

Введение в физику сверхпроводимости

Виталий Валериевич Больгинов

Понедельник, 11:00 ГЛК-421

Лекция 14

Приложения теории БКШ: туннельные эффекты в сверхпроводниках, андреевское отражение, неравновесные эффекты.

Электронны в нормальном металле

Электронны проводимости являются возбуждениями вырожденного ферми-газа ($T \approx 0$).

Основное состояние – сфера ферми заполнена $K = 0$ ($T = 0$).

Перенесем электрон за границу сферы:

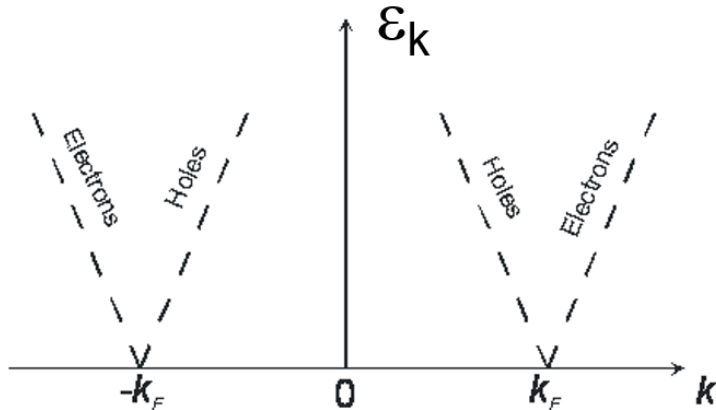
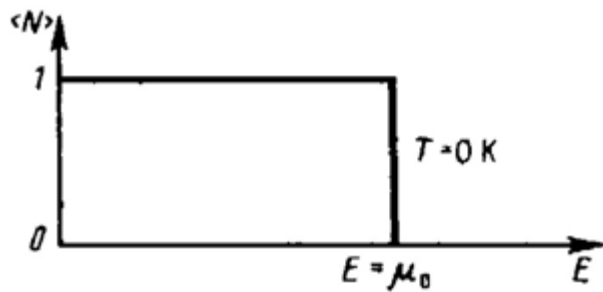
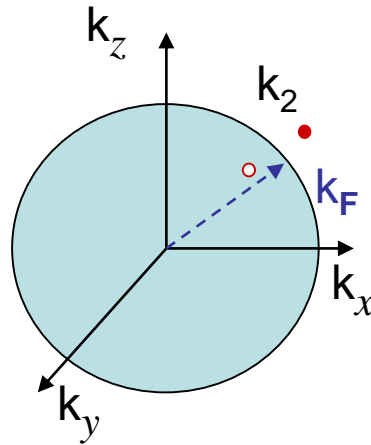
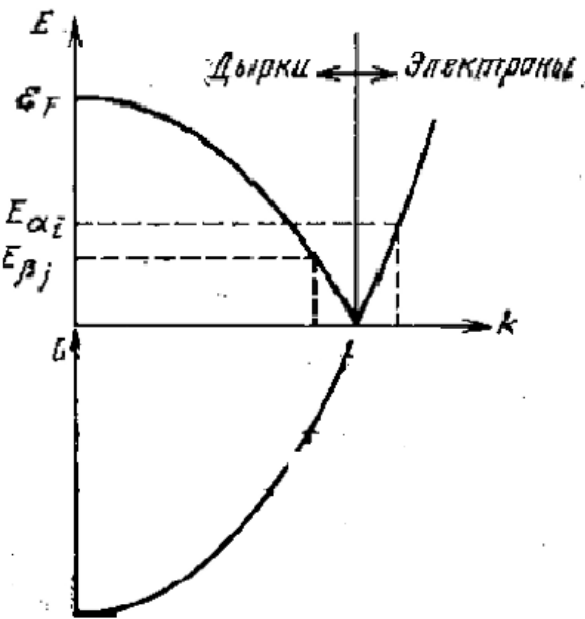
$$\begin{aligned} \Delta E_2 &= \hbar^2 k_2^2 / 2m - \hbar^2 k_1^2 / 2m = \\ &= \hbar^2 / 2m \{ k_2^2 - k_F^2 + k_F^2 - k_1^2 \} = E_e + E_h \end{aligned}$$

2 возбуждения.

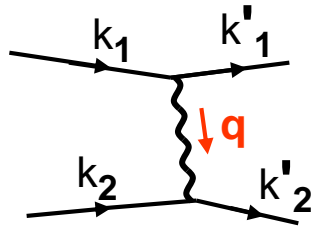
$$E_e = \hbar^2 / 2m \{ k_2^2 - k_F^2 \} \sim (k_2 + k_F)(k_2 - k_F) \approx k_F \Delta k$$

$$k_{1,2} \approx k_F$$

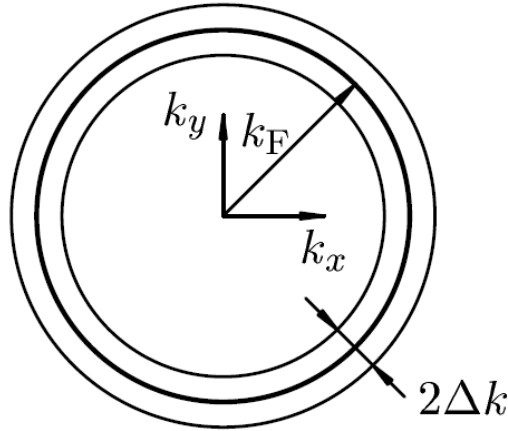
$$E_h = \hbar^2 / 2m \{ k_F^2 - k_1^2 \} \sim (k_1 + k_F)(k_F - k_1) \approx |k_F \Delta k|$$



Электроны в сверхпроводящем металле



$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= 0; \\ \mathbf{k}_1 &= -\mathbf{k}_2; \\ \mathbf{s}_1 &= -\mathbf{s}_2 \end{aligned}$$

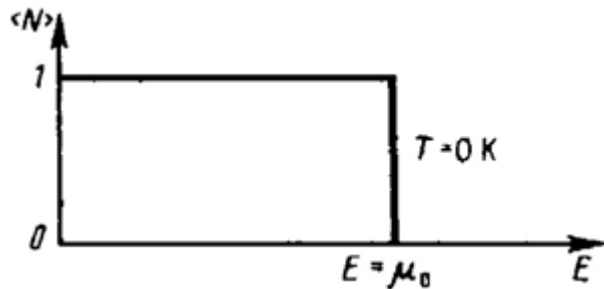


$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon}$$

$$\frac{\Delta k}{k} = k_F \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon_F}$$

$$\Delta \varepsilon = \hbar \omega_D ? \Delta$$

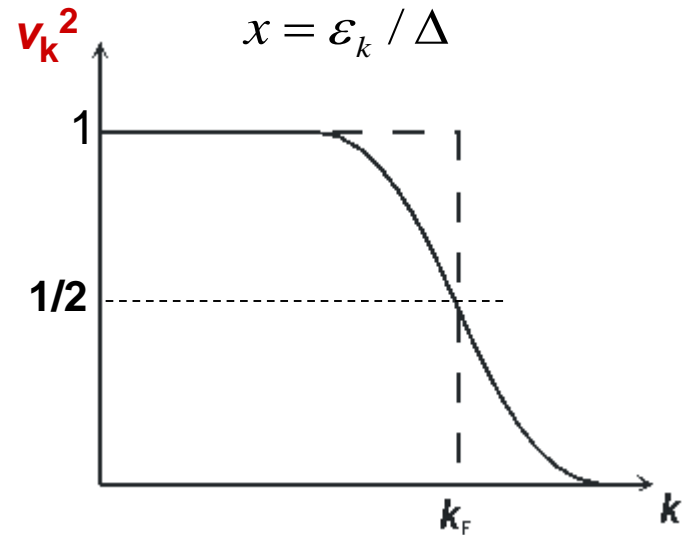
$$\Delta = V \sum \mathbf{v}_k \mathbf{u}_k$$



$$\varepsilon_k \approx \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} \Delta k$$

$$u_k^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\varepsilon_k}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2}} \right)$$

$$v_k^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\varepsilon_k}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2}} \right)$$

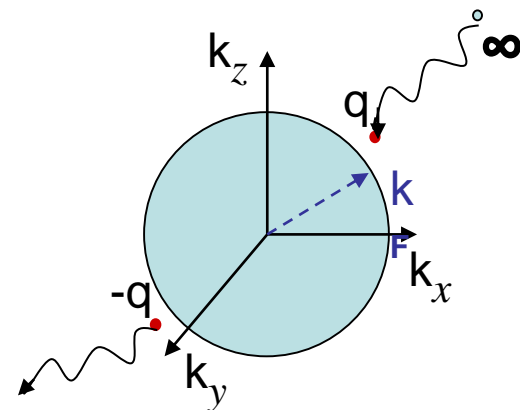


Распределение Ферми «размывается» даже при $T = 0$. Природа идет на повышение кинетической энергии, чтобы выиграть в потенциальной!!!

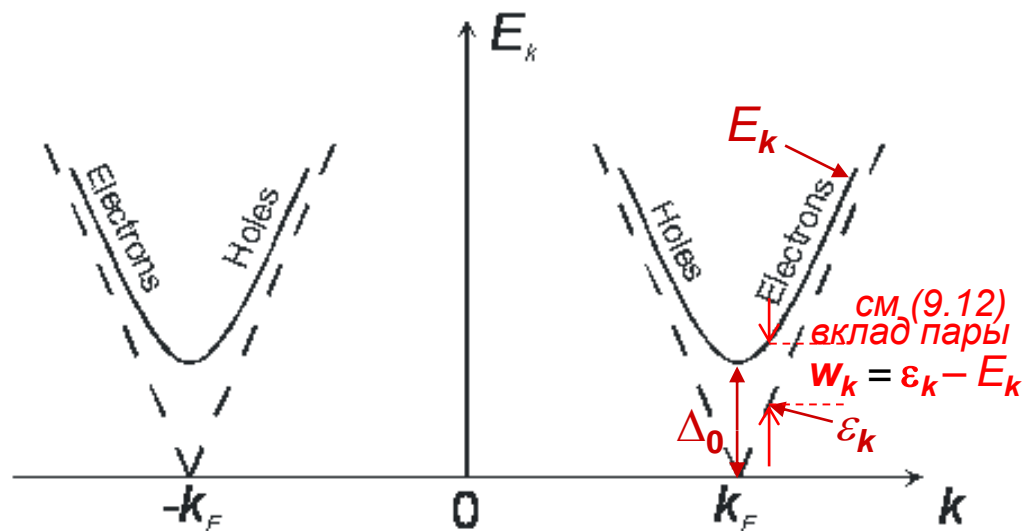
Энергия и спектр квазичастиц

Энергия квазичастичного возбуждения

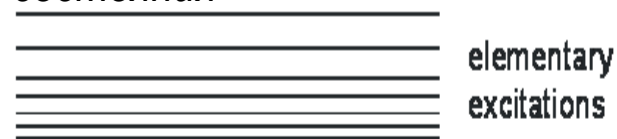
$$E_q = \sqrt{\epsilon_q^2 + \Delta_0^2}$$



Чтобы создать квазичастицу в состоянии q (т.е. исключить $q, -q$ состояния из $(k, -k) \leftrightarrow (k', -k')$ перерассеяний) необходимо полностью заполнить одно из q или $-q$ состояний и освободить второе. Вклад в энергию от квазичастицы $- +\epsilon_q$.



Одночастичные возбужденные состояния



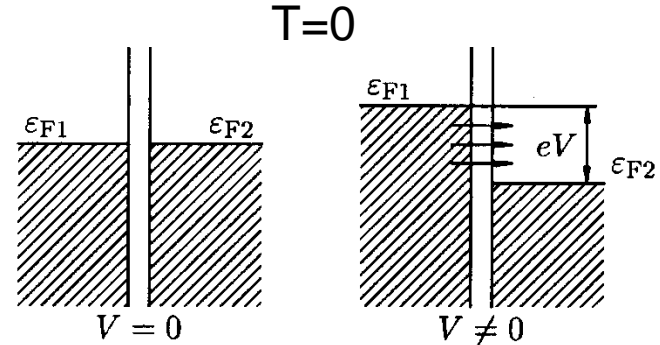
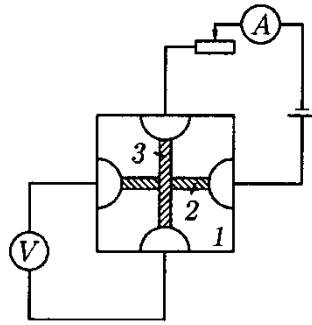
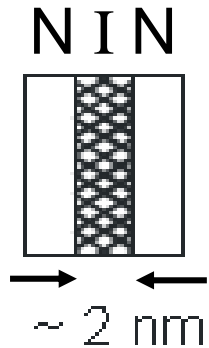
$$N(E) = N(0) \frac{E}{\sqrt{E^2 - \Delta_0^2}}$$

основное (парное) состояние

Наличие энергетической щели делает возможным сверхтекучесть электронной ферми-жидкости.

Поскольку при разрыве пары возникает два одночастичных возбуждения, наименьшая энергия распаривания равна $2\Delta_0$.

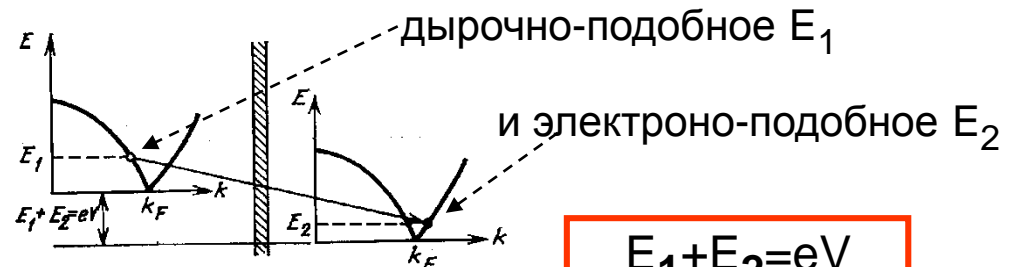
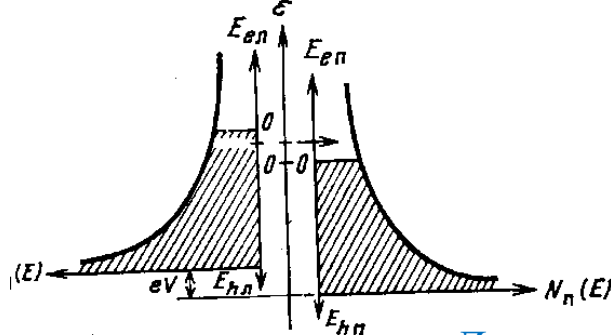
Туннелирование между нормальными металлами. Туннельный NIN-переход.



