Введение в физику сверхпроводимости

Больгинов Виталий Валериевич

Понедельник, аудитория 420 ГЛК

Лекция 5

Термодинамика сверхпроводников. Функционал и уравнения Гинзбурга-Ландау.

Приведенные уравнения теории ГЛ

$\alpha\Psi+\beta\Psi|\Psi|^2+(1/4m)(-i\hbar\nabla-2eA)^2\Psi=0;$ **(ГЛ Ia)**

$(i\hbar\nabla\Psi+2eA\Psi)\,\mathbf{n}=0,$ где n - единичный вектор, нормальный к поверхности св-ка.

$(1/\mu_0)\,\mathrm{rot\,rot}\,\mathbf{A} = -(i\hbar e/2m)(\Psi^*\nabla\Psi-\Psi\nabla\Psi^*)-(2e^2/m)|\Psi|^2\mathbf{A}$ *(ГЛ IIa)*

Приведенный параметр порядка: $\psi=\Psi(r)/\Psi_0,\quad \Psi(r)=\psi\Psi_0=\psi(|\alpha|/2\beta)^{1/2}=(n_{s0})^{1/2}\psi$

где $|\Psi_0|^2=n_{s0}=-(\alpha/\beta);$ $\quad H_{cm}{}^2=\beta n_{s0}{}^2/\mu_0=\alpha^2/(\mu_0\beta);$

$\xi^2[i\nabla+(2\pi/\Phi_0)A]^2\psi-\psi+\psi|\psi|^2=0$ $\quad \xi^2=-\hbar/4m\alpha$ [м]

$$\left(i\nabla\psi+\frac{2\pi}{\Phi_0}\vec{A}\psi\right)\vec{n}=0$$

$\lambda^2=-m\beta/(\mu_0\alpha e^2)=m/\mu_0 n_{s0}e^2$ [м]

$\mathrm{rot\,rot}\,\mathbf{A}=-i[\Phi_0/(4\pi\lambda^2)](\psi^*\nabla\psi-\psi\nabla\psi^*)-|\psi|^2\mathbf{A}/\lambda^2$ $\quad \Phi_0=h/2e=2\pi\hbar/2e$ [Вб]

$$\boxed{\psi=|\psi|e^{i\theta},}$$

$$\mathrm{rot\,rot}\,\mathbf{A}=\frac{|\psi|^2}{\lambda^2}\left(\frac{\Phi_0}{2\pi}\nabla\theta-\mathbf{A}\right).\quad\xrightarrow{j_S^{\text{класс}}=j_S^{GL}}\quad \boxed{\hbar\nabla\theta=2m\mathbf{v}+2e\mathbf{A}}$$

$$\boxed{\vec{j}_S^{\,\text{класс}}=ne\vec{v}}$$

$$\boxed{\vec{B}=\mathrm{rot}\,\vec{A}\ \&\ \mathrm{rot}\,\vec{B}=\mu_0\vec{j}_S^{\,GL}}$$

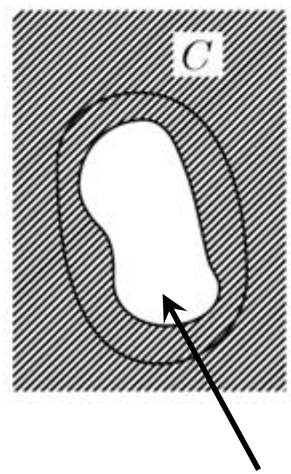
+2

Квантование магнитного потока ($\Phi_0 = h/2e$)

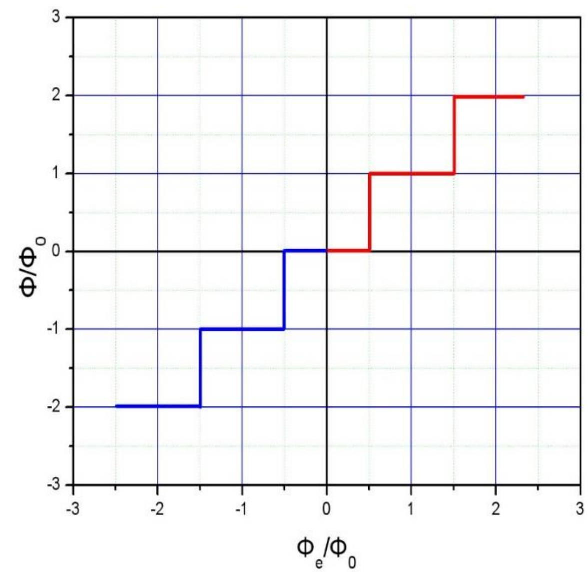
$$\boxed{\hbar\nabla\theta = 2m\mathbf{v} + 2e\mathbf{A}}$$

обобщенное уравнение Лондонов

$$\oint_C \longrightarrow \boxed{\hbar\nabla\theta = 2m\mathbf{v} + 2e\mathbf{A}}$$



$$\vec{B} = \mathrm{rot}\ \vec{A}$$



$$v_s \approx 0 \qquad \oint_C \nabla\theta\, d\mathbf{l} = 2\pi n,$$

$$\oint \mathbf{A}d\boldsymbol{l} = \oint \mathrm{rot}\mathbf{A}d\mathbf{S} = \oint \mathbf{B}d\mathbf{S} = \Phi$$

$$\hbar\, 2\pi n = 0 + 2e\Phi$$

$$\Phi = \{\hbar/2e\}2\pi n = \{h/2e\}n = \Phi_0\, n$$

$$\Phi_0 = h/2e = 2.07*10^{-15}\ Вб$$

$$\Phi_0 = hc/2e = 2.07*10^{-7}\ Мкс$$

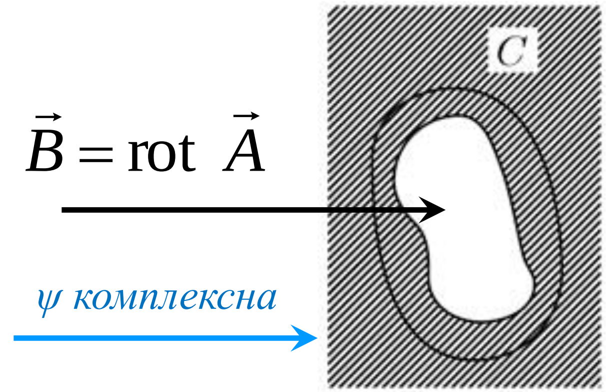
1. За счет подстройки сверхтока магнитный поток может принимать только значения, кратные Φ_0 (квант магнитного потока).

2. Не обязательна полная экранировка H: можно дополнить до 1 кванта.

Градиентная инвариантность теории ГЛ.

$$\text{rot rot}\,\mathbf{A} = \frac{|\psi|^2}{\lambda^2}\left(\frac{\Phi_0}{2\pi}\nabla\theta - \mathbf{A}\right).$$

$$\psi = |\psi| e^{i\theta},$$



A ’ = **A** + $\nabla\varphi$

B = rot ***A*** = rot ***A’***

rot $\nabla\varphi$ = 0

Преобразование вида:

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}' + \nabla\varphi,$$

$$\psi = \psi' \exp\left[i\frac{2\pi}{\Phi_0}\varphi(\mathbf{r})\right].$$

$\theta\,' = \theta + (2\pi/\Phi_0)\,\varphi$

Оставляет уравнения Г-Л неизменными.

Следствие 3. Для односвязного сверхпроводника всегда можно выбрать калибровку **A**, чтобы сверхпроводящая волновая функция была вещественной.

Граничные условия

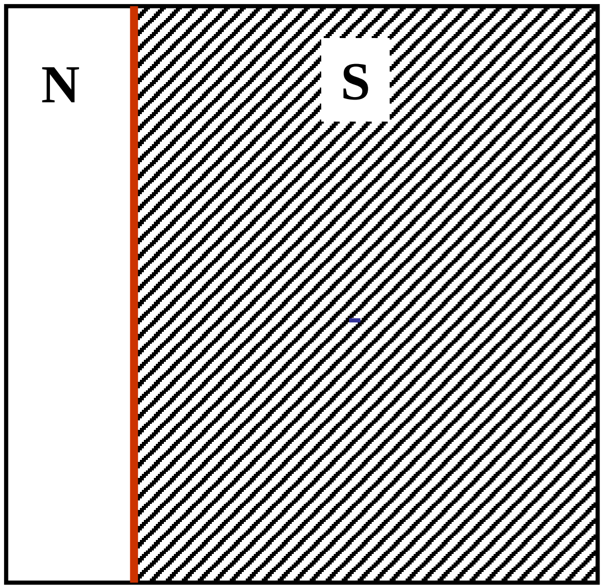
$\xi^2\,[i\nabla + (2\pi/\Phi_0)A]^2\psi - \psi + \psi|\psi|^2 = 0$ (ГЛ-1b)

vn = 0

$$\boxed{\begin{gathered}[i\nabla + (2\pi/\Phi_0)\mathbf{A}]\mathbf{n}\,\psi = 0 \\ [i\nabla + (2\pi/\Phi_0)\mathbf{A}]\mathbf{n}\,\psi = i\,\psi / b\end{gathered}}$$

