. \qquad (42.9)$$

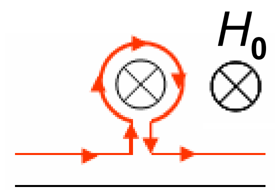
$$E = Bv_v \sim \exp\{-F_0/kT\}\ \mathrm{sh}\{\Delta F(I)/kT\}$$

Функция $R(y)$ также ведет себя степенным образом, а показатель степени определяется тем, что ВАХ универсальны (т. е. слабо зависят от $T-T_g$) при относительно больших токах: из условия сокращения зависящих от T множителей в (42.8) при $j \gg j_*$ получаем, учитывая (42.9), что $R(y) \propto y^{\alpha_j\beta_j}$. Анализ ВАХ из эксперимента [126] приводит к значениям показателей $\alpha_j \simeq 4.0$ и $\beta_j \simeq 3.3$.

Масштабно-инвариантное поведение (scaling) описанного выше типа характерно для фазовых переходов II рода с сильно развитыми флуктуациями [28, 34]. Обычно свойства таких фазовых

“Квантовая природа” напряжения в сверхпроводнике.





$$N = \frac{BwL}{\Phi_0} \longrightarrow N = 0 \quad ?$$

Движение магнитного потока (вихрей) под действием транспортного тока (“силы Лоренца“ $F_L = [\, j_s \, x \, \Phi_0]$) приводит к появлению фарадеевсой эдс $\varepsilon = d\Phi/dt$. Но такую эдс в замкнутой цепи измерить невозможно: *сколько потока входит в измерительный контур вольтметрической цепи, столько и выходит из него в виде вихрей через образец, создавая $\varepsilon = -\, d\Phi/dt$, так что* ***средняя фарадеевская эдс = 0 !!!*** ***В сверхпроводнике есть дополнительный источник напряжения квантовой природы !!!***

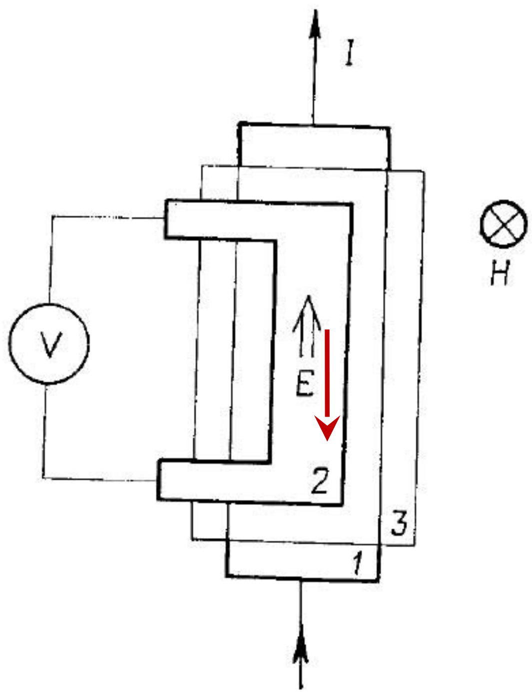


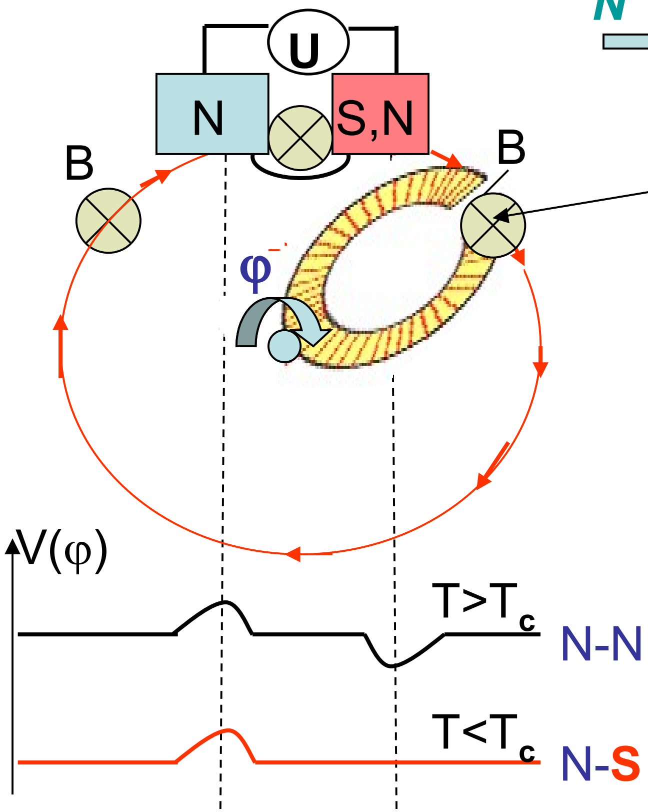
Рис 1. Схема опыта Гьевера: *1* — первичная пленка; *2* — вторичная пленка; *3* — изолятор.

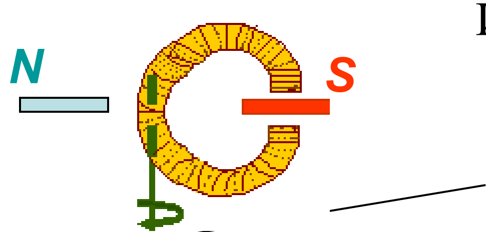
Сверхпроводящий трансформатор:
напряжение другого знака

Giaever I. “Magnetic coupling between two adjacent type-2 superconductors” Phys. Rev. Lett. v. 15 no 21 p 825 (1966)

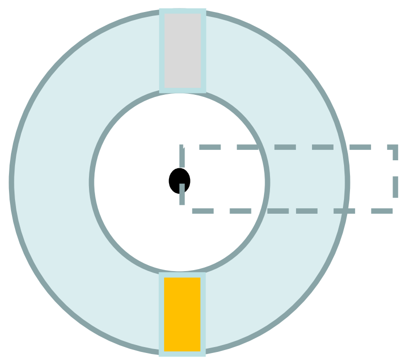
Эксперимент Каплуненко-Москвина-Шмидта

Использовался локальный источник вращающегося магнитного поля (магнитное пятно).





$$E_{кв} + E_F = 0$$



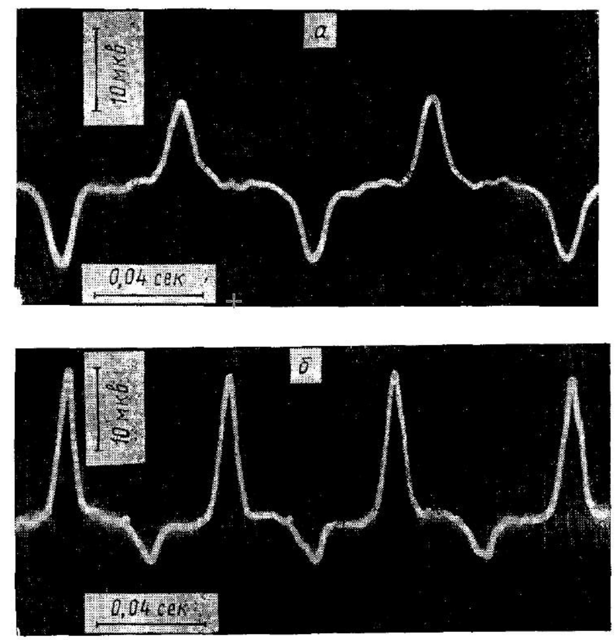


Рис. 4. Осциллограммы от фольг тантала и меди при $T = 4{,}42$ (а); 4,38 К (б) и $T_c = 4{,}4$ К (б). На усилителе включен фильтр граничных частот 9 — 0,1 кгц.

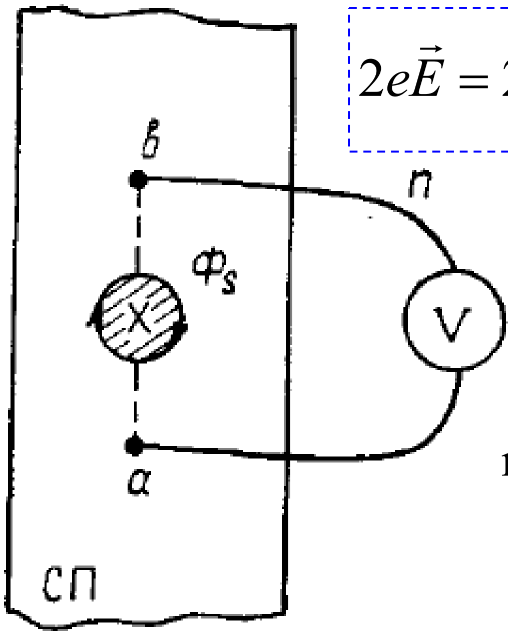
В.К. Каплуненко, С.И. Москвин, В.В. Шмидт. *О природе напряжения, возникающего при движении магнитного потока в сверхпроводниках*. Физика низких температур 11, 846 (1985)

Реализация в ВТСП:

C.W. Bumby, Zhenan Jiang, J.G. Storey, A.E. Pantoja and R.A. Badcock. IEEE Trans. Appl. Supercond. (2016)

Пик напряжения появлялся только при прохождении нормальной пленки!

Обобщим первое уравнение Лондонов



$$\boxed{2e\vec{E} = 2m\frac{d\vec{v}}{dt}}$$

$$\boxed{\hbar\nabla\theta = 2m\mathbf{v} + 2e\mathbf{A}}$$

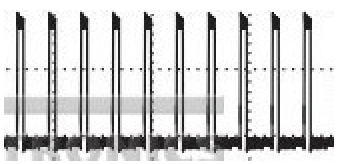
$$\boxed{rot:}$$

Поскольку пик напряжения появлялся только при прохождении нормальной пленки - ***в сверхпроводнике есть дополнительный источник напряжения квантовой природы*** !

$$2e\vec{E} = \frac{d}{dt}\left[\hbar\nabla\theta - 2e\vec{A}\right]$$

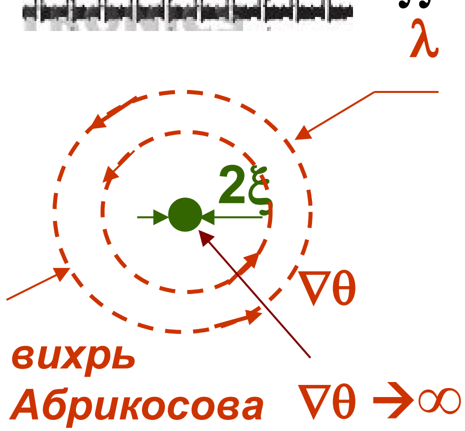
$$\text{rot}\ \vec{E} = \frac{d}{dt}\left[\frac{\Phi_0}{2\pi}\text{rot}\nabla\theta\right] - \frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \oint E d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} + \frac{\Phi_0}{2\pi}\frac{d}{dt}\left[\oiint \text{rot}\nabla\theta\right]$$

$$U = \frac{\Phi_0}{2\pi}\frac{d}{dt}\left[\oiint \text{rot}\nabla\theta\right] = \Phi_0\frac{d}{dt}\left[\oiint \sum \delta(\vec{r}_i)\right]$$



$$\oiint \text{rot}\nabla\theta = \oint \nabla\theta\ d\vec{l}\ \boxed{= 2\pi} \Rightarrow \Delta\theta = 2\pi$$

+ Усредним! *(по S и t)*



$$N = BS/\Phi_0 = (B/\Phi_0)(L_{ab}w) \qquad \Delta\theta = 2\pi N \qquad \Delta t = w / \mathrm{v}_v$$

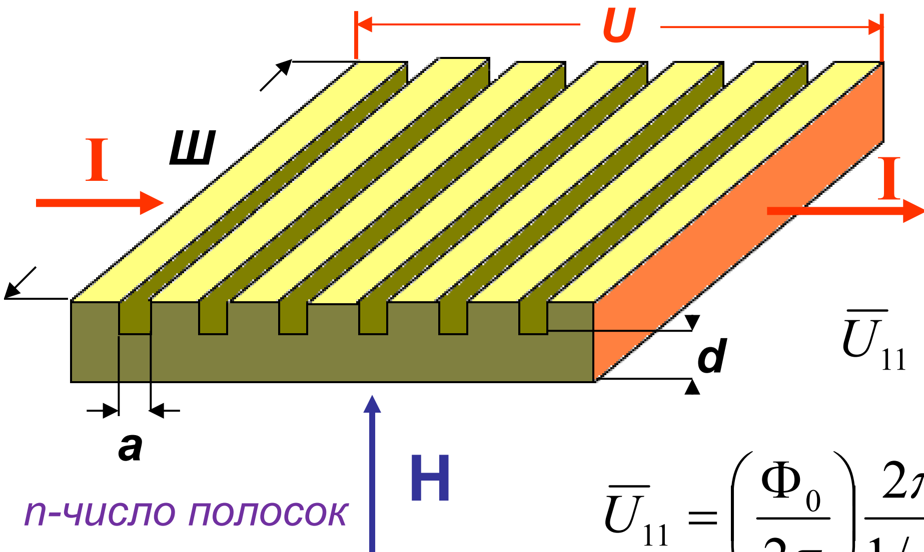
$$U = \frac{\Phi_0}{2\pi}2\pi\frac{B}{\Phi_0}\frac{L_{ab}w}{w/\mathrm{v}_v} = B\mathrm{v}_v L_{ab} \Rightarrow \frac{U}{L_{ab}} = E = +B\mathrm{v}_v$$

$$\boxed{E_{кв} = -E_{Ф}}$$

Сверхпроводящий генератор

P. Martinoli, Physical Review B **17**, 1175 (1978)

Наблюдалось электромагнитное излучение из периодически-модулированной по толщине сверхпроводящей пленки. Частота излучения зависела от приложенных магнитного поля и тока.



$$\overline{U}_{11} = \frac{\Phi_0}{2\pi}\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \left(\frac{h}{2\pi 2e}\right)\frac{2\pi}{1/f} \Rightarrow 2e\overline{U}_{11} = hf$$

$$\overline{U}_{11} = \left(\frac{\Phi_0}{2\pi}\right)\frac{2\pi}{1/f} \Rightarrow \overline{U}_{11} = \Phi_0 f$$

$$\boxed{U(t) = \Phi_0 \frac{d}{dt}\sum \delta(\vec{r}_i)}$$

$$<U(I)> = (I_b - I_p)R_{fl}$$

$$<U_{1n}> = nU = an\Delta I\, R_{fl} = n\Delta I\,(H/H_{c2})R_n = n\Phi_0 f$$

$$U = \Phi_0 \frac{d}{dt}\sum \delta(\vec{r}_i)$$

$$R_{fl} = \rho_{fl}a/(d Ш) = (H/H_{c2})\rho_n a/(d Ш)$$

$$f = (IR_n/\Phi_0)(H/H_{c2}) \longrightarrow$$ Генератор на частоте $f\,(H)$

$$U_0 = IR_n(H/H_{c2})N = N\Phi_0 f \longrightarrow$$ Амплитуда

Проблемы синхронизации.
Эксперимент Мартиноли.

