

Universidad del Valle de Guatemala

Proyecto: Ejercicios en Mathcad

Desarrollado por: Carlos López Camey, Carné #08107

Noviembre, 2009

Carlos Eduardo Lopez Camey

Problema 1. Distancia entre el punto Q hasta la linea L

$$Q := \begin{pmatrix} 0 \\ e^1 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ \pi \end{pmatrix} + \frac{1}{t} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ \ln(10) \\ 3 \end{pmatrix}$$

Sabiendo que $d = |\vec{Q} - \text{Pr} \, oy_{\vec{d}} PQ|$

$$Q := \begin{pmatrix} 0 \\ e^1 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix} \qquad P := \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ \pi \end{pmatrix}$$

Entonces

$$PQ := P - Q = \begin{pmatrix} -1 \\ -1.718 \\ 1.727 \end{pmatrix}$$

El vector direccion de L esta dado por

$$d := \begin{pmatrix} -2 \\ \ln(10) \\ 3 \end{pmatrix}$$

Implicando

$$d \cdot d = 18.302$$

$$d \cdot PQ = 3.226$$

Por lo que

$$\mathsf{Proy} := \frac{\mathsf{d} \cdot \mathsf{PQ}}{\mathsf{d} \cdot \mathsf{d}} = 0.176$$

Prov:= Prov·d =
$$\begin{pmatrix} -0.352 \\ 0.406 \\ 0.529 \end{pmatrix}$$
 dist := Q - Prov = $\begin{pmatrix} 0.352 \\ 2.312 \\ 0.885 \end{pmatrix}$

distancia :=
$$\sqrt{(\text{dist}_0)^2 + (\text{dist}_1)^2 + (\text{dist}_2)^2} = 2.501$$
 distan := $|\text{dist}| = 2.501$

Demostrar que $u \times v = -v \times u$

$$u := \begin{pmatrix} u1 \\ u2 \\ u3 \end{pmatrix} \qquad v := \begin{pmatrix} v1 \\ v2 \\ v3 \end{pmatrix}$$

$$u \times v \rightarrow \begin{pmatrix} u2 \cdot v3 - u3 \cdot v2 \\ u3 \cdot v1 - u1 \cdot v3 \\ u1 \cdot v2 - u2 \cdot v1 \end{pmatrix} \qquad -v \times u \rightarrow \begin{pmatrix} u2 \cdot v3 - u3 \cdot v2 \\ u3 \cdot v1 - u1 \cdot v3 \\ u1 \cdot v2 - u2 \cdot v1 \end{pmatrix}$$

En particular, dandole valores a los vectores

$$u_{0} := 4 \qquad v_{0} := 41$$

$$u_{1} := 20 \qquad v_{1} := 25$$

$$u_{2} := 1.4 \qquad v_{2} := 3$$

$$u = \begin{pmatrix} 4 \\ 20 \\ 1.4 \end{pmatrix} \qquad v = \begin{pmatrix} 41 \\ 25 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$u \times v = \begin{pmatrix} 25 \\ 45.4 \\ -720 \end{pmatrix} \qquad -v \times u = \begin{pmatrix} 25 \\ 45.4 \\ -720 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} + \mathbf{v} \times \mathbf{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Demostrar que $\vec{u} \times (k \cdot \vec{v}) = k(\vec{u} \times v)$

Tenemos entonces,

$$u := \begin{pmatrix} u1 \\ u2 \\ u3 \end{pmatrix} \qquad v := \begin{pmatrix} v1 \\ v2 \\ v3 \end{pmatrix}$$

$$u \times (k \cdot v) \rightarrow \begin{pmatrix} k \cdot u2 \cdot v3 - k \cdot u3 \cdot v2 \\ k \cdot u3 \cdot v1 - k \cdot u1 \cdot v3 \\ k \cdot u1 \cdot v2 - k \cdot u2 \cdot v1 \end{pmatrix} \qquad k \cdot (u \times v) \rightarrow \begin{pmatrix} k \cdot (u2 \cdot v3 - u3 \cdot v2) \\ -k \cdot (u1 \cdot v3 - u3 \cdot v1) \\ k \cdot (u1 \cdot v2 - u2 \cdot v1) \end{pmatrix}$$

