Введение в физику сверхпроводимости

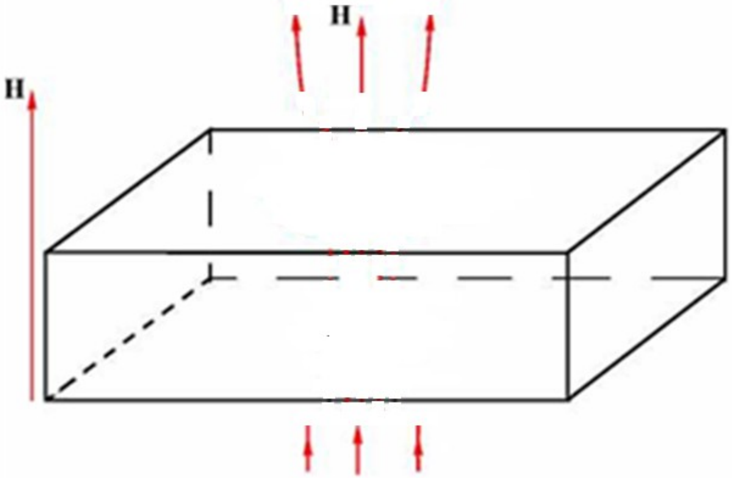
Больгинов Виталий Валериевич

Лекция 9

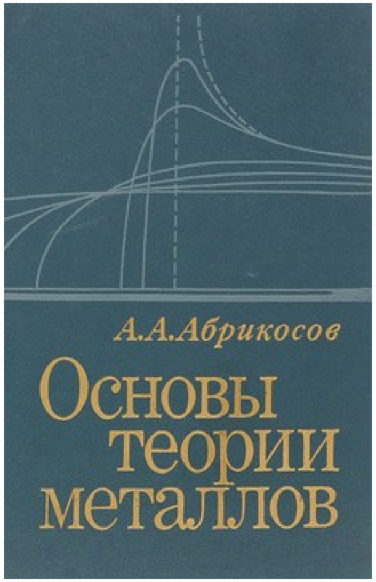
Вихри Абрикосова.

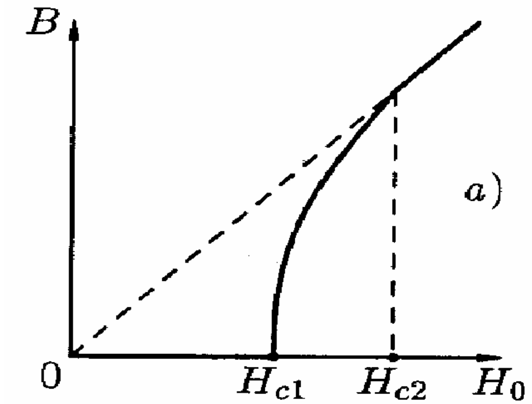
Взаимодействие вихрей, обратимый магнитный момент в смешанном состоянии, пиннинг, барьер Бина-Левингстона, модель Бина.

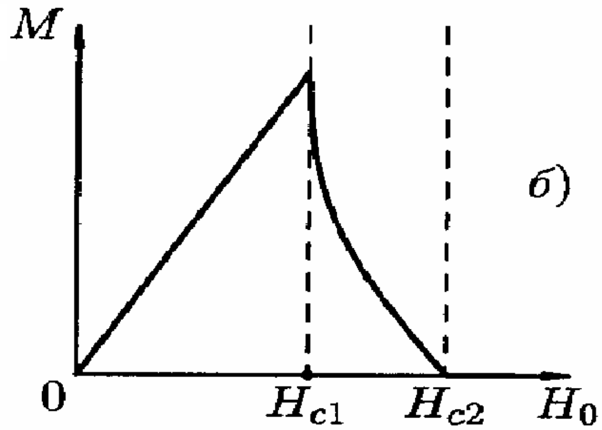
Задача Абрикосова

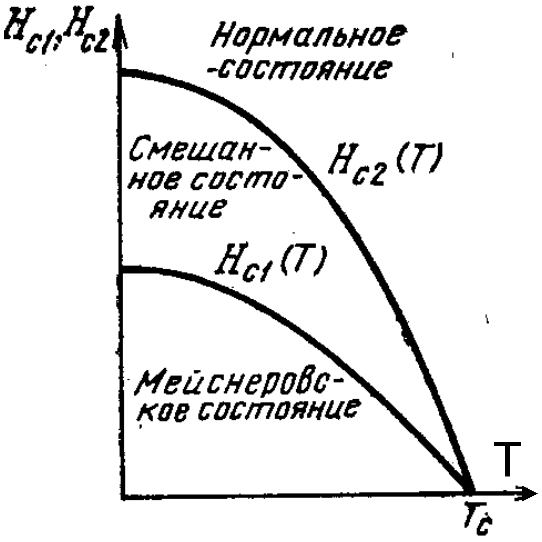


Как нормальное магнитное поле проникает в сверхпроводник?



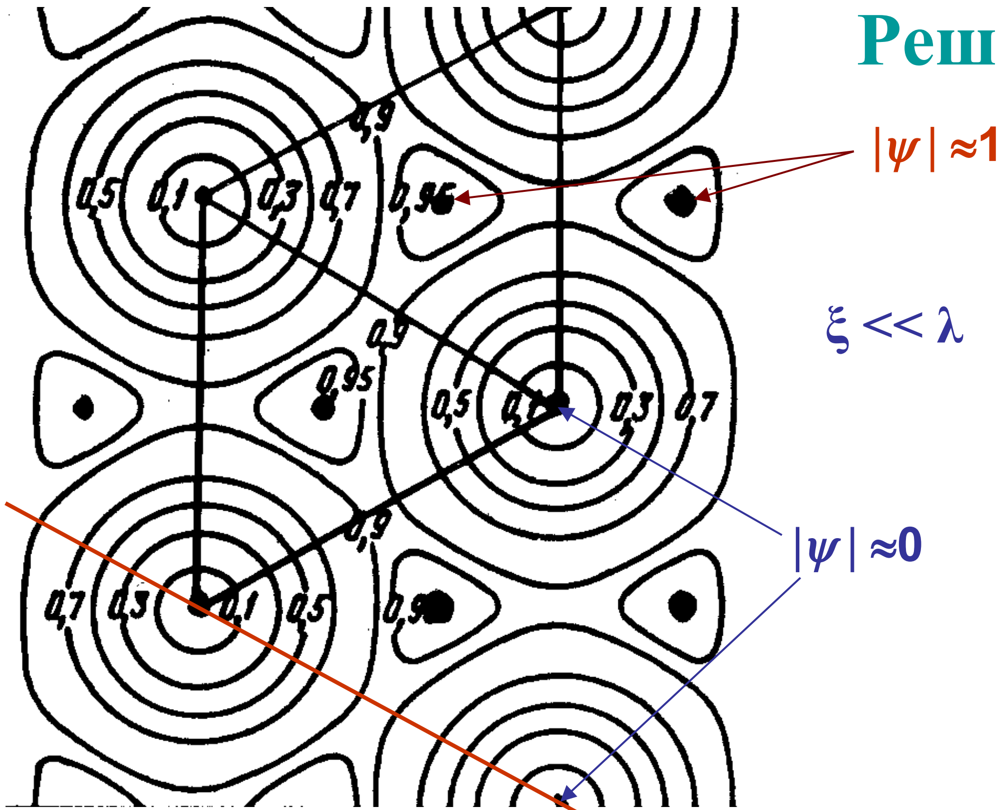


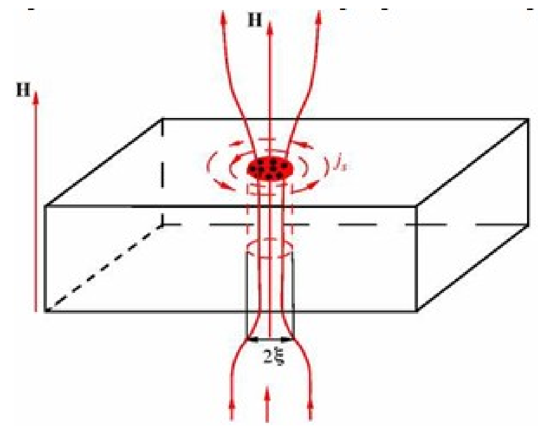




Как устроено смешанное состояние СП-2?

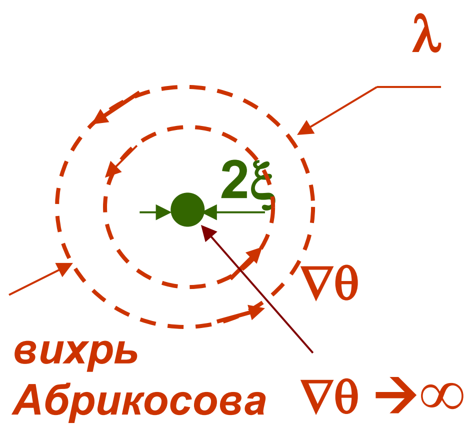
Решетка вихрей Абрикосова

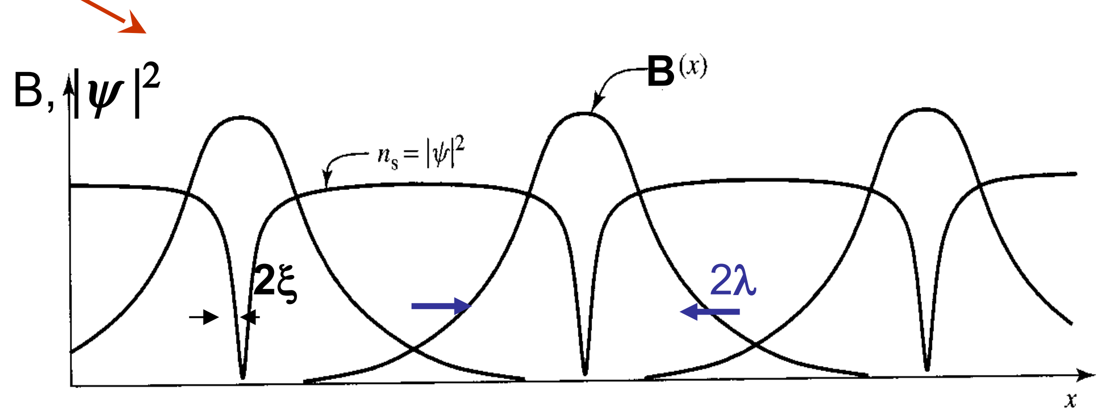




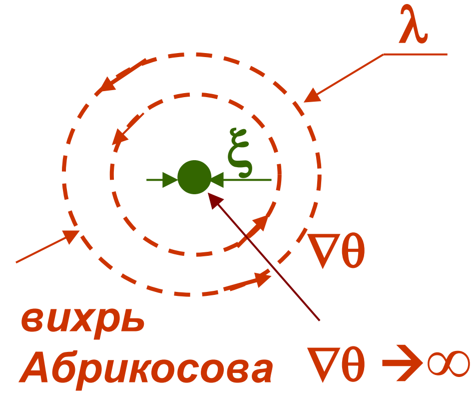
Локализованный вихревой ток.

Токовая частица!





Один вихрь Абрикосова



$B + \lambda^2 \mathrm{rot\,rot}\, B = \Phi_0 \delta(r) e_v$,   *гран. условие:* $B(\infty) = 0$.

Решение: $B = [\Phi_0/(2\pi\lambda^2)]\, K_0(r/\lambda)$

$K_0(z)$*- функция Макдональда или функция Ханкеля от мнимого аргумента.*

$$K_0(z)= \begin{cases} \ln(1/z)= \ln(\lambda/r) \;@\; z<<1 \;(r<<\lambda); \\ e^{-z}/z^{1/2} = (r/\lambda)^{-1/2} e^{-r/\lambda} \;@\; z>>1 \;(r>>\lambda). \end{cases}$$

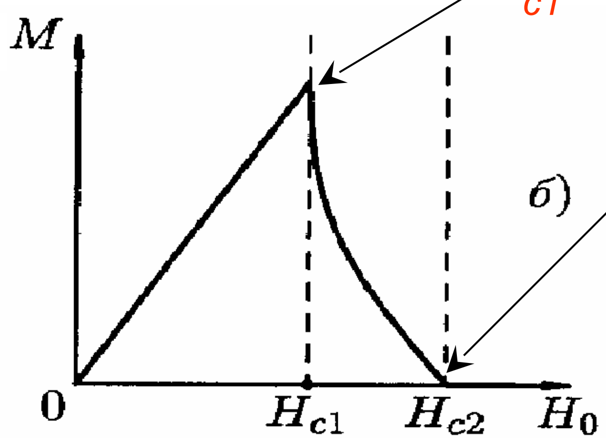
∞

0

$G = \varepsilon_1 - H\Phi_0 \leq 0$

$H_{c1} = [\Phi_0/(4\pi\lambda^2)](\ln\kappa + 0.5)$

$H_{c2} = \Phi_0 / 4\mu_0\xi^2$



"Обрежем" на ξ $(r \geq \xi)$:

$\ln(\lambda/r) \leq \ln(\lambda/\xi) = \ln(\kappa)$

Параметр Гинзбурга

$\kappa=\lambda/\xi$

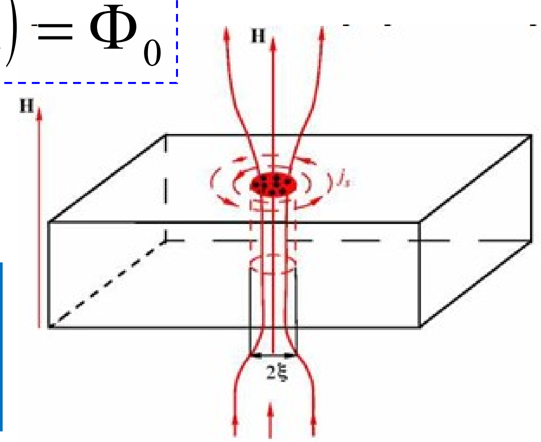
$B(0)=[\Phi_0/(2\pi\lambda^2)] \ln\kappa$

$B(0)=[\Phi_0/(2\pi\lambda^2)] (\ln\kappa - 0.28)$

$\boxed{\Phi(1) = \Phi_0}$

$\varepsilon_1=(\Phi_0/2\mu_0)B(0)$,

$$\boxed{\varepsilon_1 = \frac{\Phi_0^2}{4\pi\mu_0\lambda^2} \ln\kappa}$$



$1/(1.69\sqrt{2}) = 0.42 < \kappa < 1$ $H_{c3} = 1.69 H_{c2}$

Энергия одиночного абрикосовского вихря

Опять рассм. случай: $\lambda \gg \xi$; $\kappa \gg 1$, $r \gg \xi \leftrightarrow |\psi| = 1$
(однородный сверхпроводник, фактически, лондоновский предел)

“Вставим руками” один вихрь в сверхпроводник в отсутствие внешнего магнитного поля.

Как изменится энергия сверхпроводника? ***Добавится:***

Энергия Кора

- энергия магнитного поля с плотностью $B^2(r)/(2\mu_0)$

- кин. энергия вихревых токов с плотностью $(1/4m)\,|(i\hbar\nabla + 2eA)\Psi|^2$

Поскольку мы не будем пока изучать особенности в области кора вихря, для $r \gg \xi$ можно считать $\nabla\Psi = 0$ и полностью работать в рамках ур. Лондонов:

$A(r) = -\mu_0\lambda_L^2 j_s(r)$; $\lambda_L^2 = m/(\mu_0 n_s e^2)$. ***Тогда плотность кин. энергии токов:***

$$(e^2/m)A^2|\Psi|^2 = [1/(2\mu_0\lambda_L^2)]A^2 = \mu_0\lambda_L^2 j_s^2/2 = (\lambda_L^2/2\mu_0)\,(\mathrm{rot}\,B)^2\ ; \quad |\Psi|^2 = n_s/2$$

- плотность пар

Таким образом, энергия абрикосовского вихря:

$$\varepsilon = (1/2\mu_0)\int [B^2 + \lambda^2(\mathrm{rot}\,B)^2]dV \qquad \textbf{(5.6)}$$

интегрируем по бесконечному объему с одним вихрем вдоль z

Из лекции 2 (flashback)

Из эффекта Мейсснера:

Добавка к энергии сверхпроводника в магнитном поле =
= энергия токов + энергия поля

Плотность энергии сверхпроводящих токов:
$w_{кин} = n_s m v_s^2/2 = j_s^2 m/(2n_s e^2) = (\mu_0 \lambda_L^2/2)(\text{rot}\, \boldsymbol{H})^2$; $\mathbf{j}_s = \text{rot}\, \mathbf{H}$ ***(ур. Максвела)***

Плотность энергии магнитного поля:
$w_H = \mu_0 H^2/2$

Минимизируем добавку к внутренней энергии: $\delta_H F_s = 0$

$$\boxed{F_s = F_{s0} + (\mu_0/2)\int dV\, [H^2 + \lambda_L^2 (\text{rot}\, \boldsymbol{H})^2]}$$

$\lambda_L^2 (\text{rot rot}\, \mathbf{H}) = -\mathbf{H}$ ***или*** $\Lambda(\textbf{\textit{rot j}}_s) = -\boldsymbol{B}$; Уравнение Лондонов

$\Lambda \boldsymbol{j}_s(\mathrm{r}) = -\boldsymbol{A}(\mathrm{r})$; ур. Максвелла $\textbf{\textit{rot H}} = \boldsymbol{j}_s$ и определение $\mathbf{B} = \text{rot}\, \mathbf{A}$ дают:

$$\text{rot rot}\, \boldsymbol{A} = -(1/\lambda_L^2)\boldsymbol{A}$$

Преобразование функционала энергии

$\varepsilon_1=(1/2\mu_0)\int [B^2 + \lambda^2(\mathrm{rot}\, B)^2]dV$

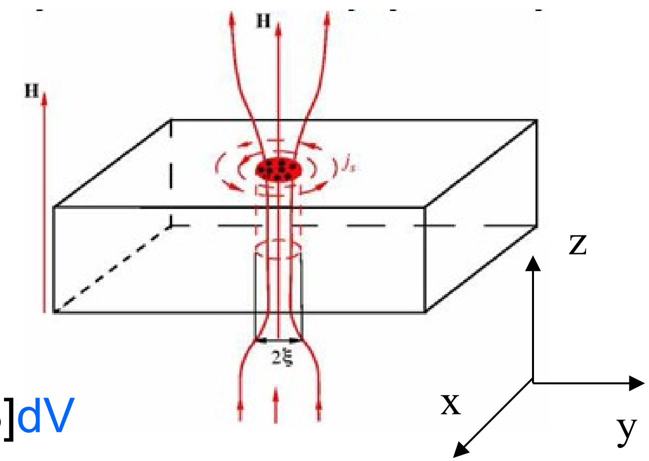
$$\lambda^2 \mathrm{rot\,rot}\, B + B = \Phi_0 \delta(\mathbf{r})$$

$(\mathrm{rot}\, B)^2 = (\mathrm{rot}\, B)(\mathrm{rot}\, B) = aB' \quad \rightarrow \quad \mathbf{a'B} = (\mathrm{rot\,rot}\, \mathbf{B})\, \mathbf{B}$