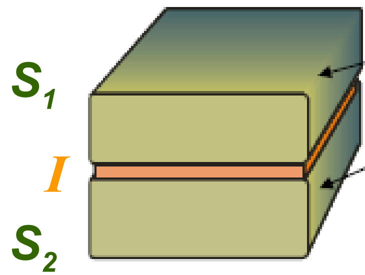
Тема 2

Эффект Джозефсона. Ток-фазовое соотношение.

Эффекты Джозефсона

B.D. Josephson, 1962 г.

Туннельный переход:



$\Psi_1 = |\Psi_1| \exp(i\theta_1)$

$\Psi_2 = |\Psi_2| \exp(i\theta_2)$

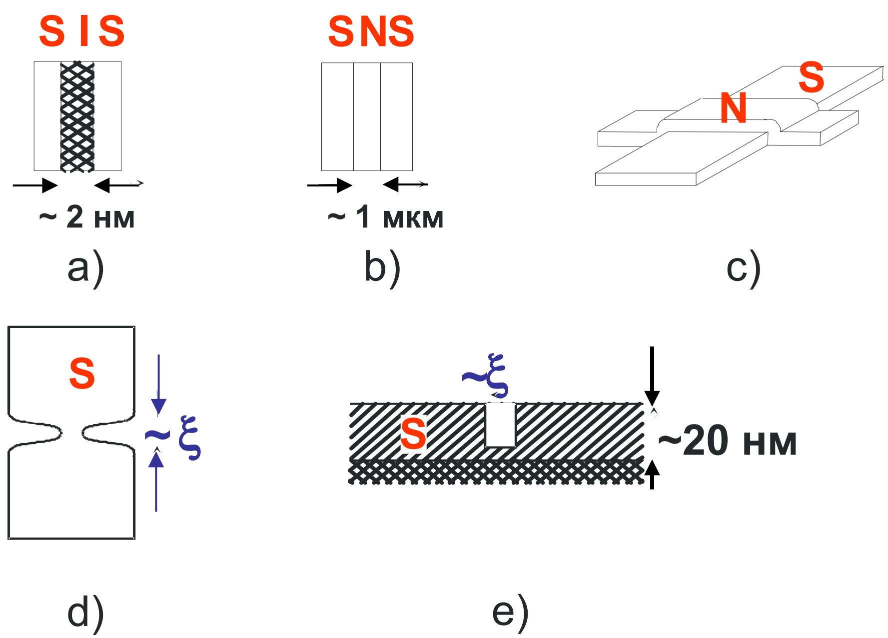
$\boxed{\varphi = \theta_2 - \theta_1}$

- разность фаз на переходе

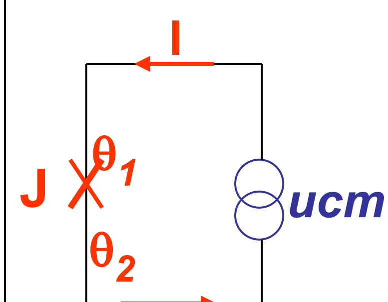
$I_s(\varphi) = I_c \sin\varphi$ (I)

$2eU = \hbar\, d\varphi / dt$ (II)

$U = [\hbar / 2e]\, d\varphi / dt = (\Phi_0/2\pi)\, d\varphi / dt$



$I_s(\varphi) = I_c \sin\varphi$???



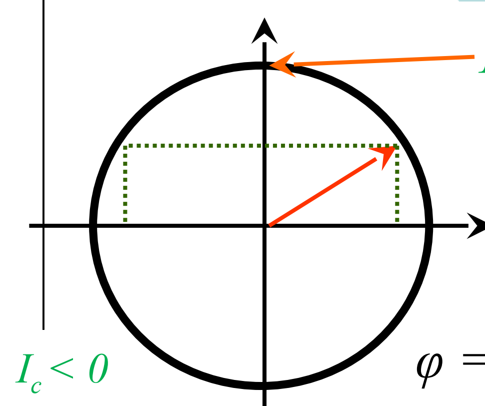
Критический ток

$\nabla\theta \rightarrow \varphi = \theta_2 - \theta_1$

Туннелирование ?

$I_s(\varphi) = F(\varphi)$

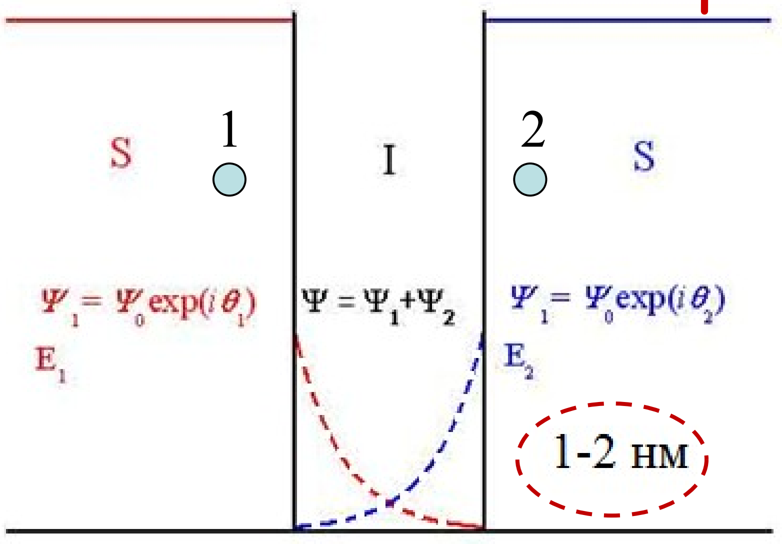
$I / I_c = 1; \quad \varphi = \pi / 2$

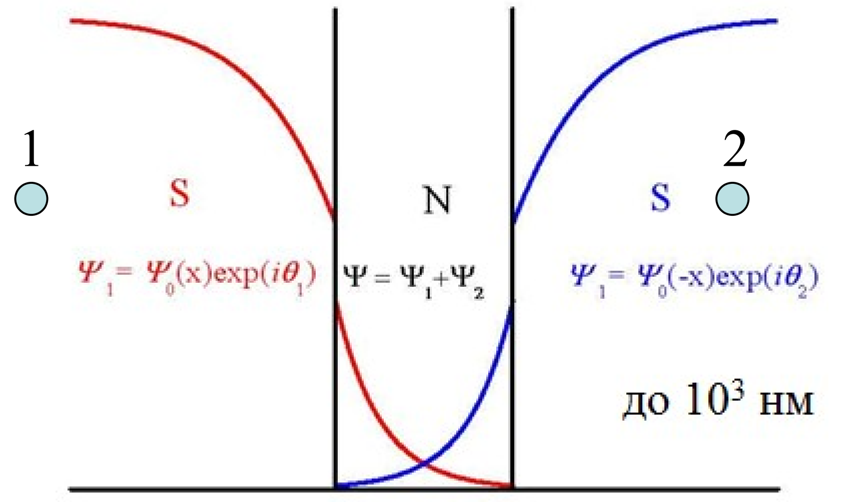


Транспортный эксперимент

$\varphi = (-1)^n \arcsin(I/I_c) + \pi n$

Теория возмущений





$\mathbf{H}\Psi = E\Psi$ $\quad$ $\mathbf{H}_{\text{св}} = -(\hbar^2/2m)\,\partial^2/\partial\mathbf{r}^2 + U$ $\quad$ $\psi = \exp(-i\kappa x) \rightarrow \kappa^2 = (2m/\hbar)(U - E)$

До взаимодействия (базисные, ортогональные состояния берегов)

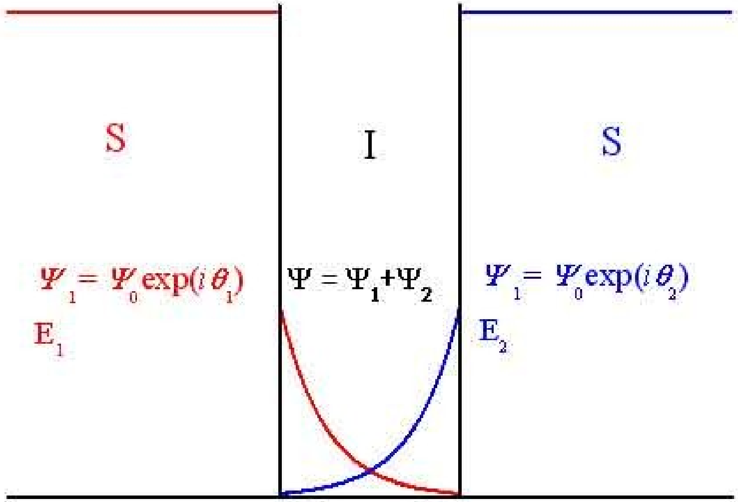
$\int \Psi_1^2 dV = n_{s1}$; $\quad \int \Psi_2^2 dV = n_{s2}$ $\quad \int \Psi^*_1 \Psi_2 \, dV = 0$ $\quad \int \Psi^*_\beta \Psi_\alpha \, dV = n_{s\alpha,\beta}\delta_{\alpha\beta}$ $\quad \alpha, \beta = 1,2$

Можно записать функции в явном виде: $\quad \Psi_\alpha = \psi_\alpha(x)\, n_{s\alpha}^{1/2}$, где $\quad \psi_\alpha(x) = \boldsymbol{\theta}(\pm x)$

Включаем слабое взаимодействие: $\quad \Psi = C_1\psi_1(x) + C_2\psi_2(x)$ $\quad \int \psi_\beta^* \psi_\alpha \, dV = \delta_{\alpha\beta}$

$\int |\Psi|^2 dV = |C_1|^2 + |C_2|^2 = n_{s1} + n_{s2} \rightarrow |C_{1,2}|^2 = n_{s1,2}$ $\quad C_{1,2} = n_{s1,2}^{1/2} \exp\{i\theta_{1,2}\}$

и решаем нестационарное уравнение Шредингера: $\quad i\hbar\, \partial\Psi/\partial t = \mathbf{H}\Psi$



Уравнение Шредингера

$$\boxed{\int \psi^*_\beta \psi_\alpha \, dV = \delta_{\alpha\beta}}$$

$$i\hbar\, \partial\Psi/\partial t = \mathbf{H}\Psi$$

$$\Psi(t) = \Sigma\, C_\alpha(t)\, \psi_\alpha$$

$$\int \psi^*_{1,2}\, dV \quad \Big| \; * \qquad i\hbar\, \partial/\partial t\, \{ \Sigma\, C_\alpha(t)\, \psi_\alpha \} = \Sigma\, \mathbf{H}\, C_\alpha(t) \psi_\alpha$$

$$i\hbar\partial/\partial t\, \{C_1(t) \int \psi^*_1 \psi_1 dV + C_2(t) \int \psi^*_1 \psi_2 dV\} = C_1(t) \int \psi^*_1 \mathbf{H} \psi_1 dV + C_2(t) \int \psi^*_1 \mathbf{H} \psi_2 dV$$

$$i\hbar\partial/\partial t\, \{C_1(t) \int \psi^*_2 \psi_1 dV + C_2(t) \int \psi^*_2 \psi_2 dV\} = C_1(t) \int \psi^*_2 \mathbf{H} \psi_1 dV + C_2(t) \int \psi^*_2 \mathbf{H} \psi_2 dV$$

Домножив и проинтегрировав, получим, учитывая, что $\int \psi^*_\beta \psi_\alpha \, dV = \delta_{\alpha\beta}$:

$$\boxed{E_2 - E_1 = 2eU}$$

$$H_{1,2} = \int \Psi^*_{1,2}\, \mathbf{H}\, \Psi_{1,2}\, dV = E_{1,2} \qquad H_{12} = \int \Psi^*_1\, \mathbf{H}\, \Psi_2\, dV = H_{21}$$

β=1

$$i\hbar\, \partial C_\beta(t)/\partial t = \Sigma H_{\beta\alpha} C_\alpha(t)$$

где $E_\alpha = E_0 \pm eU = \int \Psi^*_\alpha H \Psi_\alpha \, dV$ или

$$i\hbar\partial C_1(t)/\partial t = (E_0 - eU) C_1(t) + H_{12} C_2(t)$$

β=2

$$i\hbar\partial C_2(t)/\partial t = H_{12} C_1(t) + (E_0 + eU) C_2(t),$$

Алгебраические преобразования

$$\begin{cases} i\hbar\, \partial C_1(t)/\partial t = (E_0 - eV)\, C_1(t) + H_{12} C_2(t) \\ i\hbar\, \partial C_2(t)/\partial t = H_{12} C_1(t) + (E_0 - eV) C_2(t), \end{cases}$$

Подставим выражения для C_1 и C_2: $C_1 = \sqrt{\overline{n_{s1}}}\, \exp\{i\theta_1(t)\}$, $C_2 = \sqrt{\overline{n_{s2}}}\, \exp\{i\theta_2(t)\}$

$$i\hbar \exp\{i\theta_1(t)\}(1/2\sqrt{\overline{n_{s1}}})\, \partial n_{s1}(t)/\partial t + i\hbar\sqrt{\overline{n_{s1}}}\, i \exp\{i\theta_1(t)\}\partial\theta_1(t)/\partial t =$$

$$= (E - eV)\sqrt{n_{s1}} \exp\{i\theta_1(t)\} + H_{12}\sqrt{\overline{n_{s2}}} \exp\{i\theta_2(t)\}$$

$/\sqrt{n_s}$

$/ \exp\{i\theta_1(t)\}$

$$\begin{cases} [i\hbar/(2n_{s1})]\, dn_{s1}(t)/\partial t - \hbar\, d\theta_1(t)/\partial t = E_0 - eV + K_{21} \exp(i\varphi(t)) \\ [i\hbar/(2n_{s2})]\, dn_{s2}(t)/\partial t - \hbar\, d\theta_2(t)/\partial t = K_{12} \exp(-i\varphi(t)) + E_0 + eV \end{cases}$$

$\varphi(t) = \theta_2(t) - \theta_1(t).$

$K_{21} = H_{12}\sqrt{\overline{n_{s2}}} / \sqrt{\overline{n_{s1}}}$ $\quad K_{12} = H_{12}\sqrt{\overline{n_{s1}}} / \sqrt{\overline{n_{s2}}}$ $\quad K_{21} \neq K_{12}$

Уравнения Джозефсона

Выделим и приравняем действительные и мнимые слагаемые, представив
$\exp(i\varphi(t)) = \cos\varphi + i\sin\varphi$ и $\exp(\pm i\varphi(t)) = \cos\varphi \pm i\sin\varphi$, *где* $\varphi(t) = \theta_2(t) - \theta_1(t)$:

$$\begin{cases} [i\hbar/(2n_{s1})]\, dn_{s1}(t)/dt - \hbar\, d\theta_1(t)/dt = E_0 - eU + \underline{K\cos\varphi(t) + iK_{21}\sin\varphi(t)} \\ [i\hbar/(2n_{s2})]\, dn_{s2}(t)/dt - \hbar\, d\theta_2(t)/dt = \underline{K\cos\varphi(t) - iK_{12}\sin\varphi(t)} + E_0 + eU \end{cases}$$

Мнимые слагаемые

$[\hbar/(2n_{s1})]\, d\, n_{s1}(t)/\partial t = K_{21}\sin\varphi$ $\qquad d\{2en_{s1}(t)\}/\partial t = -\,d\{2en_{s2}(t)\}/\partial t = I_s(\varphi)$

$[\hbar/(2n_{s2})]\, d\, n_{s2}(t)/\partial t = -\,K_{12}\sin\varphi$ $\qquad I_s(\varphi) \sim K\sin\varphi \sim I_c\sin\varphi$

$K_{21} = H_{12}\sqrt{n_{s2}}/\sqrt{n_{s1}}$

$I_s(\varphi) = I_c\sin\varphi$ - стационарное (первое) уравнение Джозефсона.

