Введение в физику сверхпроводимости

Виталий Валериевич Больгинов

Лекция 13

Теория БКШ, куперовские пары, энергетическая щель, критическая температура, спектр квазичастичных возбуждений, туннельные эффекты в сверхпроводниках.

Предпосыдки создания терии БКШ: *квантование потока*

Получили для разности плотностей энергии Гиббса:

$$g_s(\mathbf{r}) - g_n = \alpha|\Psi|^2(\mathrm{r}) + (\beta/2)|\Psi|^4(\mathrm{r}) - BH + B^2/(2\mu_0) + [1/(2m^*)]\left|-i\hbar\nabla\Psi - qA\Psi\right|^2 \quad (3.40)$$

Уравнения Г-Л

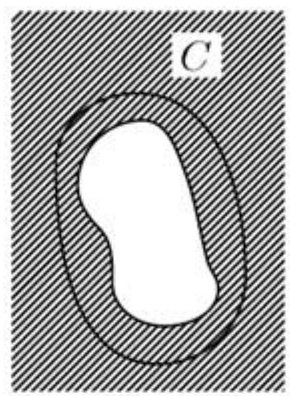
$$\alpha\Psi + \beta\Psi|\Psi|^2 + (1/2m^*)(i\hbar\nabla + qA)^2\Psi = 0;$$

$$(1/\mu_0)\ \mathrm{rot\ rot}\, A = -(i\hbar e/m^*)(\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*) - (q^2/2m)|\Psi|^2 A$$

Обобщенное уравнение Лондонов

$$\hbar\nabla\theta = m^* \mathrm{v}_s + q\mathbf{A}$$

$$\hbar\nabla\theta = 2m\mathbf{v}_s + \frac{2e}{c}\mathbf{A}$$



Квантование потока

$$\Phi_0 = h/q \ (= h/e\ )$$

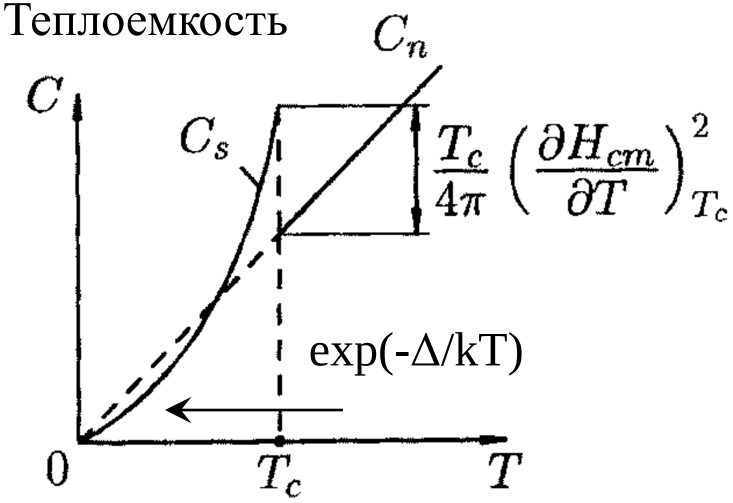
$$\Phi_0 = h/2e$$

Теория Г-Л предсказывает в 2 раза меньшее значение кванта потока (1961).

Куперовские пары

Энергетическая щель

Теплоемкость



Теплопроводность

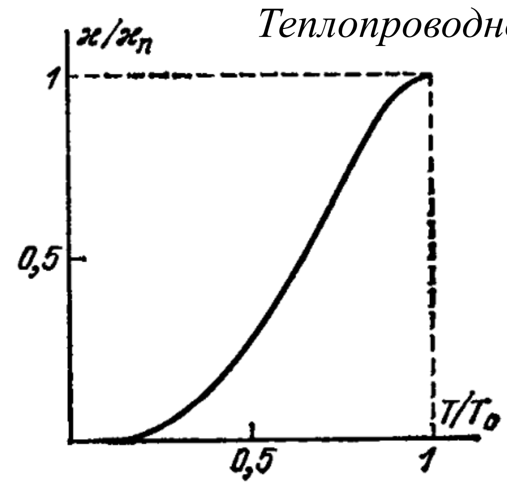


Рис. 19.1

$$\varkappa \approx (2n_e\tau_{tr}T/m)\,[\Delta(0)/T]^2 \exp[-\Delta(0)/T].$$

СВЧ

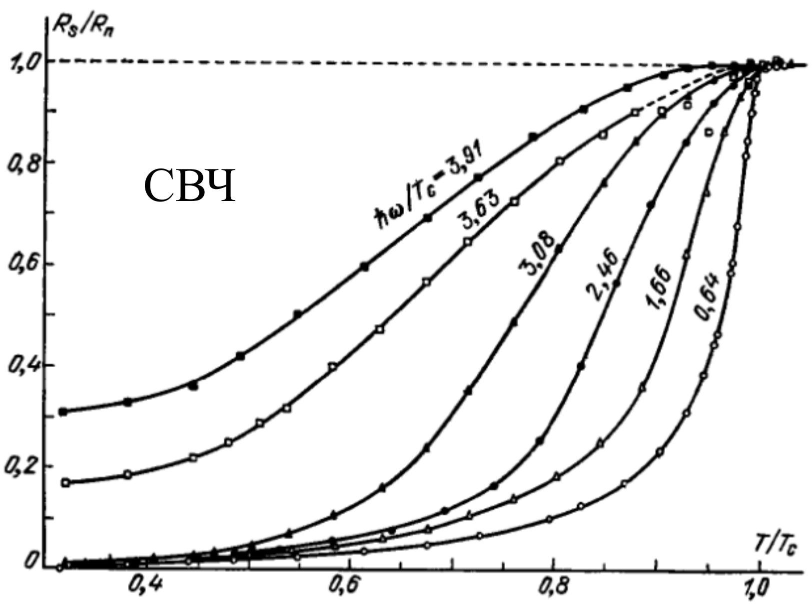


Рис. 19.4

Почему возникает энергетическая щель?

Сверхпроводящий конденсат

Как может происходить электрон-электронное притяжение?

Притяжение через ионную среду

Электроны – заряженные частицы, которые отталкиваются по закону Кулона.

Для образования комплексов требуется «притягивающее» взаимодействие.

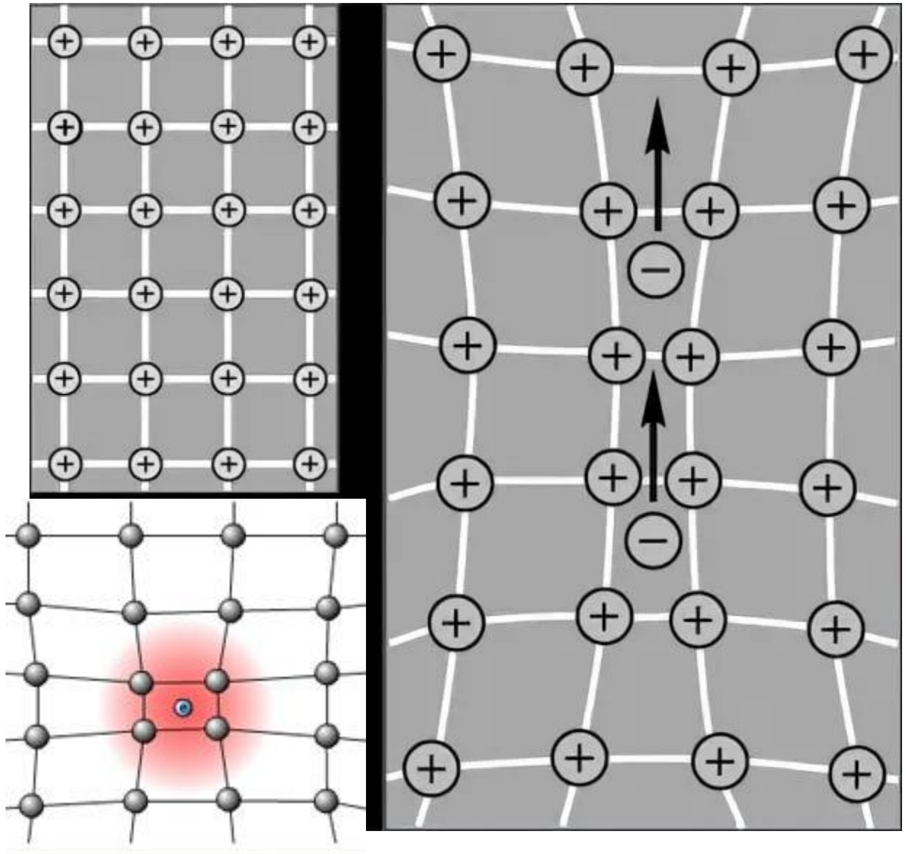
В основе механизма образования "куперовских пар", лежит притяжение электронов, посредством электрон-фононного взаимодействия.

$m_p = 1840\ m_e$
$M_{Hg} \sim 200$ а.е.м.$\sim 400\ 000\ m_e$

???

Модель ионного «желе»:

$$\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{q},\ \omega)} = \frac{q^2}{k_s^2 + q^2}\left(1 + \frac{\omega_{\mathbf{q}}^2}{\omega^2 - \omega_{\mathbf{q}}^2}\right)$$



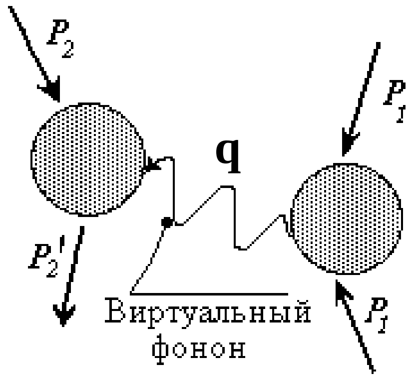
Возможно понятнее рассуждать «от фононов».

Электрон-фононное взаимодействие
Изотопический эффект в сверхпроводниках

В основе механизма образования “куперовских пар”, лежит притяжение электронов, посредством электрон-фононного взаимодействия.

Участие фононов в сверхпроводимости доказывает ***изотопический эффект*** (E.Maxwell; C.A.Reynolds; 1950 г.): температура сверхпроводящего перехода $\mathbf{T_c}$ зависит от массы **m** атомов сверхпроводящего металла. В экспериментах использовались разные изотопы олова и ртути и была обнаружена зависимость:

$$T_c \sim m^{-1/2}.$$

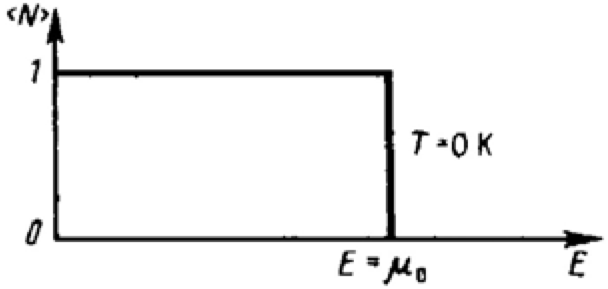


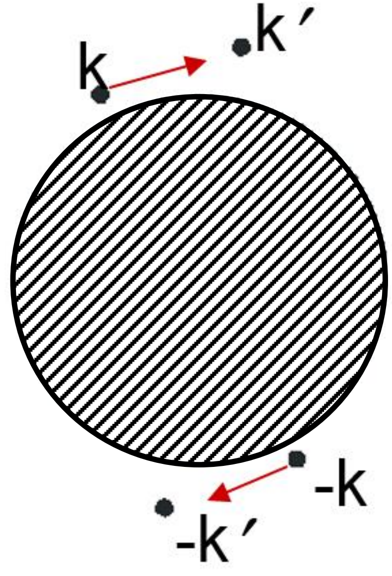
Ртуть: M = 199.5 → 203.4 а.е.м., T_c = 4,185 → 4,14 K
Изменение массы атомов приводит к изменениям характерн колебаний кристалической решетки ω_D (дебаевской частоты

$$\omega_D \sim m^{-1/2}$$

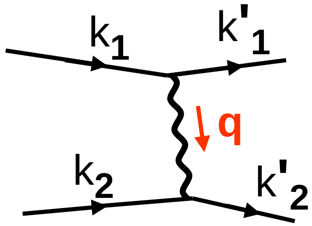
(частота осциллятора с упругой константой *k* есть $(k/m)^{1/2}$).
Таким образом $\mathbf{T_c}$ тем больше, чем больше частота фононов, т.е. дело во взаимодействии электронов проводимости и фононов, которое может приводить к притяжению между электронами.

Тема 2
«Единичная куперовская пара при нулевой температуре»





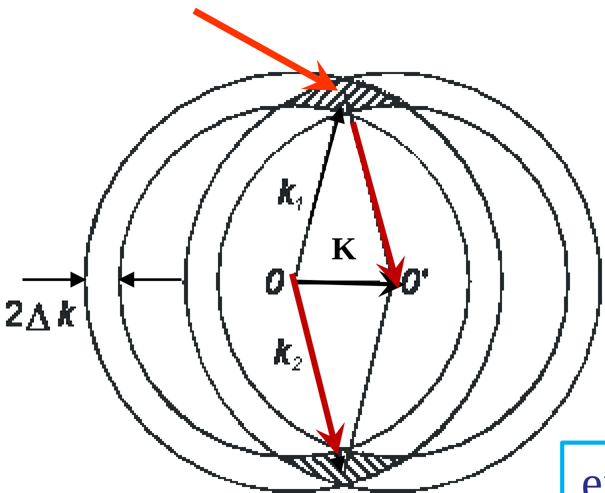
Импульс и спин куперовской пары.



Волновая функция куперовской пары: $\Psi_{\alpha,\beta} = \psi_{\alpha,\beta}(r_{\alpha,\beta})\chi_{\alpha,\beta}$

$\Psi_1 = \psi_1(r_1)\alpha$ $\quad\quad$ $\Psi_2 = \psi_2(r_2)\beta$

Области перерассеяния



Симметрийные соображения (перестановка):

$\Psi_{\alpha\beta} = -\Psi_{\beta\alpha}$

$\boxed{s_1 = -s_2}$

$\Psi = \sum \Psi_{\alpha,\beta}(r_{\alpha,\beta})\Psi_{\beta,\alpha}(r_{\beta,\alpha})$

$\cos(\mathbf{k}\{\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2\})$

$\sim \exp(-i\mathbf{kr})$

...влению волновыми векторами. Это позволяет рассмотреть ...тальную волновую функцию типа

$\boxed{\exp(\pm i\mathbf{k}\{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\})}$ $\quad \psi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \sum_{\mathbf{k}} g_{\mathbf{k}} \exp(i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_1)\exp(-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_2).$

С учетом антисимметрии полной волновой функции по отношению к перестановке этих двух электронов выражение для ψ_0 преобразуется или в сумму членов $\cos \mathbf{k}\cdot(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)$, умноженных на антисимметричные синглетные спиновые функции $(\alpha_1\beta_2-\beta_1\alpha_2)$, или в сумму членов $\sin \mathbf{k}\cdot(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)$, умноженных на одну из симметричных триплетных спиновых функций $(\alpha_1\alpha_2,\ \alpha_1\beta_2+\beta_1\alpha_2,\ \beta_1\beta_2)$. В этих вы-

$\boxed{K = 0;}$

$\boxed{k_1 = -k_2;}$

$\boxed{k'_1 = -k'_2}$

$$\exp(-i\mathbf{k}_1\mathbf{r}_1)*\exp(-i\mathbf{k}_2\mathbf{r}_2) = \exp(i\mathbf{k}_1\mathbf{r}_1 - i\mathbf{k}_2\mathbf{r}_2)$$

Тинкхам М. «Введение в сверхпроводимость»

$$\exp(\pm i\mathbf{k}\{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\}) = \cos(\mathbf{k}\{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\}) \pm i\sin(\mathbf{k}\{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\})$$

Энергия куперовского связанного состояния

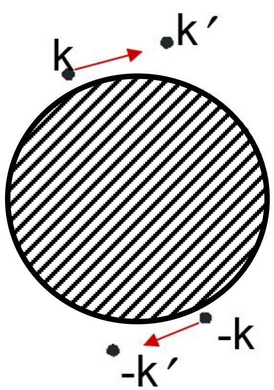
$$\boxed{E \approx -2\hbar\omega_D \exp\left(-\frac{2}{N(0)V}\right)}$$

Энергия куперовского связанного состояния

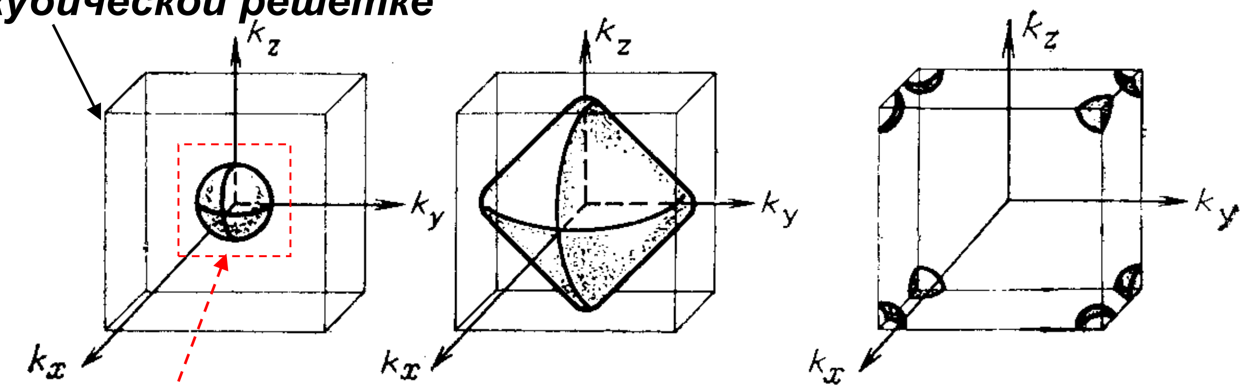
N(0)V<<1 (приближение слабой связи!)

