

Aulas_teste.github.io

Norah Jones

2024-10-02

Índice

1	Introdução: Problemas de interesse	3
2	Introduction	4
I	Solução Numérica de Equações	5
	Motivação - O Estimador de Máxima Verossimilhança	6
3	Método da Bisseção	8
4	Summary	9
	References	10

1 Introdução: Problemas de interesse

Encontrar soluções de equações não lineares onde não é possível obter uma solução analítica;

Obter integrais que apresentam uma forma complicada que inviabiliza encontrar uma solução analítica;

Gerar artificialmente amostras a partir de modelos estatísticos;

Aplicar a metodologia estudada na resolução de problemas de inferência.

2 Introduction

This is a book created from markdown and executable code.

See Knuth (1984) for additional discussion of literate programming.

Parte I

Solução Numérica de Equações

Motivação - O Estimador de Máxima Verossimilhança

No que segue o termo densidade, significa ou uma densidade de probabilidade (caso absolutamente contínuo) ou uma função de probabilidade (caso discreto).

Sejam $X_1, \dots, X_n \stackrel{iid}{\sim} f(\cdot|\theta)$, $\theta \in \Theta$, onde $f(\cdot|\theta)$ é uma densidade, θ é um parâmetro que desejamos estimar e Θ é o espaço paramétrico;

Suponha que observamos os valores x_1, \dots, x_n . A função de verossimilhança é definida por:

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i|\theta), \theta \in \Theta$$

A função de log-verossimilhança é dada por:

$$l(\theta) = \log L(\theta) = \sum_{i=1}^n \log f(x_i|\theta), \theta \in \Theta$$

Seja $\hat{\theta} \in \Theta$ um valor do parâmetro que maximiza a função de verossimilhança, ou seja, tal que

$$L(\hat{\theta}) \geq L(\theta), \text{ para todo } \theta \in \Theta$$

Então dizemos que $\hat{\theta}$ é uma estimativa de máxima verossimilhança de θ .

A interpretação no caso discreto: é mais provável que $\hat{\theta}$ tenha gerado os dados x_1, \dots, x_n

Como $\hat{\theta}$ depende da amostra, escrevemos $\hat{\theta}(x_1, \dots, x_n)$. Neste caso, $\hat{\theta}(X_1, \dots, X_n)$ é o estimador de máxima verossimilhança (EMV).

Nota

Para cada amostra observada $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$

A definição nos diz que $\hat{\theta}(\mathbf{x})$ é um ponto de máximo global. Podemos ter nenhum ou mais de um máximo global

Suponha que Θ é um intervalo e que o ponto $\hat{\theta}$ é um ponto interior de Θ que é ponto de máximo de L , podendo ser um máximo local. Se L tem derivada em $\hat{\theta}$, então $L'(\hat{\theta}) = 0$. Ou seja, $\hat{\theta}$ é um ponto estacionário de L (também dizemos $\hat{\theta}$ é um zero da função L'). Este resultado é conhecido no Cálculo como Teorema de Fermat para Pontos Estacionários.

Ou seja, sob as condições acima, se $\hat{\theta}$ for EMV, então a derivada de L se anula neste ponto. A recíproca pode não ser verdadeira.

Assim, em muitos casos encontrados na prática, encontrar o EMV é um problema relacionado a encontrar soluções em θ para a equação $L'(\hat{\theta}) = 0$ ou $l'(\theta) = 0$.

Por exemplo, considere uma amostra aleatória X_1, \dots, X_n proveniente de uma distribuição $exp(\theta)$. Assim, cada X_i tem densidade de probabilidade.

$$f(x|\theta) = \begin{cases} \theta \exp(-\theta x), & \text{se } x > 0 \\ 0, & \text{se } x \leq 0. \end{cases}$$

3 Método da Bisseção

asdajhduahd

4 Summary

In summary, this book has no content whatsoever.

References

Knuth, Donald E. 1984. «Literate Programming». *Comput. J.* 27 (2): 97–111. <https://doi.org/10.1093/comjnl/27.2.97>.