$d[2en_{s1}(t)]/\partial t = (2e/\hbar)n_{s1}K_{21}\sin\varphi$ $\qquad I_c = (2\pi/\Phi_0)n_{s1}K_{21} = (2\pi/\Phi_0)\sqrt{n_{s1}n_{s2}}\,H_{12}$

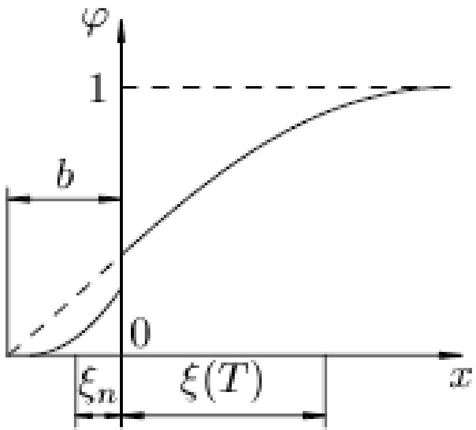
$I_c \sim n_s$ *в берегах перехода и* матричному элементу $H_{1,2}$, *т.е. "силе" слабой связи.*

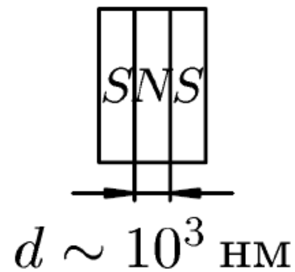
Действительные слагаемые

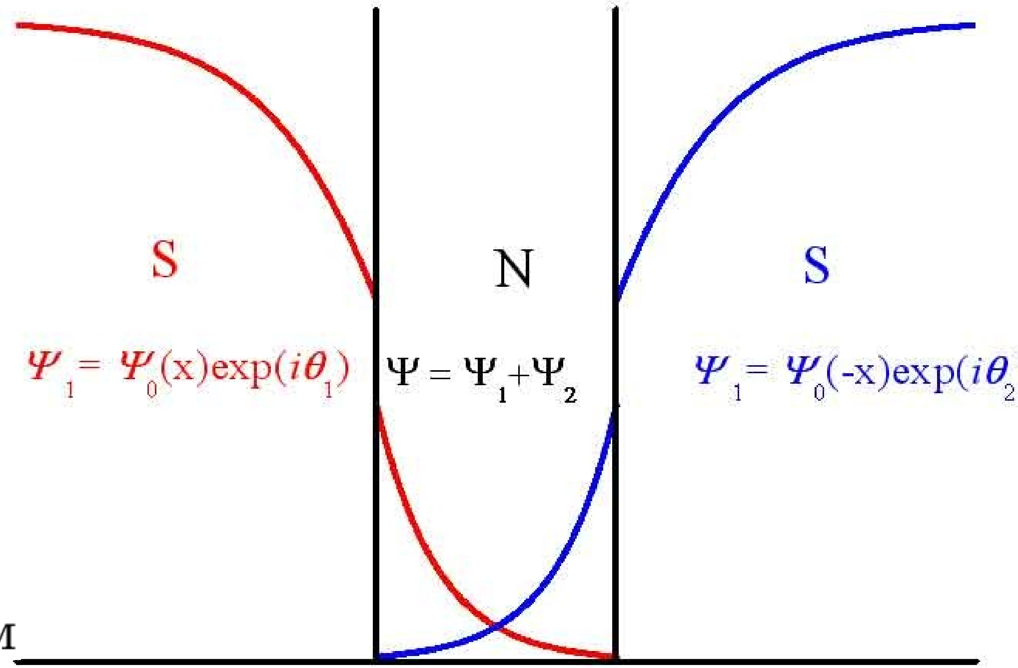
$\hbar\, d\theta_1(t)/\partial t = -\,K\cos\varphi + E_0 - eU$

$\hbar\, d\theta_2(t)/\partial t = -\,K\cos\varphi + E_0 + eU$

SNS-контакт.







$|\psi|^2 \;\rightarrow\; 0$

$\nabla\theta = (\Phi_0\,/2\pi)\,\mu_0\,\lambda^2 j_s\,/\,|\psi|^2$

$j_s = -i[\Phi_0/(4\pi\lambda^2)](\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*) - \cancel{|\psi|^2 A/\lambda^2}$

Сверхпроводник

$\psi = \mathrm{th}\,[(x - x_0)/\sqrt{2}\xi].$

$\psi(r) = \psi_1(x)\exp[+i\theta_1] + \psi_2(x)\exp[+i\theta_2]$

$\psi^*(r) = \psi_1(x)\exp[-i\theta_1] + \psi_2(x)\exp[-i\theta_2]$

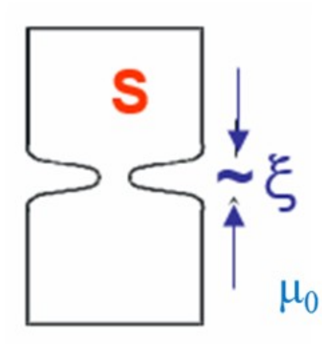
Прослойка

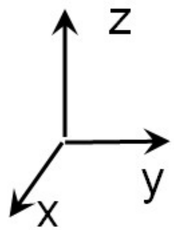
$\boxed{\psi = \psi_0 e^{-|x|/\xi_n}}$

$j_s \sim \psi_0^2 \exp(-d/\xi_N)\,\sin\varphi$

Синусоидальное ток-фазовое соотношение.

Примеры ток-фазового соотношения (ТФС)





$$\psi(r) = |\psi(r)| \exp(i\theta(r))$$

$$\mathbf{A} = \mathbf{A_0} + \mathbf{A_I}$$

$$\mu_0 j_s = (|\psi|^2/\lambda^2)\,[\,(\Phi_0/2\pi)\nabla\theta \cancel{- A}\,]$$

$$\mathbf{A_0} = \mathbf{0}$$

$\hbar\nabla\theta = 2m\mathbf{v}_s + 2e\mathbf{A},$ *в сосредоточенных контактах* $\mathbf{A}_I \approx 0$

$$\mu_0 \lambda^2 j_s = |\psi|^2(\Phi_0/2\pi)\nabla\theta \quad \rightarrow \quad \nabla\theta = (\Phi_0/2\pi)\,\mu_0\lambda^2 j_s / |\psi|^2 = \nabla\theta(z)$$

$j_s / |\psi|^2 \rightarrow \infty$ => в области слабой связи будет большой $\nabla\theta$

$\nabla\theta = \mathrm{const}(x,y)$

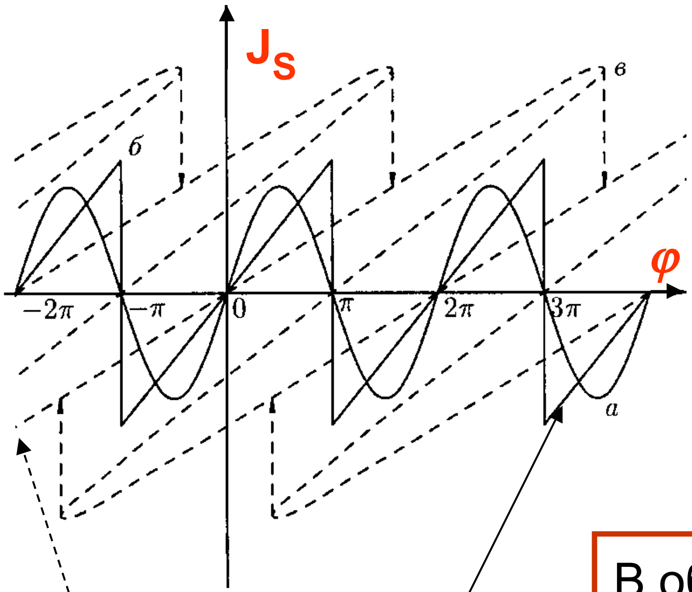
Мостик (сужение) $\quad j_z(z) = I / S(\mathbf{z}) = const(x,y) \rightarrow \infty$ *при* $S \rightarrow 0$

$$\nabla\theta = (2\pi\lambda^2/\Phi_0)(I/S(\mathbf{z})) \quad \rightarrow \quad \int_{-Z_0}^{Z_0} \nabla\theta\,dz = I(2\pi\lambda^2/\Phi_0)\int_{-Z_0}^{Z_0}(1/S(\mathbf{z}))\,dz$$

$$\Rightarrow \varphi = \theta_2 - \theta_1 = (2\pi\lambda^2/\Phi_0) I\, \mathrm{const}(I,\theta) \quad \rightarrow \quad I = \mathrm{const}^*(\Phi_0/2\pi\lambda^2)\,\varphi$$

Линейное ток-фазовое соотношение.

Ток-фазовое соотношение



Джозефсоновский переход* – это *область проскальзывания фазы

I_s (φ) ***всегда/обычно нечетная 2π-периодическая функция.***

Часто, но не всегда: $\boxed{I_s(\varphi) = I_c \sin\varphi}$

В общем случае: $I_s(\varphi) = I_{c1}\sin\varphi + I_{c2}\sin 2\varphi + I_{c3}\sin 3\varphi\ldots$

В баллистическом SNS контакте *(из ГЛ II):*

$J_s \sim [\hbar e/(2m)]\nabla\theta = [\hbar n_{sN} e/(2m)](\varphi/d_N)$, ***где*** $\varphi=\theta_2-\theta_1$ **- *разность фаз на "берегах" слабой связи.***

В длинных "точечных" контактах (нитях) с** d **>ξ - неоднозначная ток-фазовая зависимость.

Экзотика: $I_s(\varphi) \neq I_{c1}\sin\varphi + I_{c2}\sin 2\varphi + I_{c3}\sin 3\varphi\ldots$

Тема 3

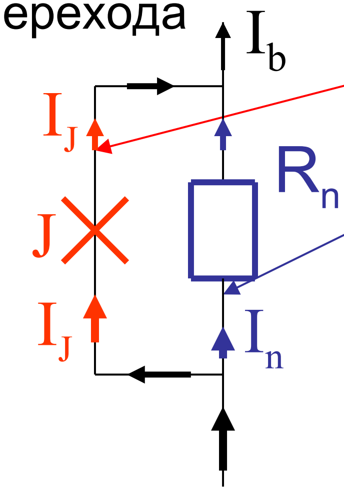
Нестационарный эффект Джозефсона.
RSJ-модель.

Резистивно-шунтированная (RSJ) модель джозефсоновского SNS-перехода

Эквивалентная схема SNS перехода

нет емкости!

$d\varphi/dt = \varphi_t = \dot{\varphi}$



$$I_b = I_J + I_n = I_c \sin\varphi + \frac{U}{R_n} = I_c \sin\varphi + \frac{\Phi_0}{2\pi R_n}\varphi_t$$

$$2eU = \hbar\, d\varphi/dt, \qquad \Phi_0 = h/2e$$

$$U = [\hbar/(2e)]d\varphi/dt = [\Phi_0/(2\pi)]\varphi_t$$

$$\gamma = \sin\varphi + [\Phi_0/2\pi I_c R_n]\, d\varphi/dt = \sin\varphi + [1/\omega_c]\, d\varphi/dt$$

$$U_c = I_c R_n, \qquad \omega_c = 2\pi U_c/\Phi_0 \qquad \text{т.к.}\ \ \hbar\omega_c = 2eU_c$$

$$\boxed{\gamma = \frac{d\varphi}{d\tau} + \sin\varphi,} \qquad (7.4a) \qquad \tau = t/\{1/\omega_c\}$$

где $\gamma = \dfrac{I_b}{I_c},\ \tau = \omega_c t = \dfrac{2\pi}{\Phi_0}U_c t$ - приведенные ток и время

Мгновенное напряжение V(t) на SNS переходе

$$\gamma = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}\tau} + \sin\varphi \Rightarrow \mathrm{d}\tau = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\gamma - \sin\varphi}$$

$$\int \frac{dx}{\sin x} = \ln\left|tg\,\frac{x}{2}\right| + c$$

Используя подстановку: $\boxed{z = \mathrm{tg}\,\frac{\varphi}{2},}$ можно получить решение уравнения:

$V_c = I_c R_n$

$$z = \mathrm{tg}\,\frac{\varphi}{2} = \frac{1}{\gamma} + \left(\frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2}\right)^{1/2} \mathrm{tg}\left(\frac{\pi\tau}{\mathrm{T}}\right), \text{ где } \mathrm{T} = \frac{2\pi}{(\gamma^2 - 1)^{1/2}} \text{ в ед. } \tau \text{ и } \boxed{\mathrm{T} = \frac{\Phi_0}{V_c(\gamma^2 - 1)^{1/2}}} \text{ в ед. t}$$

