오늘의 수학

극한과 미분

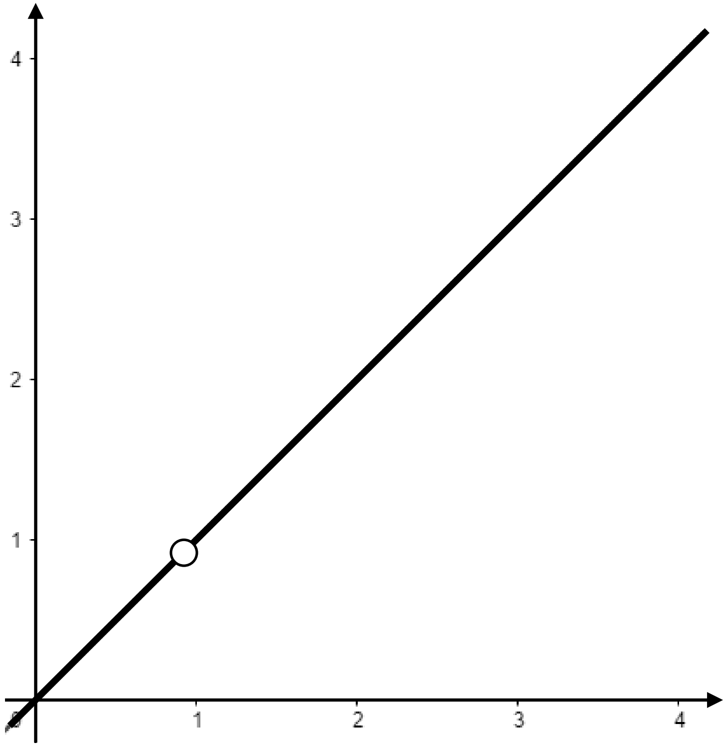
발표자 : 손정우

분모가 0이 된다?

$$f(x) = \frac{x^2 - x}{x - 1}$$

$$= \frac{x(x-1)}{x-1}$$

$$f(1) = \frac{0}{0} = ?$$



극한

$$\frac{x(x-1)}{x-1}$$

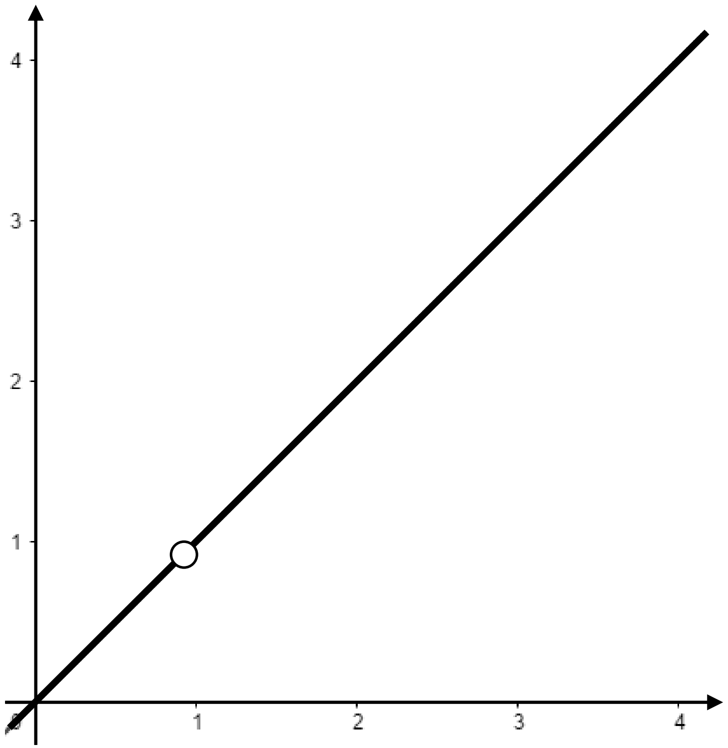
$$\lim_{x \to 1} f(x) = 1$$

x가 한없이 1에 가까워질 때
f(x)의 극한은 1이다.

x가 한없이 1에 가까워질 때
f(x)는 1에 수렴한다.