$div\, [aB] = B\, \mathrm{rot}\, a - a\, \mathrm{rot}\, B$

$\mathrm{div}\, [rot\, B \times B] = \nabla [rot\, B \times B] = - (rot\, B)^2 + B\, rot\, rot\, B$

т.е. $(rot\, B)^2 = B\, rot\, rot\, B - \mathrm{div}[rot\, B \times B]$



$\varepsilon = (1/2\mu_0)\int (\mathbf{B}^2 + \lambda^2 \mathbf{B}\, \mathrm{rot\,rot}\, \mathbf{B} - \lambda^2/2\mu_0\, \mathrm{div}[\mathrm{rot}\, \mathbf{B} \times \mathbf{B}])dV$

$\varepsilon = (1/2\mu_0)\int (\mathbf{B}(B + \lambda^2 \mathrm{rot\,rot}\, B)\, dV - (\lambda^2/2\mu_0) \int \mathrm{div}[\mathrm{rot}\, \mathbf{B} \times \mathbf{B}]dV$

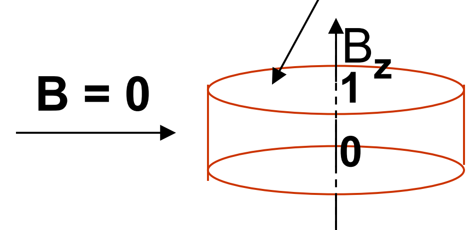
по теореме Гаусса **n || B**

$\varepsilon = (1/2\mu_0)\int \mathbf{B}(\mathbf{r})\Phi_0\delta(\mathbf{r})\, dV - (\lambda^2/2\mu_0) \int [\mathrm{rot}\, \mathbf{B} \times \mathbf{B}]d\mathbf{S}$

по охватывающей объем поверхности

$\varepsilon = (1/2\mu_0)\Phi_0 B(0) L - (\lambda^2/2\mu_0) \int B[j_s \times \mathbf{n}]\mathbf{n}dS$ $\quad \boxed{\mathrm{rot}\, B = \mu_0 j_S}$

$\rightarrow 0$



$\varepsilon\, (L=1) = (1/2\mu_0)\, \Phi_0 B(0)$

Энергия абрикосовского вихря-II

Энергия абрикосовского вихря: $\varepsilon_1 = (1/2\mu_0)\int [B^2 + \lambda^2(\mathrm{rot}\,\mathbf{B})^2]dV$

$\varepsilon_1 = (\Phi_0/2\mu_0)B(0)$,

$B(0) = [\Phi_0/(2\pi\lambda^2)] \ln\kappa$

$$\varepsilon_1 = \frac{\Phi_0^2}{4\pi\mu_0\lambda^2}\ln\kappa$$

$$\varepsilon_1 = [\Phi_0/(2\pi\lambda^2)] \ln(\kappa - 0.28)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\Phi_0^2}{4\pi\mu_0\lambda\xi}\frac{\xi}{\lambda}\ln\kappa$$

$$\mu_0 H_{cm} = \Phi_0 / (2\sqrt{2}\,\pi\lambda\xi)$$

$\lambda \gg \xi$; $\kappa \gg 1$

$$\varepsilon_1 = \frac{\Phi_0 H_{cm}}{\sqrt{2}\kappa}\ln\kappa$$

Учтем, что $\psi = \psi(\mathbf{r}) \neq 1$.

$$F_n = F_s + \frac{\mu_0 H_{cm}^2}{2}$$

$$\Delta\varepsilon_{core} = \frac{\mu_0 H_{cm}^2}{2}\pi\xi^2 = \frac{\Phi_0^2}{16\pi^2\mu_0\lambda^2\xi^2}\pi\xi^2 = \frac{1}{4}\frac{\Phi_0^2}{4\pi\mu_0\lambda^2} << \varepsilon_1$$

$$\varepsilon_1 = \left(\frac{1}{2\mu_0}\frac{\Phi_0^2}{(2\pi\lambda^2)^2}\ln\kappa\right)2\pi\lambda^2 \cdot 1\ m$$

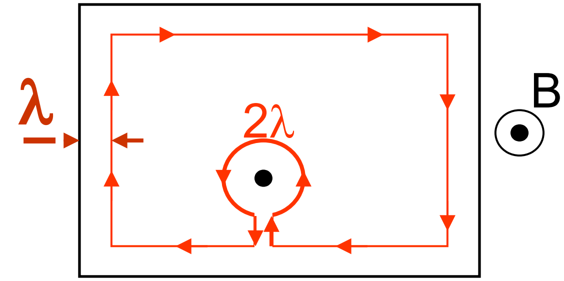
$$\varepsilon_1 = \frac{\Phi_0^2}{4\pi\mu_0\ \lambda^2}\left[\ln\kappa + 0.5\right]$$

Первое критическое поле H_{c1}

Рассмотрим процесс создания вихря

$$\varepsilon_1 = \frac{\Phi_0^2}{4\pi\mu_0\lambda^2}(\ln\kappa + 0.5) > 0$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\Phi_0 H_{cm}}{\sqrt{2}\kappa}\ln\kappa$$



Включим внешнее магнитное поле и посчитаем энергию Гиббса ед. дл. вихря:

$$G = \varepsilon_1 - \int \mathbf{B}(\mathbf{r})\mathbf{H}dS = \varepsilon_1 - H_0\int BdS = \varepsilon_1 - H\Phi_0$$

H – приложенное внешнее магнитное поле (напряженность).

При некотором $H_0 = H_{c1}$ потенциал Гиббса меняет знак!

При $H > H_{c1}$ -поле вихрю становится выгодно входить в сверхпроводник!

$G = 0$: $H_{c1} = [\Phi_0/(4\pi\lambda^2)](\ln\kappa + 0.5)$

$$\boxed{H_{c1} = \frac{H_{cm}}{\sqrt{2}}\frac{\ln\kappa}{\kappa} < H_{cm}}$$

(Половина поля в центре вихря.)

При $\kappa=100$ и $H_{cm}=10^3$ Э $=10^{-1}$ Т

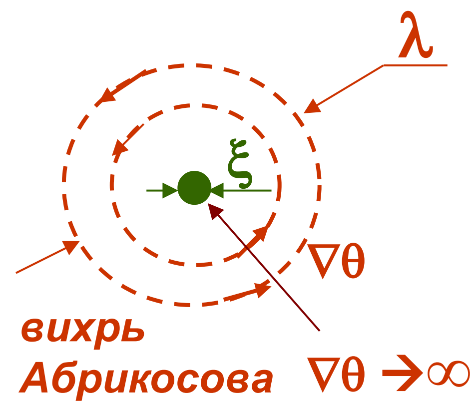
поле вхождения вихрей $H_{c1} \sim 30$ Э !

При $\kappa=10$ и $H_{cm}=10^3$ Э

$H_{c1} \sim 150$ Э !!

Магнитное поле абрикосовских вихрей

Изучим распределение поля в “уединенном” вихре для случая $\lambda >> \xi$ ($\kappa = \lambda/\xi >> 1$), *т.е. всюду, где текут сверхпроводящие токи, создающие поле* ~~*вихря*~~ двух вихрей



Преобразуем второе уравнение Г-Л:

rot rot **A** = $(|\psi|^2/\lambda^2)\,[\,(\Phi_0/2\pi)\,\nabla\theta - A\,]$

$\psi(r) = |\psi|(r)\exp(i\theta(r))$ – *комплексная величина, поскольку абрикосовский вихрь - двусвязный объект*

$|\psi| = 1$, кроме пренебрежимо малой области кора вихря модуль, где $|\psi| < 1$

rot **B** $= (1/\lambda^2)\,[\,(\Phi_0/2\pi)\nabla\theta - \mathbf{A}\,]$ ← **B** = rot **A**

Взяв rot от обеих частей, имеем:

λ^2*rot rot B + B* = $(\Phi_0/2\pi)$ rot $\nabla\theta$

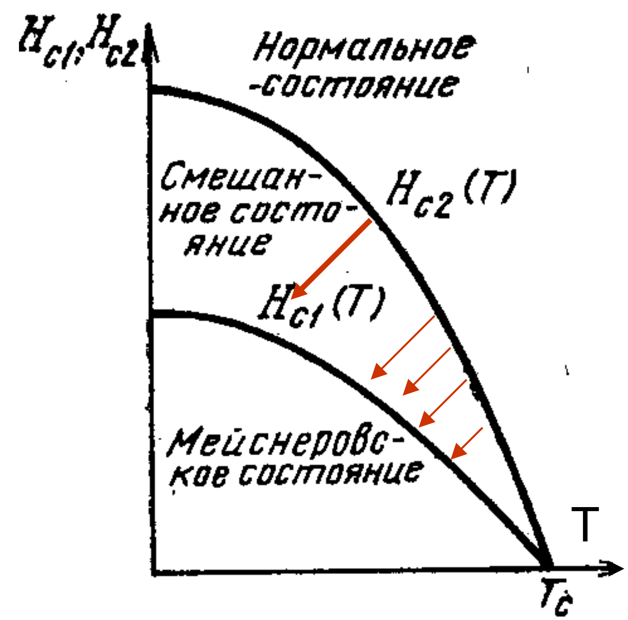
Всюду, кроме центров вихрей rot $\nabla\theta$ = *0*

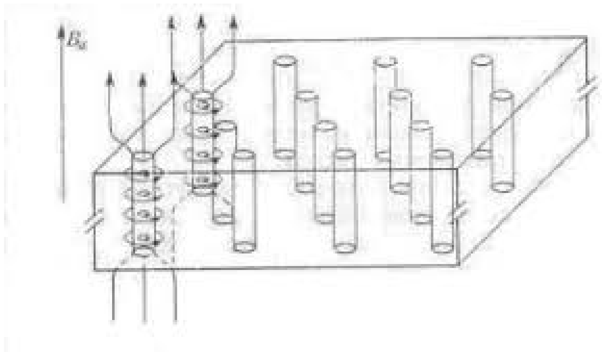
(работает ур. Лондонов).

Но центры вихрей – особые точки, где $\nabla\theta \to \infty$

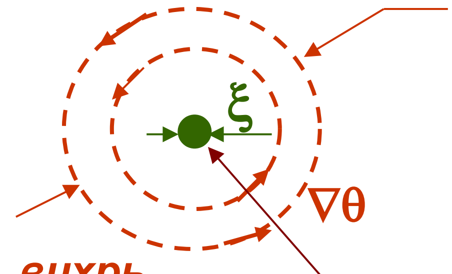
$\nabla\theta \sim 2\pi / 2\pi r = 1/r \to \infty$ *при* $r \to \mathbf{r_1}, \mathbf{r_2}$ *и* rot $\nabla\theta \to \infty$

Это определение δ-функции, вопрос только в коэффициенте. → *Много δ-функций!*





Поле двух вихрей Абрикосова



вихрь Абрикосова $\nabla\theta \rightarrow \infty$

$B + \lambda^2 \mathrm{rot\,rot}\, B = \Phi_0 e_v[\delta(r_1)+\delta(r_2)]$ *гран. условие:* $B(\infty)=0$.

Решение: ***две*** *функции Макдональда*

$$B = [\Phi_0/(2\pi\lambda^2)]\,[\,K_0(r_1/\lambda) + K_0(r_2/\lambda)\,]$$

$$\Xi \iint \delta(\mathbf{r})\mathbf{e}_v dS = \Xi$$

$$\boxed{\Xi = 2\pi n}$$

$K_0(z)$- функция Макдональда или функция Ханкеля от мнимого аргумента.

$$K_0(z)=\begin{cases} \ln(1/z)=\ln(\lambda/r) \xrightarrow{} \infty \quad @ \quad z<<1 \quad (r<<\lambda); \\ 0 \leftarrow e^{-z}/z^{1/2} = (r/\lambda)^{-1/2} e^{-r/\lambda} \quad @ \quad z>>1 \quad (r>>\lambda). \end{cases}$$

Поле в центре вихря:

$B^{(2)}(r_1) = B^{(1)}(0) + B_{21}$

“Обрежем” на ξ $(r \geq \xi)$:

$\ln(\lambda/r) \leq \ln(\lambda/\xi) = \ln(\kappa)$

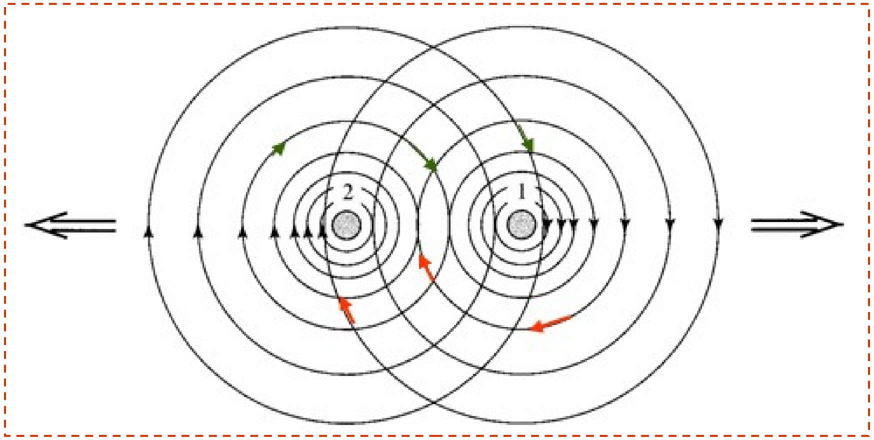
Параметр Гинзбурга

$\kappa=\lambda/\xi$

$B^{(1)}(0)=[\Phi_0/(2\pi\lambda^2)]\ln\kappa$

$B^{(1)}(0)=[\Phi_0/(2\pi\lambda^2)]\,(\ln\kappa - 0.28)$

Энергия двух вихрей



Энергия системы двух вихрей, расположенных в точках r_1 и r_2 - опять сумма энергии внесенного поля и кин. энергии токов, как в (5.6) и далее:

$$\varepsilon_2 = (1/2\mu_0) \int [\mathbf{B}^2 + \lambda^2 (\mathrm{rot}\,\mathbf{B})^2] dV$$

интегрируем по бесконечному пространству *xy* с двумя вихрями ед. длины вдоль z

$$\int (\mathrm{rot}\,\mathbf{B})^2 dV = \int (\mathrm{rot}\,B)\,(\mathrm{rot}\,B)\, dV \;\rightarrow\; \int B\,\mathrm{rot}\,(\mathrm{rot}\,B)\, dV$$

$$\mathrm{div}\,[aB] = B\,\mathrm{rot}\,a - a\,\mathrm{rot}\,B$$

$$a = \mathrm{rot}\,B$$

$$\mathrm{div}\,[\mathrm{rot}\,B \times B] = \nabla [\mathrm{rot}\,B \times B] = -(\mathrm{rot}\,B)^2 + B\,\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,B$$

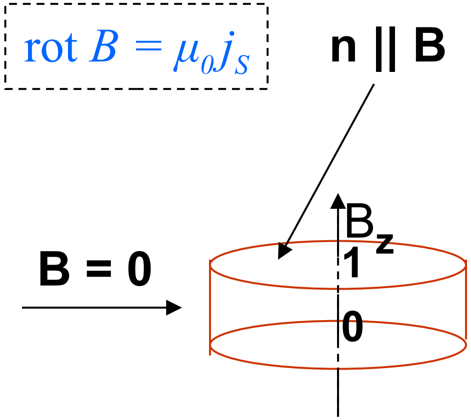
т.е. $(\mathrm{rot}\,B)^2 = B\,\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,B - \mathrm{div}\,[\mathrm{rot}\,B \times B]$

$$\mathrm{rot}\,B = \mu_0 j_S$$

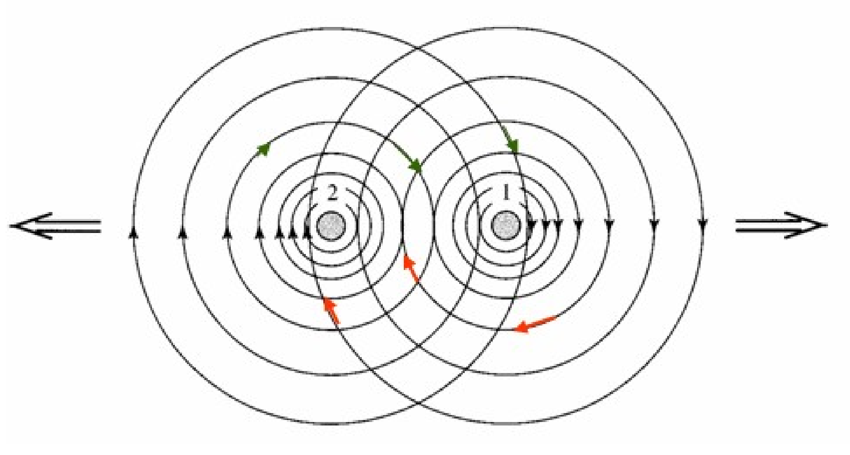
$$\varepsilon_2 = (1/2\mu_0) \int (\mathbf{B}^2 + \lambda^2 \mathbf{B}\,\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{B} - \lambda^2/2\mu_0\, \mathrm{div}[\mathrm{rot}\,\mathbf{B} \times \mathbf{B}]) dV$$

$$\varepsilon_2 = (1/2\mu_0) \int (\mathbf{B}(B + \lambda^2 \mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,B)\, dV - (\lambda^2/2\mu_0) \int \mathrm{div}[\mathrm{rot}\,\mathbf{B} \times \mathbf{B}] dV$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_2^{(0)} L - (\lambda^2/2\mu_0) \int [\mathrm{rot}\,\mathbf{B} \times \mathbf{B}] d\mathbf{S} = \varepsilon_2^{(0)}$$



$$\int [\mathrm{rot}\,\mathbf{B} \times \mathbf{B}] d\mathbf{S} = \int [j_S \times \mathbf{B}]\, \mathbf{n} dS = 0$$



Подстановка поля

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{(2)} = (1/2\mu_0) \int [\mathbf{B}^{2} + \lambda^2(\mathrm{rot}\,\mathbf{B})^{2}]dV$$

$$\varepsilon^{(2)} = (1/2\mu_0)\int (\mathbf{B}(B + \lambda^2 \mathrm{rot\,rot}\, B)\, dV$$

$$\lambda^2 \mathrm{rot\,rot}\,\mathbf{B} + \mathbf{B} = (\Phi_0/2\pi)\,\mathrm{rot}\,\nabla\theta$$

$$= \Phi_0 [\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_1) + \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_2)]\mathbf{e}_v$$

$B^{(1)}(0) = [\Phi_0/(2\pi\lambda^2)]\ln\kappa$ $\quad$ $B^{(2)}(r_1) = B^{(1)}(0) + B_{21}$

$$\varepsilon_2 = (\Phi_0 / 2\mu_0) \int \mathbf{B}\, [\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_1) + \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_2)]\, \mathbf{e}_v\, dV$$

$$\boxed{\varepsilon_2 = (\Phi_0/2\mu_0)\, [\, B(r_1) + B(r_2)\,]}$$

$$\varepsilon_2 = (\Phi_0/2\mu_0)\, B^{(1)}(r_1) + (\Phi_0/2\mu_0)\, B_{21}(r_1) + (\Phi_0/2\mu_0)\, B^{(1)}(r_2) + (\Phi_0/2\mu_0)\, B_{12}(r_2)$$

$$B_{21}(r_1) = B_{12}(r_2)$$

$$\varepsilon_2 = 2\varepsilon_1 + 2(\Phi_0/2\mu_0)B_{12} = 2\varepsilon_1 + \Phi_0 H_{12},$$

Сила взаимодействия вихрей

$$\varepsilon_2 = 2\varepsilon_1 + 2(\Phi_0/2\mu_0)B_{12} = 2\varepsilon_1 + \Phi_0 H_{12},$$

С какой силой взаимодействуют вихри? $F = -\partial U / \partial x = -\partial \varepsilon_2 / \partial x \qquad x \equiv r_{12}$

$\varepsilon_1 = (\Phi_0/2\mu_0)B(0),$

H_{12}*–поле, которое создает один вихрь в центре второго.*

$U(x)=\Phi_0 H_{12}(x)$- *энергия*, а $F(x)= -\Phi_0 dH_{12}(x)/dr$ – *сила взаимодействия двух вихрей*. *На ед. длины!*

Решение: *функция Макдональда*

$$H_{12} = [\Phi_0/(2\pi\mu_0\lambda^2)]\,[\,K_0(\{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1\}/\lambda)$$

$K_0(z)$- *функция Макдональда или функция Ханкеля от мнимого аргумента.*

$$K_0(z)= \begin{cases} \ln(1/z)= \ln(\lambda/\{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1\}) \;@\; z\ll 1 \;\; (r \ll \lambda); & \to \infty \\ e^{-z}/z^{1/2} = (\{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1\}/\lambda)^{-1/2} e^{\{\mathbf{r2} - \mathbf{r1}\}/\lambda} \;@\; z\gg 1 \;(r \gg \lambda). & \to 0 \end{cases}$$

Считать или не считать?