Probemos entonces para el siguiente caso particular

$$u_0 := 4$$
 $v_0 := 41$ $k := k$
 $u_1 := 20$ $v_1 := 25$ $k \to k$
 $u_2 := 1.4$ $v_2 := 3$ $k := \frac{3}{4}$
 $u = \begin{pmatrix} 4 \\ 20 \\ 1.4 \end{pmatrix}$ $v = \begin{pmatrix} 41 \\ 25 \\ 3 \end{pmatrix}$

$$\mathbf{u} \times (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) = \begin{pmatrix} 18.75 \\ 34.05 \\ -540 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{k} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = \begin{pmatrix} 18.75 \\ 34.05 \\ -540 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{u} \times (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) - \mathbf{k} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Problema 4

Demostrar que
$$\vec{u} \times (\vec{v} + \vec{w}) = (\vec{u} \times \vec{v}) + (\vec{u} \times \vec{w})$$

Definamos entonces los vectores u,v y w

$$u := \begin{pmatrix} u1 \\ u2 \\ u3 \end{pmatrix} \qquad v := \begin{pmatrix} v1 \\ v2 \\ v3 \end{pmatrix} \qquad w := \begin{pmatrix} w1 \\ w2 \\ w3 \end{pmatrix}$$

Tenemos

$$(u \times v) + (u \times w) \rightarrow \begin{pmatrix} u2 \cdot v3 - u3 \cdot v2 + u2 \cdot w3 - u3 \cdot w2 \\ u3 \cdot v1 - u1 \cdot v3 - u1 \cdot w3 + u3 \cdot w1 \\ u1 \cdot v2 - u2 \cdot v1 + u1 \cdot w2 - u2 \cdot w1 \end{pmatrix}$$

$$u \times (v + w) \rightarrow \begin{bmatrix} u2 \cdot (v3 + w3) - u3 \cdot (v2 + w2) \\ u3 \cdot (v1 + w1) - u1 \cdot (v3 + w3) \\ u1 \cdot (v2 + w2) - u2 \cdot (v1 + w1) \end{bmatrix}$$

$$u \times (v + w) - [(u \times v) + (u \times w)] \rightarrow \begin{bmatrix} u2 \cdot (v3 + w3) - u3 \cdot (v2 + w2) - u2 \cdot v3 + u3 \cdot v2 - u2 \cdot w3 + u3 \\ u3 \cdot (v1 + w1) - u1 \cdot (v3 + w3) + u1 \cdot v3 - u3 \cdot v1 + u1 \cdot w3 - u3 \\ u1 \cdot (v2 + w2) - u2 \cdot (v1 + w1) - u1 \cdot v2 + u2 \cdot v1 - u1 \cdot w2 + u2 \\ u1 \cdot (v2 + w2) - u2 \cdot (v1 + w1) - u1 \cdot v2 + u2 \cdot v1 - u1 \cdot w2 + u2 \\ u1 \cdot (v2 + w2) - u2 \cdot (v1 + w1) - u1 \cdot v2 + u2 \cdot v1 - u1 \cdot w2 + u2 \\ u1 \cdot (v2 + w2) - u2 \cdot (v1 + w1) - u1 \cdot v2 + u2 \cdot v1 - u1 \cdot w2 + u2 \cdot v1 \\ u1 \cdot (v2 + w2) - u2 \cdot (v1 + w1) - u1 \cdot v2 + u2 \cdot v1 - u1 \cdot w2 + u2 \cdot v1 \\ u1 \cdot (v2 + w2) - u2 \cdot (v1 + w1) - u1 \cdot v2 + u2 \cdot v1 - u1 \cdot w2 + u2 \cdot v1 \\ u1 \cdot (v2 + w2) - u2 \cdot (v1 + w1) - u1 \cdot v2 + u2 \cdot v1 - u1 \cdot w2 + u2 \cdot v1 \\ u1 \cdot (v2 + w2) - u2 \cdot (v1 + w1) - u1 \cdot v2 + u2 \cdot v1 \\ u1 \cdot (v2 + w2) - u2 \cdot (v1 + w1) - u1 \cdot v2 + u2 \cdot v1 - u1 \cdot w2 + u2 \cdot v1 \\ u1 \cdot (v2 + w2) - u2 \cdot (v1 + w1) - u1 \cdot v2 + u2 \cdot v1 - u1 \cdot w2 + u2 \cdot v1 \\ u1 \cdot (v2 + w2) - u2 \cdot (v1 + w1) - u1 \cdot v2 + u2 \cdot v1 - u1 \cdot w2 + u2 \cdot v1 \\ u1 \cdot (v2 + w2) - u2 \cdot (v1 + w1) - u1 \cdot v2 + u2 \cdot v1 - u1 \cdot w2 + u2 \cdot v1 - u1 \cdot w2 + u2 \cdot v1 \\ u1 \cdot (v2 + w2) - u2 \cdot (v1 + w1) - u1 \cdot v2 + u2 \cdot v1 - u1 \cdot w2 + u2 \cdot v1 \\ u1 \cdot (v2 + w2) - u2 \cdot (v1 + w1) - u1 \cdot v2 + u2 \cdot v1 - u1 \cdot w2 + u2 \cdot v1 - u1 \cdot w2 + u2 \cdot v1 \\ u1 \cdot (v2 + w2) - u2 \cdot (v1 + w1) - u1 \cdot v2 + u2 \cdot v1 - u1 \cdot w2 + u2 \cdot v1 \\ u1 \cdot (v2 + w2) - u2 \cdot (v1 + w1) - u1 \cdot v2 + u2 \cdot v1 - u1 \cdot w2 + u2 \cdot v1$$

