

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
Институт компьютерных наук и технологий  
Высшая школа программной инженерии

## Лабораторная работа №4

Комбинированное применение ключевых операций.  
Определение частоты короткого сигнала.

Выполнил  
студент гр. в3530904/00030

В.С. Баганов

Руководитель  
доцент, к.т.н.

В.С. Тутыгин

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 202\_\_ г.

Санкт-Петербург  
2023

# Содержание

<b>1. Цифровая обработка коротких сигналов</b>	<b>3</b>
1.1. Цель работы . . . . .	3
1.2. Программа работы . . . . .	3
1.3. Результаты работы . . . . .	3
1.3.1. Сравнение результатов, получаемых с помощью алгоритмов БПФ и АКМ . . . . .	3
1.3.2. Статистические испытания комбинированного способа . . . . .	8
1.4. Вывод . . . . .	10
1.4.1. Листинг Matlab. lab4.m . . . . .	11
1.4.2. Листинг Matlab. lab4_statistica_hist.m . . . . .	13

# 1. Цифровая обработка коротких сигналов

## 1.1. Цель работы

Цель данной работы — исследовать зависимость погрешности определения количества периодов короткого сигнала с нецелым количеством периодов от количества периодов и величины СКО шума на входе при использовании БПФ и аппроксимационно-корреляционного метода при использовании различных методов определения сходства: коэффициента ковариации и корреляции, суммы модулей суммы, квадратного корня из суммы квадратов разности, суммы модулей разности (нормы Минковского), суммы модулей суммы (нормы Поддорогина).

## 1.2. Программа работы

1. При исследовании эффекта увеличения точности определения количества периодов и частоты сигнала по сравнению с БПФ за счет дополнительных операций цифровой обработки произведите измерения (программа lab4) количества периодов сигнала в диапазоне количества периодов от  $K$  до  $K+1$  с шагом 0.2 и постройте графики погрешности определения количества периодов сигнала на этом интервале с помощью БПФ и комбинированного способа.

2. При исследовании достижимой точности определения количества периодов и частоты сигнала комбинированным способом при различных уровнях зашумленности сигнала произведите оценку точности определения количества периодов и частоты сигнала в диапазоне количества периодов от  $K$  до  $K+1$  с шагом 0.2 при значениях СКО шума от 0 до 0.2 с шагом 0.1. Для этого произведите статистические испытания (программа lab4\_statistica), и вычислите значения среднеквадратической погрешности и величины доверительных интервалов определения для каждого значения количества периодов сигнала и каждого уровня шума.

## 1.3. Результаты работы

### 1.3.1. Сравнение результатов, получаемых с помощью алгоритмов БПФ и АКМ

Ниже приведены графики исходного короткого сигнала (менее 10 периодов), сигнала с шумом 0,1 и сигнала с шумом 0,2, которые будут подвергаться цифровой обработке, для решения поставленных задач в данной работе. График функции коэффициентов сходства исходного сигнала с эталонными не приводятся по причине того, что по ним не строятся графики, а только точки, которые сложнее анализировать, поэтому ниже приведена таблица со значениями

