

## Tarea #2.

1. Se tiene una caja cúbica hecha con  $10^3 \text{ kg}$  de aluminio; el aluminio tiene una densidad de  $2.70 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ , un coeficiente de expansión lineal de  $24 \times 10^{-6} (1/^\circ\text{C})$  y un calor específico de  $900 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ . Se tiene otra caja, pero hecha con  $9 \times 10^3 \text{ kg}$  de cobre; en el mismo orden, los datos del cobre son:  $8.92 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,  $17 \times 10^{-6} (1/^\circ\text{C})$  y  $387 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ . La caja de aluminio está inicialmente a  $20^\circ\text{C}$  y la de cobre a  $25^\circ\text{C}$ . Luego, estas cajas son colocadas juntas dentro de un calorímetro.

- Si no se pierde calor a los alrededores, es decir, que la transferencia de calor ocurre únicamente entre ellos, ¿cuál es la temperatura en equilibrio de los objetos?
- ¿Cuál es el cambio de volumen de cada caja, debido al cambio de temperatura? M. Morales

②  $Q_{\text{Al}} = -Q_{\text{Cobre}}$

$Q_{\text{Aluminio}} = -Q_{\text{Cobre}} \Rightarrow m_{\text{Al}} \cdot C_{\text{Al}} \cdot (T_f - T_{\text{in}}) = -(m_{\text{Cu}} \cdot C_{\text{Cu}} \cdot (T_f - T_{\text{in}}))$

$\Rightarrow m_{\text{Al}} \cdot C_{\text{Al}} \cdot T_f + m_{\text{Cu}} \cdot C_{\text{Cu}} \cdot T_f = m_{\text{Cu}} \cdot C_{\text{Cu}} \cdot T_{\text{in}} + m_{\text{Al}} \cdot C_{\text{Al}} \cdot T_{\text{in}}$

$\Rightarrow T_f = \frac{m_{\text{Cu}} \cdot C_{\text{Cu}} \cdot T_{\text{in}} + m_{\text{Al}} \cdot C_{\text{Al}} \cdot T_{\text{in}}}{m_{\text{Al}} \cdot C_{\text{Al}} + m_{\text{Cu}} \cdot C_{\text{Cu}}}$

$\Rightarrow T_f = \frac{(9 \times 10^3 \text{ kg}) (387 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}) (25^\circ\text{C}) + (10^3 \text{ kg}) (900 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}) (20^\circ\text{C})}{(9 \times 10^3 \text{ kg}) (387 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}) + (10^3 \text{ kg}) (900 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}})}$

$\Rightarrow T_f = 23.97^\circ\text{C}$

Respuesta:

②  $23.97^\circ\text{C}$ .

③  $1.057 \times 10^{-3} \text{ m}^3$  en la de aluminio;  
 $-5.25 \times 10^{-5} \text{ m}^3$  en la de cobre.

Aluminio  
③  $\Delta V_{\text{Al}} = 3\alpha \cdot V_i \cdot \Delta T = 3\alpha_{\text{Al}} \cdot V_{\text{Al}} \cdot (T_f - T_{\text{in}}) = (3) \left( \frac{24 \times 10^{-6}}{^\circ\text{C}} \right) (3.7 \text{ m}^3) (23.97 - 20)^\circ\text{C}$   
 $d = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{d} = \frac{(10^3 \text{ kg})}{2.70 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \approx 3.7 \text{ m}^3 \Rightarrow \Delta V = 1.057 \times 10^{-3} \text{ m}^3$

Cobre

$\Delta V = 3\alpha \cdot V_i \cdot \Delta T = (3) \left( \frac{17 \times 10^{-6}}{^\circ\text{C}} \right) (1 \text{ m}^3) (23.97 - 25)^\circ\text{C} = \Delta V = -5.25 \times 10^{-5} \text{ m}^3$   
 $\frac{m}{d} = V = \frac{9 \times 10^3 \text{ kg}}{8.92 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \approx 1 \text{ m}^3$

2. En su texto, Serway & Jewet, el enunciado de la Primera Ley de la Termodinámica aparece así:

$$\Delta E = Q + W$$

El el co-texto (Sears, Zemansky, Young & Freedman) la misma ley aparece así:

$$Q = \Delta E + W$$

Explique, cuidadosamente, el origen de la aparente contradicción entre ambas ecuaciones y elabore una explicación en la que aclare el significado de cada una.

La diferencia está en el que la primera ecuación ( $\Delta E = Q + W$ ), el trabajo "W" se refiere al trabajo hecho sobre el sistema; en la segunda ecuación ( $Q - W = \Delta E$ ), se refiere al trabajo hecho por el sistema, es decir, sobre su entorno.