$$\lim_{x \to a} f(x) = L$$

$$f(x) = \frac{x^2 - x}{x - 1}$$



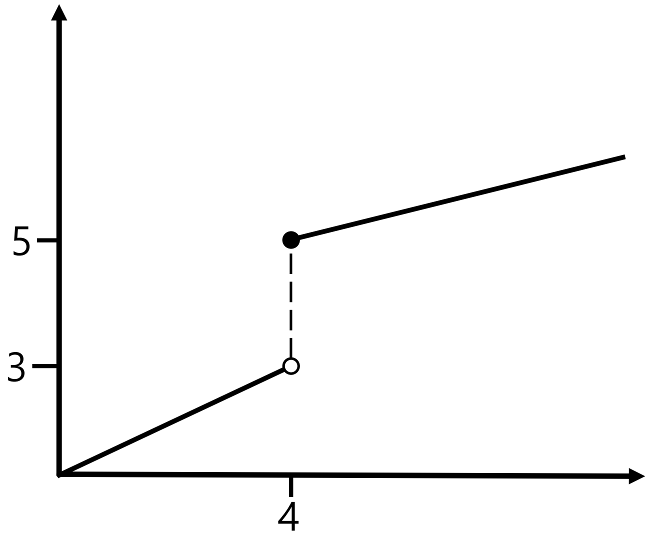
$$f(x) = \frac{x^2 - x}{x - 1}$$

a값	X가 a일 때 f(x)의 함수 값	X가 a에 한없이 가까워질 때 f(x)의 극한값
1	없음	1
2	2	2

좌극한, 우극한

x가 왼쪽에서 다가갈 때와 오른쪽에서 다가갈 때의 극한이 다르다

$$\lim_{x\to 4} f(x) = \begin{cases} -3, & x < 4 \\ 5, & x > 4 \end{cases}$$ —— 좌극한 / —— 우극한



함수 f(x)의 그래프

$\lim_{x\to 4-} f(x) = -3$ —— 좌극한

$\lim_{x\to 4+} f(x) = 5$ —— 우극한

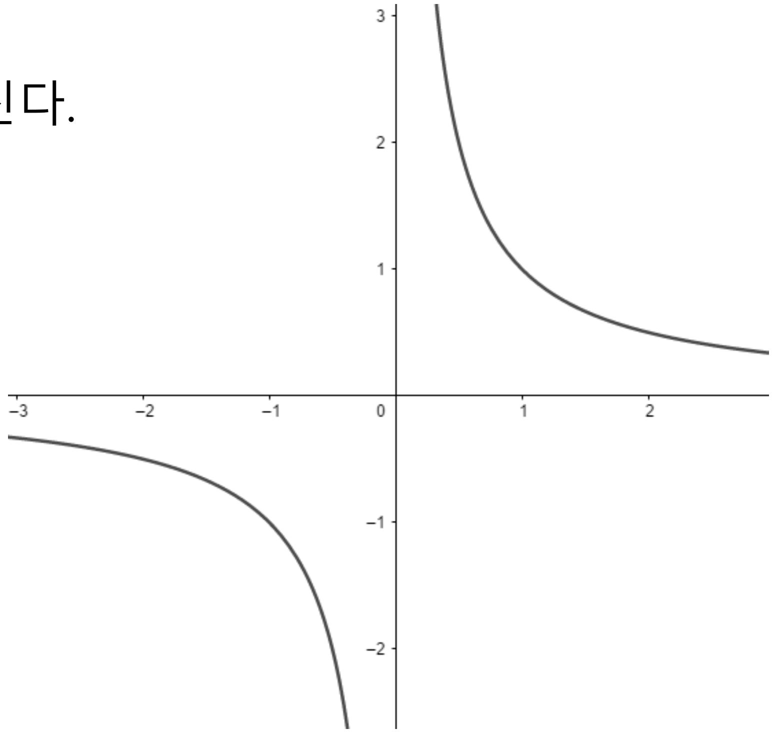
극한이 무한으로 가는 경우

X가 0에 가까워질수록 y는 계속해서 커지거나 작아진다.

$\lim_{x \to 0-} f(x) = -\infty$ 좌극한

$\lim_{x \to 0+} f(x) = \infty$ 우극한

이런 경우 **발산**한다고 한다.