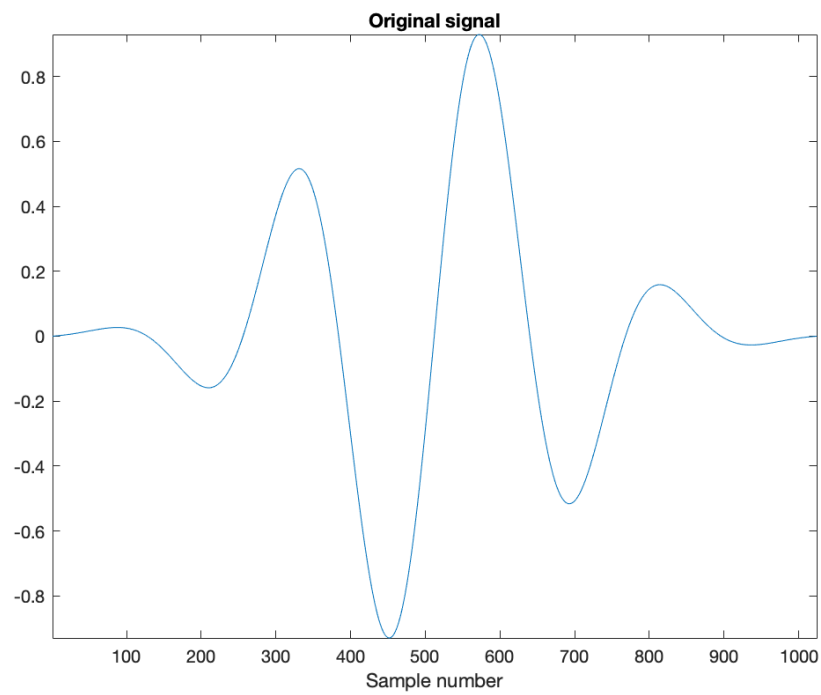


Рисунок 1.1. Исходный сигнал

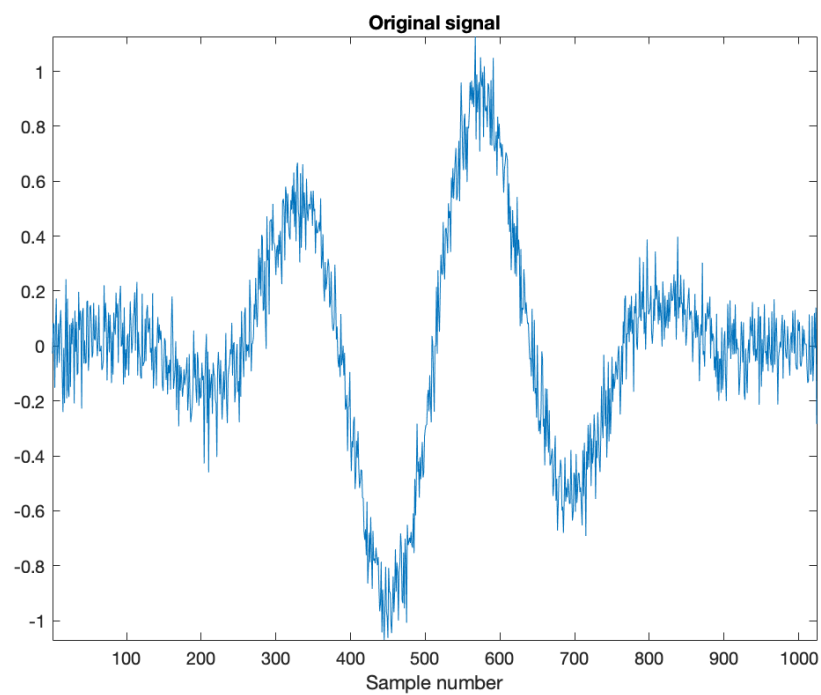


Рисунок 1.2. Сигнал с шумом 0,1

Рисунок 1.4. Caption

