



PROGRAMAS DE ESTUDIO 2011 GUÍA PARA EL MAESTRO

Educación Básica Secundaria

Matemáticas

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA Emilio Chuayffet Chemor

SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN BÁSICA Alba Martínez Olivé

DIRECCIÓN GENERAL DE DESARROLLO CURRICULAR Hugo Balbuena Corro

DIRECCIÓN GENERAL DE MATERIALES E INFORMÁTICA EDUCATIVA Ignacio Villagordoa Mesa

DIRECCIÓN GENERAL DE DESARROLLO DE LA GESTIÓN E INNOVACIÓN EDUCATIVA Germán Cervantes Ayala

DIRECCIÓN GENERAL DE EDUCACIÓN INDÍGENA Rosalinda Morales Garza

DIRECCIÓN GENERAL DE FORMACIÓN CONTINUA DE MAESTROS EN SERVICIO Francisco Deceano Osorio

PROGRAMAS DE ESTUDIO 2011 GUÍA PARA EL MAESTRO

Educación Básica Secundaria

Matemáticas

Programas de estudio 2011. Guía para el Maestro. Educación Básica. Secundaria. Matemáticas fue elaborado por personal académico de la Dirección General de Desarrollo Curricular (DGDC) y de la Dirección General de Formación Continua de Maestros en Servicio (DGFCMS), que pertenecen a la Subsecretaría de Educación Básica de la Secretaría de Educación Pública.

La Secretaría de Educación Pública agradece la participación, en la elaboración de este documento, de las maestras y los maestros de educación secundaria, especial e indígena, los directivos, los coordinadores estatales de Asesoría y Seguimiento, los responsables de Educación Especial, los responsables de Educación Indígena, y el personal técnico y de apoyo de las entidades federativas, así como las aportaciones de académicos y especialistas de instituciones educativas nacionales y de otros países.

PROGRAMAS DE ESTUDIO 2011

COORDINACIÓN GENERAL DGDC Hugo Balbuena Corro

COORDINACIÓN ACADÉMICA María Guadalupe Fuentes Cardona

RESPONSABLE DE CONTENIDOS

Hugo Balbuena Corro

REVISIÓN TÉCNICO-PEDAGÓGICA Enrique Morales Espinosa, Rosa María Nicolás Mora y Natividad Rojas Velázquez

COORDINACIÓN EDITORIAL Gisela L. Galicia

CUIDADO DE LA EDICIÓN Juan Ramón Ariza Rodríguez

COORDINACIÓN DE DISEÑO Marisol G. Martínez Fernández

CORRECCIÓN DE ESTILO Sonia Ramírez Fortiz y Alejandro Piombo Herrera

DISEÑO DE INTERIORES Marisol G. Martínez Fernández

FORMACIÓN Mauro Fco. Hernández Luna

GUÍA PARA EL MAESTRO

COORDINACIÓN GENERAL DGFCMS Lino Cárdenas Sandoval

COORDINACIÓN ACADÉMICA Jesús Pólito Olvera y Adriana Goretty López Gamboa

RESPONSABLES DE CONTENIDOS Rosa María Farfán Márquez, Gisela Montiel Espinosa y Gabriela Buendía Ábalos

COLABORADORES

Daniela Reyes Gasperini, Rubén Alejandro Gutiérrez Adrián, Adriana Moreno Valdez, Claudia Yahaira Balam Güemez y Rebeca Flores García

COORDINACIÓN DE DISEÑO Mario Enrique Valdes Castillo

CORRECCIÓN DE ESTILO María del Socorro Martínez Cervantes

DISEÑO DE FORROS E INTERIORES Mario Enrique Valdes Castillo

FORMACIÓN

Edith Galicia De la Rosa y Abel Martínez Hernández

PRIMARA EDICIÓN ELECTRÓNICA, 2011 SEGUNDA EDICIÓN ELECTRÓNICA, 2013

D. R. © Secretaría de Educación Pública, 2011, Argentina 28, Centro, C. P. 06020, Cuauhtémoc, México, D. F.

ISBN: 978-607-467-350-0

Hecho en México MATERIAL GRATUITO/Prohibida su venta

ÍNDICE

Presentación	7
PROGRAMAS DE ESTUDIO 2011	
Introducción	11
Propósitos	13
Estándares de Matemáticas	15
Enfoque didáctico	19
Organización de los aprendizajes	25
Primer grado	29
Segundo grado	37
Tercer grado	45

GUÍA PARA EL MAESTRO

Bib	iografía	150
	Tercer grado	141
	Segundo grado	121
	Primer grado	101
VI.	Orientaciones pedagógicas y didácticas	97
V.	Evaluación	91
IV.	Desarrollo de Habilidades Digitales	85
III.	Organización de ambientes de aprendizaje	81
11.	Planificación	79
I.	Enfoque del campo de formación	73
Intr	oducción	55



Presentación

a Secretaría de Educación Pública, en el marco de la Reforma Integral de la Educación Básica (RIEB), pone en las manos de maestras y maestros los *Programas* de estudio 2011. Guía para el Maestro. Educación Básica. Secundaria. Matemáticas.

Un pilar de la Articulación de la Educación Básica es la RIEB, que es congruente con las características, los fines y los propósitos de la educación y del Sistema Educativo Nacional establecidos en los artículos Primero, Segundo y Tercero de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos y en la Ley General de Educación. Esto se expresa en el Plan de estudios, los programas y las guías para los maestros de los niveles de preescolar, primaria y secundaria.*

La Articulación de la Educación Básica se centra en los procesos de aprendizaje de las alumnas y los alumnos, al atender sus necesidades específicas para que mejoren las competencias que permitan su desarrollo personal.