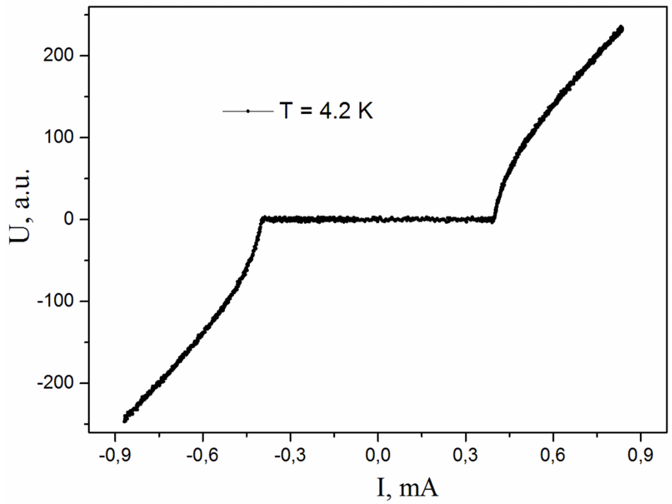
Мгновенное напряжение: $$\mathrm{U(t)} = \frac{\Phi_0}{2\pi}\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{dt}} = \mathrm{R_n}\,\frac{\mathrm{I}^2 - \mathrm{I_c^2}}{\mathrm{I} + \mathrm{I_c}\cos(\omega \mathrm{t} + \varphi_0)}$$

$\omega = \frac{2\pi}{\mathrm{T}} = \frac{2\pi \mathrm{R_n}}{\Phi_0}\sqrt{\mathrm{I}^2 - \mathrm{I_c^2}},\quad \varphi_0$ - начальная фаза (постоянная интегрирования)

$V_c = I_c R_n$

$$\overline{\mathrm{U}} = \frac{\Phi_0}{2\pi}\overline{\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{dt}}} = \frac{\Phi_0}{2\pi}\frac{1}{\mathrm{T}}\int_0^{\mathrm{T}}\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{dt}}\mathrm{dt} = \frac{\Phi_0}{2\pi}\frac{2\pi}{\mathrm{T}(\gamma)} = \boxed{\mathrm{R_n}\sqrt{\mathrm{I}^2 - \mathrm{I_c^2}}}$$

Вольт-амперная характеристика RSJ



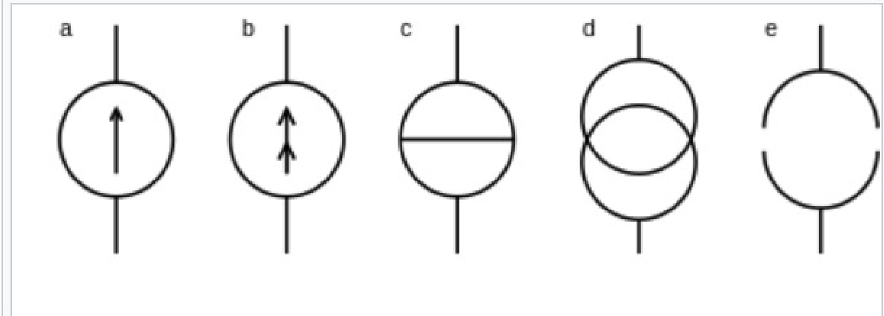
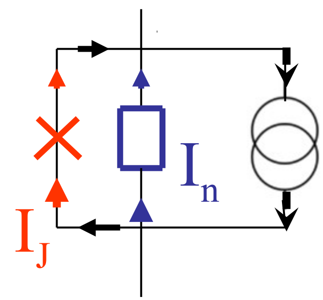


Рисунок 3. Обозначения источника тока на схемах



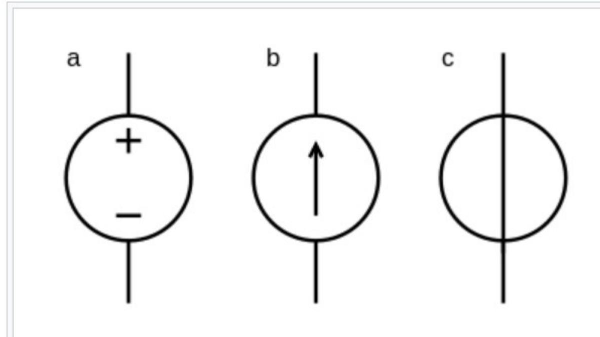
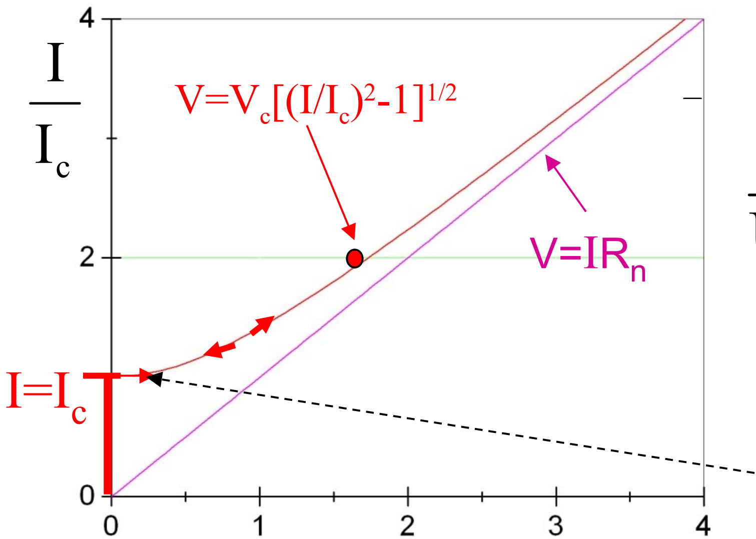


Рисунок 4. Обозначения источника напряжения на схемах



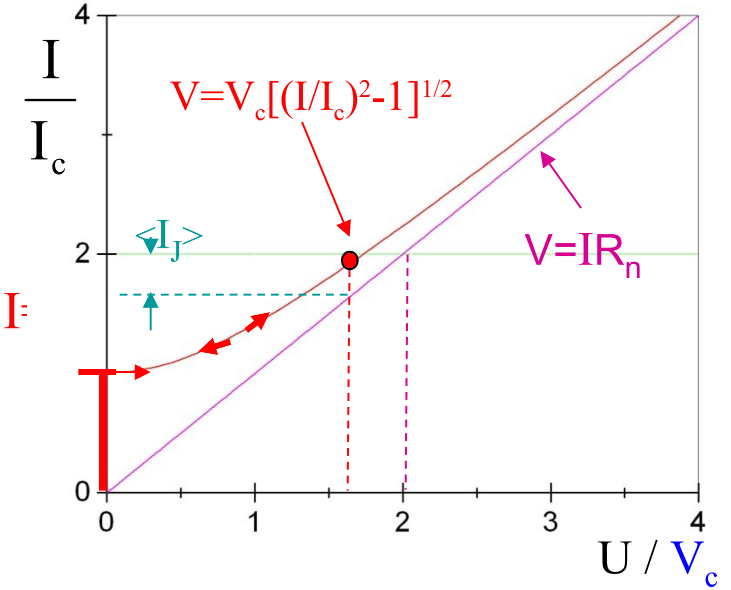
$$\overline{U} = R_n\sqrt{I^2 - I_c^2}$$

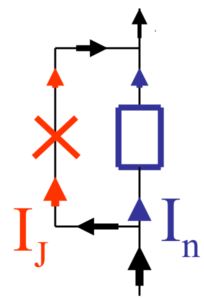
$$\frac{d\overline{U}}{dI} = \frac{I\ R_n}{\sqrt{I^2 - I_c^2}}$$

$$V_c = I_c R_n$$

$$\boxed{\langle V\rangle = V_c\sqrt{\frac{I^2}{I_c^2} - 1}}$$

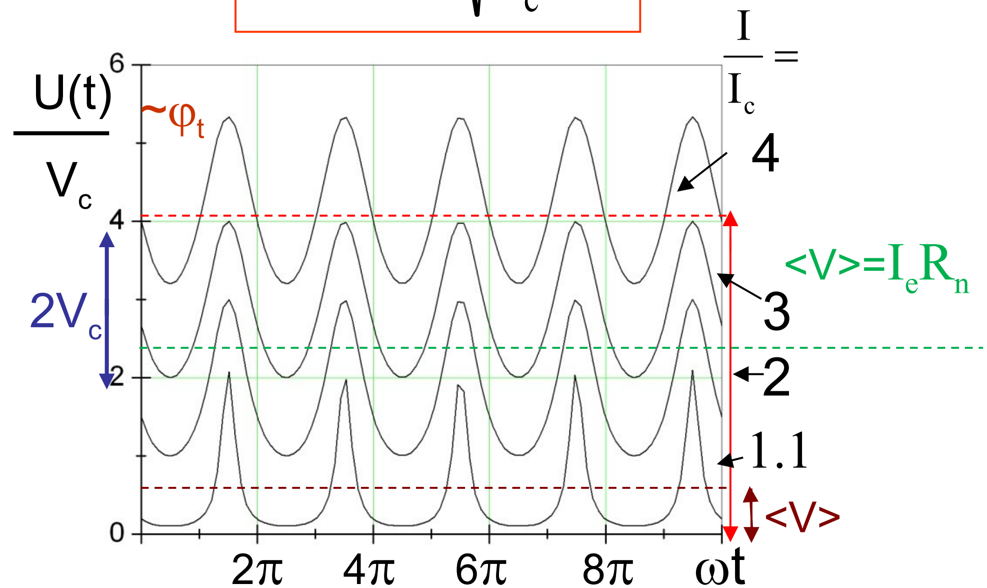
Джозефсоновская генерация и ступени Шапиро





$$\omega = \frac{2\pi V_c}{\Phi_0}\sqrt{\frac{I^2}{I_c^2} - 1}$$

$$\langle U \rangle = V_c\sqrt{\frac{I^2}{I_c^2} - 1}$$



$$I_b = I_J + I_n$$

$$I_J = I_b - I_n$$

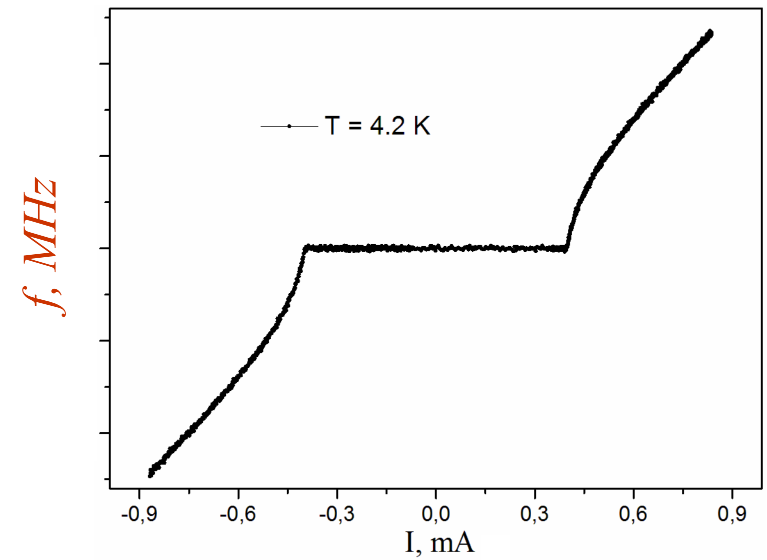
$$I_n = I_b - I_c \sin\varphi \quad \boxed{\times R_n}$$

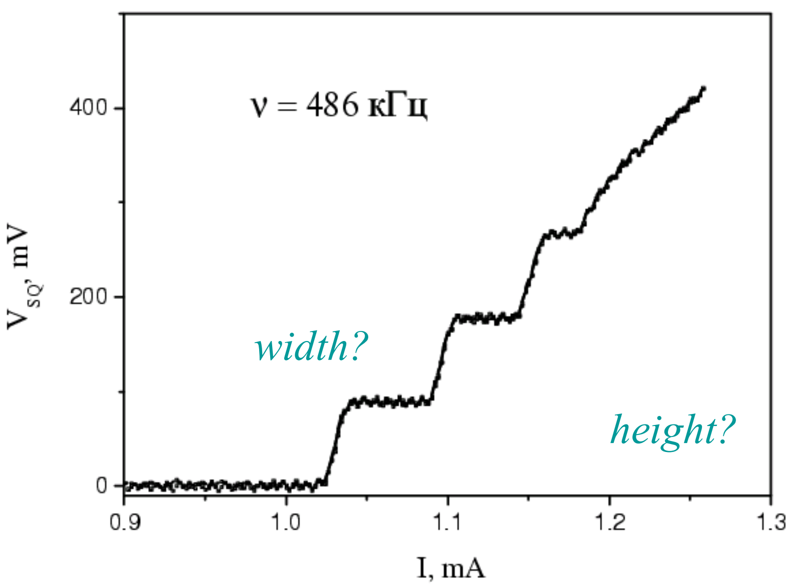
$$U(t) = I_b R_n - V_c \sin\varphi(t)$$

$$<U(t)> = I_b R_n - V_c <\sin\varphi(t)>$$

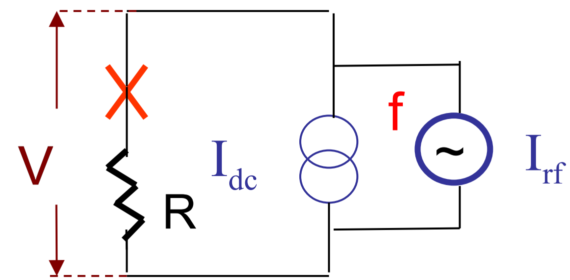
$$\hbar\omega = 2e < U >$$

Джозефсоновская генерация и ступени Шапиро





Калибровка СКВИД-усилителей



$$\overline{U} = \frac{\Phi_0}{2\pi}\frac{2\pi}{T(\gamma)} = \Phi_0 f_J(\gamma)$$

$$\boxed{f_J(\gamma) = f_{ext}(\gamma)}$$

$$U_n = n\,\Phi_0 f_{rf} \qquad n\,f_{rf} = K_J\,U_n$$

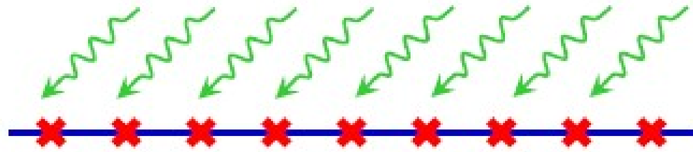
$$\Delta f_{rf} = K_J\,U_n$$

$$K_J = 1/\Phi_0 = 483 \text{ ГГц/мВ}$$

$$K_J = 1/\Phi_0 = 483 \text{ МГц/нВ}$$

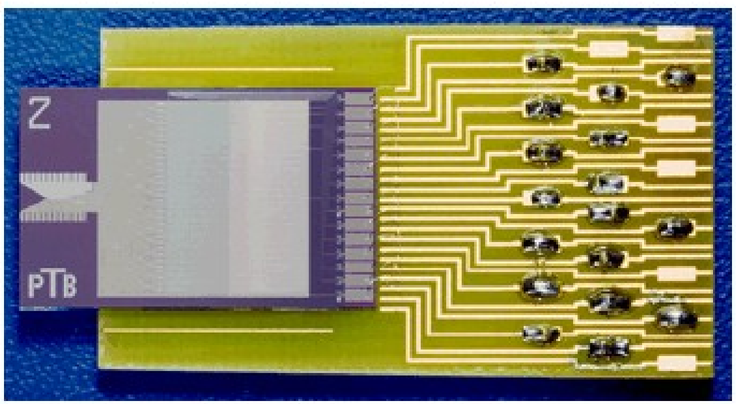
$$K_J = 1/\Phi_0 = 483 \text{ кГц/пВ}$$

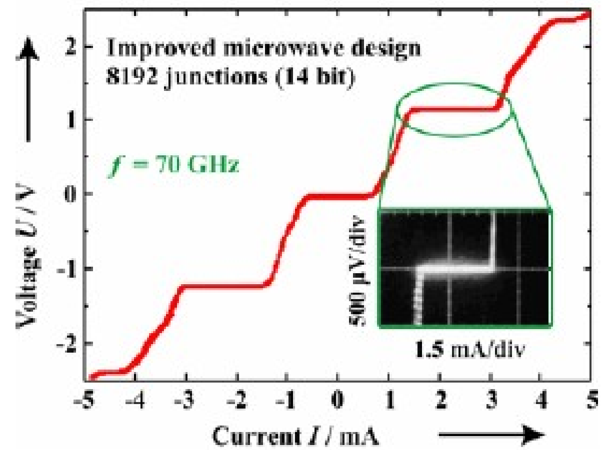
Синхронизированные цепочки.
«Гигантские» ступени Шапиро
Стандарт Вольта



