# Aulas_teste.github.io

Norah Jones

2024-10-02

# Índice

# 1 Introdução: Problemas de interesse

Encontrar soluções de equações não lineares onde não é possível obter uma solução analítica;

Obter integrais que apresentam uma forma complicada que inviabiliza encontrar uma solução analítica;

Gerar artificialmente amostras a partir de modelos estatísticos;

Aplicar a metodologia estudada na resolução de problemas de inferência.

# 2 Introduction

This is a book created from markdown and executable code.

See Knuth (1984) for additional discussion of literate programming.

# Parte I

# Solução Numérica de Equações

## Motivação - O Estimador de Máxima Verossimilhança

No que segue o termo densidade, significa ou uma densidade de probabilidade (caso absolutamente contínuo) ou uma função de probabilidade (caso discreto).

Sejam $X_1, \ldots, X_n \overset{iid}{\sim} f(.|\theta),\ \theta \in \ \Theta$, onde $f(.|\theta)$ é uma densidade, $\theta$ é um parâmetro que desejamos estimar e $\Theta$ é o espaço paramétrico;

Suponha que observamos os valores $x_1, \ldots, x_n$. A função de verossimilhança é definida por:

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i|\theta),\ \theta \in \Theta$$

A função de log-verossimilhança é dada por:

$$l(\theta) = logL(\theta) = \sum_{i=1}^{n} logf(x_i|\theta),\ \theta \ \in \Theta$$

Seja $\hat{\theta} \ \in \Theta$ um valor do parâmetro que maximiza a função de verossimilhança, ou seja, tal que

$$L(\hat{\theta}) \ \geq L(\hat{\theta}),\ \text{para todo}\ \theta \ \in \ \Theta$$

Então dizemos que $\hat{\theta}$ é uma estimativa de máxima verossimilhança de $\theta$.

A interpretação no caso discreto: é mais provável que $\hat{\theta}$ tenha gerado os dados $x_1, \ldots, x_n$

Como $\hat{\theta}$ depende da amostra, escrevemos $\hat{\theta}(x_1, \ldots, x_n)$. Neste caso, $\hat{\theta}(X_1, \ldots, X_n)$ é o estimador de máxima verossimilhança (EMV).

> **Nota**
>
> Para cada amostra observada $\mathbf{x} = \ (x_1, \ldots, x_n)$
> A definição nos diz que $\hat{\theta}(\mathbf{x})$ é um ponto de máximo global. Podemos ter nenhum ou mais de um máximo global
> Suponha que $\Theta$ é um intervalo e que o ponto $\hat{\theta}$ é um ponto interior de $\Theta$ que é ponto de máximo de L, podendo ser um máximo local. Se L tem derivada em $\hat{\theta}$, então $L'(\hat{\theta}) = 0$.
> Ou seja, $\hat{\theta}$ é um ponto estacionário de L (também dizemos $\hat{\theta}$ é um zero da função L'). Este resultado é conhecido no Cálculo como Teorema de Fermat para Pontos Estacionários.
> Ou seja, sob as condições acima, se $\hat{\theta}$ for EMV, então a derivada de L se anula neste ponto. A recíproca pode não ser verdadeira.

Assim, em muitos casos encontrados na prática, encontrar o EMV é um problema relacionado a encontrar soluções em $\theta$ para a equação $L'(\widehat{\theta}) = 0$ ou $l'(\theta) = 0$.

Por exemplo, considere uma amostra aleatória $X_1, \ldots, X_n$ proveniente de uma distribuição $exp(\theta)$. Assim, cada $X_i$ tem densidade de probabilidade.

$$f(x|\theta) = \begin{cases} \theta \exp(-\theta x), & \text{se} \quad x > 0 \\ 0, & \text{se} \quad x \leq 0. \end{cases}$$

O espaço paramétrico é $\Theta = (0, \infty)$. Temos então a seguinte função de log-verassimilhança:

$$\ell(\theta) = n \log \theta - \theta \sum_{i=1}^{n} x_i, \quad \theta > 0,$$

implicando em

$$\ell'(\theta) = n/\theta - \sum_{i=1}^{n} x_i, \quad \theta > 0.$$

A solução da equação $\ell'(\theta) = 0$ é dada por $\widehat{\theta} = n / \sum_{i=1}^{n} x_i$

A função $S(\theta) = \ell'(\theta)$, $\theta \in \Theta$, é denominada função escore. Assim, em geral, encontrar o EMV é equivalente a resolver em $\theta$ a equação $S(\theta) = 0$.

No exemplo acima obtivemos uma solução analítica para esta equação. Mas em algumas situações isto não é possível.

Considere o seguinte exemplo (Bolfarine e Sandoval, 2010): sejam $X_1, \ldots, X_n \overset{iid}{\sim} f(.|\theta)$, onde

# 3 Método da Bisseção

asdajhduahd

# 4 Summary

In summary, this book has no content whatsoever.

# References

Knuth, Donald E. 1984. «Literate Programming». *Comput. J.* 27 (2): 97–111. https://doi.org/10.1093/comjnl/27.2.97.