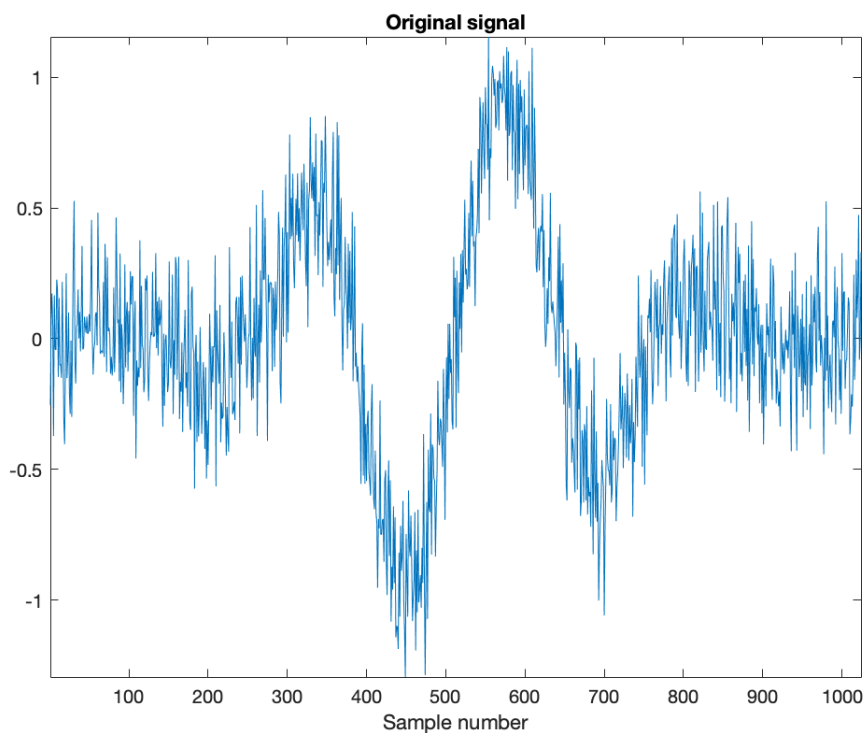


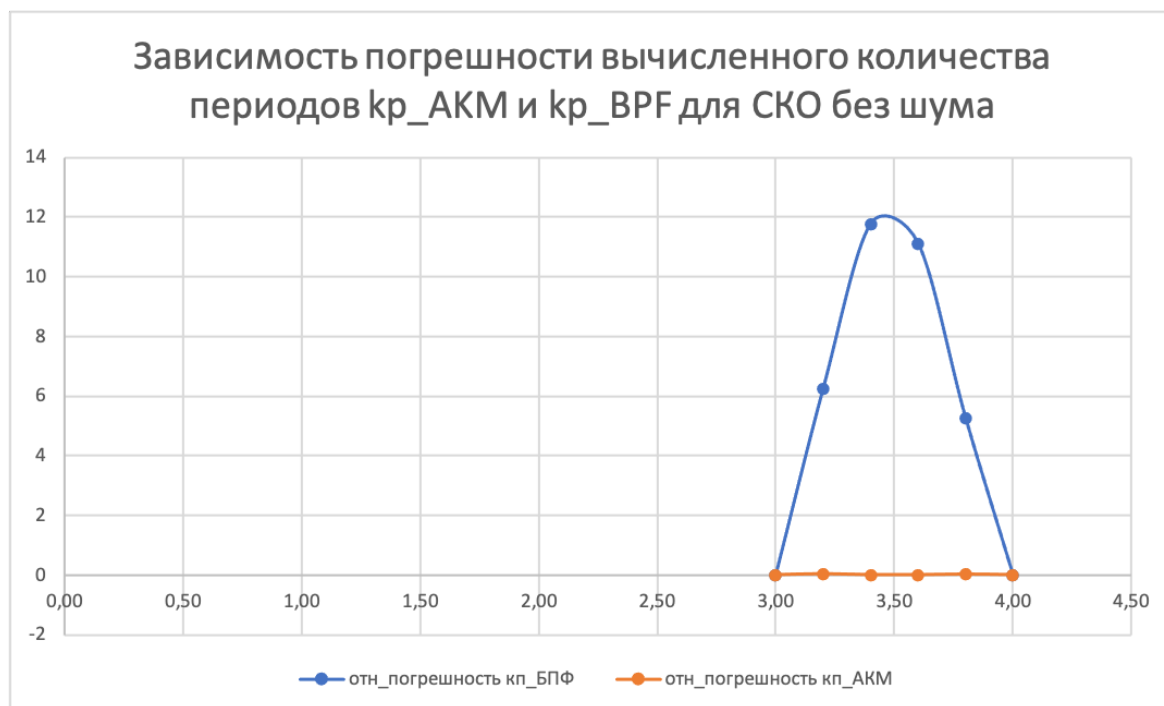
Рисунок 1.3. Сигнал с шумом 0,2

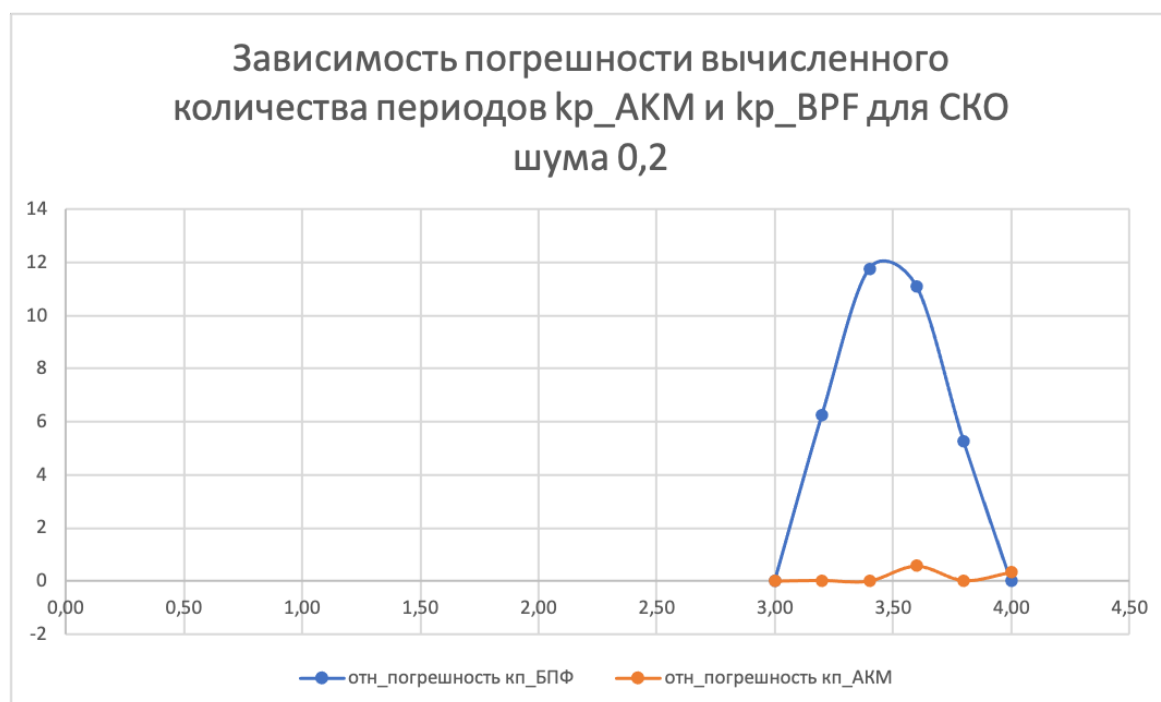