$V_n = N(\hbar/2e)\omega_J = Nn\Phi_0 f_{rf}$

N-число переходов

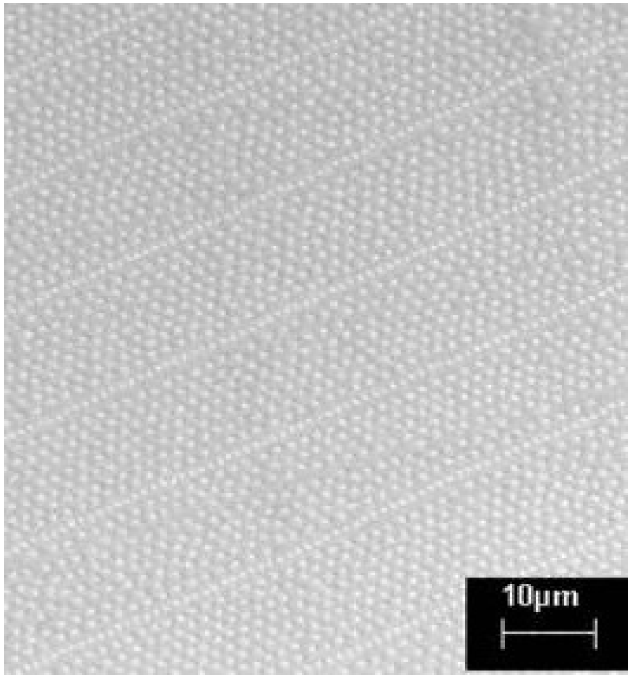




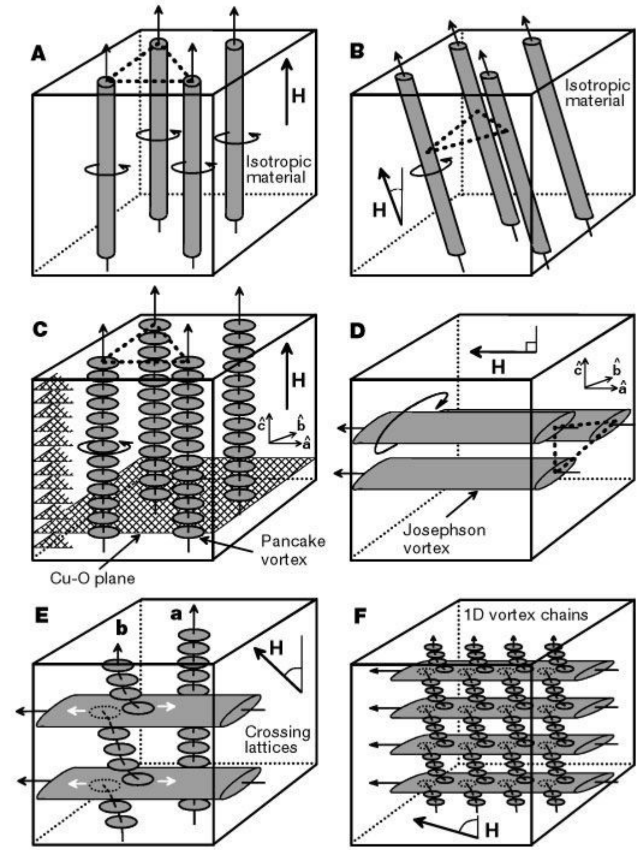
Picture of a 1-V series array consisting of 8192 SINIS junctions divided into a binary sequence

J. Niemeyer et al (1999). Цепочка встроена в полосковую линию

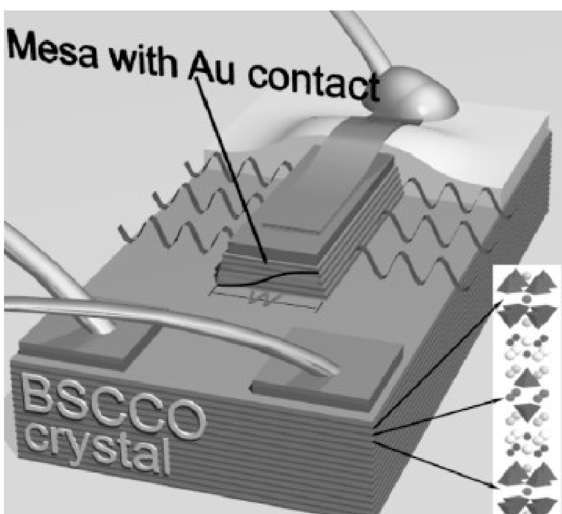
Джозефсоновская генерация в BSCCO

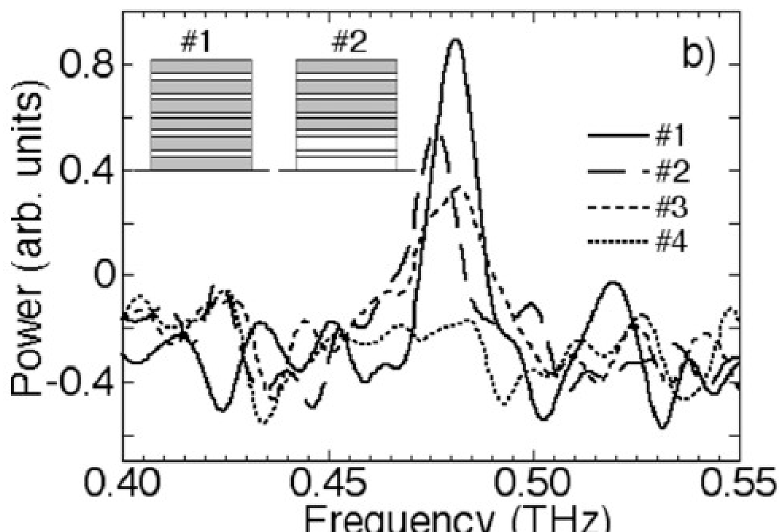


BSCCO:
$\lambda_c / \lambda_{ab} \sim 100$



Вихревая решетка в BSCCO, наклонное магнитное поле (pancakes).



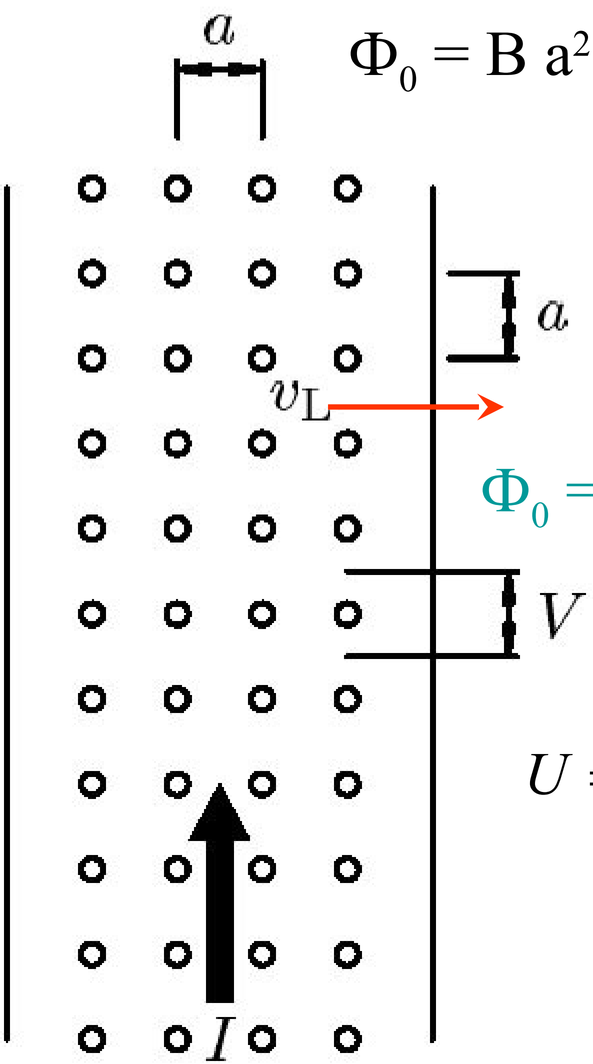


В. Краснов и соавторы (2016)

K.E. Gray,
L. Ozyuzer,
A.E. Koshelev
at al. Science 2008

Ступени Шапиро в эксперименте Мартиноли

Пусть в сверхпроводнике сформировалась вихревая решетка с периодом a ~ λ.



$$\Phi_0 = B\,a^2$$

$$\Phi_0 = h/2e$$

Ток питания превышает ток пиннинга (flux-flow).

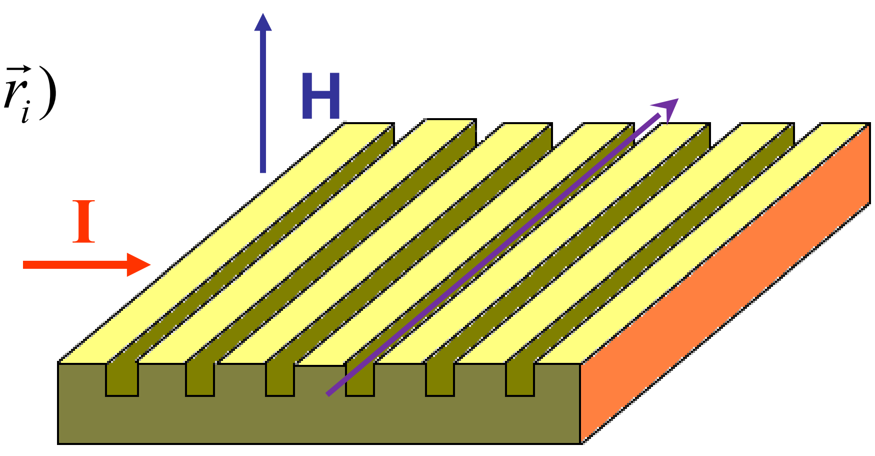
Частота прохождения вихрей: $\nu = a/v_v$, период $T = v_v/a$

Мгновенное напряжение содержит переменную составляющую с частотой ν.

$$U = \Delta\Phi / \Delta t \sim \Phi_0 / T = \Phi_0 \nu$$

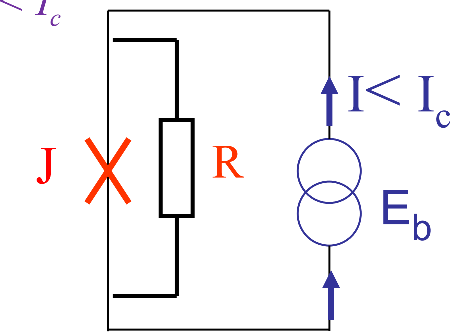
Возможно наблюдение резонансных ступеней напряжения.

$$U = \Phi_0 \frac{d}{dt} \sum \delta(\vec{r}_i)$$



Первое критическое поле. Джозефсоновская энергия

Сосредоточенный переход с разностью фаз φ при $H = 0$ и токе питания $I < I_c$



$I_s(\varphi) = I_c \sin\varphi$ *Уравнение Джозефсона I (J1)*

$2eU = \hbar\omega = \hbar\, d\varphi / dt$ *Уравнение Джозефсона II (J2)*

$\varphi = \theta_2 - \theta_1$; $U = [\hbar/(2e)]d\varphi/dt = (\Phi_0/2\pi)d\varphi/dt$

$\varphi = 0$, $E_{coup} = \min$

Свободная энергия (Гельмгольца)

$$E_{coup} = \int I_s U\, dt = \int_0^t I_c \sin\varphi\, (\Phi_0/2\pi)(d\varphi/dt)dt = (\Phi_0/2\pi)\int_0^\varphi I_c \sin\varphi\, d\varphi = E_J \cos\varphi \Big|_0^\varphi$$

$$\boxed{E_{coup} = E_J(1-\cos\varphi)}$$

где E_J - “джоз. энергия связи” $E_J = \Phi_0 I_c / 2\pi$

Работа источника $A_b = \int I_b U\, dt = I_b \int_0^\varphi (\Phi_0/2\pi)(d\varphi/dt)dt = (\Phi_0 I/2\pi)\varphi = E_J (I/I_c)\,\varphi$

