

Análise e Transformação de Dados

Ficha Prática nº 5

Objetivo: Pretende-se analisar as propriedades de sistemas lineares e invariantes no tempo (SLITs) em tempo discreto, usando a Transformada de Z, e determinar e representar a sua resposta a determinados sinais de entrada e a sua resposta em frequência.

Linguagem de Programação:

- MATLAB (*Symbolic Math, Signal Processing, Control System Toolboxes*)
- Python (*módulos: numpy, sympy, random, scipy.signal, control, matplotlib.pyplot*)

Exercícios:

1. Considerar o sistema linear e invariante no tempo (SLIT) caracterizado pela seguinte equação de diferenças:

$$y[n] = b_0x[n] + b_1x[n-1] + b_2x[n-2] + b_3x[n-3] + b_4x[n-4] - a_1y[n-1] - a_2y[n-2], \text{ em que:}$$

$$b_0 = 0, \quad b_1 = 0, \quad b_2 = 0, \quad b_3 = 0.3, \quad b_4 = -0.18, \quad a_1 = -1.5, \quad a_2 = 0.56$$

- 1.1. Determinar a expressão da função de transferência do sistema, $G(z)$.
- 1.2. Calcular os pólos e os zeros do sistema e apresentar a sua localização no plano z.
- 1.3. Verificar, justificadamente, a estabilidade do sistema.
- 1.4. Obter o ganho do sistema em regime estacionário.
- 1.5. Determinar a expressão da resposta a impulso do sistema, $h[n]$, com condições iniciais nulas. Para determinar a expressão de $h[n]$, pode usar a função de cálculo simbólico *iztrans*, que recebendo a expressão de $H(z)$ obtém a expressão de $h[n]$ válida para $n \geq 0$, ou expandindo $H(z)$ em frações parciais (por exemplo com o apoio da função numérica *residuez*) e calculando $h[n]$ pela transformada inversa de Z de cada parcela, sabendo que:

$$\begin{aligned} Z^{-1} \left\{ \frac{r_1 z^{-m}}{1 - p_1 z^{-1}} \right\} &= r_1 p_1^{n-m} u[n-m] = (r_1 p_1^{-m}) p_1^n u[n-m] = \\ &= -(r_1 p_1^{-m}) \delta[n] - (r_1 p_1^{-m}) p_1 \delta[n-1] - \dots - (r_1 p_1^{-m}) p_1^{m-1} \delta[n-m+1] + (r_1 p_1^{-m}) p_1^n u[n] = \\ &= -(r_1 p_1^{-m}) \delta[n] - (r_1 p_1^{-m+1}) \delta[n-1] - \dots - (r_1 p_1^{-1}) \delta[n-m+1] + (r_1 p_1^{-m}) p_1^n u[n] \end{aligned}$$

- 1.6. Representar graficamente $h[n]$ para $0 \leq n \leq 50$, usando a função *stem*. Comparar o resultado com a saída do sistema obtida através da função *dimpulse*.
- 1.7. Com base na resposta a impulso do sistema, $h[n]$, verificar se o sistema é estável e causal.
- 1.8. Determinar a expressão da resposta a degrau unitário do sistema, $y[n]$.
- 1.9. Representar graficamente $y[n]$ para $0 \leq n \leq 50$, usando a função *stairs*. Comparar o resultado com a saída do sistema obtida através da função *dstep*.

- 1.10. Aplicar o Teorema do Valor Final para determinar o valor de $\lim_{n \rightarrow \infty} y[n]$ para a entrada em degrau unitário. Comparar com o valor do ganho do sistema em regime estacionário.
- 1.11. Determinar e representar graficamente a resposta do sistema (usando, por exemplo, a função *dlsim*) à entrada $x[n] = 3(u[n - 2] - u[n - 10])$ para $0 \leq n \leq 50$.
- 1.12. Obter e representar graficamente (amplitude em dB e fase em graus, recorrendo à função *unwrap* para evitar eventuais saltos na sequência de valores da fase) a resposta em frequência do sistema, $H(\Omega)$, para Ω entre 0 e π rad (com 100 elementos). Os gráficos da amplitude, $|H(\Omega)|$, e da fase, $\angle H(\Omega)$, devem ser representados separadamente numa mesma figura, considerando a frequência normalizada. Comparar com a resposta em frequência do sistema, $H(\Omega)$, obtida com a função *freqz*.
- 1.13. Determinar o valor de $H(0)$ e comparar com o valor do ganho do sistema em regime estacionário (pode usar a função *ddcgain*).
- 1.14. Determinar e representar graficamente a resposta do sistema a uma entrada $x[n] = 2 \sin[0.1\pi n]$, com base em $H(\Omega)$, para $0 \leq n \leq 50$. Comparar o resultado com a saída do sistema obtida através da função *dlsim*.