скорость туннелирования слева направо:

$\tau_l^{-1} = (2\pi/\hbar) |T|^2 N_r(\epsilon)$, где $|T|$ - средний туннельный матричный элемент;
 $|T|^2$ - средняя вероятность туннелирования, $N_r(\epsilon)$ - плотность сост. справа
 A - площадь сечения, $(2\pi/\hbar)$ - нормировка на ед. фазового объема

$$I_{nn}(T=0) = Ae \int_0^{eV} d\epsilon \tau_l^{-1} N(\epsilon - eV) = \frac{2\pi eA}{\hbar} \int_0^{eV} d\epsilon |T|^2 N(\epsilon - eV) N(\epsilon) \approx \frac{2\pi eA}{\hbar} |T|^2 N^2(\epsilon_F) eV = \frac{V}{R_T}$$



$$E_1 + E_2 = eV$$

Диаграмма полупроводникового типа

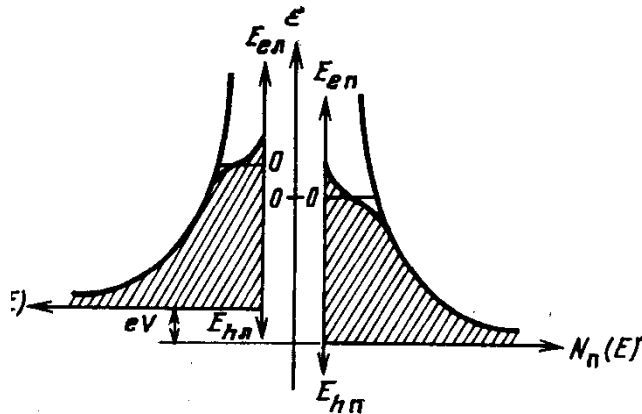
Туннельный NIN-переход. Конечная температура

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon}{k_B T}} + 1}$$

ф-я распределения
Ферми-Дирака

$$R_T(T=0) = \frac{\hbar}{A 2\pi e^2 |T|^2 N^2(\varepsilon_F)}$$

$$I_{nn} = I_{лп} - I_{пл}$$



$$I_{лп} = \frac{2\pi e A}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon |T|^2 N(\varepsilon - eV) N(\varepsilon) f(\varepsilon - eV) [1 - f(\varepsilon)]$$

ток слева направо

вероятность,
что слева
заполнено

вероятность,
что справа
пусто

$$I_{пл} = \frac{2\pi e A}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon |T|^2 N(\varepsilon - eV) N(\varepsilon) f(\varepsilon) [1 - f(\varepsilon - eV)]$$

ток справа налево

$$I_{nn}(T \neq 0) = \frac{2\pi e A}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon |T|^2 N(\varepsilon - eV) N(\varepsilon) [f(\varepsilon - eV) - f(\varepsilon)]$$

$$f(\varepsilon - eV) - f(\varepsilon) = \frac{\exp(\varepsilon/kT) - \exp(\{\varepsilon - eV\}/kT)}{[1 + \exp(\varepsilon/kT)][1 + \exp(\{\varepsilon - eV\}/kT)]} \approx \frac{\exp(\varepsilon/kT)eV}{[1 + \exp(\varepsilon/kT)]^2}$$

Вольт-амперная характеристика - линейна

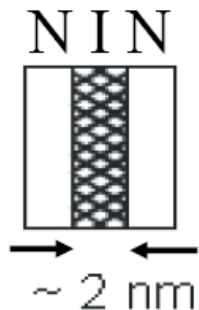
$$eV \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(\varepsilon/kT) d\varepsilon}{[...] [...]} \approx eV \int_0^{\infty} \frac{dx}{[1+x]^2}$$

$$I_{nn}(T \neq 0) = \frac{V}{R_T(T)};$$

$R_T(T \neq 0)$ падает с увеличением температуры

Кулоновская блокада в NIN-туннельном переходе

Субмикронный туннельный переход с достаточно малой емкостью $C \rightarrow 0$ имеет высокую (одноэлектронную) кулоновскую энергию: $E_c = e^2/(2C)$.



Через Q (заряд) энергия такого конденсатора есть: $E_c = Q^2/(2C)$

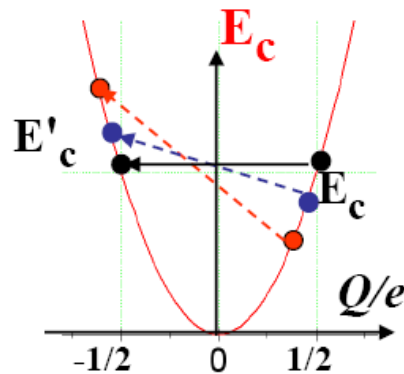
Разряд такого конденсатора не выгоден для $0 < U < |e|/2C$:

Энергия после туннелирования одного электрона $E'_c = (Q - |e|)^2/(2C)$ становится больше для $0 < Q < |e|/2$!

$$\Delta E = \frac{(N \pm 1)^2 e^2}{2C} - \frac{N^2 e^2}{2C} = \frac{e^2}{2C} [(N \pm 1)^2 - N^2] = \frac{e^2}{C} \left[\pm N + \frac{1}{2} \right] \leq eV$$

Возникает “кулоновская блокада” туннелирования для U :

$$0 < V < |e|/(2C) \quad (V = Q/C)$$

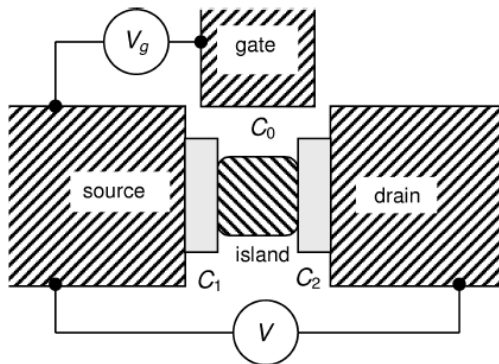
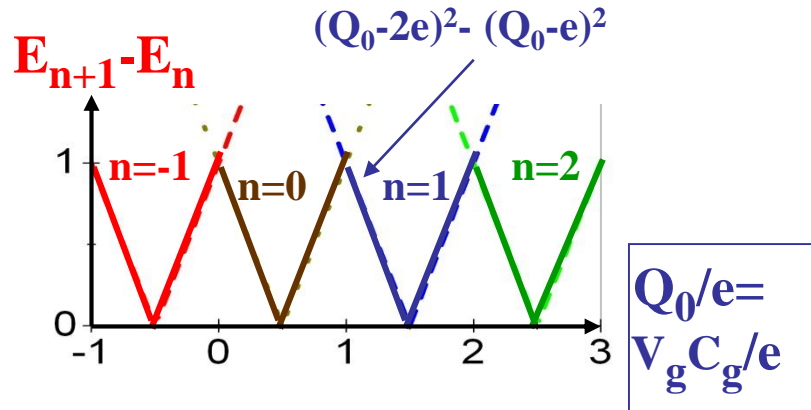


Одноэлектронный (SET) транзистор

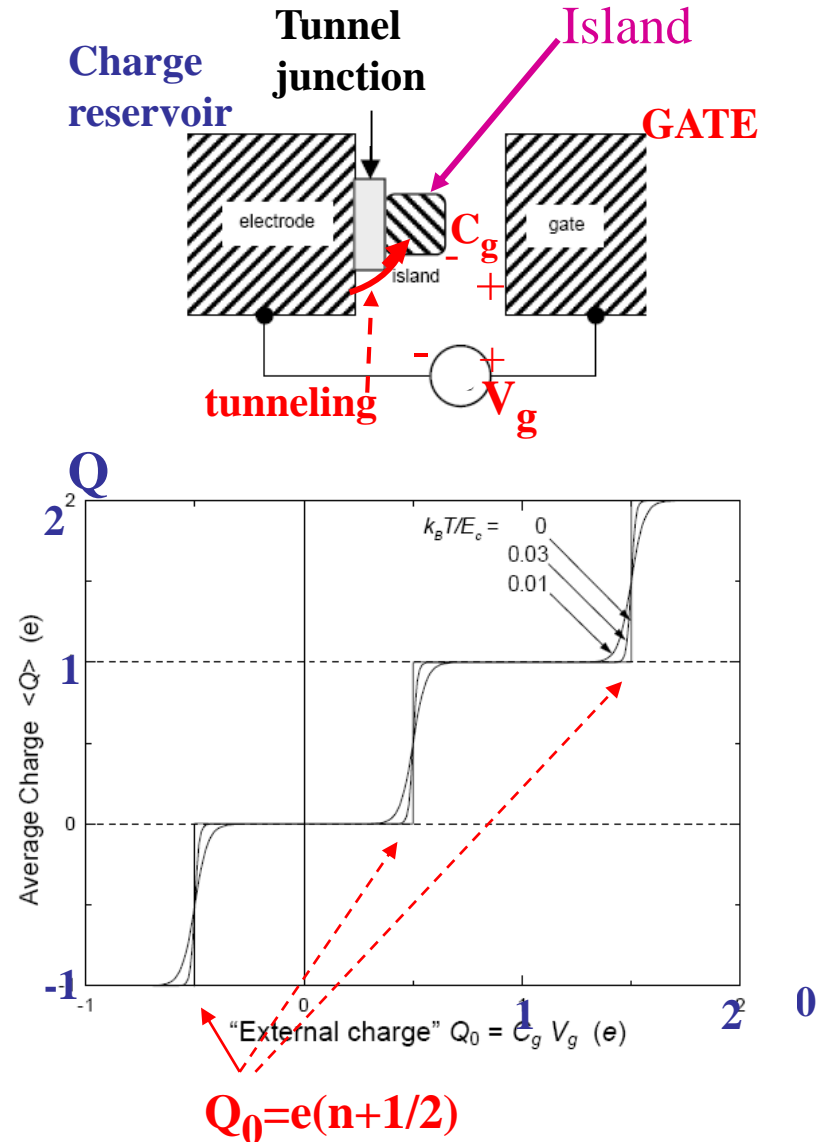
Поштучный перенос электронов при непрерывном изменении V_g затвора.

$$Q_0 = V_g C_g - \text{“внешний приложенный заряд”}$$

$$\text{При } E_c = Q^2 / (2C) \gg k_B T$$

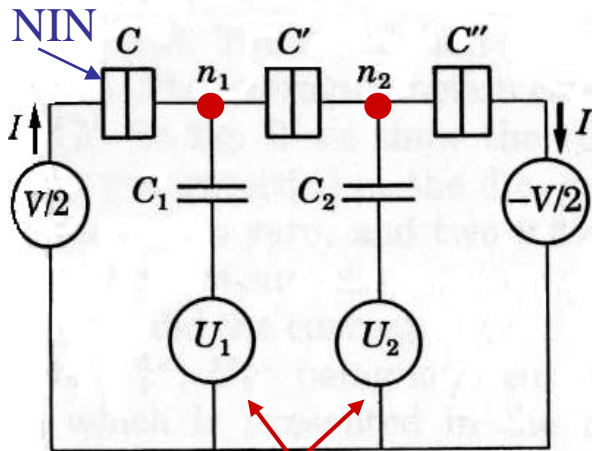


SET

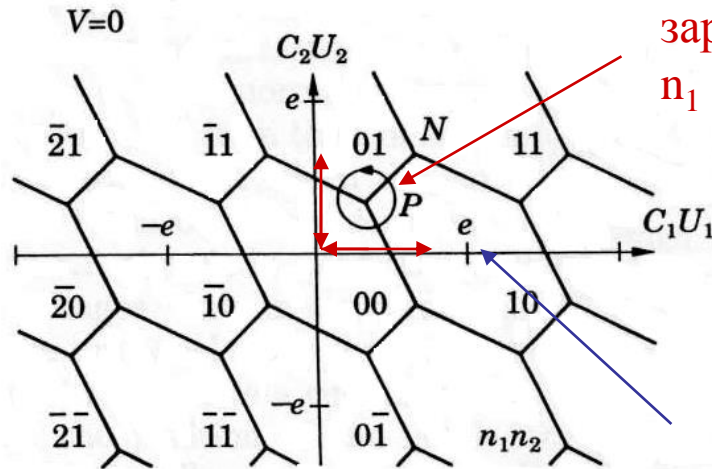


NIN переходы. Одноэлектронный “насос” – стандарт тока

Pothier, Lafarge, Urbina, Esteve, Devoret (1992)

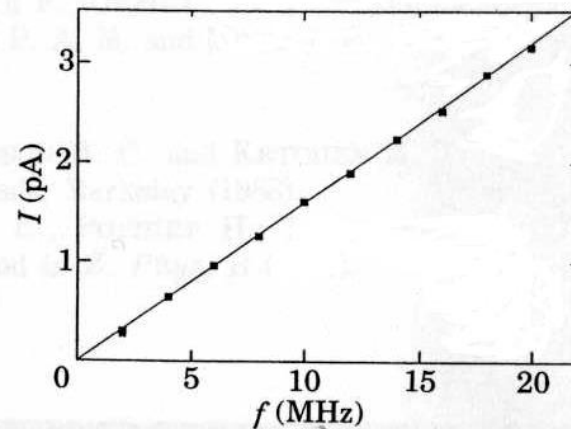
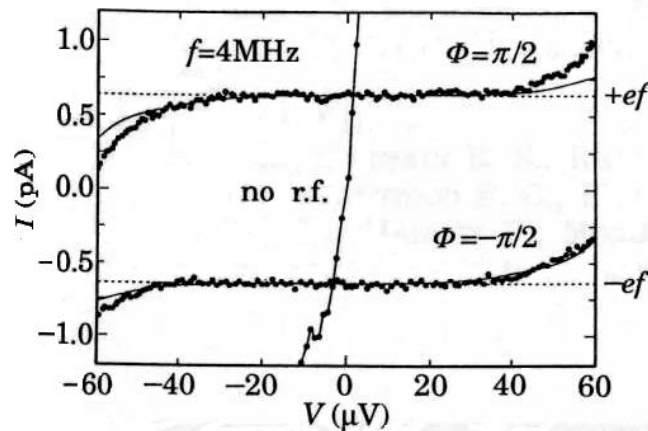


