

DÉCONVOLUTION D'IMAGES FLOUES PAR FILTRAGE CLS

Julien Guichon Dimitri Gominski

ABSTRACT

Image deblurring is a famous inverse problem in image processing, and can be frustrating because of the lack of information to retrieve the original image, often noisy and/or blurred with complex camera motion. It implies that the solution has to make assumptions on the acquisition system or the original image, and has to be robust against the heavy impact noise can have through the treatment.

This reports study the performance and the limitations of the Constrained Least Squares (CLS) approach. We also compare it to other famous algorithm, in order to determine under which conditions it should be use.

1. INTRODUCTION

Le traitement de défloutage revient en termes mathématiques à effectuer une déconvolution sur l'image floutée. En effet, si $f(x, y)$ désigne l'image d'entrée, un "floutage" linéaire et indépendant de la position est modélisé par une opération de convolution par un noyau $h(x, y)$ qui donne l'image floutée $g(x, y)$:

$$g(x, y) = f(x, y) \otimes h(x, y)$$

Dans ce cas, l'opération rigoureusement inverse de la convolution (déconvolution), correspondant à la résolution d'un système d'équations, suffit à retrouver exactement l'image de départ.

Mais l'image d'entrée présentant systématiquement un bruit dû à l'acquisition, et les traitements numériques étant intrinsèquement sources de bruit, nous devons considérer un bruit additif $n(x, y)$:

$$g(x, y) = f(x, y) \otimes h(x, y) + n(x, y)$$

Et c'est ce bruit qui complique grandement les calculs, puisque l'opération de déconvolution va l'amplifier au point de rendre l'image de sortie complètement inutilisable [2].

Pour simplifier les notations et calculs, passons en calcul matriciel dans le domaine fréquentiel :

$$G = F * H + N$$

Il existe 2 familles d'algorithmes de défloutage : les algorithmes qui supposent le noyau de floutage connu (H), et les algorithmes "à l'aveugle" où aucune supposition n'est faite sur le processus de floutage.

2. FLOUTAGES USUELS

Le floutage peut être dû :

- à des mouvements intempestifs du système d'acquisition ou de l'objet lors de la prise
- à des perturbations optiques lors du passage des rayons lumineux dans certains milieux (verre, eau)
- à une modification de la distance focale pendant la prise (zoom/dézoom, parfois voulu)

On caractérise ce floutage par un noyau $h(x, y)$. Cette fonction qu'on appelle PSF (*Point Spread Function*) donne la réponse d'un théorique "système de floutage" (système qui donnerait l'image de sortie floutée à partir de l'image d'entrée) à une entrée correspondant à un point lumineux au centre de l'image (impulsion lumineuse). Son équivalent fréquentiel est appelé OTF (*Optical Transfer Function*). Ci-dessous deux exemples de noyaux usuels :

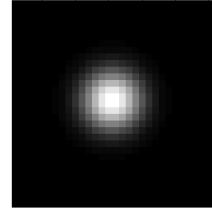


Fig. 1. Noyau de floutage gaussien

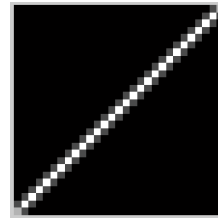


Fig. 2. Noyau de floutage linéaire

Le noyau linéaire correspond par exemple à un mouvement linéaire de l'appareil pendant la prise, et le noyau gaussien à une capture à travers du verre (diffusion). Ces exemples étant très courants, nous ferons notre étude de l'algorithme CLS sur ces deux noyaux.

3. APPROCHES CLASSIQUES - BIBLIOGRAPHIE

Plusieurs méthodes ont été proposées pour trouver une estimation correcte \hat{f} de l'image d'origine f à partir de la sortie g , en supposant le noyau de floutage h connu.

De manière générale, l'idée pour pouvoir effectuer une déconvolution en limitant les effets du bruit est de le filtrer aux fréquences concernées. Aux fréquences non impactées par le bruit, l'opération dans le domaine fréquentiel doit idéalement être une inversion, en effet si $N(f_1, f_2) = 0$, on a $G(f_1, f_2) = \hat{F}(f_1, f_2) * H(f_1, f_2)$ donc :

$$\hat{F}(f_1, f_2) = G(f_1, f_2) * H^{-1}(f_1, f_2)$$

Application du filtre de Wiener qui fait usage de la répartition spectrale du signal et du bruit supposées connues, la déconvolution de Wiener [4] propose une estimation \hat{F} comme suit :

$$\hat{F} = \frac{1}{H} \left[\frac{|H|^2}{|H|^2 + \frac{|N|^2}{|F|^2}} \right] * G$$

On voit que le filtre appliqué à G est lié à l'évolution du rapport signal/bruit $\frac{|F|^2}{|N|^2}$ dans le domaine fréquentiel, de manière à ce que les fréquences polluées ($\frac{1}{SNR} \rightarrow +\infty$) soient éliminées avec l'augmentation du dénominateur, tandis qu'aux fréquences non polluées ($\frac{1}{SNR} \rightarrow 0$) on fasse rigoureusement une inversion de H .

Cette opération revient à minimiser l'erreur quadratique moyenne entre l'image d'entrée et son estimation, son défaut est de faire des hypothèses fortes sur le bruit et l'image d'entrée qui ne sont pas toujours disponibles.

