



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLÁN
SECRETARÍA GENERAL
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS



MEMORIAS DEL Congreso Internacional

Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

ISSN 2448 - 7945

Año 5 - Número 2 - Mayo 2021

COMITÉ EDITORIAL

- . Jorge Altamira Ibarra
- . José Luz Hernández Castillo
- . Liana López Pacheco

6 y 7 de mayo 2021



CULTURA INDAUTOR

En atención a la solicitud número 04-2020-121612002100-30, presentada electrónicamente, de conformidad con el artículo tercero del Acuerdo del 3 de abril de 2020 por el que se continúa con la suspensión de los plazos y términos legales en el Instituto Nacional del Derecho de Autor por causa de fuerza mayor, así como lo dispuesto en el Acuerdo por el que se reciben electrónicamente las solicitudes de renovaciones de las reservas de derechos al uso exclusivo, de manera temporal y por causa de fuerza mayor, ante el Instituto Nacional del Derecho de Autor de fecha 31 de julio de 2020, publicados en el Diario Oficial de la Federación el 17 de abril y 25 de agosto, respectivamente, ambos de 2020, y una vez realizado el estudio de la documentación exhibida, con fundamento en lo dispuesto por el artículo 191 de la Ley Federal del Derecho de Autor, el Instituto Nacional del Derecho de Autor otorga la presente constancia de:

RENOVACIÓN DE RESERVA DE DERECHOS AL USO EXCLUSIVO

NÚMERO: 04-2016-080508273200-203
TÍTULO: MEMORIAS DEL CONGRESO INTERNACIONAL SOBRE LA ENSEÑANZA Y
APLICACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS
GÉNERO: DIFUSIONES PERIÓDICAS
ESPECIE: DIFUSIÓN VÍA RED DE CÓMPUTO
TITULAR: UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO 100%
FECHA DE EXP: 5/VIII/2016
DOMICILIO: ZONA CULTURAL EDIFICIO B TERCER PISO, COL. CIUDAD UNIVERSITARIA
C.P. 04510, COYOACÁN, CIUDAD DE MÉXICO

En consecuencia, la vigencia de la citada reserva vencerá el 05 de agosto de 2021, por lo que su próxima renovación deberá solicitarse dentro del periodo comprendido desde un mes antes, hasta un mes posterior al día de su vencimiento. En caso de no renovarse en los términos señalados, la reserva de derechos caducará, según lo establecido por los artículos 185 y 186 de la citada Ley y 79 de su Reglamento.

Con fundamento en lo dispuesto en los artículos 28 tercer párrafo y 69-C, último párrafo, en relación con el diverso 35 último párrafo, todos ellos de la Ley Federal de Procedimiento Administrativo, LA PRESENTE CONSTANCIA CARECE DE FIRMA AUTÓGRAFA POR MOTIVO DE LA EMERGENCIA SANITARIA, ya que existe impedimento para imprimirla, suscribirlo y escanearlo, sin embargo, se reconoce y ratifica su contenido al quedar plasmada su renovación en el sistema informático en que se registra.





MEMORIAS DEL Congreso Internacional Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

Memorias del Congreso Internacional Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas, Año 5, No. 5, agosto 2020 – agosto 2021, es una publicación anual editada por la Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad Universitaria, Delegación Coyoacán, Ciudad de México, C.P. 04510, a través de la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, Carretera Cuautitlán – Teoloyucán km. 2.5, Col. San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcalli, Estado de México, C.P. 54714, Tel. (55)56231961 y (55)56231886, <http://congresomatematicas.cuautitlan2.unam.mx>, altamira@unam.mx. Editor responsable Dr. Jorge Altamira Ibarra. Reserva de Derecho al uso Exclusivo No. 04-2016-080508273200-203. Otorgado por el Instituto Nacional del derecho de Autor, ISSN 2448-7945, ambos otorgados por el Instituto Nacional de derechos de Autor. Responsable de la última actualización de este número, Departamento de Matemáticas de la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, Carretera Cuautitlán – Teoloyucán km. 2.5, Col. San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcalli Estado de México, C.P. 54715, fecha de la última modificación., mayo 2021. Se autoriza la reproducción total o parcial de los textos aquí publicados siempre y cuando se cite la fuente completa y la dirección electrónica de la publicación.



AGRADECIMIENTOS

A LA UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DEMÉXICO, por brindar la oportunidad de desarrollar el pensamiento crítico, analítico, creativo e innovador.

A LA FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLÁN, por todas las facilidades prestadas al buen desempeño del “Congreso Internacional sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas”.

AL DIRECTOR, Mtro. Jorge Alfredo Cuéllar Ordaz, Director de la FES-Cuautitlán, Dr. José Francisco Montiel Sosa, Secretario General de la FES-Cuautitlán y a la Lic. Claudia Vanessa Joachin Bolaños Coordinación de Comunicación y Extensión Universitaria, por brindarnos su apoyo para la realización de este congreso.

AL COMITÉ ORGANIZADOR, por sus valiosas sugerencias y por su esfuerzo conjunto para el éxito del evento.

A todos aquellos profesionales que enviaron y presentaron sus trabajos académicos y científicos y al grupo de alumnos y profesores que participaron en la realización de este congreso.

