

# **Repositório Inf. Bayseana**

Daniel Figueira Ferreira

2023-09-01

# Table of contents

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Preface</b>   | <b>3</b>  |
| <b>I Entregas relacionadas as aulas práticas</b>               | <b>4</b>  |
| <b>1 Relatório: Acompanhamento pós COVID-19</b>                | <b>6</b>  |
| <b>2 Indicação de acompanhamento de pacientes pós COVID-19</b> | <b>7</b>  |
| 2.1 Análise descritiva . . . . .                               | 7         |
| 2.2 TC.Inicial . . . . .                                       | 7         |
| 2.3 TC.Final . . . . .   | 7         |
| 2.4 Matriz De Confusão . . . . .                               | 7         |
| 2.5 Quadro do paciente . . . . .                               | 8         |
| 2.6 Análise: Quadro em relação ao Tabagismo . . . . .          | 8         |
| 2.6.1 Hipótese: Tabagismo é um fator de risco ? . . . . .      | 11        |
| 2.7 Análise: Quadro em relação a Gravidade . . . . .           | 12        |
| 2.7.1 Hipótese: A Gravidade é um fator de risco ? . . . . .    | 14        |
| <b>3 Relatório 2: Número de mortes por coice de cavalo</b>     | <b>15</b> |
| 3.1 Introdução . . . . .                                       | 15        |
| 3.2 Objetivos . . . . .  | 15        |
| 3.3 Desenvolvimento . . . . .                                  | 16        |
| <b>References</b>  | <b>20</b> |

# Preface

This is a Quarto book.

To learn more about Quarto books visit <https://quarto.org/docs/books>.

1 + 1

[1] 2

## **Part I**

# **Entregas relacionadas as aulas práticas**

Cada página está relacionada com um relatório entregue.

# **1 Relatório: Acompanhamento pós COVID-19**

## 2 Indicação de acompanhamento de pacientes pós COVID-19

Um projeto submetido ao LabEst teve o objetivo de verificar se há indicação de acompanhamento de pacientes pós Covid-19 em relação a gravidade da tomografia computadorizada de tórax relacionada à função pulmonar, devido à possibilidade da persistência de alterações sequelares pulmonares a partir dos exames.

### 2.1 Análise descritiva

Temos 4 colunas nesses dados, **Tabagismo**, **Gravidade**, **TC.inicial** e **TC.final**.

- Tabagismo: Variável dicotômica indicando se há histórico de tabagismo.
- Gravidade: Variável dicotômica indicando se houveram complicações com o paciente durante a doença, como intubação.
- TC.inicial: variável categórica com a indicação da gravidade diagnosticada via exame de imagem, realizada enquanto o paciente estava com COVID-19.
- TC.final: Variável categórica com a indicação da gravidade diagnosticada via exame de imagem, realizada com pelo menos 60 dias após o término da doença COVID-19.

Vamos analisar os dados para TC.inicial e TC.final.

### 2.2 TC.Inicial

### 2.3 TC.Final

### 2.4 Matriz De Confusão

Table 2.1: Matriz de Confusão

|        | Nenhum | Minimo | Leve | Moderado | Sequela |
|--------|--------|--------|------|----------|---------|
| Nenhum | 6      | 5      | 0    | 0        | 0       |

|          | Nenhum | Minimo | Leve | Moderado | Sequela |
|----------|--------|--------|------|----------|---------|
| Minimo   | 23     | 29     | 0    | 0        | 0       |
| Leve     | 11     | 65     | 9    | 0        | 0       |
| Moderado | 0      | 25     | 23   | 1        | 4       |
| Grave    | 0      | 3      | 0    | 0        | 0       |

Como foi possível ver, temos poucos dados para cada uma das gravidades, nas variáveis categóricas TC.inicial e TC.final, logo foi preciso utilizar um método alternativo para olhar o problema, pois caso contrário não haveria amostras o suficiente para as análises, ficariam imprecisas. A maneira encontrada foi abordar o problema de modo a ter apenas 3 classes para o quadro pulmonar do indivíduo, igual ou estável, melhora e piora. Aqueles que estão na diagonal principal serão vistos como os que mantêm sua condição como Igual ou estável, os que estão abaixo da diagonal principal representam os indivíduos que melhoraram e por fim aqueles acima da diagonal principal representam os que tiveram piora de quadro.