Эффект близости

$\xi^2\,[i\,\nabla + (2\pi/\Phi_0)A]^2\psi - \psi + \psi|\psi|^2 = 0$ (ГЛ-1b)



vn = 0

$[i\nabla + (2\pi/\Phi_0)\mathbf{A}]\mathbf{n}\,\psi = 0$

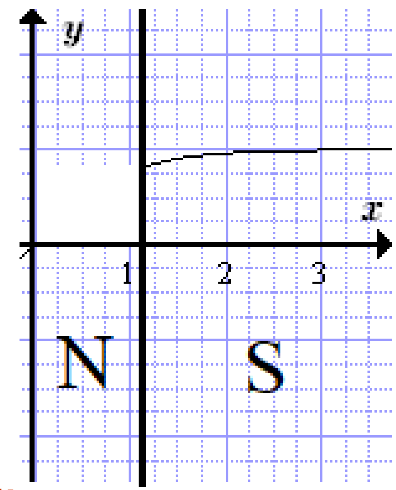
$[i\nabla + (2\pi/\Phi_0)\mathbf{A}]\mathbf{n}\,\psi = i\,\psi/b$

$-\,\xi^2\, d^2\psi/dx^2 - \psi + \psi^3 = 0;$

$\psi(x) = 1 - f(x),$

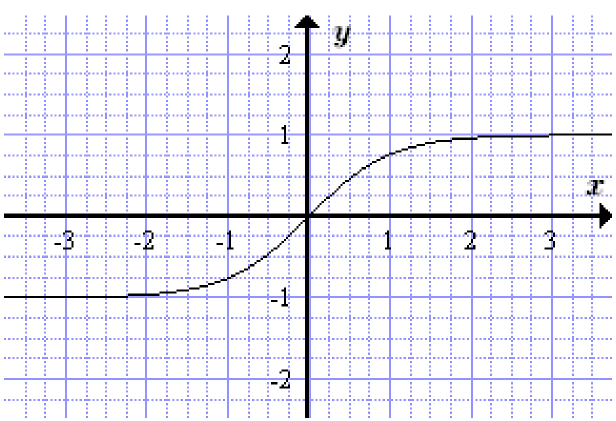
$f(x) << 1.$

$f(x) = f_0 \exp[-\sqrt{2}\,(\{x - x_0\}/\xi)];$



$\boxed{\psi\,(x=\infty)=1}$

Масштаб!



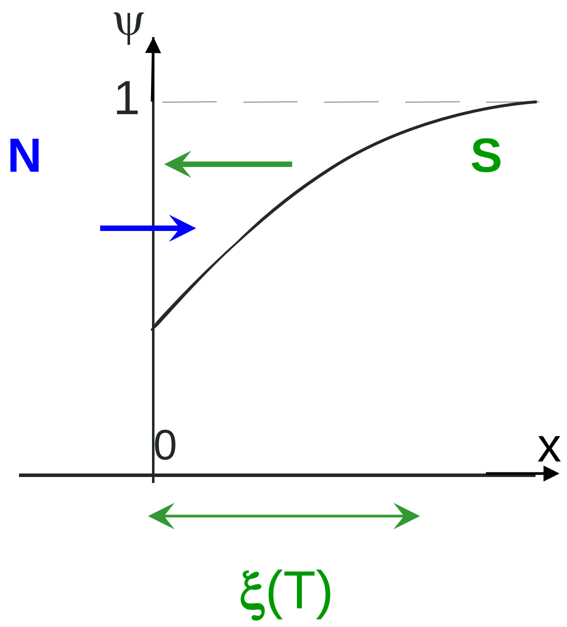
Честное решение:

$$\frac{\partial\Psi}{\partial x} = \frac{\psi}{b}$$

$$\boxed{\psi = \mathrm{th}\,[(x - x_0)/\sqrt{2}\xi].}$$

$$\boxed{\mathrm{sh}\left(\sqrt{2}x_0/\xi\right) = b}$$

Куда делись S-электроны?



Сверхпроводимость – статистическое явление.

Сверхпроводящие носители непрерывно зарождаются и разрушаются по действием «распаривающих факторов».

Время жизни (S): $\Delta E \Delta t \cong \hbar \quad \Delta E \cong kT$

Время жизни (S) : $\Delta t \cong \hbar / \Delta E \cong \hbar / kT$

Перемещение (S) : $\xi \cong v_F \Delta t \cong \hbar v_F / kT$

$$\xi \cong \sqrt{\hbar D / 2\pi\, kT_c}$$

Появление S-электронов в нормальном металле – это возникновение некоторого порядка.

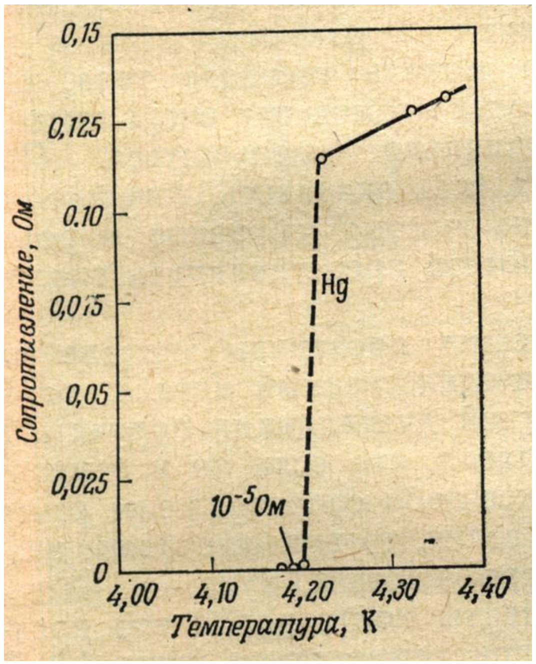
Время жизни (N) : $\Delta t \cong \hbar / \Delta E \cong \hbar / kT$

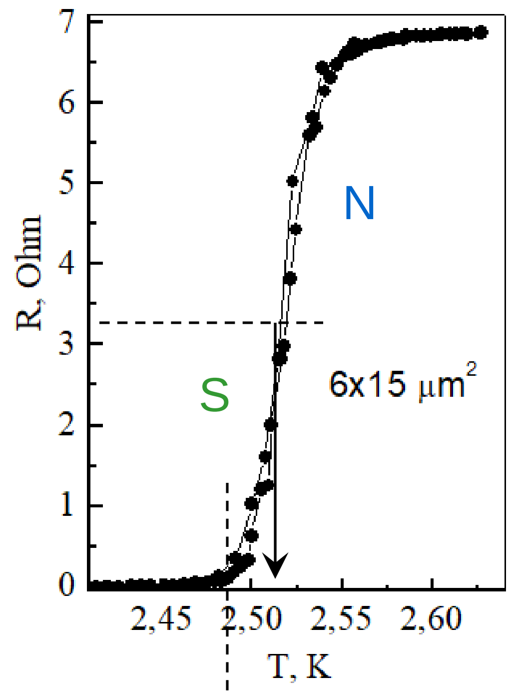
Перемещение (N) : $\xi \cong v_F \Delta t \cong \hbar v_F / kT$

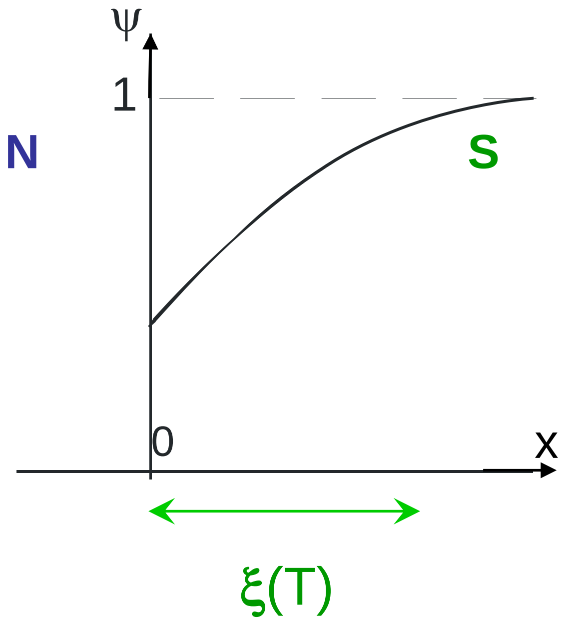
$$\xi \cong \sqrt{\hbar D / 2\pi\, kT_c}$$

Обобщим уравнения Г-Л в N

Предположим, что N –это тот же сверхпроводник, но при T слегка больше T_{cn}, с небольшим (флуктуационным) параметром парядка Ψ.







$\alpha(T) = -|\alpha_0|[1-(T/T_c)]$

$\alpha < 0$ @ $T < T_c$

продлим

$\alpha(T) = -|\alpha_0|[1-(T/T_c)]$

$\alpha > 0$ @ $T < T_c$

I уравнение Г-Л не изменится:

$$\alpha \Psi + \beta \Psi|\Psi|^2 + (1/4m)(-i\hbar\nabla - 2eA)^2 \Psi = 0;$$

$$\Psi = \psi(|\alpha|/\beta)^{1/2}$$

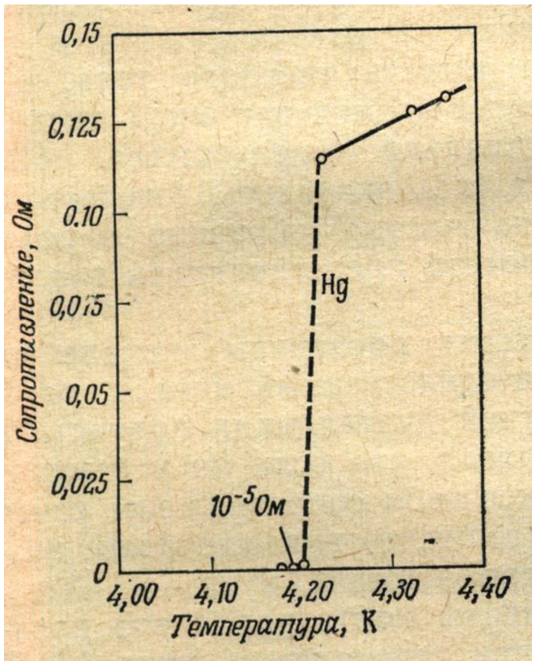
$|\Psi_0|^2 = n_{s0} = +(\alpha/\beta)$

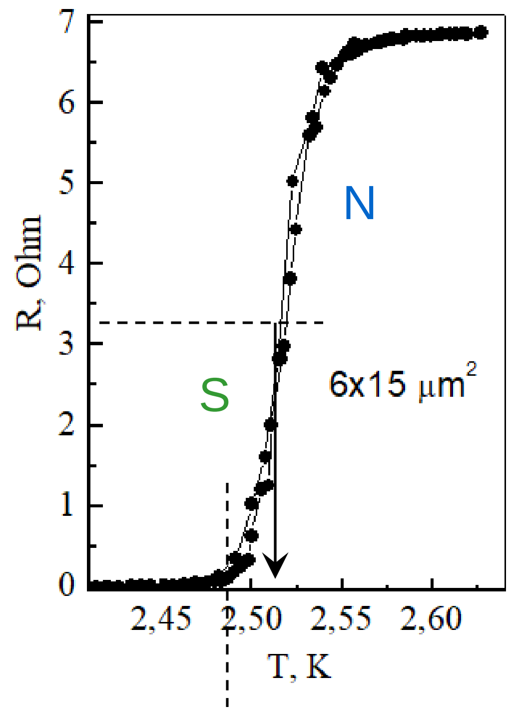
$|\Psi_0|^2 = n_{s0} = |\alpha|/\beta$

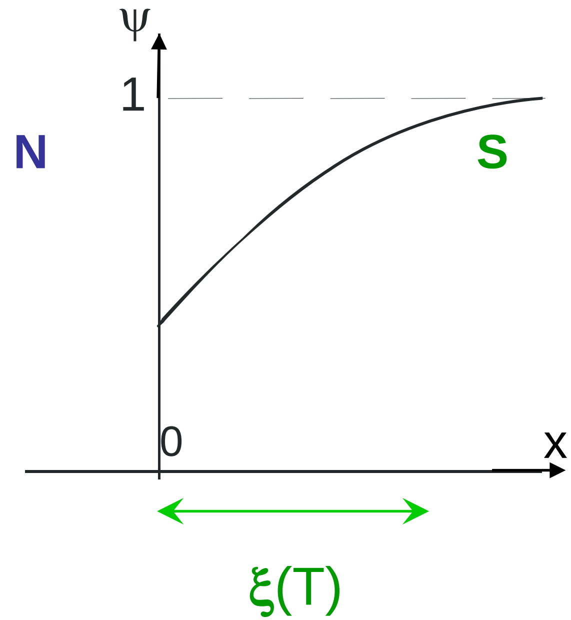
$\xi^2 = \hbar/4m|\alpha|$!!!

Обобщим уравнения Г-Л в N

Предположим, что N –это тот же сверхпроводник, но при T слегка больше T_{cn}, *с небольшим (флуктуационным) параметром парядка* Ψ.







$\alpha(T) = -|\alpha_0|[1-(T/T_c)]$

$\alpha < 0$ @ $T < T_c$

продлим

$\alpha(T) = -|\alpha_0|[1-(T/T_c)]$

$\alpha > 0$ @ $T < T_c$

I уравнение Г-Л не изменится:

$\Psi = \psi(|\alpha|/\beta)^{1/2}$

$\alpha\Psi + \beta\,\Psi|\Psi|^2 + (1/4m)(-i\hbar\nabla - 2eA)^2\Psi = 0;$ $\quad \xi^2 = -\,\hbar/4m|\alpha| > 0$?

$\pm\psi|\alpha|(|\alpha|/\beta)^{1/2} + |\alpha|^{3/2}/\beta^{1/2}\psi|\psi|^2 + (1/4m)(-i\hbar\nabla - 2e\mathbf{A})^2\psi\,(|\alpha|/\beta)^{1/2} = 0;$

$|\Psi_0|^2 = n_{s0} = +(\alpha/\beta)$

$|\Psi_0|^2 = n_{s0} = |\alpha|/\beta$

$\xi^2\,[i\nabla + (2\pi/\Phi_0)A]^2\psi + \psi + \psi|\psi|^2 = 0$ (N) $\quad \xi^2 = \hbar/4m|\alpha|$!!!

Наведенная сверхпроводимость в N вблизи SN-границы

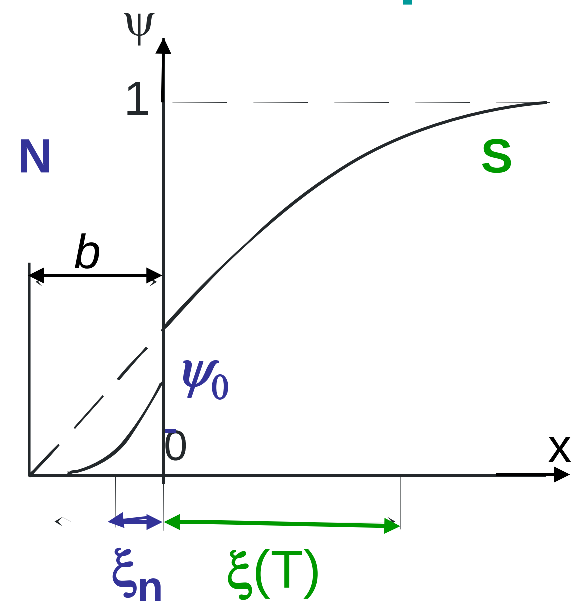
$\alpha(T) = -|\alpha_0|[1-(T/T_c)]$:

$\alpha < 0$ @ $T < T_c$ $\alpha > 0$ @ $T < T_c$

$\xi_n^2 [i\nabla]^2\psi + \psi + \psi|\psi|^2 = 0$; $\xi_n^2 = \hbar^2/(4m\alpha_n)$

$-\xi^2 d^2\psi/dx^2 + \psi + \psi^3 = 0$ (for 1D-case)

$T \geq T_{cn}$: $\psi(x<0) << 1 \leftrightarrow -\xi^2 d^2\psi/dx^2 + \psi = 0$;



$\psi_N(x) = \psi_0 \exp[-|x|/\xi_N]$; $x \to -\infty$; $\psi_N = 0$; $x=0$, $\psi_N = \psi_0$

Экспоненциальное затухание сверхпроводимости вглубь N-слоя.

---

1. *Гран-условие для N-слоя ничего не дает. Нужны еще условия.*

2. *Для разных металлов возможен разрыв.*

3. *Физический смысл b приведен на графике.*

$$\frac{\partial\psi}{\partial x}(x=0) = \frac{\psi}{b} \Rightarrow \frac{1}{\psi}\frac{\partial\psi}{\partial x} = \frac{1}{b}$$

Одинаковый металл

$$\frac{1}{\psi_S}\frac{\partial\psi_S}{\partial x} = \frac{1}{b} = \frac{1}{\psi_N}\frac{\partial\psi_N}{\partial x}$$

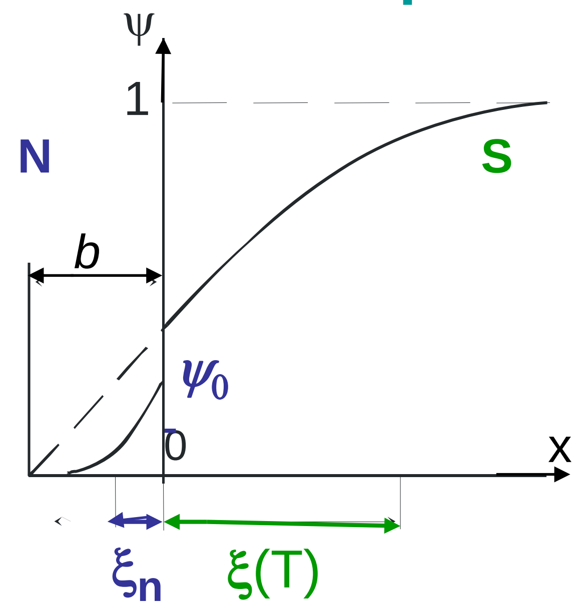
Наведенная сверхпроводимость в N вблизи SN-границы

$\alpha(T) = -|\alpha_0|[1-(T/T_c)]:$

$\alpha < 0$ @ $T < T_c$ $\alpha > 0$ @ $T < T_c$

$\xi_n^2 [i\nabla]^2\psi + \psi + \psi|\psi|^2 = 0;$ $\xi_n^2 = \hbar^2/(4m\alpha_n)$

?????????????????????? (*for 1D-case*)



Наведенная сверхпроводимость в N вблизи SN-границы

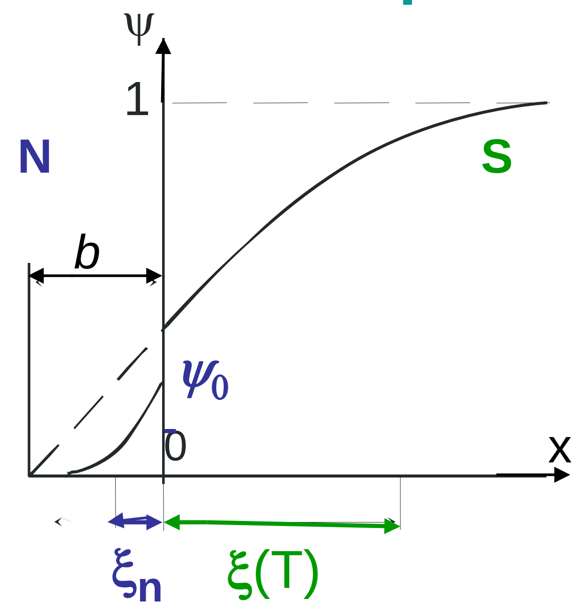
$\alpha(T) = -|\alpha_0|[1-(T/T_c)]$:

$\alpha < 0$ @ $T < T_c$ $\alpha > 0$ @ $T < T_c$

$\xi_n^2 [i\nabla]^2\psi + \psi + \psi|\psi|^2 = 0$; $\xi_n^2 = \hbar^2/(4m\alpha_n)$

$-\xi^2 d^2\psi / dx^2 + \psi + \psi^3 = 0$ (for 1D-case)

$T \geq T_{cn}$: ????