Сдвинутые по фазе два ВЧ напряжения U_1 и U_2



Циклическое изменение зарядовых состояний n_1 и n_2

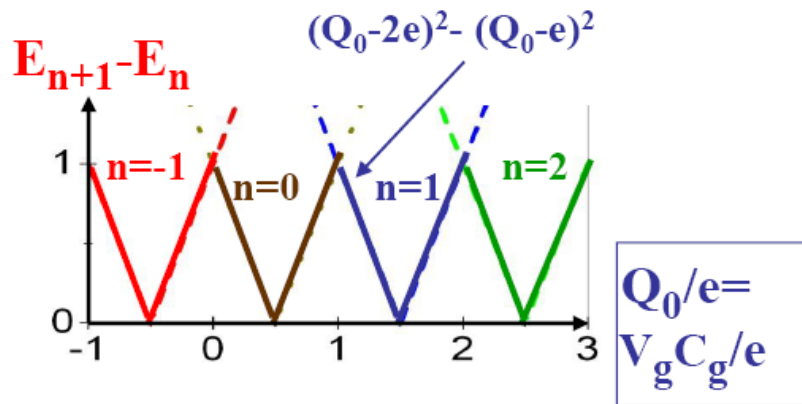
$$I = ef$$



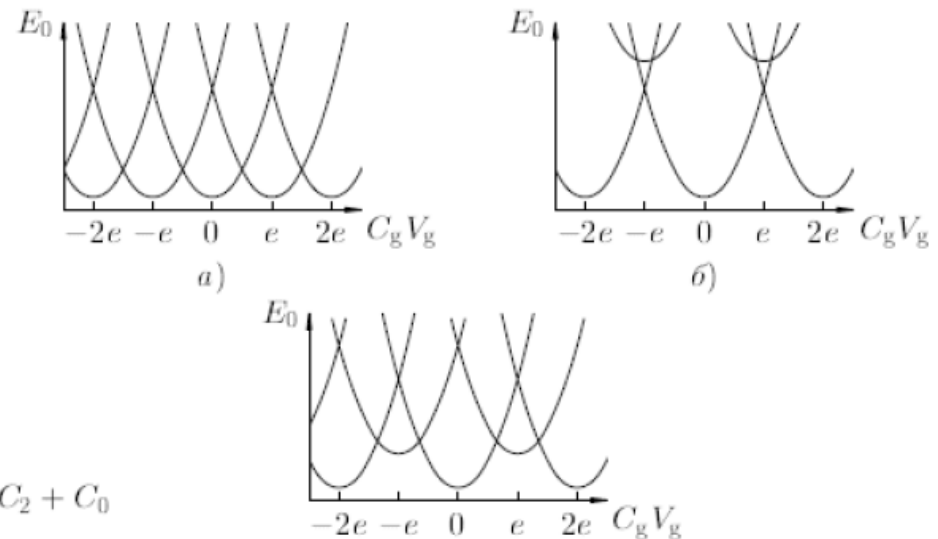
Эффекты четности.

При температурах $T \ll T_c$ большая часть электронов в сверхпроводнике образует куперовские пары и лишь экспоненциально малая их доля (порядка $e^{-\Delta/k_B T}$) находится в возбужденных состояниях с энергией $E > \Delta$ (это следует из выражения (45.9) для функции распределения f_k). Это означает, что для изолированного островка сверхпроводящего металла имеет смысл вопрос о четности полного числа электронов на нем. Действительно, если

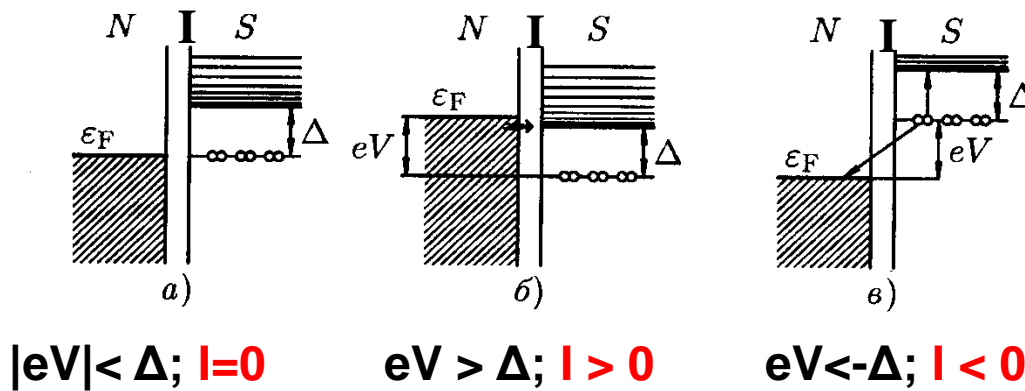
число электронов четно, то при $T = 0$ все они образуют пары; в противном случае какой-то электрон остается неспаренным, т. е. энергия всего островка будет выше на величину минимальной энергии возбуждения Δ_0 . Напомним (см. (44.17)), что плотность



$$U_{el}(n, V_g) = \frac{(en)^2}{2C} - \frac{ne}{C} C_g V_g, \quad C = C_g + C_1 + C_2 + C_0$$



Туннелирование между нормальным металлом и сверхпроводником. Туннельный NIS-переход. $T=0$.



$$2\Delta - \Delta - eU \leq 0$$

$$eU \geq \Delta$$

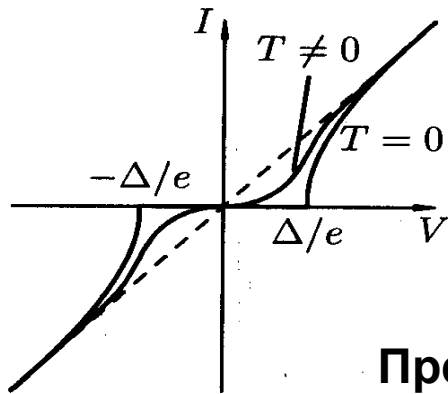
$$I_{\text{sn}}(T=0) = \frac{2\pi eA}{\hbar} \int_{\Delta}^{eV} dE' |T|^2 N(\epsilon - eV) N(E') = \frac{2\pi e^2 A N^2(0) |T|^2}{\hbar} \int_{\Delta}^{eV} dE' \frac{E'}{\sqrt{E'^2 - \Delta^2}}$$

\nwarrow
 $1/R_T$

$$N(E) = N(0) \frac{E}{\sqrt{E^2 - \Delta_0^2}}$$

$$I = \frac{1}{eR_T} \sqrt{(eV)^2 - \Delta^2}$$

Туннелирование между нормальным металлом и сверхпроводником. Туннельный NIS-переход. $T \neq 0$



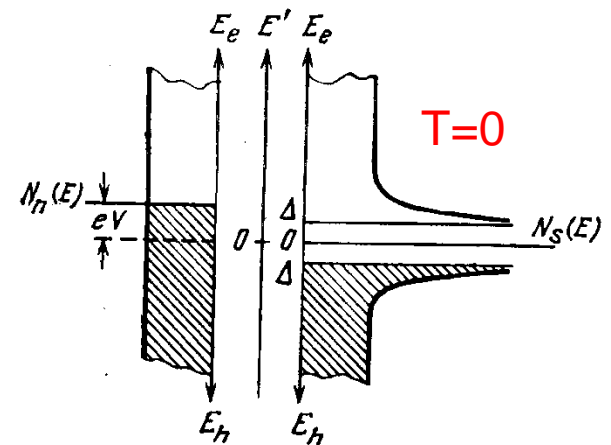
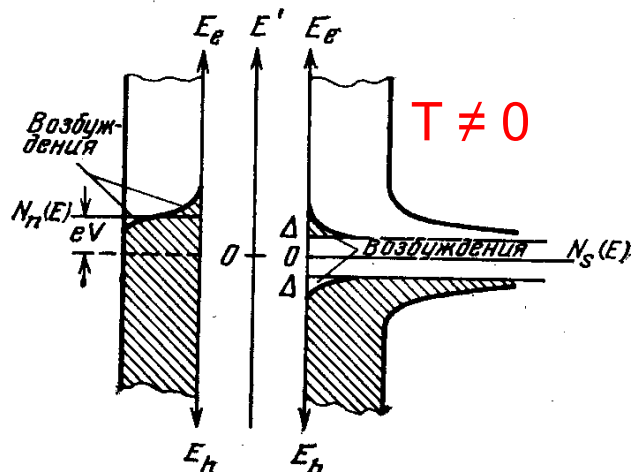
$$I = \frac{1}{eR_T} \sqrt{(eV)^2 - \Delta^2}$$

“размывается” при $T \neq 0$

Представление в диаграммах “полупроводникового” типа (наглядно, но не содержит реальной «физики»)

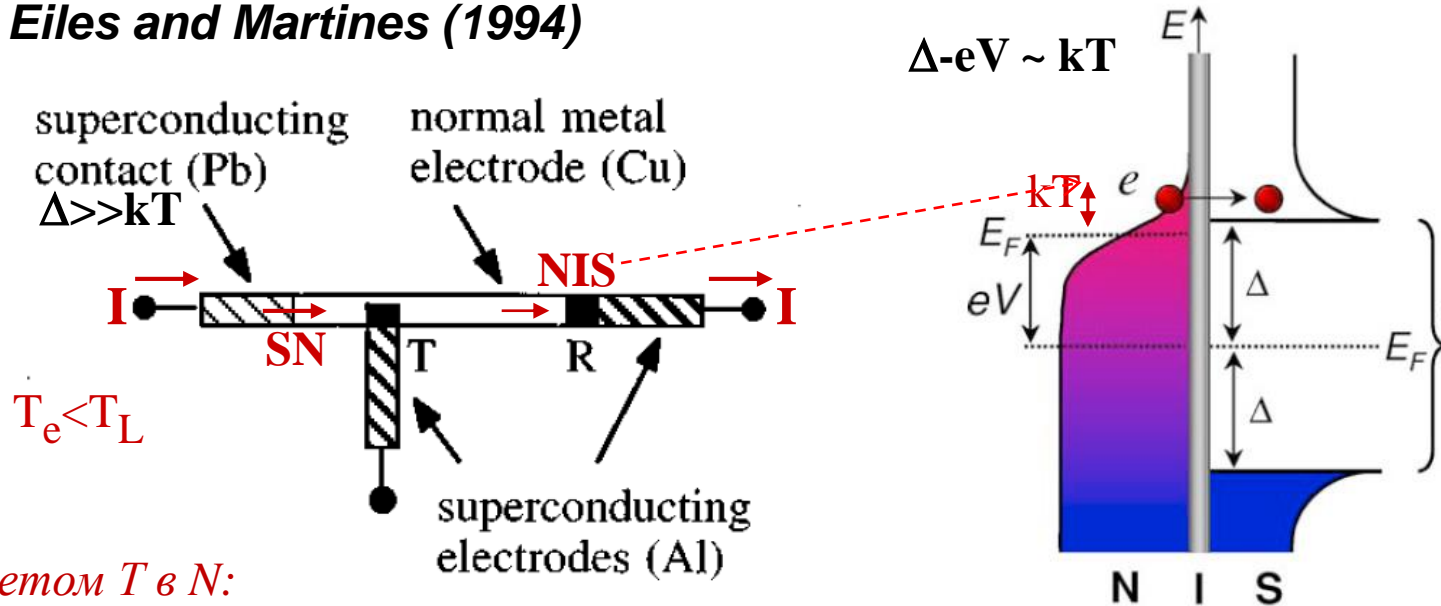
$$U \geq \Delta/e \quad ?$$

$$N(E) = N(0) \frac{E}{\sqrt{(E^2 - \Delta_0^2)}}$$



Электронный микрорефрижератор, основанный на туннельном NIS переходе

Nahum, Eiles and Martines (1994)



(11.NIS) с учетом T в N:

$$I = \frac{1}{eR_T} \int_{\Delta}^{\infty} f_0(E - eV) [N_s(E) / N(0)] dE = \frac{1}{eR_T} \int_{\Delta}^{\infty} \frac{1}{\exp[(E - eV)/kT] + 1} \frac{E}{\sqrt{E^2 - \Delta^2}} dE$$

R_T – тунн. сопротивление NIS перехода в норм. сост.;

Можно показать, что: $I \approx kT/(eR_T)$ at $eV \approx \Delta \gg kT$

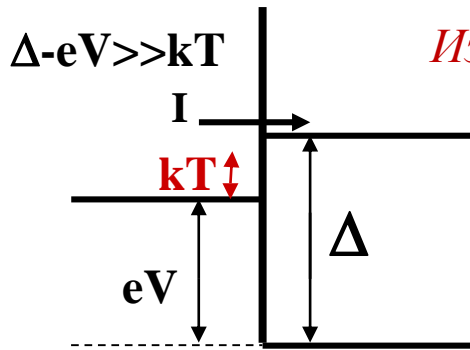
Переносимая тепловая мощность: $P_N \sim I^2(E - eV)R_T$

Максимальное охлаждение
 $P_{N,max} \approx (kT)^2/(e^2 R_T)$ при $eV \approx \Delta$
1.5 pW при $T=300$ mK
 (охлаждение до 200 mK)

Чувствительный электронный термометр

Nahum, Martines (1993)

I- смещенный NIS термометр: $\Delta - eV \gg kT$
(охлаждающий эффект мал)



Из (11.NIS) с учетом T в N :

$$I \sim \frac{kT}{eR_T} \exp\left(-\frac{\Delta - eV}{kT}\right) \quad \frac{eR_T I}{kT} \sim \exp\left(-\frac{\Delta - eV}{kT}\right)$$

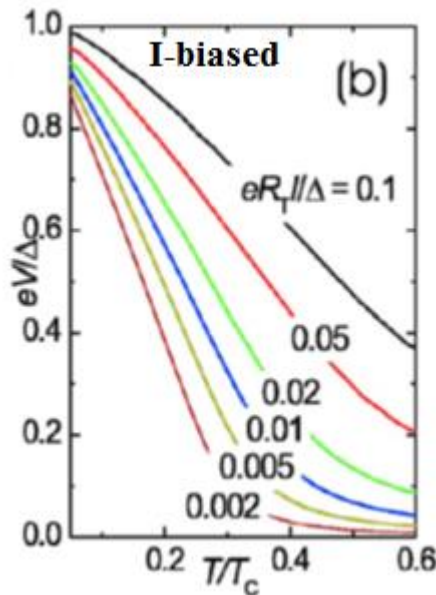
Чувствительность dV/dT ?