Выигрыш в энергии растет при увеличении $\boldsymbol{\omega_D}$,
N(0) и V (приближение сильной связи!)

Суммарная энергия двух возбуждений (связанного состояния) отрицательна при любом сколь угодно малом притяжении !



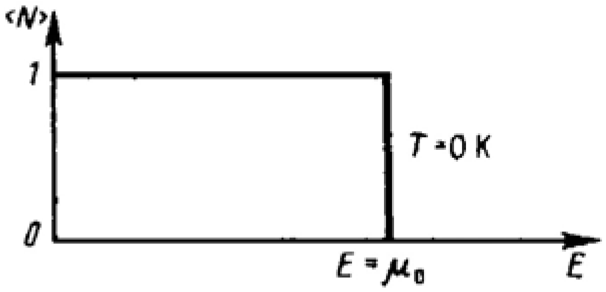
зона Бриллюэна в кубической решетке

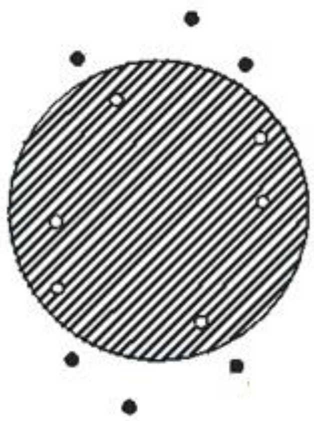


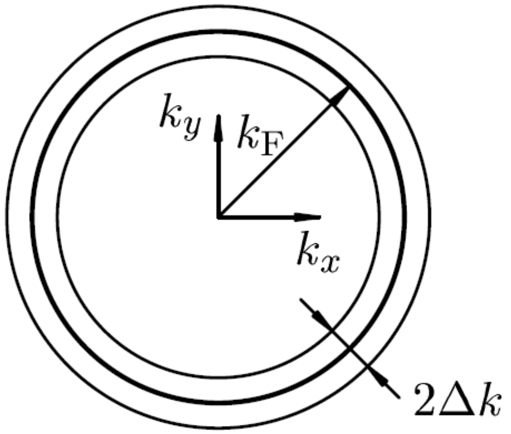
Сферическая поверхность (энергия) Ферми

$V = \mathrm{const}\,(\theta, \varphi)$

Тема 3
«Энергия основного состояния сверхпроводника»







$$\boxed{\hat{H}\ \Psi = E\ \Psi}$$

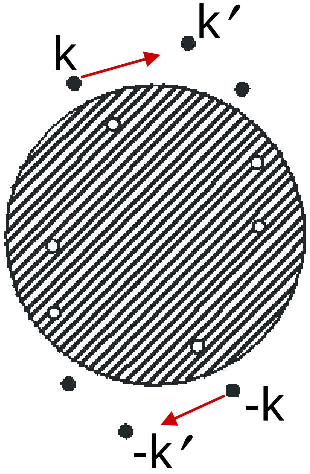
?

Энергия основного состояния сверхпроводника I

"BCS": Phys. Rev. **108**, 1175–1204 (1957)

$T = 0$

Пусть теперь множество динамических электронных пар используют одни и те же состояния (k,-k)!



v_k и u_k –комплексные "факторы когерентности":

v_k^2 – *вероятность того, что парное состояние* (**k,- k**) *заполнено*

$u_k^2 = 1 - v_k^2$ *-вероятность того, что состояние* (**k,- k**) *свободно*

Чтобы переход (k,-k)←→ (k',-k') был возможен,

необходимо: (исходное состояние Ψ_k)

1) (k,-k) заняты, (k',-k') свободны → Вероятность $v_k^2 u_{k'}^2$, амплитуда $v_k u_{k'}$.

2) (k,-k) свободны, (k',-k') заняты → Вероятность $v_{k'}^2 u_k^2$, амплитуда $v_{k'} u_k$.

"Затрагиваются" 4 ячейки

$$E = \sum_{k>k_F} 2\varepsilon_k v_k^2 + \sum_{k<k_F} 2|\varepsilon_k| u_k^2 - \sum_{k,k'} V v_k u_{k'} v_{k'} u_k$$

???

Энергия сверхпроводника и факторы когерентности

Кинетическая энергия сверхпроводника равна

$$E_S - E_N = \sum_{0}^{\infty} 2\varepsilon_k v_k^2 - \sum_{k,k'} V v_k u_{k'} v_{k'} u_k$$

$$\varepsilon_k = \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \frac{\hbar^2 k_F{}^2}{2m} \right)$$

Ищем функцию $v_k{}^2$, дающую минимум внутр. энергии.

$$\boxed{\mathbf{u_k{}^2 = 1 - v_k{}^2}}$$

Критерий равновесного состояния (**K** – одно из состояний):

$$\boxed{T = 0}$$

$$\frac{\partial E_s}{\partial v_K^2} = 0;$$

$y=v_k{}^2-v_k{}^4$

$\Delta_0 = V\,\Sigma' v_k u_k$

$$2\varepsilon_K - 2V \frac{\partial (v_K u_K)}{\partial v_K^2} \sum v_{k'} u_{k'} = 2\varepsilon_K - 2 \frac{\partial [(v_K^2)^{1/2} (1 - v_K^2)^{1/2}]}{\partial v_K^2} V \sum v_{k'} u_{k'} = 0$$

ячейка ***К*** дважды

$$\varepsilon_K - \frac{\partial [(v_K^2 - v_K^4)^{1/2}]}{\partial v_K^2} \Delta_0 = 0$$

$$\varepsilon_K = \frac{1 - 2v_K^2}{2(v_K^2 - v_K^4)^{1/2}} \Delta_0$$

Энергия сверхпроводника и факторы когерентности

возведем в квадрат

$$\varepsilon_K = \frac{1-2v_K^2}{2(v_K^2 - v_K^4)^{1/2}}\Delta_0 \qquad 2\varepsilon_K\sqrt{v_K^4 - v_K^2} = \Delta_0(1-2v_K^2)$$

$$4\,(\varepsilon_к^2 + \Delta_0^2)\,(v_k^2 - v_k^4) = \Delta_0^2$$

$$4\varepsilon_к^2(v_k^2 - v_k^4) = \Delta_0^2 - 4v_k^2\Delta_0^2 + 4v_k^4\Delta_0^2$$

$$v_K^4 - v_K^2 + \frac{\Delta_0^2}{4\left(\varepsilon_K^2 + \Delta_0^2\right)} = 0$$

Свернем

$$4\,\varepsilon_к^2\,(v_k^2 - v_k^4) = \Delta_0^2 - 4\Delta_0^2(v_k^2 - v_k^4)$$

$$E_k^2 = \varepsilon_k^2 + \Delta_0^2$$

$$v_K^4 - v_K^2 + \frac{\Delta_0^2}{4E_K^2} = 0$$

$$v_k^2 = \frac{1 \pm \sqrt{1-4[\Delta_0^2/4E_k^2]}}{2}$$

$$v_k^2 = \frac{1}{2}\left(1 \pm \frac{\sqrt{E_k^2 - \Delta_0^2}}{E_k}\right)$$

$$E_k^2 - \Delta_0^2 = \varepsilon_k^2$$

$$\boxed{v_k^2 = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\varepsilon_k}{E_k}\right)}$$

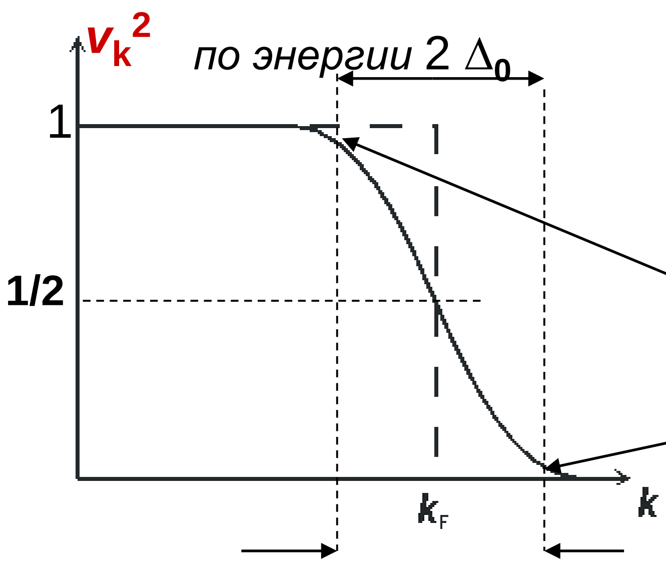
$$\boxed{v_k^2 = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{(\varepsilon_k/\Delta_0)}{\sqrt{(\varepsilon_k/\Delta_0)^2 + 1}}\right)}$$

Взят “-”, т.к. при $\varepsilon_к \rightarrow \infty$ энергия $E_к \rightarrow \varepsilon_к$,

а вероятность $v_k^2 \rightarrow 0$

Факторы когерентности

$$v_k^2 = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right), \quad x = \varepsilon_k / \Delta \qquad \varepsilon_k = \frac{\hbar^2}{2m}\left(k^2 - k_F^2\right) \qquad u_k^2 = 1 - v_k^2$$



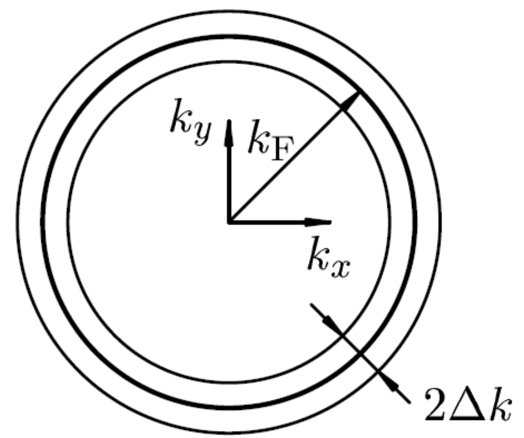
$\Delta k/k_F \sim 2\ \Delta_0/\varepsilon_F \leq 10^{-3}$

При $\boldsymbol{k} = \boldsymbol{k_F}$ $\boldsymbol{\varepsilon_\kappa} = 0$ и $\boldsymbol{v_k}^{\mathbf{2}} = \boldsymbol{u}_{\mathbf{k}}^{\mathbf{2}} = 1/2$

«хвосты» в интервале $\Delta k / k_F \sim \hbar\omega_D / \varepsilon_F$ (см. (9.2))

При $\boldsymbol{\varepsilon_\kappa} = \pm\ \Delta_0$

$\boldsymbol{v_k}^{\mathbf{2}} = (1/2)\mathbf{(}1 \pm 1/\sqrt{2}\mathbf{)=}(1/2)\mathbf{(}1\pm\mathbf{0.7)=}$ **0.85** **и** **0.15**



В динамическом спаривании, фактически, участвуют электроны в слое $2\Delta_0$ вблизи E_F

Доля с энергиями ~ $E_F \pm \hbar\omega_D$ (“хвосты”) - мала

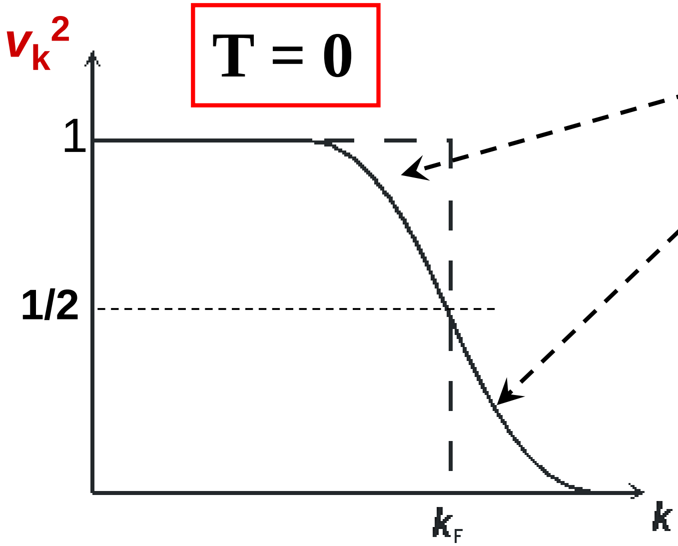
$$\varepsilon_k \approx \frac{\hbar^2 k_F}{m}\Delta k \qquad \boxed{\frac{\Delta k}{k} = \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon}}$$

Факторы когерентности

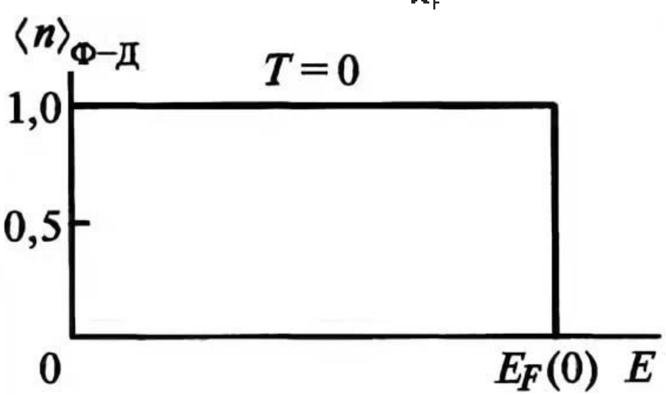
V_k^2 – *вероятность того, что парное состояние* **(k,- k)** *заполнено*

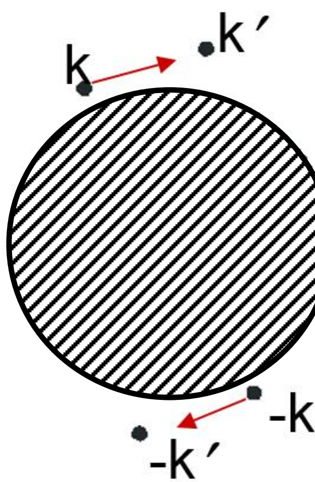
$$v_k^2 = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right), \quad x = \varepsilon_k / \Delta$$

ячейки k-пространства, используемые для перерассеяния k → k '