$y = \frac{1}{x-1}$ 의 그래프

극한의 응용

2차 함수f(x) 위의 두 점을 지나는 직선의 기울기 A

이때 두 점의 x값을 각각 h_1, h_2

$f(x) = ax^2 + bx + c$라 하자

$$A = \frac{y\text{증가량}}{x\text{증가량}} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

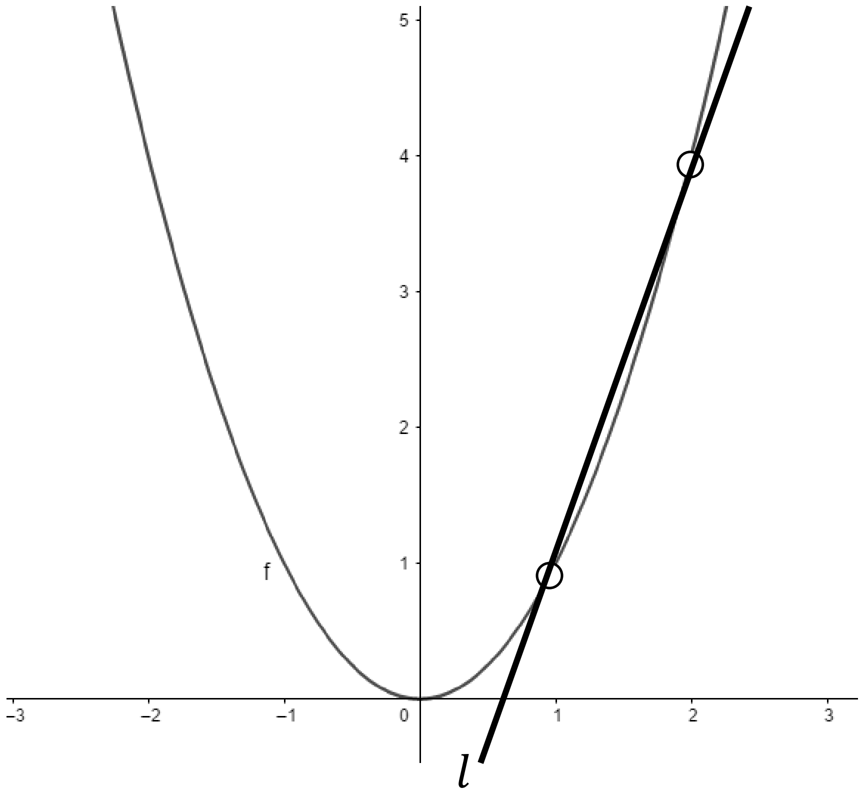
$$= \frac{f(h_1) - f(h_2)}{h_1 - h_2}$$

$$= \frac{a(h_1^2 - h_2^2) + b(h_1 - h_2)}{h_1 - h_2}$$

$$= \frac{a(h_1 - h_2)(h_1 + h_2) + b(h_1 - h_2)}{h_1 - h_2}$$

$$= a(h_1 + h_2) + b$$

$f(x) = x^2$



극한의 응용

2차 함수f(x) 위의 한 점을 지나는 직선(접선)의 기울기 A

이때 한 점의 x값을 h_1이라하고
그 점에 한없이 다가가는 점의 x값을 h_2
$f(x) = ax^2 + bx + c$라 하자

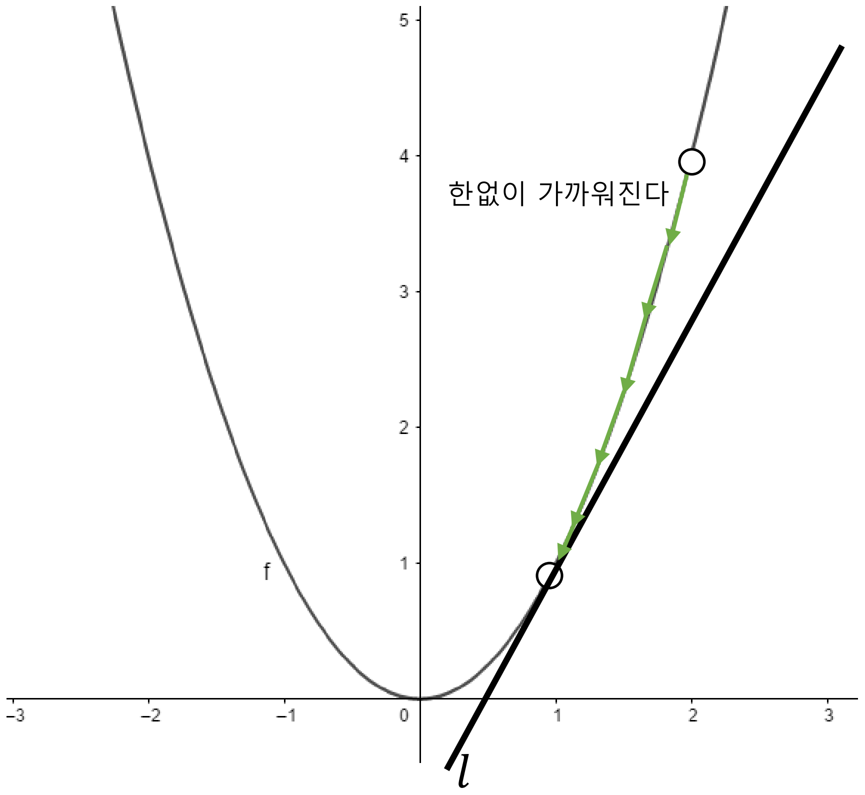
$$A = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(h_1) - f(h_2)}{h_1 - h_2}$$