COMITÉ ORGANIZADOR

COMITÉ ARBITRAL

Comité evaluador científico nacional

- Dr. Armando Aguilar Márquez
- Dr. Jorge Altamira Ibarra
- Dr. José Juan Contreras Espinosa
- M. en D. Silvia Guadalupe Canabal Cáceres
- F.M. Juana Castillo Padilla
- M.C. Judith Mayte Flores Pérez
- M. en I. Juan José García Ruiz
- Dr. Omar García León
- Ing. Juan Rafael Garibay Bermúdez
- Dr. José Luz Hernández Castillo
- Dr. Víctor Hugo Hernández Gómez
- Dra. Frida María León Rodríguez
- Dr. Leonel Gualberto López Salazar
- M. en CE. Domingo Márquez Ortega
- Dr. Iván Noé Mata Vargas
- M. en A. Laura Mora Reyes
- Dr. Carlos Oropeza Legorreta
- Dr. Ramón Osorio Galicia
- M. en I. Miguel de Nazareth Pineda Becerril
- Dr. Rogelio Ramos Carranza
- Ing. José Juan Rico Castro
- Dra. Nelly Rigaud Téllez
- Dr. Valentín Roldan Vázquez
- M.G.T.I. Rosalba Nancy Rosas Fonseca
- Dr. Julio Moisés Sánchez Barrera
- M. en C. José Isaac Sánchez Guerra
- Dra. Celina Elena Urrutia Vargas
- Dra. Gloria Villanueva Aguilar

Comité evaluador científico internacional

- Dra. Cecilia Crespo Crespo (Argentina)
- Dr. Italo Francisco Curcio (Brasil)
- Dr. Ricardo Gaitán Lozano (Colombia)
- Dra. Dorenis Josefina Mota Villegas (Venezuela)
- Mtro. Ricardo Enrique Valle Pereira (Venezuela)

ÍNDICE

1. ALTERNATIVAS A “BASE POR ALTURA SOBRE DOS”
2. ESTUDIO COMPARATIVO DE CÁLCULO DE PROBABILIDADES DE UNA DISTRIBUCIÓN NORMAL UTILIZANDO HERRAMIENTAS 2 ESTADÍSTICAS SPSS Y R.
3. UN NUEVO MÉTODO PARA RESOLVER ECUACIONES NO LINEALES BASADO EN NEWTON UTILIZANDO LA MEDIA
4. UN NUEVO MÉTODO DERIVADO DE WEERAKOON Y FERNANDO PARA ECUACIONES NO LINEALES
5. DISEÑO DE UN SISTEMA DE GENERACIÓN ELÉCTRICA FOTOVOLTAICO PARA UNA EMPRESA DE PLASTICOS
6. ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS PARA ESTUDIANTES DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA, SORDOS Y CON DISCAPACIDAD AUDITIVA
7. GENERACIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA MEDIANTE UNA TURBINA EÓLICA INSTALADA EN EL ESTADO DE MÉXICO
8. LA RELAJACIÓN DE FILAMENTOS DE POLIAMIDA 6-6
9. EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO EN LAS MATEMÁTICAS FINANCIERAS
10. LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS MEDIANTE LA GAMIFICACIÓN
11. EL AULA INVERTIDA EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS
12. LA ASIMILACIÓN DE LOS CONCEPTOS MATEMÁTICOS
13. CÁLCULO DE FACTIBILIDAD DE PARQUE EÓLICO EN LA MONTAÑA NORTE DE VERACRUZ
14. CÁLCULO DE SISTEMA ORIENTABLE PARA GENERACIÓN DE ENERGÍA FOTOVOLTÁICA

15. DISEÑO Y CÁLCULO DE UN SISTEMA FOTOVOLTÁICO RESIDENCIAL RURAL TIPO AUTÓNOMO
16. CÁLCULO DE SISTEMA FOTOVOLTÁICO PARA ALUMBRADO PÚBLICO DE UN PUEBLO EN PUEBLA
17. IDENTIFICACIÓN DE PATRONES EN ÁLGEBRA LINEAL POR MEDIO DE GEOGEBRA
18. ALGORITMO DE APRENDIZAJE AUTOMATIZADO APLICADO PARA EL ANÁLISIS DE SENTIMIENTOS EN TWITTER
19. ENTORNOS VIRTUALES: HERRAMIENTA EN EL APRENDIZAJE DE LA INGENIERÍA
20. METODOLOGÍA HEURÍSTICA APLICADA A DISEÑO DE PLANTAS INDUSTRIALES
21. EL DÍA SOLAR LOCAL, EN EL USO DE ENERGÍA SOLAR
22. DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD PARA ESTIMAR EVENTOS DE LÍNEA DE ESPERA
23. PENSAMIENTO MATEMÁTICO A TRAVÉS DE UN JUEGO DIGITAL "BATALLA DE NÚMEROS"
24. ESTUDIO SOBRE LA PROBLEMÁTICA DE CODEPENDENCIA EN ESTUDIANTES DE LICENCIATURA EN ADMINISTRACIÓN
25. VALIDACIÓN DE LA CINEMÁTICA DE ROBOTS MEDIANTE WOLFRAM: CASO PRÁCTICO
- 26 LIBRERÍA BASADA EN ACTORES CON APLICACIONES A MECATRÓNICA
27. EL PAPEL DEL DOCENTE EN MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN 4.0 EN EL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
28. PLAN ESTRATÉGICO PARA LA IMPLEMENTACIÓN DE UNA PLATAFORMA EDUCATIVA
29. UTILIDAD DE LA ECUACIÓN MATEMÁTICA PARA ENCONTRAR LA CONCENTRACIÓN DE ION HIDRONIO