Los Programas de estudio 2011 contienen los propósitos, enfoques, Estándares Curriculares y aprendizajes esperados, manteniendo su pertinencia, gradualidad y coherencia de sus contenidos, así como el enfoque inclusivo y plural que favorece el conocimiento y

^{*} En los programas de estudio 2011 y las guías para las educadoras, las maestras y los maestros de educación preescolar, primaria y secundaria, la Secretaría de Educación Pública emplea los términos: niño(s), adolescentes, jóvenes, alumno(s), educadora(s), maestro(s) y docente(s), aludiendo a ambos géneros, con la finalidad de facilitar la lectura. Sin embargo, este criterio editorial no demerita los compromisos que la SEP asume en cada una de las acciones y los planteamientos curriculares encaminados a consolidar la equidad de género.



aprecio de la diversidad cultural y lingüística de México; además, se centran en el desarrollo de competencias con el fin de que cada estudiante pueda desenvolverse en una sociedad que le demanda nuevos desempeños para relacionarse en un marco de pluralidad y democracia, y en un mundo global e interdependiente.

La Guía para maestras y maestros se constituye como un referente que permite apoyar su práctica en el aula, que motiva la esencia del ser docente por su creatividad y búsqueda de alternativas situadas en el aprendizaje de sus estudiantes.

La SEP tiene la certeza de que los *Programas de estudio 2011. Guía para el Maestro. Educación Básica. Secundaria. Matemáticas* será de utilidad para orientar el trabajo en el aula de las maestras y los maestros de México, quienes a partir del trabajo colaborativo, el intercambio de experiencias docentes y el impacto en el logro educativo de sus alumnos enriquecerán este documento, y permitirá realizar un autodiagnóstico que apoye y promueva las necesidades para la profesionalización docente.

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



Programas de estudio 2011

Secundaria Matemáticas



INTRODUCCIÓN

a Reforma Integral de la Educación Básica (RIEB) presenta áreas de oportunidad que es importante identificar y aprovechar, para dar sentido a los esfuerzos acumulados y encauzar positivamente el ánimo de cambio y de mejora continua con el que convergen en la educación las maestras y los maestros, las madres y los padres de familia, las y los estudiantes, y una comunidad académica y social realmente interesada en la Educación Básica.

Con el propósito de consolidar una ruta propia y pertinente para reformar la Educación Básica de nuestro país, durante la presente administración federal se ha desarrollado una política pública orientada a elevar la calidad educativa, que favorece la articulación en el diseño y desarrollo del currículo para la formación de los alumnos de preescolar, primaria y secundaria; coloca en el centro del acto educativo al alumno, el logro de los aprendizajes, los Estándares Curriculares establecidos por periodos escolares, y favorece el desarrollo de competencias que le permitirán alcanzar el perfil de egreso de la Educación Básica.

La RIEB culmina un ciclo de reformas curriculares en cada uno de los tres niveles que integran la Educación Básica, que se inició en 2004 con la Reforma de Educación Preescolar, continuó en 2006 con la de Educación Secundaria y en 2009 con la de Educación Primaria, y consolida este proceso aportando una propuesta formativa pertinente, significativa, congruente, orientada al desarrollo de competencias y centrada en el aprendizaje de las y los estudiantes.



La Reforma de la Educación Secundaria se sustenta en numerosas acciones, entre ellas: consultas con diversos actores, publicación de materiales, foros, encuentros, talleres, reuniones nacionales, y seguimiento a las escuelas; se inició en el ciclo escolar 2004-2005, con la etapa de prueba en aula en 127 escuelas secundarias, de las cuales se obtuvieron opiniones y sugerencias que permitieron fortalecer los programas.

La consolidación de la Reforma en Educación Secundaria ha planteado grandes desafíos a los docentes y al personal directivo. El avance en este proceso de cambio –y tomando en cuenta las opiniones y sugerencias del personal docente y directivo, derivadas de su experiencia al aplicar los programas de estudio 2006– requirió introducir modificaciones específicas para contar hoy día con un currículo actualizado, congruente, relevante, pertinente y articulado en relación con los niveles que le anteceden (preescolar y primaria), sin alterar sus postulados y características esenciales; en este sentido, al proceso se le da continuidad.

La acción de los docentes es un factor clave, porque son quienes generan ambientes propicios para el aprendizaje, plantean situaciones didácticas y buscan motivos diversos para despertar el interés de los alumnos e involucrarlos en actividades que les permitan avanzar en el desarrollo de sus competencias.

La RIEB reconoce, como punto de partida, una proyección de lo que es el país hacia lo que queremos que sea, mediante el esfuerzo educativo, y asume que la Educación Básica sienta las bases de lo que los mexicanos buscamos entregar a nuestros hijos: no cualquier México, sino el mejor posible.

La Secretaría de Educación Pública valora la participación de docentes, directivos, asesores técnico-pedagógicos, madres y padres de familia, y toda la sociedad, en el desarrollo del proceso educativo, por lo que les invita a ponderar y respaldar los aportes de los Programas de estudio 2011 de Educación Secundaria en el desarrollo de las niñas, los niños y los adolescentes de nuestro país.