Взаимодействие вихрей. Сила Лоренца.

$\varepsilon_2 = 2\varepsilon_1 + 2(\Phi_0/2\mu_0)B_{12} = 2\varepsilon_1 + \Phi_0 H_{12},$ $\quad F = -\,\partial U / \partial x = -\,\partial \varepsilon_2 / \partial x \qquad x \equiv r_{12}$

$\varepsilon_1 = (\Phi_0/2\mu_0)B(0),$

H_{12} – поле, которое создает один вихрь в центре второго.

$U(x) = \Phi_0 H_{12}(x)$ - *энергия*, а $F(x) = -\Phi_0\, dH_{12}(x)/dr$ – *сила взаимодействия двух вихрей.* *На ед. длины!*

Считать не хотим!

$d H_{12}(x)/dx = j(x)$ *по уравнению Максвела* rot **H** = **j**

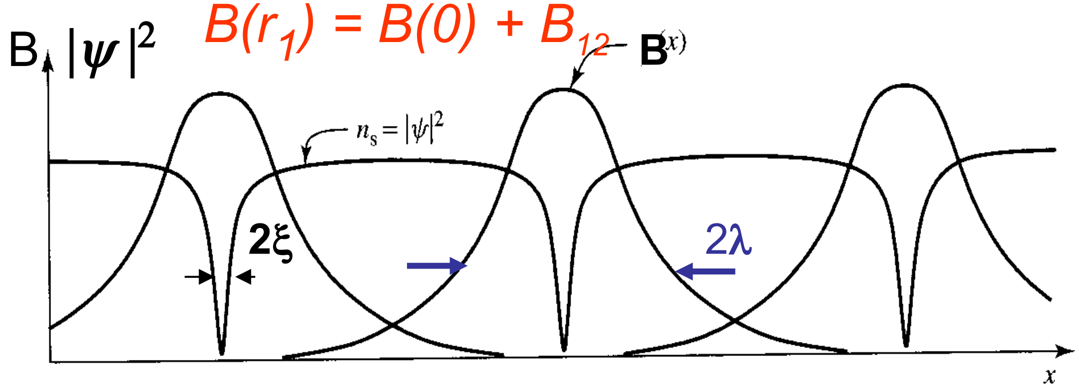
$\mathbf{f}_L = \Phi_0[\,\mathbf{j} \times \mathbf{e}_v\,] = [\,\mathbf{j} \times \mathbf{\Phi}_0\,]$ *«сила Лоренца»* $(\, f_L = ne\,[\,\mathbf{v} \times \mathbf{B}\,]\,)$

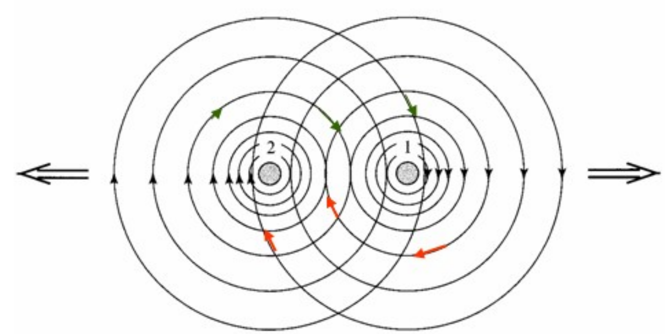
сила взаимодействия сверхтока с плотностью j и единицы длины вихря

“Сила Лоренца” – гидродинамическое взаимодействие “сверхтекучих жидкостей"–сверхтоков

Одноименные вихри отталкиваются. Употребляются термины «вихрь/антивихрь»

$B(r_1) = B(0) + B_{12}$

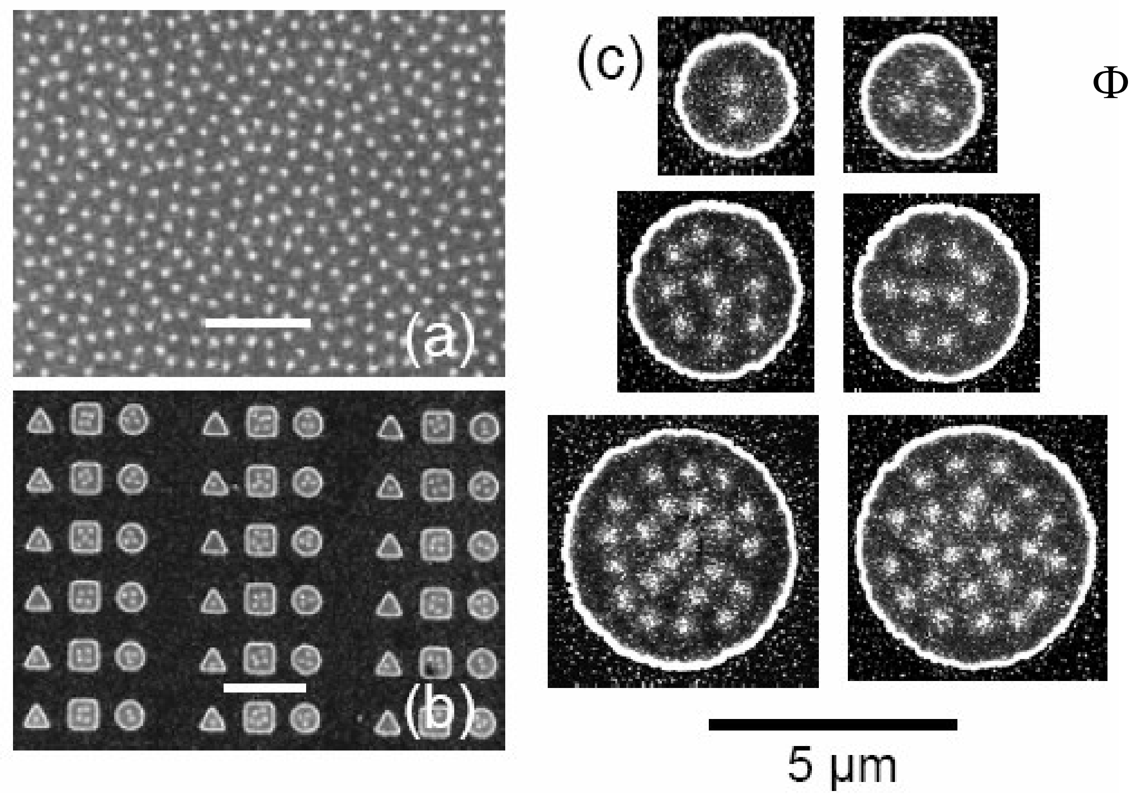




$\rho\upsilon^2/2 + p = \mathrm{const}$

Взаимодйствие вихрей с током

В полях больших H_{c1} в образце содержится много вихрей. *Сколько?*



$\Phi = \mu_0 H * S = N\Phi_0$ $\qquad$ $N = \mu_0 H * S / \Phi_0$

Вихрей на ед. площади образца А

$n = N / S = \mu_0 H / \Phi_0$

Площадь на вихрь (квадрат)

$s = S / N = \Phi_0 / \mu_0 H = 1/n$

Расстояние между вихрями (квадрат)

$a = \sqrt{s} = 1/\sqrt{n} = (\Phi_0 / \mu_0 H)^{1/2}$

Есть зона Мейснеровских токов.

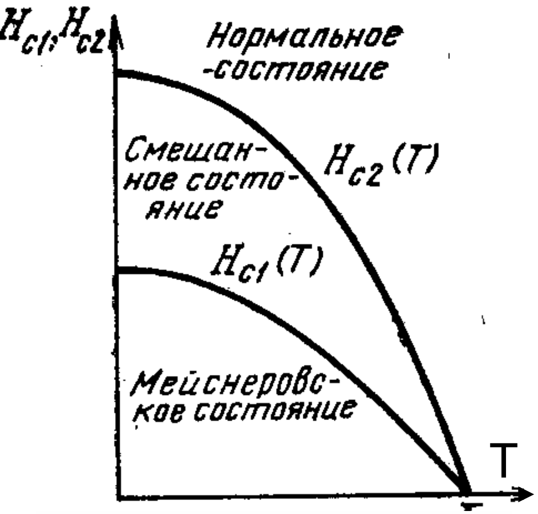
Экранирующие токи отталкивают вихри от края.

$f_L = [\, j \times \Phi_0 \,]$

Свободные вихри образуют вихревую решетку.

Тема 1.
Обратимый магнитный момент сверхпроводников II рода

Обратимый магнитный момент в смешанном состоянии

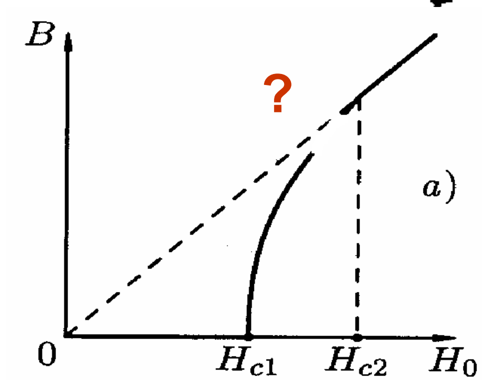


Фазовая диаграмма сверхпроводящего состояния сверхпроводников 2 рода содержит области мейснеровского состояния, смешанного и нормального.

Магнитный поток резко входит в СП-II при поле

$H = H_{c1}$

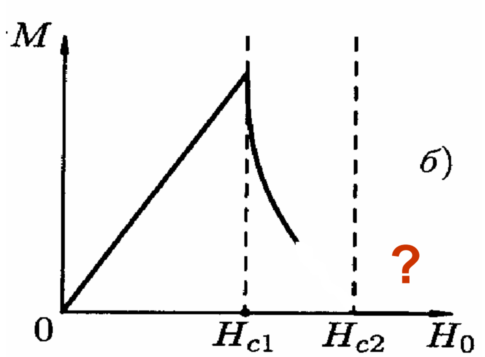
и далее постепенно нарастает при увеличении Н.



Магнитный момент сверхпроводника в мейснеровской области линейно растет с Н (полная экранировка).

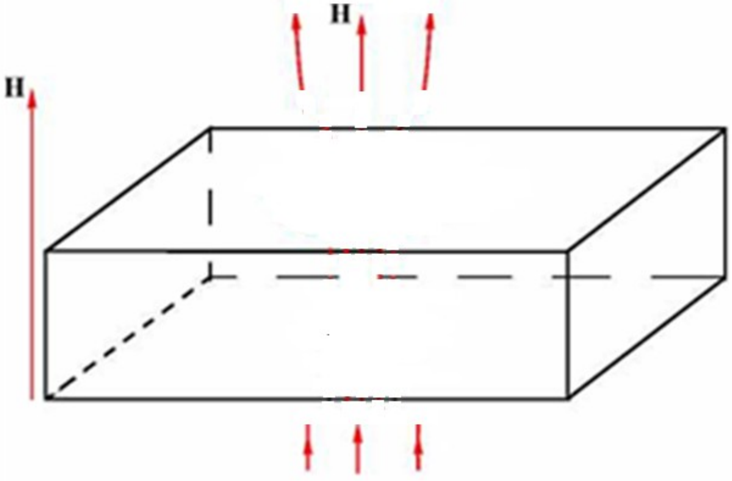
При $H > H_{c1}$ магнитный момент убывает за счет проникновения магнитного поля в сверхпроводник (неполная экранировка).

Как выглядит зависимость |M(H)| в*близи H_{c2}?*

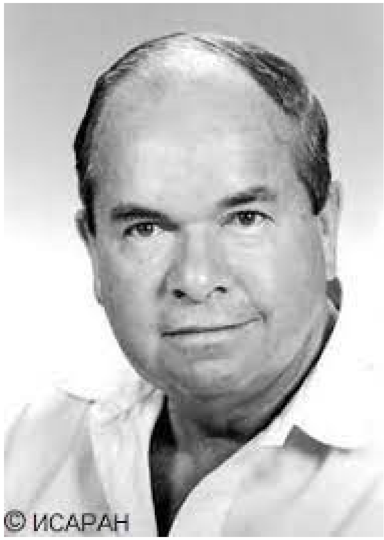


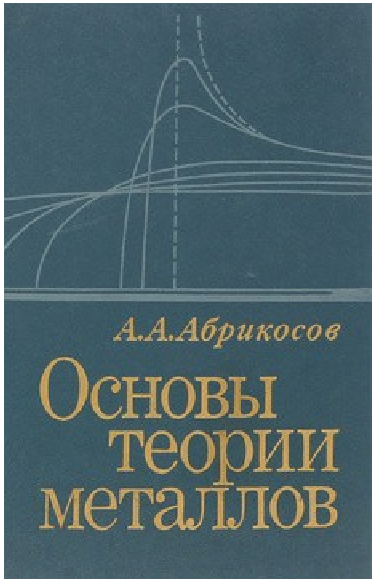
Какую формулу надо применять для определения H_{c2} в случае недостатка чувствительности или магнитного поля?

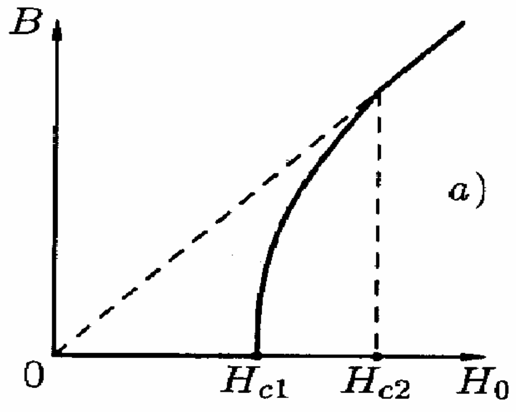
Задача Абрикосова

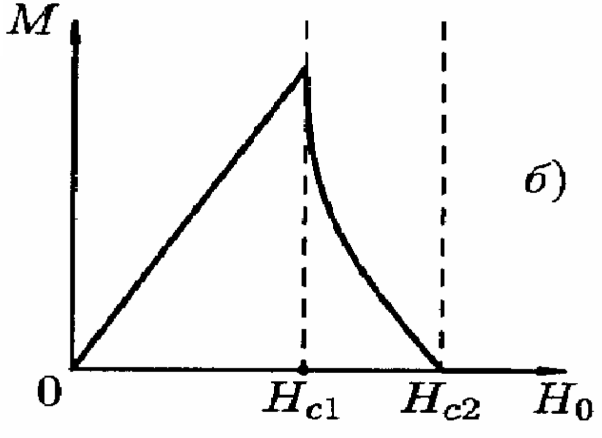


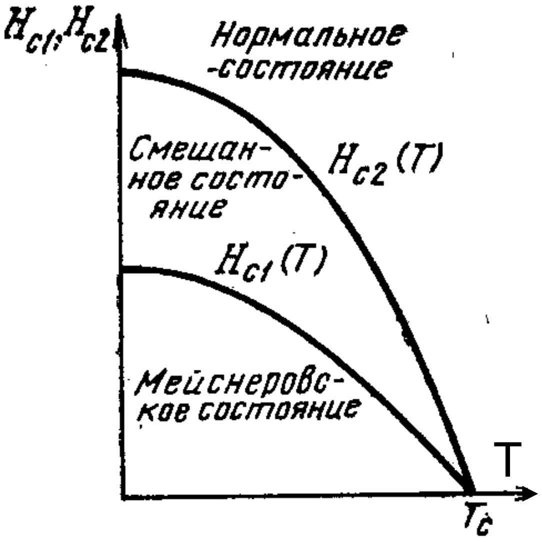
Как нормальное магнитное поле проникает в сверхпроводник?











Решать или не решать?

Не решать!

1) Рассмотрим искусственную ситуацию: сверхпроводник с переменной $\xi = \xi(x)$ и *постоянной* λ во внешнем поле B_0.

$$\varepsilon_1 = \frac{\Phi_0^2}{4\pi\mu_0\lambda^2}\ln\kappa(x)$$

2) Запишем баланс сил (дифф-уравнение).

3) Находим координатную зависимость намагниченности индукции B.

4) Выражаем $\xi = \xi(x)$ через $H_{c2}(x)$ и получаем универсальное решение $B(B_0)$.

5) Разлагаем решение $B(B_0)$ по малому параметру в окрестности H_{c2}.

