13. Übung AuD

Dominic Deckert

25. Januar 2017

Previously on ...

- Semi-Ring
- Aho-Algorithmus

mA_G

mA_G

$$\begin{pmatrix} \{\varepsilon\} & \{b\} & \{b\} \\ \emptyset & \{\varepsilon\} & \{a\} \\ \{c\} & \emptyset & \{\varepsilon\} \end{pmatrix}$$

b), c)

b), c)

$$\begin{pmatrix} \{\varepsilon\} & \{b\} & \{b\} \\ \emptyset & \{\varepsilon\} & \{a\} \\ \{c\} & \{cb\} & \{\varepsilon, cb\} \end{pmatrix}$$

b), c)

$$\begin{pmatrix} \{\varepsilon\} & \{b\} & \{b\} \\ \emptyset & \{\varepsilon\} & \{a\} \\ \{c\} & \{cb\} & \{\varepsilon, cb\} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \{\varepsilon\} & \{b\} & \{b, ba\} \\ \emptyset & \{\varepsilon\} & \{a\} \\ \{c\} & \{cb\} & \{\varepsilon, cb, cba\} \end{pmatrix}$$

b), c)

$$\begin{pmatrix} \{\varepsilon\} & \{b\} & \{b\} \\ \emptyset & \{\varepsilon\} & \{a\} \\ \{c\} & \{cb\} & \{\varepsilon, cb\} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \{\varepsilon\} & \{b\} & \{b, ba\} \\ \emptyset & \{\varepsilon\} & \{a\} \\ \{c\} & \{cb\} & \{\varepsilon, cb, cba\} \end{pmatrix}$$

$$\left(\{cb, cba\}^* \circ \{c\} \quad \{cb, cba\}^* \cdot \{cb\} \quad \{cb, cba\}^*\right) \; D_{G'}(3,3) = \{bc, ba, cba\}^*$$

Zufallsexperimente

Zufallsexperiment:

- Ausgang kann nicht vorhergesagt werden
- wiederholbar

X: mögliche Ausgänge eines Zufallsexperiment
Y: mögliche Interpretationen eines Ausgangs $x \in X$
$\mathit{yield} : X \to Y$ interprtiert Ausgänge
Analysator $A : Y \to Y$ analysiert Beobachtungen d.h. $x \in A(\mathit{yield}(x))$

Korpus

Korpus $h : X \to \mathbb{R}^{\infty}_{\geq 0}$ "zählt" Ausgänge bei mehrfacher Wiederholung

Größe eines Korpus: $|h| = \sum_{x \in X} h(x)$

Korpus unvollständiger Daten $c : Y \to \mathbb{R}^{\infty}_{\geq 0}$ gibt Anzahl der Beobachtungen an (tatsächliche Ausgänge nicht bekannt)

Likelihood

Zufallsexperimente können durch Wahrscheinlichkeitsverteilung p beschrieben werden
$p : X \to [0, 1]$
"Wahrscheinlichkeit", dass ein Korpus von einer bestimmten Wahrscheinlichkeit erzeugt wird: Likelihood
$L(h, p) = \prod_{x \in X} p(x)^{h(x)}$
Aufgabe: Gegeben einen Korpus, welche Wahrscheinlichkeitsverteilung hat diesen Korpus höchstwahrscheinlich erzeugt?

Wahrscheinlichkeitsmodell

Einschränkung der möglichen Wahrscheinlichkeiten: M
Häufig anhand von Wissen/ Annahmen über das Zufallsexperiment
Wahrscheinlichstes p: Maximum-Likelihood-Schätzung
$mle(M, h) = argmax_{p \in M}\{L(h, p)\}$
relative Häufigkeitsverteilung $rfe(h)(x) = \frac{h(x)}{|h|}$
Wenn $rfe(h) \in M$, dann ist $mle(M, h) = rfe(h)$

a)

$$X =$$

a)

$$X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$
$$|h| =$$

a)

$$X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$
$$|h| = 18$$
$$M = \{p : X \to [0, 1] | p(i) = p(6 - i)\}$$

x	1	2	3	4	5	6
h(x)	3	5	1	1	5	3
rfe(h)	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{1}{6}$

$rfe \in M$, also $rfe(h) = mle(M, h)$

EM

Ziel: Gegeben einen unvollständigen Korpus, welches p hat dann die höchste Likelihood?
$\rightarrow$ nichtlineare Optimierung
Ansatz: schrittweises Erzeugen immer besserer q^i durch EM-Algorithmus
E-Schritt: Erzeuge (hypothetischen) vollständigen Korpus
$h^i(x) = h(yield(x)) \cdot \frac{q^{i-1}(x)}{\sum_{x' \in A(yield(x))} q^{i-1}(x')}$
M-Schritt: Bestimme $p^i = mle(h^i)$

Aufgabe 3

X	(K,K)	(Z, Z)	(K, Z)	(Z, K)	(R, K)	(R, Z)
A	win	win	lose	lose	lose	lose
q_0	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$
h_1	2	4	8	4	2	4
p_1	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$

	K^1	Z^1	R^1	K^2	Z^2
h_1'	10	8	6	8	16
p_1'	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$