Propósitos

Propósitos del estudio de las Matemáticas para la Educación Básica

Mediante el estudio de las Matemáticas en Educación Básica se pretende que los niños y los adolescentes:

- Desarrollen formas de pensar que les permitan formular conjeturas y procedimientos para resolver problemas, y elaborar explicaciones para ciertos hechos numéricos o geométricos.
- Utilicen diferentes técnicas o recursos para hacer más eficientes los procedimientos de resolución.
- Muestren disposición para el estudio de la matemática y para el trabajo autónomo y colaborativo.



Propósitos del estudio de las Matemáticas para la educación secundaria

En esta fase de su educación, como resultado del estudio de las Matemáticas, se espera que los alumnos:

- Utilicen el cálculo mental, la estimación de resultados o las operaciones escritas con números enteros, fraccionarios o decimales, para resolver problemas aditivos y multiplicativos.
- Modelen y resuelvan problemas que impliquen el uso de ecuaciones hasta de segundo grado, de funciones lineales o de expresiones generales que definen patrones.
- Justifiquen las propiedades de rectas, segmentos, ángulos, triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares e irregulares, círculo, prismas, pirámides, cono, cilindro y esfera.
- Utilicen el teorema de Pitágoras, los criterios de congruencia y semejanza, las razones trigonométricas y el teorema de Tales, al resolver problemas.
- Justifiquen y usen las fórmulas para calcular perímetros, áreas y volúmenes de diferentes figuras y cuerpos, y expresen e interpreten medidas con distintos tipos de unidad.
- Emprendan procesos de búsqueda, organización, análisis e interpretación de datos contenidos en tablas o gráficas de diferentes tipos, para comunicar información que responda a preguntas planteadas por ellos mismos u otros. Elijan la forma de organización y representación (tabular o gráfica) más adecuada para comunicar información matemática.
- Identifiquen conjuntos de cantidades que varían o no proporcionalmente, y calculen valores faltantes y porcentajes utilizando números naturales y fraccionarios como factores de proporcionalidad.
- Calculen la probabilidad de experimentos aleatorios simples, mutuamente excluventes e independientes.



ESTÁNDARES DE MATEMÁTICAS

Los Estándares Curriculares de Matemáticas presentan la visión de una población que sabe utilizar los conocimientos matemáticos. Comprenden el conjunto de aprendizajes que se espera de los alumnos en los cuatro periodos escolares para conducirlos a altos niveles de alfabetización matemática.

Se organizan en:

- 1. Sentido numérico y pensamiento algebraico
- 2. Forma, espacio y medida
- 3. Manejo de la información
- 4. Actitud hacia el estudio de las matemáticas

Su progresión debe entenderse como:

- Transitar del lenguaje cotidiano a un lenguaje matemático para explicar procedimientos y resultados.
- Ampliar y profundizar los conocimientos, de manera que se favorezca la comprensión y el uso eficiente de las herramientas matemáticas.
- Avanzar desde el requerimiento de ayuda al resolver problemas hacia el trabajo autónomo.

Cuarto periodo escolar, al concluir el tercer grado de secundaria, entre 14 y 15 años de edad

En este periodo los estándares están organizados en tres ejes temáticos: Sentido numérico y pensamiento algebraico, Forma, espacio y medida, y Manejo de la información.

Al egresar del nivel de secundaria, los estudiantes saben efectuar cálculos con expresiones algebraicas, cuyos coeficientes sean números racionales, formulan ecuaciones o funciones para resolver problemas, calculan volúmenes y resuelven problemas geométricos con apoyo de las propiedades de las figuras y cuerpos. Calculan porcentajes y probabilidades de eventos simples o compuestos, y comunican e interpretan información mediante el uso de diferentes tipos de gráficas.

En este periodo se continúa promoviendo el desarrollo de actitudes y valores que son parte esencial de la competencia matemática y que son el resultado de la metodología didáctica que se propone para estudiar matemáticas.

1. Sentido numérico y pensamiento algebraico

Este eje temático se subdivide en cuatro temas:

- 1.1. Números y sistemas de numeración.
- 1.2. Problemas aditivos.
- 1.3. Problemas multiplicativos.
- 1.4. Patrones y ecuaciones.

Los Estándares Curriculares para este eje temático son los siguientes. El alumno:

- 1.1.1. Resuelve problemas que implican convertir números fraccionarios a decimales y viceversa.
- 1.1.2. Resuelve problemas que implican calcular el mínimo común múltiplo o el máximo común divisor.
- 1.2.1. Resuelve problemas aditivos que impliquen efectuar cálculos con expresiones algebraicas.
- 1.3.1. Resuelve problemas multiplicativos con expresiones algebraicas a excepción de la división entre polinomios.
- 1.4.1. Resuelve problemas que implican expresar y utilizar la regla general lineal o cuadrática de una sucesión.

1.4.2. Resuelve problemas que involucran el uso de ecuaciones lineales o cuadráticas.

2. Forma, espacio y medida

Este eje temático se subdivide en dos temas:

- 2.1. Figuras y cuerpos.
- 2.2. Medida.