6) Считаем магнитный момент.

$$H_{c2} = \Phi_0 / 4\mu_0\xi^2$$

Искуственная (?) ситуация $\xi = \xi(x)$

Искуственная (?) ситуация $\xi = \xi(x)$

S. Veshchunov, W. Magrini, S. V. Mironov, A. G. Godin, J.-B. Trebbia, A. I. Buzdin,
'h. Tamarat & B. Lounis

Optical manipulation of
ingle flux quanta”
lature Communications
olume 7, 12801 (2016)

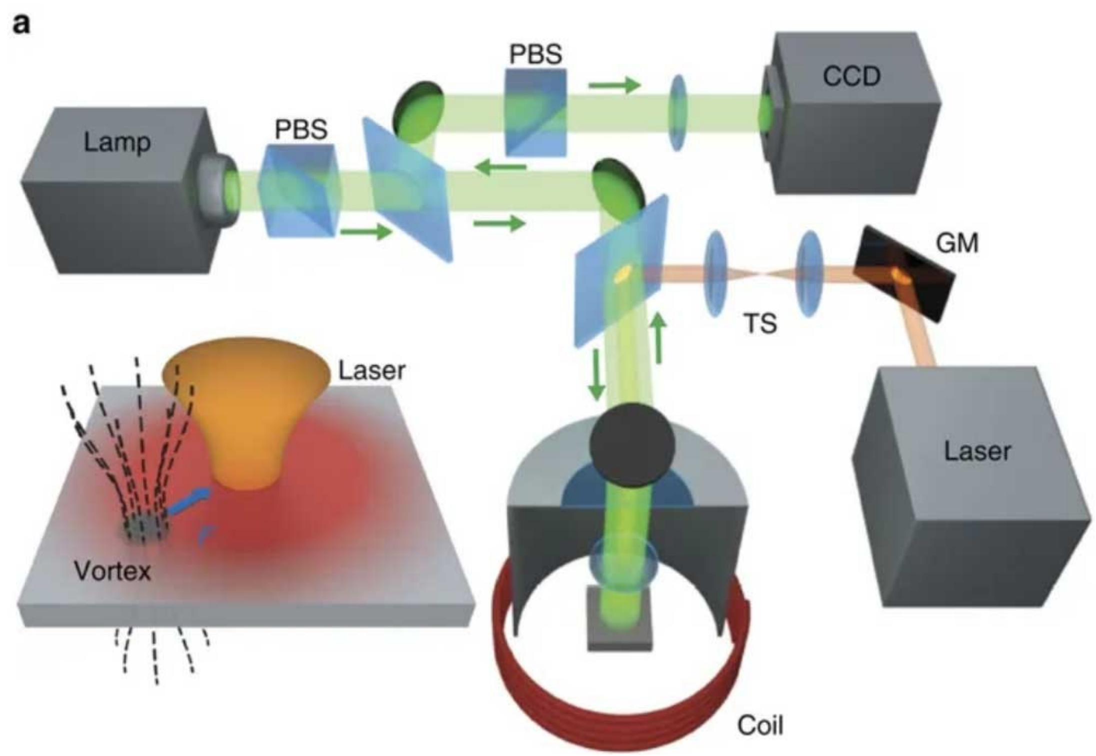
Іагнитооптика:

. Изменение поляризации света под действием магнитного поля.
. Получение светового контраста при помощи поляризатора.

Іостижения:

. Повышение разрешающей способности магнитооптического метода.
. Точное позиционирование лазерного луча.

Figure 1: Single vortex manipulation with a focused laser beam.



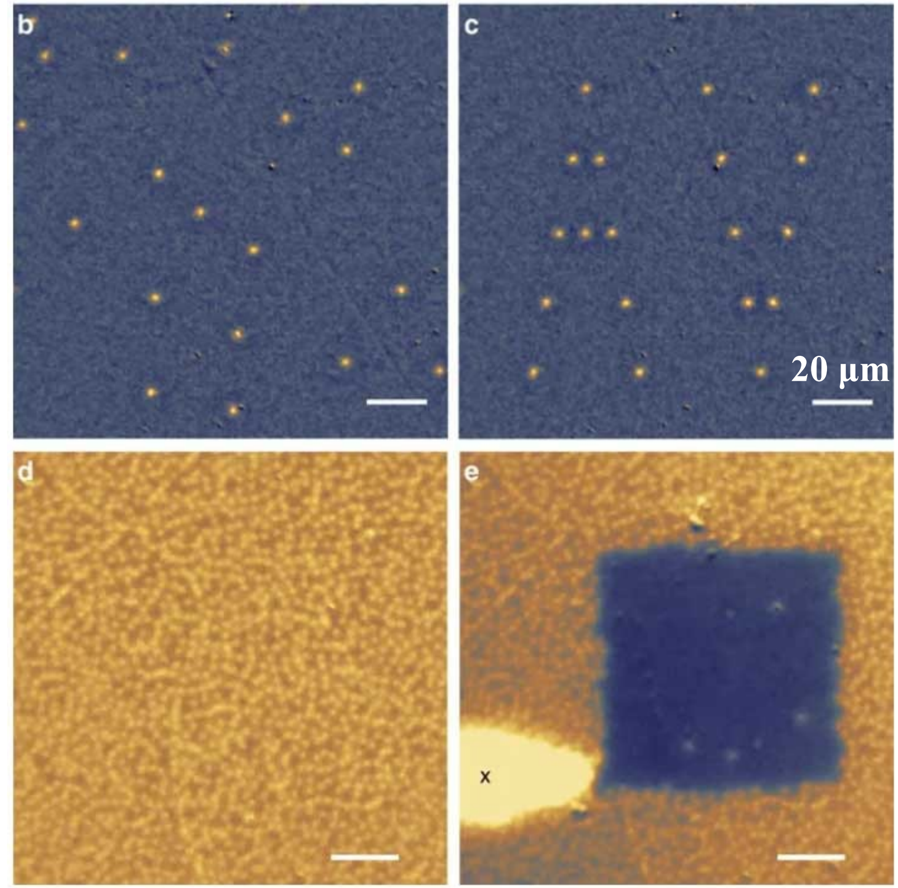
$$\xi(x) \sim [1 - (T(x)/T_c)]^{-1/2}$$

еразрушающий метод. Возможность проведения измерений в реальном времени.

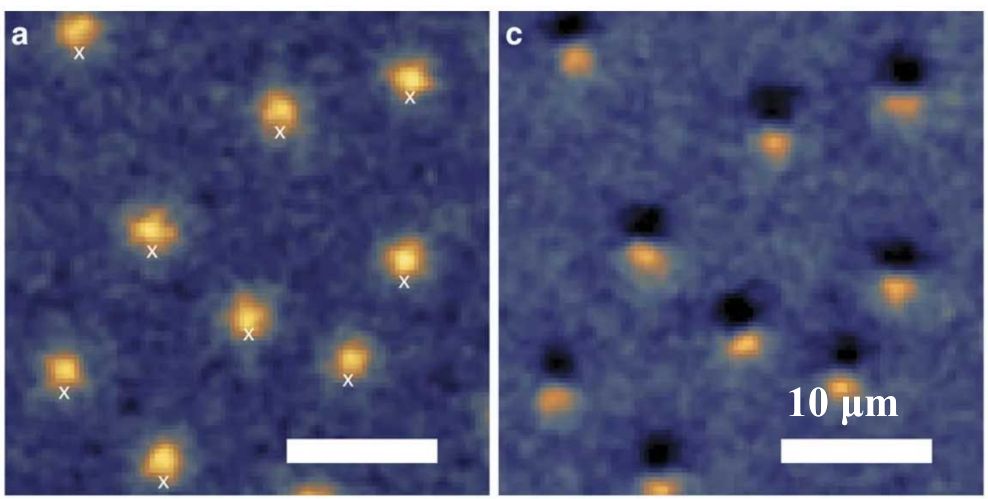
Манипуляция вихрями Абрикосова при помощи лазера

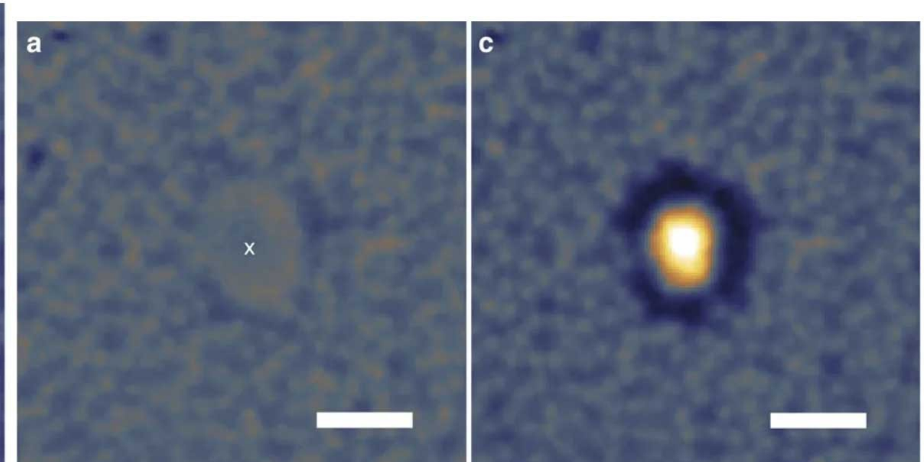
S. Veshchunov, W. Magrini,
 V. Mironov, A. G. Godin,
-B. Trebbia, A. I. Buzdin,
n. Tamarat & B. Lounis

)ptical manipulation of
ngle flux quanta”
ature Communications
olume 7, 12801 (2016)



$\lambda(x) \sim [1 - (T(x)/T_c)]^{-1/2}$???





Тянущий потенциал

Рассмотрим искусственную ситуацию: сверхпроводник с переменной $\xi(x)$ и постоянной λ.

Направим ось x в направлении возрастания ξ.

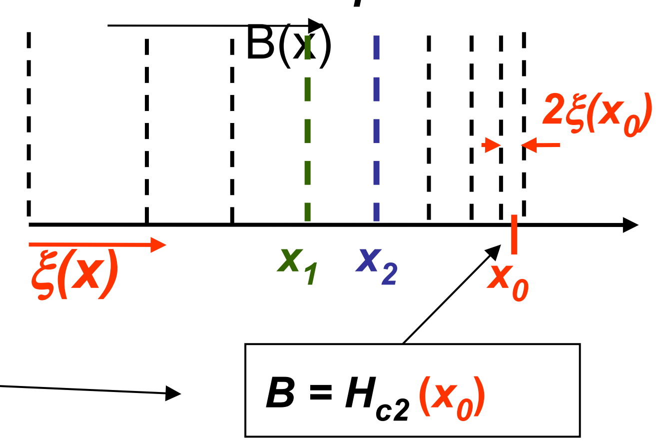
Приложено внешнее поле H_0.

$$\varepsilon_1 = \frac{\Phi_0^2}{4\pi\mu_0\lambda^2} \boxed{\ln\kappa(x) = \varepsilon_1(x)} \qquad \kappa(x) = \lambda / \xi(x)$$

На вихри действует сила, связанная с изменением потенциальной энергии вихря:

$$\varepsilon_1 = (\Phi_0^2/4\pi\mu_0\lambda^2)\ \ln \lambda/\xi(x) \ \rightarrow \quad f = -\partial\varepsilon / \partial x \qquad [d\xi / dx] / \xi(x) > 0$$

Плотность вихрей

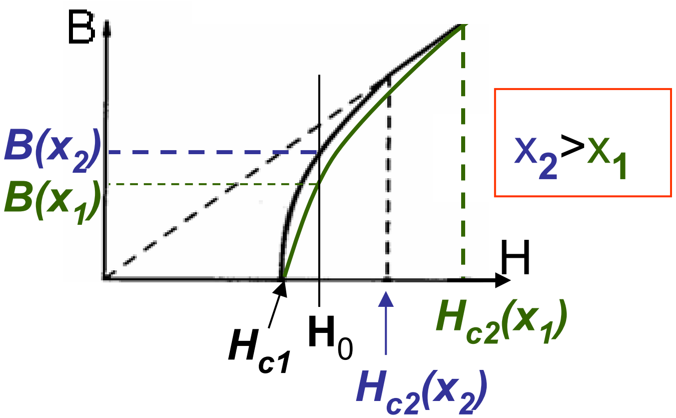


Неоднородная концентрация вихрей (рост).

$H_{c2}(x)$ убывает: $H_{c2} = \Phi_0 / 4\mu_0\xi^2$

$H_{c2} = \Phi_0 / 4\mu_0\xi^2$

Макроскопический сверхток



Изменение H_{c2} вызывает локальное изменение кривой перемагничивания (сжатие). Значит $M = M(x)$, $B = B(x)$.

Возникает grad B и связанный с этим ток:

$j = (1/\mu_0)\, \partial B / \partial x = \partial |M| / \partial x$; и сила Лоренца $\mathbf{f} = [\, \mathbf{j}, \Phi_0]$.

$$H_{c1} = [\Phi_0/(4\pi\lambda^2)]\ \ln \kappa(x)$$

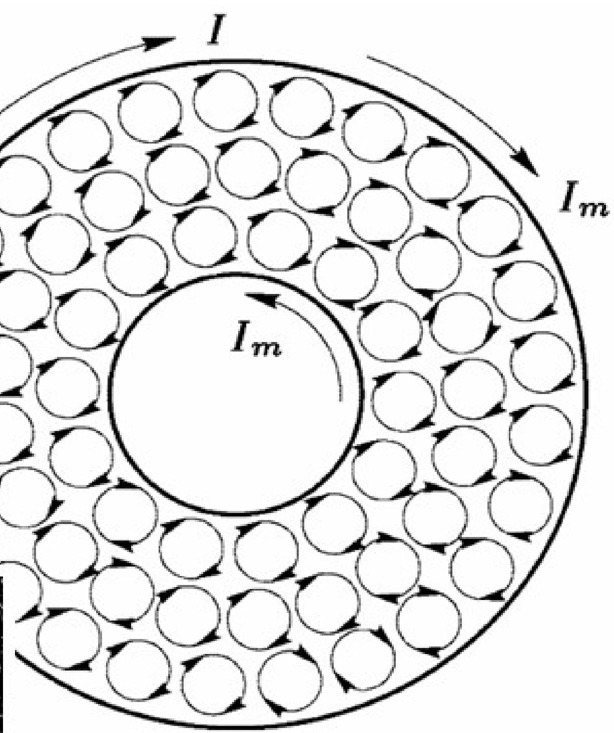
$$\kappa(x) = \lambda / \xi(x)$$

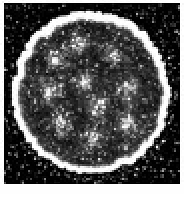
$$\mathbf{B} = \mathbf{H} - |\mathbf{M}|$$

1. Круговые токи соседних одноименных вихрей локально компенсируют друг друга.

2. Если есть градиент концентрации вихрей, то вознкиает средний сверхток из-за неполной компенсации локальных токов.

3. Усредненный (макроскопический) сверхток подчиняется уравнениям Максвела и взаимодействует с вихрями посредством силы Лоренца.





Магнитный момент при $H >> H_{c1}$

$$\varepsilon_1 = (\Phi_0^2/4\pi\mu_0\lambda^2)\ \ln \lambda/\xi(x) \quad \rightarrow \quad f = -\partial\varepsilon / \partial x$$

Сила Лоренца: $\mathbf{f} = [\,\mathbf{j}, \mathbf{F_0}\,] \quad \rightarrow \quad f_L = \Phi_0\, \partial|M|/\partial x$

В стационарном состоянии сила Лоренца уравновешивается градиентом энергии вихрей ***$d\varepsilon_1/dx$*** :

$\Phi_0\, \partial\, |M| / \partial x + d\varepsilon_1/dx = 0$, где $\varepsilon_1 = [\Phi_0^2/(4\pi\mu_0\lambda^2)]\ \ln \kappa = [\Phi_0^2/(4\pi\mu_0\lambda^2)]^*[\ \ln\lambda - \ln\xi(x)\ ]$,

Дифференцируем логарифм:

$$d\varepsilon_1/dx = -[\Phi_0^2/(4\pi\mu_0\lambda^2)]\ [1/\xi(x)]\ (d\xi/dx);$$

Выражаем $|M(x)|$ *через* $\xi(x)$:

$$d\,|M|\,/\,dx = [\Phi_0/4\pi\mu_0\lambda^2]\ [1\,/\,\xi(x)]\ (d\xi\,/\,dx)$$

Интегрируем:

$$|M|\,(x,H) = [\Phi_0/4\pi\mu_0\lambda^2]\ \ln\,[\xi\,(x)/l(H)\,],$$ ***где***

$l = l(H)$ – постоянная интегрирования.

Магнитный момент при $H>>H_{c1}$

$|M|\,(x,H) = [\Phi_0/(4\pi\mu_0\lambda^2)]\,\ln[\xi(x)/l(H)]$ **(5.10), *где***

$l = l(H)$ – постоянная интегрирования.

В каждом поле $H >> H_{c1}$ можно найти точку $x_0(H)$, где данное поле $H_{c2} = H_0$, $M = 0$

т.е. в этой точке $\xi(x_0)/l(H) = 1$ ***или*** $l(H) = \xi(x_0)$.

Переобозначим: $|M|\,(x,H) = [\Phi_0/(4\pi\mu_0\lambda^2)]\,\ln[\xi(x)/\xi(x_0)]$

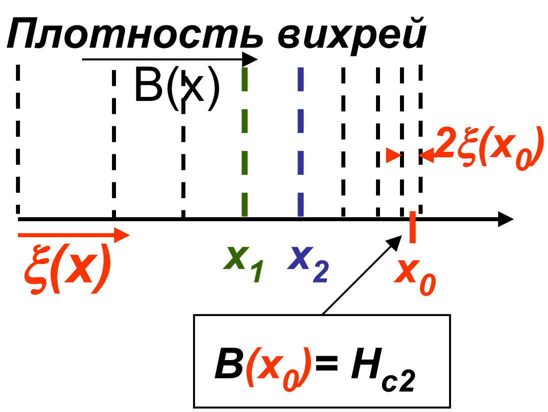
Выразим $\xi(x_0)$ через H_{c2}: $\xi(x) = [\Phi_0/4\mu_0 H_{c2}(x)]^{1/2}$ & $\xi(x_0) = [\Phi_0/4\mu_0 H_0]^{1/2}$

Разделим выражения друг на друга:

$H_{c2}(x)$ убывает: $H_{c2} = \Phi_0/4\mu_0\xi(x)^2$

$\xi(x)/\xi(x_0) = [\mu_0 H_0/B_{c2}(x)]^{1/2}$

$|M|\,(x,H) = [\Phi_0/(8\pi\mu_0\lambda^2)]\,\ln[\mu_0 H_0/B_{c2}(x)]$



Приложено внешнее поле H_0.

Магнитный момент при $H \gg H_{c1}$

$$|M|(x,H) = [\Phi_0/(8\pi\mu_0\lambda^2)] \ln[\mu_0 H / B_{c2}(x)]$$

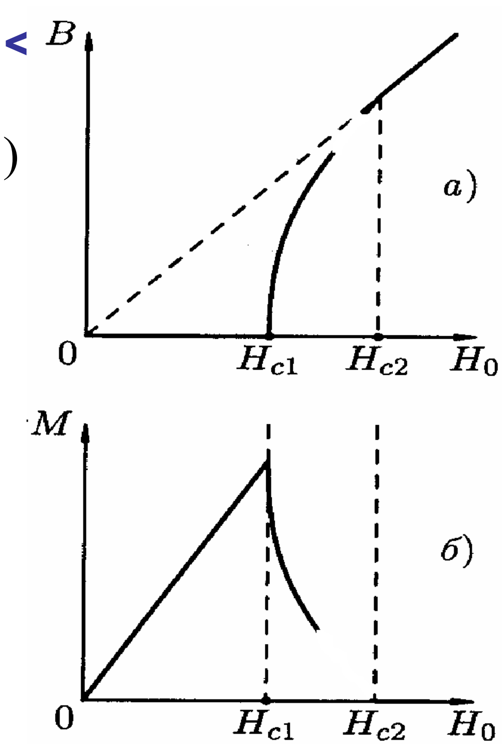
Подставим в* (5.10) *и получим форулу для* $M(H)$*, пригодную в случае* $H \gg H_{c1}$*,

$\kappa \gg 1$ и для однородного $\xi = const$, $H_{c2} = const\ (x)$ сверхпроводника II рода:

$$M(H) = [\Phi_0/(4\pi\mu_0\lambda^2)] \ln[H / H_{c2}]^{1/2} = [\Phi_0/(8\pi\mu_0\lambda^2)] \ln[H / H_{c2}] <$$

$\ln(1 - \delta)$

$$B = \mu_0 (H+M) = \mu_0 H + [\Phi_0 / 8\pi\lambda^2] \ln[H / H_{c2}]$$



Что делать с логарифмом? Где малый параметр?