## 2.5 Quadro do paciente

### 2.5.0.0.1 Estimativas pontuais

O valor médio estimado para cada classe foi de:

Table 2.2: Média para o quadro pulmonar do indivíduo.

| Igual     | Melhora   | Piora      |
|-----------|-----------|------------|
| 0.2222224 | 0.7294691 | 0.04830851 |

## 2.6 Análise: Quadro em relação ao Tabagismo

Agora é preciso investigar se dado o histórico de tabagismo da pessoa, o indivíduo será afetado ou não.

### 2.6.0.1 Não fumantes

Table 2.3: Tabela de contigência entre TC.inicial e TC.final

|        | Nenhum | Minimo | Leve | Moderado | Sequela |
|--------|--------|--------|------|----------|---------|
| Nenhum | 6      | 3      | 0    | 0        | 0       |



|          | Nenhum | Minimo | Leve | Moderado | Sequela |
|----------|--------|--------|------|----------|---------|
| Minimo   | 18     | 21     | 0    | 0        | 0       |
| Leve     | 7      | 41     | 6    | 0        | 0       |
| Moderado | 0      | 20     | 17   | 0        | 1       |
| Grave    | 0      | 3      | 0    | 0        | 0       |

### 2.6.0.2 Fumantes

Table 2.4: Tabela de contingência entre TC.inicial e TC.final

|          | Nenhum | Minimo | Leve | Moderado | Sequela |
|----------|--------|--------|------|----------|---------|
| Nenhum   | 0      | 2      | 0    | 0        | 0       |
| Minimo   | 5      | 8      | 0    | 0        | 0       |
| Leve     | 4      | 24     | 3    | 0        | 0       |
| Moderado | 0      | 5      | 6    | 1        | 3       |
| Grave    | 0      | 0      | 0    | 0        | 0       |

[1] 0.943741

### 2.6.0.3 Estimativas

Table 2.5: Resultado para o quadro dos pacientes, sem histórico de tabagismo em porcentagem

|         | Estimativa | Desvio padrão |
|---------|------------|---------------|
| Estável | 23.29      | 3.49          |
| Melhora | 73.29      | 3.65          |
| Piora   | 3.42       | 6.97          |

Table 2.6: Resultados para o quadro dos pacientes, dado o histórico positivo para tabagismo em porcentagem

|         | Estimativa | Desvio padrão |
|---------|------------|---------------|
| Estável | 20.31      | 4.99          |
| Melhora | 70.32      | 5.67          |
| Piora   | 9.38       | 9.98          |