Los Estándares Curriculares para este eje temático son los siguientes. El alumno:

- 2.1.1. Resuelve problemas que implican construir círculos y polígonos regulares con base en información diversa, y usa las relaciones entre sus puntos y rectas notables.
- 2.1.2. Utiliza la regla y el compás para realizar diversos trazos, como alturas de triángulos, mediatrices, rotaciones, simetrías, etcétera.
- 2.1.3. Resuelve problemas que impliquen aplicar las propiedades de la congruencia y la semejanza en diversos polígonos.
- 2.2.1. Calcula cualquiera de las variables que intervienen en las fórmulas de perímetro, área y volumen.
- 2.2.2. Determina la medida de diversos elementos del círculo, como circunferencia, superficie, ángulo inscrito y central, arcos de la circunferencia, sectores y coronas circulares.
- 2.2.3. Aplica el teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas seno, coseno y tangente en la resolución de problemas.

3. Manejo de la información

Este eje temático se subdivide en los siguientes temas:

- 3.1. Proporcionalidad y funciones.
- 3.2. Nociones de probabilidad.
- 3.3. Análisis y representación de datos.

Los Estándares Curriculares para este eje temático son los siguientes. El alumno:

3.1.1. Resuelve problemas vinculados a la proporcionalidad directa, inversa o múltiple, como porcentajes, escalas, interés simple o compuesto.



- 3.1.2. Expresa algebraicamente una relación lineal o cuadrática entre dos conjuntos de cantidades.
- 3.2.1. Calcula la probabilidad de eventos complementarios, mutuamente excluyentes e independientes.
- 3.3.1. Lee y representa información en diferentes tipos de gráficas; calcula y explica el significado del rango y la desviación media.

4. Actitudes hacia el estudio de las matemáticas

Al término de la Educación Básica, el alumno:

- 4.1. Desarrolla un concepto positivo de sí mismo como usuario de las matemáticas, el gusto y la inclinación por comprender y utilizar la notación, el vocabulario y los procesos matemáticos.
- 4.2. Aplica el razonamiento matemático a la solución de problemas personales, sociales y naturales, aceptando el principio de que existen diversos procedimientos para resolver los problemas particulares.
- 4.3. Desarrolla el hábito del pensamiento racional y utiliza las reglas del debate matemático al formular explicaciones o mostrar soluciones.
- 4.4. Comparte e intercambia ideas sobre los procedimientos y resultados al resolver problemas.



Enfoque didáctico

La formación matemática que permite a los individuos enfrentar con éxito los problemas de la vida cotidiana depende en gran parte de los conocimientos adquiridos y de las habilidades y actitudes desarrolladas durante la Educación Básica. La experiencia que vivan los alumnos al estudiar matemáticas en la escuela puede traer como consecuencias: el gusto o el rechazo por ellas, la creatividad para buscar soluciones o la pasividad para escucharlas y tratar de reproducirlas, la búsqueda de argumentos para validar los resultados o la supeditación de éstos según el criterio del docente.

El planteamiento central en cuanto a la metodología didáctica que se sugiere para el estudio de las matemáticas, consiste en utilizar secuencias de situaciones problemáticas que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados. Al mismo tiempo, las situaciones planteadas deberán implicar justamente los conocimientos y las habilidades que se quieren desarrollar.

Los avances logrados en el campo de la didáctica de la matemática en los últimos años dan cuenta del papel determinante que desempeña *el medio*, entendido como la situación o las situaciones problemáticas que hacen pertinente el uso de las herramientas matemáticas que se pretenden estudiar, así como los procesos que siguen los alumnos para construir conocimientos y superar las dificultades que surgen en el pro-

ceso de aprendizaje. Toda situación problemática presenta obstáculos; sin embargo, la solución no puede ser tan sencilla que quede fija de antemano, ni tan difícil que parezca imposible de resolver por quien se ocupa de ella. La solución debe construirse en el entendido de que existen diversas estrategias posibles y hay que usar al menos una. Para resolver la situación, el alumno debe usar sus conocimientos previos, mismos que le permiten *entrar* en la situación, pero el desafío consiste en reestructurar algo que ya sabe, sea para modificarlo, ampliarlo, rechazarlo o para volver a aplicarlo en una nueva situación.

El conocimiento de reglas, algoritmos, fórmulas y definiciones sólo es importante en la medida en que los alumnos lo puedan usar para solucionar problemas y reconstruir en caso de olvido; de ahí que su construcción amerite procesos de estudio más o menos largos, que van de lo informal a lo convencional, tanto en relación con el lenguaje como con las representaciones y procedimientos. La actividad intelectual fundamental en estos procesos de estudio se apoya más en el razonamiento que en la memorización; sin embargo, esto no significa que los ejercicios de práctica o el uso de la memoria para guardar ciertos datos, como la transformación de fracciones a su expresión decimal o los productos y cocientes de dos números enteros no se recomienden; al contrario, estas fases son necesarias para que los alumnos puedan invertir en problemas más complejos.

A partir de esta propuesta, los alumnos y el docente se enfrentan a nuevos retos que reclaman actitudes distintas frente al conocimiento matemático e ideas diferentes sobre lo que significa enseñar y aprender. No se trata de que el docente busque las explicaciones más sencillas y amenas, sino de que analice y proponga problemas interesantes, debidamente articulados, para que los alumnos aprovechen lo que ya saben y avancen en el uso de técnicas y razonamientos cada vez más eficaces.