Dando valores particulares

$$u_0 := 4$$
 $v_0 := 41$ $u_0 := 4$ $u_1 := 20$ $v_1 := 25$ $u_1 := 20$ $u_2 := 1.4$ $v_2 := 3$ $u_2 := 1.4$

Problema 5

Dada la siguiente ecuación, que describe la propagacion de una onda transversal en una cuerda con densidad lineal p = 2Kg/m, calcule:

- a) La longitud de la onda
- b) La velocidad de propagacion del disturbio
- c) La rapidez maxima con la que oscilan las particulas del medio
- d) La tension a la que esta sometida la cuerda

$$y(x,t) = 0.5\cos(\pi x - 2\pi t)$$

$$y(x,t) := 0.5 \cdot \cos(\pi \cdot x - 2 \cdot \pi \cdot t)$$

$$u := 2\frac{kg}{m}$$

a) La longitud de la onda

$$k := \pi$$

$$\lambda := 2 \frac{\pi}{\mathsf{k}} = 2$$

a) La velocidad de propagacion del disturbio

$$\omega := -2\pi$$

$$f := \frac{\omega}{2 \cdot \pi}$$

$$V := \lambda \cdot f = -2$$

Problema 6

Un raton de 0.300Kg, nada contento, se mueve en el extremo de un resorte con constante de fuerza $K = 2.50 \frac{N}{m}$, sometido a la acción de una fuerza amortiguadora $F_x = -bv_x$

- a) Si $b = 0.900 \frac{Kg}{s}$, Que frecuencia de oscilación tiene el raton?
- b) Con que valor de "b" la amortiguación sera critica

Inciso a)

$$\frac{2.50}{0.300} > \left[\frac{(0.900)}{2.03}\right]^2 = 1$$
 (Entonces, es)movimiento sub – amortiguado

$$w := \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} = 2.466$$

$$f := \frac{W}{2\pi} = 0.393$$

Inciso b)

Es critica si y solo si
$$\frac{k}{m} = (\frac{b}{2m})^2$$

bcuadrado :=
$$k \cdot 4 \cdot m \cdot \frac{m}{m} = 3$$

$$b := \sqrt{bcuadrado} = 1.732$$

Un paquete experimental y su estructura de soporte que se colocaran a bordo de la Estacion espacial internacional actuan como sistema resorte-masa sub-amortiguado con constante de fuerza $k = 2.1x10^6 \frac{N}{m}$ y masa de m=108Kg. Un requisito de la NASA es que no haya resonancia para oscilaciones forzadas en ninguna frecuencia menor que 35 Hz.

¿Satisface el paquete el requisito?

Estableciendo variables

$$k := 2.1 \cdot 10^6 = 2.1 \times 10^6$$
 $m := 108$

La frecuencia natural esta dada por $\sqrt{\frac{k}{m}}$

Entonces, ■

$$f := \sqrt{\frac{k}{m}} = 139.443$$

freal :=
$$\frac{f}{2 \cdot \pi}$$
 = 22.193

Respuesta: El paquete NO satisface el requisito

Problema 8

Que presion Manometrica se requiere en una toma municipal de agua para que el ahorro de una manguera de bomberos conectada a ella alcance una altura vertical de 15.0m?