Наведенная сверхпроводимость в N вблизи SN-границы

$\alpha(T) = -|\alpha_0|[1-(T/T_c)]$:

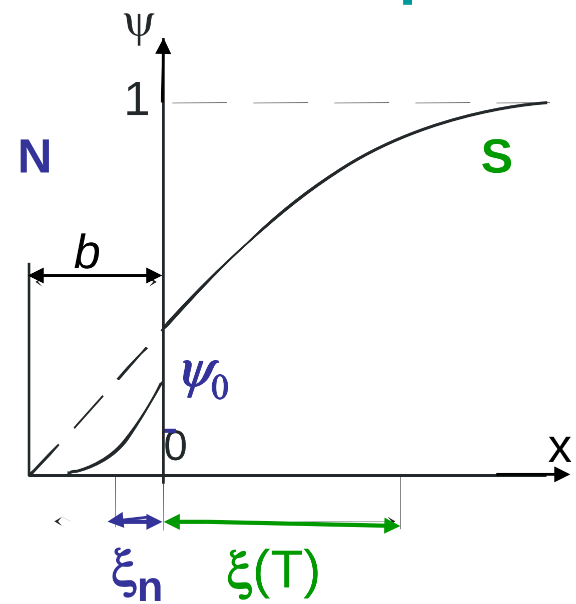
$\alpha < 0$ @ $T < T_c$ $\alpha > 0$ @ $T < T_c$

$\xi_n^2 [i\nabla]^2\psi + \psi + \psi|\psi|^2 = 0$; $\xi_n^2 = \hbar^2/(4m\alpha_n)$

$-\xi^2 d^2\psi / dx^2 + \psi + \psi^3 = 0$ (for 1D-case)

$T \geq T_{cn}$: $\psi(x<0) \ll 1 \leftrightarrow -\xi^2 d^2\psi/dx^2 + \psi = 0$;

$\psi_N(x) = \psi_0 \exp[-|x|/\xi_N]$; $x \to -\infty$; $\psi_N = 0$; $x=0$, $\psi_N = \psi_0$



Экспоненциальное затухание сверхпроводимости вглубь N-слоя.

---

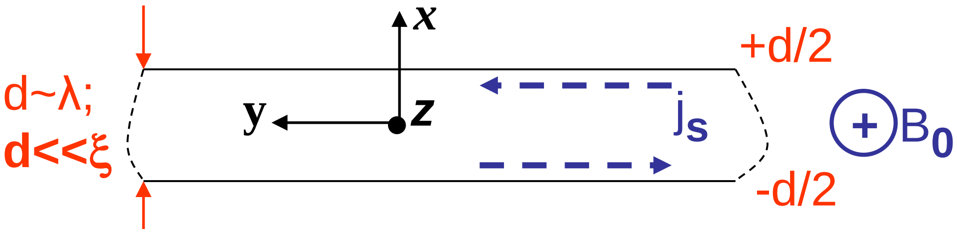
1. *Гран-условие для N-слоя ничего не дает. Нужны еще условия.*
2. *Для разных металлов возможен разрыв.*
3. *Физический смысл b приведен на графике.*

$$\frac{\partial\psi}{\partial x}(x=0) = \frac{\psi}{b} \Rightarrow \frac{1}{\psi}\frac{\partial\psi}{\partial x} = \frac{1}{b}$$

Одинаковый металл

$$\frac{1}{\psi_S}\frac{\partial\psi_S}{\partial x} = \frac{1}{b} = \frac{1}{\psi_N}\frac{\partial\psi_N}{\partial x}$$

Распределение поля в тонкой пленке



Бесконечная сверхпроводящая пластина с тощиной $d\sim\lambda$, $d\ll\xi$ *в параллельном магнитном поле*

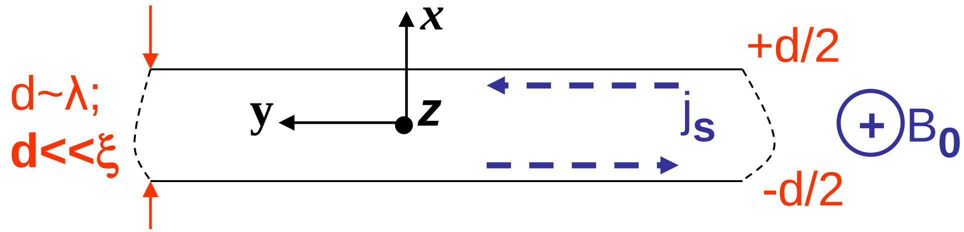
$\kappa=\lambda/\xi\ll1$

$$\xi^2\left[i\nabla+(2\pi/\Phi_0)\mathbf{A}\right]^2\psi-\psi+\psi|\psi|^2=0$$

$$\mathrm{rot\,rot}\,\mathbf{A}=-i\left[\Phi_0/(4\pi\lambda^2)\right](\psi^*\nabla\psi-\psi\nabla\psi^*)-|\psi|^2\mathbf{A}/\lambda^2$$

Решим?

Распределение поля в тонкой пленке



Бесконечная сверхпроводящая пластина с тощиной $d \sim \lambda$, $d \ll \xi$ в параллельном магнитном поле

$\kappa = \lambda/\xi \ll 1$

Сверхпроводник –односвязный: $\nabla\theta = 0$

$\psi = \Psi(\mathbf{r})/\Psi_0$ – вещественная функция

$$\xi^2 [i\nabla + (2\pi/\Phi_0)\mathbf{A}]^2 \psi - \psi + \psi|\psi|^2 = 0$$

$d \ll \xi \leftrightarrow \nabla\psi \cong 0$ – параметр порядка однороден

$$\mathrm{rot\,rot}\,\mathbf{A} = -i[\Phi_0/(4\pi\lambda^2)](\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*) - |\psi|^2\mathbf{A}/\lambda^2$$

$$\cancel{-\xi^2 d^2\psi/dx^2 + (2\pi/\Phi_0)i\nabla(\mathbf{A}\psi) + (2\pi/\Phi_0)i\mathbf{A}\nabla\psi} + (2\pi/\Phi_0)^2\mathbf{A}^2\psi - \psi + \psi|\psi|^2 = 0$$

$$\mathrm{rot\,rot}\,\mathbf{A} = \cancel{-i[\Phi_0/(4\pi\lambda^2)](\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*)} - |\psi|^2\mathbf{A}/\lambda^2$$

Ср. из ур. Лондонов

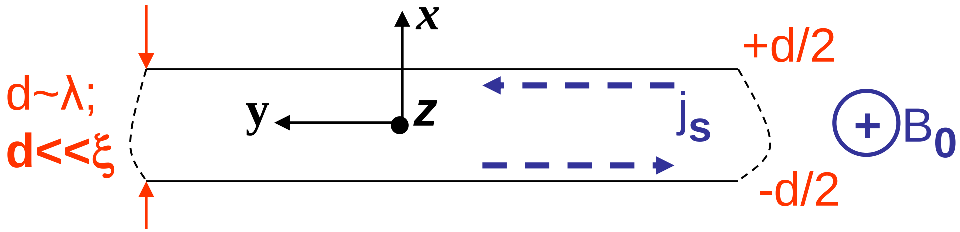
$d^2A / dx^2 = (1/\lambda^2)A$

$\psi_L = 1 \rightarrow d \sim \lambda \gg \xi$

$$\boxed{\begin{array}{l}(2\pi/\Phi_0)^2\mathbf{A}^2 - 1 + \psi^2 = 0 \\ d^2A_y / dx^2 = |\psi|^2 A_y/\lambda^2\end{array}}$$

Решим?