подставим

$$\frac{eR_T I}{k} \frac{d}{dT} \frac{1}{T} = \frac{d}{dT} \exp\left(-\frac{\Delta - eV}{kT}\right) = \exp\left(-\frac{\Delta - eV}{kT}\right) \left(\frac{e}{kT} \frac{dV}{dT} - \frac{\Delta - eV}{kT^2} \right)$$

$$\frac{e}{k} \frac{dV}{dT} = \frac{\Delta - eV}{kT} - 1 \approx \frac{\Delta - eV}{kT} \quad \text{для } \Delta - eV \gg kT;$$

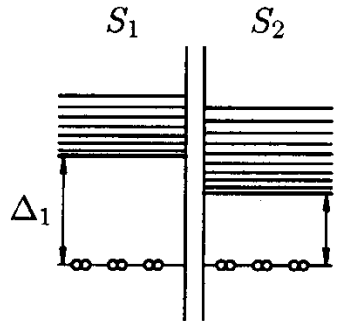
$dV/dT \approx 0.6$ мкВ/мК при 40 мК



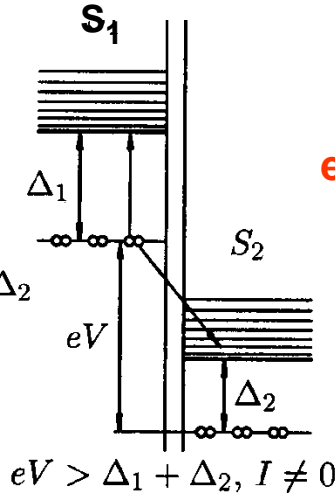
С помощью сканирующего туннельного микроскопа можно измерять локальную электронную температуру сверхпроводника (нормального металла), используя N(S) tip.

Туннелирование между двумя сверхпроводниками. Туннельный SIS-переход (квазичастичный ток).

$T=0$

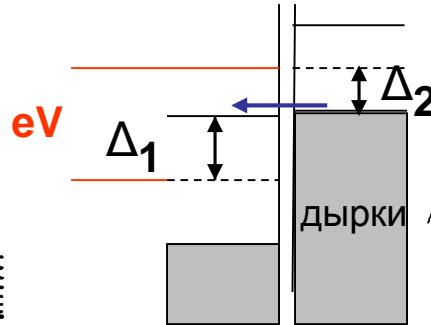


$$V = 0, I = 0$$



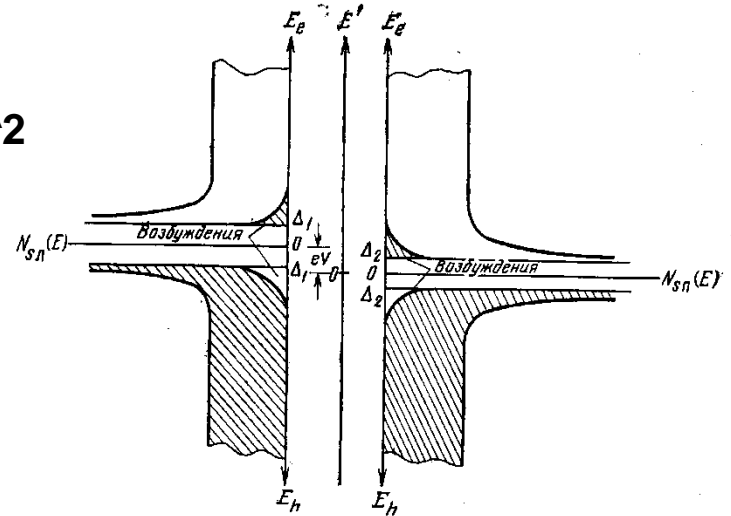
$$eV > \Delta_1 + \Delta_2, I \neq 0$$

$T=0$



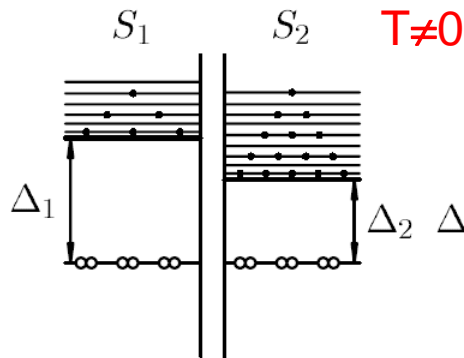
$$eV = \Delta_1 + \Delta_2$$

$T \neq 0$

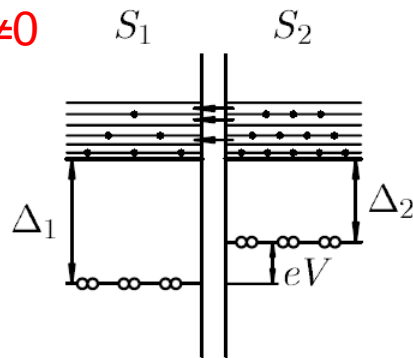


$$2\Delta_1 - (eU + \Delta_1 - \Delta_2) < 0$$

$$eU > \Delta_1 + \Delta_2$$

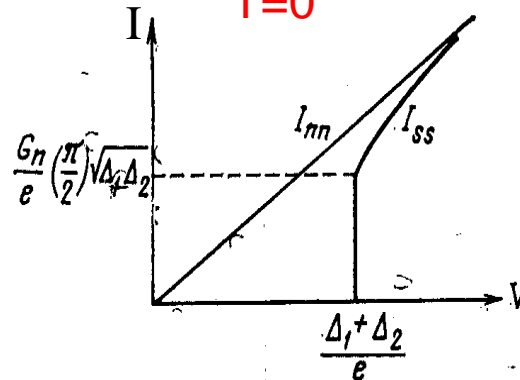


$$V=0$$

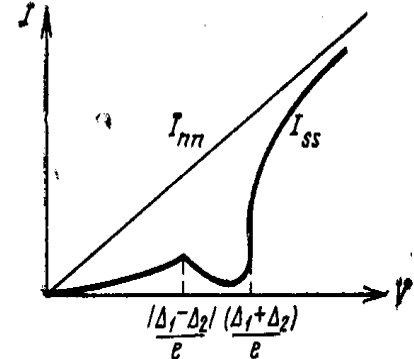


$$eV = \Delta_1 - \Delta_2$$

$T=0$

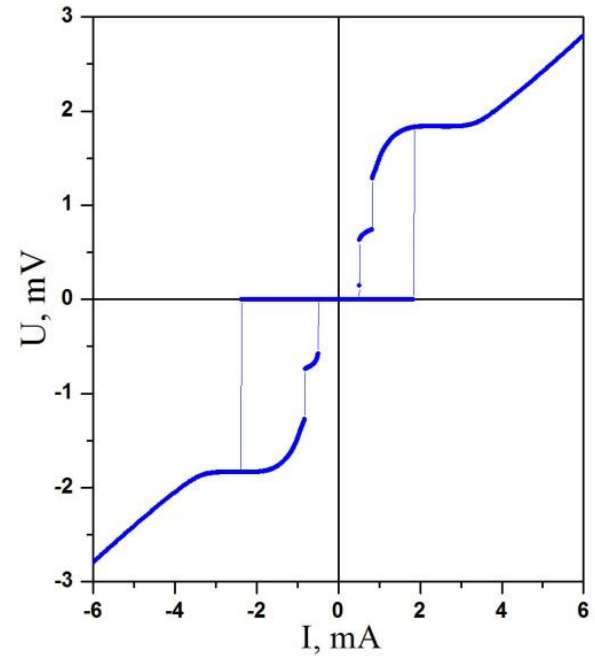
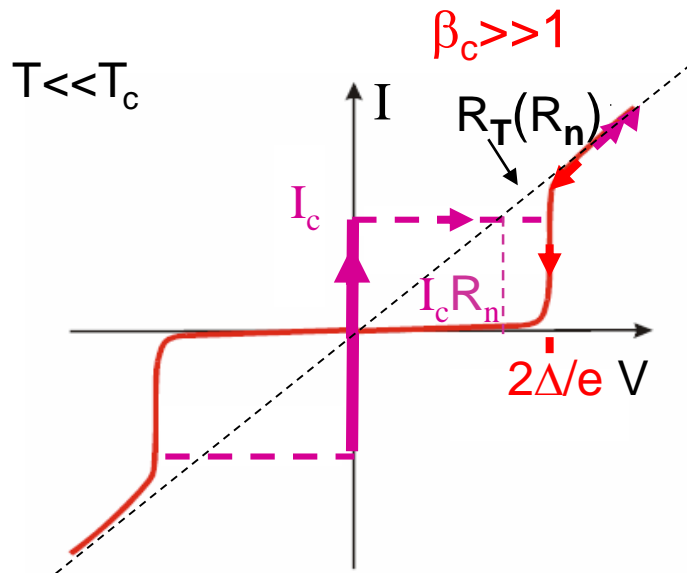


$T \neq 0$



Пик при «разности щелей»

NRCSJ-модель



Формула Амбегаокара-Баратова

$$I_c(T) = \frac{\pi \Delta(T)}{2eR_n} \text{th} \left(\frac{\Delta(T)}{2k_B T} \right)$$

При $T=0$ $\text{th}(\dots)=1$:

$$I_c(0)R_n = \frac{\pi}{4} \frac{2\Delta(0)}{e}$$

$$I_c R_n = \frac{\pi}{2} \frac{\Delta(0)}{e}$$

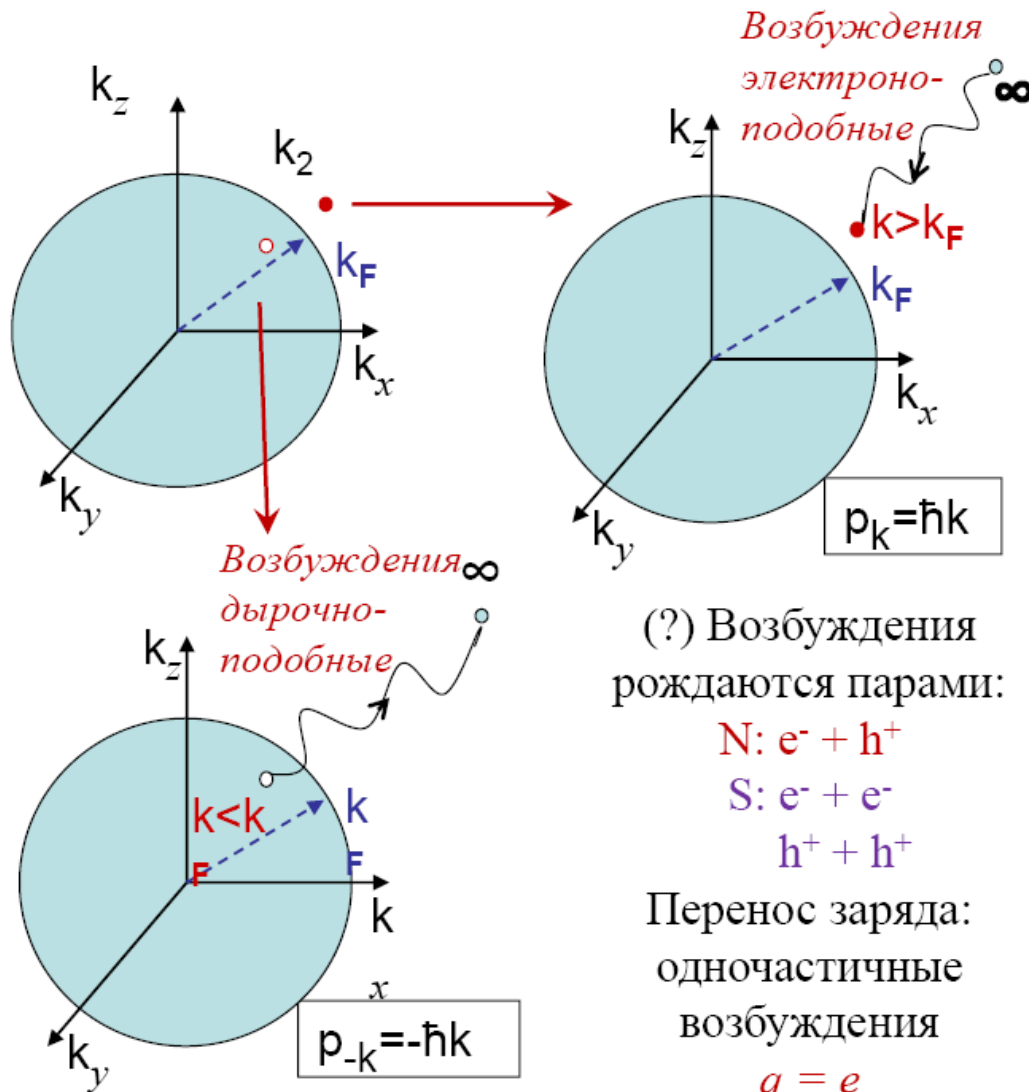
Конец темы
«Туннельные эффекты
в сверхпроводниках»

Перерыв

Перерыв?

Как выглядит перенос заряда со стороны N в S?