30. ECUACIÓN LINEAL PARA ENCONTRAR LA VELOCIDAD DE PRODUCCIÓN
(MEZCLA GASEOSA CLORO OXÍGENO)
31. SISTEMA SEMIAUTOMÁTICO PARA DOSIFICAR Y SELLAR LIQUIDO
SABORIZADO EN EMPAQUES PLÁSTICOS
32. APLICACIÓN MATEMÁTICA A TRAVÉS DE MÉTODOS FORMALES PARA
DESARROLLO DE SOFTWARE
33. SISTEMA DE RECONOCIMIENTO DE VOZ
34. IMPACTO DE FACTORES SOCIOECONÓMICOS EN DESERCIÓN DE
MATEMÁTICAS EN EL ITSCS
35. APLICACIÓN DEL CÁLCULO DIFERENCIAL PARA MODELAR EXPERIMENTOS
EN INGENIERÍA QUÍMICA
36. DESARROLLO DE UN LIBRO ELECTRÓNICO CON MATERIAL INTERACTIVO
DEL TEMA DE PRUEBAS DE HIPÓTESIS
37. USO DE UNA APLICACIÓN MÓVIL PARA LA EVALUACIÓN DEL TEMA DE
PROBABILIDAD
38. LA IMPORTANCIA DEL BIOMODELADO EN ANÁLISIS NUMÉRICOS CON
MÉTODO DEL ELEMENTO FINITO
39. LAS TIC EN LA DIDÁCTICA DE LOS MÉTODOS NUMÉRICOS
40. MODELACIÓN MATEMÁTICA EN ECOLOGÍA DEL JUEGO MEDIANTE EL
“FRIJOLARIUM” AL USO DE LAS TIC
41. ENTORNO VIRTUAL PARA LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO INTEGRAL Y
ECUACIONES DIFERENCIALES EN BIOLOGÍA
42. USO DE LAS TIC PARA EL ANÁLISIS DE VALORES RESIDUALES EN EL
ANDEVA
43. DESAFÍOS DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS Y LA IMPRESIÓN 3D
44. LA EDUCACIÓN MAKER Y EL MEJORAMIENTO DE LA ENSEÑANZA DE LAS
MATEMÁTICAS
45. ENSEÑANZA DEL CÁLCULO DE ÁREAS LATERALES Y TOTALES DE
PRISMAS EMPLEANDO CABRI 3D
46. LAS TIC'S: HERRAMIENTAS ESENCIALES EN LA ENSEÑANZA DEL
CÁLCULO
47. APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LA ESTADÍSTICA EN EL BACHILLERATO
48. NEUROIMAGEN UTILIZANDO EMOTIV EPOC, EEGLAB Y MATLAB

49. LA MOTIVACIÓN EN EL AULA DE MATEMÁTICAS, UNA EFECTIVA ESTRATEGIA DE ENSEÑANZA
50. EMPLEO DE ALGORITMOS DE LÓGICA DIFUSA COMO ALTERNATIVA A LA PROBABILIDAD CLÁSICA
51. PROPUESTA DE ESTRATEGIAS COMPUTACIONALES PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA ECONOMÍA
52. MÉTODO PREDICTIVO BASADO EN REGRESIÓN LINEAL IMPLEMENTADO EN R
53. ANÁLISIS ESTADÍSTICO PARA VALIDAR LA METODOLOGÍA ANALÍTICA DE SODIO Y POTASIO EN AGUA DE LLUVIA
54. APLICACIÓN DE UN SISTEMA DE FUERZAS, UNA OPORTUNIDAD DE RELACIONAR ESTÁTICA Y ÁLGEBRA LINEAL
55. USO DE ARTEFACTOS Y GESTOS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE TIPO GEOMÉTRICO
56. UNA EXPERIENCIA DIDÁCTICA EN EL ANÁLISIS NUMÉRICO BÁSICO BAJO UN ENFOQUE ALGORÍTMICO
57. OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS EN LA CONSTRUCCIÓN Y REPRESENTACIÓN DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN
58. APLICACIONES EN LÍNEA COMO APOYO EN LA ENSEÑANZA DE PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL
59. PROBLEMAS MATEMÁTICOS DE MECÁNICA DE SUELOS MODELADOS CON PYTHON
60. MATERIALES DIDÁCTICOS EN EL APOYO DEL DESARROLLO DE HABILIDADES MATEMÁTICAS
61. MÉTODO ALTERNATIVO DE PO SHEN LOH ENCONTRAR LAS RAICES DE UNA ECUACIÓN CUADRÁTICA
62. AJUSTE NUMÉRICO DE UN MODELO LOGÍSTICO AUXILIÁNDOSE DE EXCEL

63. TEORÍA DEL MUESTREO PARA UNA NUEVA CARRERA “INGENIERÍA EN MOVILIDAD URBANA” EN IPN
64. GEOMETRÍA, SINTAXIS VISUAL Y COMPOSICIÓN PARA EL PROYECTO VISUAL
65. DISEÑO Y FABRICACIÓN DE PROTOTIPO DE MÁQUINA PARA RIEGO POR ASPERSIÓN
66. EL ANÁLISIS DE CORRESPONDENCIAS. LA UTILIDAD DE VISUALIZAR LAS RELACIONES DE UNA TABLA CRUZADA
67. DIFICULTADES DE FUTUROS DOCENTES DE MATEMÁTICAS DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR AL ELABORAR UNA APP
68. DISEÑO DE UN SISTEMA AUTOMÁTICO DOSIFICADOR DE GRANOS
69. AUTO-EFICACIA DOCENTE, ELEMENTO INTEGRADOR DE LAS DIMENSIONES BÁSICAS PARA LA CALIDAD EN LA ENSEÑANZA UNIVERSITARIA
70. CONCEPTUALIZACIÓN DEL CERO, EN LA APLICACIÓN DE ELEMENTOS ELECTROMAGNÉTICOS
71. MODIFICACIÓN DE ACTITUDES HACIA LA ESTADÍSTICA EN UNIVERSITARIOS: EFECTOS EN EL APRENDIZAJE
72. APLICACIÓN DE LAS MATRICES EN LOS CÁLCULOS DE CORRIENTE EN CIRCUITOS ELÉCTRICOS
73. USO DEL CÁLCULO SIMBÓLICO PARA EXPLICAR EL ÁREA ENTRE CURVAS
74. CÁLCULO DE LA LONGITUD DE ARCO MEDIANTE LA INTEGRAL DEFINIDA USANDO LAS NUEVAS TECNOLOGÍAS

1 ALTERNATIVAS A “BASE POR ALTURA SOBRE DOS” 2

3 Fernando Mejía Rodríguez¹
4

5 *Instituto Superior de Ciencias de la Educación del Estado de México. Ex rancho los
6 Uribe, Sta. Cruz Atzcapotzaltongo, Toluca.*

7 IN-PODP001
8

9 Resumen

10 En la enseñanza de las matemáticas, las tareas, pueden ser proyectos, preguntas, problemas,
11 aplicaciones y ejercicios, que proporcionan un ambiente intelectual para el desarrollo del pensamiento
12 matemático de los estudiantes. Dicha enseñanza implica seleccionar, modificar, diseñar, ordenar,
13 instalar, observar y evaluar tareas.