Suponga que la toma tiene un diámetro mucho mayor que la manguera

Por bernoulli, sabemos

$$p1 + d \cdot g \cdot h1 + d \cdot \frac{v1^2}{2} = p2 + d \cdot g \cdot h2 + d \cdot v2^2$$

Entonces, ■

$$p1 - p2 = d \cdot g \cdot h2 - d \cdot g \cdot h1$$

$$p1 - p2 = d \cdot g \cdot (h2 - h1)$$

En donde

$$d := 1000$$
 $g := 9.8$ $h2 - h1 = 15$

pmanometrica := $d \cdot g \cdot 15 = 1.47 \times 10^5$

Problema 9

Una barcaza esta en una exclusa rectangular en un rio de agua dulce. La exclusa mide 60.0cm de longitud y 20.0 de anchura y las puertas de acero en sus extremos estan cerradas.

Con la barcaza flotando en la exlucsa, una carga de 2.50*10^6N de chatarra se coloca en la barcaza. El metal tiene una densidad de 9000Kg/m^3.

- a) Cuando la carga que inicialmente estaba en tierra, se coloca en la barcaza ¿Qué distancia vertical sube el agua en la exclusa?
- b) Ahora la chatarra se tira de la barcaza al agua ¿El nivel del agua de la exclusa sube, baja o no cambia? Si sube o baja ¿Cuánto lo hace?

Inciso a)

Inicializando variables

$$W:= 2.50 \cdot 10^6 = 2.5 \times 10^6$$
 $A:= 60 \cdot 20$
 $A:= 1000$
 $A:= 1000$

El volumen desplazado es "y" y esta dado por

$$\Delta V := \frac{W}{g \cdot d}$$
 $\chi := \frac{\Delta V}{A} = 0.213$

Respuesta:

$$y = 0.213$$
 centimetros

Inciso b)

$$\Delta y2 := \frac{y}{9} = 0.024$$

С

Problema 10

Una fuerza mueve una particula a lo largo del eje x, la fuerza es de $\frac{10}{(1+x)^2}$ libras en el punto a x pies del origen. Calcule el trabajo realizado al moverla del origen hasta 9 pies de distancia.

Fuente: Stweart J, Calculo trascendentes Tempranas, 6ta edicion EDIT CENGAGE. Seccion 6.4, Ejercicio 3

Sabemos que la fuerza F esta dada por

$$F(x) := \frac{10}{(1+x)^2} \qquad x := x$$

Y el trabajo W esta dado por W := W

$$W := F(x) \cdot x$$

$$W := \int F(x) dx \rightarrow -\frac{10}{x+1}$$

Y sabiendo que la particula parte desde la posicion x=0 y termina en x=9

Wneto :=
$$\int_{0}^{9} F(x) dx = 9$$

Determine el area de la superficie obtenida al hacer girar la curva $y = \sqrt{1+4x}$ respecto al eje x para $1 \le x \le 5$.

Fuente: Stweart J, Calculo trascendentes Tempranas, 6ta edicion EDIT CENGAGE. Seccion 8.2, Ejercicio7

Tenemos la curva

$$\chi(x) := \sqrt{1 + 4x}$$

Y su derivada

$$yp(x) := \frac{d}{dx}y(x) \rightarrow \frac{2}{\sqrt{4 \cdot x + 1}}$$

Por la definicion de la superficie de revolucion, tenemos

$$2\pi \int_{1}^{5} y(x) \cdot \sqrt{1 + yp(x)^{2}} dx \rightarrow \frac{98 \cdot \pi}{3} = 102.625$$

Problema 12

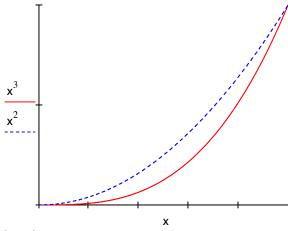
Se tiene una placa delgada uniforme definida por la region

$$x^3 \le y \le x^2 \operatorname{con} \quad 0 \le x \le 1$$

- a) Hacer un bosquejo de la paca
- b) Hallar el centro de masa

Fuente: Primer Examen Parcial, Calculo 2, Luis Mijangos, 2009. Cuarto problema.

