

Data oddania: _____

Ocena: _____

Dawid Gradowski 251524

Jakub Gawrysiak 252935

Zadanie 1: Piętnastka

1. Cel

Celem ćwiczenia była implementacja oraz porównanie algorytmów przeszukujących na podstawie poszukiwania rozwiązania układanki "piętnastki".

2. Wprowadzenie

Algorytmy przeszukujące, które miały zostać przez nas zaimplementowane to algorytm przeszukujący wszech (breadth-first search), algorytm przeszukujący w głąb (depth-first search) oraz A* (A-star). Pierwsze w algorytmy mają charakterystykę algorytmu typu brute-force, czyli przeszukują wszystkie możliwe stany po kolei do momentu znalezienia rozwiązania. Algorytm A* z kolei poszukuje rozwiązania oraz sprawdza stany na podstawie ilości ruchów potrzebnych do osiągnięcia konkretnego stanu planszy oraz heurystyki, czyli kryterium określającym priorytet sprawdzania stanu. W ramach ćwiczenia mieliśmy zaimplementować 2 heurystyki - metryki Hamminga oraz Manhattan. Metryka Hamminga polega na określeniu ile liczb znajduje się na swoim miejscu, Manhattan z kolei oblicza sumę pól w pionie i poziomie jaka liczba by musiała pokonać by trafić na swoje miejsce.

3. Opis implementacji

Każdy analizowany stan naszej układanki jest reprezentowany przez obiekt klasy PuzzleState. Klasy algorytmów AStar, BreadthFirstSearch i DepthFirstSearch poszukujące rozwiązania dziedziczą z abstrakcyjnej klasy Algori-

thm. Klasa AStar, korzysta również z abstrakcyjnej klasy Heuristic, z której dziedziczą klasy Hamming i Manhattan.

4. Materiały i metody

Przy pomocy programu stworzonego na potrzeby eksperymentów wygenerowaliśmy plansze 3 na 3, 4 na 4, 5 na 5 oraz 6 na 6, których głębokość rozwiązania wynosiła od 1 do 7 ruchów. Następnie udostępnionym w sekcji zadania skryptem wykonaliśmy dla każdej wygenerowanej tablicy 18 przeszukań. Statystyki każdego przeszukania zostały przetworzone przez napisany na potrzeby zadania analizator danych. Dane, które zostały przetworzone to:

- Średnia długość rozwiązania
- Średnia ilość odwiedzonych stanów
- Średnia ilość przetworzonych stanów
- Średnia maksymalna głębokość
- Średni czas szukania rozwiązania

5. Wyniki

5.1. Plansza 3 na 3

	BFS	DFS	A*(hamming)	A* (manhattan)
Śr. dł. rozwiązania	1	8	1	1
Śr. odwiedzonych	3	1888	1	2
Śr. przetworzonych	5	1895	3	4
Śr. maks. głębokość	1	10	1	1
Śr. czas	1,441	2,727	4,758	3,405

Tabela 1. Wyniki dla planszy 3 na 3 gdy długość rozwiązania wynosiła 1

	BFS	DFS	A*(hamming)	A* (manhattan)
Śr. dł. rozwiązania	2	11	2	2
Śr. odwiedzonych	8	1250	2	2
Śr. przetworzonych	12	1259	6	7
Śr. maks. głębokość	2	13	2	2
Śr. czas	1,470	2,366	4,781	4,242

Tabela 2. Wyniki dla planszy 3 na 3 gdy długość rozwiązania wynosiła 2

	BFS	DFS	A*(hamming)	A* (manhattan)
Śr. dł. rozwiązania	3	16	3	3
Śr. odwiedzonych	14	3214	3	4
Śr. przetworzonych	24	3226	9	13
Śr. maks. głębokość	3	18	3	3
Śr. czas	1,501	3,692	4,836	3,892

Tabela 3. Wyniki dla planszy 3 na 3 gdy długość rozwiązania wynosiła 3

	BFS	DFS	A*(hamming)	A* (manhattan)
Śr. dł. rozwiązania	4	16	4	4
Śr. odwiedzonych	24	5663	4	8
Śr. przetworzonych	41	5676	12	22
Śr. maks. głębokość	4	18	4	4
Śr. czas	1,528	5,420	4,287	3,655

Tabela 4. Wyniki dla planszy 3 na 3 gdy długość rozwiązania wynosiła 4

	BFS	DFS	A*(hamming)	A* (manhattan)
Śr. dł. rozwiązania	5	17	5	5
Śr. odwiedzonych	48	11129	6	13
Śr. przetworzonych	81	11141	17	36
Śr. maks. głębokość	5	20	5	5
Śr. czas	1,624	9,345	3,739	3,916