$$= \frac{a(h_1 - h_2)(h_1 + h_2) + b(h_1 - h_2)}{h_1 - h_2}$$

$$= a(h_1 + h_2) + b$$

$$\lim_{h_2 \to h_1} \frac{f(h_1) - f(h_2)}{h_1 - h_2} = 2ah_1 + b$$

$f(x) = x^2$



극한의 응용

2차 함수f(x) 위의 한 점을 지나는 직선(접선)의 기울기 A

이때 한 점의 x값을 h_1이라하고
그 점에 한없이 다가가는 점의 x값을 h_2
$f(x) = ax^2 + bx + c$라 하자

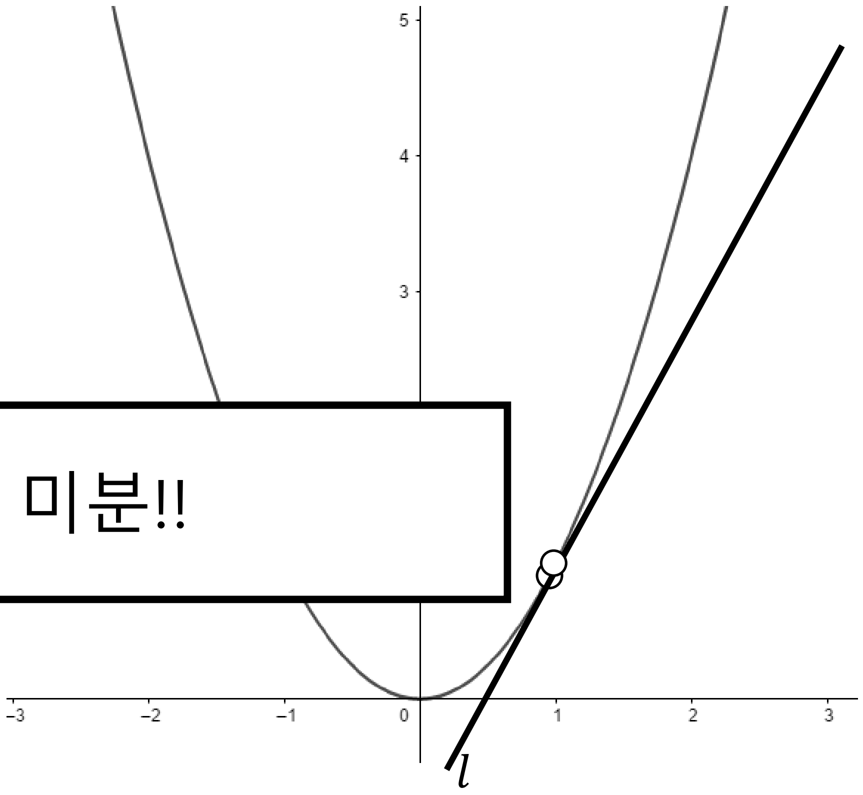
$$A = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(h_1) - f(}{h_1 - h_2}$$

$$= \frac{a(h_1 - h_2)(h_1 + h_2) + b(h_1 - h_2)}{h_1 - h_2}$$

$$= a(h_1 + h_2) + b$$

$$\lim_{h_2 \to h_1} \frac{f(h_1) - f(h_2)}{h_1 - h_2} = 2ah_1 + b$$

$f(x) = x^2$



이것이 바로 미분!!