транспортный эксперимент

Распределенный JJ в магнитном поле

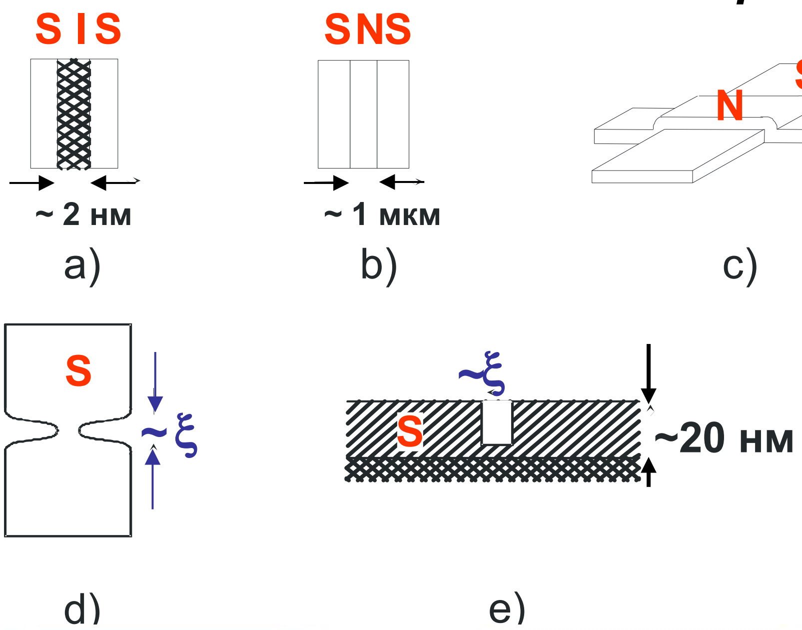
$$G = E - \int BH_0 d_m dx = E - H_0 \int B d_m dx = W - H_0\Phi$$

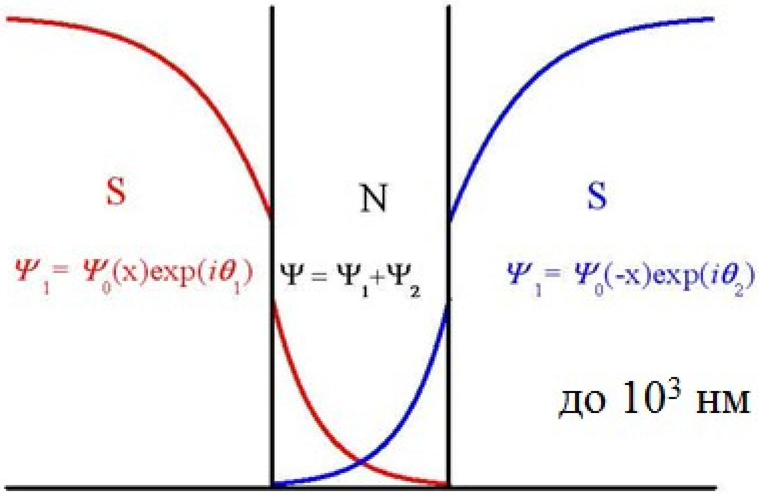
Тема 4

Нестационарный эффект Джозефсона.
RSCJ-модель.

Эффекты Джозефсона

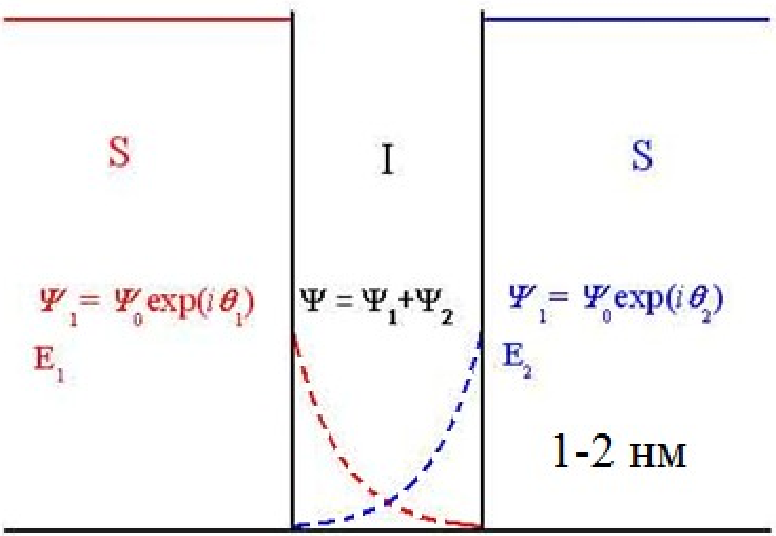
B.D. Josephson, 1962 г.





$$K_J = 1/\Phi_0 = 483 \text{ кГц/пВ}$$

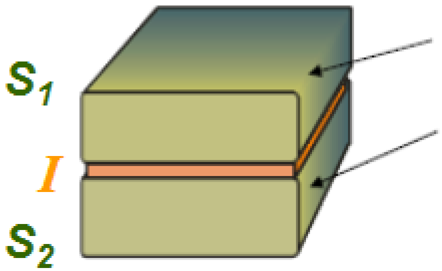
$$K_J = 1/\Phi_0 = 483 \text{ МГц/нВ}$$



$$K_J = 1/\Phi_0 = 483 \text{ ГГц/мВ}$$

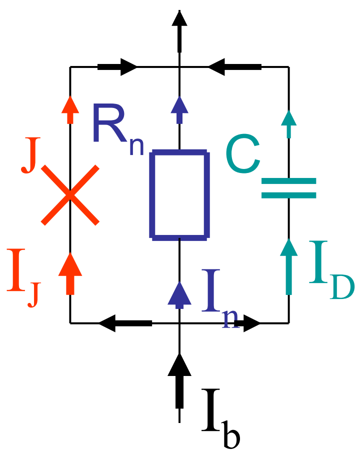
RCSJ-модель

Туннельный переход



Модель резистивно-шунтированного JJ с емкостью.

$I_J = I_c \sin\varphi$ - джозефсоновский канал



$I_n = U / R_n = [\Phi_0 / 2\pi R]\, \varphi_t$ – резистивный канал;

$$U = [\Phi_0 / 2\pi]\, \varphi_t$$

$$I_D = dq/dt = CdU/dt = [\Phi_0 C / 2\pi]\varphi_{tt}$$

$$I_c \sin\varphi + [\Phi_0 / 2\pi R]\, \varphi_t + [\Phi_0 C / 2\pi]\varphi_{tt} = I_b$$

$\boxed{/ \, I_c}$

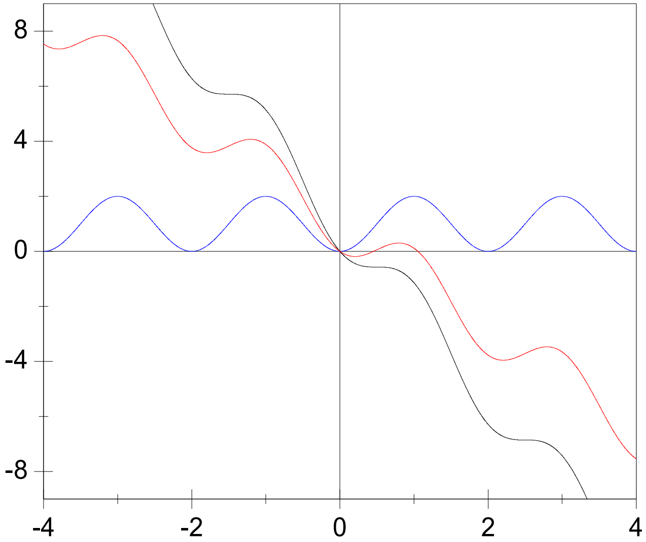
$\boxed{{}^*E_J = \Phi_0 I_c / 2\pi}$

$$\sin\varphi + [\Phi_0 / 2\pi I_c R]\, \varphi_t + [\Phi_0 C / 2\pi I_c]\varphi_{tt} = \gamma$$

Потенциал стиральной доски

$$[\Phi_0/\,2\pi]^2 C\,\varphi_{tt} + [\Phi_0/\,2\pi]^2 R^{-1}\,\varphi_{t} = E_J\,(\gamma - \sin\varphi\,) \quad = f = -\,dG\,/\,d\varphi$$

$$G = -\,E_J(I_b/I_c)\,\varphi + E_J(1 - \cos\varphi\,) \quad \rightarrow \quad f = -\,dG\,/\,d\varphi = E_J(1 - \cos\varphi\,) - E_J(I/I_c)\,\varphi$$



$$E_J = \frac{\hbar I_c}{2e} = \frac{\Phi_0 I_c}{2\pi}$$

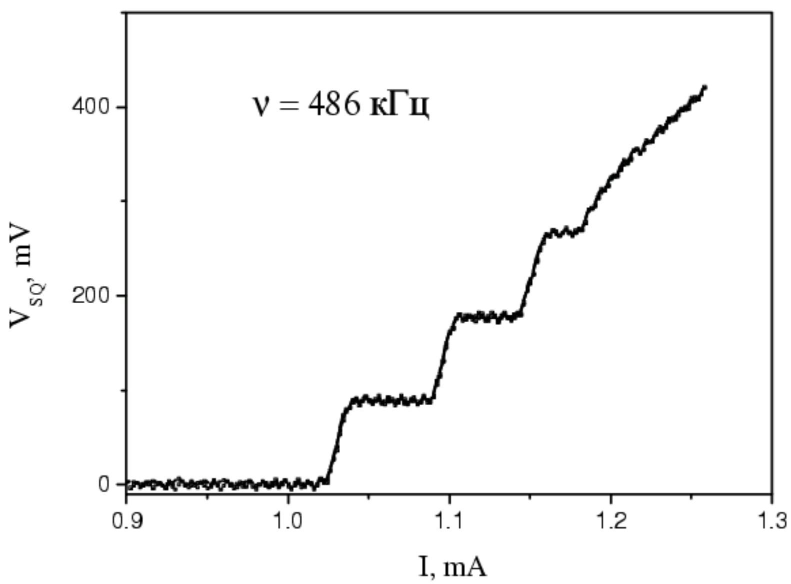
Фактически, это уравнение движения массивной частицы в поле силы тяжести.

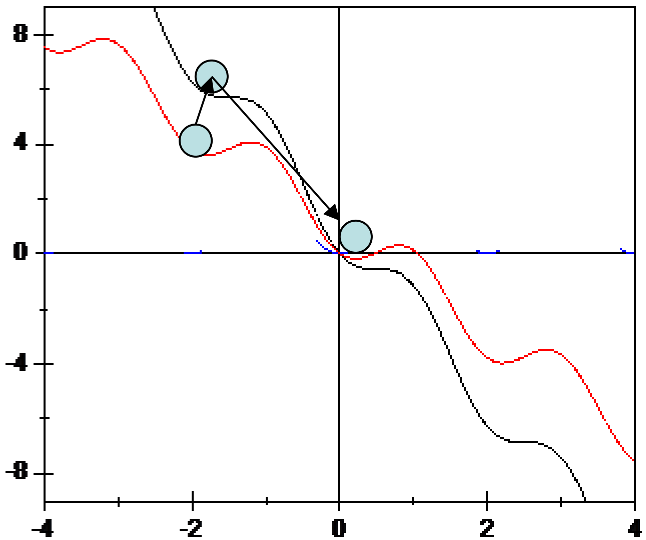
$$M\varphi_{tt} + \eta\,\varphi_{t} = Mg\,(1 - \sin\varphi)$$

Частица		JJ
Координата	x	Разность фаз φ
Масса	M	$[\hbar\,/(2e)]^2 C$
Трение	η	$[\hbar\,/(2e)]^2 R^{-1}$
Проекция силы тяжести		
$Mg\,(1 - \sin\varphi)$		$E_J(1 - \sin\varphi)$

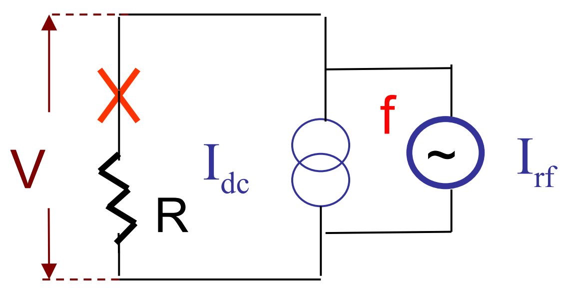
$m \sim C,\quad \eta \sim 1/R_n;\quad E_J\,(I_e/I_c)$ - ускоряющая сила.

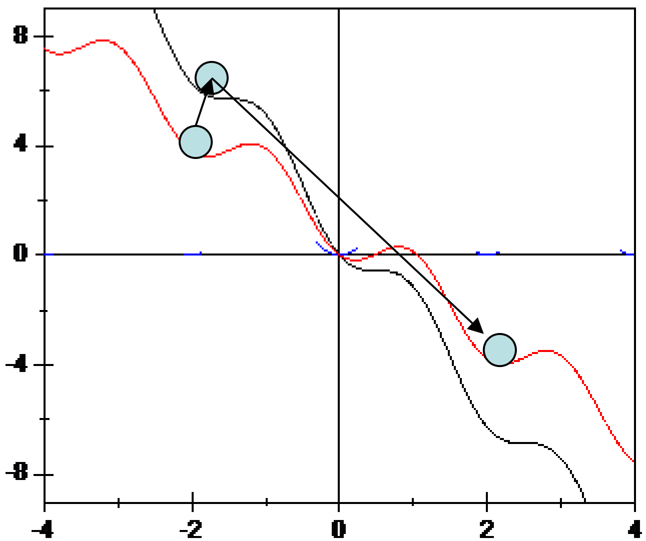
Джозефсоновская синхронизация





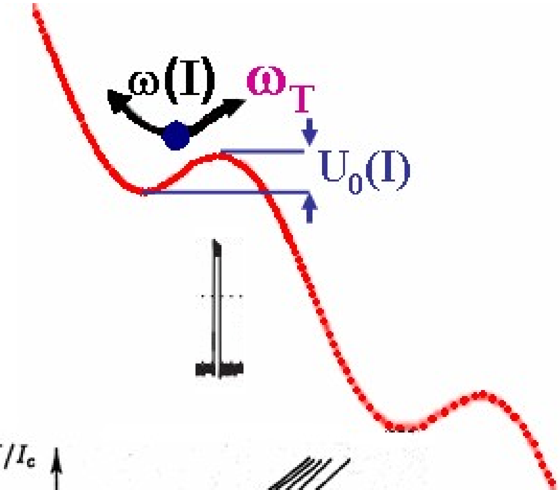
n = 1





n = 2

Тепловые флуктуации джозефсоновского тока



Резистивный режим начинается при $I_c^* < I_c = (2\pi/\Phi_0)E_J$

за счет теплового преодоления барьера $U_0(I)$

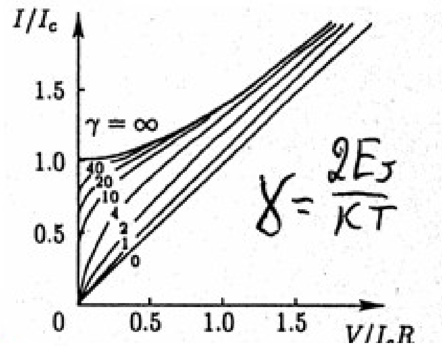
Частота преодоления

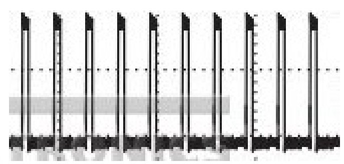
где $\omega(I) = \omega_p[1-(I/I_c)^2]^{1/4}$;