Распределение Ферми «размывается» даже при T = 0. Природа идет на на повышение кинетической энергии, чтобы выиграть в потенциальной!!!





$$E = \sum_{k>k_F} 2\varepsilon_k v_k^2 + \sum_{k<k_F} 2|\varepsilon_k| u_k^2 - \sum_{k,k'} V v_k u_{k'} v_{k'} u_k$$

Тема 4
«Спектр одночастичных возбуждений»

Вычислим параметр Δ

$$v_k^2 = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\varepsilon_k}{E_k}\right) \quad u_k^2 = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\varepsilon_k}{E_k}\right) \quad \boxed{E_k^2 - \varepsilon_k^2 = \Delta_0^2} \quad \boxed{E_k^2 = \varepsilon_k^2 + \Delta_0^2}$$

$$\boxed{\Delta_0 = V\,\Sigma' \mathbf{v_k u_k}} = V\,\Sigma'[(1/2)^2(1 - \varepsilon_\kappa/E_\kappa)\,(1 + \varepsilon_\kappa/E_\kappa)]^{1/2} =$$

$$= V\,\Sigma'[(1/2)^2(1 - \varepsilon_\kappa^2/E_\kappa^2)]^{1/2} =$$

$$= (V/2)\,\Sigma'[(E_\kappa^2 - \varepsilon_\kappa^2)/E_\kappa^2)]^{1/2} = (V\Delta_0/2)\,\Sigma'[1/(\varepsilon_\kappa^2 + \Delta_0^2)^{1/2}]$$

$$\cancel{\Delta_0} = (V\cancel{\Delta_0}/2)\,\Sigma'[1/(\varepsilon_\kappa^2 + \Delta_0^2)^{1/2}] \quad \rightarrow \quad 1 = (V/2)\,\Sigma'[1/(\varepsilon_\kappa^2 + \Delta_0^2)^{1/2}]$$

$$\frac{V}{2}\sum_{-\hbar\omega_D}^{\hbar\omega_D}\left(\varepsilon_k^2 + \Delta_0^2\right)^{-1/2} = \frac{V}{2}\int_0^{\hbar\omega_D}\frac{2N(0)}{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta_0^2}}\,d\varepsilon = N(0)V\int_0^{\hbar\omega_D}\frac{d\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta_0^2}}$$

$dn = 2N(0)d\varepsilon$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+\Delta_0^2}} = arcsh(x/a) + \ln a$$

Вычислим параметр Δ

$$\mathrm{N(0)V} \int_0^{\hbar\omega_D} \frac{d\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2+\Delta_0^2}} = \mathrm{N(0)V}\ \ \mathrm{arcsh}\frac{\varepsilon}{\Delta_0}\Bigg|_0^{\hbar\omega_D} = \mathrm{N(0)V}\ \ \mathrm{arcsh}\frac{\hbar\omega_D}{\Delta_0}$$

$\hbar\omega_D/\Delta_0 = sh[1/N(0)V]$;

$sh\ x \to (1/2)\exp x$ *при* $x \to \infty$

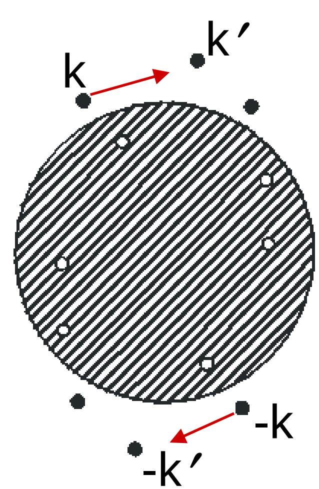
N(0)V<<1: $2\hbar\omega_D/\Delta_0 = \exp[1/(N(0)V)]$;

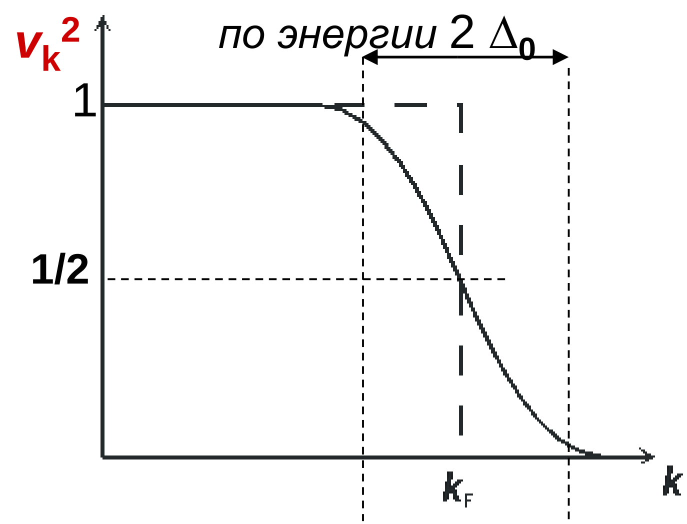
$$\boxed{\Delta_0 \approx 2\hbar\omega_D \exp\left(-\frac{1}{\mathrm{N(0)V}}\right)}$$

предел слабого взаимодействия

Ср. с энергией куперовского связанного состояния (9.3):

$$\mathrm{E} = -2\hbar\omega_D \exp\left(-\frac{2}{\mathrm{N(0)V}}\right)$$





Энергия сверхпроводящего основного состояния

$$E=\sum_{k>k_F}2\varepsilon_k v_k^2+\sum_{k<k_F}2|\varepsilon_k|u_k^2-\sum_{k,k'}Vv_k u_{k'}v_{k'}u_k$$

$$\boxed{v_k^2=\frac{1}{2}\left(1-\frac{\varepsilon_k}{E_k}\right)}\qquad \boxed{u_k^2=\frac{1}{2}\left(1+\frac{\varepsilon_k}{E_k}\right)}$$

$$\boxed{E_k^2=\varepsilon_k^2+\Delta_0^2}$$

$$E=\sum_{k>k_F}\varepsilon_k\left(1-\frac{\varepsilon_k}{E_k}\right)+\sum_{k<k_F}|\varepsilon_k|\left(1+\frac{\varepsilon_k}{E_k}\right)-\sum_k v_k u_k\sum_{k'}Vv_{k'}u_{k'}$$

$$E=\sum_0^{\hbar\omega_D}\varepsilon_k\left(1-\frac{\varepsilon_k}{E_k}\right)+\sum_{-\hbar\omega_D}^{0}|\varepsilon_k|\left(1-\frac{|\varepsilon_k|}{E_k}\right)-\Delta_0\sum_{k,k'}v_k u_k$$

$*1 = V/V$

$$\boxed{E_k^2-\varepsilon_k^2=\Delta_0^2}$$

$$E=2\sum_0^{\hbar\omega_D}\varepsilon_k\left(1-\frac{\varepsilon_k}{E_k}\right)+\sum_{-\hbar\omega_D}^{0}|\varepsilon_k|\left(1-\frac{|\varepsilon_k|}{E_k}\right)-\frac{\Delta_0^2}{V}$$

$$E=2\sum_0^{\hbar\omega_D}\varepsilon_k\left(1-\frac{\varepsilon_k}{\sqrt{\varepsilon_k^2+\Delta_0^2}}\right)-\frac{\Delta_0^2}{V}=\boxed{2\int_0^{\hbar\omega_D}\left(\varepsilon_k-\frac{\varepsilon_k^2}{\sqrt{\varepsilon_k^2+\Delta_0^2}}\right)N(0)d\varepsilon_k-\frac{\Delta_0^2}{V}}$$

Повтор

$$E = \sum_{k>k_F} 2\varepsilon_k v_k^2 + \sum_{k<k_F} 2|\varepsilon_k| u_k^2 - \sum_{k,k'} V v_k u_{k'} v_{k'} u_k$$

$$E = \sum_{k>k_F} 2\varepsilon_k v_k^2 + \sum_{k<k_F} 2|\varepsilon_k| u_k^2 - \sum_{k,k'} V v_k u_{k'} v_{k'} u_k$$

$E_S - E_N = \Sigma\, 2\varepsilon_\kappa \boldsymbol{v}_k^2 - V\Sigma' \boldsymbol{v}_k \boldsymbol{u}_k \boldsymbol{v}_{k'} \boldsymbol{u}_{k'}$ (9.4a), см. (9.4)

k в Δk области

$\Sigma' \boldsymbol{v}_k \boldsymbol{u}_k\, \mathbf{V}\Sigma' \boldsymbol{v}_{k'} \boldsymbol{u}_{k'} = \Delta_0\, \Sigma' \boldsymbol{v}_k \boldsymbol{u}_k$

$\Sigma' \boldsymbol{v}_k \boldsymbol{u}_k = \Delta_0 / \mathbf{V}$

$E_S - E_N = \Sigma\, 2\boldsymbol{\varepsilon_\kappa}(1\text{-}\boldsymbol{\varepsilon_\kappa}/E_\kappa) - \Delta_0^2/V$

$$E_S - E_N = 2N(0)\int_{-\hbar\omega_D}^{\hbar\omega_D} \varepsilon \left[1 - \frac{\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2+\Delta_0^2}}\right] d\varepsilon - \frac{2\Delta_0^2}{V} = 2N(0)\left[\frac{(\hbar\omega_D)^2}{2} - \int_0^{\hbar\omega_D} \frac{\varepsilon^2}{\sqrt{\varepsilon^2+\Delta_0^2}} d\varepsilon\right] - \frac{2\Delta_0^2}{V}$$

$\int dx\, \boldsymbol{x}^2 / (\boldsymbol{x}^2 + \boldsymbol{a}^2)^{1/2} = (\boldsymbol{x}/2)(\boldsymbol{x}^2 + \boldsymbol{a}^2)^{1/2} - (\boldsymbol{a}^2/2)\, arcsh(\boldsymbol{x}/\boldsymbol{a}) - (\boldsymbol{a}^2/2) ln\, \boldsymbol{a}$

$\boxed{x=\varepsilon;\ a=\Delta_0}$

$E_S = N(0)\ \{(\hbar\omega_D)^2 - \hbar\omega_D\Delta_0[1+(\hbar\omega_D/\Delta_0)^2]^{1/2} + \Delta_0^2\, arcsh(\hbar\omega_D/\Delta_0)\} - \Delta_0^2/V =$

Энергия основного состояния

$$E = 2\int_0^{\hbar\omega_D}\left(\varepsilon_k - \frac{\varepsilon_k^2}{\sqrt{\varepsilon_k^2+\Delta_0^2}}\right)N(0)d\varepsilon_k - \frac{\Delta_0^2}{V}$$

$$\int\{x^2/(x^2+a^2)^{1/2}\}dx = (x/2)(x^2+a^2)^{1/2} - (a^2/2)\,arcsh(x/a) - (a^2/2)\ln a$$

$$E_S = N(0)\{(\hbar\omega_D)^2 - \hbar\omega_D\Delta_0[1+(\hbar\omega_D/\Delta_0)^2]^{1/2} + \Delta_0^2\,arcsh(\hbar\omega_D/\Delta_0)\} - \Delta_0^2/V =$$

$$sh[1/(N(0)V)] = \hbar\omega_D/\Delta_0$$

$$= N(0)\Delta_0^2\{(\hbar\omega_D/\Delta_0)^2 - (\hbar\omega_D/\Delta_0)[1+(\hbar\omega_D/\Delta_0)^2]^{1/2}\} + \cancel{N(0)}\Delta_0^2/\cancel{N(0)}V - \Delta_0^2/V =$$

$\hbar\omega_D/\Delta_0 = sh(1/N(0)V) = sh(X)$; $\quad N(0)\Delta_0^2\{sh^2(X) - sh(X)\,\underbrace{[1+sh^2(X)]^{1/2}}_{=ch(X)}\}$

$$\{2\,sh^2(X) - 2\,sh(X)\,ch(X)\}/2 = \{ch(2X) - 1 - sh(2X)\}$$

$$sh^2x = \frac{(e^x - e^{-x})^2}{4} = \frac{1}{2}\left[\frac{(e^{2x}+e^{-2x})}{2} - 1\right] = \frac{1}{2}[ch(2x) - 1]$$

Энергия сверхпроводящего основного состояния

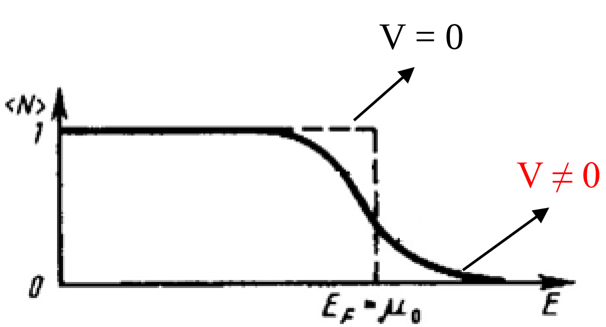
$$E_s - E_N = \frac{N(0)\Delta_0^2}{2}\left[\cancel{ch\left(\frac{2}{N(0)V}\right)} - 1 - \cancel{sh\left(\frac{2}{N(0)V}\right)}\right] = -\frac{N(0)\Delta_0^2}{2} = -\frac{N(0)\Delta_0}{2}\Delta_0$$

т.к. $2X=2/[N(0)V] >> 1$: $sh(2X) \approx ch(2X) \approx (1/2)exp(2X)$
$N(0)V<<1$ – *предел слабого взаимодействия*

Простая интерпретация результата:

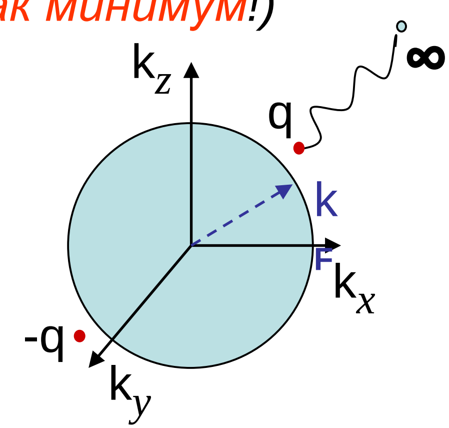
$n=N(0)\Delta_0/2$ – *число электронных пар, принимающих участие в (k,-k)←→(k',-k') переходах,*
Δ_0 - *энергетический выигрыш от каждой пары (энергия связи).*

Чтобы разорвать пару и создать одночастичное возбуждение необходимо затратить “щелевую энергию” Δ_0 (как минимум!)



$E_s – E_n = -N(0)\Delta^2_0/2 = -\mu_0 H_{cm}^2/2$

$$\boxed{\mu_0 H_{cm} = (\mu_0 N(0))^{1/2}\Delta_0}$$



Энергия квазичастиц

$$\Delta_0 \approx 2\hbar\omega_D \exp\left(-\frac{1}{N(0)V}\right)$$ см. (9.9).

$$\boxed{v_k^2 = \frac{1}{2}\left(1-\frac{\varepsilon_k}{E_k}\right)}$$ $$\boxed{u_k^2 = \frac{1}{2}\left(1+\frac{\varepsilon_k}{E_k}\right)}$$

<u>Определим энергию квазичастичного возбуждения</u>

$$\boxed{E_q = \sqrt{\varepsilon_q^2 + \Delta_0^2}}$$

Чтобы создать квазичастицу в состоянии q (т.е. исключить q, -q состояния из (k,-k)←→(k',-k') перерассеяний) необходимо полностью заполнить одно из q или –q состояний и освободить второе. Вклад в энергию от квазичастицы - $+\varepsilon_q$.