Tabela 5. Wyniki dla planszy 3 na 3 gdy długość rozwiązania wynosiła 5

	BFS	DFS	A*(hamming)	A* (manhattan)
Śr. dł. rozwiązania	6	18	6	6
Śr. odwiedzonych	81	5457	8	20
Śr. przetworzonych	134	5470	23	53
Śr. maks. głębokość	6	20	6	6
Śr. czas	1,726	5,214	3,963	4,021

Tabela 6. Wyniki dla planszy 3 na 3 gdy długość rozwiązania wynosiła 6

	BFS	DFS	A*(hamming)	A* (manhattan)
Śr. dł. rozwiązania	7	18	7	7
Śr. odwiedzonych	143	13288	12	33
Śr. przetworzonych	236	13299	34	89
Śr. maks. głębokość	7	20	7	8
Śr. czas	1,969	10,911	3,684	4,060

Tabela 7. Wyniki dla planszy 3 na 3 gdy długość rozwiązania wynosiła 7

5.2. Plansza 4 na 4

	BFS	DFS	A*(hamming)	A* (manhattan)
Śr. dł. rozwiązania	1	10	1	1
Śr. odwiedzonych	3	98781	1	1
Śr. przetworzonych	6	98789	3	3
Śr. maks. głębokość	1	10	1	1
Śr. czas	1,648	77,086	3,815	3,251

Tabela 8. Wyniki dla planszy 4 na 4 gdy długość rozwiązania wynosiła 1

	BFS	DFS	A*(hamming)	A* (manhattan)
Śr. dł. rozwiązania	2	12	2	2
Śr. odwiedzonych	9	19245	2	3
Śr. przetworzonych	20	19256	6	9
Śr. maks. głębokość	2	13	2	2
Śr. czas	1,498	16,708	3,739	3,757

Tabela 9. Wyniki dla planszy 4 na 4 gdy długość rozwiązania wynosiła 2

	BFS	DFS	A*(hamming)	A* (manhattan)
Śr. dł. rozwiązania	3	15	3	3
Śr. odwiedzonych	21	91437	3	4
Śr. przetworzonych	45	91450	10	14
Śr. maks. głębokość	3	16	3	3
Śr. czas	1,586	72,908	3,952	3,698

Tabela 10. Wyniki dla planszy 4 na 4 gdy długość rozwiązania wynosiła 3

	BFS	DFS	A*(hamming)	A* (manhattan)
Śr. dł. rozwiązania	4	17	4	4
Śr. odwiedzonych	44	158933	4	7
Śr. przetworzonych	94	158947	14	23
Śr. maks. głębokość	4	18	4	4
Śr. czas	1,779	122,607	3,741	4,001

Tabela 11. Wyniki dla planszy 4 na 4 gdy długość rozwiązania wynosiła 4

	BFS	DFS	A*(hamming)	A* (manhattan)
Śr. dł. rozwiązania	5	18	5	5
Śr. odwiedzonych	90	354615	5	13
Śr. przetworzonych	190	354630	18	38
Śr. maks. głębokość	5	20	5	5
Śr. czas	2,186	270,847	3,751	4,338

Tabela 12. Wyniki dla planszy 4 na 4 gdy długość rozwiązania wynosiła 5

	BFS	DFS	A*(hamming)	A* (manhattan)
Śr. dł. rozwiązania	6	19	6	6
Śr. odwiedzonych	193	221774	7	23
Śr. przetworzonych	404	221790	23	70
Śr. maks. głębokość	6	20	6	7
Śr. czas	3,012	168,823	3,695	4,206

Tabela 13. Wyniki dla planszy 4 na 4 gdy długość rozwiązania wynosiła 6

	BFS	DFS	A*(hamming)	A* (manhattan)
Śr. dł. rozwiązania	7	18	7	7
Śr. odwiedzonych	419	576598	9	40
Śr. przetworzonych	878	576613	31	120
Śr. maks. głębokość	7	20	7	8
Śr. czas	4,799	435,348	3,743	4,527

Tabela 14. Wyniki dla planszy 4 na 4 gdy długość rozwiązania wynosiła 7

5.3. Plansza 5 na 5

	BFS	DFS	A*(hamming)	A* (manhattan)
Śr. dł. rozwiązania	1	10	1	1
Śr. odwiedzonych	3	470964	1	1
Śr. przetworzonych	6	470970	3	3
Śr. maks. głębokość	1	10	1	1
Śr. czas	1,502	438,564	5,623	6,188