Les papiers [5] et [6] proposent de décomposer la matrice H , de manière à fournir des coefficients caractéristiques sur lesquels on peut agir pour réduire les effets du bruit, notamment avec la décomposition SVD qui fournit la décomposition suivante d'une matrice M :

$$M = U \Sigma V^*$$

Avec Σ matrice diagonale des coefficients. Une telle décomposition facilite la résolution du problème inverse du floutage, mais se révèle très conséquente en temps de calcul.

Des approches statistiques [7] ont également été essayées, où une première estimation du noyau de floutage est donnée puis affinée au cours de plusieurs itérations, selon un critère de vraisemblance à minimiser.

Plus rapides, ces méthodes permettent également de traiter les images floutées selon des noyaux complexes.

4. APPROCHE CONSTRAINED LEAST SQUARES

Très similaire au filtre de Wiener, la méthode Constrained Least Squares, sous la contrainte $\|G - H\hat{F}\|^2 = \|N\|^2$, vise à minimiser la quantité :

$$\sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} [\nabla^2 f(x, y)]^2$$

Cette quantité traduisant l'homogénéité ("smoothness") de l'image. Cela revient à minimiser la fonction d'erreur :

$$\|g - h \otimes \hat{f}\|_2^2 + \gamma \|\Delta \hat{f}\|_2^2$$

Il n'y a ici pas de présupposé sur l'image de départ. En domaine fréquentiel la solution prend la forme :

$$\hat{F} = \frac{1}{H} \left[\frac{|H|^2}{|H|^2 + \gamma |P|^2} \right] * G$$

où P est l'opérateur laplacien en domaine fréquentiel :

$$P = DFT \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \right\}$$

et γ est un paramètre à ajuster pour satisfaire la contrainte.

Notons que l'opérateur Laplacien en domaine fréquentiel possède une amplitude forte pour les fréquences élevées (d'où son utilisation en détection de contour). Dans le cas présent, se trouvant au dénominateur, il aura tendance à *diminuer* l'effet des hautes fréquences, où se trouve généralement le bruit, tandis qu'en basses fréquences on aura comme pour le filtre de Wiener une inversion simple de H .

γ permet d'ajuster un compromis entre le bruit et la précision du défloutage. Son réglage peut se faire à l'aveugle selon le résultat voulu, ou par calcul en satisfaisant la contrainte sus-citée.

5. MAJOR HEADINGS

Major headings, for example, "1. Introduction", should appear in all capital letters, bold face if possible, centered in the column, with one blank line before, and one blank line after. Use a period (".") after the heading number, not a colon.

5.1. Subheadings

Subheadings should appear in lower case (initial word capitalized) in boldface. They should start at the left margin on a separate line.

5.1.1. Sub-subheadings

Sub-subheadings, as in this paragraph, are discouraged. However, if you must use them, they should appear in lower case (initial word capitalized) and start at the left margin on a separate line, with paragraph text beginning on the following line. They should be in italics.

6. PRINTING YOUR PAPER

Print your properly formatted text on high-quality, 8.5 x 11-inch white printer paper. A4 paper is also acceptable, but please leave the extra 0.5 inch (12 mm) empty at the BOTTOM of the page and follow the top and left margins as specified. If the last page of your paper is only partially filled, arrange the columns so that they are evenly balanced if possible, rather than having one long column.

In LaTeX, to start a new column (but not a new page) and help balance the last-page column lengths, you can use the command “\pagebreak” as demonstrated on this page (see the LaTeX source below).

7. PAGE NUMBERING

Please do **not** paginate your paper. Page numbers, session numbers, and conference identification will be inserted when the paper is included in the proceedings.

8. ILLUSTRATIONS, GRAPHS, AND PHOTOGRAPHS

Illustrations must appear within the designated margins. They may span the two columns. If possible, position illustrations at the top of columns, rather than in the middle or at the bottom. Caption and number every illustration. All halftone illustrations must be clear black and white prints. Colors may be used, but they should be selected so as to be readable when printed on a black-only printer.

Since there are many ways, often incompatible, of including images (e.g., with experimental results) in a LaTeX document, below is an example of how to do this [1].

9. FOOTNOTES

Use footnotes sparingly (or not at all!) and place them at the bottom of the column on the page on which they are referenced. Use Times 9-point type, single-spaced. To help your readers, avoid using footnotes altogether and include necessary peripheral observations in the text (within parentheses, if you prefer, as in this sentence).

(a) Result 1

(b) Results 3

(c) Result 4

Fig. 3. Example of placing a figure with experimental results.

10. COPYRIGHT FORMS

You must include your fully completed, signed IEEE copyright release form when you submit your paper. We **must** have this form before your paper can be published in the proceedings.

11. REFERENCES

List and number all bibliographical references at the end of the paper. The references can be numbered in alphabetic order or in order of appearance in the document. When referring to them in the text, type the corresponding reference number in square brackets as shown at the end of this sentence [2]. An additional final page (the fifth page, in most cases) is allowed, but must contain only references to the prior literature.

12. REFERENCES

- [1] A.B. Smith, C.D. Jones, and E.F. Roberts, “Article title,” *Journal*, vol. 62, pp. 291–294, January 1920.
- [2] C.D. Jones, A.B. Smith, and E.F. Roberts, “Article title,” in *Proceedings Title*. IEEE, 2003, vol. II, pp. 803–806.