Распределение поля в тонкой пленке



Бесконечная сверхпроводящая пластина с тощиной d~λ , d<<ξ в параллельном магнитном поле

$\kappa=\lambda/\xi<<1$

Поле и параметр порядка меняется только по $\boldsymbol{x}$ (из симметрии)

$$\mu_0 J_s = d^2A_y/\,dx^2 = (\psi^2/\lambda^2)A_y \quad (ГЛ\ II)$$

***Общее решение* ГЛ II:** $\mathbf{A}(x)= a\,ch(\psi x/\lambda) + b\,sh(\psi x/\lambda)$;

$$\mathbf{B}(x)=d\mathbf{A}/dx = a\,(\psi/\lambda)\,sh(\psi x/\lambda) + b\,(\psi/\lambda)\,ch(\psi x/\lambda);$$

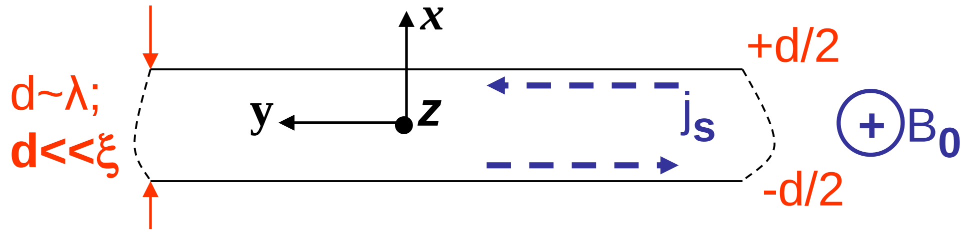
Подставляя $B(\pm d/2)= B_0= \mu_0 H_0$ *получим* $a=0$; $b=(\mu_0 H_0\lambda)/[\psi\,ch(\psi d/2\lambda)]$

***Решение* ГЛ II:** $B(x)= (\mu_0 H_0)\,ch(\psi x/\lambda)/ch[(\psi\,d/(2\lambda)]$

$$A(x) = [\mu_0 H_0\lambda/\psi]\,sh(\psi x/\lambda)/ch[(\psi\,d/(2\lambda)]$$

Вблизи T_c, H_{cm} **- ?**

Распределение поля в тонкой пленке



Бесконечная сверхпроводящая пластина с тощиной d~λ , d<<ξ в параллельном магнитном поле

$\kappa=\lambda/\xi<<1$

Поле и параметр порядка меняется только по x (из симметрии)

$$\xi^2[(2\pi/\Phi_0)A]^2\psi - \psi + \psi^3 = 0 \quad (ГЛ\ I)$$

или $\psi^2 = 1 - (2\pi\xi A/\Phi_0)^2 = \text{const}\ (x)$

$$\mu_0 J_s = d^2A_y/dx^2 = (\psi^2/\lambda^2)A_y \quad (ГЛ\ II)$$

Общее решение ГЛ II: $\mathbf{A}(x) = a\,ch(\psi x/\lambda) + b\,sh(\psi x/\lambda)$;

$$\mathbf{B}(x) = d\mathbf{A}/dx = a\,(\psi/\lambda)\,sh(\psi x/\lambda) + b\,(\psi/\lambda)\,ch(\psi x/\lambda);$$

Подставляя $B(\pm d/2) = B_0 = \boldsymbol{\mu_0 H_0}$ *получим* $a=0$; $b=(\mu_0 H_0\lambda)/[\psi\,ch(\psi d/2\lambda)]$

Решение ГЛ II: $B(x) = (\mu_0 H_0)\,ch(\psi x/\lambda)/ch[(\psi d/(2\lambda)]$

$$A(x) = [\mu_0 H_0 \lambda/\psi]\,sh(\psi x/\lambda)/ch[(\psi d/(2\lambda)]$$

Вблизи T_c, H_{cm} - *ψ –мало* ←→ $\psi d/(2\lambda) << 1$: $B = \mu_0 H_0$ $\quad$ $A(x) = \mu_0 H_0\, x$

Критическое поле тонкой пленки

$\xi^2[(2\pi/\Phi_0)A]^2\psi - \psi + \psi^3 = 0$ (ГЛ I)   или $\psi^2 = 1 - (2\pi\xi A/\Phi_0)^2$

$\psi^2(x) = 1 - (2\pi\xi/\Phi_0)^2(\mu_0 H_0 x)^2$ $A(x) = \mu_0 H_0 x$

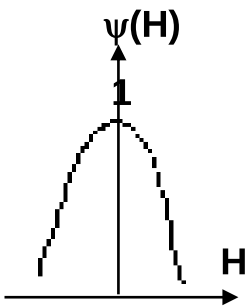
Найдем средний квадрат параметра порядка в пленке:

$$\frac{1}{(d/2)}\int_0^{d/2}\psi^2 dx$$

$$\langle\psi^2\rangle = 1-(1/12)d^2(\mu_0 H_0)^2(2\pi\xi/\Phi_0)^2 = 1-(1/24)(H_0/H_{cm})^2(d/\lambda)^2,$$

поскольку $\sqrt{2}H_{cm} = \Phi_0/(2\pi\mu_0\lambda\xi)$ ***или*** $(2\pi\xi\mu_0/\Phi_0)^2 = 1/[2(H_{cm}\lambda)^2]$.

Квадратичная зависимость подавления параметра порядка магнитным полем.



$\langle\psi^2\rangle(H_c) = 0 \quad\longrightarrow\quad H_c = ???$

Критическое поле тонкой пленки

$\xi^2[(2\pi/\Phi_0)A]^2\psi - \psi + \psi^3 = 0$ (ГЛ I) или $\psi^2 = 1 - (2\pi\xi A/\Phi_0)^2$

$\psi^2(x) = 1 - (2\pi\xi/\Phi_0)^2(\mu_0 H_0 x)^2$ $\qquad A(x) = \mu_0 H_0 x$

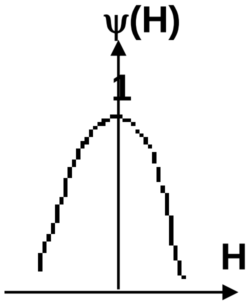
Найдем средний квадрат параметра порядка в пленке:

$$\frac{1}{(d/2)}\int_0^{d/2}\psi^2 dx$$

$$\langle\psi^2\rangle = 1-(1/12)d^2(\mu_0 H_0)^2(2\pi\xi/\Phi_0)^2 = 1-(1/24)(H_0/H_{cm})^2(d/\lambda)^2,$$

поскольку $\sqrt{2}H_{cm}=\Phi_0/(2\pi\mu_0\lambda\xi)$ ***или*** $(2\pi\xi\mu_0/\Phi_0)^2 = 1/[2(H_{cm}\lambda)^2]$.

Квадратичная зависимость подавления параметра порядка магнитным полем.



Обман!!! x2

Критическое поле тонкой пленки

$\xi^2[(2\pi/\Phi_0)A]^2\psi - \psi + \psi^3 = 0$ (ГЛ I) или $\psi^2 = 1 - (2\pi\xi A/\Phi_0)^2$

$\psi^2(x) = 1 - (2\pi\xi/\Phi_0)^2(\mu_0 H_0 x)^2$ $\quad A(x) = \mu_0 H_0 x$

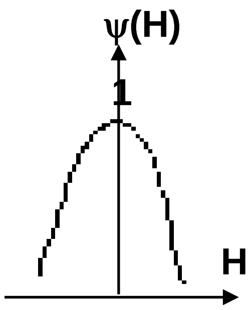
Найдем средний квадрат параметра порядка в пленке:

$$1/(d/2)\int_0^{d/2}\psi^2 dx$$

$$<\psi^2> = 1-(1/12)d^2(\mu_0 H_0)^2(2\pi\xi/\Phi_0)^2 = 1-(1/24)(H_0/H_{cm})^2(d/\lambda)^2,$$

поскольку $\sqrt{2}H_{cm} = \Phi_0/(2\pi\mu_0\lambda\xi)$ ***или*** $(2\pi\xi\mu_0/\Phi_0)^2 = 1/[2(H_{cm}\lambda)^2]$.

Квадратичная зависимость подавления параметра порядка магнитным полем.



А как надо?

Критическое поле тонкой пленки

$\psi^2(x) = 1 - (2\pi\xi/\Phi_0)^2(\mu_0 H_0\, x)^2 \approx \text{const} = \psi^2(d/2)$

$\nabla\psi \cong 0$

$\sqrt{2}H_{cm} = \Phi_0/(2\pi\mu_0\lambda\xi)$ **или** $(2\pi\xi\mu_0/\Phi_0)^2 = 1/[2(H_{cm}\lambda)^2]$.

Критическое поле тонкой пленки

$\psi^2(x) = 1 - (2\pi\xi/\Phi_0)^2(\mu_0 H_0\, x)^2 \approx \mathrm{const} = \psi^2(d/2)$ $\qquad \nabla\psi \cong 0$

$$|\psi(d/2)|^2 = 1-(1/4)d^2(\mu_0 H_0)^2(2\pi\xi/\Phi_0)^2 = 1-(1/8)(H_0/H_{cm})^2(d/\lambda)^2,$$

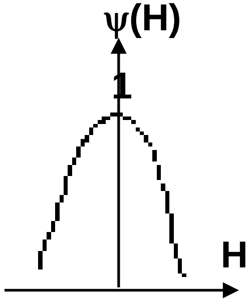
поскольку $\sqrt{2}H_{cm}=\Phi_0/(2\pi\mu_0\lambda\xi)$ ***или*** $(2\pi\xi\mu_0/\Phi_0)^2 = 1/[2(H_{cm}\lambda)^2]$.

Все равно квадратичная зависимость подавления параметра порядка магнитным полем.

