PRIMER EXAMEN PARCIAL DE CÁLCULO INTEGRAL

ALUMNO: Torres Oropeza Diego Alberto ____________________ Firma: ______________________________

TIPO B

1.- El término n-ésimo de la sucesión $\left\{-1\,,-\frac{1}{3}\,,0\,,\frac{1}{5}\,,\ldots\right\}$ es:

A) $\frac{n-2}{-2n+1}$

B) $\boxed{\frac{n-3}{n+1}}$

C) $\frac{n+3}{4n-3}$

D) $\frac{n+2}{4-n}$

2. – Sea la función $f(x) = -sen(x)$. El cuarto término no nulo de $f(x)$ en serie de Maclaurin es:

A) $\frac{x^7}{7}$

B) $-\frac{x^7}{7!}$

C) $-\frac{x^7}{7}$

D) $\boxed{\frac{x^7}{7!}}$

3.- La serie geométrica $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^{n-1}}$:

A) *es divergente*

B) $\boxed{\textit{converge a } 2}$

C) *converge a* $\frac{3}{2}$

D) *converge a* 4

4.- Determinar el intervalo de convergencia de

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n x^{n-1}}{n}$$

Incluir el análisis de los extremos.

Examen Parcial 1.1100 B= 25/06/21

Torres Oropeza Diego Alberto Grupo: 23.

1. El término n-ésimo de la sucesión $\{-1, -\frac{1}{3}, 0, \frac{1}{5}, \ldots\}$ es:

Respuesta

B) $\frac{n-3}{n+1} = \frac{-2}{2}, \frac{-1}{3}, \frac{0}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{6}, \ldots$

$= -1, -\frac{1}{3}, 0, \frac{1}{5}, \frac{1}{3}, \ldots$

Respuesta: B) $\frac{n-3}{n+1} = \{-1, -\frac{1}{3}, 0, \frac{1}{5}, \ldots\}$

2. Sea la función $f(x) = -\text{sen}(x)$. El cuarto término no nulo de $f(x)$ en serie de Maclaurin es:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3 + \frac{f^{IV}(0)}{4!}x^4 + \ldots$$

$n=0 \Rightarrow f(x) = -\text{sen}(x) \Rightarrow f(0) = 0$

$n=1 \Rightarrow f'(x) = -\cos(x) \Rightarrow f'(0) = -1$

$n=2 \Rightarrow f''(x) = \text{sen}(x) \Rightarrow f''(0) = 0$

$n=3 \Rightarrow f'''(x) = \cos(x) \Rightarrow f'''(0) = 1$

$n=4 \Rightarrow f^{IV}(x) = -\text{sen}(x) \Rightarrow f^{IV}(0) = 0$

$\Rightarrow f^{V}(0) = -1$

$f^{VI}(0) = 0$

$f^{VII}(0) = 1$

$f^{VIII}(0) = 0$

$f^{IX}(0) = -1$

$$-\text{sen}\, x = 0 - x + \frac{0}{2!}x^2 + \frac{x^3}{3!} + \frac{0}{4!}x^4 - \frac{x^5}{5!} + \frac{0}{6!}x^6 + \frac{x^7}{7!} + \ldots$$

Respuesta

El 4º término no nulo es: $\frac{x^7}{7!}$ | Inciso D)

3.- La serie geométrica $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\ldots=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^{n-1}}$:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^{n-1}}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n 2^{-1}}=\sum_{n=1}^{\infty}\underset{a}{1}\underset{r}{\left(\frac{1}{2}\right)}^{n-1}$$

Si $r<1$ converge

$\frac{1}{2}<1$ ✓ ∴ CONVERGE

$$S=\frac{1}{1-\frac{1}{2}}=\frac{1}{\frac{1}{2}}=\frac{\frac{1}{1}}{\frac{1}{2}}=\frac{2}{1}=2$$

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^{n-1}}$ Converge a 2 // Inciso B) //

4.- Determinar el intervalo de convergencia de

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n x^{n-1}}{n}$. Incluir el analisis de los extremos.

$$\to r_A=\frac{\frac{3^{n+1}x^{n+1-1}}{n+1}}{\frac{3^n x^{n-1}}{n}}=\frac{(\cancel{3^n})(3)(\cancel{x^n})(n)}{(n+1)(\cancel{3^n})(\cancel{x^n})(x^{-1})}=\frac{3n}{(n+1)(x^{-1})}$$

$$\to 3x\lim_{n\to\infty}\frac{n}{n+1}\to 1=3x(1)=|3x|=|l|$$

Para que sea convergente:

$|l|<1$ ∴ $|3x|<1\to(-1<3x<1)\left(\frac{1}{3}\right)\to -\frac{1}{3}<x<\frac{1}{3}$

EXTREMOS

Analizando los extremos:

- Si $x = -\frac{1}{3}$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}}{n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n\left(-\frac{1}{3}\right)^{n}\left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}}{n}$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n\left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}}{n}$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}\left(\frac{3}{n}\right)$$

↳ Armónica ∴ **DIVERGE**

- Si $x = \frac{1}{3}$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}}{n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n\left(\frac{1}{3}\right)^{n}\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}}{n}$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1^n}{n}\left(\frac{3}{n}\right)$$

↳ Armónica ∴ **DIVERGE**

Resultado

El intervalo de convergencia de $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^{n-1}}{n}$ es:

$$-\frac{1}{3} < x < \frac{1}{3}$$

DATO

Firma