

유클리드 호제법 (알고리즘)

김도희

서로(互) 나누기(除)

호제법(互除法)이란 ?



- 두 수가 서로 상대방 수를 나누어서 결국 원하는 수를 얻는 알고리즘
 - 유클리드 호제법은 2개의 자연수 또는 정식의 최대공약수를 구하는 알고리즘의 하나

공약수의
특징!

두 수를 각각 A , B라 합시다.

a의 약수 그룹(집합)

A

B

b의 약수 그룹(집합)

그 중 겹치는 요소들(교집합)을 공통의 약수 **공약수**

숫자 A, B의 최대 공약수 C

$$A = Ca$$

$$B = Cb$$

임의의 자연수 a, b를 사용!

C가 최대 공약수이기 때문에 a 와 b는 서로소

$A \pm B = C(a \pm b)$ 이기 때문에 C는 A와 B를 더하거나 빼 값의 약수

특징 1

$A \geq B$ 라고 가정하고 A 를 B 로 나눠보자!

$$\begin{aligned}A &= BQ + R \\Ca &= CbQ + R \\Ca - CbQ &= R \\R &= C(a - bQ)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A &= Ca \\B &= Cb \\몫 &= Q \\나머지 &= R\end{aligned}$$

유클리드
호제법의
핵심

즉, c (최대공약수)는 A 를 B 로 나눈 나머지의 약수

특징 2

어떤 두 수의 최대공약수는 큰 수를 작은 수로 나누었을 때,
그 나머지와 작은 수의 최대공약수와 같다

$$20 = 6 * 3 + 2$$

20을 6으로 나누면 몫이 3이고 나머지는 2이다.

따라서 20과 6의 최대공약수는 나머지 2와 작은 수 6의 최대공약수와 같다

720과 110의 최대 공약수는 ?

C(최대공약수)는 A를 B로 나눈 나머지의 약수

$720 / 110 = 6$	나머지 : 60
$110 / 60 = 1$	나머지 : 50
$60 / 50 = 1$	나머지 : 10
$50 / 10 = 5$	나머지 : 0

나머지가 0일때 바로 전단계에서 얻은 나머지의 값이 최대 공약수이다.

즉 10이 두 수 의 최대 공약수

문제) 186 과 54 의 최대공약수는 ?