

## **Задание 2. Анализ показателей качества СМО и определение ее оптимальных параметров** (концептуальное проектирование системы)

Цель: Моделирование многоканальной системы массового обслуживания (СМО) с очередями. Анализ статистических характеристик СМО, выявление наиболее представительных показателей качества СМО методами корреляционного анализа. Выбор оптимальных значений параметров СМО.

Дано: 1. Многоканальная ( $n$ ) СМО с ограниченной очередью ( $m$ ). Все обслуживающие приборы имеют одинаковые параметры обслуживания. Модель представлена в виде совокупности макросов (заготовка выдается преподавателем), обеспечивающих прогон модели с заданным количеством наблюдений и вычислением по выборке 9 основных показателей функционирования СМО.

2. На вход СМО приходит последовательность из 100 заявок, которые либо поступают на обработку в один из свободных приборов, либо занимают место в очереди (если все приборы заняты), либо покидают систему, если вся ограниченная очередь заполнена.

Найти: 1. Выполнить статистический анализ СМО по выборке из 100 прогонов модели провести корреляционный анализ показателей СМО, на основе которого выбрать пару наиболее независимых и значимых показателей.

2. Оптимизировать параметры СМО на основе минимизации или максимизации одного из двух наиболее значимых показателей.

3. Работу выполнить на одном из языков программирования (Python, C#, Pascal, и т.п. для Windows), предварительно построив Excel-макет.

### Алгоритм выполнения задания:

#### **1. Статистический анализ выходных показателей СМО в режиме имитационного моделирования.**

В работе используется файл-заготовка «ОСА-1\_ (Модель СМО)\_Заготовка\_.xlsm».

1.1. Открыть файл и прочитать комментарий. Нажать кнопку «Перейти на лист «Модель СМО».

1.2. Сгенерировать для своего варианта параметры модели, как равномерно распределенные (см. 1. «Генерация варианта» на скриншоте):

- Скорость (интенсивность) появления клиентов  $\lambda \in [1; 7]$ ;
- Среднее время обслуживания в одном канале  $\mu \in [1; 10]$ ;
- Количество каналов обслуживания  $n \in [1; 12]$ , полученное значение округлить до целого.

Примечание: На листе «Модель СМО» не следует вставлять новые строки или столбцы.

1.3. Нажатием на кнопки «Моделирование (1 прогон)», «Очистка (прогона)», «Диаграмма распределения количества клиентов в очереди» убедиться в работоспособности модели.

1.4. Нажатием на кнопку «Моделирование выборки» сгенерировать выборку, после чего будет открыт лист «Анализ модели», на котором появится выборка из 100 наблюдений.

#### **2. Корреляционный анализ выходных показателей СМО.**

2.1. По выборке 100 наблюдений 9-ти показателей построить матрицу коэффициентов корреляции, заполнив нижний треугольник матрицы (см. скриншоты).

2.2. Выявить группы сильно коррелированных показателей (имеющих абсолютные значения коэффициентов корреляции соответственно:  $>0.9$ ,  $>0.8$ ,  $>0.7$ ).

2.3. Построить графы групп (кластеров) сильно коррелированных показателей для каждого из трех вариантов ( $>0.9$ ,  $>0.8$ ,  $>0.7$ ). В каждой группе сильно коррелированных показателей выбрать одного представителя. Из этих представителей **выбрать два**, имеющих наибольшие значения (по абсолютной величине), для дальнейшего анализа. Определить их направления желательного улучшения (**Max** или **Min**).

#### **3. Регрессионный анализ двух наиболее значимых независимых выходных показателей СМО.**

3.1. Сформировать выборку из 30 наблюдений, варьируя три независимые переменные (аналогично п. 1.2) в соответствии с **Примечанием 1** Задания 1. Таблицу разместить на листе «Модель СМО» (см. на скриншоте: 4. Выборка наблюдений для регрессионного анализа).

3.2. Для каждого из 30 значений входных переменных модели, подставив их в поля параметров модели, выполнить моделирование (нажатием на кнопку «Моделирование (1 прогон)»). Полученные значения пары выходных показателей (например,  $y_4$  и  $y_9$ ) скопировать в соответствующий столбец таблицы выборки.

3.3. Сформированную выборку из 30 наблюдений данных, содержащую три входные переменные ( $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ ) и две выходные (например,  $y_4$ ,  $y_9$ ), скопировать, транспонировав, на лист «Анализ модели» (см. на скриншоте: 5. Регрессионный анализ).

