

**Міністерство освіти і науки України**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Факультет прикладної математики та інформатики**

Кафедра програмування

Лабораторна робота №10  
**АЛГОРИТМ ДЕЙКСТРИ**  
з курсу “Алгоритми та структури даних”

Виконав:  
Студент групи ПМІ-12  
Бенько Володимир Сергійович

Львів – 2023

## **Алгоритм Дейкстри**

Алгоритм Дейкстри - це алгоритм пошуку найкоротших шляхів в зваженому графі з однією вихідною вершиною. Алгоритм був створений голландським інженером Едсгером Дейкстрою в 1959 році.

Основна ідея алгоритму полягає в тому, щоб поступово знаходити найкоротші шляхи до всіх вершин графа від заданої вихідної вершини. Алгоритм працює шляхом присвоєння кожній вершині мітки, яка представляє найкоротший відомий шлях від вихідної вершини до цієї вершини. У кожен момент часу алгоритм зосереджується на одній вершині і оновлює мітки всіх сусідніх вершин.

Алгоритм Дейкстри можна реалізувати за допомогою черги з пріоритетами, що забезпечує ефективність алгоритму. На кожній ітерації алгоритм бере вершину з черги з пріоритетами, яка має найменшу мітку, оновлює мітки всіх сусідніх вершин і додає їх до черги з пріоритетами.

В моїй реалізації клас Graph містить матрицю суміжності заданого графа, кількість його вершин та функцію Path, яка приймає номери початкової та кінцевої вершин шляху та обчислює його за допомогою алгоритму Дейкстри. Функція Path повертає пару значень: довжину шляху та стрічку яка відповідає шляху, тобто набір вершин через які проходить шлях.

### **Опис алгоритму:**

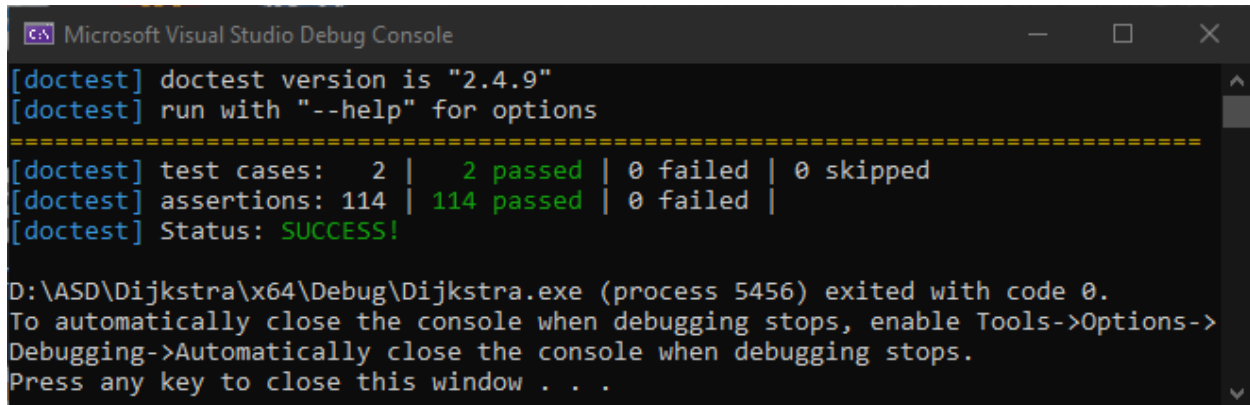
1. Помічаємо відстань до всіх вершин рівною безкінечності, окрім початкової, відстань до якої є нульовою.
2. Повторюємо ці кроки поки не переглянемо всі суміжні вершини:
  - a. Обчислюємо нову відстань до усіх суміжних вершин як суму відстані до поточної та довжини ребра між відповідними вершинами.
  - b. Якщо обчислена відстань менша за поточну відстань до заданої вершини то заміняємо мітку вершини на нову.
  - c. Додаємо задану вершину до черги з пріоритетом.
3. Помічаємо поточну вершину як оброблену.
4. Переходимо до наступної вершини в черзі (та до якої найменша відстань).
5. Повторюємо кроки 2-4 поки не обробимо всі вершини.

**Часова складність алгоритму Дейкстри:  $O(m+n \cdot \log n)$ ,**

де  $n$  – кількість вершин графа, а  $m$  – кількість ребер;

### Приклад:

Щоб переконатись, що всі алгоритм працює правильно, в програмі написані юніт-тести. Усі вони проходять успішно:

A screenshot of the Microsoft Visual Studio Debug Console window. The title bar reads "Microsoft Visual Studio Debug Console". The console output shows the following: [doctest] doctest version is "2.4.9", [doctest] run with "--help" for options, followed by a separator line of dashes. Then, [doctest] test cases: 2 | 2 passed | 0 failed | 0 skipped, [doctest] assertions: 114 | 114 passed | 0 failed |, and [doctest] Status: SUCCESS!. Below this, it says "D:\ASD\Dijkstra\x64\Debug\Dijkstra.exe (process 5456) exited with code 0." and provides instructions on how to automatically close the console when debugging stops, ending with "Press any key to close this window . . .".

```
Microsoft Visual Studio Debug Console

[doctest] doctest version is "2.4.9"
[doctest] run with "--help" for options
=====
[doctest] test cases:  2 |  2 passed | 0 failed | 0 skipped
[doctest] assertions: 114 | 114 passed | 0 failed |
[doctest] Status: SUCCESS!

D:\ASD\Dijkstra\x64\Debug\Dijkstra.exe (process 5456) exited with code 0.
To automatically close the console when debugging stops, enable Tools->Options->
Debugging->Automatically close the console when debugging stops.
Press any key to close this window . . .
```

### Висновок:

Алгоритм Дейкстри є ефективним способом знаходження найкоротших шляхів в зваженому графі з однією вихідною вершиною. Він може бути застосований до будь-якого зваженого графа з не від'ємними вагами ребер. Застосування алгоритму Дейкстри допомагає знайти найкоротший шлях в різних областях, таких як транспорт, телекомунікації, логістика, і т. д.