Определим критическое поле H_K, при котором зануляется квадрат параметр порядка **(на краю и по всей пленке)**:

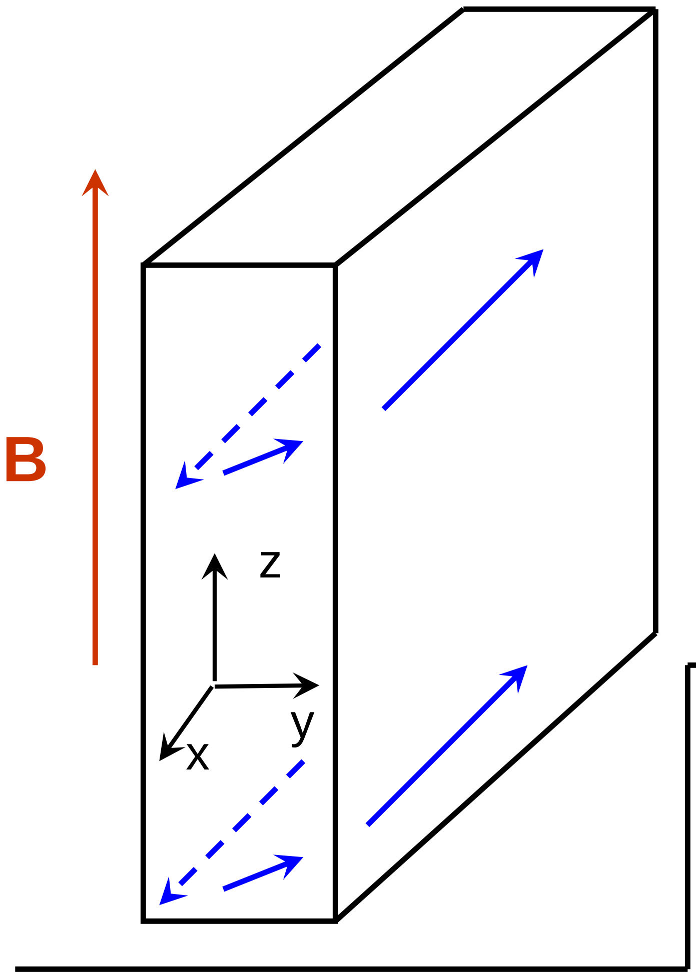
$$\psi^2 = 0 \text{ при } \boxed{H_K = 2\sqrt{2}\,(\lambda/d)H_{cm}} \qquad (4.4)$$

Чем меньше d, тем больше $H_к$! Нет зависимости от ξ!!!



При $\lambda/d=10$ и $H_{cm} = 10^3$ Э (10^{-1} Т), $\quad H_к \sim 20000$ Э (2 Т) !!!

Отличие от случая сверхпроводящей пластины



Энергетический эффект от разрушения сверхпроводимости в пластине:

- Проигрыш в потенциальной энергии

\+ Выигрыш в кинетической энергии сверхтока

$$H_c = H_{cm}$$

Энергетический эффект от разрушения сверхпроводимости в тонкой пленке:

- Проигрыш в потенциальной энергии

$$H_c > H_{cm}$$

Вблизи $T_\mathbf{c}$, $H_\mathbf{cm}$ - ψ *–мало* ←→ $\psi\, d/(2\lambda) \ll 1$:

$B = \mu_0 H_0\ A(x) = \mu_0 H_0\ x$

Сверхпроводимость различных материалов.

Элемент	T_c, K	$H_{cm}(0)$, Э
Al	1.175 ± 0.002	104.9 ± 0.3
Be	0.026	
Cd	0.517 ± 0.002	28 ± 1
Ga	1.083 ± 0.001	59.2 ± 0.3
Hf	0.128	
Hg (α)	4.154 ± 0.001	411 ± 2
Hg (β)	3.949	339
In	3.408 ± 0.001	281.5 ± 2
Ir	0.1125 ± 0.001	16 ± 0.05
La (α)	4.88 ± 0.02	800 ± 10
La (β)	6.00 ± 0.1	1096, 1600
Lu	0.1	< 400
Mo	0.915 ± 0.005	96 ± 3
Nb	9.25 ± 0.02	2060 ± 50
Os	0.66 ± 0.03	70
Pa	1.4	
Pb	7.196 ± 0.006	803 ± 1
Re	1.697 ± 0.006	200 ± 5
Ru	0.49 ± 0.015	69 ± 2
Sn	3.722 ± 0.001	305 ± 2

Элемент	T_c, K	$H_{cm}(0)$, Э
Ta	4.47 ± 0.04	829 ± 6
Tc	7.8 ± 0.01	1410
Th	1.38 ± 0.02	160 ± 3
Ti	0.40 ± 0.04	56
Tl	2.38 ± 0.04	178 ± 5
V	5.40 ± 0.05	1408
W	0.0154 ± 0.0005	1.15 ± 0.03
Zn	0.850 ± 0.01	54 ± 0.3
Zr	0.61 ± 0.15	47

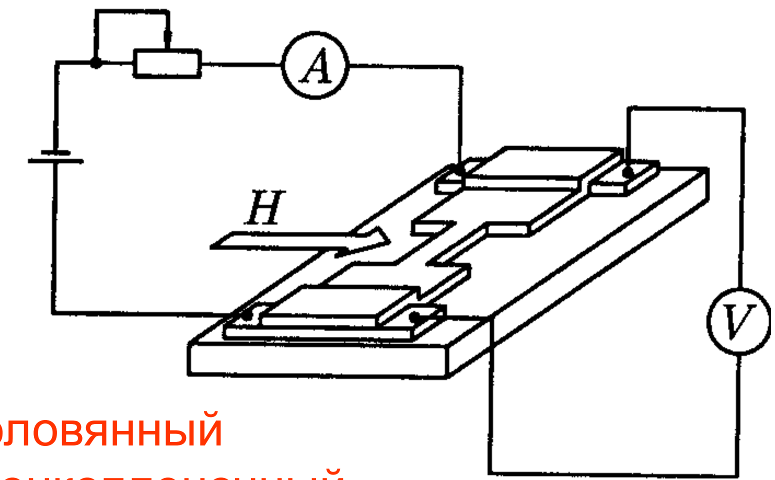
$$H_к = 2\sqrt{2}\,(\lambda/d)H_{cm}$$

При $\lambda/d=10$ и

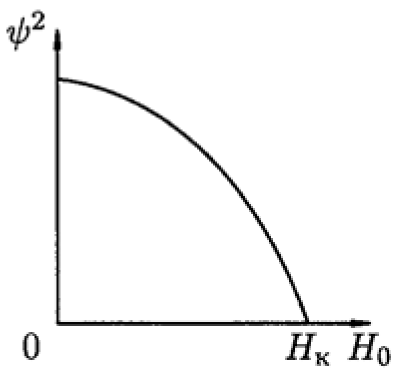
$H_{cm} = 10^3$ Э (10^{-1} Т),

$H_к \sim 20000$ Э (2 Т) !!!

Экспериментальное наблюдение критических полей тонких пленок



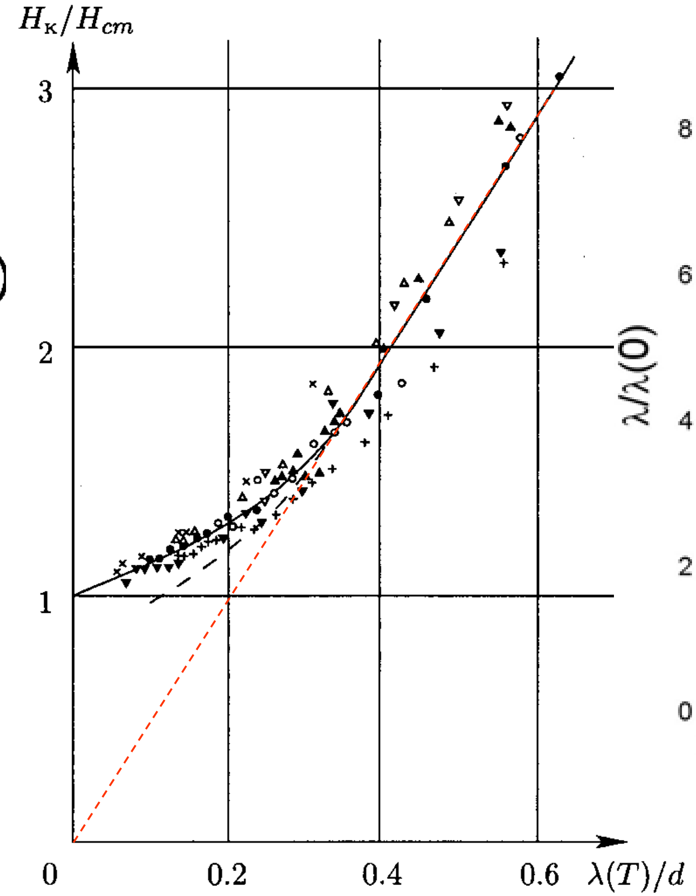
оловянный тонкопленочный мостик в параллельном поле

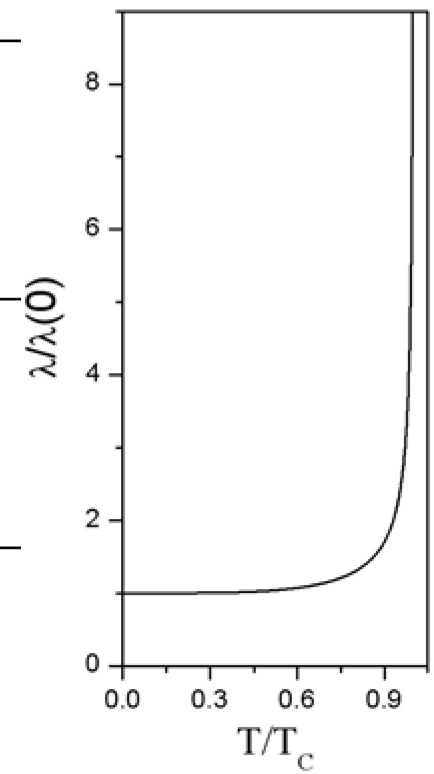


d>>λ
толстый

$H_к \sim \lambda / d$

при
$\psi d/(2\lambda) << 1$



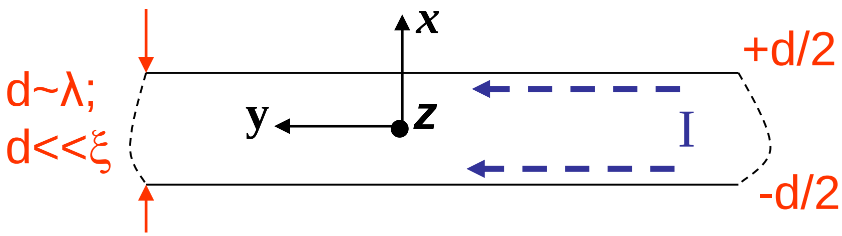


Н.В.Заварицкий (1951)