Es posible que el planteamiento de ayudar a los alumnos a estudiar matemáticas, con base en actividades de estudio sustentadas en situaciones problemáticas cuidadosamente seleccionadas, resultará extraño para muchos docentes compenetrados con la idea de que su papel es enseñar, en el sentido de transmitir información. Sin embargo, vale la pena intentarlo, ya que abre el camino para experimentar un cambio radical en el ambiente del salón de clases; se notará que los alumnos piensan, comentan, discuten con interés y aprenden, mientras que el docente revalora su trabajo. Este escenario no está exento de contrariedades, y para llegar a él hay que estar dispuesto a superar grandes desafíos, como:

a) Lograr que los alumnos se acostumbren a buscar por su cuenta la manera de resolver los problemas que se les plantean, mientras el docente observa y cuestiona

- a los equipos de trabajo, tanto para conocer los procedimientos y argumentos que se ponen en práctica como para aclarar ciertas dudas, destrabar procesos y lograr que los alumnos puedan avanzar. Aunque, al principio, habrá desconcierto de los alumnos y del docente, vale la pena insistir en que sean los primeros quienes encuentren las soluciones. Pronto se empezará a notar un ambiente distinto en el salón de clases; es decir, los alumnos compartirán sus ideas, habrá acuerdos y desacuerdos, se expresarán con libertad y no habrá duda de que reflexionan en torno al problema que tratan de resolver.
- b) Acostumbrarlos a leer y analizar los enunciados de los problemas. Leer sin entender es una deficiencia muy común, cuya solución no corresponde sólo a la comprensión lectora de la asignatura de Español. Muchas veces los alumnos obtienen resultados diferentes que no por ello son incorrectos, sino que corresponden a una interpretación distinta del problema; por lo tanto, es necesario averiguar cómo interpretan la información que reciben de manera oral o escrita.
- c) Lograr que los alumnos aprendan a trabajar de manera colaborativa. Es importante porque ofrece a los alumnos la posibilidad de expresar sus ideas y de enriquecerlas con las opiniones de los demás, ya que desarrollan la actitud de colaboración y la habilidad para argumentar; además, de esta manera se facilita la puesta en común de los procedimientos que encuentran. Sin embargo, la actitud para trabajar de manera colaborativa debe fomentarse por los docentes, además de insistir en que cada integrante asuma la responsabilidad de la tarea que se trata de realizar, no de manera individual sino colectiva; por ejemplo, si la tarea consiste en resolver un problema, cualquier integrante del equipo debe estar en posibilidad de explicar el procedimiento que utilizó.
- d) Saber aprovechar el tiempo de la clase. Se suele pensar que si se pone en práctica el enfoque didáctico, que consiste en plantear problemas a los alumnos para que los resuelvan con sus propios medios, discutan y analicen sus procedimientos y resultados, no alcanza el tiempo para concluir el programa; por lo tanto, se decide continuar con el esquema tradicional en el cual el docente "da la clase", mientras los alumnos escuchan aunque no comprendan. La experiencia muestra que esta decisión conduce a tener que repetir, en cada grado escolar, mucho de lo que aparentemente se había aprendido; de manera que es más provechoso dedicar el tiempo necesario para que los alumnos adquieran conocimientos con significado y desarrollen habilidades que les permitan resolver diversos problemas y seguir aprendiendo.
- e) Superar el temor a no entender cómo piensan los alumnos. Cuando el docente explica cómo se solucionan los problemas y los alumnos tratan de reproducir las explicaciones al resolver algunos ejercicios, se puede decir que la situación está bajo control.

Difícilmente surgirá en la clase algo distinto a lo que el docente ha explicado, incluso muchas veces los alumnos manifiestan cierto temor de hacer algo diferente a lo que hizo el docente. Sin embargo, cuando éste plantea un problema y lo deja en manos de los alumnos, sin explicación previa de cómo se resuelve, usualmente surgen procedimientos y resultados diferentes, que son producto de cómo piensan los alumnos y de lo que saben hacer. Ante esto, el verdadero desafío para los docentes consiste en ayudar a los alumnos a analizar y socializar lo que produjeron.

Este rol es la esencia del trabajo docente como profesional de la educación en la enseñanza de las Matemáticas. Ciertamente reclama un conocimiento profundo de la didáctica de esta asignatura que "se hace al andar", poco a poco, pero es lo que puede convertir a la clase en un espacio social de construcción de conocimiento.

Con el enfoque didáctico que se sugiere se logra que los alumnos construyan conocimientos y habilidades con sentido y significado, como saber calcular el volumen de cilindros o resolver problemas que implican el uso de ecuaciones; asimismo, un ambiente de trabajo que brinda a los alumnos, por ejemplo, la oportunidad de aprender a enfrentar diferentes tipos de problemas, a formular argumentos, a emplear distintas técnicas en función del problema que se trata de resolver, y a usar el lenguaje matemático para comunicar o interpretar ideas.

Estos aprendizajes adicionales no se dan de manera espontánea, independientemente de cómo se estudia y se aprende la matemática. Por ejemplo, no se puede esperar que los alumnos aprendan a formular argumentos si no se delega en ellos la responsabilidad de averiguar si los procedimientos o resultados, propios y de otros, son correctos o incorrectos. Dada su relevancia para la formación de los alumnos, y siendo coherentes con la definición de competencia que se plantea en el Plan de estudios, en los programas de Matemáticas se utiliza el concepto de *competencia matemática* para designar a cada uno de estos aspectos; en tanto que al formular argumentos, por ejemplo, se hace uso de conocimientos y habilidades, pero también entran en juego las actitudes y los valores, como aprender a escuchar a los demás y respetar sus ideas.