14 Desde el punto de vista didáctico, el diseño de tareas es el centro del trabajo del profesor. Por lo tanto,
15 el profesor debe estar consciente de qué tareas llevar al salón de clases, esto involucra respetar las
16 características de una tarea rica: que sea útil, que se pueda resolver de diferentes formas, que se
17 conecte con otras ideas matemáticas, que brinde una oportunidad para practicar otras habilidades
18 matemáticas.

19 En el estudio participaron cuatro profesores, una de preescolar, dos de primaria y uno de secundaria,
20 que estaban en un postgrado en el Estado de México. Se resolvió una tarea rica para encontrar el área
21 de un triángulo. Con el enfoque de estudio de caso se pudo observar: (1) los diferentes caminos que
22 utilizaban para resolverlas, no solo con la aplicación de la fórmula clásica, y (2) un amplio abanico de
23 estrategias de solución.

24 **Palabras clave:** diseño, tareas, ricas, caminos, fórmula, triángulo.
25

26 1. Introducción

27 Todos tenemos un matemático interior (Sáenz de Cabezón, 2018) que no sólo nos
28 ayuda a contar, medir, estimar o calcular; sino que nos permite ver el mundo de una
29 manera más placentera, nos brinda la oportunidad de comprender mejor a los otros.
30 Existen algunos profesores que no han aceptado ese matemático interior y: "muchos
31 de los conceptos y técnicas que se enseñan en matemáticas quedan, para la mayoría
32 de los alumnos, circunscritos al ámbito escolar, no los vuelven a ver aparecer nunca
33 en su vida" (Sáenz de Cabezón, 2016, p. 86).

34 Cuando un profesor tiene en mente una actividad para reforzar el cálculo de área del
35 triángulo, puede dibujar en el pizarrón diez triángulos indicando las dimensiones de
36 una base y su altura perpendicular, recordar la fórmula para calcular el área: base por
37 altura sobre dos. Esperar que los alumnos resuelvan estos diez ejercicios de forma
38 mecánica. ¿Será esta la única posibilidad? ¿Existen otras alternativas? ¿Hay otras
39 actividades que lleven al mismo reforzamiento con un desafío cognitivo más elevado?

1 * Autor para la correspondencia. E-mail: fernando.mejia@isceem.edu.mx

40 El objetivo de esta ponencia es compartir el diseño de una tarea rica que promueva el
41 concepto de área del triángulo, para poder ver la riqueza en las estrategias de solución
42 que muestran los profesores utilizando caminos diferentes.

43 Para Lester, Garofalo, & Kroll (1989) durante la enseñanza, existen seis factores que
44 se han identificado con mayor importancia: contenidos matemáticos, tipos de
45 problemas, estrategias para resolver problemas, tipos de decisiones metacognitivas,
46 papel del profesor, cantidad y secuencia en la enseñanza. Resaltamos las estrategias
47 para resolver tareas, no como el más importante, sin duda, pero sí uno que puede
48 ayudar a la formación del profesor de matemáticas.

49 En la enseñanza de las matemáticas, las tareas, pueden ser proyectos, preguntas,
50 problemas, aplicaciones y ejercicios, que proporcionan un ambiente intelectual para el
51 desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes (Lester & Cai, 2016). Dicha
52 enseñanza implica seleccionar, modificar, diseñar, ordenar, instalar, observar y
53 evaluar tareas (Margolinhas, 2013).

54 Desde el punto de vista didáctico, el diseño de tareas es el centro del trabajo del
55 profesor (Artigue & Perrin-Glorian, 1991). Por lo tanto, el profesor debe estar
56 consciente de qué tareas llevar al salón de clases, esto involucra respetar las
57 características de una tarea rica: que sea útil, que se pueda resolver de diferentes
58 formas, que se conecte con otras ideas matemáticas, que brinde una oportunidad para
59 practicar otras habilidades matemáticas (Piggott, 2011).

60 Schoenfeld (1985, p. 15) menciona cuatro heurísticas: Dibujando figuras;
61 introduciendo notación adecuada. Explotando problemas relacionados.
62 Replanteamiento de problemas; trabajando al revés. Procedimientos de prueba y
63 verificación.

64 La lista anterior se parece en cantidad de estrategias a las mencionadas por Lester et
65 al. (1989, p. 30) como: "adivinar y verificar, buscar un patrón y trabajar hacia atrás [...]
66 hacer un dibujo, hacer una tabla y simplificar el problema". Son dos más: buscar un
67 patrón, que podría ser una actividad necesaria de la aplicación de la matemática en
68 nuestras vidas, observar cómo se repiten los números, cuál es la diferencia entre cada
69 intervalo, cómo crece una variable; hacer una tabla, que en ocasiones lo vinculamos
70 con la representación de las funciones, pero no necesariamente ahí está su único uso.

71 Marván (2001, p. 63) dice que "para resolver un mismo problema, siempre hay varias
72 estrategias válidas y, en muchos casos, no hay una que pueda considerarse mejor que
73 las demás". Fan & Zhu (2007) desde Singapur, un país puntero en las evaluaciones
74 de PISA, enlistan 17 estrategias para resolver problemas: actúalo, cambia tu punto de
75 vista, dibuja un diagrama, adivina y revisa, razonamiento lógico, busca un patrón,
76 elabora suposiciones, elabora una lista, elabora una tabla, replantea el problema,
77 simplifica el problema, resuelve parte del problema, piensa en un problema
78 relacionado, usa un modelo, usa una ecuación, usa concepto antes-después, trabaja
79 de reversa.