Перерыв

Критический ток тонкой пленки

Критический ток тонкой пленки (Лондоны)



(Теория Лондонов)

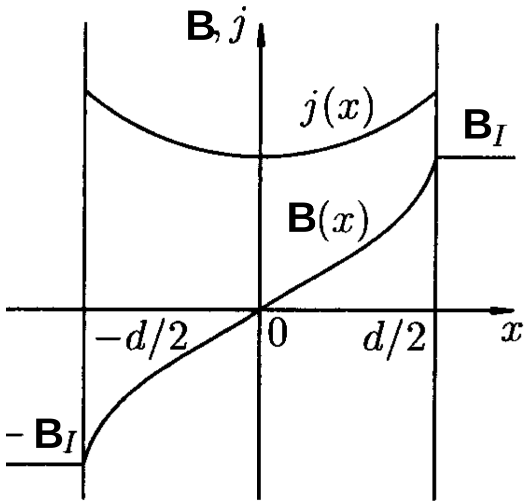
Тон. пленка

$j_{sy}(\boldsymbol{x}) = [\boldsymbol{I}/(2\lambda)]\mathrm{ch}(x/\lambda)/\mathrm{sh}(d/2\lambda)$

$j_{sy} = \mathrm{I/d}$

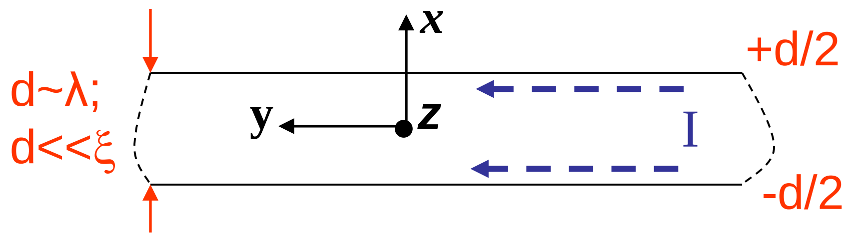
$B_z(\boldsymbol{x}) = [\boldsymbol{I}/2w\mathrm{d}]\mathrm{sh}(x/\lambda)/\mathrm{sh}(d/2\lambda)$

$\mathrm{B}(x) = (\mu_0 \mathrm{I}/w\mathrm{d})\boldsymbol{x}$



Что будет при учете уравнений Г-Л ?
(связь **A** и n_s)

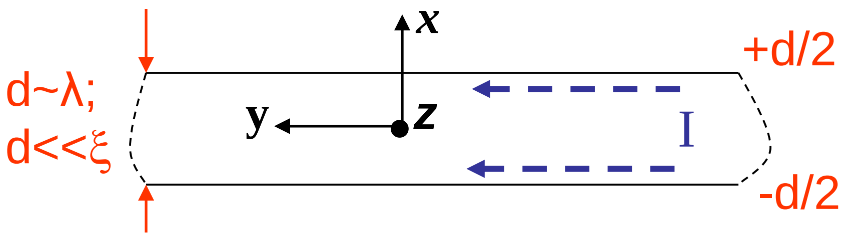
Критический ток тонкой пленки (Г-Л)



Бесконечная сверхпроводящая пластина с толщиной d~λ , d<<ξ с током вдоль пленки

$$\boxed{\begin{gathered}(2\pi/\Phi_0)^2\mathbf{A}^2\psi - \psi + \psi|\psi|^2 = 0 \\ d^2A_y/dx^2 = |\psi|^2 A_y/\lambda^2\end{gathered}}$$

Критический ток тонкой пленки (Г-Л)



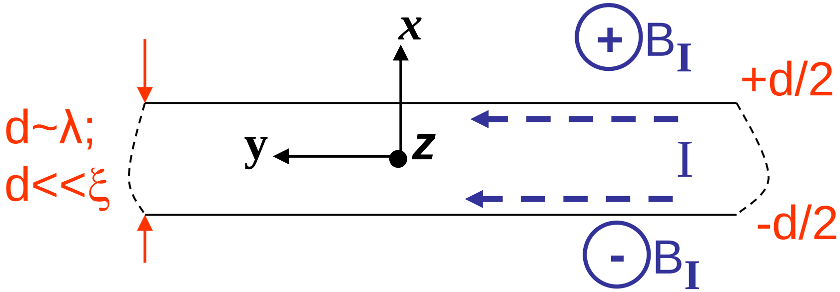
Бесконечная сверхпроводящая пластина с толщиной d~λ , d<<ξ с током вдоль пленки

$$(2\pi/\Phi_0)^2\mathbf{A}^2\psi - \psi + \psi|\psi|^2 = 0$$

$$d^2A_y / dx^2 = |\psi|^2 A_y / \lambda^2$$

А что у нас с граничными условиями?

Решение Г-Л (II)



Бесконечная сверхпроводящая пластина с толщиной $d\sim\lambda$, $d<<\xi$ с током вдоль пленки

$d<<\xi \leftrightarrow \nabla\psi \cong 0$

$-\xi^2[(2\pi/\Phi_0)A]^2\psi - \psi + \psi^3 = 0$ **(ГЛ I)**

Ток задан внешним источником

$\mu_0 J_s = d^2A/dx^2 = (\psi^2/\lambda^2)A$ **(ГЛ II)**

$B_I = \mu_0 I / 2$ из ур-й Максвела

Общее решение ГЛ II: $A(x) = a\,\mathrm{ch}(\psi x/\lambda) + b\,\mathrm{sh}(\psi x/\lambda)$;

$B(x) = dA/dx = a(\psi/\lambda)\,\mathrm{sh}(\psi x/\lambda) + b(\psi/\lambda)\,\mathrm{ch}(\psi x/\lambda)$;

Подставляя $B(\pm d/2) = \pm B_I$ *получим* $b=0$; $a = (B_I\lambda)/[\psi\,\mathrm{sh}(\psi d/2\lambda)]$

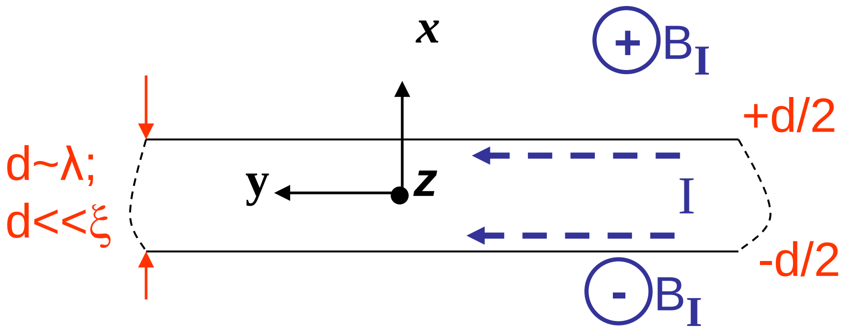
Решение ГЛ II: $B(x) = B_I\,\mathrm{sh}(\psi x/\lambda)/\mathrm{sh}[(\psi d/2\lambda]$

$A(x) = [\lambda B_I/\psi]\,\mathrm{ch}(\psi x/\lambda)/\mathrm{sh}[\psi d/2\lambda]$

Вблизи T_c:

???

Случай тонкой пленки



Бесконечная сверхпроводящая пластина с толщиной d~λ , d<<ξ с током вдоль пленки

$B_I = \mu_0 I / 2$
из ур-й Максвела

Решение ГЛ II: $B(x) = B_I\, sh(\psi x/\lambda)/sh[(\psi d/2\lambda]$

$$A(x) = [\lambda B_I/\psi]\, ch(\psi x/\lambda)/sh[\psi d / 2\lambda]$$

Вблизи T_c: ψ *–мало* ←→ $\psi\ d / 2\lambda \ll 1$: *ch*→*1; sh*→$\psi d/2\lambda$: $A(x) = 2\lambda^2 B_I/\psi^2 d$

$$B(x) = B_I\, 2x/d$$

Постоянный векторный потенциал (постоянная плотность сверхтока) по толщине пленки

ψ = ???

$$\xi^2[(2\pi/\Phi_0)A]^2\psi - \psi + \psi^3 = 0 \quad (\text{ГЛ I}):$$

Предельный параметр порядка

Подставим $A(x) = 2\lambda^{2} B_I/(\psi^{2} d)$ в **(ГЛ I)**

$\xi^2[(2\pi/\Phi_0)A]^2\psi - \psi + \psi^3 = 0$ (ГЛ I):

$[16\pi\lambda^4 B_I \,/(\psi^4 d^2)]\ (\lambda\xi/\Phi_0)^2\psi = \psi - \psi^3$

Учитывая, что $\Phi_0/(2\sqrt{2}\pi\mu_0\lambda\xi) = H_{cm}$, получим:

$$2\lambda^2 H_I^{\,2} / (d^{\,2} H_{cm}^{\,2}) = \psi^4 - \psi^6 \qquad (4.6)$$

$$H_I = H_I(\psi^2)\ ?$$

$H_I = I / 2w$
из ур-й
Максвела

Предельный параметр порядка

Подставим $A(x) = 2\lambda^{2} B_I/(\psi^{2} d)$ в **(ГЛ I)**

$\xi^2[(2\pi/\Phi_0)A]^2\psi - \psi + \psi^3 = 0$ (ГЛ I):