Inciso a)



$$f(x) := x^3 - x^2$$

Inciso b)

Sabemos que el centro de masa esta dado por (Xcm, Ycm), en donde

$$Xcm := \frac{\int_0^1 x \cdot f(x) dx}{\int_0^1 f(x) dx} = 0.6$$

$$Ycm := \frac{\int_{0}^{1} f(x) dx}{\frac{2}{\int_{0}^{1} f(x) dx}} = 0.5$$

Por lo tanto, el centro de masa es

$$(Xcm, Ycm) \rightarrow 0.6, 0.5$$

Encuentre las componentes del vector y el angulo que forma con el eje x positivo que cumple con

$$||v|| = \frac{1}{2} y \theta = 225$$

Fuent: Corto #41, Calculo 2, Luis Mijangos, 2009. Primer problema.

Vemos que

$$cos(45) = 2x$$
 $sin(45) = 2y$

Implicando que

$$X := \frac{\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)}{2} \to \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\text{Vi=} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)}{2} \to \frac{\sqrt{2}}{4}$$

Pero, dado el angulo, el vector esta ubicado en el cuarto cuadrante por lo que

$$V := (-x, y) \rightarrow -\frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4}$$

Problema 14

Dada la ecuacion parametrica

$$x = 3t - 5$$
 y $y = 2t + 1$

- a) Bosqueje la curva usando ecuaciones parametricas para trazar puntos.
- b) Elimine el parámetro para hallar la ecuación cartesiana de la curva

Fuente: Stweart J, Calculo trascendentes Tempranas, 6ta edicion EDIT CENGAGE. Seccion 10.1, Ejercicio 5

$$t := t$$
 $t \rightarrow t$

$$y(t) := 2t + 1$$
 $x(t) := 3t - 5$

Despejando para y, vemos que

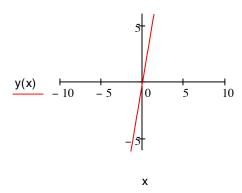
$$t(y) := \frac{y-1}{2} \qquad \qquad y := y$$

Implicando que

$$x := 3 \frac{(y-1)}{2} - 5 \rightarrow \frac{3 \cdot y}{2} - \frac{13}{2}$$

$$\chi(x) := \frac{13 \cdot 2x}{2 \cdot 3}$$

Inciso a)



Problema 14

Dadas las matrices

$$A := \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \qquad C := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \qquad F := \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$B := \begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad D := \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \qquad E := (4 \ 2)$$

$$\mathsf{B} := \begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad \mathsf{D} := \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathsf{E} := (4 \ 2)$$

Calcule lo siguiente

Fuente: David Poole, Algebra Lineal, una introducción moderna, Seccion 3.1

Ejercicio 1)

$$A + 2D = \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ -5 & 7 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 2)

B – C = ■ No se puede realizar por las dimensiones de las matrices.

Ejercicio 3)

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 12 & -6 & 3 \\ -4 & 12 & 14 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 4)

$$D + B \cdot C = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 19 & 27 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 5)

$$E \cdot (A \cdot F) = 10$$

Ejercicio 6)

$$F \cdot E = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 8 & 4 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 7)

$$B^{T} \cdot C^{T} - (C \cdot B)^{T} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 8)

$$A^3 = \begin{pmatrix} 27 & 0 \\ -49 & 125 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 9)

$$3D - 2A = \begin{pmatrix} -6 & -9 \\ -4 & -7 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 10)

$$B - C^{T} = \begin{pmatrix} 3 & -5 & -4 \\ -2 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 11)

B·D = ■ No se puede realizar por las dimensiones de las matrices

Ejercicio 12)

$$B^{\mathsf{T}} \cdot B = \begin{pmatrix} 16 & -8 & 4 \\ -8 & 8 & 4 \\ 4 & 4 & 10 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 13)

$$F \cdot (D \cdot F) = 14$$

Ejercicio 14)

$$E \cdot F = 0$$

Ejercicio 15)

$$D \cdot A - A \cdot D = \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 16)

$$(identity(2) - D)^2 = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$$

Usar diferenciales par hallar el valor aproximado de

$$\sqrt{(3.02)^2 + (1.99)^2 + (5.97)^2}$$

Fuente: Cuarto Examen Parcial, Calculo 2, Luis Mijangos, 2009. Tercer problema.