Por ejemplo, un gas puede absorber 1000J de calor y efectuar 400J de trabajo sobre el ambiente (por el sistema), entonces aumentaría la energía interna del gas 600J ( $1000J - 400J$ ). 400J de trabajo hechos por el sistema son -400J hechos sobre el sistema ( $\Delta E_{int} = 1000J + (-400J)$ )

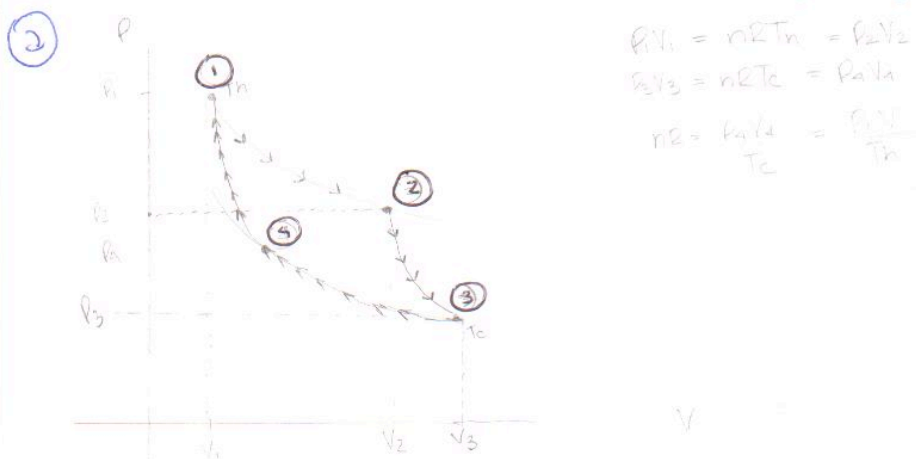
Quiénes descubrieron la primera ley de la termodinámica estaban interesados en construir máquinas de calor. Lo que querían averiguar era cuánto trabajo efectúa una máquina de calor, no cuánto trabajo se hacía sobre ella (Ullson, Buff, Lou, sexta Edición). Por esta razón, se usa  $\Delta E_{int} = Q - W$  más frecuentemente en los libros.

3. Un gas ideal de  $n$  moles se encuentra inicialmente a la presión  $P_1$ , volumen  $V_1$  y temperatura  $T_h$ . Experimenta una expansión isotérmica hasta que su presión y volumen son  $P_2$  y  $V_2$ . Luego se expande adiabáticamente hasta que la temperatura es  $T_c$  y la presión y volumen son  $P_3$  y  $V_3$ . A continuación se comprime isotérmicamente hasta alcanzar la presión  $P_4$  y volumen  $V_4$ , el cual está relacionado con el volumen inicial  $V_1$  por

$$T_c V_4^{\gamma-1} = T_h V_1^{\gamma-1}$$

El gas se comprime adiabáticamente hasta recuperar su estado original.

- (a) Suponiendo que cada una de las etapas es cuasiestática, representar este ciclo en un diagrama PV. (Este es el ciclo de Carnot para un gas ideal)



- (b) Demostrar que el calor absorbido  $Q_h$  durante la expansión isotérmica a  $T_h$  es

$$Q_h = nRT_h \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$\Delta E_{int(1 \rightarrow 2)} = 0 \Rightarrow Q_h = -W$$

$$Q_h = Q$$

$$\Rightarrow Q_h = Q = -W_1 = -nRT_h \ln(V) \Big|_{V_1}^{V_2}$$

$$\Rightarrow Q_h = -nRT_h \ln(V_1) - (-nRT_h \ln(V_2))$$

$$\Rightarrow Q_h = nRT_h \ln(V_2) - nRT_h \ln(V_1)$$

$$\Rightarrow Q_h = nRT_h \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$



- (c) Demostrar que el calor cedido  $Q_c$  por el gas durante la compresión isotérmica a  $T_h$  es

$$Q_c = nRT_c \ln \frac{V_3}{V_4}$$

$$\Delta E_{3 \rightarrow 4} = 0 \Rightarrow Q_3 = -W_3$$

$$Q_c = Q_3 = -W$$

$$= -nRT_c \ln(V) \Big|_{V_f}^{V_i}$$

$$= -nRT_c \ln(V_3) + nRT_c \ln(V_4)$$

$$\Rightarrow Q_c = nRT_c \ln \left( \frac{V_4}{V_3} \right)$$

- (d) Utilizando el resultado de que para una expansión adiabática  $TV^{\gamma-1}$  es constante, demostrar que  $V_2/V_1 = V_3/V_4$ .