Основное состояние при $T = 0$: Ферми сфера



(?) Возбуждения рождаются парами:

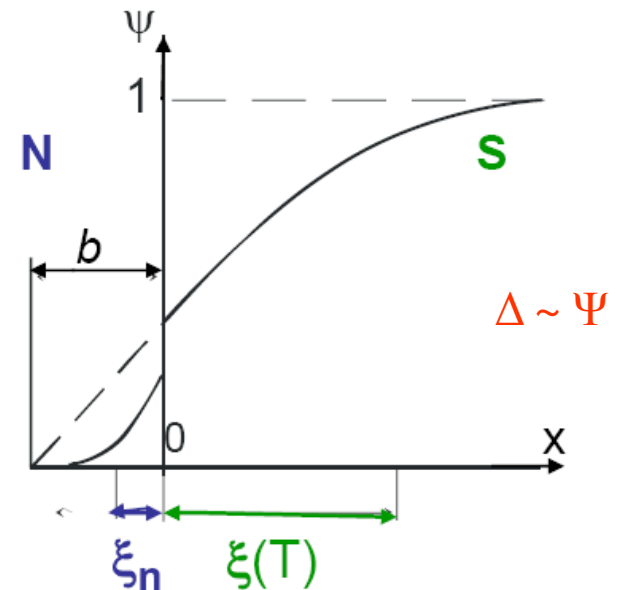
$$N: e^- + h^+$$

$$S: e^- + e^-$$

$$h^+ + h^+$$

Перенос заряда:
одночастичные
возбуждения
 $q = e$

Эффект близости на NS-границе



Время жизни: $\Delta E \Delta t \sim \hbar$ $\Delta t \sim \hbar / \Delta$

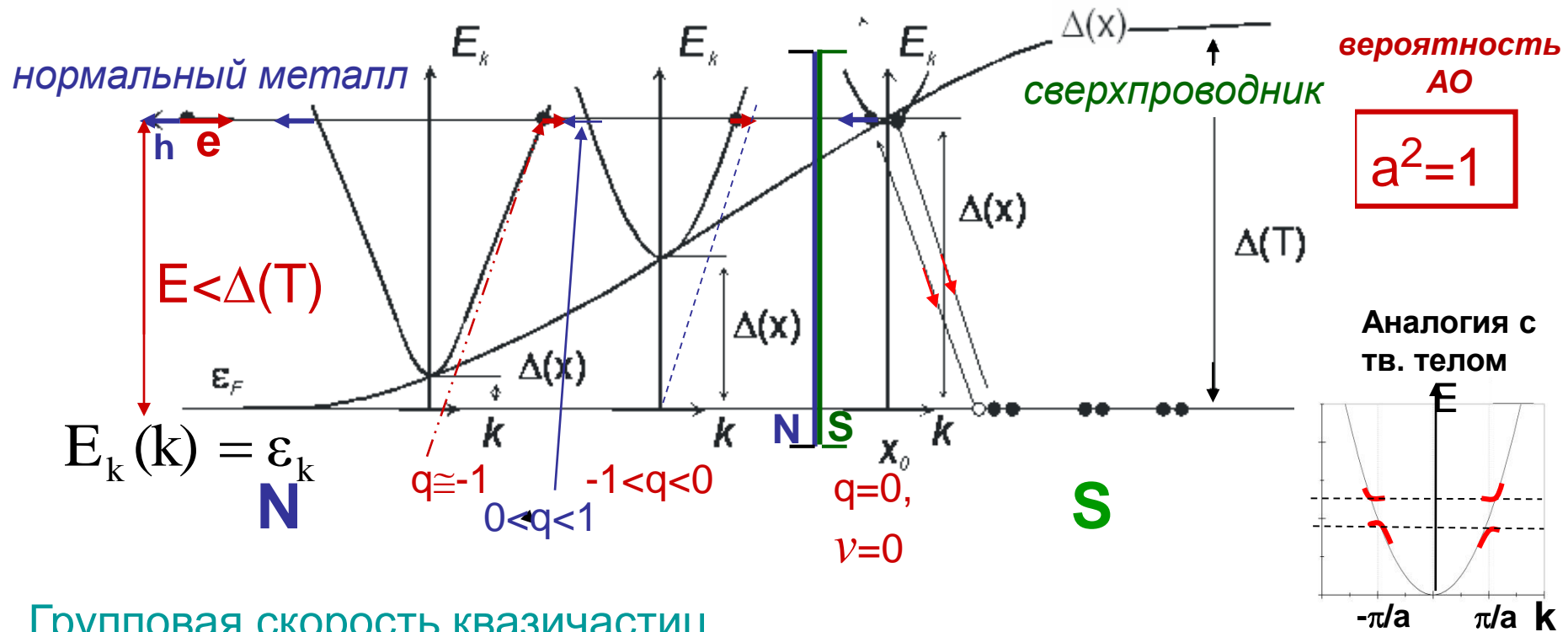
Длина когерентности в N:

$$\xi_0 \sim v_F \Delta t \sim \hbar v_F / \Delta$$

Перенос заряда идет парами:

$$q = 2e$$

Андреевское отражение на NS-границе

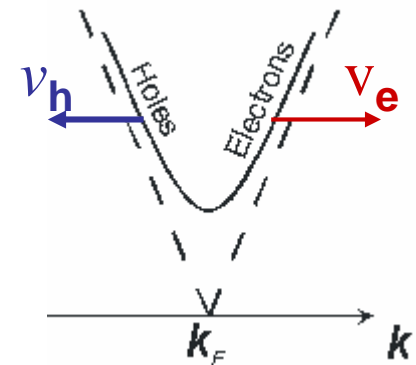


Групповая скорость квазичастиц

$$v_{gr} = \frac{\partial E}{\partial p} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial \varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial k} = \frac{\varepsilon}{E} v_F$$

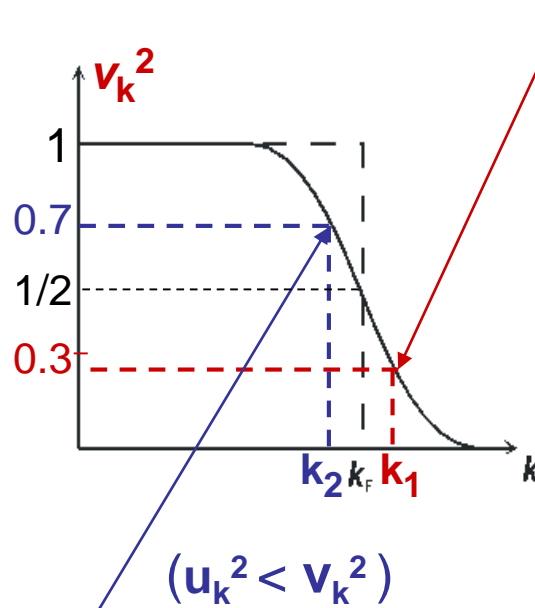
$$\varepsilon_k \approx \hbar v_F (k - k_F)$$

$$E_k = \sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_0^2}$$



Какой процесс этим описывается?

Заряд квазичастиц в сверхпроводнике



Электроно-подобные квазичастицы ($u_k^2 > v_k^2$)

1) Парное состояние $(k_1, -k_1)$ с $k_1 > k_F$ и $v_k^2 \cong 0.3$ $u_k^2 \cong 0.7$

Состояния k_1 и $-k_1$ оба заполнены с вероятностью ~ 0.3
(пары “пребывают” в этом состоянии около 1/3 времени)

Создать квазичастицу в состоянии k_1 , это значит:

- состояние k_1 всегда заполнено: $+\Delta q = +0.7e = u_k^2 e$
- состояние $-k_1$ всегда пусто: $-\Delta q = -0.3e = -v_k^2 e$

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$$

Полный заряд такого возбуждения $q_{k1} = -0.4|e|$ отрицательный!

Дырочно-подобные квазичастицы

2) Парное состояние $(k_2, -k_2)$ с $k_2 < k_F$ и $v_k^2 \cong 0.7$

(пары “пребывают” в этом состоянии около 2/3 времени)

Квазичастицы в состоянии k_2 : - состояние k_2 всегда пусто: $-\Delta Q = -0.7e$

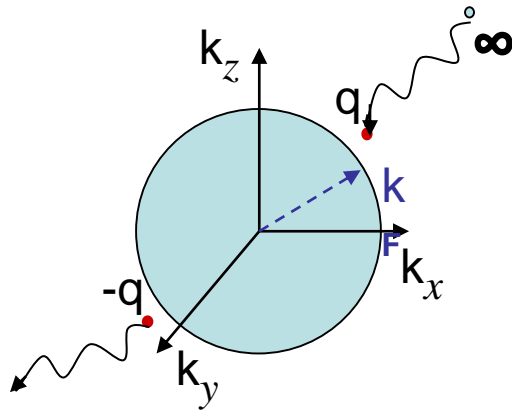
- состояние $-k_2$ всегда заполнено: $+\Delta Q = +0.3e$

Полный заряд такого возбуждения $Q_{k2} = +0.4|e|$ положительный!

$$q_k = v_k^2 - u_k^2$$

Заряд квазичастиц с $k = k_F$ равен нулю: $Q_{kF} = 0$!!!

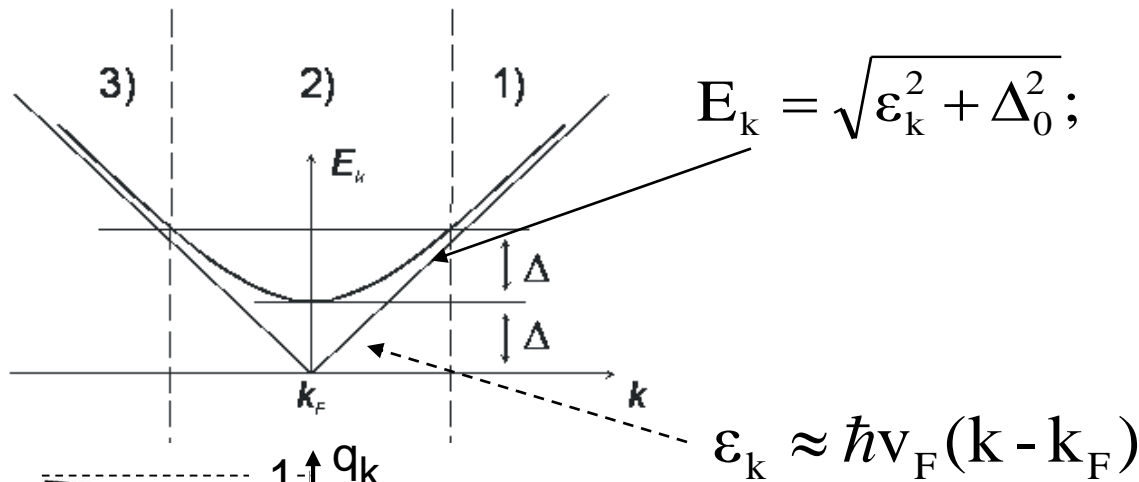
Заряд квазичастиц (II)



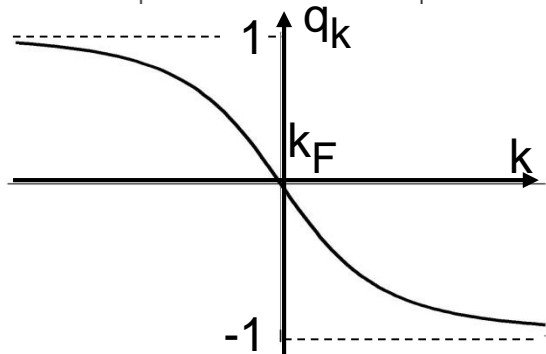
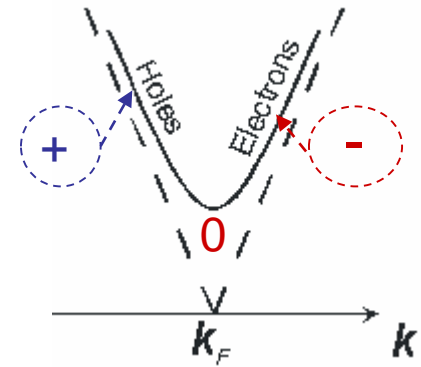
$$q_k = v_k^2 - u_k^2 = -\varepsilon_k / E_k \quad (9.14 a)$$

$$v_k^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\varepsilon_k}{E_k} \right)$$

$$u_k^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\varepsilon_k}{E_k} \right)$$



$$v_{gr} = \frac{\varepsilon}{E} v_F = -v_F q$$



$$q_k = -\varepsilon_k / (\varepsilon_k^2 + \Delta^2)^{1/2}$$

$$q_k > 0 \text{ для } k < k_F; \quad q_k < 0 \text{ для } k > k_F$$

Андреевское отражение на NS-границе для $E > \Delta$

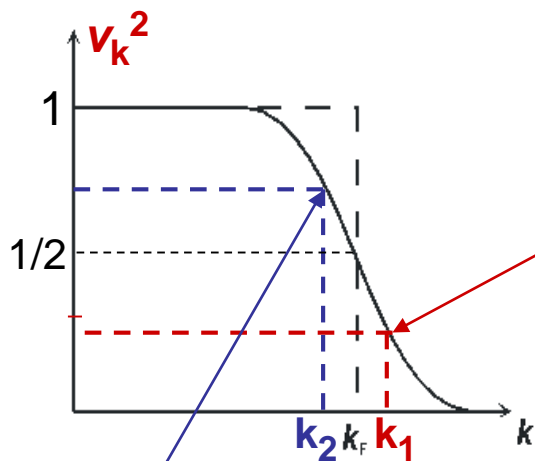
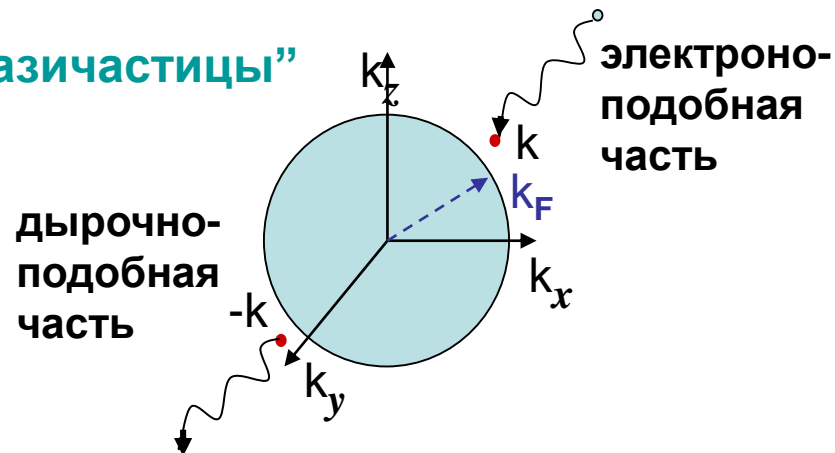
Боголюбовские квазичастицы

Двух-компонентные “Боголюбовские квазичастицы”

$$u^2 = 0.7 \quad \text{доля “электронности”} \quad (9.16)$$

$$\Psi = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \exp(i k_F x) \quad k \approx k_F$$

$v^2 = 0.3$ доля “дырочности”