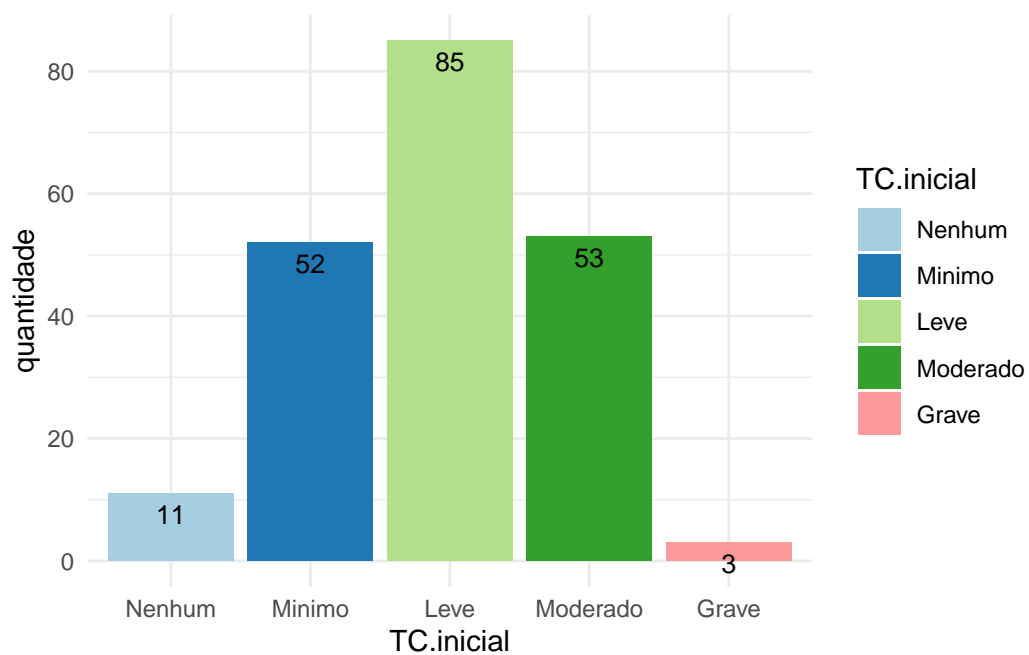


Figure 2.1: Grafico de barras para a variável categórica TC.inicial

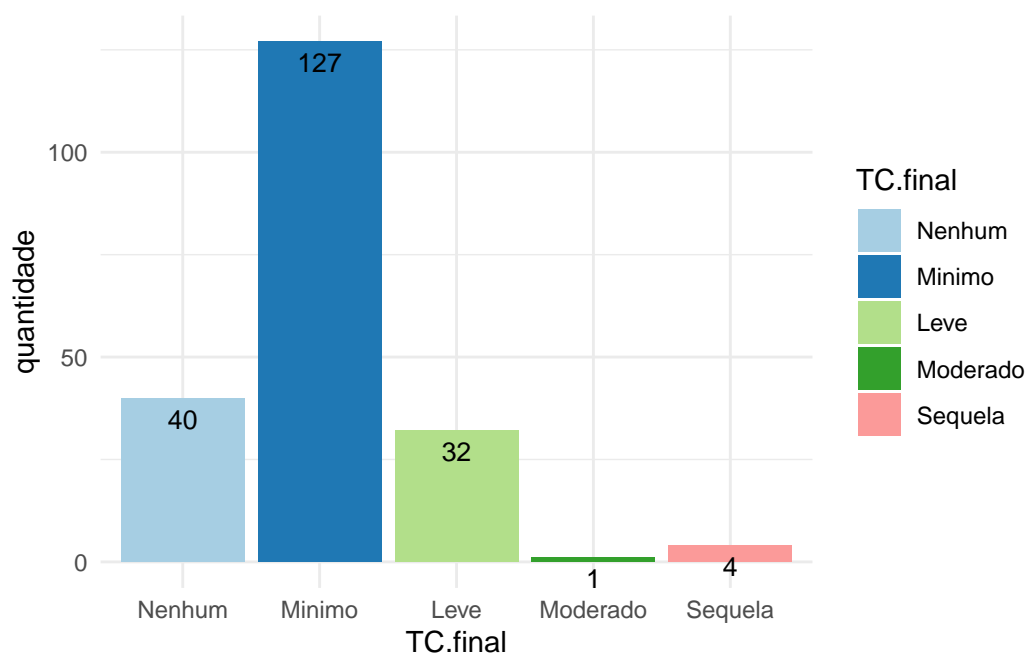


Figure 2.2: Gráfico de barras para a variável categórica TC.final

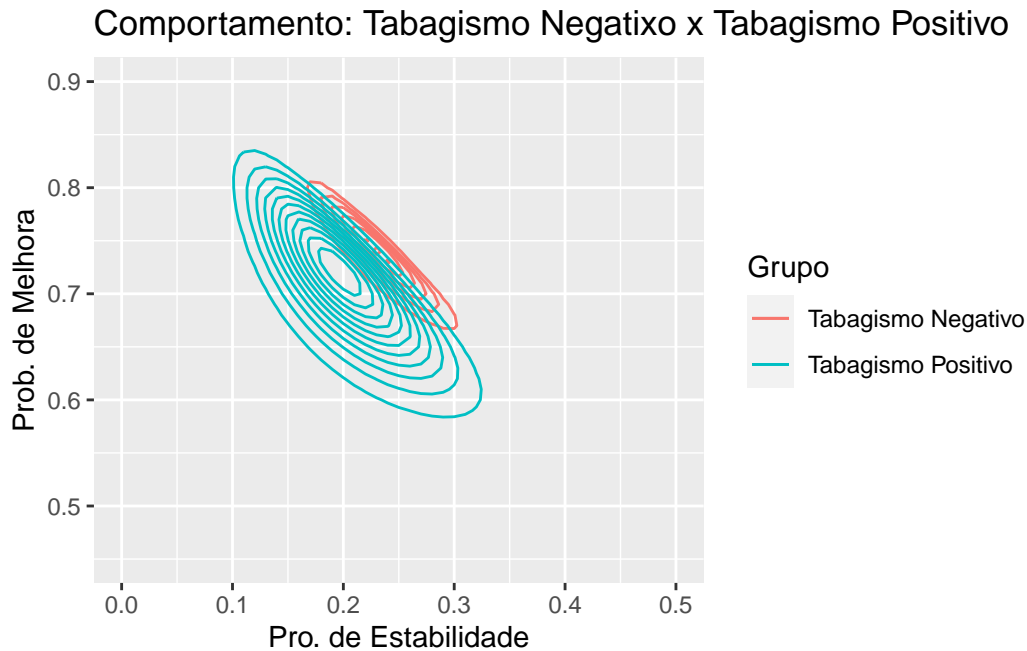


Figure 2.3: Comportamentos de cada grupo por sua devida probabilidade

#### 2.6.0.4 Gráficos

Primeiramente chamamos a atenção, para a seção Estimativas, onde pode-se ver que pessoas sem histórico de tabagismo possuem uma menor tendência de piora no seu quadro pulmonar, enquanto que aqueles que possuem histórico, possuem 3x mais chance de piorarem de quadro. Importante notar também que tanto para melhora quanto para estabilidade, não se tem uma grande diferença, algo que está evidente na seção gráficos.

Utilizando um gráfico, é possível ver que os dados estão bem agrupados, com a diferença que aqueles que possuem histórico de tabagismo possuem uma maior variância. Sendo assim, não é aconselhável o acompanhamento para esses grupos, pois as pessoas tem uma tendência de melhorar, e para ambos os grupos essa tendência é relativamente homogênea.

#### 2.6.1 Hipótese: Tabagismo é um fator de risco ?

Baseado nos dados apresentados, as estimativas dão indícios de que pessoas com histórico de tabagismo possuem um certo grau de piora no seu quadro pulmonar, sendo assim é necessários descobrir, se dado o histórico positivo qual a probabilidade de um indivíduo qualquer, possuir uma piora no seu quadro pulmonar.

*Hipótese : Possui Historico < Não Possui Historico*

Baseado na hipótese acima, o esperado é que os pacientes com o histórico positivo de tabagismo, tenham uma queda pequena na taxa para o quadro estável e o de melhora, ou seja ocorre um crescimento na taxa de piora. A taxa de piora foi apurada como 94% para indivíduos com histórico positivo para tabagismo.

Sendo assim, temos evidências que nos levam a acreditar que o tabagismo é um fator de risco a ser observado, durante a infecção da COVID-19.

## 2.7 Análise: Quadro em relação a Gravidade

Agora checaremos se deve ser aconselhado acompanhamento a pacientes que possuíram complicações durante o período de infecção da COVID-19.