$$I_c = (2\pi/\Phi_0)\sqrt{n_{s1}n_{s2}}\,H_{1,2}$$

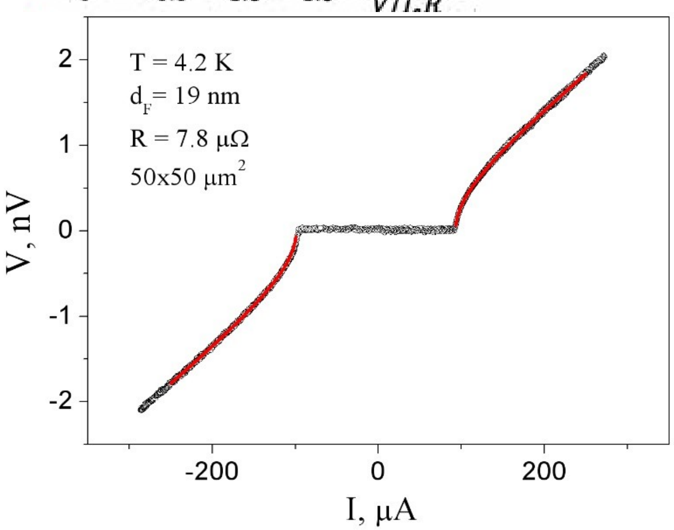
$$\omega_p = (L_J C)^{-1/2}$$

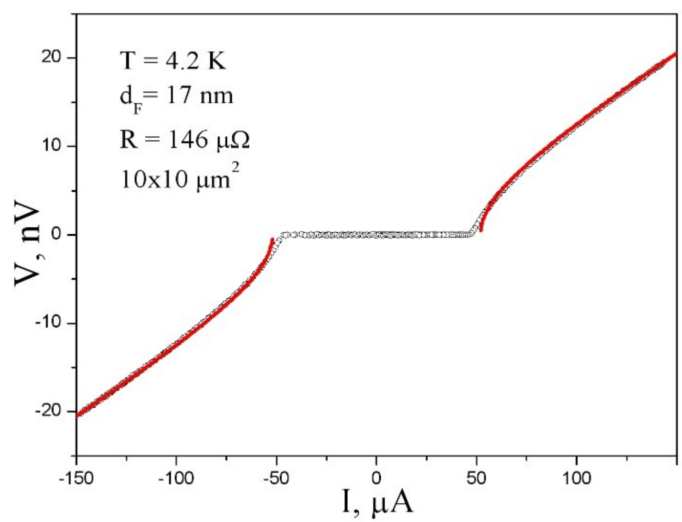
$$U_0(I) = (4\sqrt{2}/3)\, E_J[1-(I/I_c)]^{3/2}$$

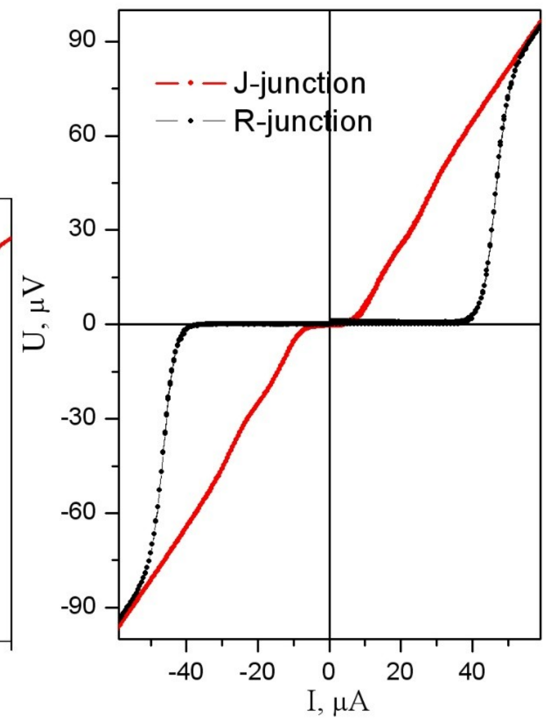




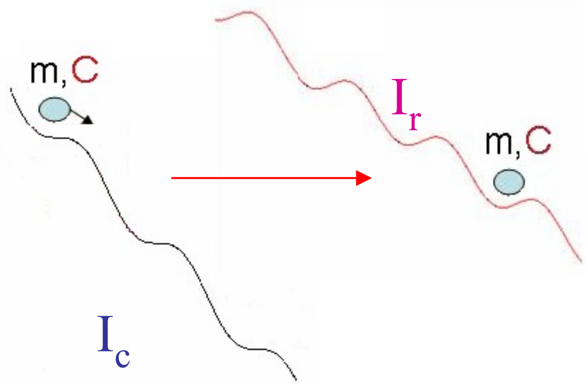
$$\omega_T = \omega(I)\exp\left(-\frac{U_0(I)}{kT}\right)$$

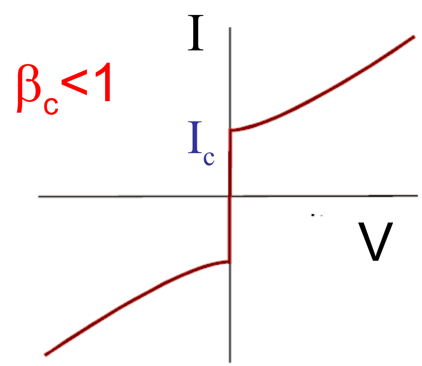


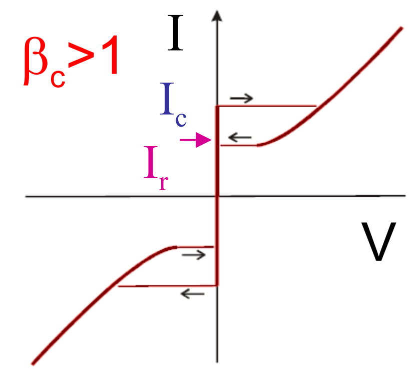




“Ток возврата” в RCSJ-модели

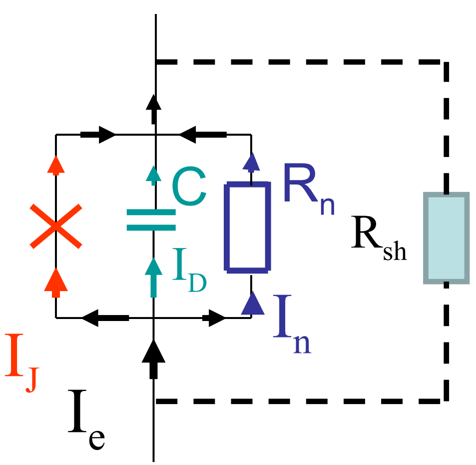






$\beta_c=1$ определяет границу между вязким (overdamped) и периодическим (underdamped) режимами

$$\boxed{\beta_c = \frac{2\pi}{\Phi_0} I_c R_n{}^2 C}$$



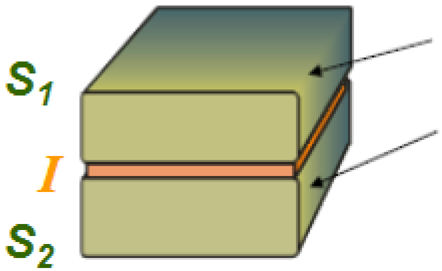
$$\beta_c = \frac{2\pi}{\Phi_0}\left\{I_c R_n\right\}\ CR_n = \frac{2\pi V_c}{\Phi_0} CR_n = (\omega_c C)R_n = \frac{R_{dc}}{R_{rf}}$$

$$\beta_c = \omega_c (R_n C) = 2\pi\tau_{RC} / T_J^{(c)}$$

<u>SIS</u> - C и R_n большие, $\beta_c >> 1$

<u>SNS</u> - $C \approx 0$ и $R_n \approx 0$, $\beta_c << 1$

Туннельный переход

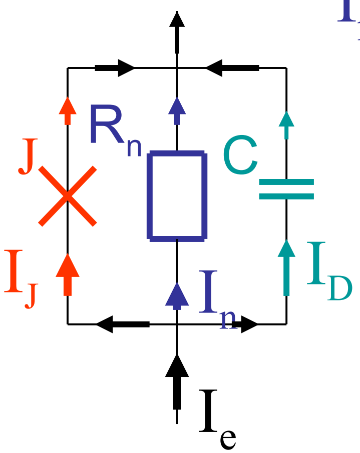


RCSJ-модель

$I_J = I_c \sin\varphi$ - джозефсоновский канал

$I_D = dq/dt = CdU/dt = [\Phi_0 C/ 2\pi]\varphi_{tt}$

$I_n = U / R_n = [\Phi_0 /2\pi R]\ \varphi_t$ – резистивный канал; $U = [\Phi_0/2\pi]\varphi_t$



$$I_c \sin\varphi + [\Phi_0 /2\pi R]\ \varphi_t + [\Phi_0 C/ 2\pi]\varphi_{tt} = I_b$$

$$L(0) = \Phi_0 / 2\pi I_c$$

$$\gamma = \frac{I_b}{I_c},\quad \tau = \omega_c t$$

$$\omega_c = \frac{2\pi}{\Phi_0} V_c = \frac{2\pi\ I_c R_N}{\Phi_0}$$

$$\sin\varphi + [\Phi_0 /2\pi I_c R]\ \varphi_t + [\Phi_0 C/ 2\pi I_c]\varphi_{tt} = I_b / I_c$$

$$\boxed{t = \tau / \omega_c}$$

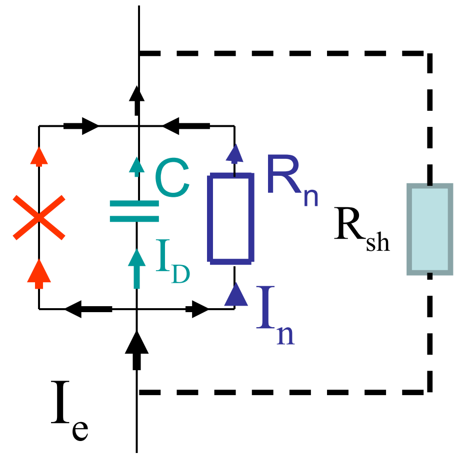
$$\sin\varphi + \varphi_\tau + \{L_J C\}\omega_c^2 \varphi_{\tau\tau} = \gamma$$

$$\sin\varphi + \varphi_\tau + (\omega_c / \omega_p)^2 \varphi_{\tau\tau} = \gamma$$

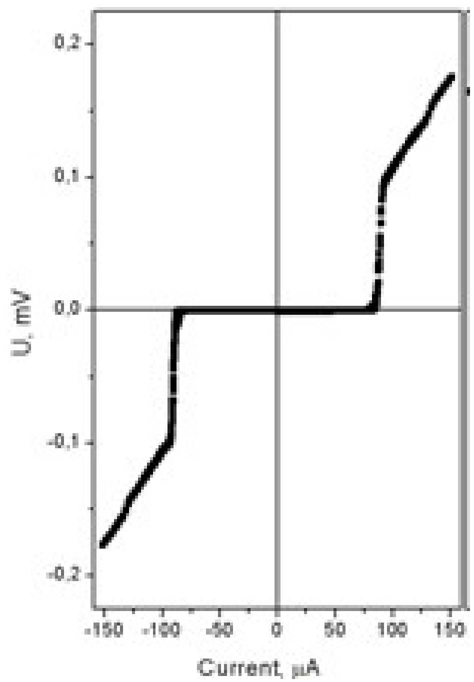
$$\frac{\omega_c^2}{\omega_p^2} = \left[\frac{2\pi I_c R_N}{\Phi_0}\right]^2 \left[\frac{\Phi_0}{2\pi I_c} C\right] = \left(\frac{2\pi}{\Phi_0}\right) I_c R_N^2 C = \beta_c$$

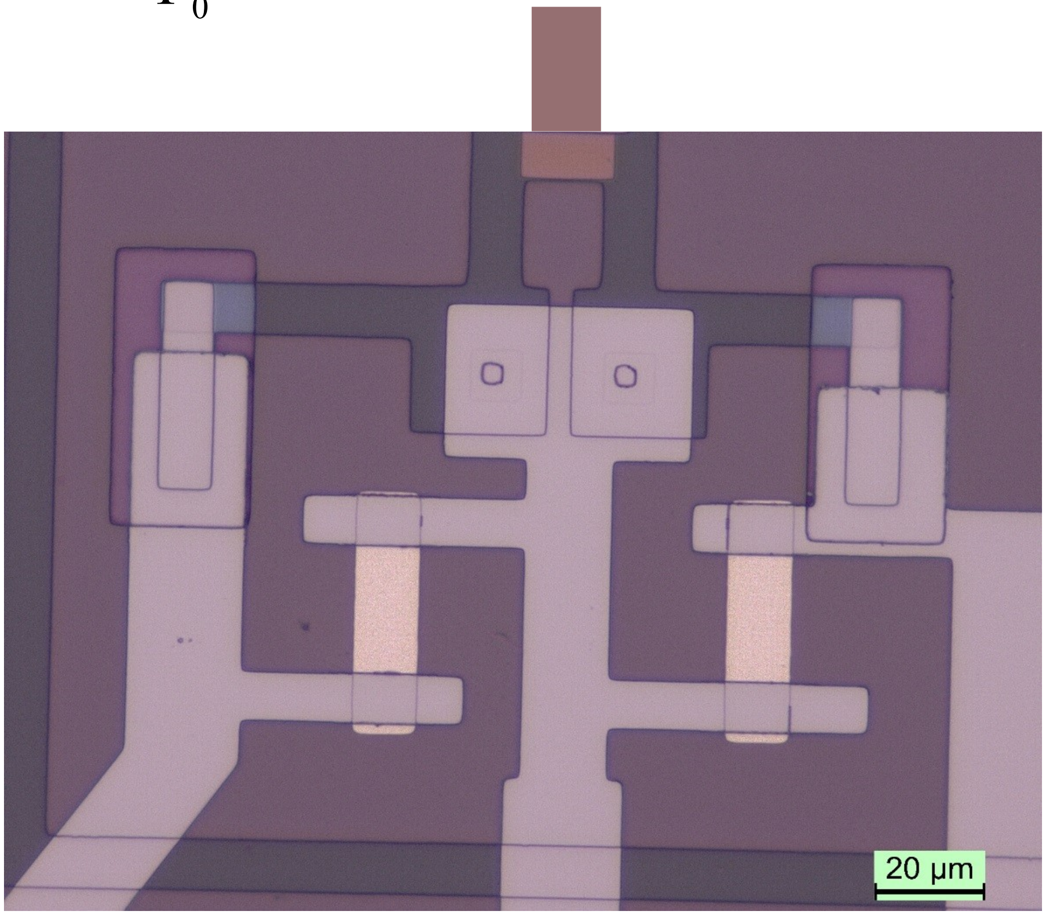
$$\sin\varphi + \varphi_\tau + \beta\ \varphi_{\tau\tau} = \gamma$$

