

Métodos algorítmicos en resolución de problemas II

Grado en Ingeniería Informática
Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas

EXAMEN FINAL DE JULIO

Curso 2020/2021

1. Programación dinámica [2,5 puntos]

Un número natural está formado por dígitos no decrecientes si todos los dígitos más significativos que cada dígito son menores o iguales que dicho dígito. Por ejemplo, los números 1234 y 111 están formados por dígitos no decrecientes, mientras que 98 no. Se pide desarrollar un algoritmo de programación dinámica para calcular cuántos números de hasta n dígitos están formados por dígitos no decrecientes. Por ejemplo, para $n = 1$ hay 10 y para $n = 2$ hay 55. Se valorarán todos los pasos: definición y explicación de la recurrencia, implementación del algoritmo, optimización en espacio y análisis de los costes en tiempo y espacio.

Nota: Ayuda considerar que los números de menos de n dígitos tienen n dígitos porque llevan 0s a la izquierda del más significativo.

2. Ramificación y poda [3 puntos]

Dado un conjunto de n actividades con instante de comienzo y finalización conocidos $[c_i, f_i]$ y un beneficio $b_i \geq 0$ ($1 \leq i \leq n$), se pide diseñar e implementar un algoritmo de ramificación y poda que resuelva el problema de encontrar el subconjunto de r (con $0 \leq r \leq n$) o más actividades (teniendo en cuenta que cada una solo se puede hacer una vez) que no solapen entre sí, cuya duración desde el comienzo de la primera (la que comienza más temprano) hasta el final de la última (la que termina más tarde) no supere un determinado tiempo T y cuyo beneficio sea máximo. Se valorarán todos los pasos: descripción del espacio de soluciones, definición y discusión de las cotas optimistas y pesimistas, implementación del algoritmo y análisis del coste en tiempo.

3. NP-completitud [1,5 puntos]

El problema de decisión DENSE-SUBGRAPH consiste en: dado un grafo no dirigido $G = (V_G, A_G)$ y dos números naturales a y b , determinar si G tiene un subgrafo G' con a vértices y al menos b aristas. Se pide demostrar que DENSE-SUBGRAPH es NP-completo utilizando alguno de los problemas NP-completos vistos en clase.

Nota: Que G' es subgrafo de G quiere decir que $G' = (V_{G'}, A_{G'})$ tal que:

- $V_{G'} \subseteq V_G$
- $A_{G'} = A_G \cap (V_{G'} \times V_{G'})$