При H близких к H_{c2}:

Запишем $H / H_{c2} = (H_{c2} - H_{c2} + H) / H_{c2} = 1 - (H_{c2} - H) / H_{c2} = 1 - \delta,$

Магнитный момент вблизи H_{c2}

$$M = -[\Phi_0/(8\pi\mu_0\lambda^2)]\ \ln\,[1-\delta] \qquad \delta = (H_{c2} - H)/H_{c2}$$

Разложим $\ln(1-\delta) \approx -\delta$, *тогда вместо* (5.11) *имеем:*

$$M = [\Phi_0 / 8\pi\,\mu_0\lambda^2]\ ln[\,H/H_{c2}\,] = -\,[\Phi_0/8\pi\,\mu_0\lambda^2]\,(\,H_{c2} - H)/H_{c2}$$

$$M = -\,[\xi^2\Phi_0/4*2\pi\mu_0\,\xi^2\,\lambda^2]\,(\,H_{c2} - H)/H_{c2}$$

$$\boxed{\Phi_0 / (2\pi\mu_0\,\xi^2) = H_{c2}}$$

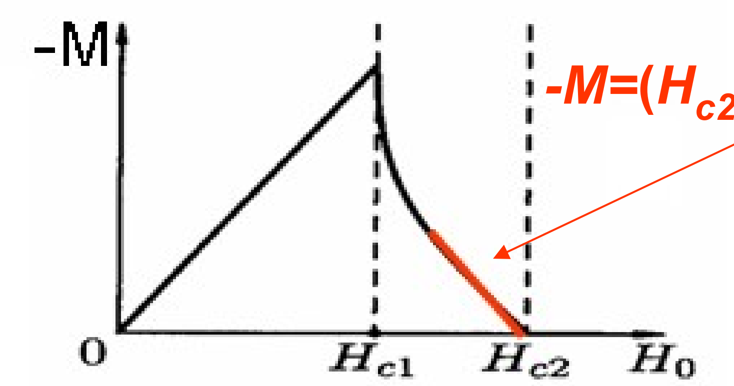
$$M = -\,[1/4\kappa^2]\,H_{c2}\,(\,H_{c2} - H)/H_{c2}$$

$$-M = (H_{c2} - H)/4\kappa^2$$

Точный ответ:

$$-M = (H_{c2} - H)/[1.16(2\kappa^2-1)],$$

близок к (5.11а) при $\kappa>>1$.



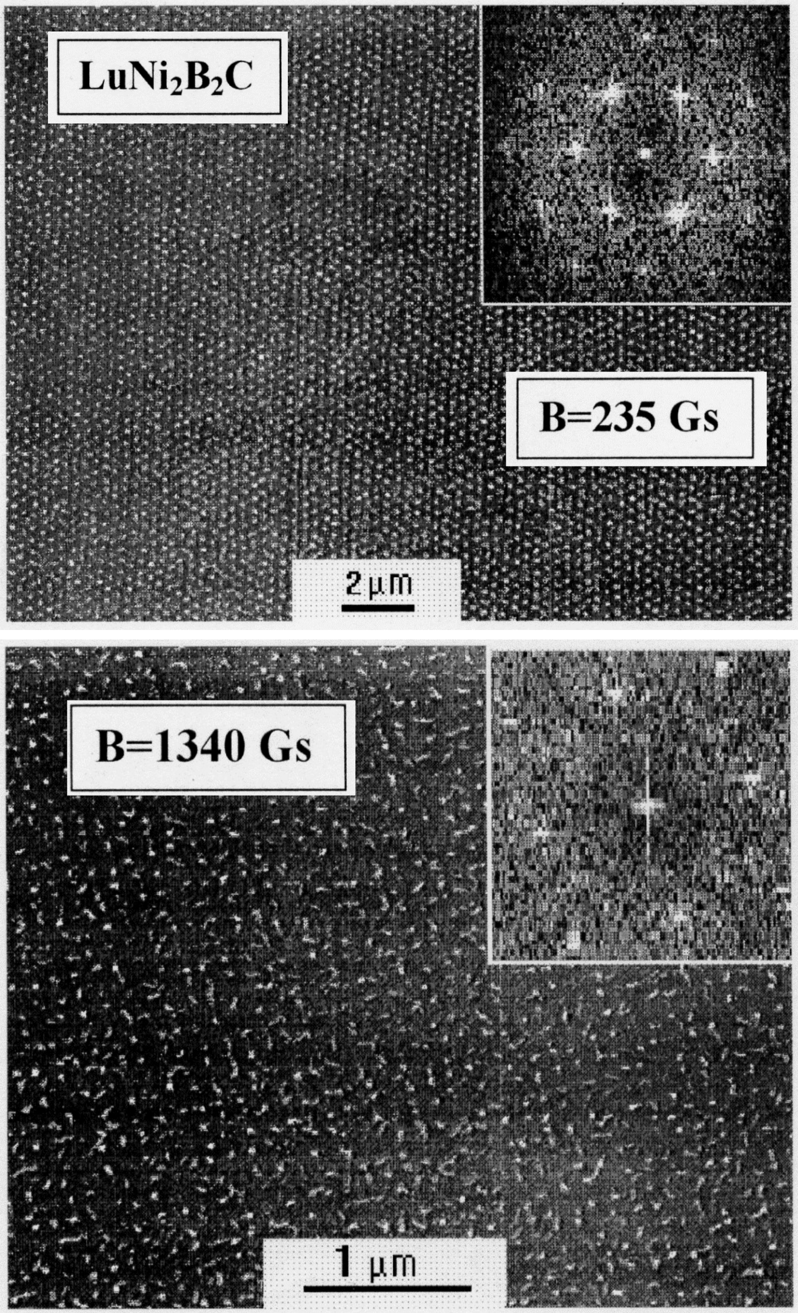
Линейная аппроксимация

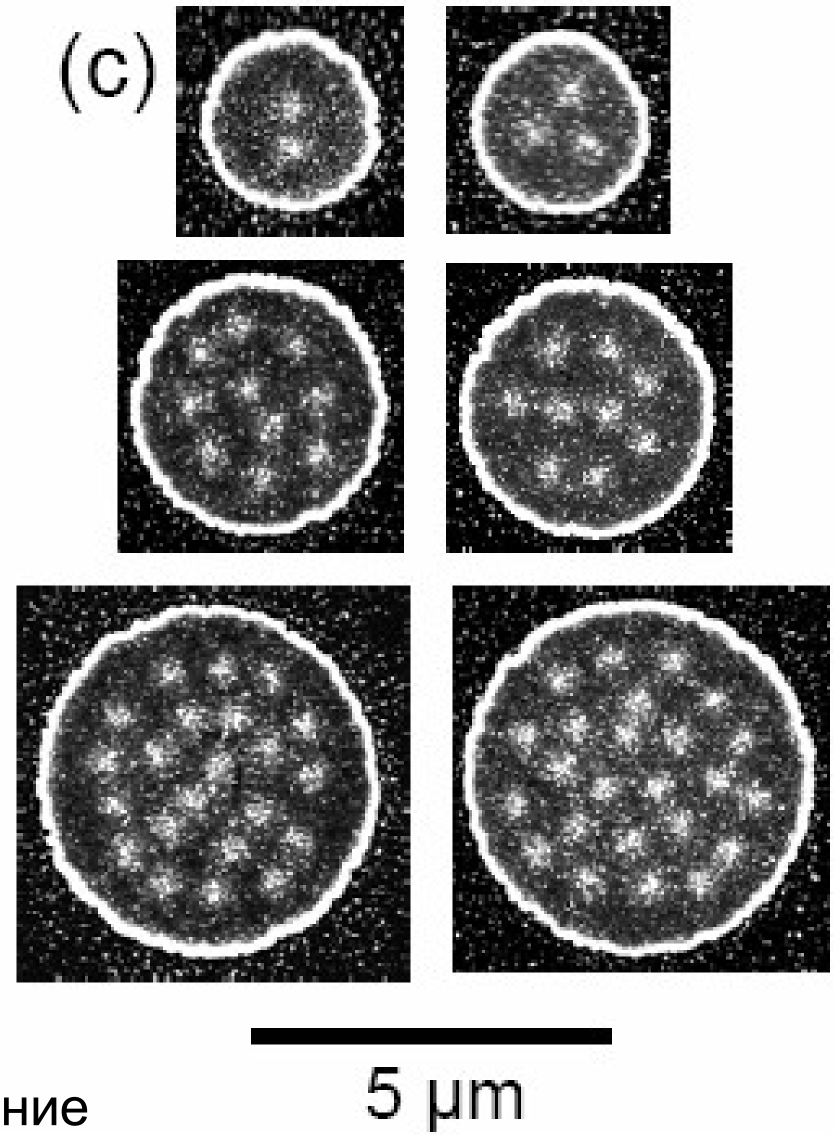
для определения H_{c2}.

Тема 4

Пиннинг

Пиннинг абрикосовских вихрей





Пиннинг = пришпиливание, закрепление

Пиннинг абрикосовских вихрей

Энергия вихря частично связана с энергией кора: $\varepsilon_1 = [\Phi_0^2/(4\pi\mu_0\lambda^2)](\ln\kappa + 0.5)$

Чтобы не терять энергию на подавление сверхпроводимости в области кора, вихрь старается расположить его в дефектных областях с подавленной сверхпроводимостью (пиннинг, “пришпиливание” вихрей дефектами).

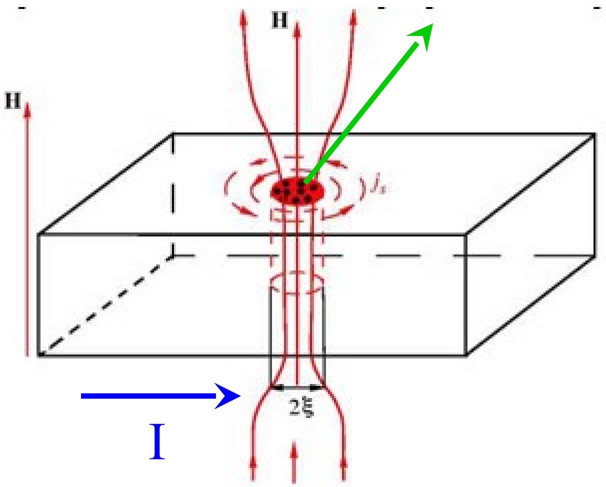
Перемещение вихря с этих участков требует преодоления силы пиннинга F_p.

Основной вопрос: какой электрический ток необходимо пропустить, чтобы сорвать вихрь с центра пиннинга?

Оценка силы пиннинга: $F_p = -\partial\varepsilon / \partial x \sim -\Delta\varepsilon / \Delta x$

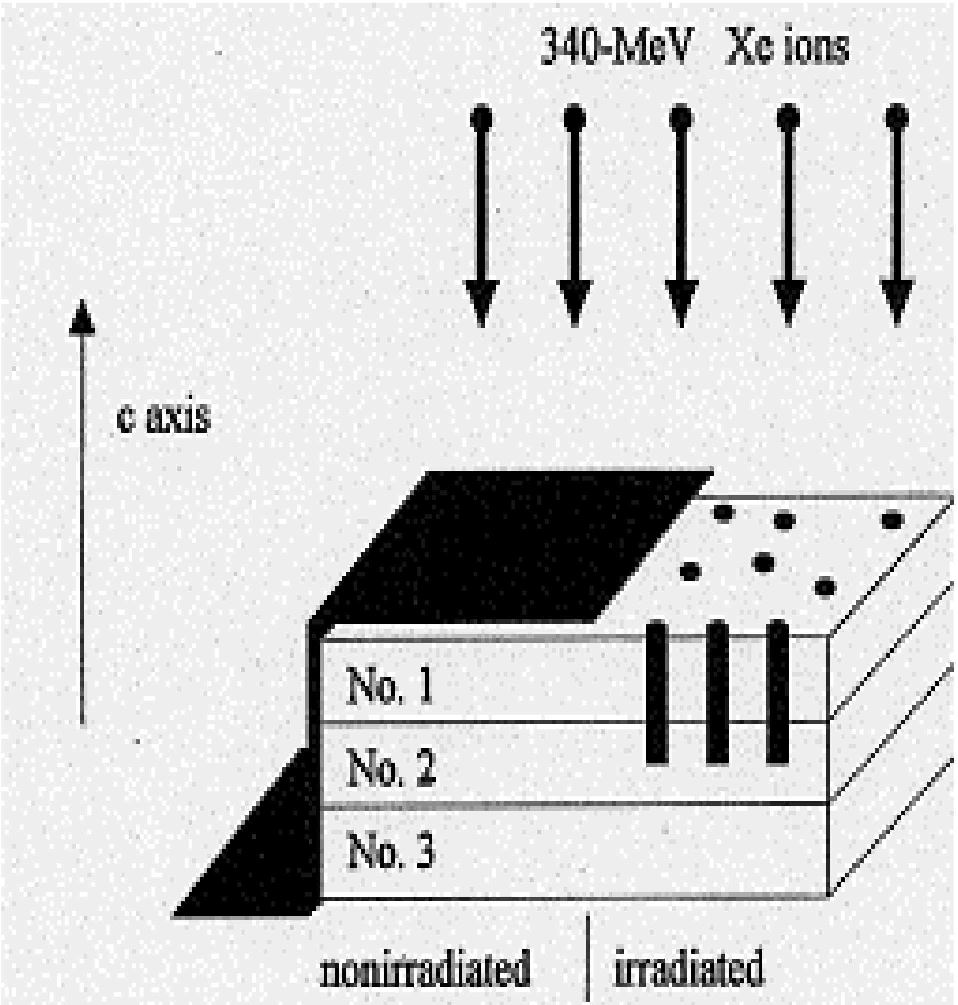
$\Delta\varepsilon$ – энергия сверхпроводящего упорядочения в объеме дефекта.

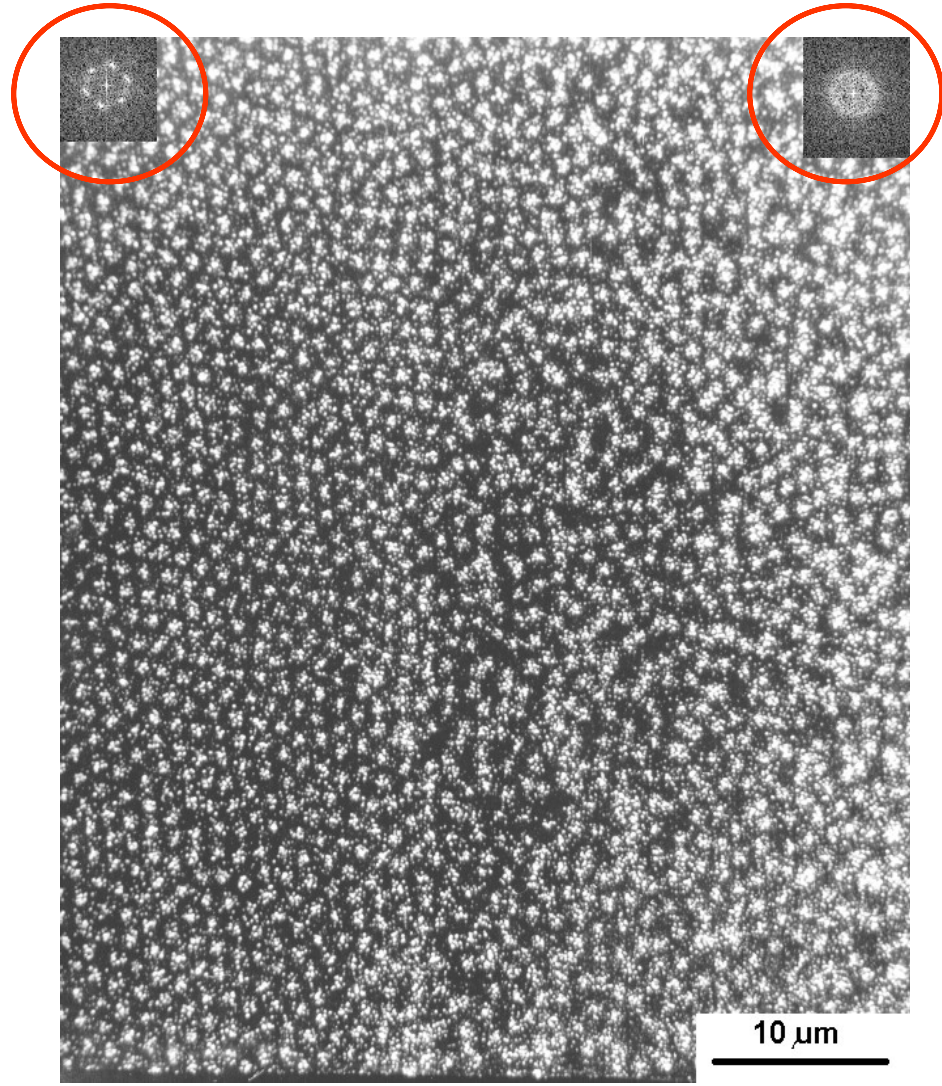
$\Delta x = \xi$ – размер области нормального состояния.



Баланс сил: сила Лоренца $\mathbf{F}_L = [\mathbf{j}_c, \mathbf{\Phi}_0]$ должна превзойти силу пиннинга $\mathbf{F}_p$.

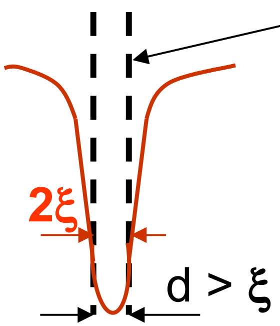
Flux Line Lattice destruction by columnar defects in BSCCO





M.Leghissa, L.A.Gurevich, M.Kraus, G.Saemann-Ischenko, L.Ya.Vinnikov,
Observation of a disordered vortex state in Bi2Sr2CaCu2O8+x single crystals containing columnar defects,
Physical Review B, volume 48, number 2, 1341-1344, (1993)

Пиннинг на линейных (колумнарных) дефектах



Выигрыш в энергии при размещении кора вихря на колумнарном деффекте:

$$\Delta\varepsilon \sim (\mu_0 H_{cm}{}^2/2)\, \pi\xi^2$$ – ***на единицу длины вихря***

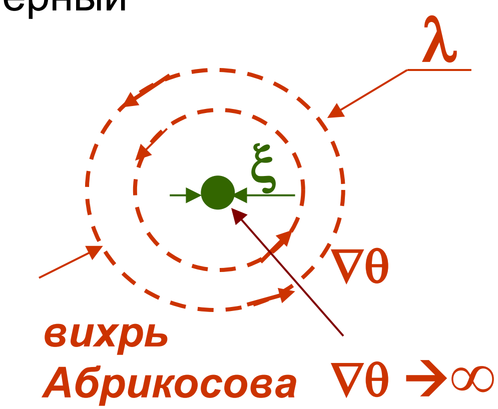
Сила пиннинга на единицу длины вихря:

$$\mathbf{F_p = d\varepsilon / dx = \Delta\varepsilon / \Delta x},$$ где $\Delta x \sim \xi$-характерный

размер изменения потенциала

$$F_p \sim (\mu_0 H_{cm}{}^2/2)\, \pi\xi^2 / \xi = (\mu_0 H_{cm}{}^2/2)\, \pi\xi;$$

$$F_p = F_L = j_p \Phi_0 \;\rightarrow\; j_p \Phi_0 = (\mu_0 H_{cm}{}^2/2)\, \pi\xi;$$



$$j_p \sim [\mu_0 H_{cm}{}^2 / (2\Phi_0)]\, \pi\xi$$

$\sqrt{2}\mu_0 H_{cm} = \Phi_0/(2\pi\lambda\xi)$, $\qquad j_p = H_{cm}\, [\mu_0 H_{cm}/\Phi_0]\, \pi\xi = H_{cm} / \{2\sqrt{2}\mu_0\lambda\}$, □

$j_p \sim H_{cm} / (4\sqrt{2}\,\lambda) \sim j_{ГЛ}$, ***поскольку*** $\qquad j_{ГЛ} = [2\sqrt{2}/(3\sqrt{3})]\, (H_{cm}/\lambda)$

$$H_{cm} \sim 10^3\ Э = 10^5\ А/м,\ \ \lambda \sim 100\ nm\ \rightarrow j \sim 10^{12}\ А/м^2 = 10^8\ А/см^2$$

Пиннинг на точечных дефектах

Точечный дефект *– локальное несверхпроводящее включение с размерами ~* $d < \xi$.
Каждый вихрь может взаимодействовать со множеством дефектов.