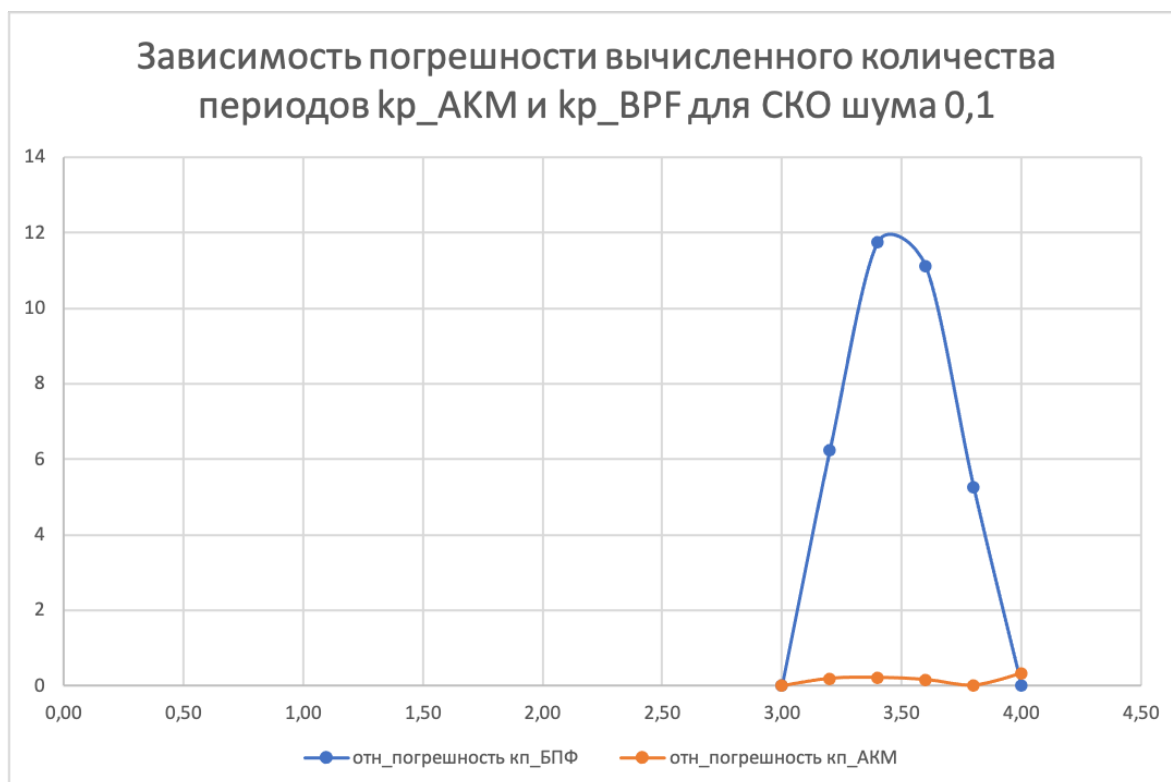
В качестве метода определения сходства использовалась норма Поддорогина с количеством периодов сигнала от 3 до 4 с шагом 0,2.