80 2. Desarrollo

81 El enfoque metodológico fue estudio de caso (Yin, 2018), donde participaron cuatro
 82 profesores: Alejandra de preescolar, Lucía y Diego de primaria y René de secundaria,
 83 que estaban en un programa de maestría en investigación de la educación en el Estado
 84 de México. Se resolvieron diversas tareas en un taller sobre resolución de problemas
 85 en el 2019. Como ejemplo (Fig. 1), se eligió la siguiente tarea (NCTM, 2018):

86 Encuentre el área del trapecio $PQRS$, dado que PS y QR son paralelas y que $PQ = 30$,
 87 $QR = 7$, $RS = 40$, y $PS = 21$.

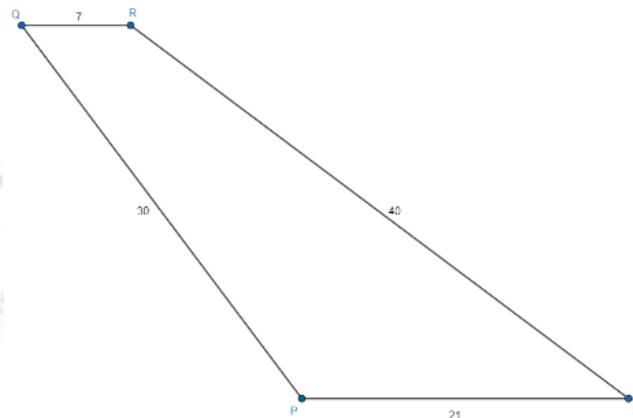


Figura 1. Tarea

88 89 3. Resultados

90 Se muestran tres caminos diferentes para resolver la tarea (Fig. 1), el primero por
 91 Diego, el segundo por René y el tercero por Lucía y Alejandra. No son los únicos
 92 caminos, aquí la intención es mostrar dos bondades de una tarea rica, que se puede
 93 resolver por diferentes caminos y que se utiliza un amplio abanico de estrategias.

94 95 Diego agregó los vértices O y T para crear los triángulos rectángulos OPQ y RST (Fig.
 96 97 98 2). Asignando m como el segmento RO , tomó la base del triángulo OPQ como $m + 7$,
 la base del triángulo RST como $m + 21$, ambos triángulos comparten la misma altura
 $OP = TS$.

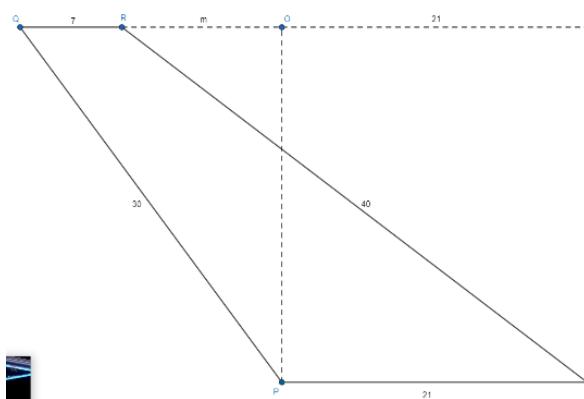


Figura 2. Camino uno

99

100

101 Con diferentes números que sustituyó (Tabla 1) en m para ambos triángulos, iba
 102 aproximándolos hasta que coincidieran, mediante el teorema de Pitágoras.

103 **Tabla 1. Búsqueda de una misma altura en dos triángulos**

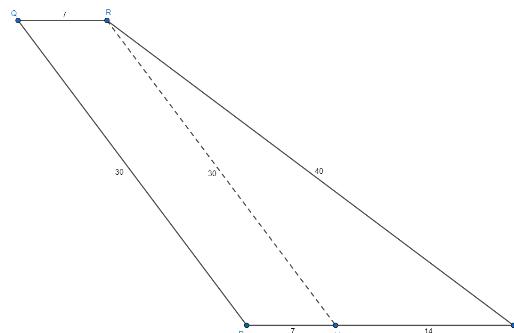
| Valor de x | Altura del triángulo PQO | Altura del triángulo RST |
|------------|--------------------------|--------------------------|
| 8.85 | 25.47 | 26.62 |
| 10.1 | 24.69 | 25.1 |
| 10.25 | 24.5 | 24.96 |
| 11 | 24 | 24 |

104 Una vez que obtuvo la altura de 24, aplicó la fórmula $A = \frac{B+b}{2} h$.

105
$$A = \frac{21 + 7}{2} 24 = 336$$

106 Diego utilizó las estrategias: dibuja un diagrama, usa un modelo, replantea el
 107 problema, actúalo, elabora una tabla, adivina y revisa, razonamiento lógico y usa una
 108 ecuación.

109 René observó que la base menor del trapecio $PQRS$ es un tercio de la base mayor.
 110 Como las bases del trapecio son paralelas, trazó una paralela a PQ que pasa por el
 111 punto R y por el punto M en la base mayor (a un tercio de la base). De esta forma el
 112 trapecio se segmenta en el paralelogramo $PQRM$ y el triángulo RSM . Al ser paralelos
 113 los lados correspondientes del paralelogramo, el segmento RM mide lo mismo que PQ .



114

115 **Figura 3. Camino dos**

116 Como conoce los tres lados del triángulo RSM utilizó la fórmula de Herón para calcular
 117 el área del triángulo. Dado que el perímetro del triángulo RSM es P_t , el semiperímetro
 118 S es la mitad de P_t , el área del triángulo RSM es A_t , el área del paralelogramo $PQRM$
 119 es A_p , el área total del trapecio $PQRS$ es A_T .

