1 Центральная предельная теорема

Теорема 1.1 (Линдеберга). *Пусть* $\{\xi_k\}_{k\geq 1}$ — *независивые случайные величины,* $\mathsf{E}\xi_k^2 < +\infty\ \forall k$, *обозначим* $m_k = \mathsf{E}\xi_k$, $\delta_k^2 = \mathsf{D}\xi_k > 0 : S_n = \sum\limits_{i=0}^{n} \xi_i$; $\mathsf{D}_n^2 = \sum\limits_{k=1}^{n} \delta_k^2$ *и* $F_k(x)$ — *ф.р.* ξ_k. *Пусть выполнено условие Линдеберга, то есть*

$$\forall \mathcal{E} > 0 \frac{1}{\mathsf{D}_n^2} \sum_{k=1}^{n} \int\limits_{\{x:|x-m_k|>\mathcal{E}\mathsf{D}_n\}} (x-m_k)^2\, dx \xrightarrow[n\to\infty]{} 0.$$

Тогда $\frac{S_n - ES_n}{\sqrt{DS_n}} \xrightarrow{d} \mathcal{N}(0,1), n \to \infty.$

2 Гауссовские случайные векторы

Определение 1. *Случайный вектор* $\vec{\xi}$ — *гауссовский, если его характеристическая функция* $\varphi_{\vec{\xi}}(\vec{t}) = \exp(i(\vec{m},\vec{t}) - \frac{1}{2}(\Sigma\vec{t},\vec{t})), \vec{m} \in \mathbb{R}^n, \Sigma$ — *симметрическая неотрицательно определенная матрица.*

Определение 2. *Случайный вектор* $\vec{\xi}$ — *гауссовский, если он представляется в следующем виде:* $\vec{\xi} = A\vec{\eta} + \vec{b}$, *где* $\vec{b} \in \mathbb{R}^n$, $A \in Mat(n \times m)$ *и* $\vec{\eta} = (\eta_1, \ldots, \eta_m)$ — *независимые и* $\mathcal{N}(0,1)$.

Определение 3. *Случайный вектор* $\vec{\xi}$ — *гауссовский, если* $\forall \lambda \in \mathbb{R}^n$ *случайная величина* $(\vec{\lambda}, \vec{\xi})$ *имеют нормальное распределение.*

Теорема 2.1 (об эквивалентности определений гауссовских векторов). *Предыдущие три определения эквивалентны.*

3 Задачи по астрономии