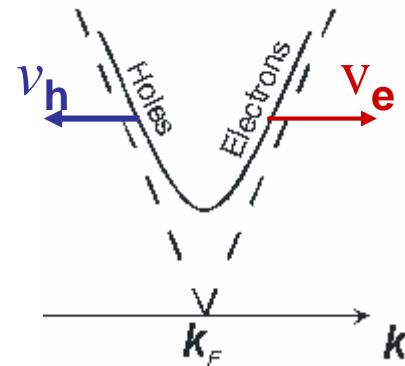


В целом электроно-подобные квазичастицы при $u_k^2 > v_k^2$

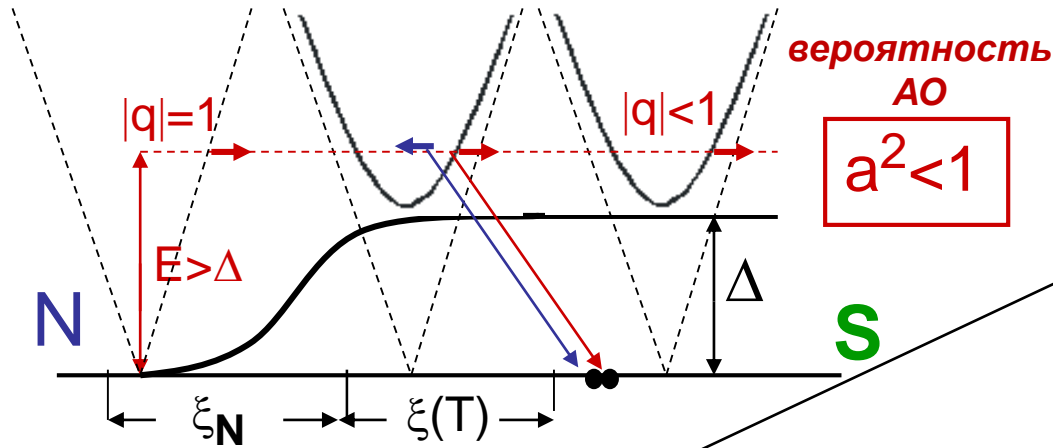
В целом дырочно-подобные квазичастицы при $u_k^2 < v_k^2$

$$u_k^2 = 1 - v_k^2$$

$$q_k = v_k^2 - u_k^2$$



Андреевское отражение на NS-границе для $E > \Delta$



Налетающий электрон:

$$\Psi_{fl} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \exp(i k_F x)$$

доля "электронности" (red arrow pointing to 1)
доля "дырочности" (blue arrow pointing to 0)

Отраженная дырка:

$k \approx k_F$ и для налетающего электрона и
для отраженной дырки

$$\Psi_{ref} = a \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \exp(-i k_F x)$$

доля "электронности" (red arrow pointing to 0)
доля "дырочности" (blue arrow pointing to 1)

Прошедший электрон:
(неравновесный электрон)

$$\Psi_{tr} = b \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \exp(i k_F x)$$

red arrow pointing to b

налет. отр. прош.

электр. часть $1 + 0 = bu$;

дырочн. часть $0 + a = bv$;

$$b = 1/u;$$

$$a = |v/u| \text{ для } E \geq \Delta$$

$$= 1 \text{ для } E < \Delta$$

*Изменение заряда высоко-
энергетических электронов.*

Андреевские уровни

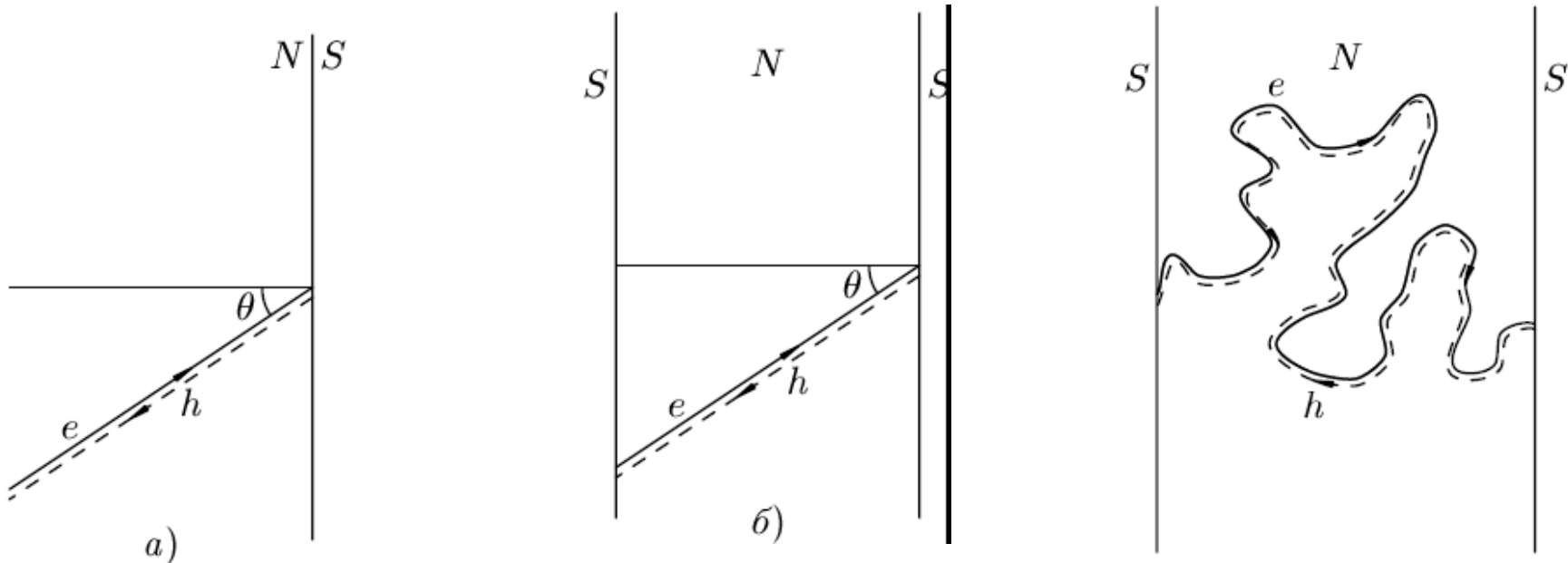
1. Отражение не зеркальное.
2. В баллистических SNS-мостиках возникают андреевские уровни, отвечающие за перенос сверхтока.
3. Полный ток через NS-границу дается усреднением по направлениям.
4. В диффузных мостиках уровень один и уширенный.

$$t_{\text{дифф}} = d^2/D \gg d/v_F, \text{ где } D = lv_F/3.$$

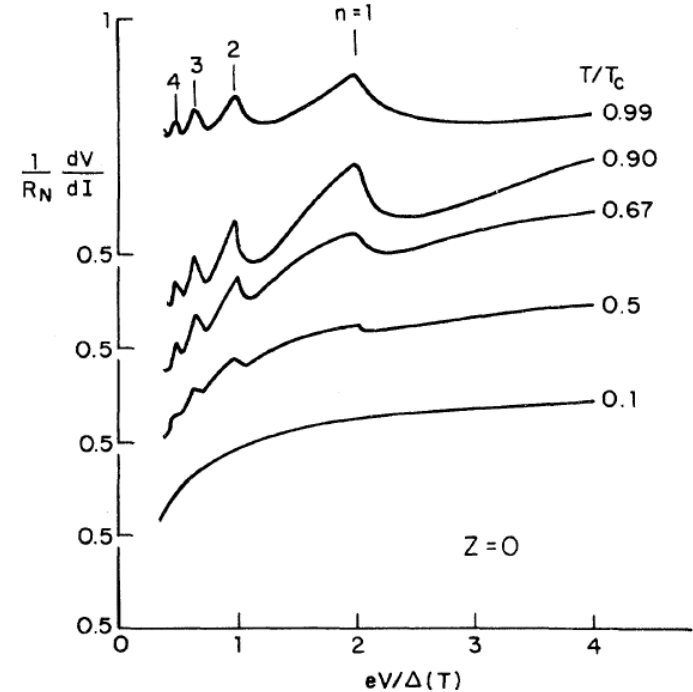
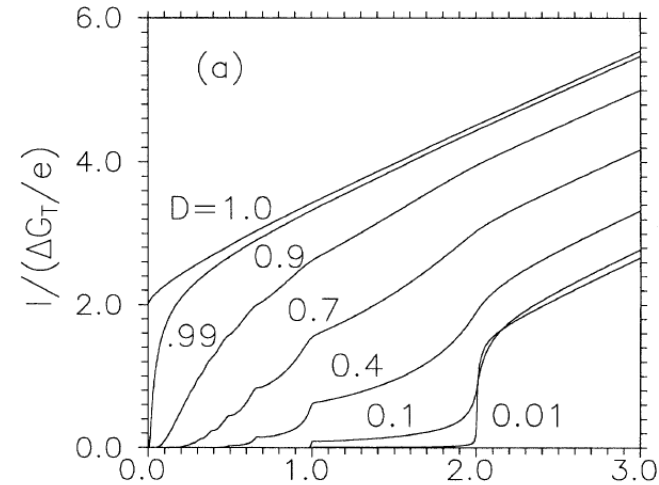
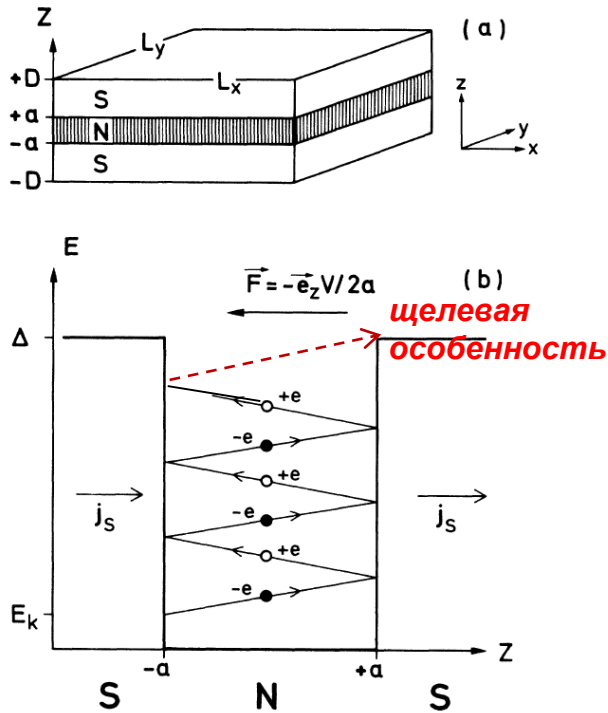
$$t_{\text{пер}} = 2d/v_F |\cos \theta|$$

$$E_0 = E_{n+1} - E_n = 2\pi\hbar/t_{\text{пер}} = \pi\hbar v_F |\cos \theta|/d.$$

$$\hbar/t_{\text{дифф}} = \hbar D/d^2 \equiv E_d.$$



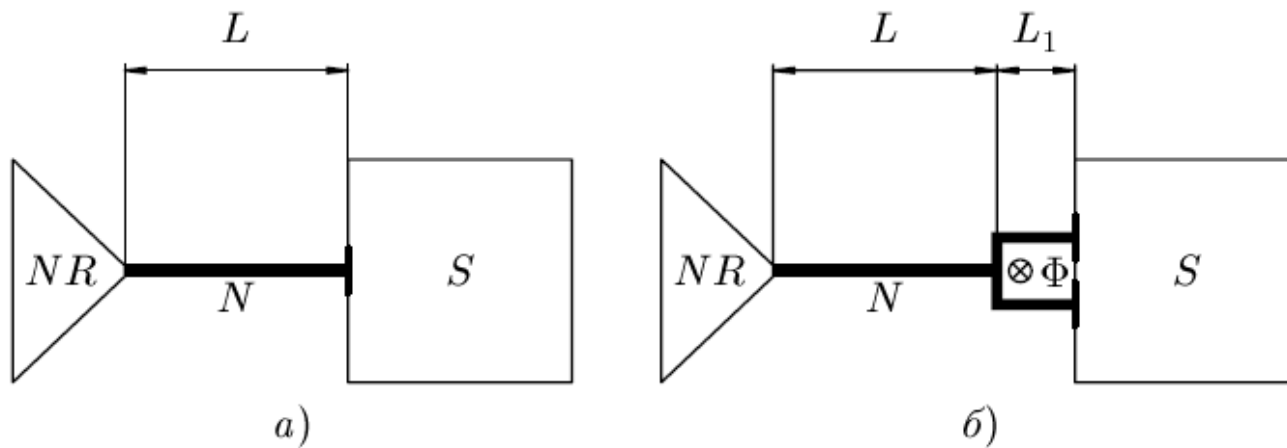
Множественное андреевское отражение в SNS-структурах



