

题目：解方程  $x^3 - 15x - 4 = 0$

解答：设  $x = u + v$ ，带入原式可得  $(u + v)^3 - 15(u + v) - 4 = 0$  .

化简得  $u^3 + v^3 - 4 + (u + v)(3uv - 15) = 0$  .

注意到，满足  $\begin{cases} u^3 + v^3 = 4 \\ uv = 5 \end{cases}$  的  $u, v$  一定是满足要求的.

由上式可以得到  $\begin{cases} u^3 = 2 + \sqrt{-121} \\ v^3 = 2 - \sqrt{-121} \end{cases}$  ,

这意味着  $x = \sqrt[3]{2 + \sqrt{-121}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{-121}}$  是方程的一个根.