Выигрыш в энергии при размещении кора вихря на дефекте в расчете на один дефект:

$$\Delta\varepsilon < (1/2)\mu_0 H_{cm}^2 (4/3)\pi\xi^3.$$

Сила пиннинга на один дефект: $F_p = \Delta\varepsilon / \xi < (2/3)\,\mu_0 H_{cm}^2\,\pi\xi^2$

Пусть n_d – объемная плотность дефектов. $[\,n_d\,] = 1 / м^3$

Вихрь взаимодействует с $n_d\pi\xi^2$ $\underline{>> 1}$ дефектов на единицу длины.

На единицу длины: $f_L = f_p$; $j_p\Phi_0 = (2/3)\mu_0 H_{cm}^2 \pi^2 \xi^4 n_d$, $j_p = \mu_0 H_{cm}^2 \pi^2 \xi^4 n_d / \Phi_0$

$$j_p = \mu_0 H_{cm}^2 \pi^2 \xi^2 \xi^2 n_d / \Phi_0$$

$j_S < (\Phi_0/12\mu_0)\, n_d\, \kappa^{-2} = 2*10^{-7}\, n_d\, A*m$

$\sqrt{2}\mu_0 H_{cm} = \Phi_0/(2\pi\lambda\xi)$,

$n_d\,(j_p = 10^{12}\ A/m^2) \sim 10^{19}\ m^{-3} = 10^{13}\ см^{-3}$

1 вихрь: $n_d\,\pi\xi^2$ / 1 м ~ 10^3 дефектов @ $\xi \sim 10$ nm

$\pi H_{cm}\xi = \Phi_0/(2\,\mu_0\,\lambda)$

Ток пиннинга на один дефект: $j_p = (2/3)\mu_0 H_{cm}^2 \pi\xi^2 = (\Phi_0/12\mu_0)\kappa^{-2} * \xi^{-2}$ / 1 м ~ 10^5 A/cm^2

Коллективный пиннинг

Точечный дефект *– локальное несверхпроводящее включение с размерами* ~ $d < \xi$.
Пусть у нас есть один запиннингованный вихрь и много свободных.

Выигрыш в энергии при размещении кора вихря на дефекте в расчете на один дефект:

$$\Delta\varepsilon < (1/2)\mu_0 H_{cm}^2 (4/3)\pi\xi^3 \; F_p = \Delta\varepsilon / \xi < (2/3)\, \mu_0 H_{cm}^2 \pi\xi^2.$$

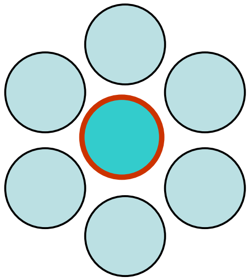
Сила пиннинга на один дефект: $F_p = \Delta\varepsilon / \xi < (2/3)\, \mu_0 H_{cm}^2 \pi\xi^2$

$\boldsymbol{B * 1\ м^2 = n_V \Phi_0,\ \ n_v = B / \Phi_0}$

Пусть n_d – объемная плотность дефектов. $[\, \boldsymbol{n_d} \,] = 1 / м^3$

Пусть n_V – поверхностная плотность вихрей. $[\, \boldsymbol{n_V} \,] = 1 / м^2$

На единицу длины вихрей: $f_L = f_p$; $\quad n_V j_p \Phi_0 = (2/3)\, \mu_0 H_{cm}^2 \pi\, \xi^2 n_d$,



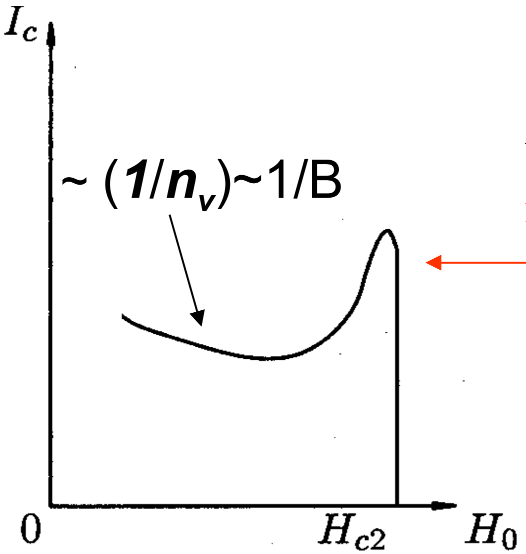
Сила Лоренца действует на все вихри (7).
Для начала движения красный вихрь должен растолкать запиннигованные голубые.
Сила пиннига действует на 6 вихрей.
Коллективный пиннинг.

$$j_p = (n_d/n_V)\,(2/3)\, \mu_0 H_{cm}^2 \pi\, \xi^2 / \Phi_0$$

$$j_S < (n_d/n_V)(\Phi_0/12\mu_0)\kappa^{-2} * \xi^{-2}$$

$\sim 1 / B$

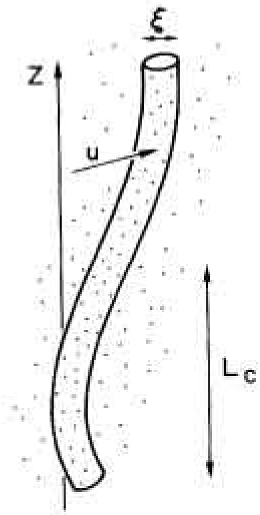
Пиннинг на точечных дефектах

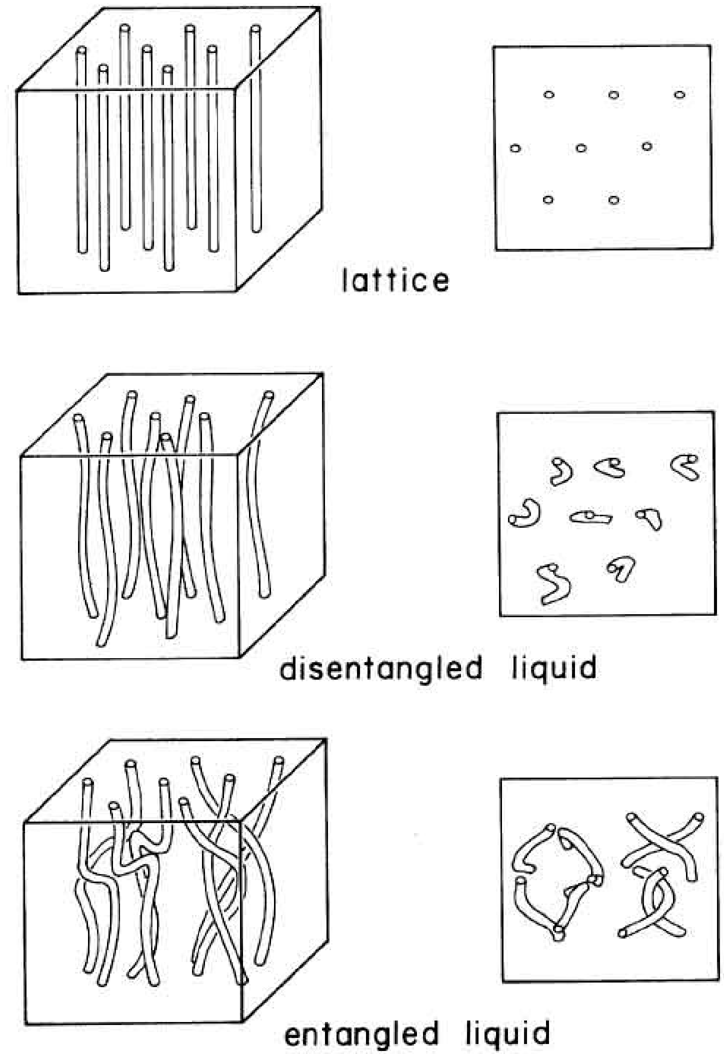


Упругие модули сильно уменьшаются вблизи H_{c2}, где наблюдается "пик-эффект".

$$j_p < (n_d/n_v)(H_{cm}^2/H_{c2})$$

Проигрыш в энергии за счет удлиннения вихревой линии сравнивается выигрышем от поглощения центра пиннинга.



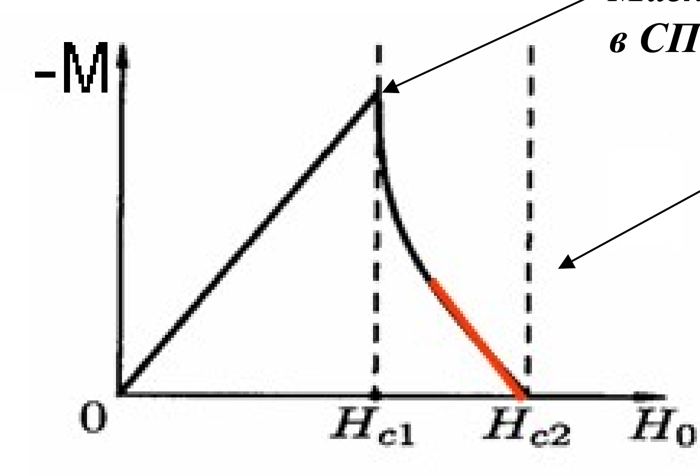


Около H_{c2} вихри становятся мягкими.

Тема 3.

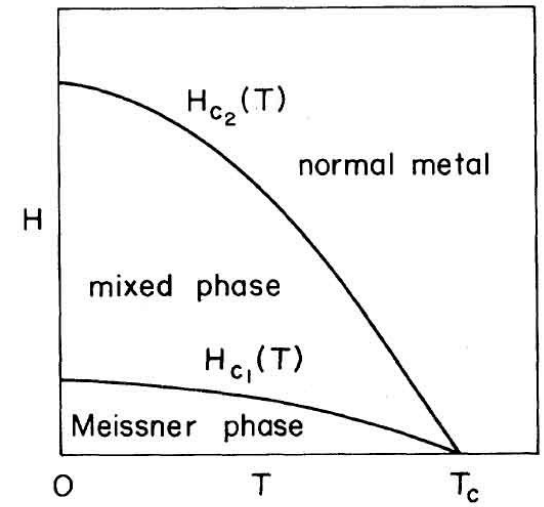
Необратимые (гистерезисные) магнитные свойства сверхпроводников 2 рода

Обратимые магнитные свойства СП II



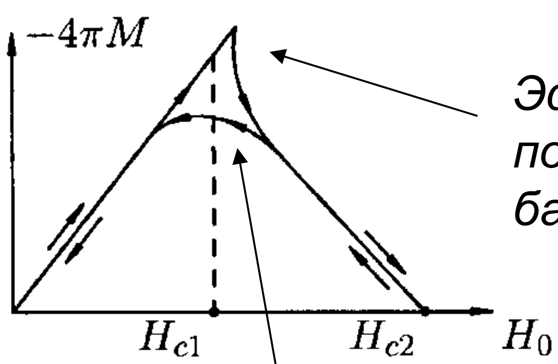
Магн. поле резко входит в СП II при H_{c1}

и намагниченность плавно идет к 0 при H_{c2}



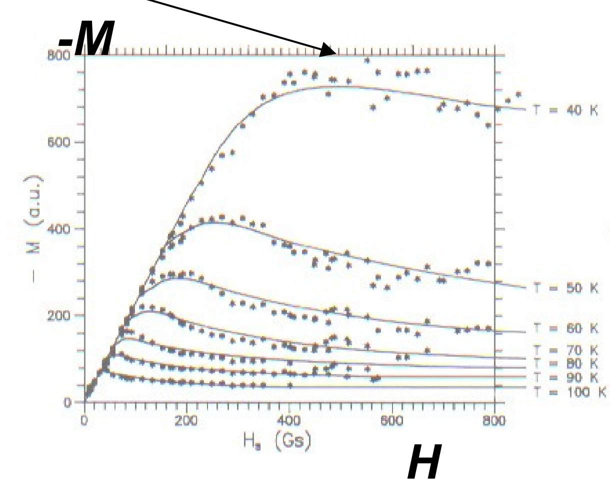
Необратимые магнитные свойства

Реально – входит при больших полях и постепенно заполняет СП II

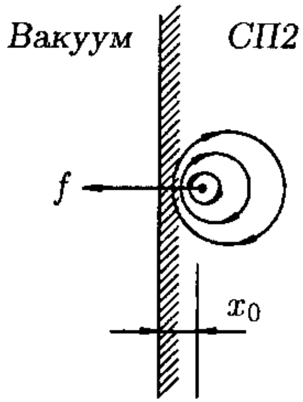


Эффект поверхностного барьера

влияние пиннинга



Взаимодействие вихрей Абрикосова с поверхностью сверхпроводника



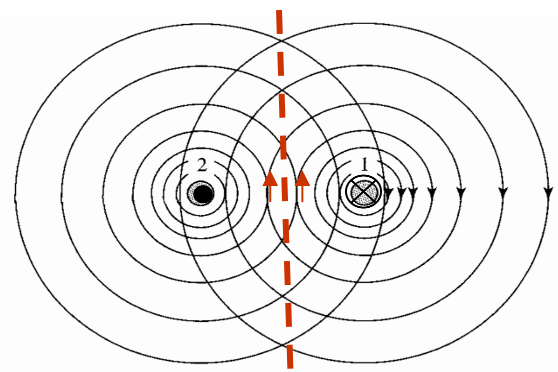
Притяжение: пиннинг

Бернулли

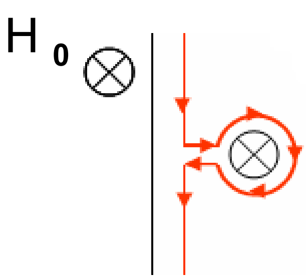
Изображение

$$\rho\upsilon^2/2 + p = \mathrm{const}$$

Зарождение: у границы + движение внутрь.



Из-за притяжения к границе реальное поле вхождения вихрей больше H_{c1}.

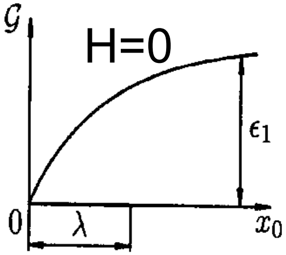


В связи с этим употребляют термины:

- “перегрев” мейсснеровского состояния;
- поверхностный барьер для вхождения вихрей;
- Барьер Бина-Левингстона

Данное состояние является неравновесным.(???)

Потенциальный рельеф около поверхности сверхпроводника



Пусть x_0 – координата центра вихря.

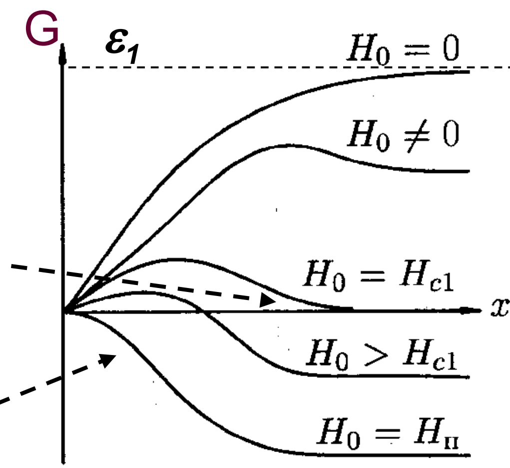
Энергия единицы вихря G уменьшается при приближении к границе, поскольку тянущая сила $f = -dG/dx$ направлена к поверхности.

С удалением от границы взаимодействие меняется на отталкивание за счет взаимодействия с мейснеровским экранирующим током (при $H \neq 0$).

При включении магнитного поля полная гиббсовская энергия вихря в глубине сверхпроводника

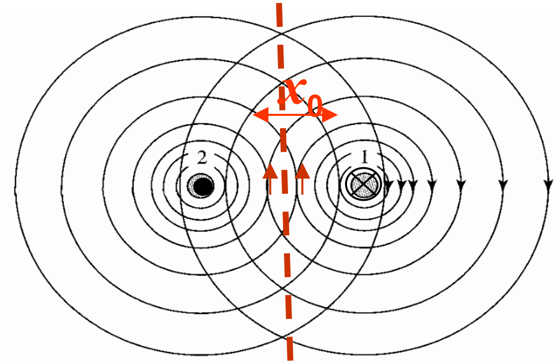
$$G = F - \int \mathbf{BH}d\mathbf{S} = F - H\Phi_0$$

понижается ($G = \varepsilon_1 - H\Phi_0$), сравниваясь с нулем при $H = H_{c1}$.



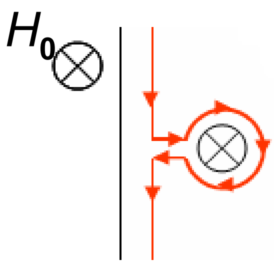
Поверхностный барьер полностью исчезает при больших полях $H_P > H_{c1}$.