M. Octavio, M. Tinkham, G. E. Blonder, T. M. Klapwijk,
Phys. Rev. B 27, 6739 (1987)

D. Averin, A. Bardas, Phys. Rev. Lett. 75, 1831
(1995)

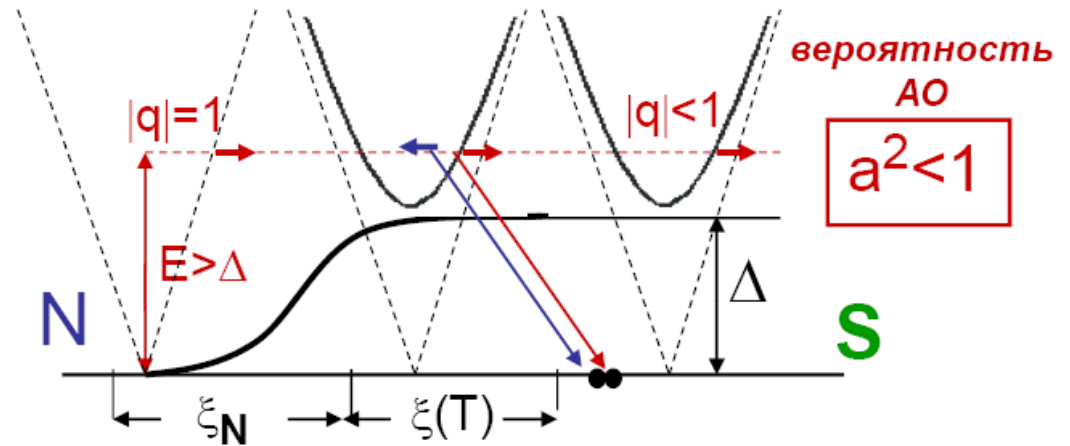
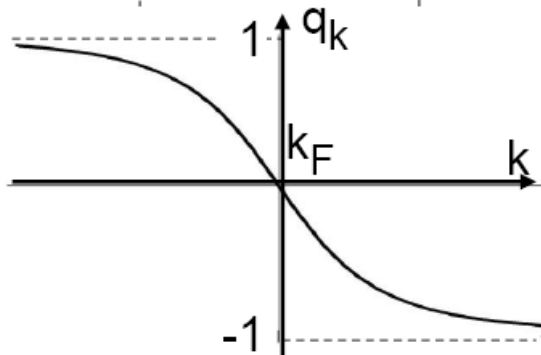
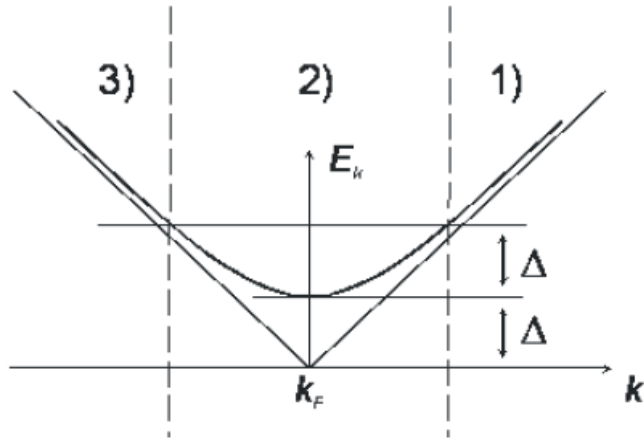
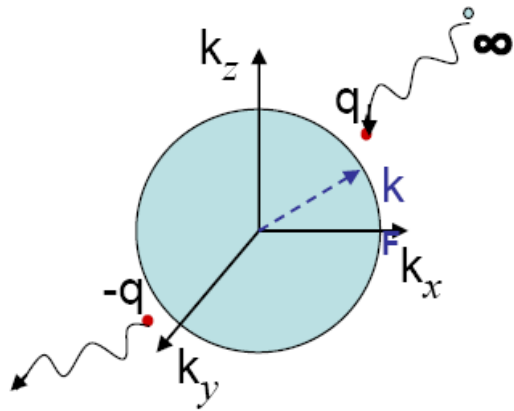
NIS интерферометр



$$G_A^{\text{вилка}} = G_A^{(1)} + G_A^{(2)} + G_A^{\text{int}} \cos \frac{2\pi\Phi}{\Phi_0}.$$

Неравновесные явления в сверхпроводниках

Координатная зависимость функции распределения



АО: рассматриваем координатную зависимость спектра квазичастичных возбуждений.

Неравновесные явления:

1. Исчезают при снятии внешнего *воздействия*.
2. *Могут* вызывать координатную зависимость ферми-жидкостных характеристик.

k - пространство: делокализованные плоские волны

Микроволновое стимулирование сверхпроводимости

$$\hbar\omega < 2\Delta_0 = 3.52 k_B T_c$$

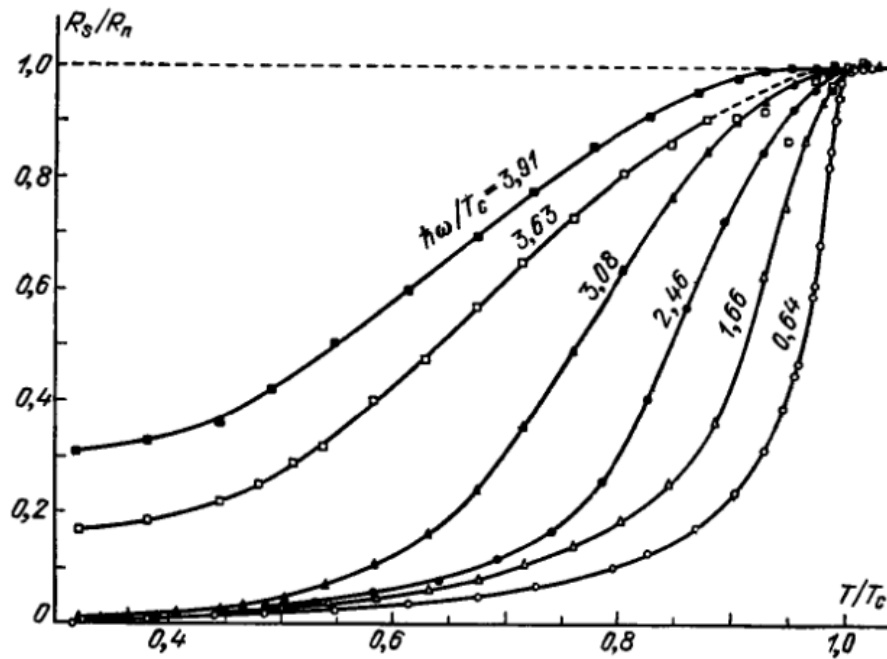
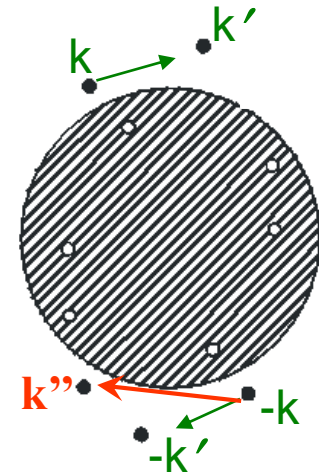


Рис. 19.4

$$T \neq 0$$



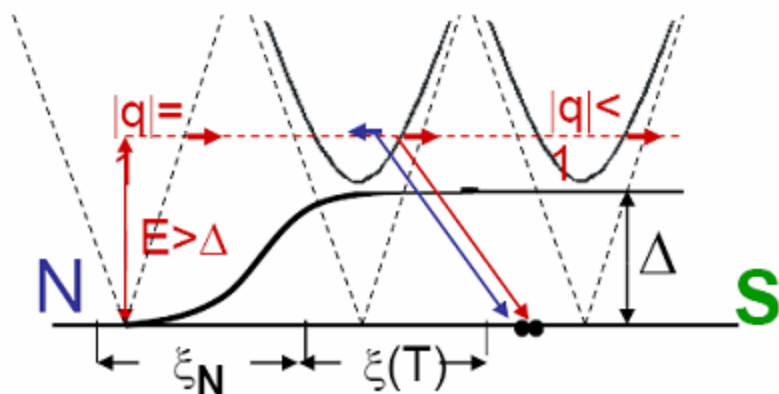
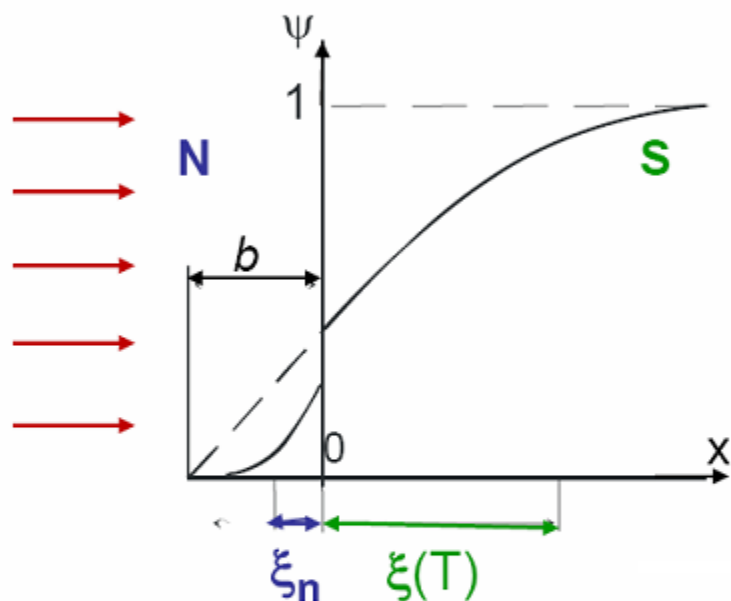
$$\hbar\omega > 2\Delta_0 = 3.52 k_B T_c$$

$$\Delta(T) = V \Sigma' v_k u_k (1 - 2f_k)$$

Инжекция тока квазичастиц

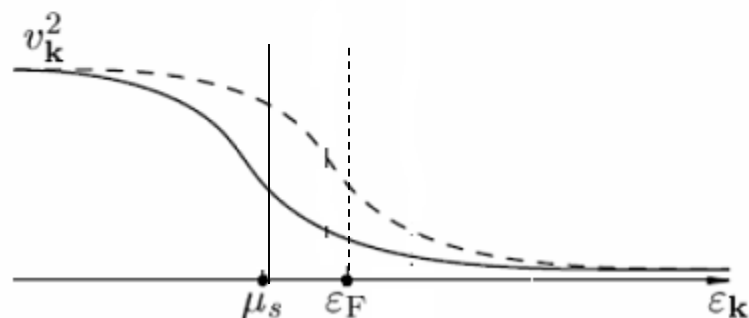
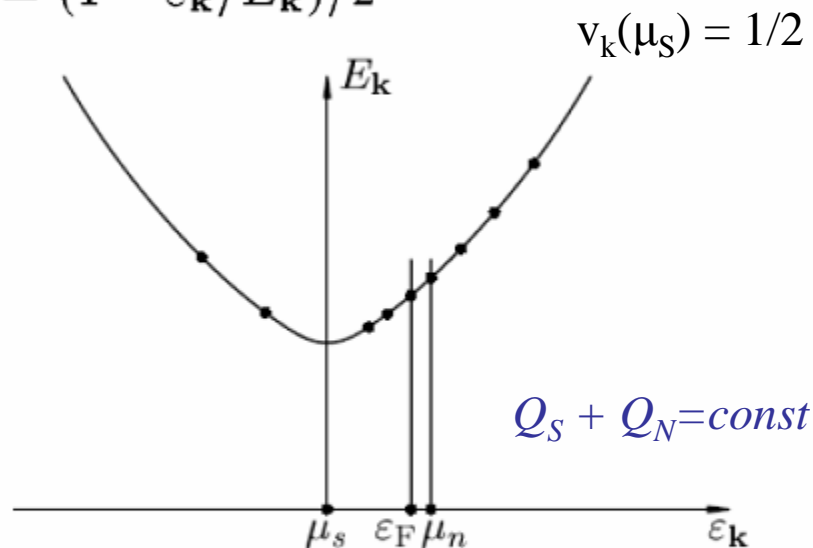
Ток: локальное воздействие

Облучение: нелокальное воздействие



$$Q = \sum_{\mathbf{k}} q_{\mathbf{k}} f_{\mathbf{k}}, \quad \varepsilon_{\mathbf{k}} = \hbar^2 k^2 / 2m - \mu_s$$

$$v_{\mathbf{k}}^2 = (1 - \varepsilon_{\mathbf{k}} / E_{\mathbf{k}}) / 2$$



$$Q = 2N(0)(\varepsilon_F - \mu_s) \quad \partial Q / \partial x = 2N(0) \partial \mu_s / \partial x$$

Инжекция неравновесных квазичастиц

II закон Ньютона для s-электронов

$$\frac{d}{dt}(m\mathbf{v}_s) = -\frac{e}{c}\dot{\mathbf{A}} - e\nabla\varphi - \nabla\mu_s$$

Существование электрического поля не ускоряющего конденсат

$$\varphi_{\text{экс}} = e\varphi + \mu_s = \text{const}$$

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi = \frac{1}{e}\nabla\mu_s \quad \mathbf{E} = -\frac{1}{2eN(0)}\nabla Q$$

Условие равновесия: квазичастицы в движении непрерывно релаксируют в конденсат

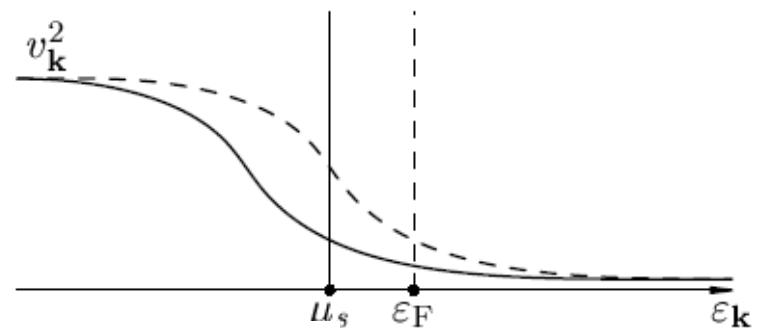
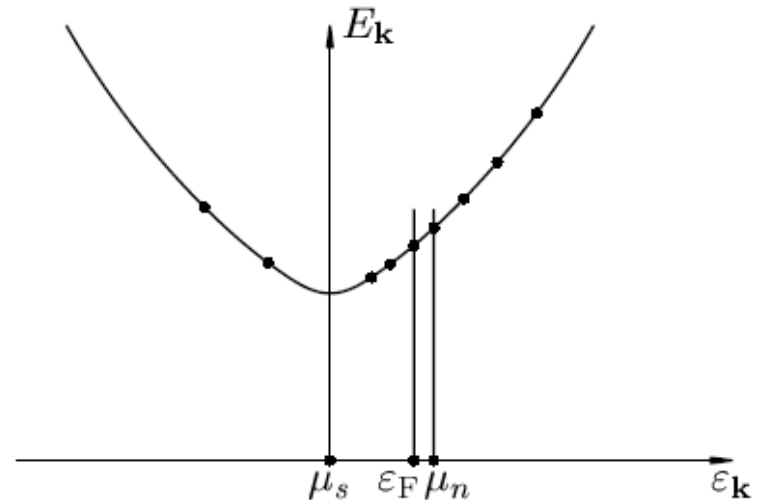
$$\mathbf{j}_n = \sigma\mathbf{E}, \quad \text{div}\mathbf{j}_n = -eQ/\tau_Q,$$

$$\nabla^2 Q = \frac{1}{\lambda_Q^2}Q, \quad Q \propto \exp(-x/\lambda_Q)$$

$$\lambda_Q^2 = \frac{\sigma\tau_Q}{2e^2N(0)}$$

$$Q = \sum_{\mathbf{k}} q_{\mathbf{k}} f_{\mathbf{k}}, \quad \varepsilon_{\mathbf{k}} = \hbar^2 k^2 / 2m - \mu_s$$

$$v_{\mathbf{k}}^2 = (1 - \varepsilon_{\mathbf{k}}/E_{\mathbf{k}})/2$$



$$Q = 2N(0)(\varepsilon_F - \mu_s) \quad \partial Q/\partial x = 2N(0) \partial \mu_s/\partial x$$