Tabela 15. Wyniki dla planszy 5 na 5 gdy długość rozwiązania wynosiła 1

	BFS	DFS	A*(hamming)	A* (manhattan)
Śr. dł. rozwiązania	2	12	2	2
Śr. odwiedzonych	9	487547	2	3
Śr. przetworzonych	21	487558	6	9
Śr. maks. głębokość	2	13	2	2
Śr. czas	1,685	443,122	4,800	4,211

Tabela 16. Wyniki dla planszy 5 na 5 gdy długość rozwiązania wynosiła 2

	BFS	DFS	A*(hamming)	A* (manhattan)
Śr. dł. rozwiązania	3	15	3	3
Śr. odwiedzonych	25	934247	3	5
Śr. przetworzonych	60	934261	10	15
Śr. maks. głębokość	3	16	3	3
Śr. czas	1,795	857,014	4,469	4,585

Tabela 17. Wyniki dla planszy 5 na 5 gdy długość rozwiązania wynosiła 3

	BFS	DFS	A*(hamming)	A* (manhattan)
Śr. dł. rozwiązania	4	17	4	4
Śr. odwiedzonych	61	1004161	4	8
Śr. przetworzonych	142	1004176	14	26
Śr. maks. głębokość	4	18	4	4
Śr. czas	2,280	917,846	4,539	4,569

Tabela 18. Wyniki dla planszy 5 na 5 gdy długość rozwiązania wynosiła 4

	BFS	DFS	A*(hamming)	A* (manhattan)
Śr. dł. rozwiązania	5	18	5	5
Śr. odwiedzonych	142	2306331	5	13
Śr. przetworzonych	332	2306347	18	40
Śr. maks. głębokość	5	19	5	5
Śr. czas	3,456	2136,413	4,474	4,828

Tabela 19. Wyniki dla planszy 5 na 5 gdy długość rozwiązania wynosiła 5

	BFS	DFS	A*(hamming)	A* (manhattan)
Śr. dł. rozwiązania	6	19	6	6
Śr. odwiedzonych	319	1853414	7	22
Śr. przetworzonych	744	1853431	23	68
Śr. maks. głębokość	6	20	6	6
Śr. czas	6,008	1709,834	4,741	4,821

Tabela 20. Wyniki dla planszy 5 na 5 gdy długość rozwiązania wynosiła 6

	BFS	DFS	A*(hamming)	A* (manhattan)
Śr. dł. rozwiązania	7	18	7	7
Śr. odwiedzonych	749	4492811	8	40
Śr. przetworzonych	1740	4492827	29	123
Śr. maks. głębokość	7	20	7	8
Śr. czas	12,016	4189,139	4,657	4,604

Tabela 21. Wyniki dla planszy 5 na 5 gdy długość rozwiązania wynosiła 7

5.4. Plansza 6 na 6

Dla plansz 6 na 6 nie analizowaliśmy algorytmu Depth-First Search, ponieważ czas poszukiwania rozwiązań był zbyt wysoki.

	BFS	A*(hamming)	A* (manhattan)
Śr. dł. rozwiązania	1	1	1
Śr. odwiedzonych	3	1	1
Śr. przetworzonych	6	3	3
Śr. maks. głębokość	1	1	1
Śr. czas	1,486	3,901	3,470

Tabela 22. Wyniki dla planszy 6 na 6 gdy długość rozwiązania wynosiła 1

	BFS	A*(hamming)	A* (manhattan)
Śr. dł. rozwiązania	2	2	2
Śr. odwiedzonych	9	2	3
Śr. przetworzonych	22	6	9
Śr. maks. głębokość	2	2	2
Śr. czas	1,610	3,517	3,720

Tabela 23. Wyniki dla planszy 6 na 6 gdy długość rozwiązania wynosiła 2

	BFS	A*(hamming)	A* (manhattan)
Śr. dł. rozwiązania	3	3	3
Śr. odwiedzonych	26	3	4
Śr. przetworzonych	65	10	14
Śr. maks. głębokość	3	3	3
Śr. czas	1,975	3,721	3,933

Tabela 24. Wyniki dla planszy 6 na 6 gdy długość rozwiązania wynosiła 3

	BFS	A*(hamming)	A* (manhattan)
Śr. dł. rozwiązania	4	4	4
Śr. odwiedzonych	69	4	8
Śr. przetworzonych	175	14	27
Śr. maks. głębokość	4	4	4
Śr. czas	3,042	3,831	3,933