### 2.7.0.1 Sem Gravidade

Table 2.7: Tabela de confusão para pacientes com Gravidade negativa

|          | Nenhum | Minimo | Leve | Moderado | Sequela |
|----------|--------|--------|------|----------|---------|
| Nenhum   | 5      | 2      | 0    | 0        | 0       |
| Minimo   | 21     | 22     | 0    | 0        | 0       |
| Leve     | 6      | 28     | 5    | 0        | 0       |
| Moderado | 0      | 3      | 5    | 0        | 0       |
| Grave    | 0      | 0      | 0    | 0        | 0       |

### 2.7.0.2 Com Gravidade

Table 2.8: Tabela de contingência para pacientes com Gravidade positiva

|          | Nenhum | Minimo | Leve | Moderado | Sequela |
|----------|--------|--------|------|----------|---------|
| Nenhum   | 1      | 3      | 0    | 0        | 0       |
| Minimo   | 2      | 7      | 0    | 0        | 0       |
| Leve     | 5      | 37     | 4    | 0        | 0       |
| Moderado | 0      | 22     | 18   | 1        | 4       |
| Grave    | 0      | 3      | 0    | 0        | 0       |

### 2.7.0.3 Estimativas

Table 2.9: Resultados para o quadro dos pacientes, que tiveram Gravidade como negativa

|         | Estimativa | Desvio padrão |
|---------|------------|---------------|
| Estável | 32.99      | 4.68          |
| Melhora | 63.99      | 4.78          |
| Piora   | 3.01       | 9.35          |

Table 2.10: Resultados para o quadro dos pacientes, que tiveram Gravidade como positiva

|         | Estimativa | Desvio padrão |
|---------|------------|---------------|
| Estável | 12.73      | 3.17          |
| Melhora | 80.00      | 3.80          |
| Piora   | 7.27       | 6.33          |

### 2.7.0.4 Gráfico

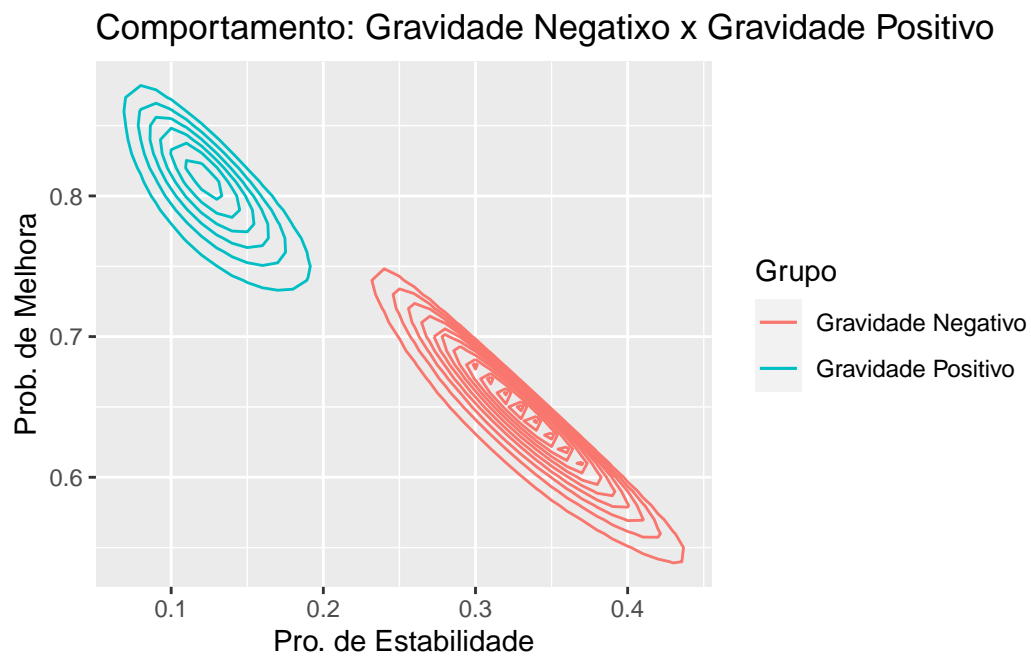


Figure 2.4: Comportamento para cada grupo de acordo com suas probabilidades

Aqui é importante ressaltar que para os grupos de gravidade, cada exame registrado na variável TC.inicial e TC.final, possuem uma diferença de 60 dias, nesse período quem tem uma complicação possui uma maior chance de sair dela, ou seja, deixa a condição estável e passa para a de melhora, poucos serão aqueles que não irão melhorar.

