



– Justifique todas as respostas e indique os cálculos efetuados –

1. Considere as matrizes: $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$.

[15pts]

(a) Calcule um produto (que esteja definido) das três matrizes.

[20pts]

(b) Usando o método de eliminação de Gauss-Jordan, determine a matriz escalonada por linhas reduzida equivalente a C . Indique, justificando, a característica e a nulidade de C .

[15pts]

(c) Justifique que A é invertível. Sendo $D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, determine a matriz X tal que $XA^{-1} = D$.

2. Considere $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & a & 1 \\ a & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $a \in \mathbb{R}$, e $B = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$.

[40pts]

(a) Discuta, em função do parâmetro a , o sistema $AX = B$.

[12pts]

(b) Para $a = 3$, B pertence ao espaço das colunas de A ? Justifique.

[13pts]

(c) Para $a = 1$, determine $\mathcal{N}(A)$, o espaço nulo de A .

3. Sejam $A(-1, 0, 2)$, $B(1, 2, 3)$ e $C(0, 1, 3)$ pontos de \mathbb{R}^3 .

[15pts]

(a) Calcule o volume do paralelepípedo com vértice em $O = (0, 0, 0)$ e arestas \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} e \overrightarrow{OC} .

[20pts]

(b) Calcule a área de um dos paralelogramos com vértices em O , A e B .

4. Seja A a matriz 4×4 invertível tal que $\text{adj } A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 1 & 8 \\ 1 & 0 & 7 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$.

[15pts]

(a) Verifique que $\det(\text{adj } A) = -8$

[20pts]

(b) Calcule A^{-1} .

[15pts]

5. Diga, justificando, se é verdadeira ou falsa a seguinte afirmação. Caso seja falsa, apresente um contra-exemplo.

$$(X \times Y) \cdot (X + Y) = 0, \text{ quaisquer que sejam } X, Y \in \mathbb{R}^3.$$