120 $P_t = 84; S = 42$

121 $A_t = \sqrt{42(42-40)(42-30)(42-14)}$

122 $A_t = \sqrt{28224}$

123 $A_t = 168u^2$

124 Utilizó el área del triángulo para calcular la altura, que corresponde a las 3 figuras
 125 ($PQRS$, $PQRM$, RSM), a partir de la fórmula para calcular el área de un triángulo

126 $168 = \frac{14(h)}{2}$

127 $h = \frac{168(2)}{14} = 24$

128 Utilizó la altura calculada para encontrar el área del paralelogramo

129 $A_p = 7(24)$

130 $A_p = 168u^2$

131 Con las dos áreas calculadas es posible calcular el área del trapecio

132 $A_T = A_p + A_t$

133 $A_T = 336u^2$

134 Las estrategias que utilizó René fueron: razonamiento lógico, elabora suposiciones,
 135 dibuja un diagrama, replantea el problema, simplifica el problema, usa una ecuación y
 136 resuelve parte del problema.

137 Lucía y Alejandra continuaron las rectas que pasan por RS , PQ y se cruzan en B .
 138 Construyeron un triángulo rectángulo BCS (Fig. 4). Observaron que el triángulo BQR
 139 es semejante al BPS y sus lados están a escala 1: 3, por los valores de QR y PS . Lo
 140 mismo pasa con los triángulos ABQ y BCP que están 1: 3. Obtuvieron los valores de
 141 $BR = 20$, $BQ = 15$. Asignaron a , $3a$, b y $2b$ como se puede ver en la Fig. 4. Con la
 142 ayuda del teorema de Pitágoras escribieron:

143 $(3b)^2 + (3a)^2 - (45)^2 = 0 = (3b)^2 + (3a + 21)^2 - (60)^2$

144 Simplificaron $a = \frac{1134}{126} = 9$, por lo tanto, ya podían calcular b .

145 $b = \sqrt{(15)^2 - (9)^2} = 12$, de ahí tenían la altura de $PQRS$ que era $2b = 24$.

146 Entonces, el área de PQRS es:

147
$$A = \frac{(21 + 7)(24)}{2} = 336$$

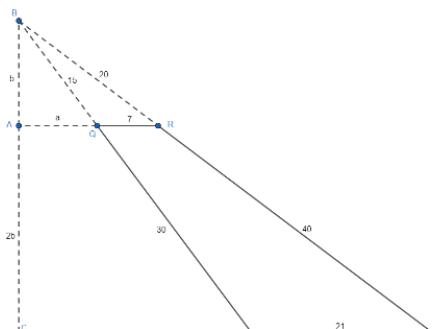


Figura 4. Camino tres

148
 149 Lucía y Alejandra utilizaron las estrategias: cambia tu punto de vista, usa un modelo,
 150 dibuja un diagrama, razonamiento lógico, busca un patrón, elabora suposiciones,
 151 replantea el problema y usa una ecuación.

152 **4. Conclusiones**

153 De una tarea, se desprendieron tres caminos diferentes para llegar a la misma
 154 solución. De los cuatro profesores, tenemos tres caminos; esto no quiere decir, que
 155 por cada estudiante en el salón de clases se tengan tantos caminos para resolver una
 156 tarea, sino que existen diferentes caminos, pero no un número infinito.

157 Cada camino utilizó de siete a ocho estrategias diferentes; es decir, una estrategia no
 158 es un camino, no basta conocer las diecisiete estrategias y utilizar de manera separada
 159 cada una para formar un camino distinto. Se tienen seis caminos diferentes si
 160 utilizamos sólo tres estrategias: 1, 2, 3; 1, 3, 2; 2, 1, 3; 2, 3, 1; 3, 1, 2; 3, 2, 1.

161 Existe la creencia de que una tarea tiene un solo camino para ser resuelto, el planteado
 162 por el profesor a lo largo de un curso. ¿Cómo se alimenta esta creencia? Primero, el
 163 profesor solo expone sus estrategias favoritas cuando resuelve tareas; segundo, los
 164 alumnos no participan en la resolución de las tareas, sólo copian del pizarrón y
 165 memorizan los pasos a seguir; tercero, la tarea no es rica, es decir, no se puede
 166 resolver por muchos caminos, no tiene conexión con otros temas matemáticos, no
 167 exige pensar a los estudiantes o está lejos de sus conocimientos previos.

168 Es importante que el profesor tome en cuenta cuando está diseñando una tarea, dos
 169 aspectos: uno, que se pueda resolver por diferentes caminos; dos, que se utilice un
 170 amplio abanico de estrategias de solución. Con estos dos elementos podemos tener
 171 una mejor tarea, podremos estar más cerca de tener una tarea rica (Piggott, 2011). La
 172 ventaja de tener una tarea rica es mejorar la comunicación con los estudiantes, motivar
 173 a que ellos puedan inventar sus caminos para resolver tareas, además perfeccionar

174 sus estrategias y estar abiertos a pensar en más opciones cuando se enfrentan a una
175 tarea.

176 Por último, tenemos que ir alimentando la formación del profesor a lo que están
177 haciendo otros países como Nueva Zelanda, donde piensan formar estudiantes que
178 no sean consumidores de tecnología, sino creadores de aplicaciones y para eso
179 requieren de un profesor que pueda enseñar programación en educación básica
180 (Ministry of education, 2017). Como ejemplo, en lenguaje Python podríamos escribir el
181 siguiente código para resolver problemas con la fórmula de Herón:

182 # Calcula el área de un triángulo conociendo los tres lados

183 # Pide escribir los tres lados y los guarda en a, b, c

184 a=int(input("Escribe el primer lado del triángulo: "))

185 b=int(input("Escribe el segundo lado del triángulo: "))

186 c=int(input("Escribe el tercer lado del triángulo: "))

187 # El semiperímetro es almacenado en s

188 s=(a+b+c)/2

189 # Calcula el área del triángulo

190 A=(s*(s-a)*(s-b)*(s-c))**0.5

191 # Muestra el valor del Área almacenado en A

192 print("El área del triángulo de lados: ",a," ,",b," y ",c," es: ",A)

193

194 Referencias

195 Artigue, M., & Perrin-Glorian, M. J. (1991). Didactic engineering, research and
196 development tool: some theoretical problems linked to this duality. *For the
197 Learning of Mathematics*, 11(1), 3–17.