Получены следующие результаты:

СКО шума на входе	Кол-во периодов сигнала	Результаты цифровой обработки			
		кп_БПФ	отн_ погрешность кп_БПФ	кп_АКМ	отн_ погрешность кп_АКМ
0	3,00	3	0	3	0
	3,20	3,0000	6,25	3,20	0,03
	3,40	3,0000	11,7647	3,4000	1.3061e-14
	3,60	4,0000	11,1111	3,6000	0
	3,80	4,0000	5,2632	3,7993	0,0187
	4,00	4,0000	0	4,0000	0
0,1	3,00	3,0000	0	2,9999	0,0020
	3,20	3,0000	6,2500	3,1937	0,1964
	3,40	3,0000	11,7647	3,4075	0,2212
	3,60	4,0000	11,1111	3,6060	0,1661
	3,80	4,0000	5,2632	3,7993	0,0187
	4,00	4,0000	0	3,9867	0,3333
0,2	3,00	3,0000	0	3,0000	0
	3,20	3,0000	6,2500	3,2008	0,0259
	3,40	3,0000	11,7647	3,4000	1,3061e-14
	3,60	4,0000	11,1111	3,6206	0,5728
	3,80	4,0000	5,2632	3,7993	0,0187
	4,00	4,0000	0	4,0133	0,3333

Графическое сравнение погрешности для БПФ и АКМ:



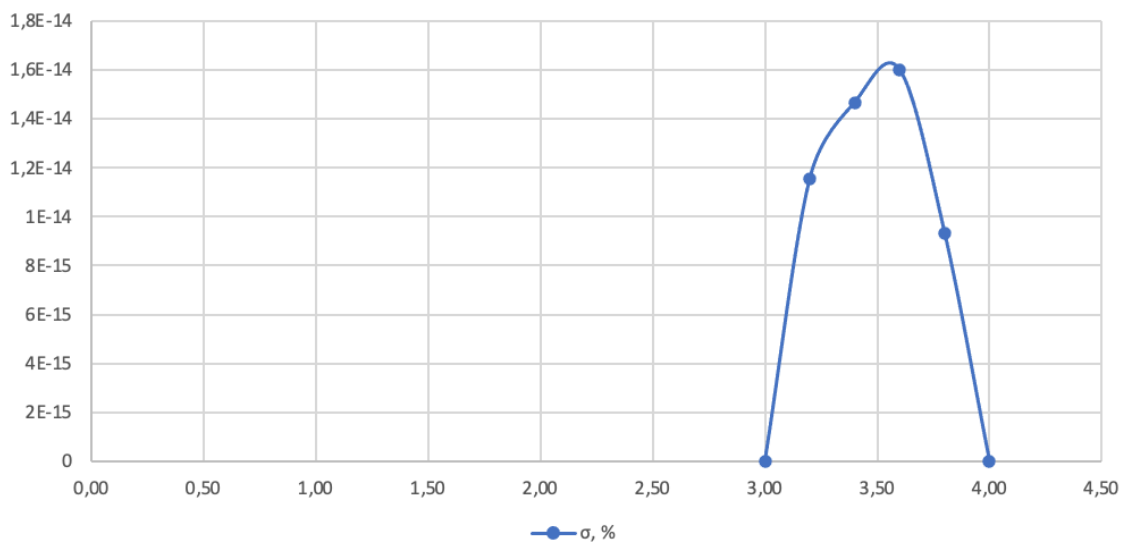


### 1.3.2. Статистические испытания комбинированного способа

СКО шума на входе	Кол-во периодов сигнала	Результаты цифровой обработки		
		МО	$\sigma$ , %	$\beta$ , %
0	3,00	3	0	0
	3,20	3,2	1,16E-14	2,31E-14
	3,40	3,4	1,47E-14	2,93E-14
	3,60	3,6014	1,60E-14	3,20E-14
	3,80	3,7968	9,33E-15	1,87E-14
	4,00	4	0	0
0,1	3,00	3,0009	0,0075	0,0149
	3,20	3,1996	0,0073	0,0146
	3,40	3,3991	0,0076	0,0152
	3,60	3,6001	0,0075	0,0147
	3,80	3,8001	0,0075	0,0149
	4,00	4,0003	0,0074	0,0148
0,2	3,00	2,999	0,0119	0,0237
	3,20	3,2016	0,0113	0,0226
	3,40	3,4	0,0122	0,0243
	3,60	3,6001	0,0123	0,0245
	3,80	3,8014	0,0121	0,0242
	4,00	3,9996	0,012	0,0241

Графически зависимость погрешности вычисленного количества периодов от СКО шума на входе можно представить следующим образом.