$$\Delta z := -0.03$$
 Zo := 6
 $\Delta y := -0.01$ Yo := 2

$$\Delta x := 0.02$$
 Xo := 3

$$W(x, y, z) := \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$fx(x,y,z) := \frac{1 \cdot 2x}{2\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \rightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

fy(x,y,z) :=
$$\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \rightarrow \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$fz(x,y,z) := \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \rightarrow \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$fx(3,2,6) \to \frac{3}{7}$$

$$fy(3,2,6) \to \frac{2}{7}$$

$$fz(3,2,6) \to \frac{6}{7}$$

$$dz := fx(3,2,6) \cdot \Delta x + fy(3,2,6) \cdot \Delta y + fz(3,2,6) \Delta z \rightarrow -0.02$$

$$w(3.02, 1.99, 5.97) = 6.98$$

Que es aproximadamente

Aprox :=
$$w(3, 2, 6) + dz = 6.98$$

Encuentre la ecuación de la tangente a la curva en el punto P

$$y = \frac{x-1}{x-2}$$

$$P=(3,2)$$

Fi $2.X(x) := \frac{x-1}{x-2}$ rt, Calculo $d_{x} := x$ variable, Trascendetes tempranas, Capitulo

Calculando la derivada, obtenemos

$$\operatorname{yp}(x) := \frac{d}{dx} y(x) \rightarrow \frac{1}{x-2} - \frac{x-1}{(x-2)^2}$$

Calculando la pendiente de la recta en el punto dado tenemos

$$m := yp(3) = -1$$

Y encontrando el intercepto con el eje y

$$2 = -(3) + b$$

$$b := 2 + 3$$

Tenemos

rtangente(x) :=
$$m \cdot x + b \rightarrow 5 - x$$

Resuelva

Fuente: Repaso de Tecnicas, Tarea, Ecuaciones Diferenciales, MM2014

$$\left(x^2 + y^2\right) dx + 3xydy = 0$$
 x := x

Que es una ecuacion diferencial homogenea

$$y = vx$$
 $dy := dv \cdot x + dx \cdot v$

$$1 + 4v^{2}dx + 3xvdv = 0$$

$$\int \frac{1}{x} dx = -\int 3 \frac{v}{1 + 4v^{2}} dv$$

Lo cual implica que

$$-\ln(x) \quad \frac{3\ln\left[4\left(\frac{y}{x}\right)^2 + 1\right]}{8} = 0$$

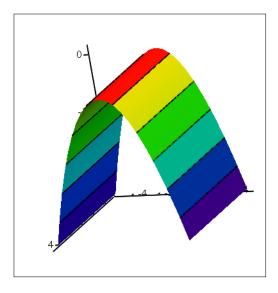
Representa graficamente las funciones

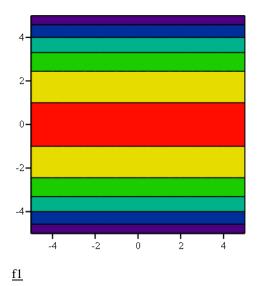
$$f(x, y) = 1 - y^{2}$$

$$f2(x, y) = 4 - x^{2} - y^{2}$$

$$f3(x, y) = x^{2} * y^{2} + 1$$

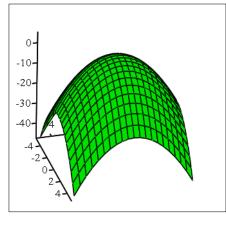
 $I_{\underline{\mathbf{f1}}(\underline{\mathbf{x}},\underline{\mathbf{y}}):=\mathbf{1}-\underline{\mathbf{y}}^2}$, Calculo 2, Luis Mijangos, 2009. Primer problema.

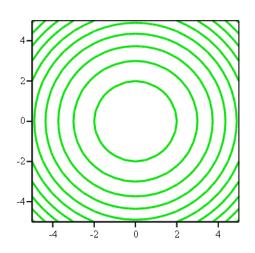




<u>f1</u>

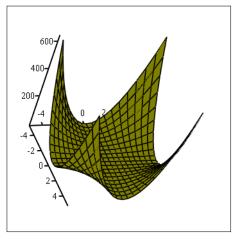
$$\underline{\mathrm{f2}}(\underline{\mathrm{x}},\underline{\mathrm{y}}) \coloneqq \mathbf{4} - \underline{\mathrm{x}}^2 - \underline{\mathrm{y}}^2$$

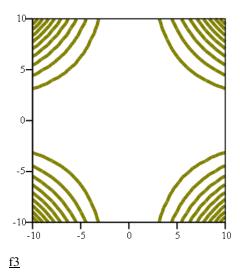




<u>f2</u>

$$\underline{\mathbf{f3}}(\underline{\mathbf{x}},\underline{\mathbf{y}}) := \underline{\mathbf{y}}^2 \cdot \underline{\mathbf{x}}^2 + \mathbf{1}$$





<u>f3</u>

Problema 18

Halle las derivadas parciales respecto a "x" y "y"

Fuent: Corto #5, Calculo 2, Luis Mijangos, 2009.