Tabela 25. Wyniki dla planszy 6 na 6 gdy długość rozwiązania wynosiła 4

	BFS	A*(hamming)	A* (manhattan)
Śr. dł. rozwiązania	5	5	5
Śr. odwiedzonych	180	5	13
Śr. przetworzonych	452	18	41
Śr. maks. głębokość	5	5	5
Śr. czas	5,699	3,749	4,033

Tabela 26. Wyniki dla planszy 6 na 6 gdy długość rozwiązania wynosiła 5

	BFS	A*(hamming)	A* (manhattan)
Śr. dł. rozwiązania	6	6	6
Śr. odwiedzonych	445	7	22
Śr. przetworzonych	1112	23	71
Śr. maks. głębokość	6	6	7
Śr. czas	10,869	3,773	4,356

Tabela 27. Wyniki dla planszy 6 na 6 gdy długość rozwiązania wynosiła 6

	BFS	A*(hamming)	A* (manhattan)
Śr. dł. rozwiązania	7	7	7
Śr. odwiedzonych	1089	8	37
Śr. przetworzonych	2716	29	118
Śr. maks. głębokość	7	7	8
Śr. czas	20,750	3,864	5,070

Tabela 28. Wyniki dla planszy 6 na 6 gdy długość rozwiązania wynosiła 7

6. Dyskusja

6.1. Algorytm Breadth-First Search

- Algorytm prosty do zaimplementowania.
- Algorytm ten sprawdzał się najlepiej, gdy długość rozwiązania była mała oraz gdy rozmiar planszy był mały. Zwiększenie rozmiaru tablicy oraz długości rozwiązania znacząco wpływały na wydłużenie czasu szukania rozwiązania.
- Nawet przy większej liczbie stanów odwiedzonych i przetworzonych niż w algorytmie A* to bywały sytuacje, że algorytm ten znajdował rozwiązanie szybciej. Dobrze to obrazuje przypadek z Tabeli 7. Wynika to z prostoty działania algorytmu.
- Rozwiązanie znalezione przez ten algorytm zawsze było rozwiązaniem najkrótszym.

6.2. Algorytm Depth-First Search

- Algorytm prosty do zaimplementowania.
- Algorytm ten w bardzo małej ilości przypadków znajdował rozwiązanie w krótszym czasie niż algorytm A*. Taka sytuacja miała miejsce tylko gdy tablica miała rozmiar 3 na 3 oraz długość rozwiązania nie przekraczała 3.
- Liczba stanów przetworzonych oraz odwiedzonych znacząco wzrastała wraz ze wzrostem rozmiaru planszy oraz długości. Z tabeli 1. możemy odczytać, że nawet dla najmniejszej planszy i rozwiązaniu równym 1, przed odnalezieniem rozwiązania musiał przetworzyć około 1895 stanów oraz odwiedzić 1888.
- Algorytm praktycznie nigdy nie dawał najkrótszego rozwiązania.

6.3. Algorytm A*

- Algorytm ten znajdował rozwiązanie w bardzo podobnym czasie niezależnie od długości rozwiązania oraz rozmiaru planszy. Porównując czas znalezienia rozwiązania na planszy 3 na 3 i długości rozwiązania 1 znajdującego się w tabeli 1. a czas znalezienia rozwiązania na planszy 6 na 6 i długości rozwiązania 7 to czasy te nie różniły się one o więcej niż 2 milisekundy.
- Bardzo mała liczba stanów przetworzonych i odwiedzonych, lecz przez skomplikowane działanie algorytmu nie zawsze wiązało się to z krótkim czasem poszukiwania rozwiązania. Doskonale to widać w tabeli 1. gdzie algorytm DFS odwiedził 1887 stanów więcej oraz 1892 więcej przetworzył a mimo to znalazł rozwiązanie o 2 milisekundy szybciej niż A* korzystający z metryki Hamming’a.
- Algorytm A* wykorzystujący metrykę Hamming’a oraz ten wykorzystujący metrykę Manhattan dawały bardzo podobne wyniki. Rozbieżność w wynikach nigdy nie przekracza więcej niż 1 milisekundy.
- Algorytm zawsze dawał najkrótsze rozwiązanie.

7. Wnioski

Z przeprowadzonych badań wynika, że najgorszym algorytmem przeszukującym jest algorytm Depth-First Search. Najbardziej uniwersalnym algorytmem przeszukującym był algorytm A*, niezależnie od przyjętej heurystyki. Dla ograniczonej ilości przypadków gdy poszukiwane rozwiązanie nie jest zbyt długie oraz rozmiar planszy nie jest za duży, najlepszym algorytmem przeszukującym okazał się Breadth-First Search.