$$T_c V_4^{\gamma-1} = T_h V_1^{\gamma-1}$$

$$T_c V_3^{\gamma-1} = T_h V_2^{\gamma-1}$$

$$\Rightarrow \left( \frac{V_4}{V_1} \right)^{\gamma-1} = \frac{T_h}{T_c} \quad \Rightarrow \frac{T_h}{T_c} = \left( \frac{V_3}{V_2} \right)^{\gamma-1} = \left( \frac{V_4}{V_1} \right)^{\gamma-1} \quad | \quad (\cdot)^{1/\gamma-1}$$

$$\Rightarrow \frac{V_3}{V_2} = \frac{V_4}{V_1} \Rightarrow \boxed{\frac{V_3}{V_4} = \frac{V_2}{V_1}}$$

- (e) El rendimiento en el ciclo de Carnot viene definido por el trabajo neto realizado dividido por el calor absorbido  $Q_h$ . Teniendo en cuenta el primer principio de la termodinámica, demostrar que este principio es  $1 - Q_c/Q_h$ .

$$\frac{W_{\text{neto}}}{Q_h} = \frac{W_{12} + W_{23} + W_{34} + W_{41}}{Q_h} = \frac{Q_h - Q_c}{Q_h} = \frac{Q_h}{Q_h} - \frac{Q_c}{Q_h} = \boxed{1 - \frac{Q_c}{Q_h}}$$

$$\Delta E_{12} = 0 \Rightarrow W = Q_h$$

$$\Delta E_{23} = W$$

$$\Delta E_{34} = -W$$

$$\Delta E_{41} = 0 \Rightarrow W = -Q_c$$

- (f) Utilizando los resultados previos demostrar que  $Q_c/Q_h = T_c/T_h$

S. Minera

$$\frac{Q_c}{Q_h} = \frac{nRT_c \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right)}{nRT_h \ln \left( \frac{V_3}{V_4} \right)} = \frac{T_c}{T_h} \cdot \frac{\ln \left( \frac{V_3}{V_4} \right)}{\ln \left( \frac{V_3}{V_4} \right)} = \frac{T_c}{T_h}$$

4. La energía liberada por la radiactividad en el interior de la Tierra es conducida hacia el exterior en la forma de calor en los océanos. Con el objeto de hacer un cálculo aproximado, supóngase que el gradiente de temperatura en la parte sólida de la Tierra, por debajo de los océanos, es de  $0.07^\circ\text{C}/\text{m}$  y que la conductividad térmica promedio es de  $2 \times 10^{-4} \text{ kcal}/\text{m} \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C}$ . Determine:
- el ritmo de transferencia de calor por metro cuadrado.
  - Supóngase que el ritmo del inciso anterior es aproximadamente el mismo en la superficie terrestre completa. Determine la cantidad de calor transferida a través de la superficie terrestre cada día. *L. Rivera*

$$a) \frac{W}{\Delta t} = K \cdot A \cdot \left| \frac{dT}{dx} \right| = 2 \times 10^{-4} \frac{\text{kcal}}{\text{m} \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot A \cdot 0.07 \frac{^\circ\text{C}}{\text{m}} = 1.4 \times 10^{-5} \frac{\text{kcal}}{\text{s} \cdot \text{m}^2} = 0.058 \frac{\text{J}}{\text{s} \cdot \text{m}^2}$$

$$b) 1.4 \times 10^{-5} \frac{\text{kcal}}{\text{s} \cdot \text{m}^2} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ hora}} \cdot \frac{24 \text{ horas}}{1 \text{ día}} = 1.2096 \frac{\text{kcal}}{\text{día} \cdot \text{m}^2} \cdot 4\pi (6.37 \times 10^6 \text{ m})^2 = 6.17 \times 10^{14} \frac{\text{kcal}}{\text{día}}$$

$$a) 1.4 \times 10^{-5} \frac{\text{kcal}}{\text{s} \cdot \text{m}^2} \quad \text{o} \quad 0.058 \frac{\text{J}}{\text{s} \cdot \text{m}^2}$$

$$b) 6.17 \times 10^{14} \frac{\text{kcal}}{\text{día}} \quad \text{o} \quad 2.58 \times 10^{18} \frac{\text{J}}{\text{día}}$$