Барьер Бина-Левингстона



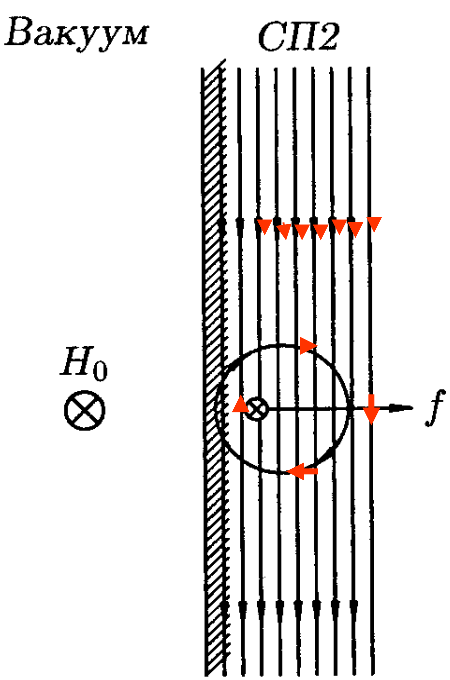
***Взаимодействие вихря с границей аналогично взаимодействию вихря с “изображением”, т.е. вихрем противоположного знака, расположенным на таком же расстоянии по другую сторону поверхности*.**

$$f_{из} = \Phi_0 j_{из} = \Phi_0 dH_{из}/dx$$



В поле мейсснеровские токи отталкивают вихрь, создавая “бугор” вблизи границы:

$$f_{Мейсс} = \Phi_0 j_{Мейсс} = -(1/\mu_0)\,\Phi_0\, dB_{Мейсс}/dx$$



$$f = f_{из} + f_{Мейсс} = (\Phi_0/\mu_0)[\,dB_{из}/dx + dB_{мейссн}/dx\,]$$

$f = -\,dG/dx_0$, ***где*** x_0 ***– координата центра вихря.***

$$G = -\int f\,dx = -(\Phi_0/\mu_0)B_{из}(2x_0) + (\Phi_0/\mu_0)B_п \exp(-x_0/\lambda) + const$$

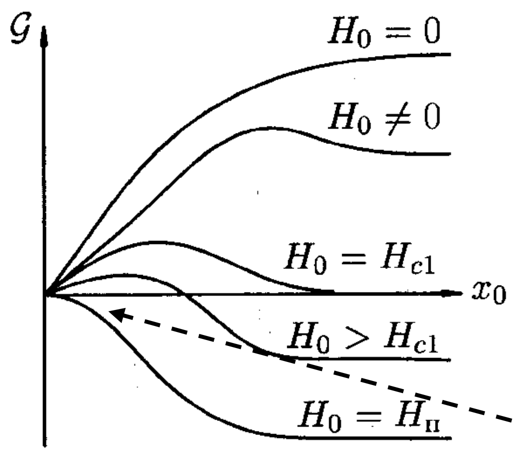
$x_0 \to \infty$, $G \to$ const, ***т.е.*** const - ***это просто гиббсовский потенциал вихря в поле*** H_0:

$$G(\infty) = const = \varepsilon_1 - \int \mathbf{B}H_0\,dV = [\Phi_0^2/(4\pi\mu_0\lambda^2)](\ln\kappa + 0.5) - H_0\Phi_0$$

$H_{c1}\Phi_0$

$$|G(\infty)| = const = \Phi_0(H_{c1} - H_0)$$

Поле проникновения через барьер Б-Л



Барьер зануляется при $H_0 > H_{c1}$, *тогда*

$G(\infty)$ = const = $\Phi_0(H_{c1}-H_0)$ *имеет отрицательный знак*

$$G(x_0) = -(\Phi_0/\mu_0)[B_{из}(2x_0) - B_п \exp(-x_0/\lambda)] + \Phi_0(H_{c1}-H_0)$$

Барьер исчезнет и вихрь будет свободно входить в образец, когда экстремум (горб) функции $G(x_0)$ *окажется на краю образца. Экстремум функции* $G(x_0)$ *определяется из условия:* $dG/dx_0 = 0$:

$$dG/dx_0 = -(\Phi_0/\mu_0)[\, dB_{из}(2x_0)/dx_0 - (1/\lambda)\, B_п \exp(-x_0/\lambda)\,] = 0$$

$B_{из}(2x_0) = -[\Phi_0/(2\pi\lambda^2)]K_0(2x_0/\lambda) \approx -[\Phi_0/(2\pi\lambda^2)]\ ln\,[\lambda/(2x_0)]$ *при* $r=2x_0$ *поле вихря*

см (5.4) *при* $x \ll \lambda$

Дифференцируем

$$dB_{из}(2x_0)/dx_0 = \lambda\,[\Phi_0/(2\pi\lambda^2)]\,(2x_0/\lambda)(\lambda/2)(1/x_0)^2 = \Phi_0/(2\pi\lambda x_0)$$

Учтем $x_0 \to 0$, $x_0 \ll \lambda$: $(1/\lambda)\, B_п \exp(-x_0/\lambda) \approx (1/\lambda)\, B_п$

$$(1/\lambda)\, B_п = \Phi_0/(2\pi\lambda x_0)$$

Поле проникновения через барьер Б-Л

$(1/\lambda)\, B_п = \Phi_0/(2\pi\lambda x_0)$

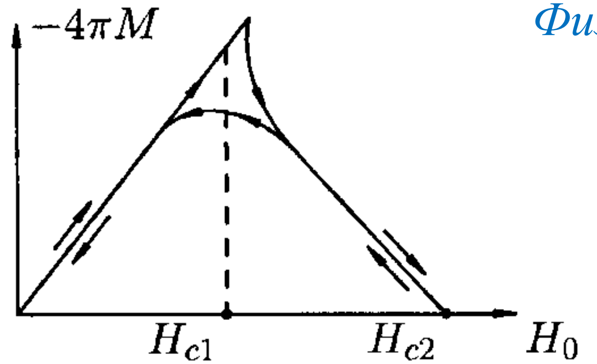
Формально расходится при $x_0 \to 0$

обрезаем x_0 *на* ξ при $x_0 \to 0$

$B_п = \Phi_0/(2\pi\lambda\, \xi_0) \approx \sqrt{2}\, \mu_0 H_{cm}$ (6.7), *поскольку* $\sqrt{2}H_{cm}=\Phi_0/(2\pi\mu_0\lambda\xi)$

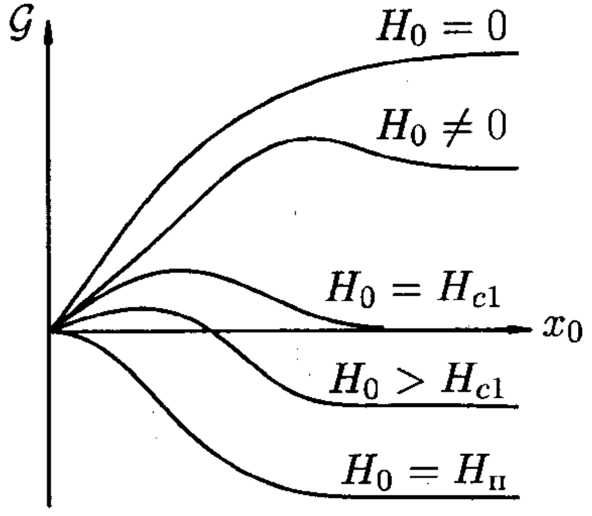
Из точного расчета: $H_п = H_{cm}$

(а *выход при полях меньших* H_{c1} !)