**Зависимость погрешности вычисленного количества периодов  $k_{p\_AKM}$  для СКО без шума**





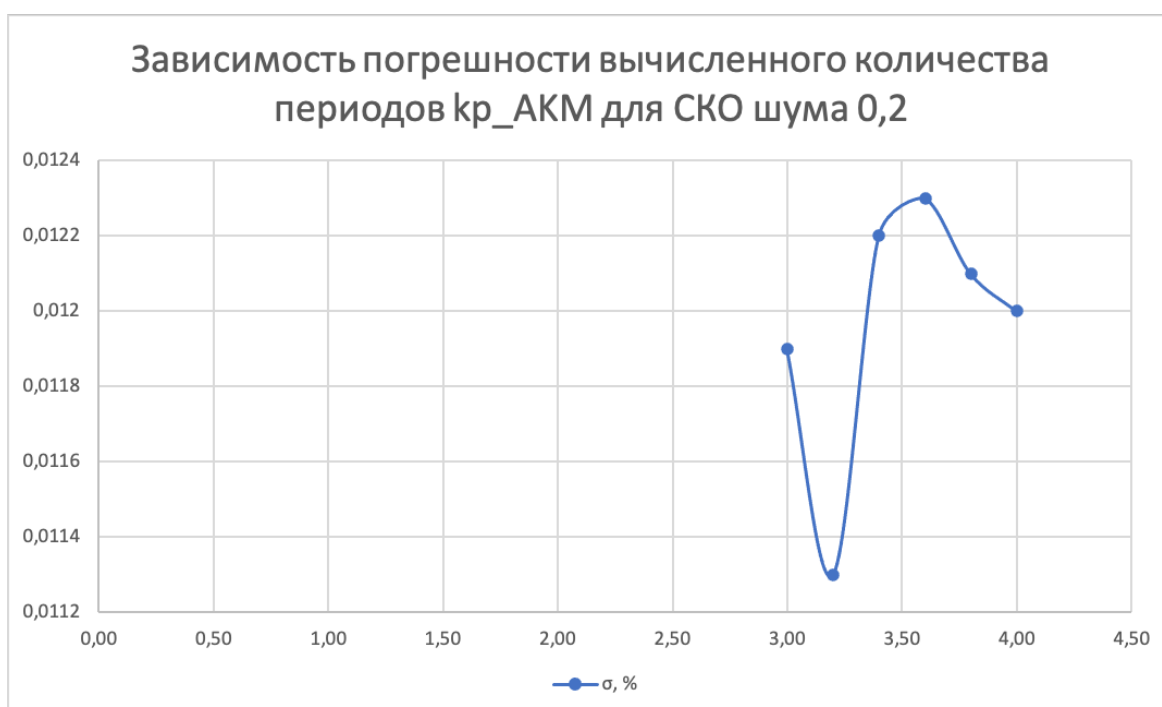
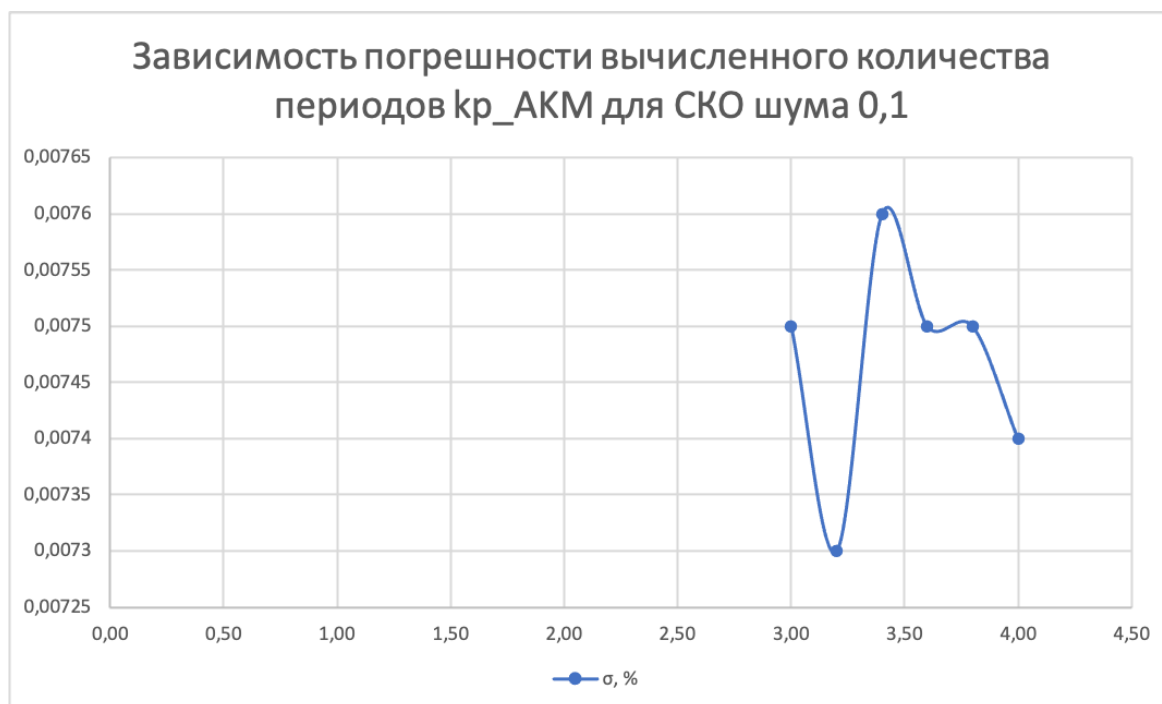
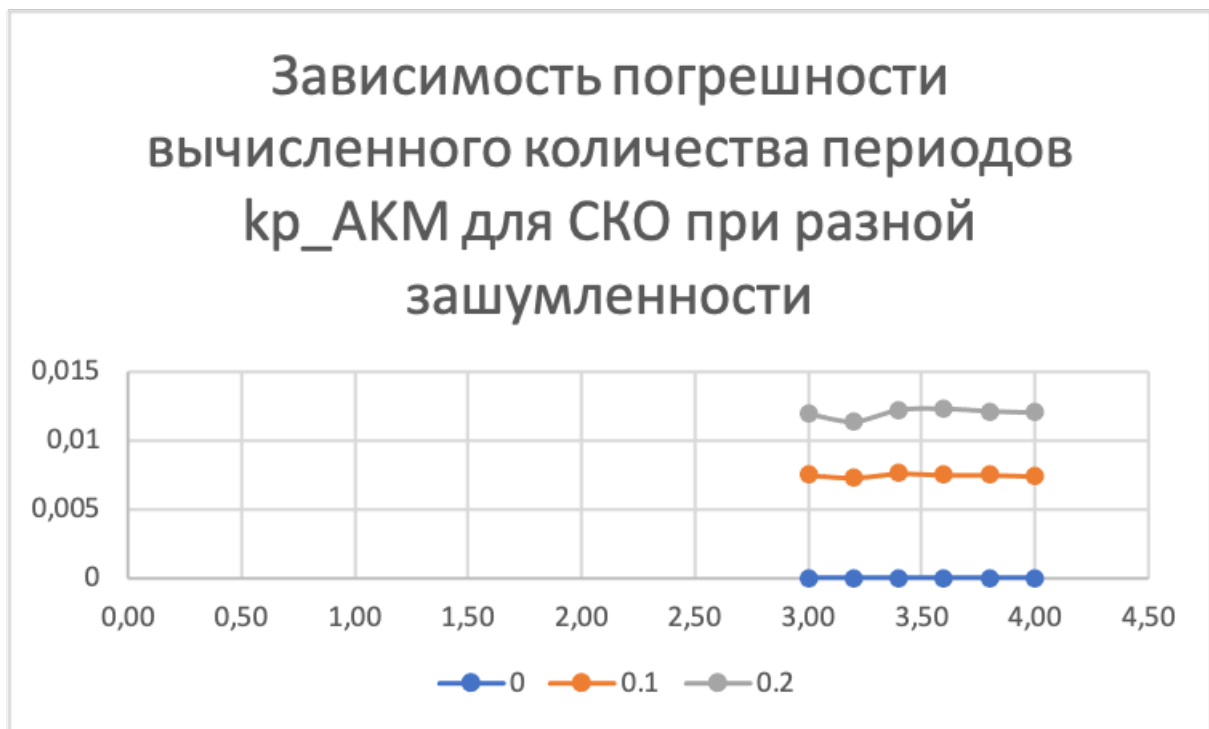


