

标准大气参数计算公式

北京林业大学

2019 年 3 月 1 日

标准大气（standard atmosphere），又称“参考大气（reference atmosphere）”。能够表示垂直方向上气温、气压、湿度等大气参数平均分布的一种模式大气。

在模型中，假定大气是静止的、空气为干洁的理想气体，在给定温度-高度廓线及海平面上的温度、压力和密度初始值后，通过对大气静力方程及气体状态方程进行积分，获得温度、气压和密度等数据。另外，在标准大气模型中还对各高度上大气的成分、标高、重力加速度、空气质点数密度、质点平均速度、平均碰撞频率、平均自由程、平均分子量、音速、粘滞系数、热传导率等有所规定。它可作为计算流体力学数值模拟、压力测高表校准、航空器性能计算、飞机和火箭设计、弹道查算表和气象图表制作的依据。

（1）主要常数的符号及数值

计算中用到的主要常数符号及数值在表一、表二中给出：

表一 标准大气参数计算中的主要符号

符号	释义
g_n	标准重力加速度
M	海平面上的空气摩尔质量
N_A	阿伏伽德罗常数
p_n	海平面气压
R^*	通用气体常数
R	空气气体常数
r	地球半径
$S\& \beta_s$	萨瑟兰在动态粘度方程中的经验值
T_0	平均海平面的冰点温度
T_n	平均海平面的标准热力冰点温度
t_0	平均海平面冰点温度摄氏
t_n	平均海平面的冰点温度
k	绝热指数
ρ_n	标准空气密度

σ	空气分子的有效碰撞直径
a_n	标准声速
μ_n	标准运动粘度
H	重力位势高度
Z	几何高度
Li	动态温度梯度

表二 标准大气计算中采用的主要常数

符号	数值	单位
g_n	9.80665	m/s^2
M	28.964420	kg/kmol
N_A	$602.257 \cdot 10^{24}$	k/mol
p_n	101325.0	$[\text{Pa}] \text{ or } [\text{N/m}^2]$
R^*	8314.32	$\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kmol}^{-1}$
R	287.05287	$\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kmol}^{-1}$
r	6356766	m
S	110.4	K
T_0	273.15	K
T_n	288.15	K
t_0	0.00	$^{\circ}\text{C}$
t_n	15.00	$^{\circ}\text{C}$
β_s	$1.458 \cdot 10^{-6}$	$\text{kg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1/2}$
k	1.4	无量纲
ρ_n	1.225	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
σ	$0.365 \cdot 10^{-9}$	m

(2) 计算步骤

a. 基本方程的建立

由于大气层相对地球是静止的，所以它受到地心引力的作用，空气静力平衡条件与静压 p 、密度 ρ 、重力加速度 g 、高度 h 有关：

$$-dp = \rho g dh$$

通过理想气体定律建立温度和密度之间的关系：

$$p = \frac{\rho R^* T}{M}$$

在国际标准中： $\frac{R^*}{M} = \text{常数} = R$ ，故：

$$p = \rho RT$$

利用牛顿引力定律，通过计算离心加速度，可以精确地求得标准大气下的重力加速度：

$$g = g_n \left(\frac{r}{r + Z} \right)^2$$

首先引入重力位势高度 H ，用它代替几何高度（海拔高度） Z ，这样可以比重力场随高度变化造成的影响考虑进去。重力位势高度的计算公式如下：

$$H = \frac{Z}{1 + \frac{Z}{r}}$$

为了计算标准大气参数，现在主要采用插值法和公式计算法，本计算软件采用了公式计算的方法计算标准大气参数。

大气温度 T 随重力位势高度 H 的变化呈现线性变化，在 -2~86 km 范围内的大气满足完全气体的条件，可以通过流体静力学平衡方程和理想气体方程进行积分，得出该范围内的标准大气参数计算方程。利用流体静力学平衡方程和理想气体方程加上适当的修正因子，可以计算出 86~1000 km 范围内标准大气参数计算公式。

b. 温度和垂直温度梯度：

在压力为 101325.0 Pa， $T_0=273.15$ K 时，热力学温度的计算公式如下：

$$T = T_0 + t$$

根据温度变化把 -2~86 km 的大气层分为 9 层（如表三所示）。在计算标准大气时，每一层的温度随重力势高度的变化函数为：

$$T = T_i + L_i (H - H_i)$$

其中， L_i 是每一层之内的温度变化率： $L_i = \frac{dT}{dH}$

为方便计算，我们引入一个中间参数 A 进一步简化计算公式：

$$\begin{cases} A = \frac{T_i + L_i (H - H_i)}{T_i} & (L \neq 0) \\ A = \frac{g_n(H_i - H)}{RT_i} & (L = 0) \end{cases}$$

