

Домашнее задание №3

А.Г. Рухадзе

08.11.18

1 Планета-гигант: Сатурн

Сатурн — шестая планета от Солнца и вторая по размерам планета в Солнечной системе после Юпитера. Сатурн, а также Юпитер, Уран и Нептун, классифицируются как газовые гиганты. Сатурн назван в честь римского бога земледелия.

В основном Сатурн состоит из водорода, с примесями гелия и следами воды, метана, аммиака и тяжёлых элементов. Внутренняя область представляет собой относительно небольшое ядро из железа, никеля и льда, покрытое тонким слоем металлического водорода и газообразным внешним слоем. Внешняя атмосфера планеты кажется из космоса спокойной и однородной, хотя иногда на ней появляются долговременные образования.

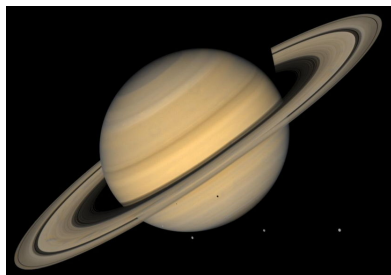


Рис. 1 – Снимок зонда Cassini



Рис. 2 – Кольца Сатурна

Сатурн известен прежде всего своей главной достопримечательностью — кольцами. Издалека нам кажется, что кольцо у Сатурна одно, а на самом деле их четыре: три основных широких и одно очень тонкое. Кольца состоят из обломков льда с примесями различных элементов. Толщина колец по космическим меркам очень мала — от нескольких десятков до нескольких сотен метров, хотя их диаметр составляет 250 тысяч километров.

Вторая по величине планета в Солнечной системе знаменита своими ветрами, ураганами и бурями. Скорость ветра на Сатурне может достигать 1800 км/ч.

2 Спутники Сатурна

Вокруг планеты обращается 62 известных на данный момент спутника. Титан — самый крупный из них, а также второй по размерам спутник в Солнечной системе (после спутника Юпитера, Ганимеда), который превосходит по своим размерам Меркурий и обладает единственной среди спутников планет Солнечной системы плотной атмосферой.

Сравнительная характеристика:

	Мимас	Тетия	Диона	Рея	Титан	Япет
Диаметр, км	396	1062	1123	1528	5151	1469
Масса, 10^{20} кг	0.38	7.55	10.5	24.9	1350	18.8
Плотность, г/см ³	1.15	0.984	1.48	1.24	1.88	1.09
Расст. до Сатурна, тыс. км	185.52	294.66	377.40	527.04	1221.85	3561.3

3 Казалось бы, при чем тут интегрирование?¹

Перед тем, как ответить на этот вопрос, немножко отвлечемся от астрономии и решим увлекательную задачу: изучим производную кусочнозаданной функции.

Собственно, вот и сама функция:

$$y = \begin{cases} -(x-4)^2 + 2, & x \geq 4; \\ 2, & 2 \leq x \leq 4; \\ x, & 1 \leq x \leq 2; \\ x^3, & -1 \leq x \leq 1; \\ -x-2, & x \leq -1; \end{cases} \quad (1)$$

Производная данной функции на промежутке $(-\infty, -1)$ будет равняться -1 :

$$(-x-2)' = -1$$

Производная данной функции на промежутке $(-1, 1)$ будет равняться $3x^2$:

$$(x^3)' = 3x^2$$

Производная данной функции на промежутке $(1, 2)$ будет равняться 1 :

$$(x)' = 1$$

¹За достоверность написанного в данном разделе (да и в других тоже) ответственности не несу.

Производная данной функции на промежутке $(2, 4)$ будет равняться 0:

$$(2)' = 0$$

И, наконец, производная данной функции на промежутке $(4, +\infty)$ будет равняться $-2(x - 4)$:

$$(-(x - 4)^2 + 2)' = -2(x - 4)$$

Но чтобы жизнь никому (в первую очередь автору) мёдом не казалась, распишем процесс интегрирования данной функции на отрезке $[-2, 6]$.

$$\int_{-2}^{-1} (-x - 2) dx = \left(-\frac{1}{2}x^2 - 2x \right) \Big|_{-2}^{-1} = -\frac{1}{2}; \quad (2)$$

$$\int_{-1}^1 (x^3) dx = \frac{1}{4}x^4 \Big|_{-1}^1 = 0; \quad (3)$$

$$\int_1^2 (x) dx = \frac{1}{2}x^2 \Big|_1^2 = \frac{3}{2}; \quad (4)$$

$$\int_2^4 (2) dx = x \Big|_2^4 = 4; \quad (5)$$

$$\int_4^6 (-(x - 4)^2 + 2) dx = \left(-\frac{1}{3}x^3 + 4x^2 - 14x \right) \Big|_4^6 = \frac{4}{3} \quad (6)$$

Ответим на Ваш вопрос: интегрирование тут вовсе не при чем.

4 Затмения

Затмение — астрономическая ситуация, при которой одно небесное тело заслоняет свет от другого небесного тела.

Наиболее известны лунные и солнечные затмения. На Рис.3 представлены фото данных видов затмений.

4.1 Лунные затмения

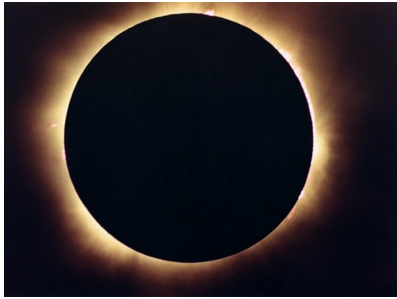
Лунное затмение наступает, когда Луна входит в конус тени, отбрасываемой Землёй. Диаметр пятна тени Земли на расстоянии 363 000 км (минимальное расстояние Луны от Земли) составляет около 2.5 диаметров Луны, поэтому Луна может быть затенена целиком.

4.2 Солнечные затмения

Солнечное затмение происходит, когда Луна попадает между наблюдателем и Солнцем, и загораживает его. Поскольку Луна перед затмением обращена к нам неосвещённой стороной, то перед затмением всегда бывает новолуние, то есть Луна не видна. Создаётся впечатление, что Солнце закрывается чёрным диском; наблюдающий с Земли видит это явление как солнечное затмение.



(a) Лунное затмение



(b) Солнечное затмение

Рис. 3 – Виды затмений



(a) Полное



(b) Частное



(c) Кольцеобразное



(d) Полутеневое

Рис. 4 – Виды лунных и солнечных затмений