Competencias matemáticas

A continuación se describen cuatro competencias, cuyo desarrollo es importante durante la Educación Básica.

COMPETENCIAS MATEMÁTICAS

Resolver problemas de manera autónoma. Implica que los alumnos sepan identificar, plantear y resolver diferentes tipos de problemas o situaciones; por ejemplo, problemas con solución única, otros con varias o ninguna solución; problemas en los que sobren o falten datos; problemas o situaciones en los que sean los alumnos quienes planteen las preguntas. Se trata de que los alumnos sean capaces de resolver un problema utilizando más de un procedimiento, reconociendo cuál o cuáles son más eficaces; o bien, que puedan probar la eficacia de un procedimiento al cambiar uno o más valores de las variables o el contexto del problema, para generalizar procedimientos de resolución.

Comunicar información matemática. Comprende la posibilidad de que los alumnos expresen, representen e interpreten información matemática contenida en una situación o en un fenómeno. Requiere que se comprendan y empleen diferentes formas de representar la información cuali y cuantitativa relacionada con la situación; se establezcan nexos entre estas representaciones; se expongan con claridad las ideas matemáticas encontradas; se deduzca la información derivada de las representaciones y se infieran propiedades, características o tendencias de la situación o del fenómeno representado.

Validar procedimientos y resultados. Consiste en que los alumnos adquieran la confianza suficiente para explicar y justificar los procedimientos y soluciones encontradas, mediante argumentos a su alcance que se orienten hacia el razonamiento deductivo y la demostración formal.

Manejar técnicas eficientemente. Se refiere al uso eficiente de procedimientos y formas de representación que hacen los alumnos al efectuar cálculos, con o sin apoyo de calculadora. Muchas veces el manejo eficiente o deficiente de técnicas establece la diferencia entre quienes resuelven los problemas de manera óptima y quienes alcanzan una solución incompleta o incorrecta. Esta competencia no se limita a usar de forma mecánica las operaciones aritméticas, sino que apunta principalmente al desarrollo del significado y uso de los números y de las operaciones, que se manifiesta en la capacidad de elegir adecuadamente la o las operaciones al resolver un problema; en la utilización del cálculo mental y la estimación; en el empleo de procedimientos abreviados o atajos a partir de las operaciones que se requieren en un problema, y en evaluar la pertinencia de los resultados. Para lograr el manejo eficiente de una técnica, es necesario que los alumnos la sometan a prueba en muchos problemas distintos; así adquirirán confianza en ella y la podrán adaptar a nuevos problemas.



ORGANIZACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

a asignatura de Matemáticas se organiza para su estudio en tres niveles de desglose. El primero corresponde a los ejes, el segundo a los temas y el tercero a los contenidos. Para primaria y secundaria se consideran tres ejes, que son: Sentido numérico y pensamiento algebraico, Forma, espacio y medida, y Manejo de la información.

Sentido numérico y pensamiento algebraico alude a los fines más relevantes del estudio de la aritmética y del álgebra:

- La modelización de situaciones mediante el uso del lenguaje aritmético o algebraico.
- La generalización de propiedades aritméticas mediante el uso del álgebra.
- La puesta en juego de diferentes formas de representar y efectuar cálculos.

Forma, espacio y medida integra los tres aspectos esenciales alrededor de los cuales gira el estudio de la geometría y la medición en la educación secundaria:

- La exploración de características y propiedades de las figuras y cuerpos geométricos.
- La generación de condiciones para un trabajo con características deductivas.
- La justificación de las fórmulas que se utilizan para el cálculo geométrico.

Manejo de la información incluye aspectos relacionados con el análisis de la información que proviene de distintas fuentes y su uso para la toma de decisiones informada, de manera que se orienta hacia:

- La búsqueda, la organización, el análisis y la presentación de información para responder preguntas.
- El uso eficiente de la herramienta aritmética o algebraica que se vincula de manera directa con el manejo de la información.
- El conocimiento de los principios básicos de la aleatoriedad.

En este eje se incluye la proporcionalidad porque provee de nociones y técnicas que constituyen herramientas útiles para interpretar y comunicar información, como el porcentaje y la razón.

¿Por qué ejes y no ámbitos en el caso de Matemáticas? Porque un eje se refiere, entre otras cosas, a la dirección o rumbo de una acción. Al decir sentido numérico y pensamiento algebraico, por ejemplo, se quiere destacar que lo que dirige el estudio de aritmética y álgebra (que son ámbitos de la matemática) es el desarrollo del sentido numérico y del pensamiento algebraico, lo cual implica que los alumnos sepan utilizar los números y las operaciones en distintos contextos, y tengan la posibilidad de modelizar situaciones y resolverlas; es decir, que puedan expresarlas en lenguaje matemático, efectuar los cálculos necesarios y obtener un resultado que cumpla con las condiciones establecidas.

De cada uno de los ejes se desprenden varios temas y para cada uno hay una secuencia de contenidos que van de menor a mayor dificultad. Los temas son grandes ideas matemáticas cuyo estudio requiere un desglose más fino (los contenidos), y varios grados o incluso niveles de escolaridad. En el caso de la educación secundaria se consideran nueve temas, y la mayoría inicia desde la educación primaria. Dichos temas son: Números y sistemas de numeración, Problemas aditivos, Problemas multiplicativos, Patrones y ecuaciones, Figuras y cuerpos, Medida, Proporcionalidad y funciones, Nociones de probabilidad, y Análisis y representación de datos.