198 Fan, L., & Zhu, Y. (2007). Representation of problem-solving procedures: A
199 comparative look at China, Singapore, and US mathematics textbooks.
200 *Educational Studies in Mathematics*, 66, 61–75.

201 Lester, F. K., & Cai, J. (2016). Can Mathematical Problem Solving Be Taught?
202 Preliminary Answers from Thirty Years of Research. In P. Felmer, J. Kilpatrick, &
203 E. Pehkonen (Eds.), *Posing and solving mathematical problems: Advances and
204 new perspectives* (Issue August 2016). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-
319-28023-3](https://doi.org/10.1007/978-3-
205 319-28023-3)

206 Lester, F. K., Garofalo, J., & Kroll, D. L. (1989). *The Role of Metacognition in
207 Mathematical Problem Solving: A Study of Two Grade Seven Classes. Final
208 Report.* (Issue February). National Science Foundation.

- 209 <https://doi.org/10.1007/978-1-4612-3614-6>
- 210 Margolinas, C. (Ed.). (2013). *Task Design in Mathematics Education. Proceedings of ICMI Study 22.* ICMI.
- 211 Marván, L. (2001). *Hacer matemáticas.* Santillana.
- 212 Ministry of education. (2017). *Technology in the New Zealand Curriculum.*
<https://nzcurriculum.tki.org.nz/content/download/168478/1244184/file/NZC-Technology%20in%20the%20New%20Zealand%20Curriculum-Insert%20Web.pdf>
- 213 NCTM. (2018). May 2018 Calendar. *The Mathematics Teacher*, 111(7), 520–521.
<http://www.jstor.org/stable/10.5951/mathteacher.111.7.0520>
- 214 Piggott, J. (2011). Rich Tasks and Contexts. *NRich*, February 2011, 1–4.
<http://nrich.maths.org/5662>
- 215 Sáenz de Cabezón, E. (2016). *Inteligencia matemática. Descubre al matemático que llevas dentro.* Plataforma Editorial.
- 216 Sáenz de Cabezón, E. (2018). *Las matemáticas nos hacen más libres y menos manipulables.* El País, Santillana.
<https://aprendemosjuntos.elpais.com/especial/para-que-sirven-las-matematicas-eduardo-saenz-de-cabezon/>
- 217 Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving.* Academic Press Inc.
- 218 Yin, R. K. (2018). *Case study research and applications: Design and methods* (6th ed.).
SAGE Publications. <https://doi.org/10.1177/109634809702100108>

ESTUDIO COMPARATIVO DE CÁLCULO DE PROBABILIDADES DE UNA DISTRIBUCIÓN NORMAL UTILIZANDO HERRAMIENTAS ESTADÍSTICAS SPSS Y R.

Dra. Lagunes Toledo Ana María^{1,*}, M. en C. Garzón Arias Jose²
y ¹M. en C. Córdoba Lobo Víctor Manuel³

^{1, 2,3} Unidad Profesional de Ingeniería y Ciencias Sociales y Administrativas (UPIICSA) del IPN,

Av. Té 950, Col. Granjas México, C.P. 08400, Del. Iztacalco, Ciudad de México.

IM-POIE004

Resumen

En los últimos tiempos han surgido algunos cuestionamientos entre los investigadores de la UPIICSA acerca de las ventajas y desventajas de la utilización de las diferentes paqueterías estadísticas en el proceso de mejora de la enseñanza-aprendizaje de Probabilidad y Estadística. Es un hecho que los estudiantes presentan dificultades cuando los conceptos son puestos en práctica para resolver problemas, de igual modo tienen la necesidad de poder validar los resultados obtenidos en el aula utilizando nuevas herramientas de análisis.

Durante el semestre Agosto-Diciembre de 2019 se propone realizar una intervención académica con los alumnos que cursan Probabilidad del tercer semestre del programa académico de Ciencias de la Informática. La propuesta consiste en la revisión para evaluar dos herramientas diferentes SPSS y R en la solución de un problema práctico. Ambas herramientas pueden usarse efectivamente para ilustrar problemas teóricos o resolver problemas durante los trabajos prácticos por lo que se decide implementar una experiencia relacionada con el cálculo de probabilidades mediante una distribución normal.

Con respecto a la técnica de análisis, se utilizó el paquete estadístico IBM SPSS Statistics, paquete corporativo que permite realizar patrones, asociaciones complejas, manipulación de datos y procedimientos estadísticos de una manera muy amigable. Por otro lado R es un lenguaje de programación interpretado de distribución libre (es un ambiente para el computo estadístico y gráfico). El artículo describe la metodología aplicada para la solución del problema, el análisis y discusión de las ventajas/desventajas identificadas por los estudiantes.

Como resultado se observa que la integración de SPSS y R para resolver un mismo problema ejerce efectos positivos en la participación de los estudiantes, así como una mejor comprensión de este concepto tan importante de Probabilidad, viéndose reflejado en el nivel de aprendizaje y en una mejora en el porcentaje de aprobación del grupo de estudio.

Palabras clave: probabilidad, SPSS, R, lenguaje de programación.