3.4. На листе «Анализ модели» выполнить регрессионный анализ по данным выборки для каждой из выходных переменных (например,  $y_4$ ,  $y_9$ ), используя опцию «Регрессия» надстройки «Анализ данных». Построить *линейную* регрессию и *полную квадратичную* регрессию.

#### 4. Выбор оптимальных параметров СМО.

4.1. По одной из квадратичных моделей найти оптимальные значения входных параметров ( $x_{1\_opt}$ ,  $x_{2\_opt}$ ,  $x_{3\_opt}$ ), минимизировав или максимизировав одну из выходных переменных (например,  $y_9$ ). Для этого воспользоваться надстройкой «Поиск решений» (см. на скриншоте: 6. Оптимизация системы с помощью «Поиска решений» (по показателю  $y_9$ )). Значение второго показателя (например,  $y_4$ ) вычислить для найденных оптимальных значений ( $x_{1\_opt}$ ,  $x_{2\_opt}$ ,  $x_{3\_opt}$ ).

4.2. Построить график, зависимости одной выходной переменной от другой (например,  $y_9(y_4)$ ). На этом же графике *отобразить точку* (например,  $y_4=6,179$ ;  $y_9=0$ ), *соответствующую оптимальному решению*.

#### Из теории.

Плотности распределения потоков заявок и обслуживания ( $\lambda$ ,  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  – параметры распределений):

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad (1) \quad f(\tau_1) = \mu_1 e^{-\mu_1 \tau_1} \quad (2) \quad f(\tau_2) = \mu_2 e^{-\mu_2 \tau_2} \quad (3)$$

Обратные функции для вычисления экспоненциально распределенных случайных интервалов времени ( $r_i$ ,  $r_i^1$ ,  $r_i^2$  – равномерно распределенные на интервале  $[0; 1]$  случайные числа):

$$t_i = \frac{-\ln r_i}{\lambda} \quad (4) \quad \tau_i^1 = \frac{-\ln r_i^1}{\mu_1} \quad (5) \quad \tau_i^2 = \frac{-\ln r_i^2}{\mu_2} \quad (6)$$

#### Основные показатели СМО:

1. Пропускная способность СМО:  $\lambda_{эфф}$ .
2. Среднее время обслуживания заявки:  $T_s$ .
3. Среднее количество занятых каналов:  $N_0$ .
4. Вероятность обслуживания заявки:  $P_{обсл}$ .
5. Вероятность отказа:  $P_{отк}$ .
6. Вероятность занятости хотя бы одного канала:  $P_{зан}^1$ .
7. Вероятность занятости одновременно двух каналов:  $P_{зан}^2$ .
8. Вероятность простоя хотя бы одного канала:  $P_{прост}^1$ .
9. Вероятность простоя двух каналов одновременно:  $P_{прост}^2$ .

#### Параметры и вспомогательные показатели СМО:

$N_{обсл}$  - количество обслуженных заявок;

$T_n$  - продолжительность наблюдения;

$T_{обсл\_i}$  - время обслуживания  $i$ -ой заявки;

$N_{отк}$  - количество отказных заявок;

$N_{зан\_i}$  - количество каналов (приборов), занятых на момент поступления в СМО  $i$ -ой заявки;

$N$  - полное количество заявок, поступивших в СМО;

$$\lambda_{эфф} = \frac{N_{обсл}}{T_n} \quad (7) \quad T_s = \frac{\sum_{i=1}^{N_{обсл}} T_{обсл\_i}}{N_{обсл}} \quad (8) \quad N_0 = \frac{\sum_{i=1}^N N_{зан\_i}}{N} \quad (9)$$

$$P_{обсл} = \frac{N_{обсл}}{N} \quad (10) \quad P_{отк} = \frac{N_{отк}}{N} \quad (11) \quad P_{зан}^1 = \frac{T_{зан}^1}{T_n} \quad (12)$$

$$P_{зан}^2 = \frac{T_{зан}^2}{T_n} \quad (13) \quad P_{прост}^1 = \frac{T_{прост}^1}{T_n} \quad (14) \quad P_{прост}^2 = \frac{T_{прост}^2}{T_n} \quad (15)$$

Материалы к Заданию 1 на Яндекс.Диске:

<https://disk.yandex.ru/d/TYiFXji2yGMI2g>