Los contenidos son aspectos muy concretos que se desprenden de los temas, cuyo estudio requiere de entre dos y cinco sesiones de clase. El tiempo de estudio hace referencia a la fase de reflexión, análisis, aplicación y construcción del conocimiento en cuestión, pero además hay un tiempo más largo en el que se usa este conocimiento, se relaciona con otros conocimientos y se consolida para constituirse en saber o saber hacer.

Además de los ejes, temas y contenidos, existe un elemento más que forma parte de la estructura de los programas que son los *aprendizajes esperados* y se enuncian en la primera columna de cada bloque temático. Estos aprendizajes señalan, de manera sintética, los conocimientos y las habilidades que todos los alumnos deben alcanzar como resultado del estudio de varios contenidos, incluidos o no en el bloque en cuestión. Los aprendizajes esperados no se corresponden uno a uno con los contenidos del bloque, debido a que estos últimos constituyen procesos de estudio que en algunos casos trascienden el bloque e incluso el grado, mientras que los aprendizajes espera-



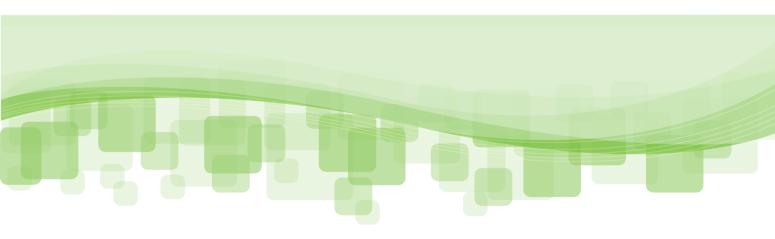
dos son saberes que se construyen como resultado de los procesos de estudio mencionados. Ejemplos claros son los aprendizajes esperados que se refieren al uso de los algoritmos convencionales de las operaciones, que tienen como sustrato el estudio de varios contenidos que no se reflejan como aprendizajes esperados.

Aunque no todos los contenidos se reflejan como aprendizajes esperados, es importante estudiarlos todos para garantizar que los alumnos vayan encontrando sentido a lo que aprenden y puedan emplear diferentes recursos, de lo contrario se corre el riesgo de que lleguen a utilizar técnicas sin saber por qué o para qué sirven.

En los cinco bloques que comprende cada programa, los contenidos se organizaron de tal manera que los alumnos vayan accediendo a ideas y recursos matemáticos cada vez más complejos, a la vez que puedan relacionar lo que ya saben con lo que están por aprender. Sin embargo, es probable que haya otros criterios para establecer la secuenciación y, por lo tanto, los contenidos no tienen un orden rígido.

Como se observa en las siguientes tablas, en todos los bloques se incluyen contenidos de los tres ejes, lo que tiene dos finalidades importantes; la primera es que los temas se estudien simultáneamente a lo largo del curso, evitando así que algunos sólo aparezcan al final del programa, con alta probabilidad de que no se estudien; la segunda es que pueda vincularse el estudio de temas que corresponden a diferentes ejes, para lograr que los alumnos tengan una visión global de la matemática.

PRIMER GRADO





Bloque I

	EJES			
Aprendizajes esperados	Sentido numérico y pensamiento algebraico	FORMA, ESPACIO Y MEDIDA	Manejo de la información	
 Convierte números fraccionarios a decimales y viceversa. Conoce y utiliza las convenciones para representar números fraccionarios y decimales en la recta numérica. Representa sucesiones de números o de figuras a partir de una regla dada y viceversa. 	Números y sistemas de Numeración Conversión de fracciones decimales y no decimales a su escritura decimal y viceversa. Representación de números fraccionarios y decimales en la recta numérica a partir de distintas informaciones, analizando las convenciones de esta representación. PROBLEMAS ADITIVOS Resolución y planteamiento de problemas que impliquen más de una operación de suma y resta de fracciones. PATRONES Y ECUACIONES Construcción de sucesiones de números o de figuras a partir de una regla dada en lenguaje común. Formulación en lenguaje común de expresiones generales que definen las reglas de sucesiones con progresión aritmética o geométrica, de números y de figuras. Explicación del significado de fórmulas geométricas, al considerar las literales como números generales con los que es posible operar.	FIGURAS Y CUERPOS Trazo de triángulos y cuadriláteros mediante el uso del juego de geometría. Trazo y análisis de las propiedades de las alturas, medianas, mediatrices y bisectrices en un triángulo.	PROPORCIONALIDAD Y FUNCIONES Resolución de problemas de reparto proporcional. Nociones de probabilidad Identificación y práctica de juegos de azar sencillos y registro de los resultados. Elección de estrategias en función del análisis de resultados posibles.	