Конечное состояние

Начальное состояние

Вклад в энергию E_S *отдельной пары с импульсами* **q,-q** *в основном состоянии (см. (9.4а)):*

$$w_q = 2\varepsilon_q v_q^2 - 2V v_q u_q \Sigma' v_k u_k = 2\varepsilon_q(1/2)(1 - \varepsilon_q / E_q) - 2[(1/4)(1 - \varepsilon_q^2/E_q^2)]^{1/2}\Delta_0 =$$

$$= \varepsilon_q - \varepsilon_q^2/E_q - \Delta_0^2/E_q = \varepsilon_q - \{\varepsilon_q^2 + \Delta_0^2\}/E_q = \varepsilon_q - E_q$$

Δ_0 / E_q

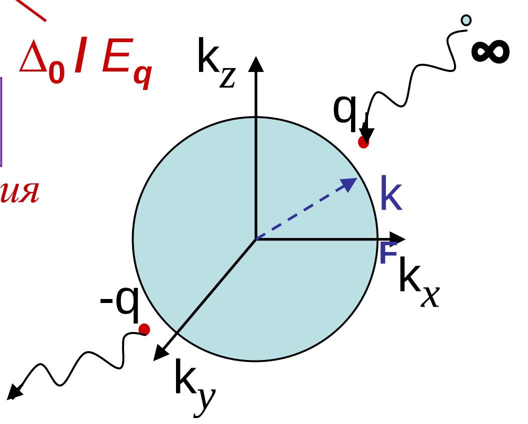
$$\boxed{E_q^2 = \varepsilon_q^2 + \Delta_0^2}$$

Энергия квазичастицы:

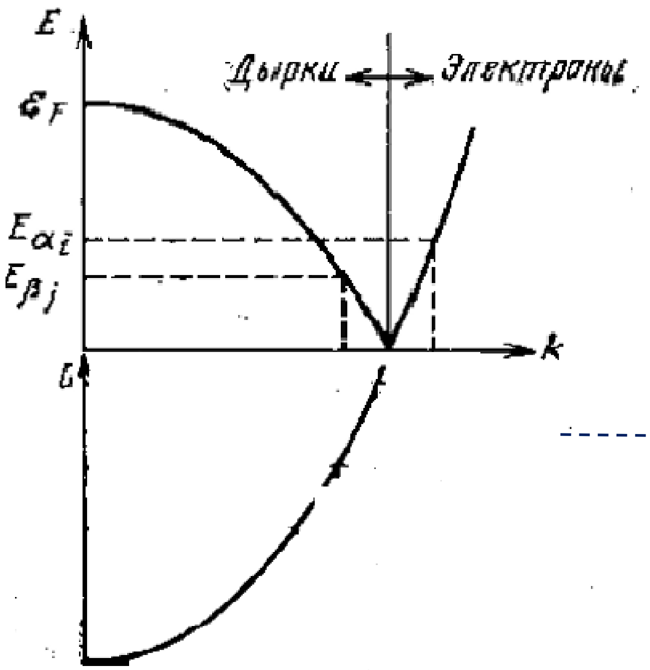
$$+\varepsilon_q - w_q = \varepsilon_q - \varepsilon_q + E_q = E_q$$ → *энергия квазичастичного состояния*

стало *было*

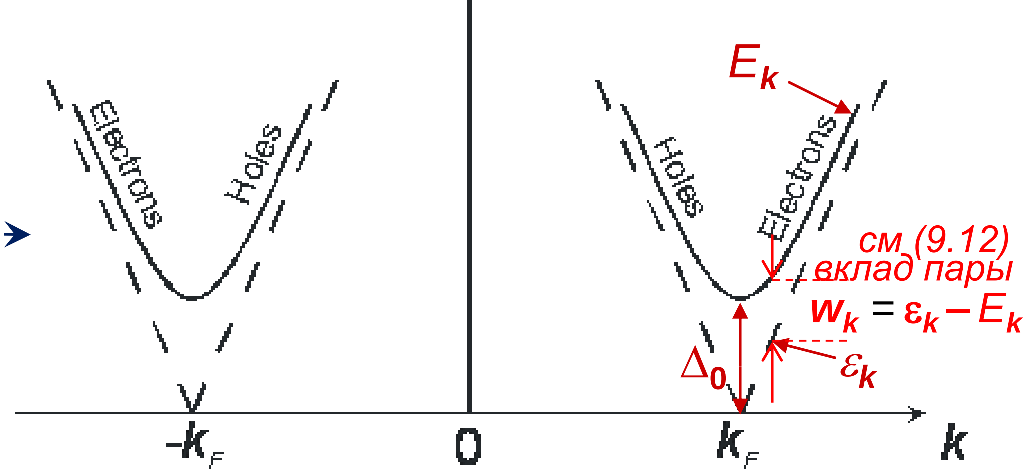
$$\boxed{1-\varepsilon_q^2/E_q^2 = \left(E_q^2 - \varepsilon_q^2\right)/E_q^2 = \left(\varepsilon_q^2 + \Delta_0^2 - \varepsilon_q^2\right)/E_q^2 = \Delta_0^2/E_q^2}$$



Энергетическая щель



$$E_k = \sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_0^2}$$



$$\varepsilon_k = \left| \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \frac{\hbar^2 k_F{}^2}{2m} \right| \approx \frac{\hbar^2 k_F}{m} |k - k_F|$$

$$\varepsilon_e = \hbar^2/2m\{k_2{}^2 - k_F{}^2\} \approx (\hbar^2/2m)\, k_F \Delta k$$

$$\varepsilon_h = \hbar^2/2m\{k_2{}^2 - k_F{}^2\} \approx (\hbar^2/2m)\, k_F \Delta k$$

$$\varepsilon \approx (\hbar^2/2m)\, k_F |\Delta k|$$

Наличие энергетической щели делает возможным сверхтекучесть электронной ферми-жидкости.

Поскольку при разрыве пары возникает два одночастичных возбуждения, наименьшая энергия распаривания равна $2\Delta_0$.

Плотность состояний квазичастиц N(E)

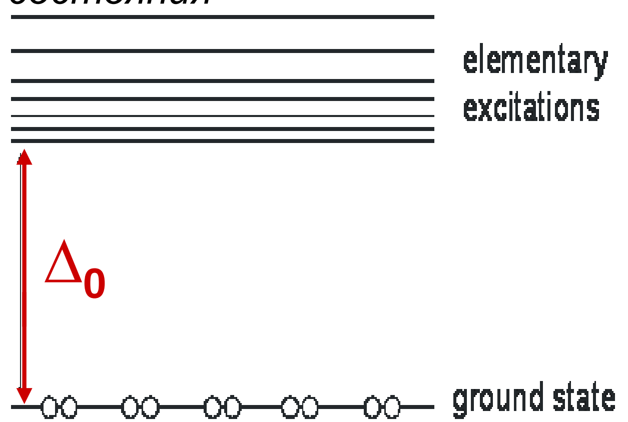
$$dn = N(E)dE \qquad E_k = \sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_0^2}$$

$$N(E) = \frac{\partial n}{\partial E} = \frac{\partial n}{\partial \varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial E} = N(0)\frac{\partial}{\partial E}\sqrt{E^2 - \Delta_0^2}$$

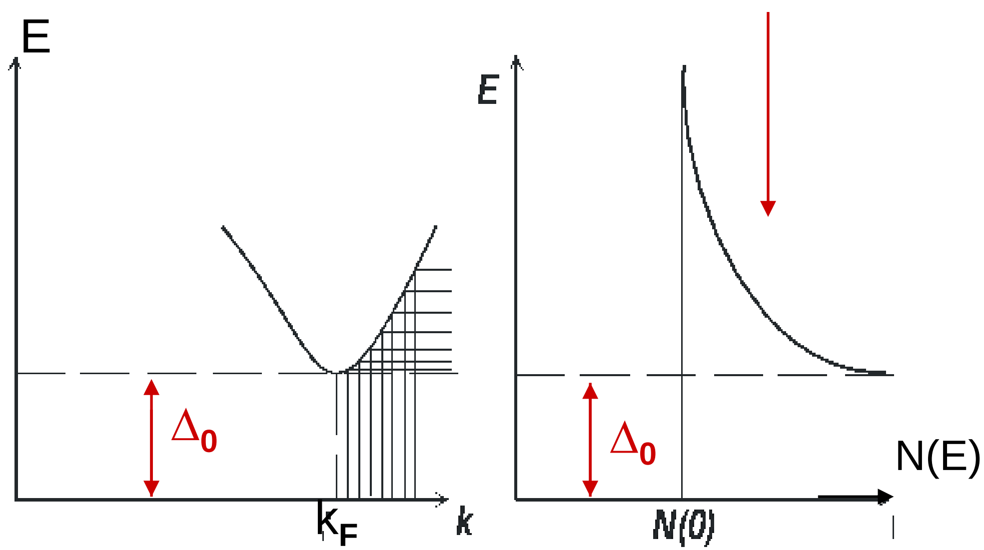
Расходимость при E = Δ !!!

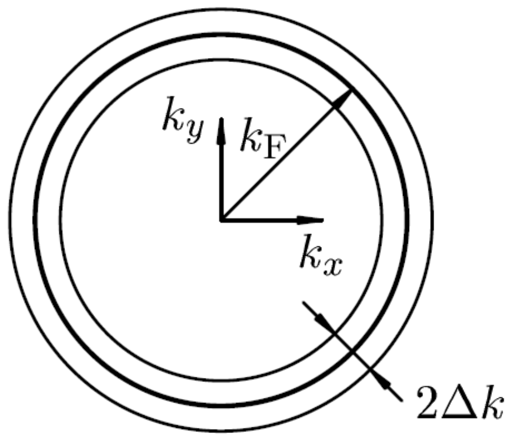
$$\boxed{N(E) = N(0)\frac{E}{\sqrt{E^2 - \Delta_0^2}}}$$

Одночастичные возбужденные состояния



основное (парное) состояние





$2*4\pi k^2 dk/(2\pi)^3$

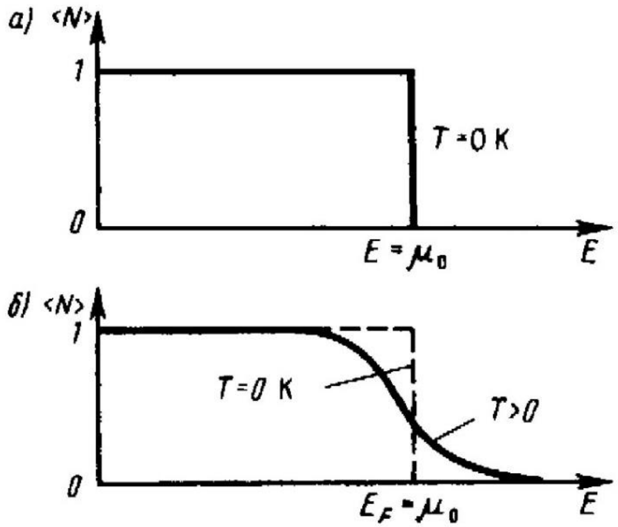
$$\xcancel{\boxed{\varepsilon = \hbar k^2/2m \quad \rightarrow \quad k = \sqrt{\hbar\varepsilon/2m}}}$$

Перерыв

Тема 5
«Температурная зависимость энергетической щели»

Зависимость энергетической щели от Т

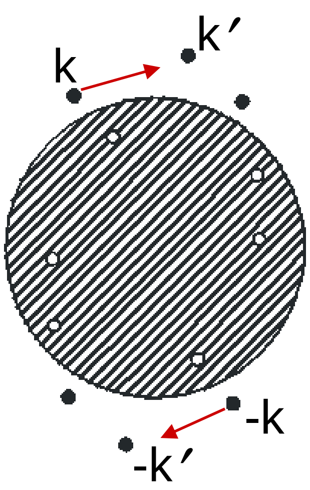
Температура Т рождает одночастичные возбуждения за счет термоактивационных процессов.



Одночастичные возбуждения

подчиняются статистике Ферми:

$$f_k = \frac{1}{e^{\frac{E_k}{k_B T}} + 1}$$



Пара состояний k и –k выбывает из процессов перерассеяния при возникновении одночастичных возбуждений либо с импульсом k либо – k. Таким образом, вероятность того, что парное состояние k, – k участвует в образовании сверхпроводящего состояния при конечной температуре: $1 - 2f_k$.

$$E_S - E_N = \sum_0^{\infty} 2\varepsilon_k v_k^2 - \sum_{k,k'} V v_k u_{k'} v_{k'} u_k$$

$$E_S - E_N = \sum_0^{\infty} 2\varepsilon_k v_k^2 (1 - 2f_k) - \sum_{k,k'} V v_k u_{k'} v_{k'} u_k (1 - 2f_k)\,(1 - 2f_{k'})$$

Факторы когерентности и щель при $T \neq 0$

Минимизируем внутреннюю энергию сверхпроводника, чтобы найти оптимальное распределение v_k^2 ***при*** $T \neq 0$: $\partial F / \partial v_k^2 = 0$.

Было:

$$E_S - E_N = \sum 2\varepsilon_k v_k^2 - V \sum_{k,k'} v_k u_{k'} v_{k'} u_k$$

$$2\varepsilon_K - 2V \frac{\partial[(v_K^2)^{1/2}(1 - v_K^2)^{1/2}]}{\partial v_K^2} \sum v_{k'} u_{k'} = 0$$

Стало:

$$E_S(T) - E_N = \sum 2\varepsilon_\kappa v_\kappa^2(1 - 2f_\kappa) - V\sum' v_k u_{k'} v_{k'} u_k (1 - 2f_\kappa)(1 - 2f_{\kappa'})$$

$$2\varepsilon_K \cancel{(1 - 2f_K)} - 2V \frac{\partial[(v_K^2)^{1/2}(1 - v_K^2)^{1/2}]}{\partial v_K^2} \cancel{(1 - 2f_K)} \sum v_{k'} u_{k'} (1 - 2f_{k'}) = 0$$

При ***минимизации*** $E_S(T=0)$, ***получим выражение*** (см (9.5)):

(10.3), ***где теперь щель*** $\boxed{\Delta(T) = V \sum' v_k u_k (1 - 2f_\kappa)}$

$$2\varepsilon_K - 2 \frac{\partial[(v_K^2)^{1/2}(1 - v_K^2)^{1/2}]}{\partial v_K^2} \Delta(T) = 0$$

при $T \to 0$ щель $\Delta \to \Delta_0$, т.к. $f_\kappa \to 0$

Дальше можно не решать

Щель при $T \neq 0$

$$\boxed{\Delta(T) = V\,\Sigma' v_k u_k (1 - 2f_\kappa)}$$

Решение ур. (10.3): $v_k^2 = (1/2)(1 - \varepsilon_\kappa/E_\kappa)$, ***где теперь*** $E_k = \sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}$

см (9.7) $u_k^2 = (1/2)(1 + \varepsilon_\kappa/E_\kappa)$ ***определяется через*** $\Delta(T)$

$$\boxed{\begin{aligned}\Delta_0 &= V\,\Sigma' v_k u_k = V\,\Sigma'[(1/2)^2(1 - \varepsilon_\kappa/E_\kappa)(1 + \varepsilon_\kappa/E_\kappa)]^{1/2} = \\ &= V\,\Sigma'[(1/2)^2(1 - \varepsilon_\kappa^2/E_\kappa^2)]^{1/2} = (V/2)\,\Sigma'[(E_\kappa^2 - \varepsilon_\kappa^2)/E_\kappa^2]^{1/2} = \\ &= (V/2)\,\Sigma'[\Delta_0^2/E_\kappa^2]^{1/2} = (V\Delta_0/2)\,\Sigma'[1/E_\kappa]\end{aligned}}$$

Подставляя v_k *и* u_k*, получим (см. аналогично для T=0) уравнение на щель:*

$$\cancel{\Delta}(T) = \{V\cancel{\Delta}(T)/2\}\,\Sigma'\{1/E_\kappa\}\,(1 - 2/\{\exp(E_\kappa/k_B T) + 1\})$$

$$1 - \frac{2}{e^x + 1} = \frac{e^x + 1 - 2}{e^x + 1} = \frac{e^x - 1}{e^x + 1} = \frac{e^{x/2}(e^{x/2} - e^{-x/2})}{e^{x/2}(e^{x/2} + e^{-x/2})} = th(x/2)$$

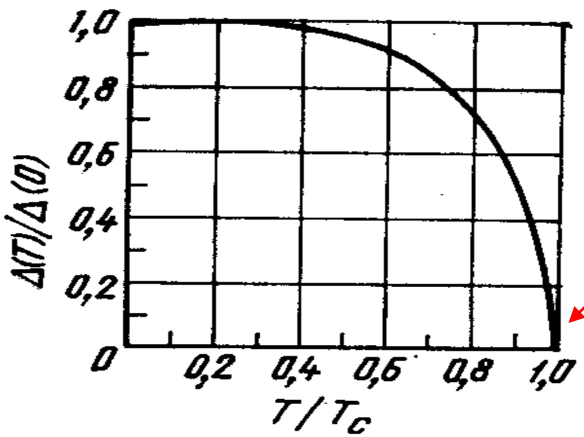
$$\boxed{1 = \sum \frac{V}{2\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(T)}}\, th\frac{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(T)}}{2k_B T}}$$

Щель при $T \neq 0$

$$1 = \sum \frac{V}{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(T)}}\, th \frac{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(T)}}{2k_B T}$$

$$\boxed{\frac{1}{N(0)V} = \int_0^{\hbar\omega_D} \frac{d\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(T)}}\, th \frac{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(T)}}{2k_B T}}$$

Переходя от суммирования к интегрированию, получим:



Вблизи T_c:

$\Delta \sim (1-T/T_c)$

Это неявное выражение для температурной зависимости щели в теории БКШ.