5. Si alguna vez ha propinado o recibido una bofetada, quizá recuerde la sensación de ardor. Imagine que tuvo la desafortunada ocasión de ser abofeteado por una persona enojada, lo cual le causó un aumento de temperatura de  $1.8^{\circ}\text{C}$  en el área afectada. Suponiendo que la mano golpeadora tiene una masa de  $1.2\text{ kg}$  y que cerca de  $0.150\text{ kg}$  de tejido tanto de la cara como de la mano resulta afectado por el incidente, estime la velocidad de la mano justo antes del impacto. Suponga que el calor específico del tejido es de  $3.8\text{ kJ/kg}^{\circ}\text{C}$ . *M. Moscoso*

Suponiendo que toda la energía de la bofetada se transforma en calor  $Q_{\text{tot}} = \frac{1}{2}mv^2$

$$\Rightarrow mv^2 = 2Q_{\text{tejido}}$$

$$\Rightarrow mv^2 = 2(m_{\text{tej}} \cdot C_{\text{tej}} \cdot \Delta T)$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{2(m_{\text{tej}} \cdot C_{\text{tej}} \cdot \Delta T)}{m_{\text{mano}}}$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{2(0.150\text{ kg})(3800\frac{\text{J}}{\text{kg}^{\circ}\text{C}})(1.8^{\circ}\text{C})}{1.2\text{ kg}}$$

$$v = \sqrt{1710\frac{\text{J}}{\text{kg}}}$$

$$\Rightarrow v \approx 41.35\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\frac{\text{J}}{\text{kg}} = \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{kg}} = \frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m}}{\text{kg}} = \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

6. Para calentar 1 kg de un gas desconocido en 1 K y a presión constante se requiere de 912 J. Para calentar la misma cantidad del gas a volumen constante se requiere de 649 J. ¿De qué gas se trata? I. Aguilar

$$Q_{p-\text{const}} = n \cdot C_p \cdot \Delta T = 912 \text{ J}$$

$$Q_{v-\text{const}} = n C_v \cdot \Delta T = 649 \text{ J}$$

$$n = \frac{912 \text{ J}}{C_p \cdot \Delta T} \Rightarrow 649 = \frac{912 \text{ J}}{C_p \cdot \Delta T} \cdot \Delta T \cdot C_v \Rightarrow \frac{C_v}{C_p} = \frac{649}{912} = \frac{1}{\gamma} \Rightarrow \gamma = 1.4 \quad (\text{gas diatómico})$$

$$C_p - C_v = R$$

$$\Rightarrow 1.40 C_v - C_v = R$$

$$\frac{C_p}{C_v} = 1.40 \Rightarrow C_p = 1.40 C_v$$

$$\Rightarrow 0.40 C_v = R$$

$$\Rightarrow C_v = \frac{8.31}{0.40} = 20.775 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

$$649 \text{ J} = n C_v \Delta T \Rightarrow n = \frac{649 \text{ J}}{20.775 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 1 \text{ K}} = 31.24 \text{ mol} = \frac{1000 \text{ g}}{\frac{M}{2}} \quad (\text{es diatómico})$$

Respuesta: Oxígeno,  $\text{O}_2$

$$\Rightarrow M = \frac{500 \text{ g}}{31.24 \text{ mol}} = 16 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \quad (\text{Oxígeno})$$



7. Un intercambiador de calor es uno de los dispositivos mecánicos más utilizados para transferencia de energía térmica de un material a otro. Determine en los siguientes procesos, la utilización de los radiadores. (a) Motores de combustión interna. (b) Fabricación de alimentos. (c) Aire acondicionado. (d) Refinería petrolera. P. Obregón

Un radiador es un "intercambiador de calor", una máquina térmica que se encarga de aportar calor a un elemento de un sistema.

- a) Un motor de combustión interna mezcla oxígeno con oxígeno para luego quemar el gas (combustión). El motor utiliza ~~el~~ la energía en forma de calor producida por esta combustión. El radiador sirve como un sistema de refrigeración para éste.
- b) Entre las máquinas que se utilizan para generar calor para la fabricación de alimentos, hay motores los cuales al hacer trabajo a una temperatura constante, las máquinas necesitan mantener el calor producido por éste. Los radiadores funcionando simultáneamente en los automotores, permiten mantener la temperatura constante de las máquinas.
- c) El refrigerante de la máquina de aire acondicionado absorbe calor por lo que se evapora haciendo que el aire del ambiente se enfríe. Una unidad exterior de la máquina aplica presión al gas para condensar de nuevo el refrigerante.
- d) Se usan radiadores en el proceso de destilación del petróleo. Aquí, el petróleo se eleva a temperaturas de  $200^{\circ}\text{C}$  -  $400^{\circ}\text{C}$  en donde por ebullición, sus componentes son separados. Todo este calor generado se regula con radiadores.