$[16\pi\lambda^4 B_I/(\psi^4 d^2)]\,(\lambda\xi/\Phi_0)^2\psi = \psi - \psi^3$

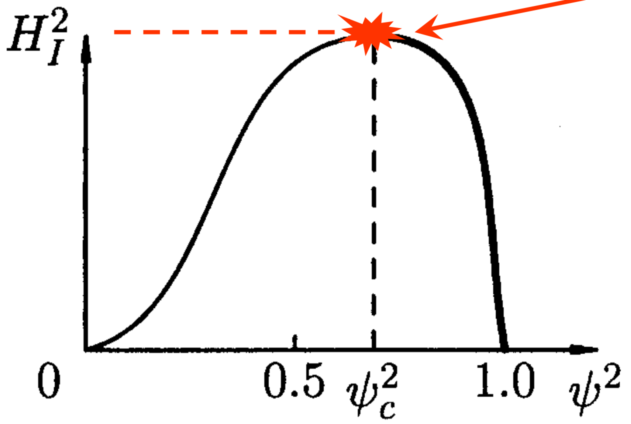
Учитывая, что $\Phi_0/(2\sqrt{2}\pi\mu_0\lambda\xi) = H_{cm}$, получим:

$[2\lambda^2\mu_0^2 H_I^2/(\psi^4 d^2)]\,(2\sqrt{2}\pi\lambda\xi/\Phi_0)^2\psi = \psi - \psi^3$

$[2\lambda^2 H_I^2/(\psi^4 d^2)]\,(2\sqrt{2}\pi\mu_0\lambda\xi/\Phi_0)^2\psi = \psi - \psi^3$

$$2\lambda^2 H_I^2/(d^2 H_{cm}^2) = \psi^4 - \psi^6 \qquad (4.6)$$

Критический ток распаривания ГЛ



$2\lambda^2 \mathbf{H_I}^2 / (d^2 H_{cm}^2) = \psi^4 - \psi^6$

Максимум функции:

$\mathbf{d(H_I^2)/d}(\psi^2)=0;$

$2(\psi^2) - 3(\psi^2)^2=0;$

$\psi_c^2=2/3$

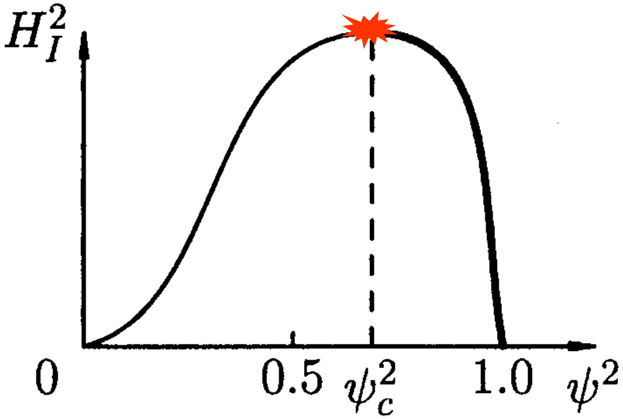
$H_I = H_I(\psi^2) \rightarrow \psi^2(I)$

ψ^2 от H_I^2 – функция неоднозначная:

Левая ветвь-неустойчива, поскольку при H_I =0 (I =0) нет причин для разрушения сверхпроводимости. Сверхпроводимость прекращается при некоторой ***критической плотности*** ψ_c^2 достигаемой при H_I, соответствующей максимуму функции (*нет n_s для больших H*): $\psi_c^2=2/3$!

Подставим и найдем H_I

Критический ток распаривания ГЛ



Подставим $\psi_c{}^2 = 2/3$ в (4.6):

$$2\lambda^2 H_I{}^2/(d^2 H_{cm}{}^2) = \psi^4 - \psi^6 \qquad (4.6)$$

$$(H_I)_{max} = [\sqrt{2}/(3\sqrt{3})]\,(d/\lambda)H_{cm}$$

Зависимость от d обратная, чем для $H_к$ критического поля тонкой пленки!

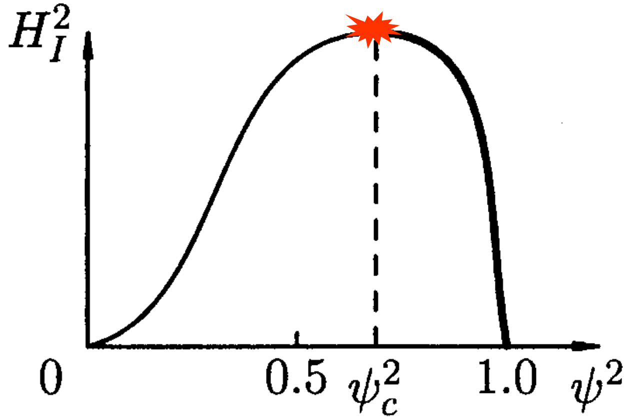
$H_к = 2\sqrt{2}\,(\lambda/d)H_{cm}$

При $d < \lambda$: $H_к > H_{cm}$, тогда как $(H_I)_{max} < H_{cm}$.

Как найти – I_c*?*

$H_I = I / 2ш$

Критический ток распаривания ГЛ



Подставим $\psi_c{}^2 = 2/3$ в (4.6):

$$2\lambda^2 H_I{}^2/(d^2 H_{cm}{}^2) = \psi^4 - \psi^6 \qquad (4.6)$$

$$(H_I)_{max} = [\sqrt{2}/(3\sqrt{3})]\,(d/\lambda) H_{cm}$$

Зависимость от d обратная, чем для $H_к$ критического поля тонкой пленки!

$H_к = 2\sqrt{2}\,(\lambda/d) H_{cm}$

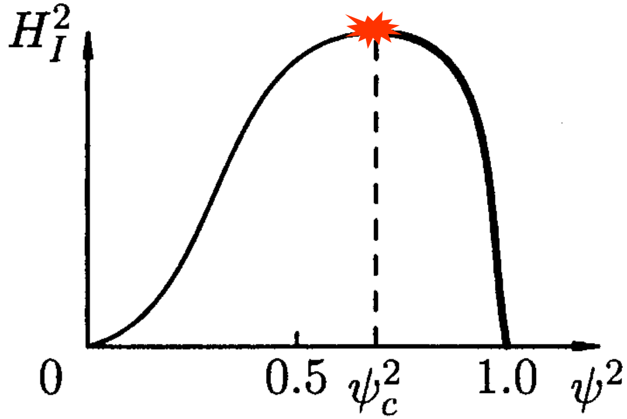
При $d < \lambda$: $H_к > H_{cm}$, тогда как $(H_I)_{max} < H_{cm}$.

Как найти – I_c?

$H_I = I / 2ш$

А лучше – $j_c = I_c / (шd)$

Критический ток распаривания ГЛ



Подставим $\psi_c{}^2$=2/3 в (4.6):

$$2\lambda^2 H_I{}^2/(d\,{}^2H_{cm}{}^2) = \psi^4 - \psi^6 \qquad (4.6)$$

$$(H_I)_{max} = [\sqrt{2}\,/(3\sqrt{3})]\,(d\,/\lambda)H_{cm}$$

$$I_c = j_c * d * ш$$

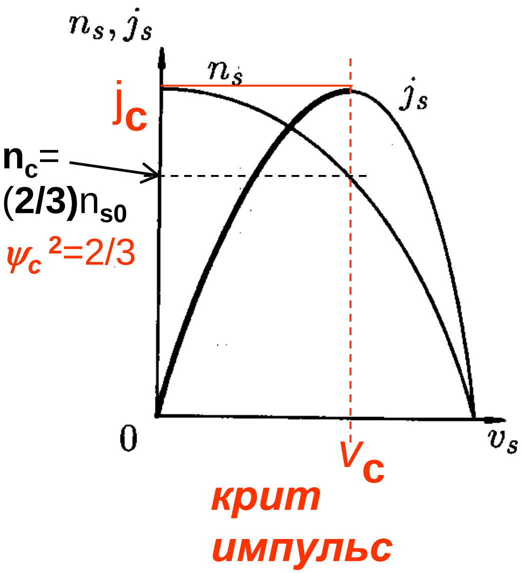
$$H_I = I\,/\,2ш = j_c\{d*ш\}\,/\,2ш = j_c d/2$$

$$j_c d/2 = [\sqrt{2}\,/(3\sqrt{3})]\,(d\,/\lambda)H_{cm} \qquad \rightarrow \qquad j_c = [2\sqrt{2}\,/(3\sqrt{3})]\,(H_{cm}\,/\lambda)$$

Критическая плотность тока Г-Л – материальная константа!

$$j_c \sim (H_{cm}\,/\lambda) \sim (1-T/T_c)/(1-T/T_c)^{-1/2} \sim (1-T/T_c)^{3/2} \qquad (4.8)$$

Критический импульс



Минимизируем “упрощенный” функционал ГЛ, добавив к плотности свободной энергии Гельмгольца кинетическую энергию сверхтока:

$$f_s(T,r) = f_n(T) + \alpha\,|\Psi|^2(r) + (\beta/2)\,|\Psi|^4(r)$$

$$f^*_s(T,r) = f_n(T) - |\alpha|\, n_s(r) + (\beta/2)\, n_s^2(r) + n_s(m v_s^2)/2$$

$$\delta_{n_s} f^*_s = 0 = -|\alpha| + \beta\, n_s + (m v_s^2)/2$$

min при: $n_s = [\,|\alpha| - (m v_s^2)/2\,]/\beta = n_{s0} - (m v_s^2)/(2\beta)$

с другой стороны $j_s = n_s e\, v_s = n_{s0} e\, v_s - e\,(m v_s^3)/(2\beta)$

$$j_c \sim (H_{cm}/\lambda)$$

$$\psi_c{}^2 = 2/3$$

Сверхтекучий импульс является распаривающим фактором!

Не хватает n_s при $v > v_c$, чтобы переносить ток больше j_c !

Спасибо за внимание!