故而，温度变化规律可用以下公式表示：

$$\begin{cases} T = T_i * A & (L \neq 0) \\ T = T_i & (L = 0) \end{cases}$$

表四 各层温度的起始温度、压力以及温度梯度

层	Z _i	T _i	p _i	L _i
Z ₁	-2	301.154	127783	-6.50
	0	288.150	101325	
Z ₂				-6.50
	11.1019	216.650	22632	
Z ₃				+0.0
	20.062	216.650	5474.87	
Z ₄				+1.0
	32.162	228.650	868.014	
Z ₅				+2.8
	47.351	270.650	110.906	
Z ₆				+0.0
	51.413	270.650	66.938	
Z ₇				-2.8
	71.802	214.650	3.9564	
Z ₈				-2.0
	86	186.870	3.7338×10 ⁻¹	
Z ₉				+2.0
	91	186.870	1.8359×10 ⁻¹	
Z ₁₀				0.0
	110	240.00	7.1042×10 ⁻³	
Z ₁₁				
	120	86.65	2.5382×10 ⁻³	
Z ₁₂				12.0
	500	999.24	3.0236×10 ⁻⁷	
Z ₁₃				
	1000	1000.00	7.5138×10 ⁻⁹	

c. 压力:

假设压力在各层之内也是随温度变化线性改变的，由静压公式和理想气体定律可得：

$$\begin{cases} \ln p = \ln p_i - \frac{g_n}{RL_i} \ln A \text{ 或 } p = p_i \cdot A^{-\frac{g_n}{RL_i}} & (L \neq 0) \\ \ln p = \ln p_i + A \text{ 或 } p = p_i \exp A & (L = 0) \end{cases}$$

d. 其他参数的计算:

通过理想气体定律可以计算空气密度 (air density) :

$$\rho = \frac{p}{RT}$$

比重 γ (单位体积的空气重量) :

$$\gamma = \rho g$$

压力标高 (pressure scale height) :

$$H_p = \frac{R^*}{M} \cdot \frac{T}{g} = \frac{RT}{g}$$

空气粒子数量 (air number density) :

$$n = \frac{N_A p}{R^* T}$$

平均空气粒子速度 (mean air particle speed) :

$$\bar{z} = \left(\frac{8}{\pi} RT \right)^{\frac{1}{2}} = 1.595769 \sqrt{RT}$$

空气粒子平均自由程 (mean free path of air particle) :

$$I = \frac{R^*}{\sqrt{2} \pi N_A \sigma^2} \cdot \frac{T}{p} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi n \sigma^2}$$

大气粒子碰撞频率 (air-particle collision frequency) :

$$\omega = 4 \sigma^2 N_A \left(\frac{\pi}{R^* M} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{p}{T^{\frac{1}{2}}} = 0.944407 \times 10^{-18} n \sqrt{RT}$$

声速 (speed of sound) :

$$a = (\kappa RT)^{\frac{1}{2}} = 20.046796 \sqrt{T}$$

其中, $\kappa = \frac{c_p}{c_v} = 1.4$

热导率 (单位: $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, thermal conductivity)

$$\lambda = \frac{2.648151 \times 10^{-3} \cdot T^{\frac{3}{2}}}{T + [245.4 \times 10^{-(12/T)}]}$$

动力粘度（dynamic viscosity）：

动力粘度运用 Sutherland 公式进行计算，该公式在极高、极低以及 90 km 以上的大气无效。

$$\mu = \frac{\beta_s T^{\frac{3}{2}}}{T + S}$$

运动粘度（kinematic viscosity）：

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

水蒸气分压（vapour pressure of water）：

水蒸气分压可以通过饱和相对湿度 U 和水汽压 E_w 计算。

$$E = U \times E_w$$

附加水蒸气分压之后，总压 $p_t = p + E$ 。