Por essa razão é possível notar uma relação inversa entre a condição estável e a condição melhora, adicionado ao fato que pessoas que estão com Gravidade negativa, possuem uma tendência de continuarem estáveis, por isso uma menor variância é registrada para esse grupo. Sendo assim nos resta chamar atenção a uma taxa de piora de 7% para os que possuem Gravidade positiva, e por fim não aconselhamos o acompanhamento desses pacientes.

### **2.7.1 Hipótese: A Gravidade é um fator de risco ?**

Estimando a partir dos dados, foi possível notar na tabela 9 que possuímos um grau maior de piora nos pacientes entubados. Agora é preciso saber qual a probabilidade de um paciente piorar devido a ocorrência de complicações durante o tratamento da COVID-19, ou seja:

*Hiptese : Com Complicaes < Sem Complicaes*

Essa hipótese se baseia no fato de que, caso o paciente não tenha melhorado, ou se mantido estável, então o indivíduo só pode ter piorado o seu quadro. Logo é possível afirmar que aqueles com registro de complicação possuem 91% de probabilidade de terem uma piora no seu quadro pulmonar, sendo assim temos evidências de que Gravidade é um fator de risco.

## 3 Relatório 2: Número de mortes por coice de cavalo

### 3.1 Introdução

Em seu famoso livro *Lei dos Pequenos Números*, Bortkiewicz (1898) mostra como o número de mortes por coice de cavalo se aproxima do modelo Poisson. Os dados originais foram organizados em uma tabela de dupla entrada, com os anos nas linhas (de 1875 a 1894, compreendendo 20 anos) e os batalhões nas colunas (16 ao todo). Os dados que iremos analisar (`HorseKicks`, do pacote `vcd`) foram compilados por Fisher (1925), considerando dez batalhões com o mesmo tipo de organização. Cada cela da tabela (batalhão-ano) é considerada uma realização de uma variável aleatória, o que implica em uma amostra de tamanho 200.

Table 3.1: Frequência de morte por coice de cavalo

| n_deaths   | 0   | 1  | 2  | 3 | 4 |
|------------|-----|----|----|---|---|
| frequencia | 109 | 65 | 22 | 3 | 1 |

### 3.2 Objetivos

Para este relatório os seguintes pontos devem ser realizados.

1. Mostrar que a priori  $Gama(a, b)$  é conjugada para o modelo  $Poisson(\lambda)$ .
2. Escolher valores razoáveis para  $a$  e  $b$  de modo a ter uma priori vaga.
3. Encontrar uma estimativa pontual e intervalar para  $\lambda$
4. Realizar uma análise comparando as frequências relativas simuladas a partir da preditiva a posteriori com as frequências da amostra original.
5. Encontrar a priori de Jeffreys, mostrar que a posteriori é própria e repetir os passos anteriores.

### 3.3 Desenvolvimento

1. Mostrar que a priori  $Gama(a, b)$  é conjugada para o modelo  $Poisson(\lambda)$ .

Para isso, provamos que a poisson pertence a família exponencial, onde assume a forma  $L(\lambda) = \frac{1}{\prod x!} e^{-\lambda n} e^{\sum x \log \lambda}$ . Onde obtemos os membros que compõem a família exponencial:

$$\begin{aligned} h(x) &= \frac{1}{\prod x} \\ a(\lambda) &= e^{\lambda n} \\ w(\lambda) &= \log \lambda \\ T(x) &= \sum x \end{aligned} \tag{3.1}$$

Sendo assim provamos que a poisson pertence a família exponencial.

Deixando a verossimilhança apenas em função de  $\lambda$  ficamos com  $L(\lambda) \propto \lambda^{\sum x_i} e^{-\lambda n}$ , essa que por sua vez possui um núcleo semelhante ao da  $\lambda \sim Gama(a, b)$  que é dado abaixo por:

$$f(\lambda) \propto \lambda^{a-1} e^{-b\lambda}$$

Logo provamos que o modelo conjugado da Poisson é a Gama, e que resulta na posteriori:

$$\lambda|x \sim Gama(a + \sum x_i, b + n)$$

O  $\sum x$  corresponde ao numero de pessoas que vieram a falecer, e o somatório da multiplicação entre a quantidade de ocorrências pelo seu nDeaths é o resultado para a estatística suficiente.

