Segundo examen parcial de Cálculo Integral.

Nombre: Torres Oropeza Diego Alberto Firma: DATO B

1.- Con la sustitución $u =$ ____________ transforma $\int \frac{e^x}{4+e^{2x}}\,dx$ se transforma en una nueva integral definida $\int \frac{1}{4+u^2}\,du$.

20 puntos

2.- Sea $g(x) = \frac{1}{(x+3)^2}$ en $[\ 0\ ,\ 2\ ]$. Calcular el valor medio y determinar los valores de c.

20 puntos

3. Resolver las siguientes integrales.

a) $\int x^2 (5)^{2x^3}\,dx$

b) $\int \frac{\csc\sqrt{x}\cot\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(1+\csc\sqrt{x}\right)}\,dx$

c) $\int \frac{x-1}{x^2-2x-5}\,dx$

60 puntos

"Examen Parcial 2. Tipo B" 04/08/21

Torres Oropeza Diego Alberto Grupo: 23.

① Con la sustitución $u =$ ______ transforma $\int \frac{e^x}{4+e^{2x}}\,dx$ se transforma en una nueva integral definida $\int \frac{1}{4+u^2}\,du$.

Respuesta

$$\int \frac{e^x}{4+e^{2x}}\,dx = \int \frac{du}{4+u^2} = \underline{\int \frac{1}{4+u^2}\,du}$$

$u = e^x$

$du = e^x dx$

Respuesta 1):

Para obtener: $\int \frac{1}{4+u^2}\,du$, en base a $\int \frac{e^x}{4+e^{2x}}\,dx$,

debemos sustituir:

$\underline{u = e^x}$

2.- Sea $g(x) = \dfrac{1}{(x+3)^2}$ en $[0,2]$. Calcular el valor medio y determinar los valores de c.

$\rightarrow \int_0^2 \frac{1}{(x+3)^2} dx = (b-a) g(c) \rightarrow \begin{matrix} a=0 \\ b=2 \end{matrix}$

$\rightarrow \int_0^2 \frac{1}{(x+3)^2} dx = \int_0^2 \frac{1}{u^2} du = -\frac{1}{u}\Big|_0^2 = -\frac{1}{x+3}\Big|_0^2$

$u = x+3$

$du = dx$

$\rightarrow -\frac{1}{x+3}\Big|_0^2 = -\frac{1}{2+3} - \left(-\frac{1}{0+3}\right) = -\frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{2}{15} = (b-a) g(c)$

$\rightarrow \frac{2}{15} = (b-a) g(c)$

$g(c) = \dfrac{\frac{2}{15}}{(b-a)} = \dfrac{2}{15b - 15a} \begin{matrix} \rightarrow a=0 \\ \rightarrow b=2 \end{matrix}$

$g(c) = \frac{2}{30} = \underline{\frac{1}{15}} \rightarrow g(c) = \frac{1}{(c+3)^2}$

↳ Valor medio

$\frac{1}{(c+3)^2} = \frac{1}{15}$

$(c+3)^2 = \dfrac{1}{\frac{1}{15}} = 15$

$\underline{c_1 = \sqrt{15} - 3}$

$c_2 = -\sqrt{15} - 3$

↳ Se pasa del intervalo

Resultado

Valor medio: $g(c) = \frac{1}{15}$

Valores de c:

$C = \sqrt{15} - 3$

5.- Resolver las siguientes integrales:

a) $\int x^2 (5)^{2x^3} dx$

b) $\int \frac{\csc\sqrt{x}\cot\sqrt{x}}{\sqrt{x}(1+\csc\sqrt{x})} dx$

c) $\int \frac{x-1}{x^2-2x-5} dx$

a)

$$\int x^2 (5)^{2x^3} dx$$

$$\left\{ \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln(a)} + C \right\}$$

$$\left.\begin{aligned} u &= 2x^3 \\ du &= 6x^2 dx \end{aligned}\right\} \frac{1}{6}\int (5)^u du = \frac{1}{6}\left(\frac{5^x}{\ln(5)}\right) + C = \underline{\frac{5^x}{6\ln(5)} + C}$$

Respuesta de a):

$$\underline{\int x^2 (5)^{2x^3} dx = \frac{5^x}{6\ln(5)} + C}$$

b) $\int \frac{\csc\sqrt{x}\cot\sqrt{x}}{\sqrt{x}(1+\csc\sqrt{x})}\,dx$

$u = 1+\csc\sqrt{x}$

$du = -\cot(\sqrt{x})\csc(\sqrt{x}) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}\,dx$

$du = \frac{-\cot(\sqrt{x})\csc(\sqrt{x})}{2\sqrt{x}}\,dx$

$\int u^{-1}du = \int \frac{1}{u}du$

$\int \frac{1}{u}du = \ln(x)+c$

$-2\int u^{-1}du = -2\ln(u) = -2\ln(1+\csc\sqrt{x})+C$

Respuesta de b):

$\int \frac{\csc\sqrt{x}\cot\sqrt{x}}{\sqrt{x}(1+\csc\sqrt{x})}\,dx = -2\ln(1+\csc\sqrt{x})+C$

c) $\int \frac{x-1}{x^2-2x-5}\,dx$

$\left\{\int \frac{1}{u}\,du = \ln(u)+C\right\}$

$\left.\begin{array}{l} u = x^2-2x-5 \\ du = 2x-2\,dx \end{array}\right\} \frac{1}{2}\int \frac{du}{u} = \frac{1}{2}\int \frac{1}{u}\,du =$

$= \frac{1}{2}\left(\ln(x^2-2x-5)\right)+C = \frac{\ln(x^2-2x-5)}{2}+C$

Respuesta de c)

$\int \frac{x-1}{x^2-2x-5}\,dx = \frac{\ln(x^2-2x-5)}{2}+C$

DATO

Firma