В широкой области температур $\Delta(T)$ можно посчитать только численно (см. рис.).

$H_{cm}=(N(0)/\mu_0)^{1/2}\Delta_0$

$\Delta_0 = \{\mu_0/N(0)\}^{1/2}H_{cm}$

$H_{cm} \sim (1-T/T_C)$

Есть 2 выделенные температуры, в которых интеграл берется:

$T = 0$ $\qquad$ $T = T_c$

Связь щели Δ_0 и T_c

$$\frac{1}{N(0)V} = \int_0^{\hbar\omega_D} \frac{d\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2+\Delta^2(T)}}\, th\frac{\sqrt{\varepsilon^2+\Delta^2(T)}}{2k_BT}$$

При $T=T_c$ щель $\Delta(T)$ обращается в ноль и (10.5) ***принимает вид***:

$$\frac{1}{N(0)V} = \int_0^{\hbar\omega_D} \frac{d\varepsilon}{\varepsilon}\, th\frac{\varepsilon}{2k_BT_c} \Rightarrow \frac{1}{N(0)V} = \int_0^{x_0} \frac{dx}{x}\, th\, x, \quad x = \frac{\varepsilon}{2k_BT_c}, \quad x_0 = \frac{\hbar\omega_D}{2k_BT_c}$$

интеграл при $x_0 >> 1$,

$$\int_0^{x_0} \frac{th\, x}{x}\, dx = \ln\{2Ax_0\}$$

$A = 2\exp(\gamma)/\pi \approx 1{,}14$, γ - *постоянная Эйлера*

$1/N(0)V = \ln\,[1.14\, \hbar\omega_D / k_BT_c]$ *при* $\hbar\omega_D >> k_BT_c$

$k_BT_c = 1{,}14\, \hbar\omega_D\, exp\{-1/(N(0)V)\}$ $\rightarrow$ $k_BT_c / 1{,}14 = \Delta_0/2$

$\hbar\omega_D \exp\{-1/(N(0)V)\} = \Delta_0/2$

*4

$$\boxed{2\Delta_0 = 3{,}52\, k_BT_c}$$

$$\Delta_0 = 2\hbar\omega_D \exp\left(-\frac{1}{N(0)V}\right)$$

$$\Delta_0 = 1{,}76\, k_BT_c$$

Экспериментальные следствия

$k_B T_c = 1{,}14\ \hbar\omega_D\ exp\{-1/(N(0)V)\}$

Изотопический эффект: $T_c \sim \omega_D \sim m^{-1/2}$, где m – масса изотопа

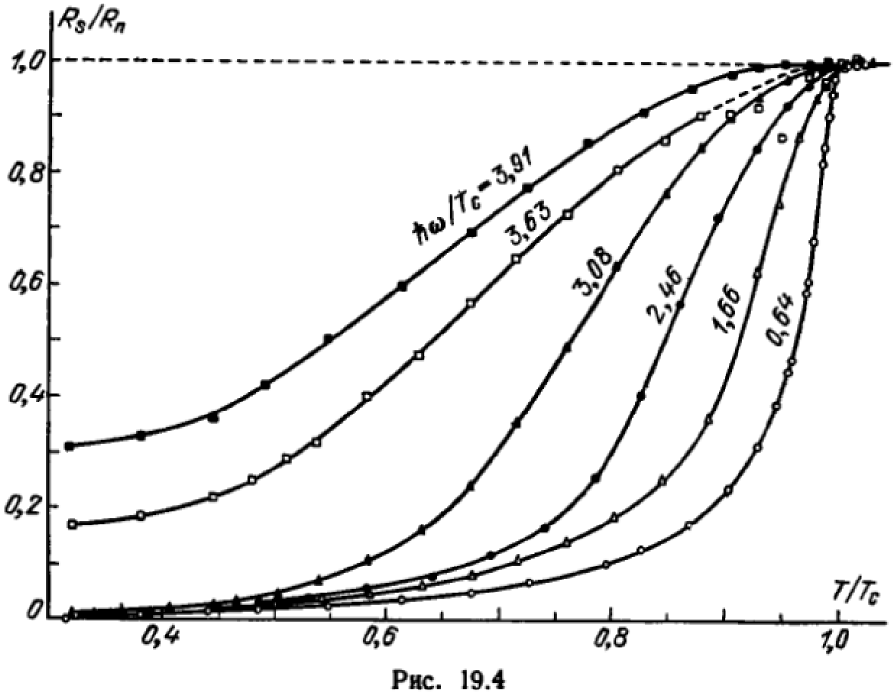
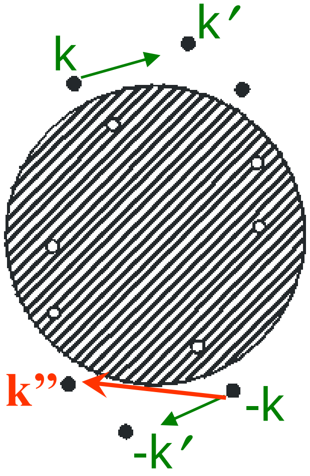
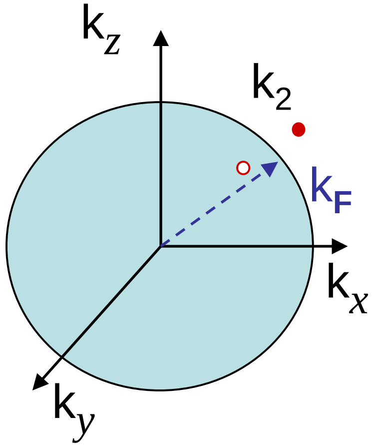


Рис. 19.4





*4

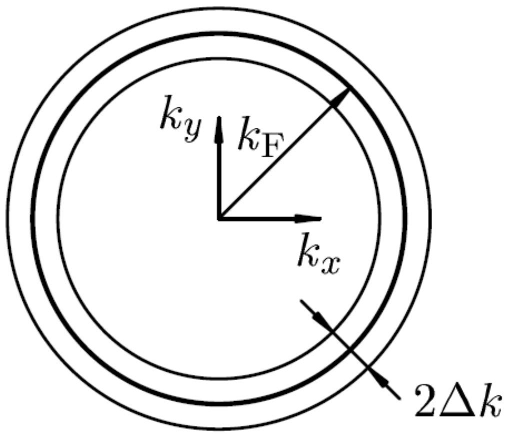
$2\Delta_0 = 3{,}52\ k_B T_c$

Размер куперовской пары

Размер куперовской пары: $\Delta x{*}\Delta p \sim \hbar \;\rightarrow\; \Delta x{*}\hbar\Delta k \sim \hbar \;\rightarrow\; \Delta x{*}\Delta k \sim 1$

$\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$

$\varepsilon \approx (\hbar^2/2m)\, k_F|\Delta k|$

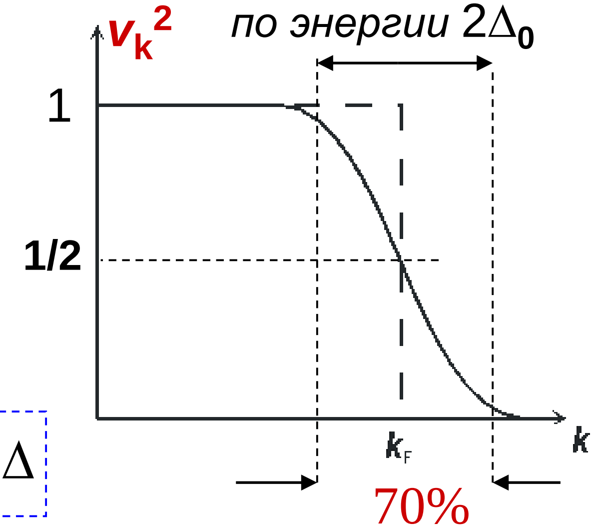


$$\Delta x = 1/\Delta k$$

$$\varepsilon \propto k^2 \;\Rightarrow\; d\varepsilon \propto k\,dk$$

$$\frac{d\varepsilon}{\varepsilon} \propto \frac{k\,dk}{k^2} = \frac{dk}{k}$$

по энергии $2\Delta_0$



$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon}$$

$$\boxed{\Delta k = k_F \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_F}}$$

$$\Delta\varepsilon = 2\hbar\omega_D \;?\; 2\Delta$$

$$2\Delta_0 = 3{,}52\, k_B T_c$$

$\Delta k/k_F \sim 2\Delta_0/\varepsilon_F \le 10^{-3} \;\rightarrow\; \Delta k \sim k_F 2\Delta_0/\{\hbar^2 k_F^2/2m\} = 4\Delta_0/\{\hbar\hbar k_F/m\} = 4\Delta_0/\hbar v_F$

Неопределенность координаты (размер пары): $\xi_0 \sim 1/\Delta k \sim \hbar v_F/4\Delta_0 \sim \hbar v_F/(7k_B T_c)$

Точный ответ: $\boxed{\xi_0 = 0.18\,\hbar v_F / k_B T_c}$ $\sim 10^{-5}$-10^{-4} ***см;*** "объем пары"- 10^{-15} см^3

Время жизни когерентных состояний

$$\Delta E\ \Delta t \sim \hbar$$

Образование куперовских пар – динамический процесс. Время жизни:

$$\boxed{\Delta t \sim \hbar / \Delta}$$

Размер куперовской пары: $\xi_0 \sim v_F \Delta t \sim \hbar v_F/\Delta$ совпадает! $\xi_0 >> l$

Влияние примесей: $\xi_d = \sqrt{D\Delta t} = \left(\frac{1}{3} l v_F \hbar / \Delta\right)^{1/2} \approx \left(l\xi_0\right)^{1/2}$ немагнитные

С λ_d – сложности.

$E_s = -N(0)\Delta_0^2/2 = -\mu_0 H_{cm}^2/2$

Считаем: $\mu_0 H_{cm} = \Phi_0 / 2\sqrt{2}\pi\lambda\xi = inv$

$$\Delta_0 = 2\hbar\omega_D \exp\left(-\frac{1}{N(0)V}\right)$$

$\lambda_0\xi_0 = \lambda_d(\xi_0 l)^{1/2}$ $\rightarrow$ $\lambda_d = \lambda_0(\xi_0 / l)^{1/2}$

$$\kappa_d = \lambda / \xi = \lambda_0\left(\xi_0 / l\right)^{1/2} / \left(\xi_0 l\right)^{1/2} = \boxed{\lambda_0 / l} = \lambda_0\xi_0 / l\xi_0 = \kappa_0\left(\xi_0 / l\right)$$

Тонкие пленки всегда (?) 2 рода.

Применимость теории Г-Л

Записали для разности плотностей энергии Гиббса:

$$g_s(r) - g_n = \alpha|\Psi|^2(r) + (\beta/2)|\Psi|^4(r) - BH + B^2/(2\mu_0) + [1/(4m)]\left|-i\hbar\nabla\Psi - 2eA\Psi\right|^2 +$$

$$= W_{потенц} + W_{кин} + W_{магн} + A_{ист}$$

$$W_{кин} = \gamma\,[1/(4m)]\left|-i\hbar\nabla\Psi - 2eA\Psi\right|^2 + \delta\left|-i\hbar\nabla\Psi - 2eA\Psi\right|^4 + \ldots$$

Г-Л: Ψ и A медленно меняются в пространстве (на размере ξ_0). $\xi(T), \lambda(T) >> \xi_0$

$\xi(T) = \xi_0(1-T/T_c)^{-1/2} >> \xi_0$ при $T \to T_c$ автоматически

$\lambda(T) = \lambda_0(1-T/T_c)^{-1/2} >> \xi_0 \to \kappa^2 = \{\lambda_0/\xi_0\}^2 >> (1-T/T_c)$ жестковато: $\kappa(Al) = 0.01$

Условие локальности (лондоновская электродинамика) $\kappa(Pb) = 0.023$

Грязный предел:

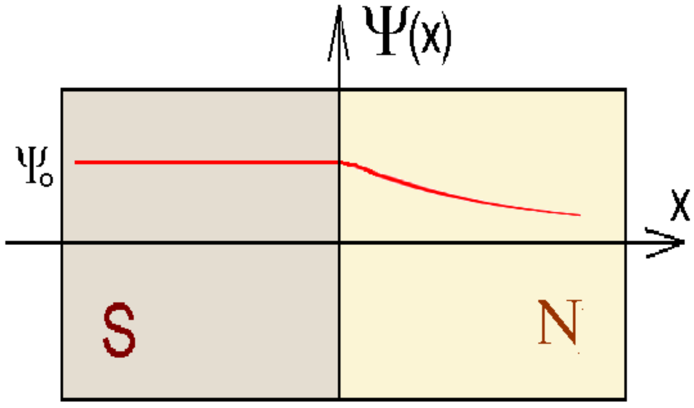
$\xi_0 \to (\xi_0 \boldsymbol{l})^{1/2} \to \xi(T) \sim \xi_d(1-T/T_c)^{-1/2} >> \xi_d$ при $T \to T_c$ автоматически

$\lambda_0 \to \lambda_0(\xi_0/\boldsymbol{l})^{1/2} \to \lambda_0(\xi_0/\boldsymbol{l})^{1/2}(1-T/T_c)^{-1/2} >> (\xi_0 \boldsymbol{l})^{1/2} \to \{\lambda_0/\boldsymbol{l}\}^2 >> (1-T/T_c)$

$\{\lambda_0/\boldsymbol{l}\}^2 = \{\lambda_0/\xi_0\}^2[\xi_0/\boldsymbol{l}]^2 = \kappa^2[\xi_0/\boldsymbol{l}]^2 >> (1-T/T_c)$ норм!

Гетероструктуры сверхпроводник-ферромагнетик

Эффект близости в NS-структурах



$\psi(x) = \psi_0 \exp(-x/\xi_N)$ ξ_N???

Образование куперовских пар –
динамический процесс.