Inciso a)

$$g(\underline{x},\underline{y}) := \frac{\underline{x}}{\underline{y}}$$

respecto de x

respecto de y

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\underline{x}}\underline{g}(\underline{x},\underline{y}) \to \frac{1}{\underline{y}}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\underline{x}}\underline{g}(\underline{x},\underline{y}) \to \frac{1}{\underline{y}} \qquad \qquad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\underline{y}}\underline{g}(\underline{x},\underline{y}) \to -\frac{\underline{x}}{\underline{y}}$$

Inciso b)

$$\underline{\mathbf{h}}(\underline{\mathbf{x}},\underline{\mathbf{y}}) := \underline{\sin}\Big(\Big(\underline{\tan}\Big(3\underline{\mathbf{x}}^2 + 4\underline{\mathbf{y}}^3\Big)\Big)\Big)$$

respecto de x

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\underline{x}}\underline{h}(\underline{x},\underline{y}) \to 6\cdot\underline{x}\cdot\underline{\cos}\Big(\underline{\tan}\Big(3\cdot\underline{x}^2+4\cdot\underline{y}^3\Big)\Big)\cdot\Big(\underline{\tan}\Big(3\cdot\underline{x}^2+4\cdot\underline{y}^3\Big)^2+1\Big)$$

respecto de y

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d} \underline{\mathrm{h}}(\underline{\mathrm{x}},\underline{\mathrm{y}})} \to 12 \cdot \underline{\mathrm{y}}^2 \cdot \underline{\mathrm{cos}} \Big(\underline{\mathrm{tan}} \Big(3 \cdot \underline{\mathrm{x}}^2 + 4 \cdot \underline{\mathrm{y}}^3 \Big) \Big) \cdot \Big(\underline{\mathrm{tan}} \Big(3 \cdot \underline{\mathrm{x}}^2 + 4 \cdot \underline{\mathrm{y}}^3 \Big)^2 + 1 \Big)$$

Inciso c)

$$\underline{\mathbf{k}}(\underline{\mathbf{x}},\underline{\mathbf{y}}) := \underline{\mathbf{e}}^{\underline{\mathbf{X}}} \cdot \underline{\mathbf{tan}}(\underline{\mathbf{y}})$$

respecto de x

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\underline{\mathrm{k}}(\underline{\mathrm{x}},\underline{\mathrm{y}}) \to \underline{\mathrm{e}}^{\underline{\mathrm{x}}}\underline{\mathrm{tan}}(\underline{\mathrm{y}})$$

respecto de y

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d} y} \underline{k}(\underline{x}, \underline{y}) \to \underline{e}^{\underline{x}} \cdot \left(\underline{\tan(\underline{y})}^2 + 1\right)$$

Inciso d)

$$\underline{\mathbf{i}}(\underline{\mathbf{x}},\underline{\mathbf{y}}) := 3^{\underline{\sin}(2\underline{\mathbf{x}}\cdot\underline{\mathbf{y}})} \cdot \underline{\cos}(4\underline{\mathbf{x}})$$

respecto de x

$$\frac{\text{d}}{\text{d}\underline{x}}\underline{i}(\underline{x},\underline{y}) \to 2 \cdot 3 \frac{\sin(2 \cdot \underline{x} \cdot \underline{y})}{\cdot \underline{y} \cdot \cos(4 \cdot \underline{x}) \cdot \underline{\ln}(3) \cdot \underline{\cos}(2 \cdot \underline{x} \cdot \underline{y}) - 4 \cdot 3 \frac{\sin(2 \cdot \underline{x} \cdot \underline{y})}{\cdot \sin(4 \cdot \underline{x})}$$

respecto de y

$$\frac{d}{d\underline{y}}\underline{i}(\underline{x},\underline{y}) \to 2\cdot 3^{\underline{\sin}(2\cdot\underline{x}\cdot\underline{y})}\cdot\underline{x}\cdot\underline{\cos}(4\cdot\underline{x})\cdot\underline{\ln}(3)\cdot\underline{\cos}(2\cdot\underline{x}\cdot\underline{y})$$