Избыточное сопротивление NS-границы

Преобразуем λ_Q через проводимость σ

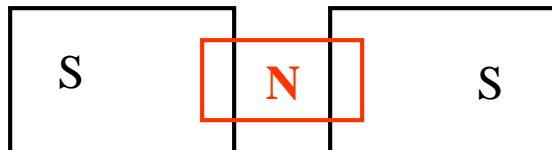
$$\lambda_Q^2 = \frac{\sigma \tau_Q}{2e^2 N(0)}. \quad \sigma = \frac{2}{3} e^2 N(0) l v_F$$

$$\lambda_Q = \left(\frac{l v_F \tau_Q}{3} \right)^{1/2} = (D \tau_Q)^{1/2},$$

Электрическое поле проникает в сверхпроводник

$$Q \propto e^{-x/\lambda_Q} \quad \mathbf{E} = -\frac{1}{2eN(0)} \nabla Q$$

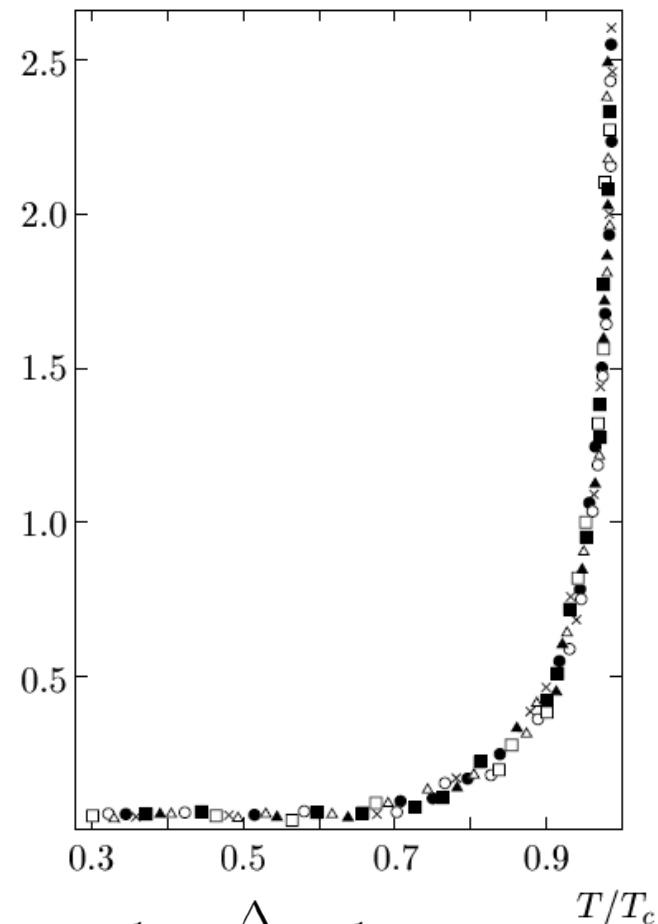
$$E = E_0 \exp(-x/\lambda_Q)$$



$$R_{\text{изб}} = Z(T) \rho \lambda_Q / S,$$

Z – характеризует вклад андреевского отражения

$R_{\text{изб}}, 10^{-9} \text{ Ом}$



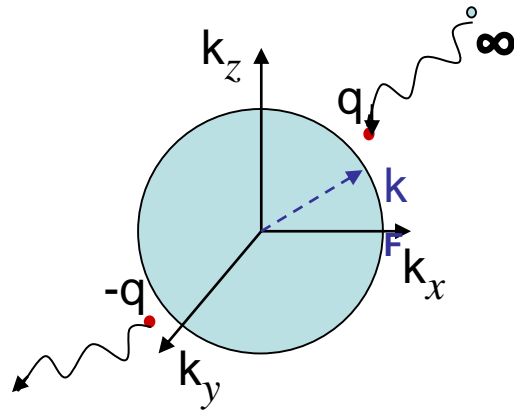
$$\tau_Q^{-1} \sim \frac{\Delta}{k_B T} \tau_E^{-1}.$$

$$\tau_E^{-1} \sim \frac{k_B T}{\hbar} \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^2$$

$$\Delta \propto (1 - T/T_c)^{1/2}$$

$$\lambda_Q \propto (1 - T/T_c)^{-1/4}$$

Заряд квазичастиц (II)

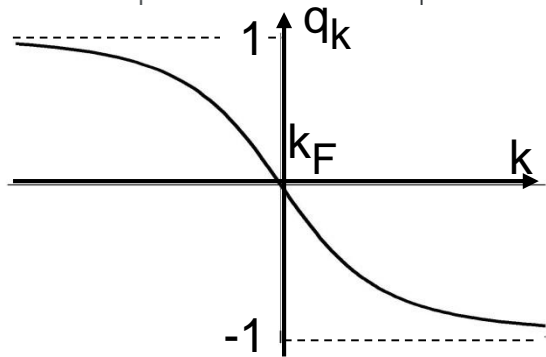
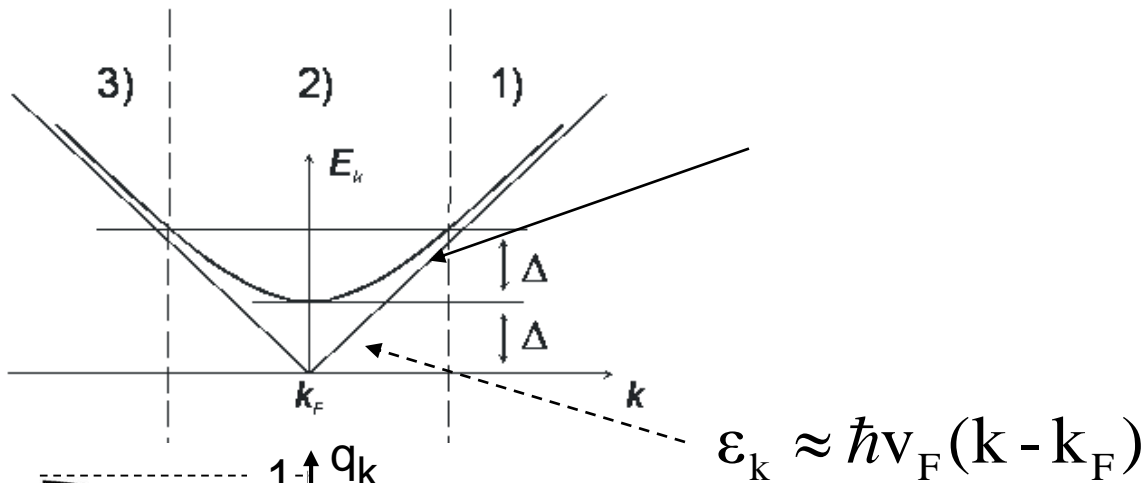


$$\tau_Q^{-1} \sim \frac{\Delta}{k_B T} \tau_E^{-1}.$$

$$\tau_E^{-1} \sim \frac{k_B T}{\hbar} \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^2$$

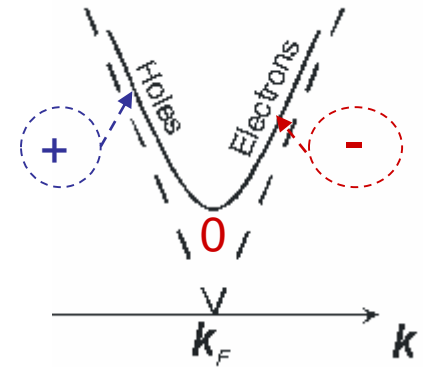
$$\Delta \propto (1 - T/T_c)^{1/2}$$

$$\lambda_Q \propto (1 - T/T_c)^{-1/4}$$



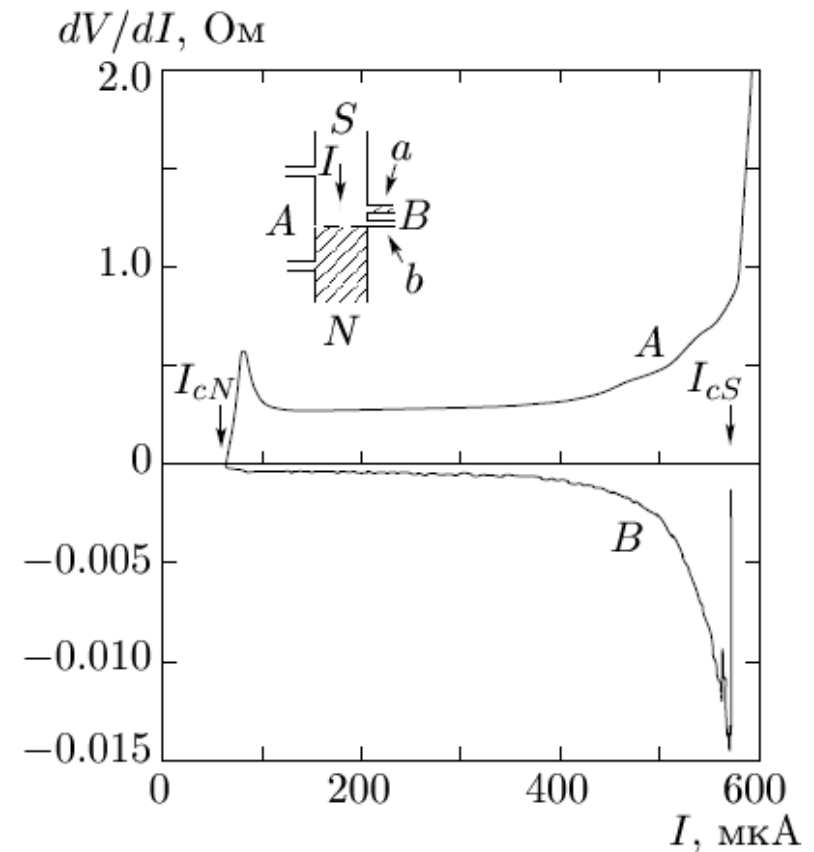
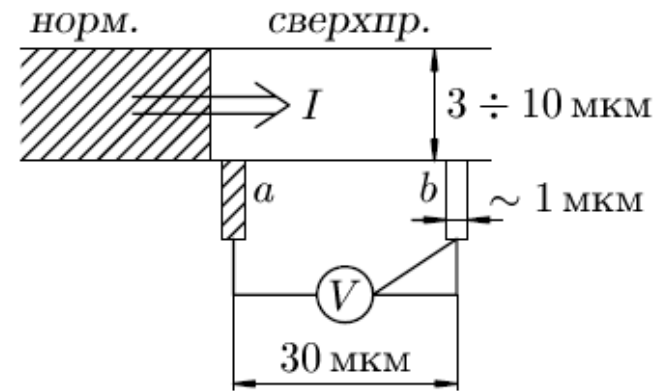
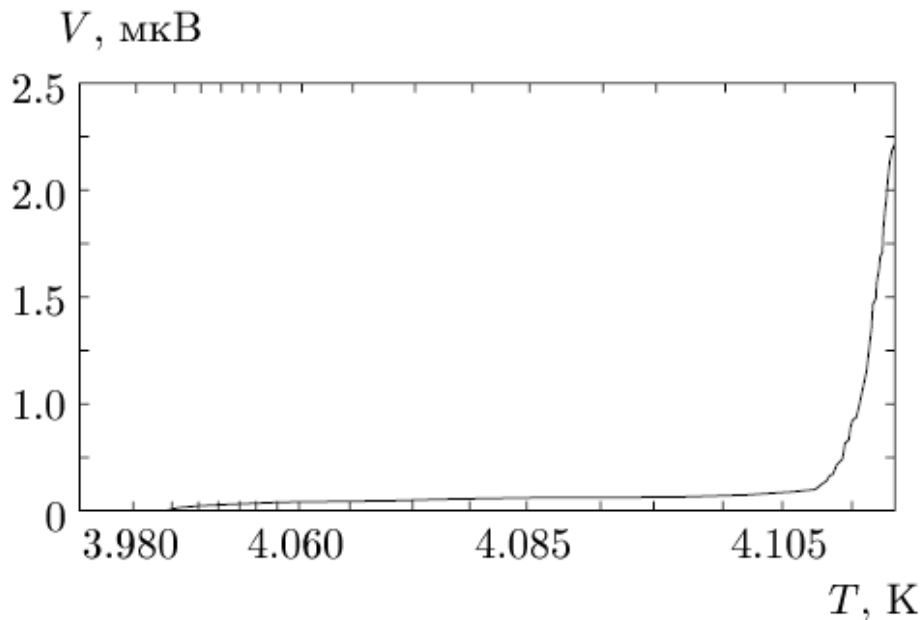
$$q_k = -\varepsilon_k / (\varepsilon_k^2 + \Delta^2)^{1/2}$$

$$q_k > 0 \text{ для } k < k_F; \quad q_k < 0 \text{ для } k > k_F$$



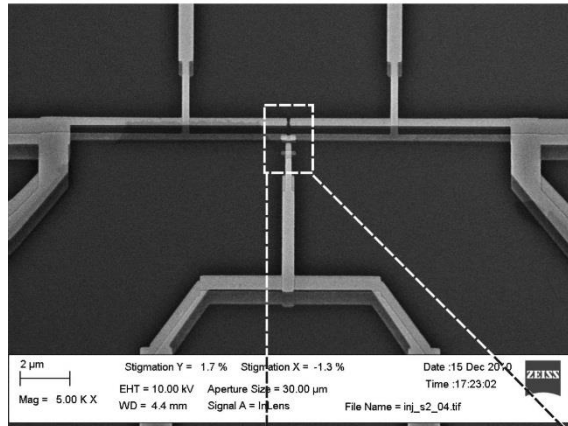
Опыты Ю и Мерсеро.

- 1) Если a сверхпроводящий $V = 0$
т.к. $e\phi + \mu_s = \text{const.}$
- 2) Если a нормальный – $V > 0$.
- 3) Можно получить напряжение,
противоположное по знаку
омическому.



Инжекция спин-поляризованных носителей в планарный джозефсоновский контакт.

SEM image of the structure



Measurement scheme and results