Время жизни:

$\delta E \delta t \sim \hbar$: → $\delta E = \Delta$ → $\boxed{\Delta t \sim \hbar/\Delta}$

$$\xi_0 = \hbar v_F / \Delta$$ *Совпадает*

Температурные флуктуации $\boldsymbol{k_B T}$ разрушают “залетающие” в нормальный металл пары за время τ_N (время жизни пар) $\sim \hbar/\Delta E \sim \hbar/(k_B T)$;

$k_B T$ – ***“распаривающая” энергия***

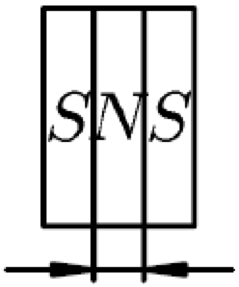
Как далеко проникне куперовская пара в нормальный металл? $\xi_N = v_F \tau$

$$\xi_d = \hbar v_F / kT$$

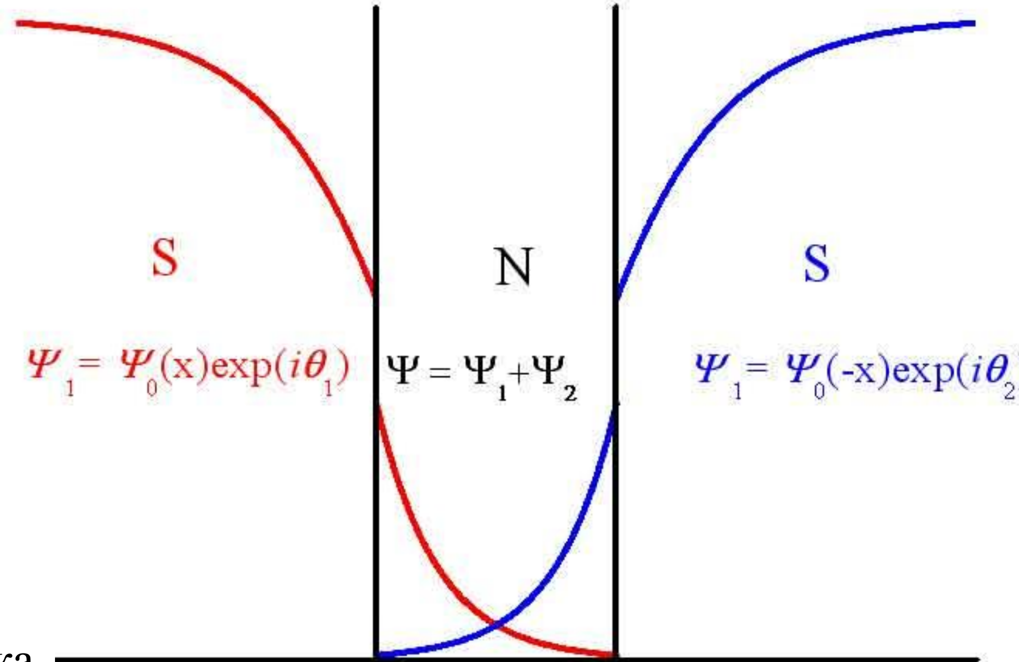
Влияние примесей:

$$\xi_d = \sqrt{D\Delta t} = \left(\frac{1}{3} l v_F \hbar / \Delta\right)^{1/2} \approx (l\xi_0)^{1/2}$$

SNS-контакт.



$d \sim 10^3$ нм



Сверхпроводник

$$\psi = \mathrm{th}\,[(x - x_0)/\sqrt{2}\xi].$$

Прослойка

$$\psi = \psi_0 e^{-|x|/\xi_n}$$

$$j_s \sim \psi_0^{\,2} \exp(-d\,/\,\xi_N)\,\sin\varphi$$

Температурные флуктуации $\boldsymbol{k_B T}$ разрушают “залетающие” в нормальный металл пары за время τ_N (время жизни пар) $\sim \hbar\,/\,\Delta E \sim \hbar\,/\,k_B T$

$k_B T$ – ***“распаривающая” энергия***

Чистый случай: $\xi_d = \hbar\, \mathrm{v}_F\,/\,kT \;\Rightarrow\; j_c \propto \exp(\,-\alpha T\,)$

«Грязный» случай: $\xi_d = \sqrt{D\Delta t} = \left(\dfrac{\hbar D}{kT}\right)^{1/2} \;\Rightarrow\; j_c \propto \exp(-\alpha\sqrt{T}\,)$

Спиновый антагонизм

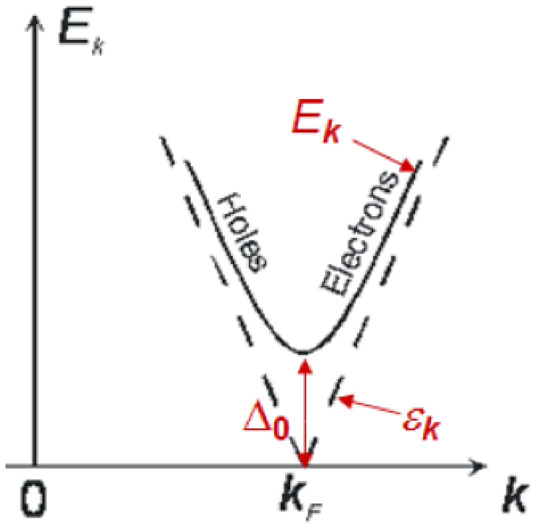
1. Рассеяние на магнитных примесях. → бесщелевая сверхпроводимость.

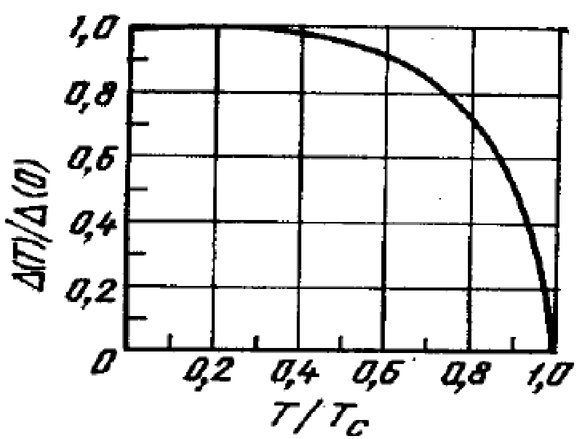
2. Ферромагнитные сверхпроводники: неоднородная сверхпроводимость
LOFF-состояния.

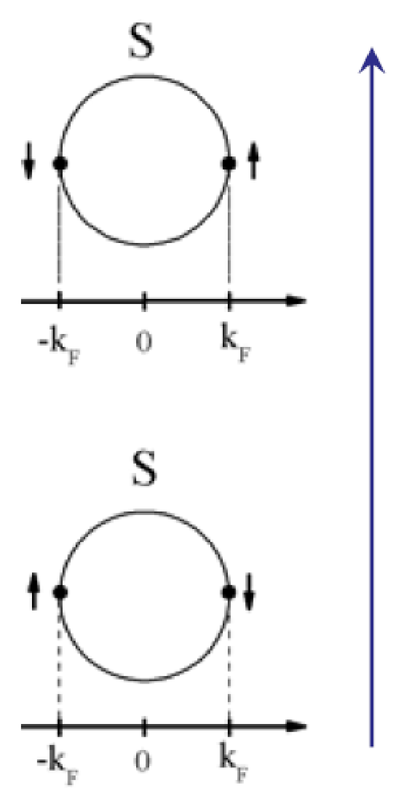
3. SF-гетероструктуры: LOFF-состояния, пи-контакт.

4. Триплетная сверхпроводимость.

Квазичастицы убивают сверхпроводимость.
SO-рассеяние создает локальные квазичастичные состояния.

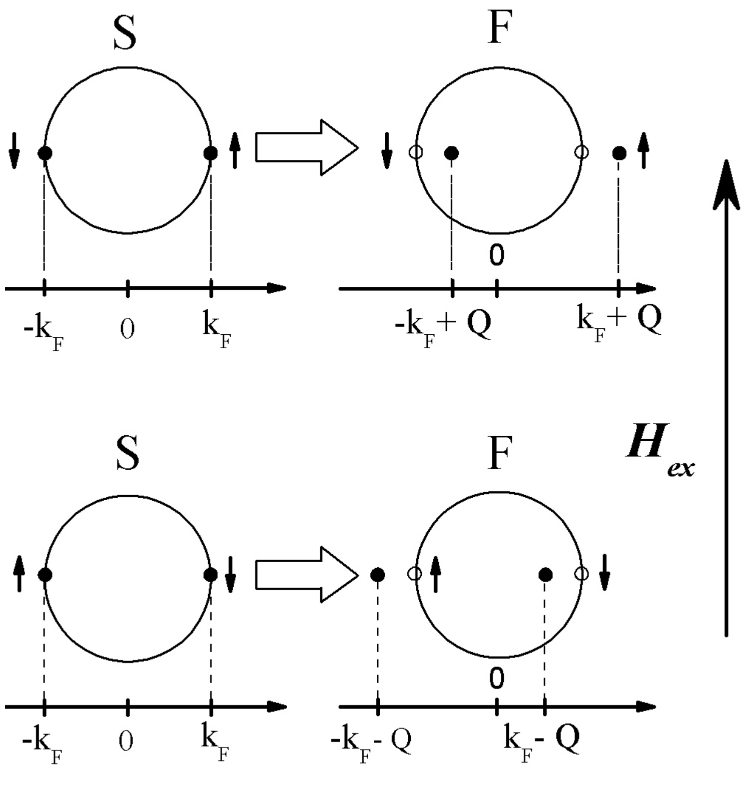






Пространственно неоднородная сверхпроводимость

Demler E.A., Arnold G.B., and Beasley M.R. *Phys. Rev. B* **55**, 15174 (1997).



$$\Delta E_p = \pm E_{ex}$$

$$\Delta E_k \approx \hbar^2 k_F \Delta k / 2m$$

$$Q = 2\Delta k = 2E_{ex} / \hbar v_F$$

$$\Psi_+ = \Psi_0 \exp(iQx)$$

$$\Psi_- = \Psi_0 \exp(-iQx)$$

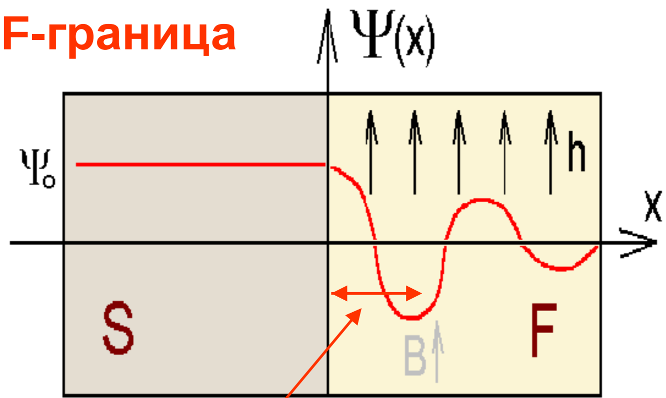
$$\Psi = \frac{1}{2}(\Psi_+ + \Psi_-) = \Psi_0 \cos(Qx)$$

Пространственно-неоднородная сверхпроводимость (LOFF-состояния)

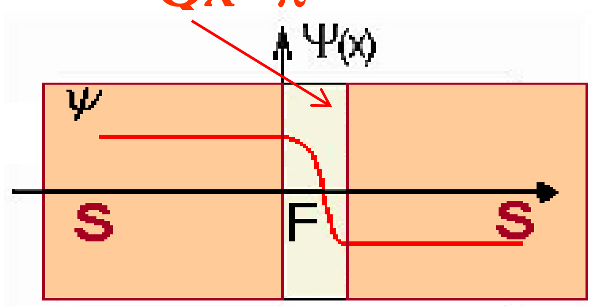
Комплексная длина когерентности

$\psi(x) = \psi_0 \exp(-x/\xi_F)$ $\qquad \xi_F = \sqrt{\hbar D / E_{dp}}$? $\qquad E_{dp} =$? $\qquad E_{ex} >> kT$

SF-граница



Q*x*=π



π-junction

$i2E_{ex}\delta t + k_B T \sim \hbar$: $\qquad \xi_F = \sqrt{D\delta t} = \left(\frac{1}{3} l v_F \hbar / 2iE_{ex}\right)^{1/2}$

$\psi(x) \sim \exp(-k_F x)$, k_F – комплексная !

$$k_F = k_{F1} + iQ$$

$Q \sim E_{ex}/(\hbar v_F)$ (чистый сл.)

$\xi_F = 1/k_F$ – комплексная длина когерентности

$1/\xi_F = 1/\xi_{F1} + i/\xi_{F2}$; ξ_{F1} – *длина затухания*

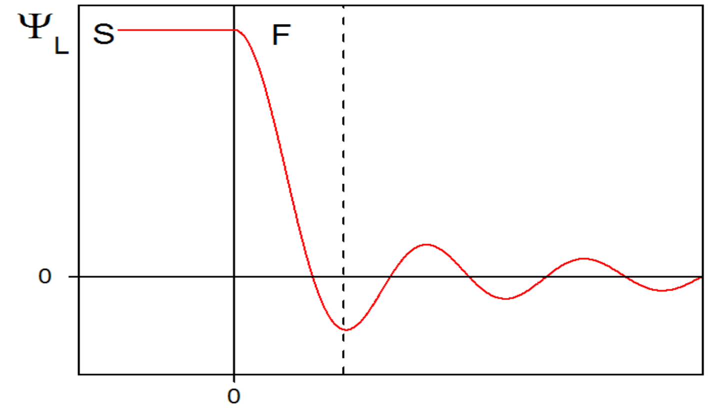
$\lambda_{ex} = 2\pi\xi_{F2}$ – период пространственных осцилляций

Co, Fe, Ni: $\quad \xi_{F1} = \xi_{F2} = (\hbar D/E_{ex})^{1/2}$ $\quad$ ***<1 nm***

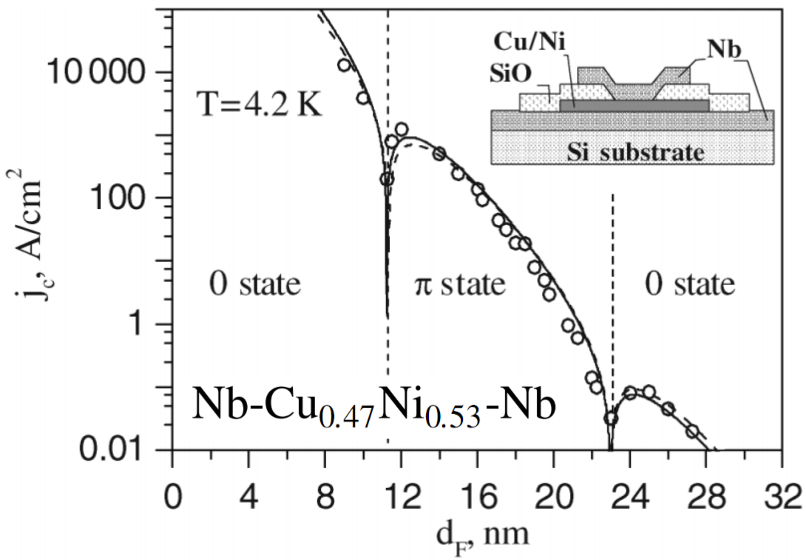
π -контакт – *джозефсоновский переход, у которого разные знаки волновой функции на берегах,*

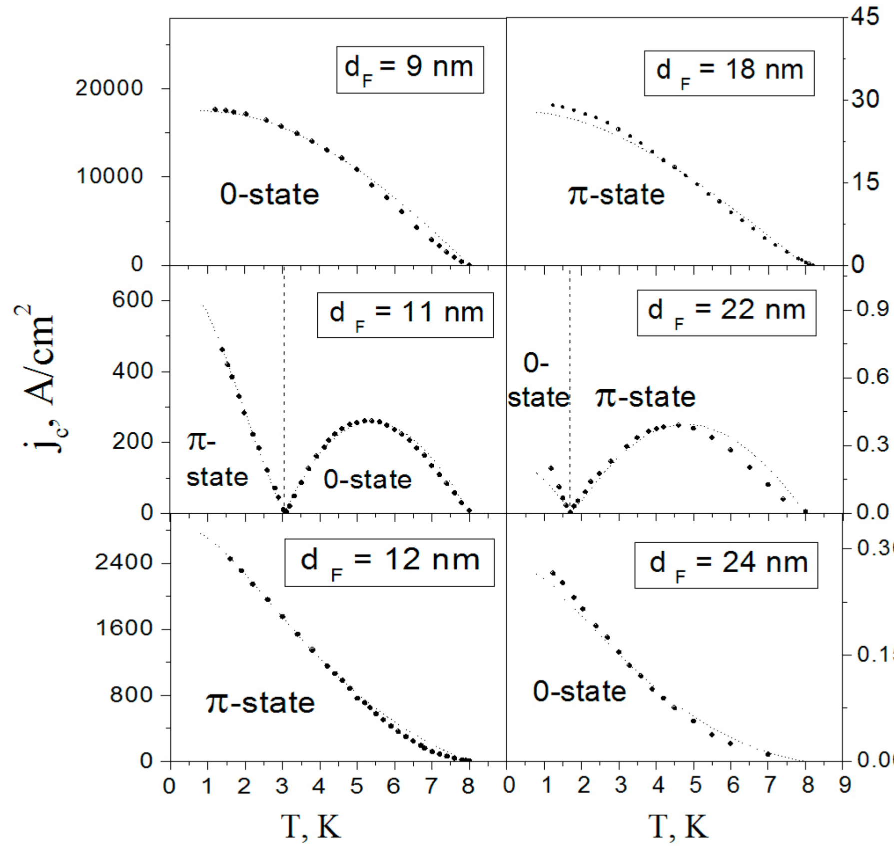
т.е. **исходная разность фаз π !** $\qquad \psi(x) = \psi_0 \exp(-x/\xi_{F1})(\cos(x/\xi_{F1}) + i\sin(x/\xi_{F1}))$

Осцилляции сверхпроводящего параметра порядка в SF-гетероструктурах.