Управление параметром МакКамбера

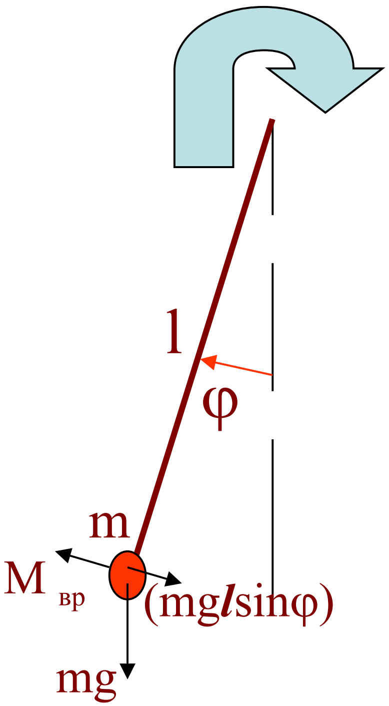


$$\beta_c = \frac{2\pi}{\Phi_0} I_c R_{Sh}{}^2 C$$





Механическая аналогия 1: маятник



$$[\Phi_0/2\pi]^2 C\,\varphi_{tt} + [\Phi_0/2\pi]^2 R^{-1}\,\varphi_t + E_J \sin\varphi = E_J\,\gamma$$

Фактически, это уравнение движения маятника

$$J\,\varphi_{tt} + \eta\,\varphi_t + mgl\sin\varphi = M$$

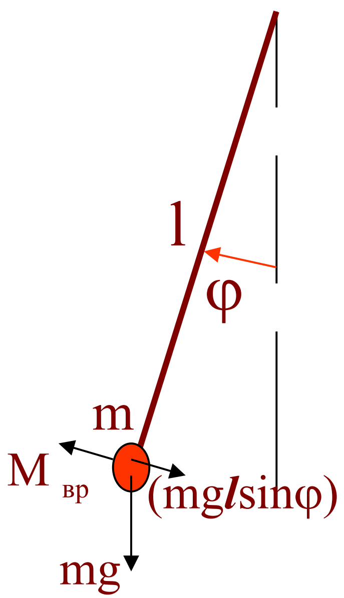
Маятник	Джозефсоновский переход
Фазовый угол φ	Разность фаз φ
Момент инерции $J = m\,l^2$	$[\Phi_0/2\pi]^2 C$
Коэффициент вязкости η	$[\Phi_0/2\pi]^2 R^{-1} = [\Phi_0/2\pi]^2 G$
Возвращающий момент $(m\,g\sin\varphi)\,l$	$E_J \sin\varphi$
Приложенный вращающий момент $M_{вр}$	$E_J (I_b / I_c)$

LC-контур

$$\sqrt{1/L_J C}$$

$$\omega_p = \sqrt{E_J/[\Phi_0/2\pi]^2 C} = \sqrt{(\Phi_0 I_c/2\pi)/[\Phi_0/2\pi]^2 C} = \sqrt{1/[\Phi_0/2\pi I_c] C} = \sqrt{1/L_J C} \qquad L_J = \Phi_0/2\pi I_c$$

Джозефсоновская индуктивность: толкнем!



Пусть маятник колеблется около положения равновесия.

$$\varphi = \varphi(t) \rightarrow \quad U = U(t),\ I = I\ (t)$$

$$I_J(t) = I_c \sin\{\varphi_0 - \varphi_1(t)\}$$

$$U\ (t) = [\Phi_0/2\pi]\ d\varphi_1 / dt$$

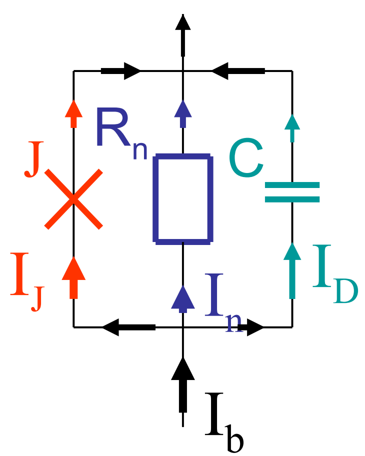
Индуктивность: $U = -L\ dI / dt$

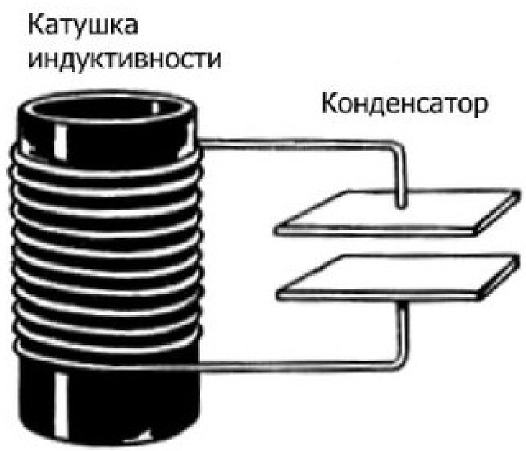
$$dI / dt = -U / L$$

$$dI / dt = I_c \cos(\varphi_0 - \varphi_1(t))\ \{-d\varphi_1 / dt\} \approx -I_c \cos\varphi_0\ \{2\pi/\Phi_0\} U$$

$$U = -\{\Phi_0 / 2\pi I_c \cos\varphi_0\}\ dI / dt$$

$$L(\varphi_0) = \Phi_0 / 2\pi I_c \cos\varphi_0$$





Свободные колебания:

$$\boxed{L(0) = \Phi_0 / 2\pi I_c}$$

$$\varphi_0 \rightarrow \pi/2 \quad L_J \rightarrow \infty$$

Тема 5

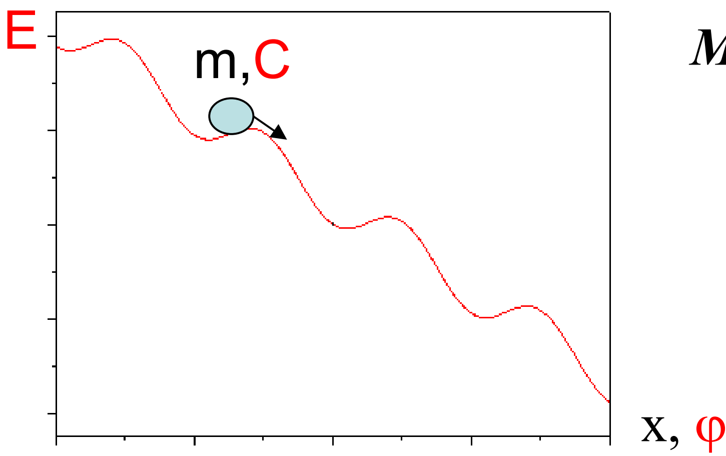
Сверхпроводящие кубиты

Вторичные эффекты макроскопической квантовой когерентности.

"Кинетическая энергия" джозефсоновского перехода: $\mathbf{J\varphi_t^2 \rightarrow [\hbar/(2e)]^2 C\varphi_t^2 = CV^2}$

это электростатическая (емкостная) энергия "конденсатора", поскольку $\mathbf{V \sim \varphi_t}$.

"Уравнение движения" джозефсоновского перехода соответствует движению массивной частицы в периодическом потенциале с барьерами высотой $2\mathbf{E_J}$ **:** $[\hbar/(2e)]^2 C\varphi_{tt} + [\hbar/(2e)]^2 R_n^{-1}\varphi_t + E_J \sin\varphi = E_J(I_e/I_c)$



$$M(d^2x/dt^2) + \eta(dx/dt) + E_J(\sin\varphi - I_e/I_c) = 0$$

$$m \sim C \rightarrow 0$$

$\Delta p\, \Delta x \leq \hbar \quad (\Delta p = m\Delta v \rightarrow 0) \qquad m < 10^{-36}\ г << m_e$

Фиктивная частица станет квантовой!!!

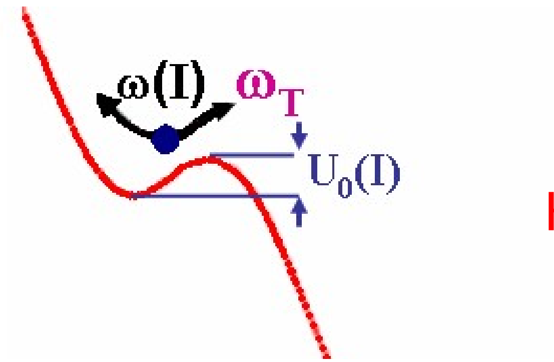
В переходах с малой "массой", т.е. с малой емкостью C в энергии появляется доминирующий кулоновский член: $E_C = (2e)^2/(2C)$

в полной энергии перехода $E = (2e)^2/2C + E_J(1 - \cos\varphi) - [\Phi_0/(2\pi)]I\varphi$

$$\boxed{E_J = \frac{\hbar I_c}{2e} = \frac{\Phi_0 I_c}{2\pi}}$$

Зарядовый кубит. Фазовый кубит

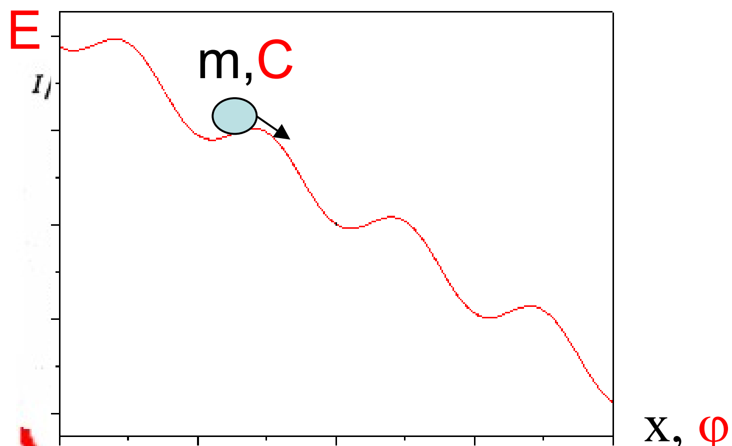
Квантовые флуктуации джозефсоновского критического тока



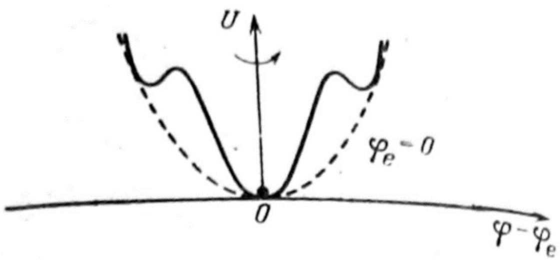
Квантовый (подбарьерный) распад для “квантового” джозефсоновского перехода

$$\omega_Q = a_q \omega(I) \exp\left(-\alpha \frac{U_0(I)}{\hbar\omega(I)} \right)$$

(распад из основного состояния)

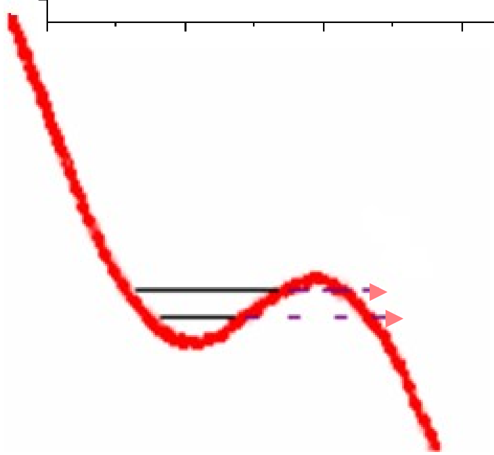


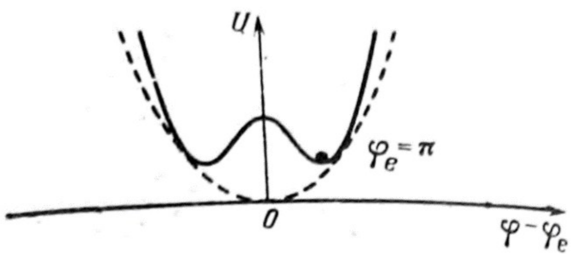
kT→ ħ ω(I), энергия нулевых колебаний



Отдельный JJ

– тоже кубит.





$R \to \infty \qquad \eta \to 0$

$C \to 0$

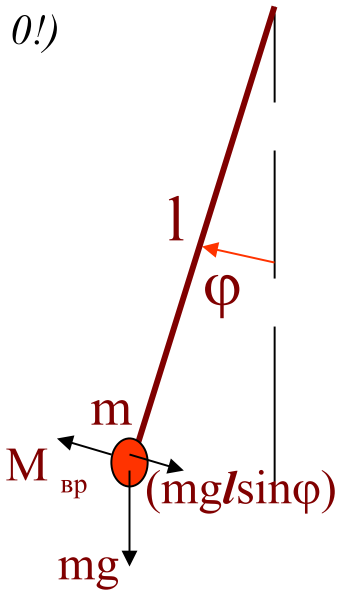
Аналогия с квантовым маятником.

По аналогии с “квантовым маятником”: при $m \to 0$ возникают нулевые колебания, поскольку

$\Delta\varphi\, \Delta M \sim \hbar$, где $M = J\,\varphi_t$ – угловой момент.

(Не *может быть состояние без колебаний, когда точно определены $\varphi = 0$ и $M = 0$!)*

Дискретный спектр: $E = \hbar\omega(n+1/2)$



Соотношение неопределенностей для квантового КД

Для джозефсоновского перехода “угловой момент” равен

$M = J\,\varphi_t = [\hbar/2e]^2 C\varphi_t = [\hbar/2e]CU = Q\,[\hbar/2e]$ $\qquad Q=CV$

$\Delta\varphi\Delta M = \Delta\varphi\Delta Q[\hbar/(2e)] \sim \hbar \ \rightarrow\ \Delta\varphi\Delta Q \sim 2e$ $\quad$ или $\quad \Delta\varphi\Delta n \sim 1$

где Q –заряд перехода (конденсатора), $n = Q/(2e)$ –избыток сверхпроводящих электронов на одной из обкладок перехода, создающий заряд конденсатора.