График зависимости среднеквадратической погрешности определения количества периодов и частоты сигнала от уровня зашумленности исходного сигнала при использовании АКМ.



#### 1.4. Вывод

Из полученных данных явно видно, что алгоритм БПФ позволяет точно определять частоту сигнала лишь в случае целого количества периодов. В случае нечетного количества периодов погрешность данного метода может достигать 11,7647 %. Алгоритм АКМ же позволяет определять частоту с гораздо более высокой точностью. При этом относительная погрешность измерений, полученная с помощью БПФ, практически не отличается при изменении СКО шума. В случае АКМ относительная погрешность измерений в целом также оказывается близка для различных уровней шума.

Статистические испытания алгоритма АКМ показывают, что погрешность лежит в диапазоне от 0.0074 до 0.0075 для СКО=0,1 и от 0.012 до 0.0119 для СКО=0,2. При увеличении СКО шума увеличивается СКО отклонения.

#### 1.4.1. Листинг Matlab. lab4.m

```
1 %Комбинированное использование ключевых операций ЦОС
2 %Для повышения точности определения частоты
3 %"короткого" сигнала используется комбинация
4 %БПФ, кросскорреляции, сплайн-аппроксимации, передискретизации
5 %В качестве показателя сравнения исходного и эталонных сигналов
6 %предусмотрена возможность использования коэффициента ковариации,
7 %коэффициента корреляции, суммы модулей разности (нормы Минковского),
8 %суммы модулей суммы (нормы Поддорогина)
9
10 clc;%очистка Command Window
11 kt=1024;% количество отсчетов
12 Q=0.2;%шум
13 kp=4.0%количество периодов сигнала
14
15 %1. ГЕНЕРАЦИЯ МОДЕЛЬНОГО СИГНАЛА
16 for i=1:kt %обнуление массива сигнала
17     y(i)=0;
18 end
19 noise=randn(kt);
20 %noise=wgn(kt,1,0);
21 for i=1:kt %генерация модельного сигнала с экспоненциальной модуляцией
22     w(i)=exp(-20*((i-kt/2)/kt)^2);
23     y(i)=sin(2*pi*kp*i/kt)*w(i);
24     y(i)=y(i)+Q*noise(i);
25 end
26 i=1:kt; %отображение модельного сигнала во временной области
27 figure
28 plot(i,y);
29 axis tight;
30 title('Original signal')
31 xlabel('Sample number')
32 %2. ФУНКЦИОНАЛЬНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ (БПФ)
33 bpfy=fft(y,kt);%БПФ
34 bpf=bpfy.*conj(bpfy)/kt;%БПФ
35 %нахождение макс. знач. функции БПФ для массива Y
36 C=max(bpf);
37 for i=1:kt %поиск количества периодов, соответствующих максимуму БПФ
38     if (bpf(i)==C)
39         kpbpf=(i-1);
40         break
41     end
42 end
43 kp_bpf=kpbpf
44
45 %3. СОЗДАНИЕ ЭТАЛОНОВ И КРОССКОРРЕЛЯЦИЯ
46 kp1=kpbpf;
47 seach_area=0.8/kp1;%область поиска относит. kp_bpf
48 for ki=1:3 %количество итераций
49     shagkor=kp1*seach_area/3;%шаг поиска
50     k=0;
51     for j=kp1-kp1*seach_area:shagkor:kp1+kp1*seach_area %цикл для создания 6
52         ↪ эталонов в окрестности приближенного
53         %значения количества периодов, определенных с помощью БПФ.
54         k=k+1;
55         xkor(k)=j;
56         kor(k)=0;
57         for i=1:kt
58             x(i)=0;
```

```

58 end
59 %Вычисление массивов эталонных сигналов
60 for i=1:kt
61 x(i)=sin(2*pi*j*i/kt)*w(i);
62 end
63 %вычисление средних значений модельного и эталонных сигналов
64 x_sr=mean(x);
65 y_sr=mean(y);
66 x_sko=0;
67 y_sko=0;
68 kor1(k)=0; %%начальное значение показателя сравнения
69 %вычисление показателя сравнения модельного и эталонных сигналов
70 for i=1:kt
71 % x_sko=x_sko+(x(i)-x_sr)*(x(i)-x_sr);
72 % y_sko=y_sko+(y(i)-y_sr)*(y(i)-y_sr);
73 % kor(k)=kor(k)+(x(i)-x_sr)*(y(i)-y_sr); %вычисление коэф. ковариации
74 % sxy(i)=abs(x(i)-y(i)); %вычисление модуля разности
75 % kor1(k)=kor1(k)+sxy(i); %вычисление суммы модулей разности
76 %(нормы Минковского)
77 sxy(i)=abs(x(i)+y(i)); %вычисление модуля суммы
78 kor1(k)=kor1(k)+sxy(i); %вычисление суммы модулей суммы
79 %(нормы Поддорогина)
80 end
81 % kor1(k)=kor(k)/(sqrt(x_sko*y_sko)); %вычисление коэф. корреляции
82 end %конец цикла создания эталонов и вычисления массива коэф. корр.
83
84 %СПЛАЙН-АППРОКСИМАЦИЯ И ПЕРЕДИСКРЕТИЗАЦИЯ
85 xx=1:k;
86 xi=1:0.1:k;
87 r1=sin(xx); %только для тестирования сплайн-аппроксимации
88 yint=interp1(xx,kor1,xi,'spline'); % сплайн-аппроксимация коэф корреляции
89 r1=kor1;
90 % apr=spaps(xkor,kor1,0.000001);
91 figure
92 % fnplt(apr)
93 hold on
94 plot(xkor,r1,'ro');
95 hold off
96
97 %НАХОЖДЕНИЕ УТОЧНЕННОГО ЗНАЧЕНИЯ КОЛИЧЕСТВА ПЕРИОДОВ СИГНАЛА
98 cmax=max(yint); %нахождение максимума коэф. корр., ковар., суммы модулей
99     ↪ суммы
100 % cmax=min(yint); %нахождение минимума коэф. Минковского.
101 for i=1:round((k-1)/0.1+1)
102 if (yint(i)==cmax)
103 kp_int=kp1-kp1*seach_area+(i-1)*shagkor/10; %уточненное значение частоты
104     ↪ по MAX функции коэф. корр.
105 end
106 end
107 seach_area=seach_area/2;
108 kp1=kp_int;
109 end
110 res=kp1
111
112 %Нахождение относительной погрешности
113 %Нахождение относительной погрешности для БПФ
114 otnositelnya_pogreshnost_bpf=abs((kp_bpf-kp)/kp)*100
115 %СПЛАЙН-АППРОКСИМАЦИЯ И ПЕРЕДИСКРЕТИЗАЦИЯ
116 %Нахождение относительной погрешности для АКМ:
117 xx=1:k;

```

```

116   otnositelnya_pogreshnostr_akm=abs((kp_int-kp)/kp)*100
117
118   pause;
119   close all;%заккрытие всех окон графического вывода
120   clear;%очистка Workspace