слабыйферромагнетик !





Пи-состояние: $\varphi_0 = \pi$,

$$j = -|j_c| \sin\varphi.$$

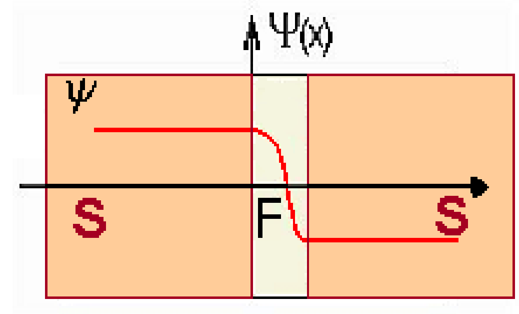
$$j = |j_c| \sin(\varphi + \pi)$$

Возвратные зависимости $I_c(d_F)$, $I_c(T)$.

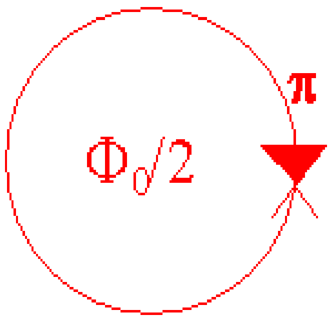
$$j_s \sim \psi_0(T)^2 \exp\{-d / \xi_N(T)\} \sin\varphi$$

π-контакты

Булаевский, Кузий, Собянин, 1977



$2\pi L I_c >> \Phi_0$, $\Phi_e = 0$

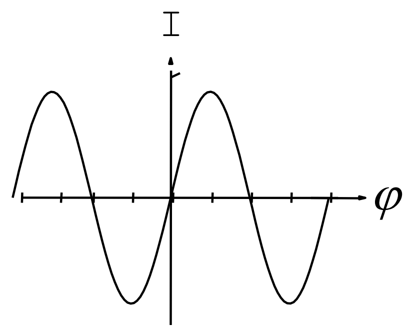


$\varphi = (2\pi/\Phi_0) \int A\, dl$
$= 2\pi\, \Phi/\Phi_0$

$\varphi = \pi$; $\Phi = \Phi_0/2$!
$\Phi_e = 0$

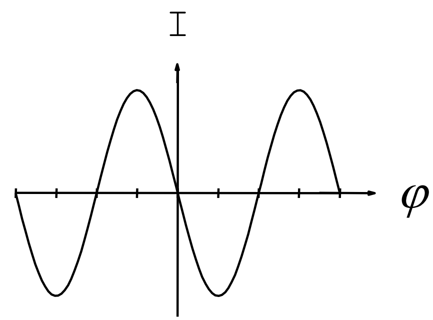
0-контакт
минимум энергии при 0

$I_s(\varphi) = I_c \sin\varphi$

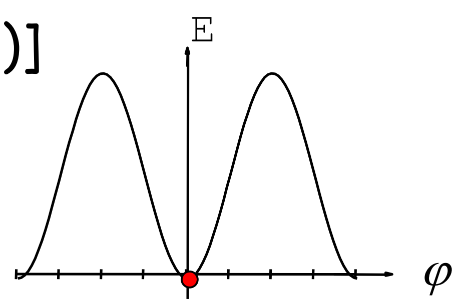


π-контакт
минимум энергии при π

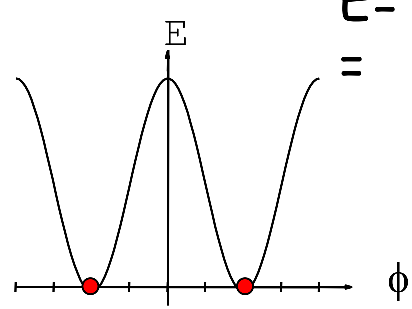
$I_s(\varphi) = I_c \sin(\varphi + \pi) = -I_c \sin\varphi$



$E = E_J[1 - \cos(\varphi)]$

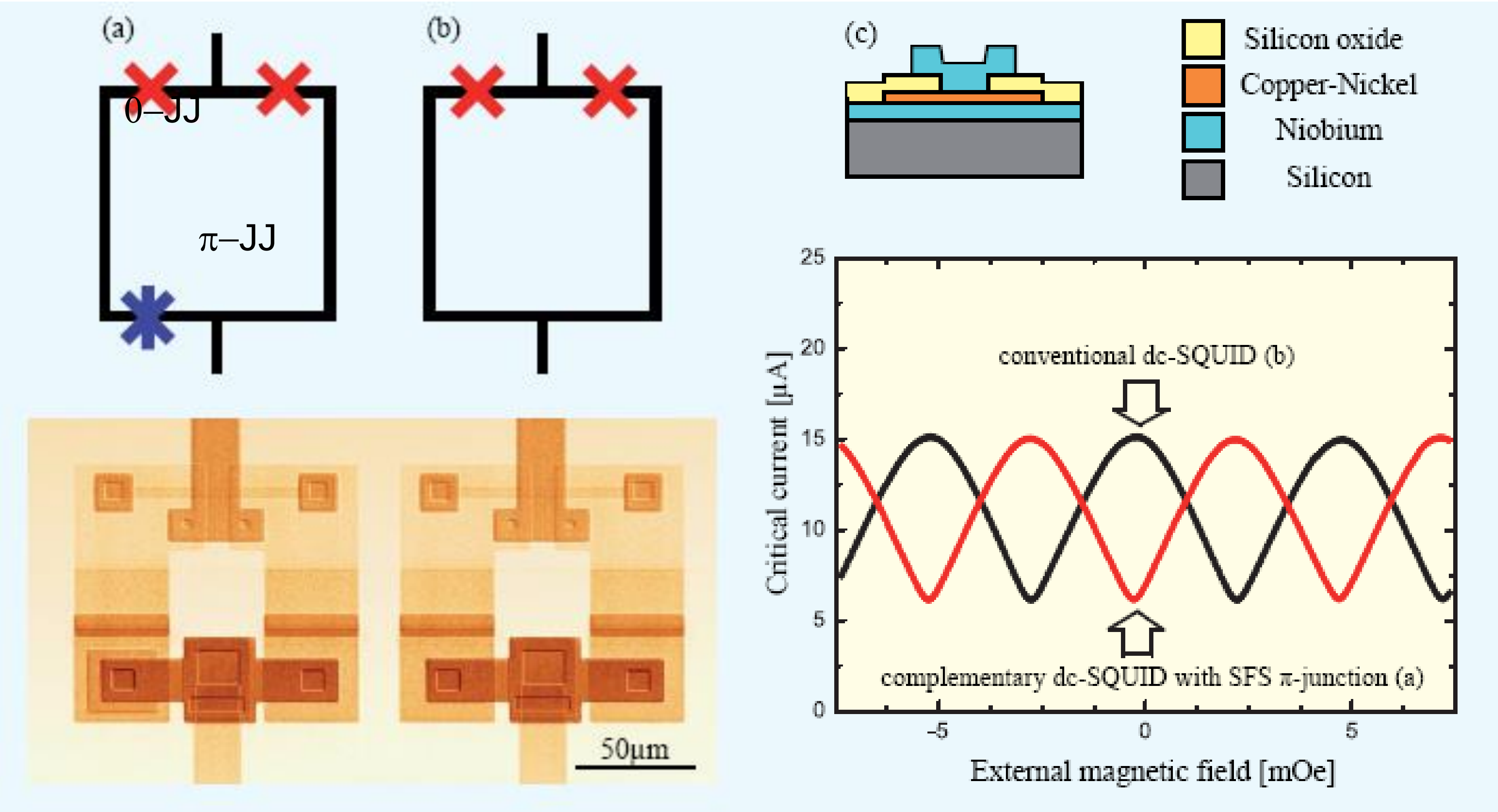


$E = E_J[1 - \cos(\pi + \phi)] =$
$= E_J[1 + \cos\phi]$



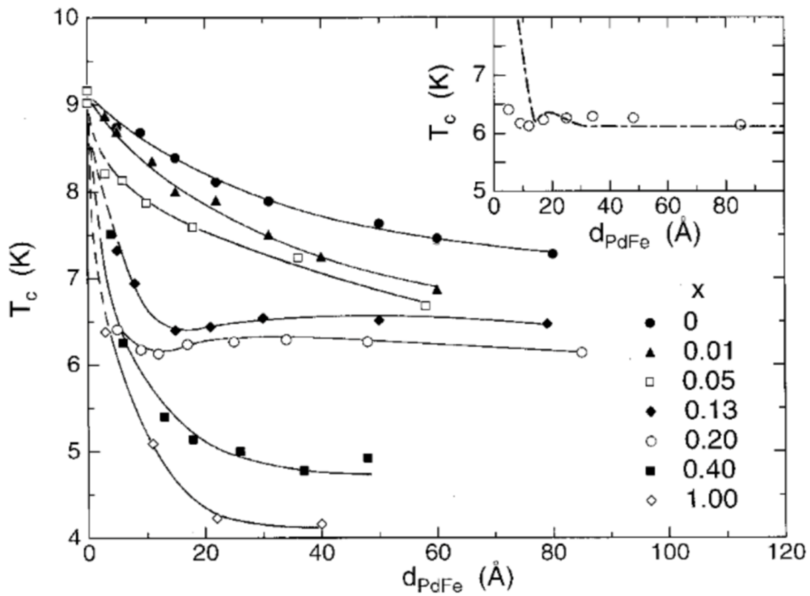
В кольцах с π–контактами возникают двукратно-вырожденные состояния

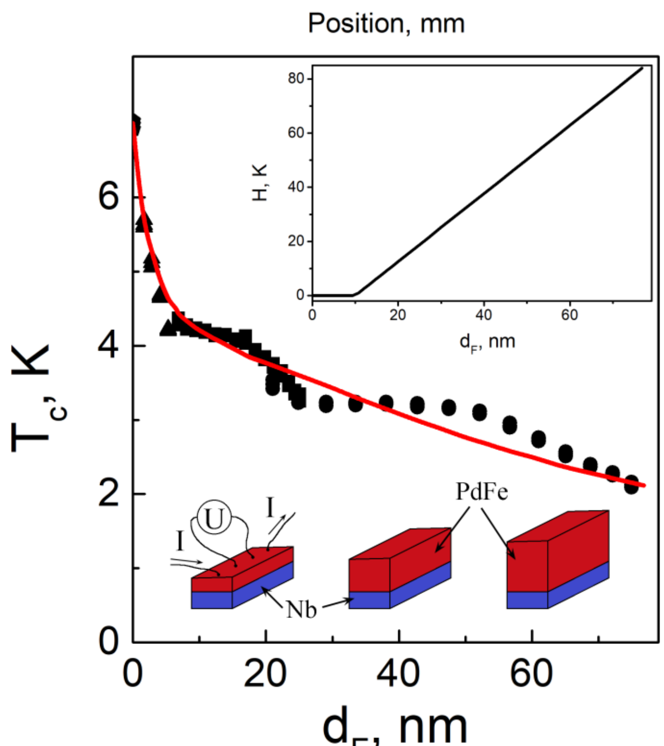
Копмлементарный СКВИД.

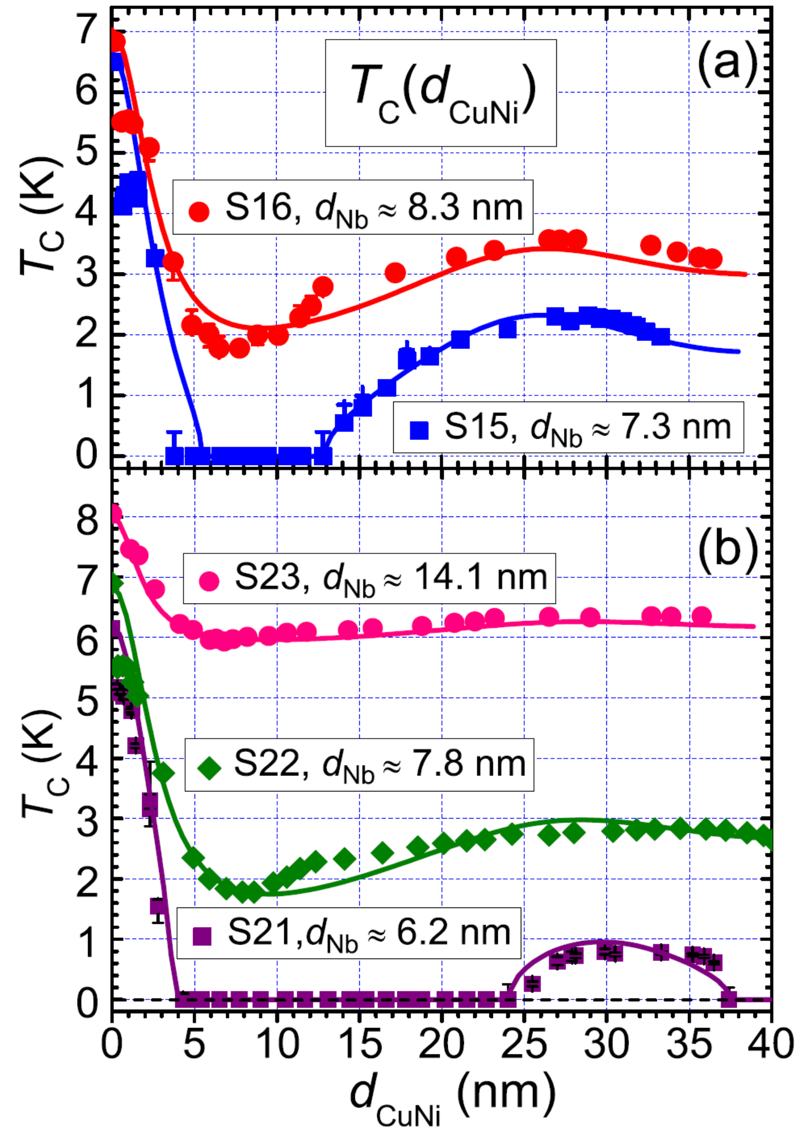


Nature Physics 6, 593 (2010).