Bloque II

	EJES		
Aprendizajes esperados	Sentido numérico y pensamiento algebraico	FORMA, ESPACIO Y MEDIDA	Manejo de la información
Resuelve problemas utilizando el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo. Resuelve problemas geométricos que impliquen el uso de las propiedades de las alturas, medianas, mediatrices y bisectrices en triángulos y cuadriláteros.	Números y sistemas de Numeración Formulación de los criterios de divisibilidad entre 2, 3 y 5. Distinción entre números primos y compuestos. Resolución de problemas que impliquen el cálculo del máximo común divisor y el mínimo común múltiplo. PROBLEMAS ADITIVOS Resolución de problemas aditivos en los que se combinan números fraccionarios y decimales en distintos contextos, empleando los algoritmos convencionales. PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS Resolución de problemas que impliquen la multiplicación y división con números fraccionarios en distintos contextos, utilizando los algoritmos usuales.	Resolución de problemas geométricos que impliquen el uso de las propiedades de la mediatriz de un segmento y la bisectriz de un ángulo. MEDIDA Justificación de las fórmulas de perímetro y área de polígonos regulares, con apoyo de la construcción y transformación de figuras.	Proporcionalidad y funciones Identificación y resolución de situaciones de proporcionalidad directa del tipo "valor faltante" en diversos contextos, con factores constantes fraccionarios.

Bloque III

	EJES			
Aprendizajes esperados	Sentido numérico y pensamiento algebraico	FORMA, ESPACIO Y MEDIDA	Manejo de la información	
 Resuelve problemas que implican efectuar multiplicaciones o divisiones con fracciones y números decimales. Resuelve problemas que impliquen el uso de ecuaciones de las formas: x + a = b; ax = b y ax + b = c, donde a, b y c son números naturales y/o decimales. Resuelve problemas que implican el cálculo de cualquiera de las variables de las fórmulas para calcular el perímetro y el área de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares. Explica la relación que existe entre el perímetro y el área de las figuras. 	 PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS Resolución de problemas que impliquen la multiplicación de números decimales en distintos contextos, utilizando el algoritmo convencional. Resolución de problemas que impliquen la división de números decimales en distintos contextos, utilizando el algoritmo convencional. PATRONES Y ECUACIONES Resolución de problemas que impliquen el planteamiento y la resolución de ecuaciones de primer grado de la forma x + a = b; ax = b; ax + b = c, utilizando las propiedades de la igualdad, con a, b y c números naturales, decimales o fraccionarios. 	FIGURAS Y CUERPOS Construcción de polígonos regulares a partir de distintas informaciones (medida de un lado, del ángulo interno, ángulo central). Análisis de la relación entre los elementos de la circunferencia y el polígono inscrito en ella. MEDIDA Resolución de problemas que impliquen calcular el perímetro y el área de polígonos regulares.	PROPORCIONALIDAD Y FUNCIONES Formulación de explicaciones sobre el efecto de la aplicación sucesiva de factores constantes de proporcionalidad en situaciones dadas. NOCIONES DE PROBABILIDAD Anticipación de resultados de una experiencia aleatoria, su verificación al realizar el experimento y su registro en una tabla de frecuencias. ANÁLISIS Y REPRESENTACIÓN DE DATOS Lectura y comunicación de información mediante el uso de tablas de frecuencia absoluta y relativa.	

Bloque IV

		Ejes		
Aprendizajes esperados	Sentido numérico y pensamiento algebraico	FORMA, ESPACIO Y MEDIDA	Manejo de la información	
 Construye círculos y polígonos regulares que cumplan con ciertas condiciones establecidas. Lee información presentada en gráficas de barras y circulares. Utiliza estos tipos de gráficas para comunicar información. 	Números y sistemas de Numeración • Planteamiento y resolución de problemas que impliquen la utilización de números enteros, fraccionarios o decimales positivos y negativos.	• Construcción de círculos a partir de diferentes datos (el radio, una cuerda, tres puntos no alineados, etc.) o que cumplan condiciones dadas. MEDIDA • Justificación de la fórmula para calcular la longitud de la circunferencia y el área del círculo (gráfica y algebraicamente). Explicitación del número π (pi) como la razón entre la longitud de la circunferencia y el diámetro.	PROPORCIONALIDAD Y FUNCIONES Análisis de la regla de tres, empleando valores enteros o fraccionarios. Análisis de los efectos del factor inverso en una relación de proporcionalidad, en particular en una reproducción a escala. NOCIONES DE PROBABILIDAD Resolución de problemas de conteo mediante diversos procedimientos. Búsqueda de recursos para verificar los resultados. Análisis y representación de patros Lectura de información representada en gráficas de barras y circulares, provenientes de diarios o revistas y de otras fuentes. Comunicación de información proveniente de estudios sencillos, eligiendo la representación gráfica más adecuada.	

Bloque V



	EJES			
APRENDIZAJES ESPERADOS	Sentido numérico y pensamiento algebraico	FORMA, ESPACIO Y MEDIDA	Manejo de la información	
Resuelve problemas aditivos que implican el uso de números enteros, fraccionarios o decimales positivos y negativos. Resuelve problemas que	PROBLEMAS ADITIVOS • Resolución de problemas que implican el uso de sumas y restas de números enteros. PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS	Uso de las fórmulas para calcular el perímetro y el área del círculo en la resolución de problemas.	Proporcionalidad y funciones Resolución de problemas de proporcionalidad múltiple.	
 impliquen el cálculo de la raíz cuadrada y potencias de números naturales y decimales. Resuelve problemas de proporcionalidad directa del tipo "valor faltante", en los que la razón interna o externa es un número fraccionario. 	 Uso de la notación científica para realizar cálculos en los que intervienen cantidades muy grandes o muy pequeñas. Resolución de problemas que impliquen el cálculo de la raíz cuadrada (diferentes métodos) y la potencia de exponente natural de números naturales y decimales. 			
	PATRONES Y ECUACIONES • Obtención de la regla general (en lenguaje algebraico) de una sucesión con progresión aritmética.			