

Análise e Transformação de Dados

Ficha Prática nº 8

Objetivo: Pretende-se usar a Transformada de Fourier Discreta (DFT) para ilustrar os conceitos de frequência em sinais áudio e em imagens e para efetuar a sua análise no tempo e na frequência, usando a Transformada de Fourier em Janelas (STFT) de dimensão fixa.

Linguagem de Programação:

- MATLAB (*Symbolic Math, Signal Processing Toolboxes*)
- Python (*módulos: numpy, sympy, scipy.signal, scipy.io.wavfile, matplotlib.pyplot*)

Exercícios:

1. Considerar o sinal de áudio do ficheiro ‘**escala.wav**’.
 - 1.1 Ler e escutar o sinal áudio, utilizando, por exemplo, as funções **audioread** e **sound**.
 - 1.2 Indicar a frequência de amostragem (f_s), o período fundamental (N) e a frequência fundamental (Ω_0) do sinal de tempo discreto $x[n]$ e a resolução em frequência (em Hz).
 - 1.3 Obter e representar o espectro (magnitude) de $x[n]$, usando as funções **fft**, **fftshift** e **abs**.
 - 1.4 Identificar as frequências angulares (Ω em rad) e as frequências (f em Hz) mais relevantes do sinal (considerar as frequências cujas componentes têm magnitude superior a, por exemplo, 20% do valor máximo).
 - 1.5 Determinar as notas musicais associadas às frequências mais relevantes do sinal, considerando a seguinte tabela:

Dó	Dó _{sust.}	Ré	Ré _{sust.}	Mi	Fá	Fá _{sust.}	Sol	Sol _{sust.}	Lá	Lá _{sust.}	Si	Dó
262Hz	277Hz	294Hz	311Hz	330Hz	349Hz	370Hz	392Hz	415Hz	440Hz	466Hz	494Hz	523Hz

- 1.6 Repetir o exercício para outro sinal de áudio como, por exemplo, o ‘**sax-phrase-short.wav**’.
2. O processamento de imagens usando a Transformada de Fourier Discreta (DFT) possibilita a análise computacional de imagens, a filtragem de imagens, a extração de características, a compressão / reconstrução de imagens, etc. A aplicação da DFT permite decompor uma imagem nas suas componentes sinusoidais, aceitando como entrada uma imagem definida no domínio do espaço real, produzindo como saída uma imagem definida no domínio das frequências espaciais. Um ponto na imagem de saída corresponde a uma frequência na imagem de entrada. Por exemplo, o pixel no centro geométrico da imagem de saída corresponde à componente DC da imagem. Quando os restantes pixéis são percorridos do centro para a periferia, obtêm-se valores crescentes de frequências na imagem de entrada. Considerar a imagem do ficheiro ‘**peppers.bmp**’.
 - 2.1 Ler a imagem usando a função **imread**.
 - 2.2 Representar a imagem original, usando a função **imshow**.
 - 2.3 Obter as componentes de frequência da imagem usando as funções **fft2** e **fftshift** e representar graficamente a sua magnitude em função do domínio definido em termos das dimensões (entre $-N/2$ e $N/2$) da imagem (considere a função **mesh** e $20 \cdot \log_{10}(\text{abs}(\quad))$). Caracterizar a magnitude do espectro da imagem e obter a cor média da imagem (vetor do mapa de cores correspondente à componente DC da imagem ou à frequência zero).

3. Para efetuar a análise de sinais simultaneamente no tempo e na frequência pode recorrer-se à Transformada de Fourier em Janelas (STFT – *Short Time Fourier Transform*).
 - 3.1 Ler o sinal áudio do ficheiro ‘**escala.wav**’ e determinar a frequência mais relevante em sucessivas janelas temporais com duração e sobreposição apropriadas (por exemplo, duração: 128ms e sobreposição: 64ms). Em cada janela, determinar a magnitude do espectro recorrendo a uma janela de *Hamming* (função **hamming**) e seleccionar a frequência fundamental como sendo a frequência mais relevante (valor da DFT com maior amplitude).
 - 3.2 Indicar a resolução em frequência em cada janela e representar graficamente a sucessão temporal de frequências mais relevantes do sinal, em função da frequência f em Hz.
 - 3.3 Comparar o resultado com o espectrograma obtido com a função **spectrogram**.
 - 3.4 Determinar a sequência de notas musicais associadas a essas frequências do sinal.

Nota sobre o Exercício 1:

A tabela apresentada no enunciado do exercício corresponde a uma parte do conjunto de todas as notas musicais. Os sons audíveis pelos humanos correspondem, usualmente, a frequências compreendidas entre 20Hz e 20KHz. Estando as notas musicais organizadas por oitavas, as suas frequências tomam o valor do dobro da frequência das notas uma oitava acima e reduzem a metade quando estão uma oitava abaixo. Na figura seguinte apresenta-se um conjunto mais alargado de notas musicais e respetivas frequências (com os valores mais exatos), sendo as notas correspondentes às teclas pretas os sustenidos.