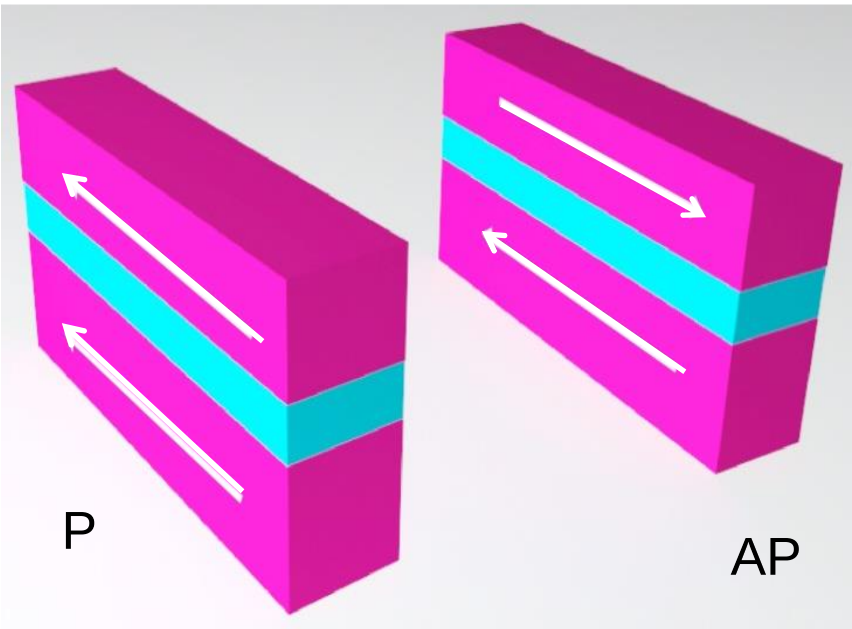
Слоистые структуры (SF)

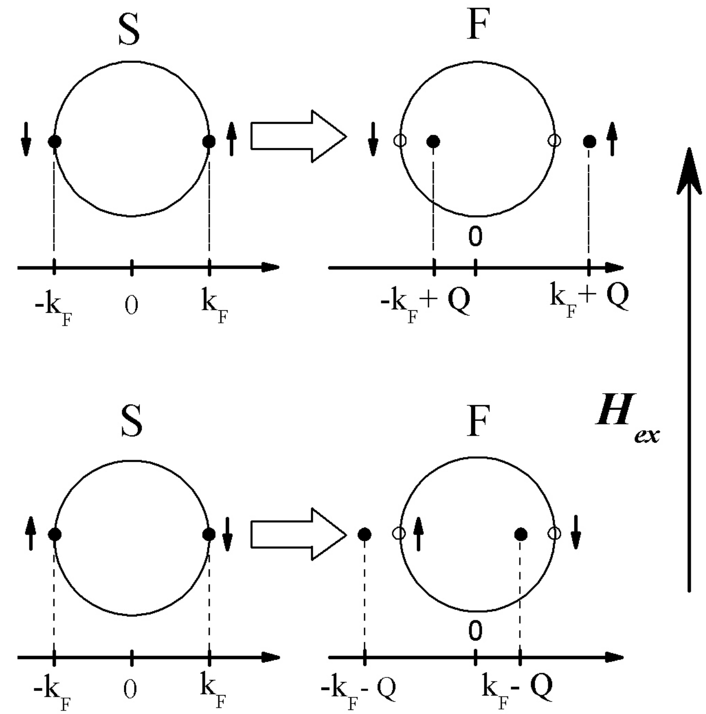






«Близостные» элементы памяти.

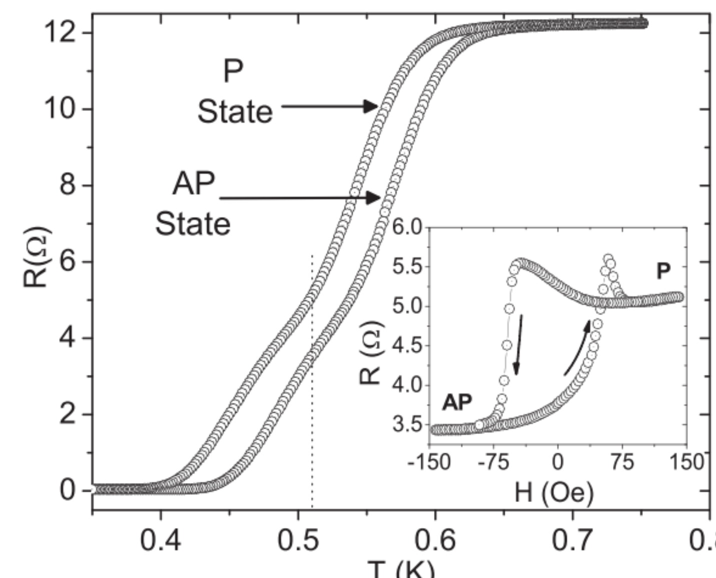




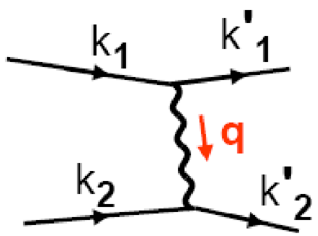
1. Основаны на управлении критической температурой сверхпроводника, «зажатого» между двумя ферромагнитными слоями.

2. Чувствителен к взаимной ориентации намагниченности ферромагнетиков.

3. Неограниченно масштабируем.

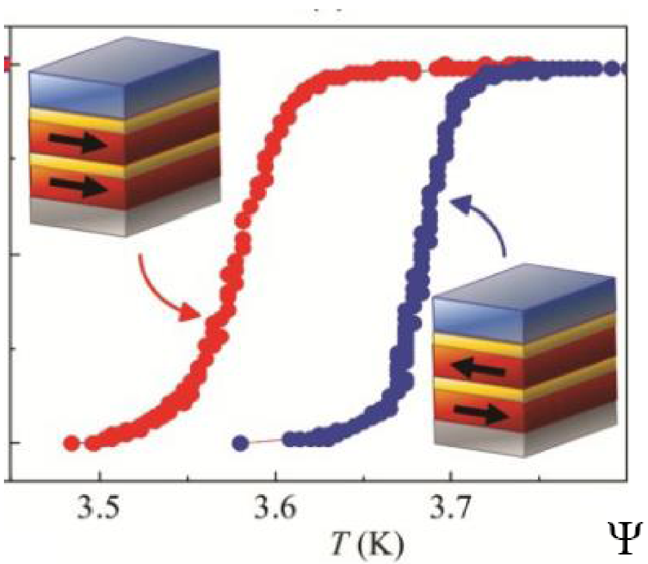


Триплетная сверхпроводимость



Импульс и спин куперовской пары.

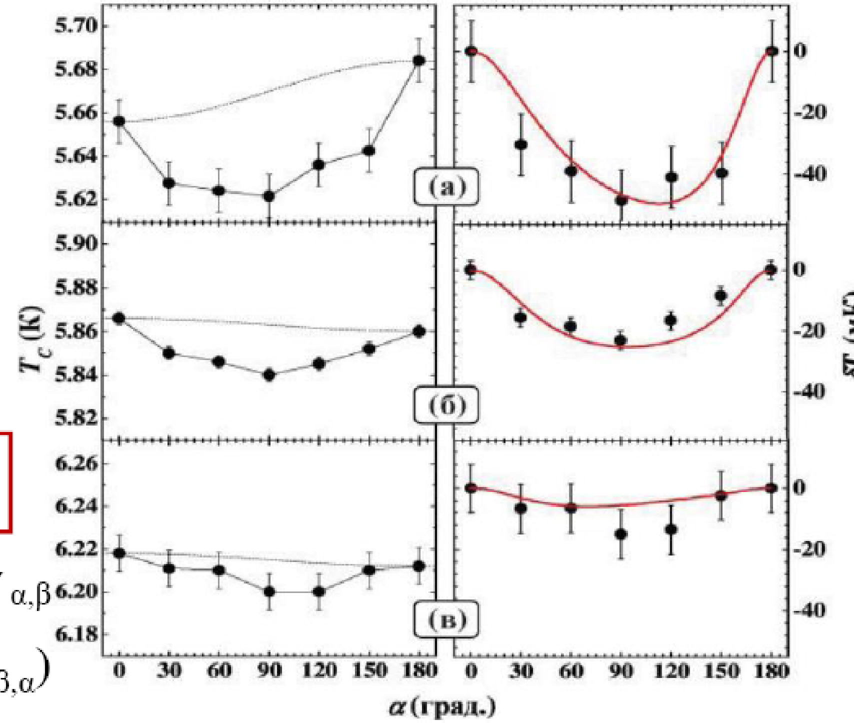
$K = 0$; $k_1 = - k_2$; $k'_1 = - k'_2$



$$\boxed{s_1 = -s_2}$$

$$\Psi_{\alpha,\beta} = \psi_{\alpha,\beta}(r_{\alpha,\beta})\chi_{\alpha,\beta}$$

$$\Psi = \sum \Psi_{\alpha,\beta}(r_{\alpha,\beta})\Psi_{\beta,\alpha}(r_{\beta,\alpha})$$

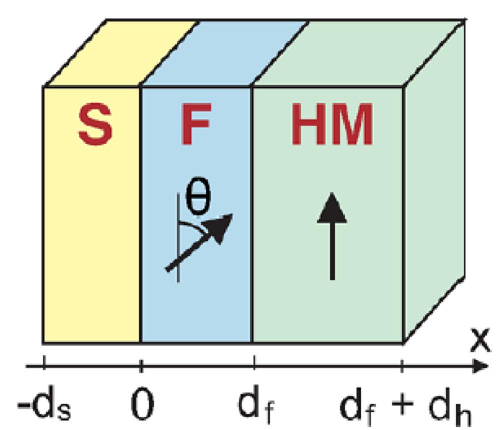


направлению волновыми векторами. Это позволяет рассмотреть орбитальную волновую функцию типа

$\boxed{\exp(\pm i\mathbf{k}\{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\})}$

$$\psi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \sum_{\mathbf{k}} g_{\mathbf{k}} \exp(i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_1)\exp(-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_2).$$

С учетом антисимметрии полной волновой функции по отношению к перестановке этих двух электронов выражение для ψ_0 преобразуется или в сумму членов $\cos\mathbf{k}\cdot(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)$, умноженных на антисимметричные синглетные спиновые функции $(\alpha_1\beta_2-\beta_1\alpha_2)$, или в сумму членов $\sin\mathbf{k}\cdot(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)$, умноженных на одну из симметричных триплетных спиновых функций $(\alpha_1\alpha_2,\ \alpha_1\beta_2+\beta_1\alpha_2,\ \beta_1\beta_2)$. В этих вы-



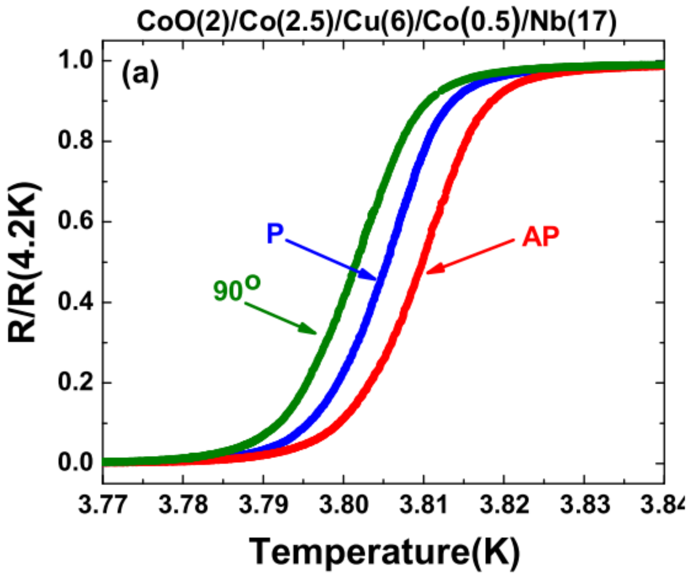
Триплетный spin-valve

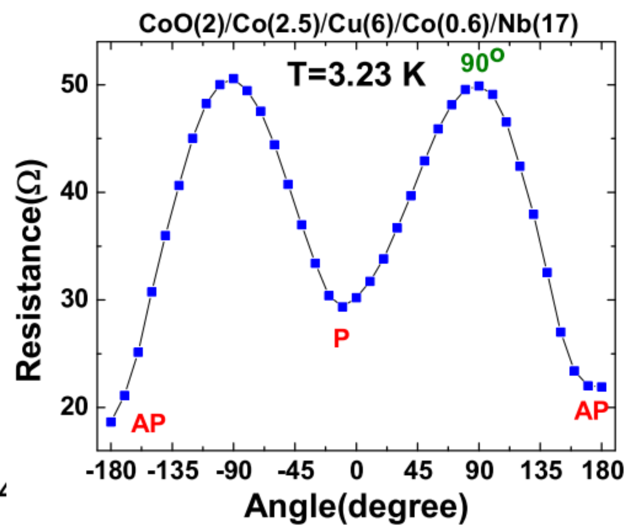
Триплет

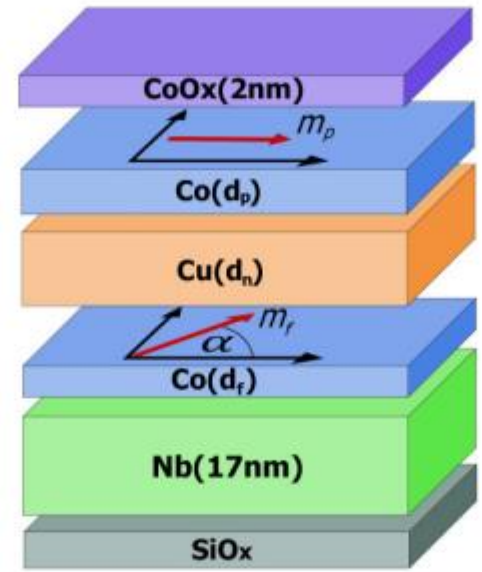
PHYSICAL REVIEW B **89**, 184502 (2014)

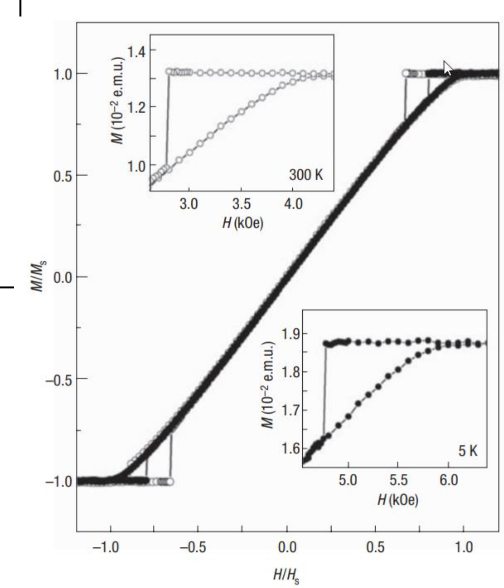
Angular dependence of superconductivity in superconductor/spin-valve heterostructures

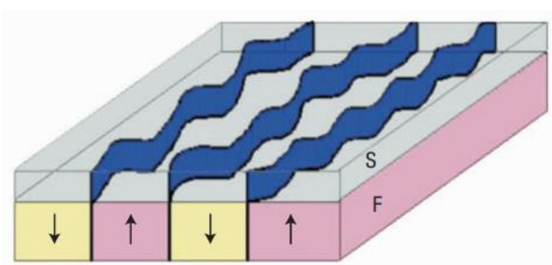
Alejandro A. Jara,[1] Christopher Safranski,[1] Ilya N. Krivorotov,[1] Chien-Te Wu,[2] Abdul N. Malmi-Kakkada,[2] Oriol T. Valls,[2,*] and Klaus Halterman[3,†]

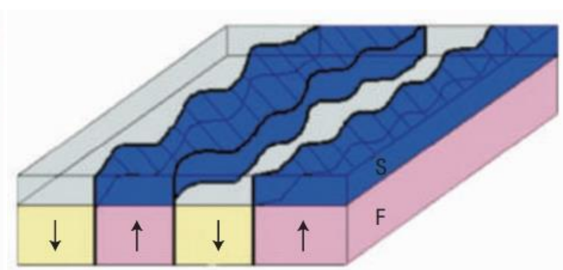












Электро-магнитный или смешанный