---

2. Escolher valores razoáveis para a e b de modo a ter uma priori vaga.

Os valores escolhidos foram  $a = 0.001$  e  $b = 0.001$ .

$$\lambda \sim Gama(a, b)$$

Média e variância para a priori:

$$\begin{aligned} E(\lambda) &= \frac{a}{b} = \frac{0.001}{0.001} = 1 \\ Var(\lambda) &= \frac{a}{b^2} = \frac{0.001}{0.001^2} = 1000 \end{aligned} \tag{3.2}$$



---

3. Encontrar uma estimativa pontual e intervalar para  $\lambda$  a posteriori.

A estimativa pontual para  $\lambda$  é:

$$\begin{aligned} E(\lambda|x) &= \frac{\alpha}{\beta} = \frac{a + \sum x_i}{b + n} = \frac{122.001}{200.001} = 0.6100019 \\ Var(\lambda|x) &= \frac{\alpha}{\beta^2} = \frac{a + \sum x_i}{(b + n)^2} = \frac{122.001}{200.001^2} = 0.003049994 \end{aligned} \quad (3.3)$$

Intervalo de Credibilidade:

Table 3.2: Intervalo de Credibilidade para lambda

| 2.5%      | 97.5%     |
|-----------|-----------|
| 0.5065702 | 0.7228996 |

---

4. Realizar uma análise comparando as frequências relativas simuladas a partir da preditiva a posteriori com as frequências da amostra original.

Pelo gráfico é possível ver que as frequências relativas registradas pela simulação estão de acordo com as frequências obtidas da amostra original, sendo assim podemos dizer que a poisson é um modelo adequado.

---

5. Encontrar a priori de Jeffreys, mostrar que a posteriori é própria e repetir os passos anteriores. A posteriori encontrada foi

A priori de Jeffreys obtida para a poisson foi:

$$f(\lambda) = \lambda^{-1/2}$$

Para a posteriori ficamos com:

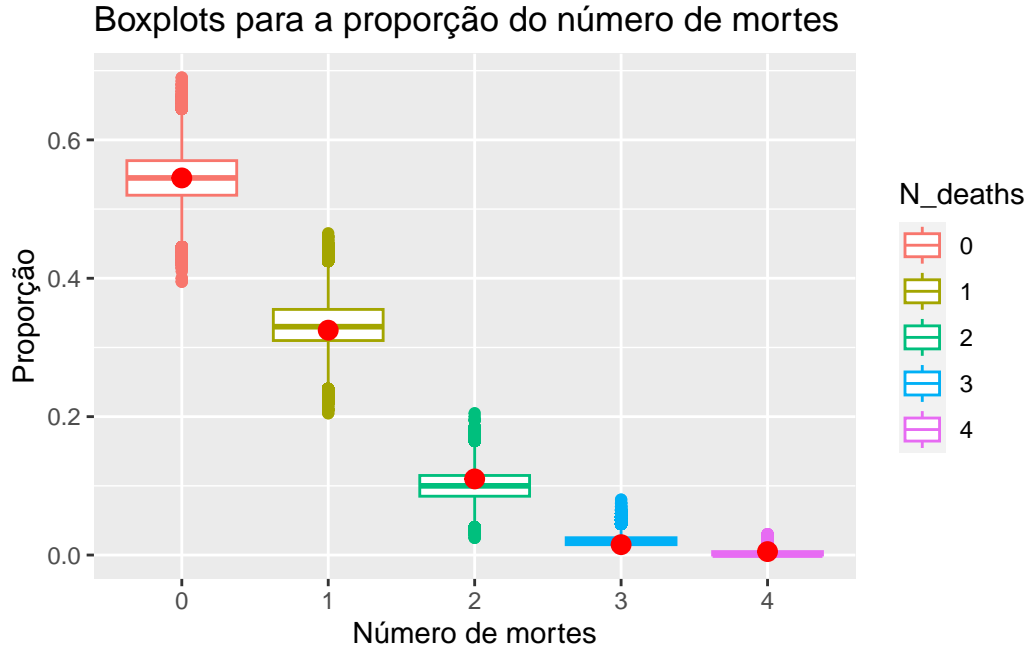


Figure 3.1: Boxplots para a proporção do número de mortes por coice de cavalo

$$\begin{aligned}
 f(\lambda) &= \frac{L(\lambda)f(\lambda)}{f(x)} \\
 &\propto L(\lambda)f(\lambda) \\
 &= \frac{e^{-\lambda n} \lambda^{\sum x_i}}{\prod x_i} \lambda^{-\frac{1}{2}} \\
 &\propto \lambda^{\sum x_i + \frac{1}{2} - 1} e^{-\lambda n}
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

Logo, a partir de uma priori imprópria, obtivemos uma posteriori própria com distribuição  $Gama(\sum x_i + 0.5, n)$ .

Estimativa pontual para  $\lambda$ :

$$\begin{aligned}
 E(\lambda|x) &= \frac{\alpha}{\beta} = \frac{0.5 + \sum x_i}{n} = \frac{122.5}{200} = 0.6125 \\
 Var(\lambda|x) &= \frac{\alpha}{\beta^2} = \frac{0.5 + \sum x_i}{n^2} = \frac{122.5}{200^2} = 0.0030625
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Intervalo de Credibilidade:

Table 3.3: Intervalo de credibilidade para lambda com priori de Jeffrey

| 2.5%      | 97.5%     |
|-----------|-----------|
| 0.5088464 | 0.7256196 |

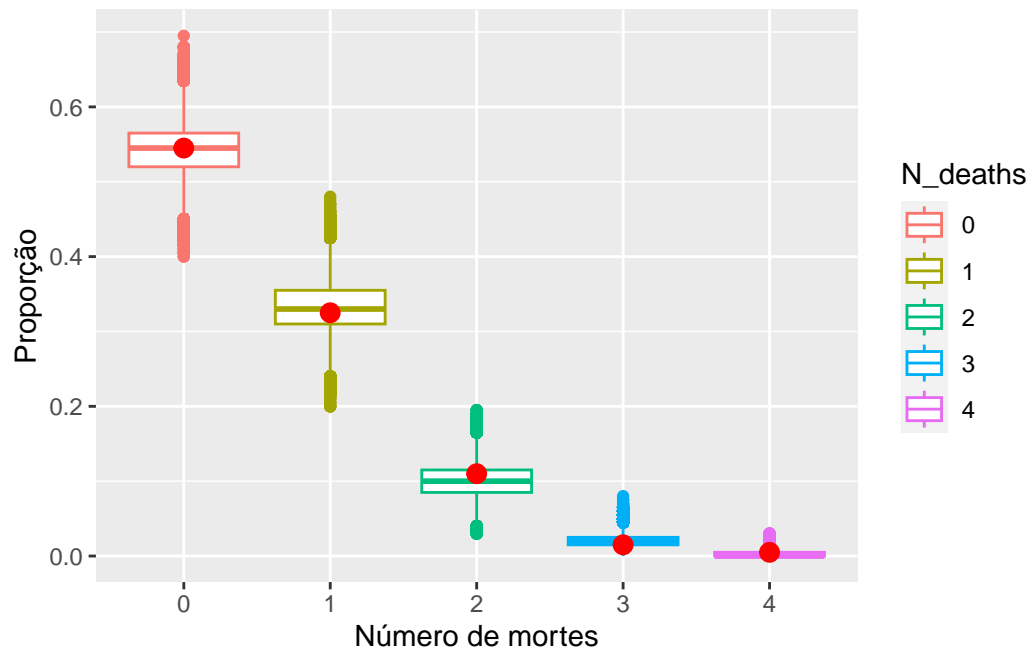


Figure 3.2: Boxplots para a proporção do número de mortes por coice de cavalo

Novamente é possível ver que o modelo poisson é adequado para os dados.

## References