

11. Übung AuD

Dominic Deckert

20. Januar 2017

Previously on ...

- ▶ Tiefensuche, Breitensuche
- ▶ Dijkstra-Algorithmus

Aufgabe 1

a), b) siehe Tafel

Hinweis: Die gleichen Graphen können verschieden gezeichnet werden. Am Besten also Suchbäume in derselben Form wie den Graph zeichnen.

c) vollständiger Graph: jeder Knoten (Anzahl n) ist mit jedem verbunden

DFS-Bäume: $(n - 1)!$ BFS-Bäume: 1

a)

gewählt	Randknoten
(1, 0, -)	(2, 3, 1), (6, 2, 1)
(6, 2, 1)	(7, 5, 6), (2, 3, 1)
(2, 3, 1)	(7, 4, 2), (3, 5, 2)
(7, 4, 2)	(3, 5, 2), (4, 11, 7), (5, 6, 7)
(3, 5, 2)	(5, 6, 7), (4, 11, 7)
(5, 6, 7)	(4, 8, 5)
(4, 8, 5)	-

a), b)

1	0	[1]
2	3	[1, 2]
3	5	[1, 2, 3]
4	8	[1, 2, 7, 5, 4]
5	6	[1, 2, 7, 5]
6	2	[1, 6]
7	4	[1, 2, 7]

b) Kante (7, 4) beeinflusst nur den Abstand nach 4

momentaner Abstand $d(1, 4) = 8 \leq d(1, 7) + c(4, 7) = 4 + ?$

kleinstes Gewicht: 4

Floyd-Warshall-Algorithmus

Ziel: Berechnung aller kürzesten Distanzen

Ansatz: Lasse schrittweise immer mehr Knoten in zu betrachtenden Pfaden zu

Ausgangspunkt: Pfade ohne innere Knoten (Direktverbindungen) → modifizierte

Adjazenzmatrix mA_G

Wert in der Diagonale: 0, unverbundene Knoten: ∞

a)

$$\begin{pmatrix} 0 & \infty & 3 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 8 & 0 & \infty & 2 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 0 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 4 & \infty & 8 & 0 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 4 & \infty & 7 & 0 & \infty & 15 \\ \infty & \infty & 3 & \infty & \infty & 0 & 2 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \end{pmatrix}$$

Algorithmus

Schritt des Algorithmus: Erlaube k als neuen inneren Knoten (d.h. alle Knoten $\leq k$ sind erlaubt)

Neue Pfade: Pfade verknüpfen, die nach bzw. von k gehen

In der Matrix: führe Werte aus k -ter Zeile bzw. Spalte zusammen und addiere

Hinweis: Dabei müssen nur Werte $< \infty$ betrachtet werden

Update-Formel: $D_G^{(k)}(u, v) = D_G^{(k-1)}(u, v) \mathbf{max} (D_G^{(k-1)}(u, k) + D_G^{(k-1)}(k, v))$

b), d)

 $(2, 3, 11), (4, 3, 7), (5, 1, 12), (5, 4, 6), (5, 3, 15)$

$$\begin{pmatrix} 0 & \infty & 3 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 6 & 0 & 9 & 2 & \infty & 5 & 7 \\ \infty & \infty & 0 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 4 & \infty & 8 & 0 & \infty & 3 & 5 \\ 10 & 4 & 13 & 6 & 0 & 9 & 11 \\ \infty & \infty & 3 & \infty & \infty & 0 & 2 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \end{pmatrix}$$

c)

Quellen und Senken können keine inneren Knoten eines Pfades sein
 $\rightarrow D_G^{(1)}, D_G^{(2)}, D_G^{(4)}, D_G^{(6)}$ können Änderungen enthalten

a)

$$\begin{pmatrix} 0 & 6 & 3 & 6 & 12 \\ 4 & 0 & 2 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 0 & 3 & 9 \\ \infty & \infty & \infty & 0 & \infty \\ 9 & 10 & 7 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

b)

Direkte Entfernung muss \leq Summe von erster bzw. zweiter Zeile + Spalte sein
(5, 4, 4), (3, 4, 3), (1, 3, 3)

c)

$$\begin{pmatrix} 0 & 30 & 15 & 20 & \infty \\ \infty & 0 & 5 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 0 & 3 & \infty \\ \infty & 8 & \infty & 0 & \infty \\ \infty & \infty & 20 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

c)

$$\begin{pmatrix} 0 & 26 & 15 & 18 & \infty \\ \infty & 0 & 5 & 8 & \infty \\ \infty & 11 & 0 & 3 & \infty \\ \infty & 8 & 13 & 0 & \infty \\ \infty & 10 & 15 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$