```

#### 1.4.2. Листинг Matlab. lab4\_statistica\_hist.m

```

1   %Программа определения частоты короткого сигнала
2
3   %Для повышения точности определения количества периодов и частоты
4   %короткого сигнала используется комбинация
5   %БПФ, кросскорреляции, сплайн-аппроксимации, передискретизации
6   % и итерационное уточнение количества периодов
7   %Предусмотрена возможность использования в качестве показателя
8   %сравнения исходного и эталонных сигналов коэффициента ковариации,
9   %коэффициента корреляции, суммы модулей разности (нормы Минковского),
10  %суммы модулей суммы (нормы Поддорогина)
11  %Время работы программы при 1024 испытаниях - 1 мин. 20 сек.
12
13  kt=1024; % количество отсчетов
14  shum=0.2 ;%шум
15  kp=4.0;%количество периодов сигнала
16
17  clc;%очистка Command Window
18  for i4=1:1024 %количество испытаний
19  %1. ГЕНЕРАЦИЯ МОДЕЛЬНОГО СИГНАЛА
20  for i=1:kt %обнуление массива сигнала
21  y(i)=0;
22  end
23  %ГЕНЕРАЦИЯ НОРМАЛЬНОГО И БЕЛОГО ШУМА
24  noise=randn(1024);
25  %noise=wgn(kt,1,0);
26  for i=1:kt %генерация модельного сигнала
27  w(i)=exp(-20*((i-kt/2)/kt)^2);
28  y(i)=cos(2*pi*kp*i/kt)*w(i);
29  y(i)=y(i)+shum*noise(i);
30  end
31  i=1:kt; %отображение модельного сигнала во временной области
32
33  %2. ФУНКЦИОНАЛЬНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ (БПФ)
34  bpfy=fft(y,kt);%БПФ
35  bpf=bpfy.*conj(bpfy)/kt;%БПФ
36
37  %нахождение макс. знач. функции БПФ для массива Y
38  C=max(bpf);
39  for i=1:kt %поиск количества периодов, соответствующих максимуму БПФ
40  if (bpf(i)==C)
41  kpbpf=(i-1);
42  break
43  end
44  end
45  kp_bpf=kpbpf;
46  %3. СОЗДАНИЕ ЭТАЛОНОВ И КРОССКОРРЕЛЯЦИЯ
47  kp1=kpbpf;
48  search_area=0.8/kp;%начальная область поиска относит. kp_bpf
49  for i3=1:3 %задание количества итераций
50  shagkor=kp1*search_area/3;%шаг поиска

```

```

51 k=0;
52 for j=kp1-kp1*search_area:shagkor:kp1+kp1*search_area %цикл для создания
    ↳ 6 эталонов в окрестности приближенного
53 %значения количества периодов, определенных с помощью БПФ.
54 k=k+1;
55 xkor(k)=j;
56 kor(k)=0;
57 for i=1:kt
58 x(i)=0;
59 end
60 %Вычисление массивов эталонных сигналов
61 for i=1:kt
62 x(i)=cos(2*pi*j*i/kt)*w(i);
63 end
64 %вычисление средних значений модельного и эталонных сигналов
65 x_sr=mean(x);
66 y_sr=mean(y);
67 x_sko=0;
68 y_sko=0;
69 kor1(k)=0;%%начальное значение показателя близости
70 %вычисление показателя сравнения модельного и эталонных сигналов
71 for i=1:kt
72 x_sko=x_sko+(x(i)-x_sr)*(x(i)-x_sr);
73 y_sko=y_sko+(y(i)-y_sr)*(y(i)-y_sr);
74 % kor(k)=kor(k)+(x(i)-x_sr)*(y(i)-y_sr);%вычисление коэф.ковариации
75 % sxy(i)=abs(x(i)-y(i));%вычисление модуля разности !
76 % sxy(i)= (x(i)-y(i))^2;%вычисление квадрата разности !
77 sxy(i)=abs(x(i)+y(i));%вычисление модуля суммы !
78 kor(k)=kor(k)+sxy(i); %вычисление суммы модулей разности, суммы
79 % квадратов разности, суммы нормы Минковского и Поддорогина !
80 end
81 kor1(k)=kor(k);%вычисление коэф. близости (кроме коэф. корр.)
82 % kor1(k)=kor(k)/(sqrt(x_sko*y_sko));%вычисление коэф. корреляции
83 end %конец цикла создания эталонов и вычисления массива коэф. корр.
84 %СПЛАЙН-ИНТЕРПОЛЯЦИЯ И ПЕРЕДИСКРЕТИЗАЦИЯ
85 xx=1:k;
86 xi=1:0.1:k;
87 yint=interp1(xx,kor1,xi,'spline');% сплайн-аппроксимация коэф корреляции
88 r1=kor;
89 %%apr=csaps(xx,r1);
90 % apr=spaps(xkor,kor,0.00000001);%%%%%%%%%%
91
92 %НАХОЖДЕНИЕ УТОЧНЕННОГО ЗНАЧЕНИЯ КОЛИЧЕСТВА ПЕРИОДОВ СИГНАЛА
93 cmax=max(yint); %нахождение максимума коэф. ковар., коэф. корр., коэф.
    ↳ Поддорогина
94 % cmax=min(yint); %нахождение минимума коэф.Минковского и суммы
    ↳ квадратов разности.
95 for i=1:round((k-1)/0.1+1)
96 if (yint(i)==cmax)
97 kp_int=kp1-kp1*search_area+(i-1)*shagkor/10; %уточненное значение частоты
    ↳ по MAX функции коэф. корр.
98 end
99 end
100 kp1=kp_int;%очередное приближение количества периодов
101 search_area=search_area/2;%сокращение области поиска
102 end %конец цикла по количеству итераций
103 kp2(i4)=kp_int;
104 end %конец цикла стат.испытаний
105 M01=mean(kp2)
106 SK01=std(kp2)

```

```
107 Confidence_interval=2*SK01 %Доверительный интервал погрешности при  
    ↳ доверительной вероятности 0.95  
108 figure;  
109 hist(kp2, 5); %построение гистограммы. 5 - количество столбцов  
110 pause;  
111 close all;  
112 clear;
```