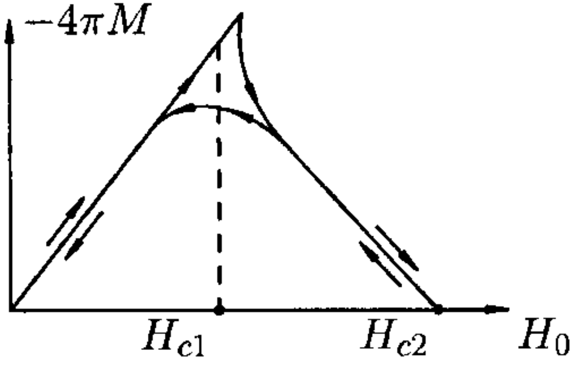
Физический смысл H_{cm}

для СП-2

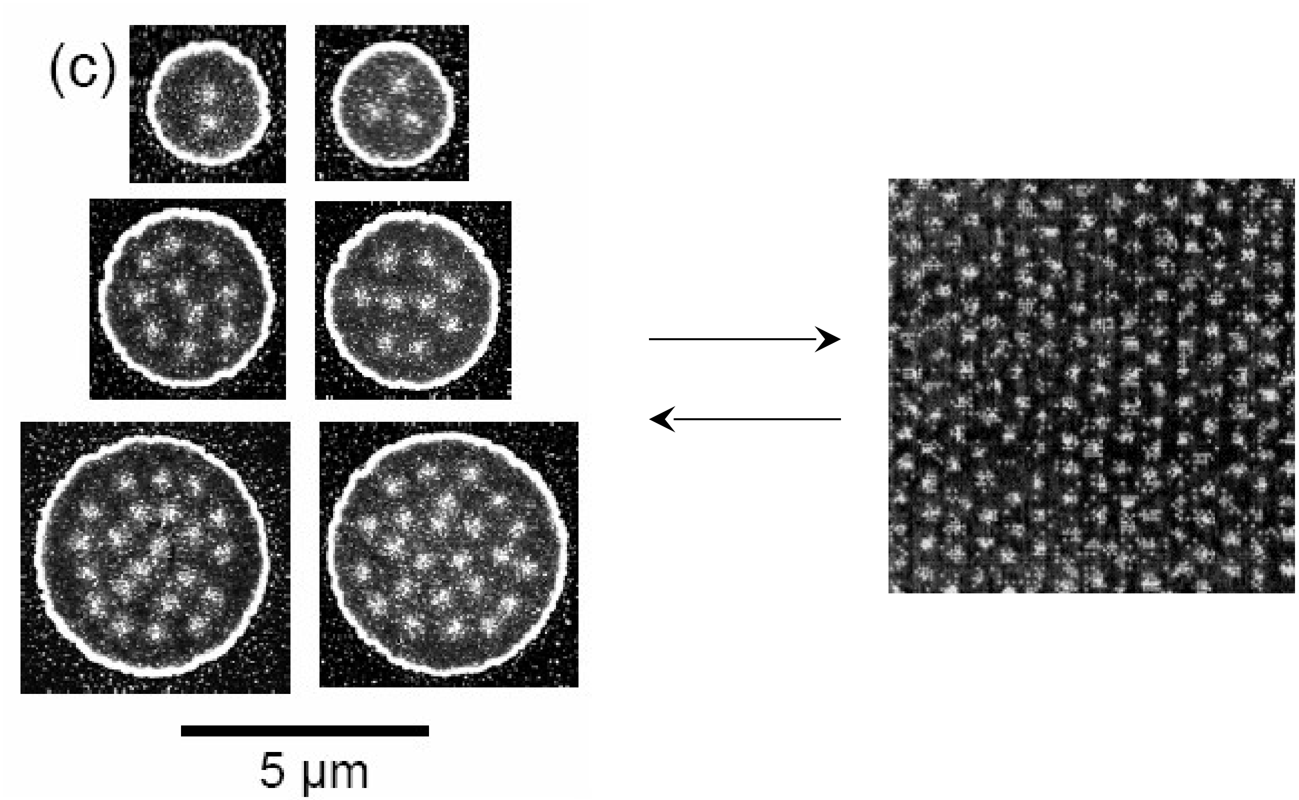


Тема 5

Критическое состояние
Модель Бина

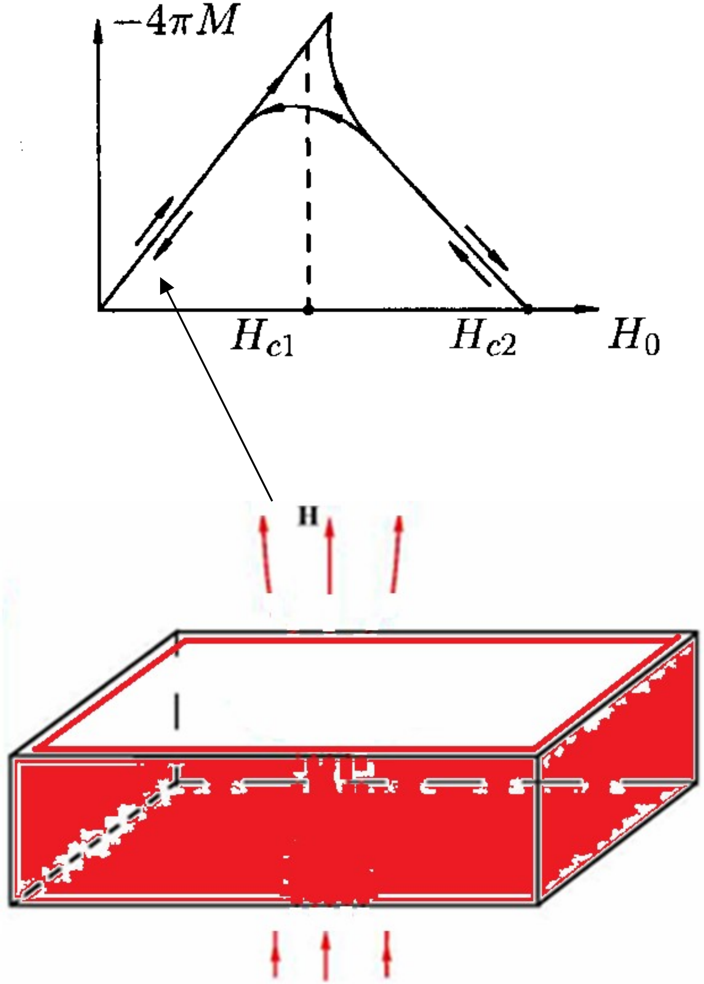


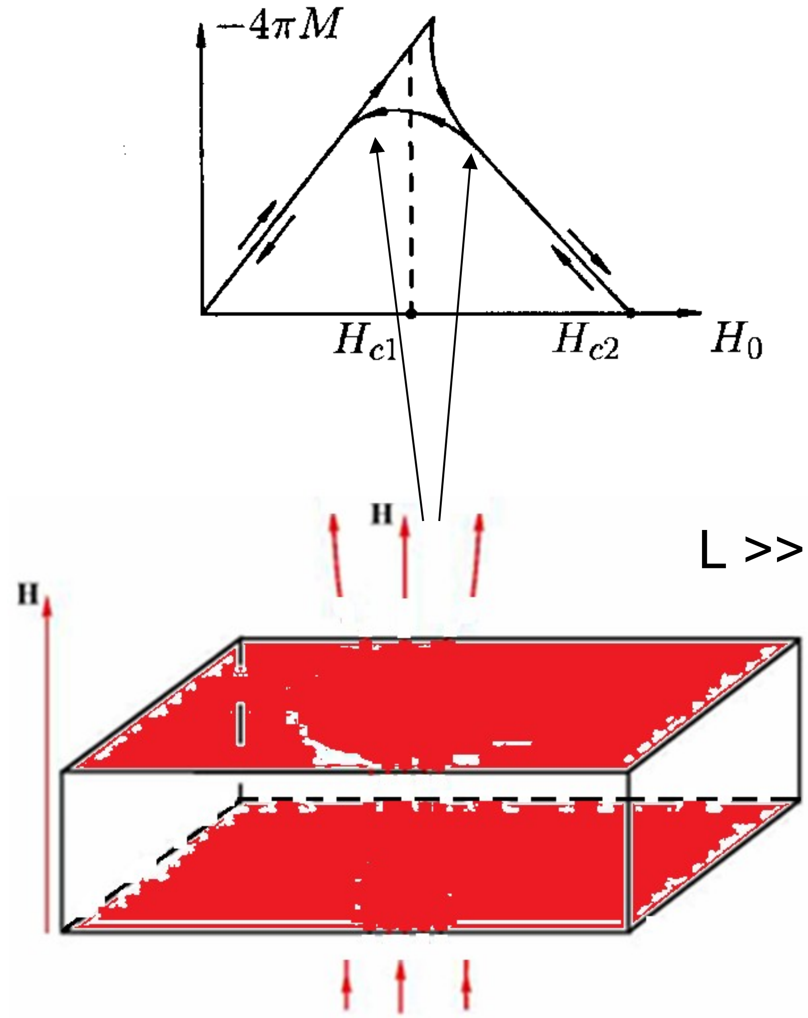
Проникновение вихрей в СП-2



+ Пиннинг

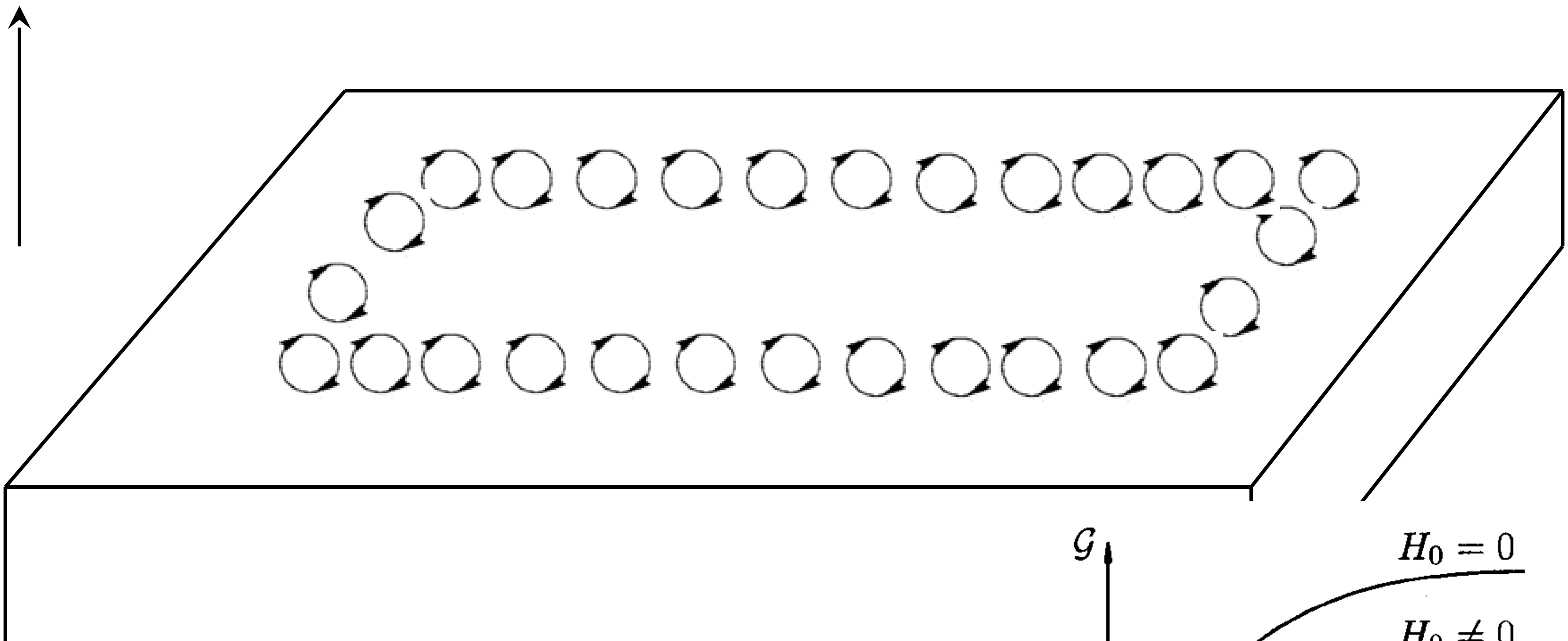
Проникновение сверхпроводящего тока

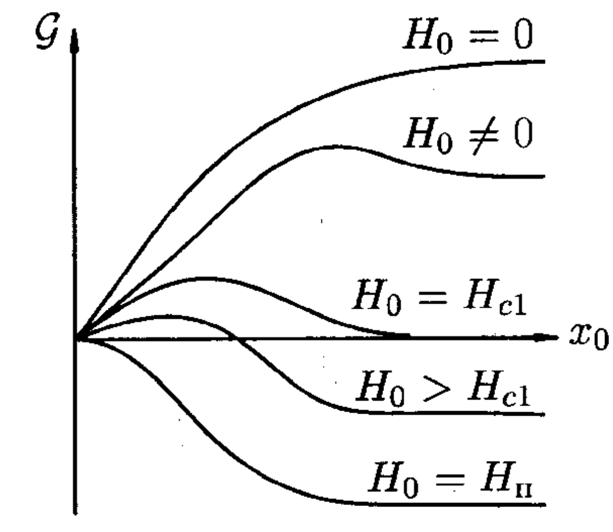




L >> λ

Вход вихрей в сверхпроводник

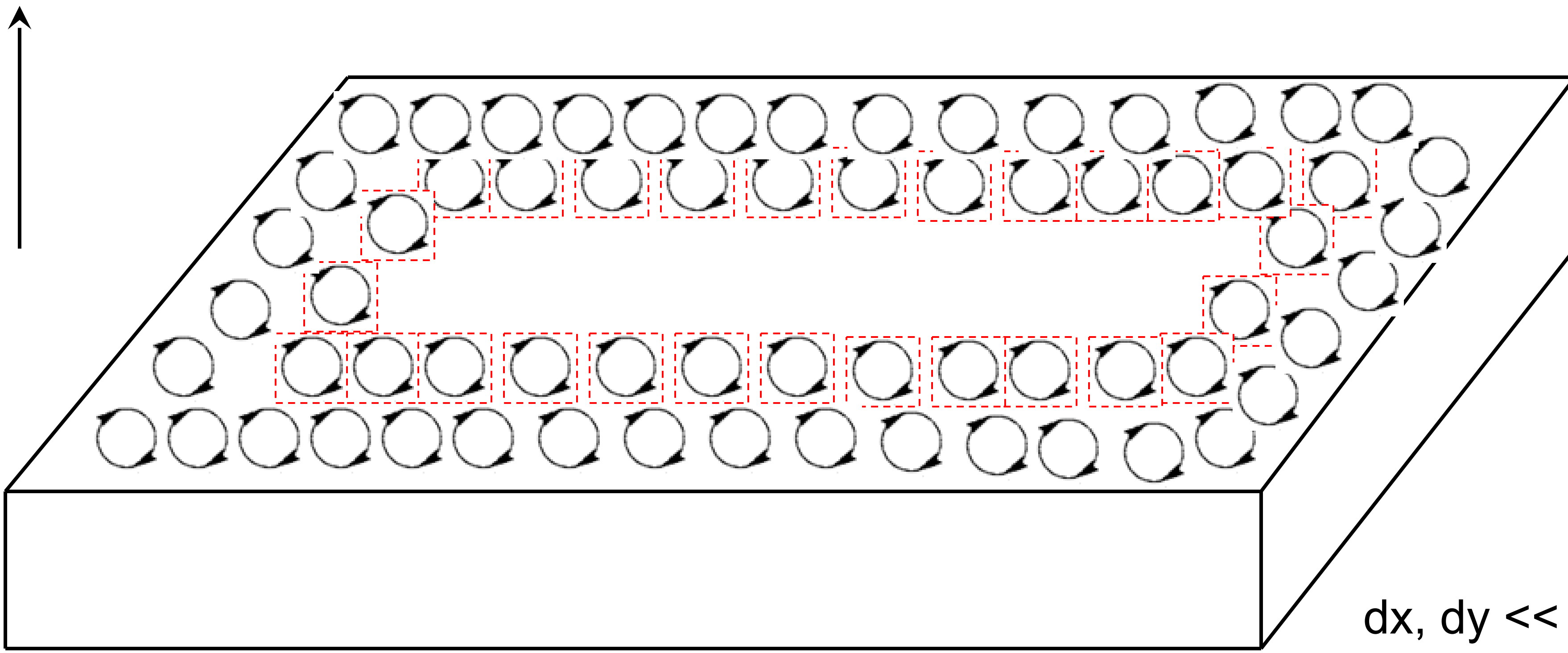




$$f_{из} + f_{мейнс} + f_p = 0$$

$$j_{мейсн} = j_{изо} + j_p$$

Вход вихрей в сверхпроводник



dx, dy $\ll$ L

$$f_{\text{из}} + f_{\text{мейнс}} + f_p + f_{21} = 0$$

$$j_{\text{мейсн}} = j_{\text{изо}} + j_p + j_{21}$$

$$N_1 > N_2 > N_V = 0$$

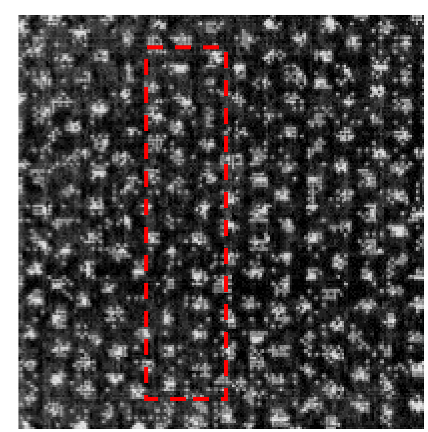
$$N(x) \neq \text{const}$$

$$dN(x) = n(x)\, dS$$

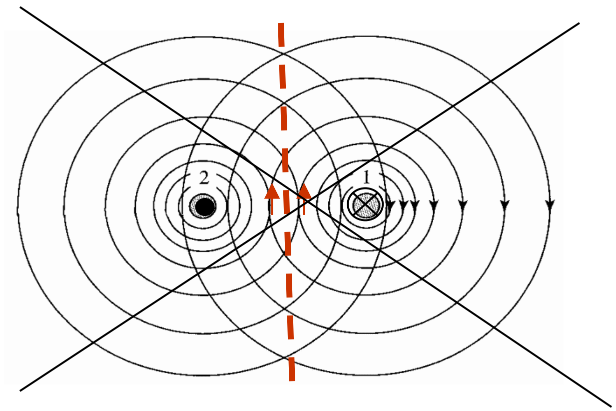
$$d\Phi = \Phi_0 dN(x) = \Phi_0 n(x)\, dS$$

$$d\Phi/dS = \Phi_0 n(x)\, dS = \langle B\rangle(x)$$

$$\text{rot}\,\langle \mathbf{B}\rangle(x) = \langle \mathbf{j}_s\rangle$$



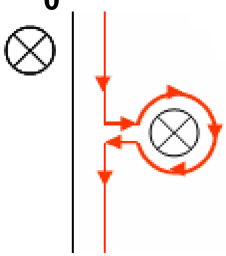
Как протолкнуть вихрь в сверхпроводник



При x >> λ

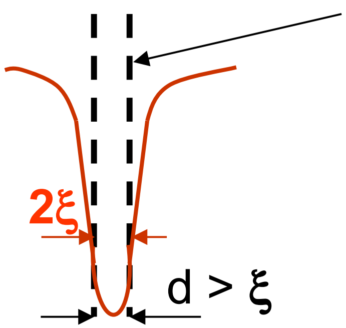
$$\cancel{f_{из} + f_{мейнс}} + f_p + f_{21} = 0$$

Вихрь срывается с центра пиннинга и продвигается вглубь сверхпроводника при плотности тока равной критической



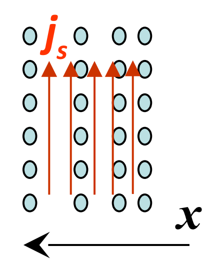
$$\langle \mathbf{j_s} \rangle = \mathrm{rot}\, \langle \mathbf{B} \rangle(x) > j_p$$

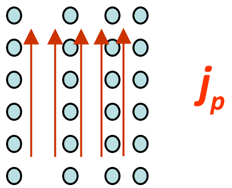
Тогда всюду, куда проник магнитный поток (в образце с однородным распределением одинаковых центров пиннинга) плотность тока одинакова j_p и плотность вихрей



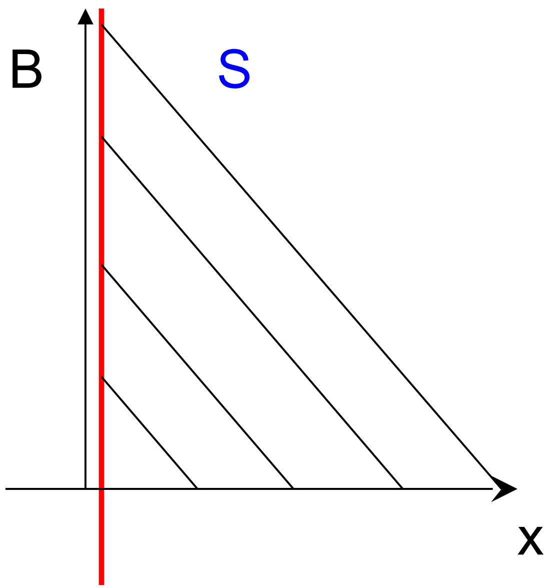
$dB / dx = \mu_0\ j_p =$ const *спадает однородно.*

$$dB / dx = d\Phi / dx = \Phi_0\ dn/dx$$





Критическое состояние. Модель Бина.



$dB / dx = \mu_0 \; j_p =$ **const** *спадает однородно.*

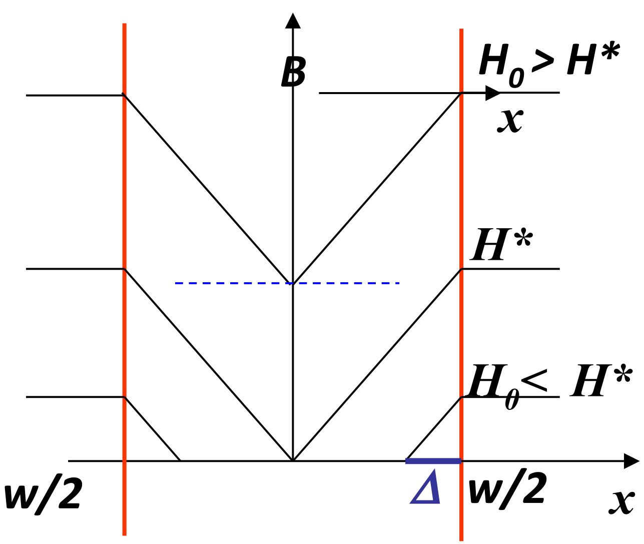
Пластина с толщиной $w>>\lambda$; $H_{c1}< H< H_{c2}$

Поле B^*: проникновение вихрей в центр пластины

$dB/dx=B^*/(w/2)= \mu_0 j_p$; $B^*=\mu_0 \, j_p \, w/2$;

$B_0< B^*$: проникновение на глубину Δ

$B^*/B_0=(w/2)/ \Delta$; $\Delta = (w/2) (B_0/B^*)$;



Среднее по образцу

Найдем намагниченность

$<B> = (B_0 \Delta/2)/[w/2] = (B_0/2) [(w/2)/\Delta] = B_0^2/(2B^*)$;

$- <M> = (\mu_0 H_0 - <B>) = H_0 [1- \mu_0 H_0 /(2B^*)]$

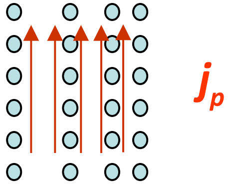
$B_0= B^*$: $<B>= B^*/2$; $- <M>^* = B^*/2 = j_p w/4$

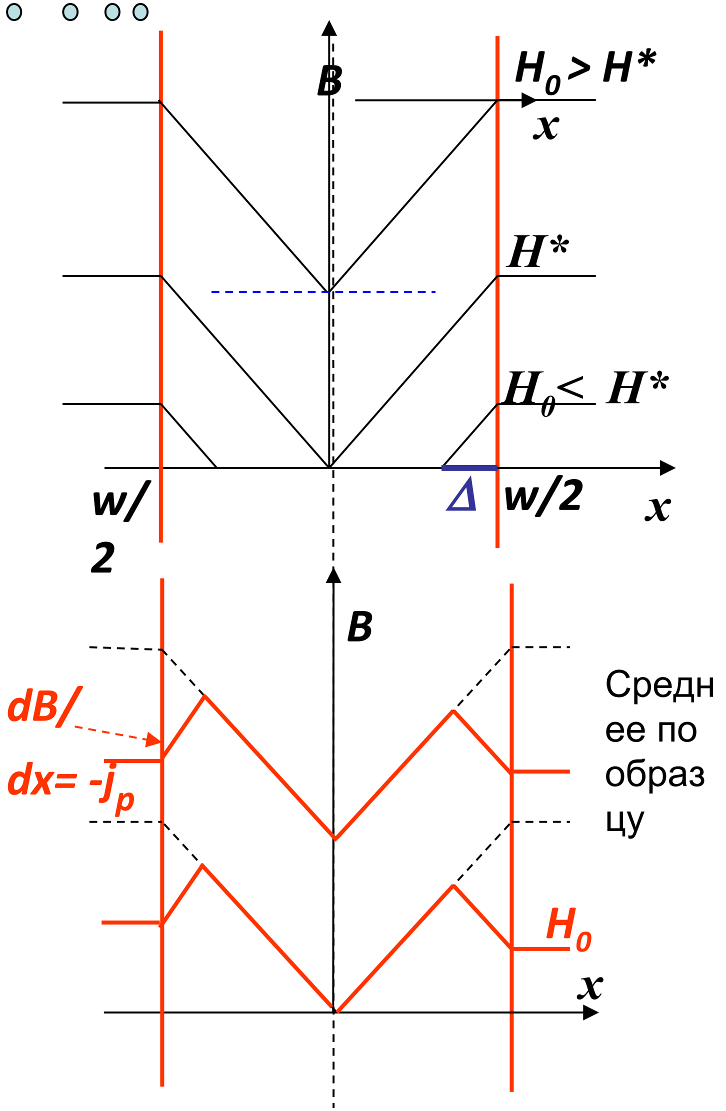
$B_0 > B^*$: $<B> = <B>|_{B^*}+(B - B^*) =$

$= B^*/2+B_0 -B^*= B_0-B^*/2$;

$- <M> = (1/\mu_0)(B_0-<B>) = B^*/2 = j_p \, w/4$

Критическое состояние. Модель Бина.



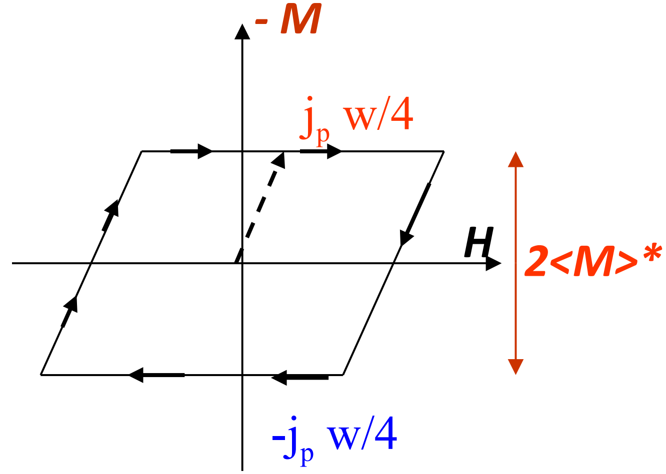


$dB / dx = \mu_0 \; j_p =$ **const** *спадает однородно.*

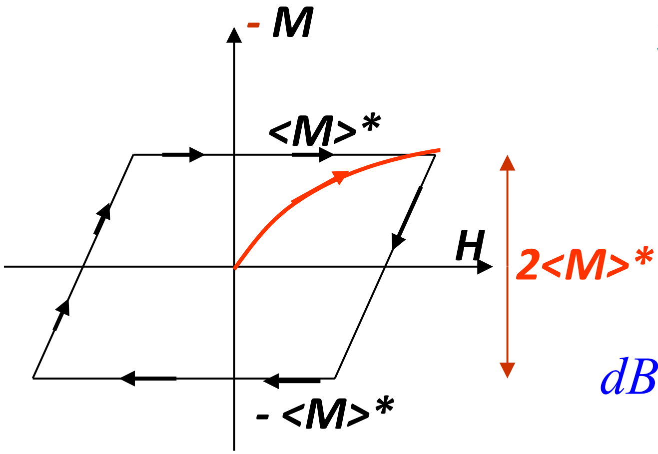
$$\cancel{f_{из}} + \cancel{f_{мейнс}} + f_p + f_{21} = 0$$

$$- \langle M \rangle = (\mu_0 H_0 - \langle B \rangle) = H_0 \left[1 - \mu_0 H_0 / (2B^*)\right]$$

$$- \langle M \rangle = (1/\mu_0)(B_0 - \langle B \rangle) = B^*/2 = j_p \, w/4$$



Экспериментальное определение критических токов пиннинга

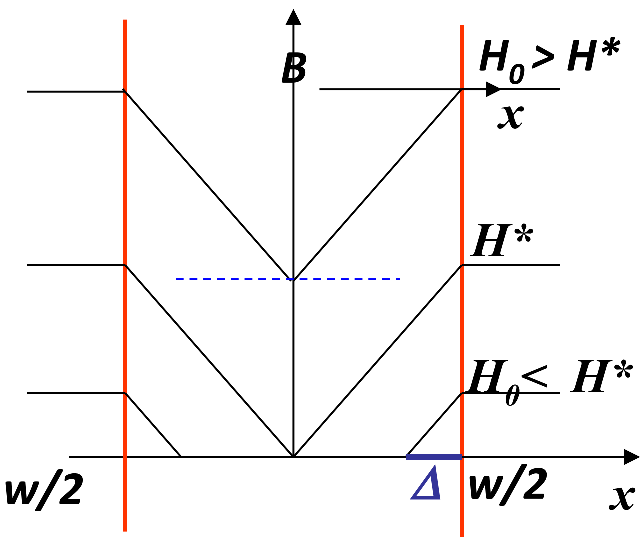


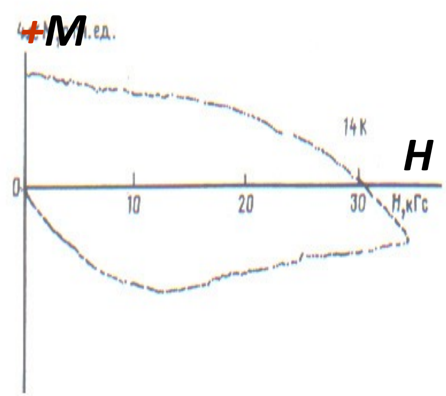
$$dB / dx = \mu_0\ j_S$$

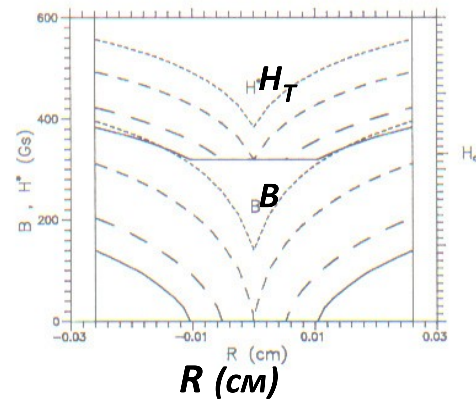
$$\Phi_0\ dn / dx = \mu_0\ j_S$$

Пластина: $j_p = 2(2\langle M\rangle^*)/w$ **(6.13 a)**

Цилиндр: $j_p = (2\langle M\rangle^*)/(2R)$ **(6.14 a)**







V.M.Krasnov, V.A.Larkin, V.V.Ryazanov.

The extended Bean critical state model for superconducting 3-axes ellipsoid and its application
for obtaining the bulk critical field H_{c1} and the pinning current Jc in high-Tc superconducting single crystals.

Physica C 174, 440 (1991).

The End