1. Introducción

Si se considera el presente como una plataforma de cambio hacia las necesidades del futuro relacionadas con las mejora en los sistemas de aprendizaje de las Matemáticas, surge una interrogante que fue el detonante de esta investigación

¹ * Autor para la correspondencia. E-mail: a-lagunes@hotmail.com

44 ¿Qué conocimientos, habilidades y destrezas son indispensables desarrollar en el
45 aquí y ahora en los estudiantes de educación superior que les permita enfrentar los
46 grandes retos del futuro relacionados con la toma de decisiones?
47 Ante este importante cuestionamiento, las universidades e institutos tecnológicos de
48 nivel superior han decidido poner manos a la obra y proponen algunas “estrategias
49 de cambio” incluyendo diferentes tecnologías informáticas en sus programas
50 académicos que permitan que los estudiantes estén motivados e interesados en el
51 estudio de una rama de las Matemáticas como es la Teoría de las Probabilidades.
52 Una revisión extensa de la literatura revela la importancia del uso de herramientas
53 de visualización en la enseñanza de las Matemáticas con ayuda de la tecnología
54 informática (Asmuss, S, Budkina, N., 2019). Algunos autores proponen que utilizando
55 representaciones gráficas de datos o conceptos se puede mejorar la comprensión y
56 el gusto entre los estudiantes hacia el estudio de la ciencia. Otros, aseguran que la
57 visualización es la clave del razonamiento y de la resolución de problemas reales,
58 además de dar significado a diversos conceptos matemáticos (Tiradentes, V., 2014).
59 Por otro lado, investigadores de la Corporación Universitaria Americana en Colombia
60 aseguran que las dificultades más importantes entre los estudiantes de Probabilidad
61 y Estadística en Educación Superior son la muy baja asimilación de conceptos y la
62 casi nula posibilidad de aplicación práctica a situaciones reales (Metaute, J.,
63 Villarreal, J., Vargas, J., Saker, J. y Bustamante, I., 2017). Efectivamente, dichas
64 unidades de aprendizaje son difíciles de aprender ya que muchos conceptos no son
65 intuitivos ni accesibles en la experiencia cotidiana para los estudiantes, se propone
66 entonces utilizar diferentes paquetes de software como herramientas que permitan
67 ilustrar algunos resultados teóricos (visualizar soluciones), ilustrar un concepto o
68 mejor aún resolver algunos problemas reales relacionados con el entorno de los
69 estudiantes. Es urgente conciliar la enseñanza de la Probabilidad y la Estadística con
70 el uso de la tecnología.
71 Es importante subrayar que el propósito de este artículo no es realizar un análisis
72 comparativo de software estadístico sino más bien poner a disposición de los
73 estudiantes dos oportunidades insuperables para realizar un análisis o consolidar
74 un concepto utilizando dos diferentes herramientas computacionales. El SPSS
75 (Statistical Package for the Social Sciences) y el Rstudio.
76 Este trabajo se estructura centrándose la atención en dos paquetes estadísticos que se
77 pueden utilizar en diferentes temas de la unidad de aprendizaje Probabilidad que se
78 imparte en el tercer semestre del programa académico de Ciencias de la Informática
79 de la UPIICSA del Instituto Politécnico nacional.
80 El resto del documento discurre como sigue: primeramente se presentan
81 características importantes de las dos herramientas computacionales propuestas. A
82 continuación se realiza una descripción detallada de la metodología utilizada.
83 Despues se presentan los resultados obtenidos en la intervención con el grupo de

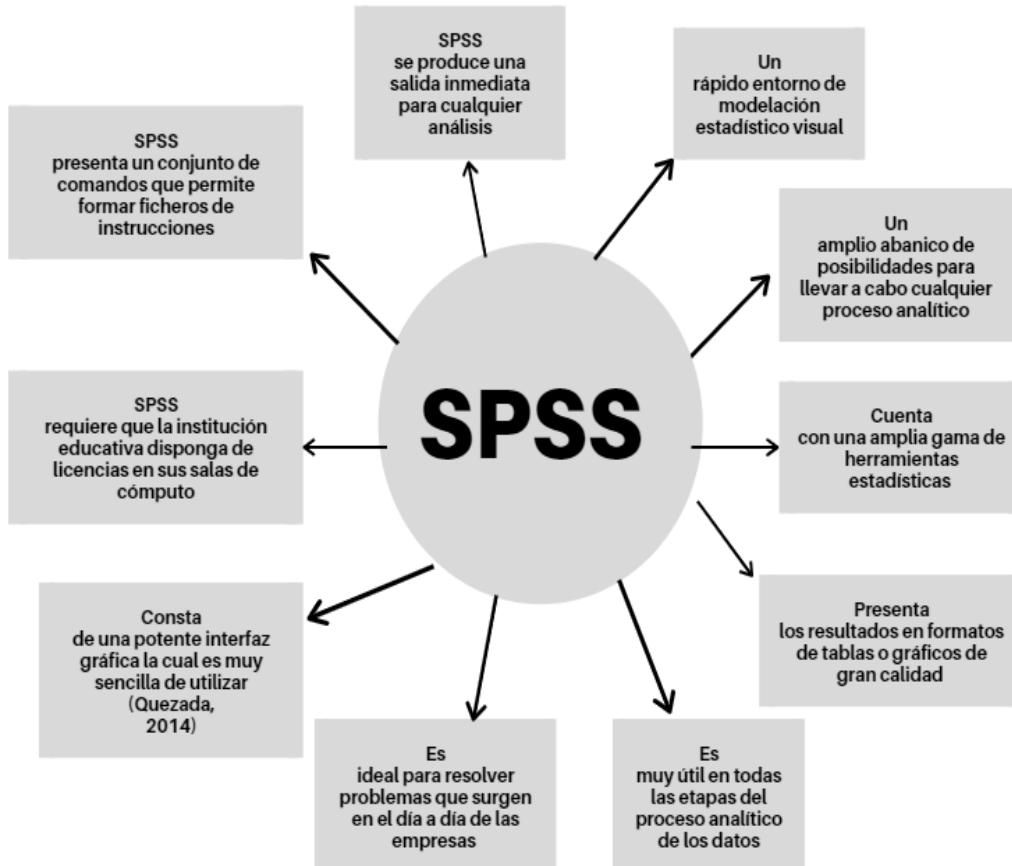
84 estudio. Este documento finaliza con conclusiones e implicaciones para futuras
 85 investigaciones en el aula.

86

87 **2. Metodología**

88 **2.1 Descripción de las herramientas computacionales**

89 En su libro Estadística con SPSS 22, su autor Lucio Nel Quezada explica que este
 90 software es un producto modular perfectamente integrado que ofrece:



91

92

93

94

95

96

97

98

99

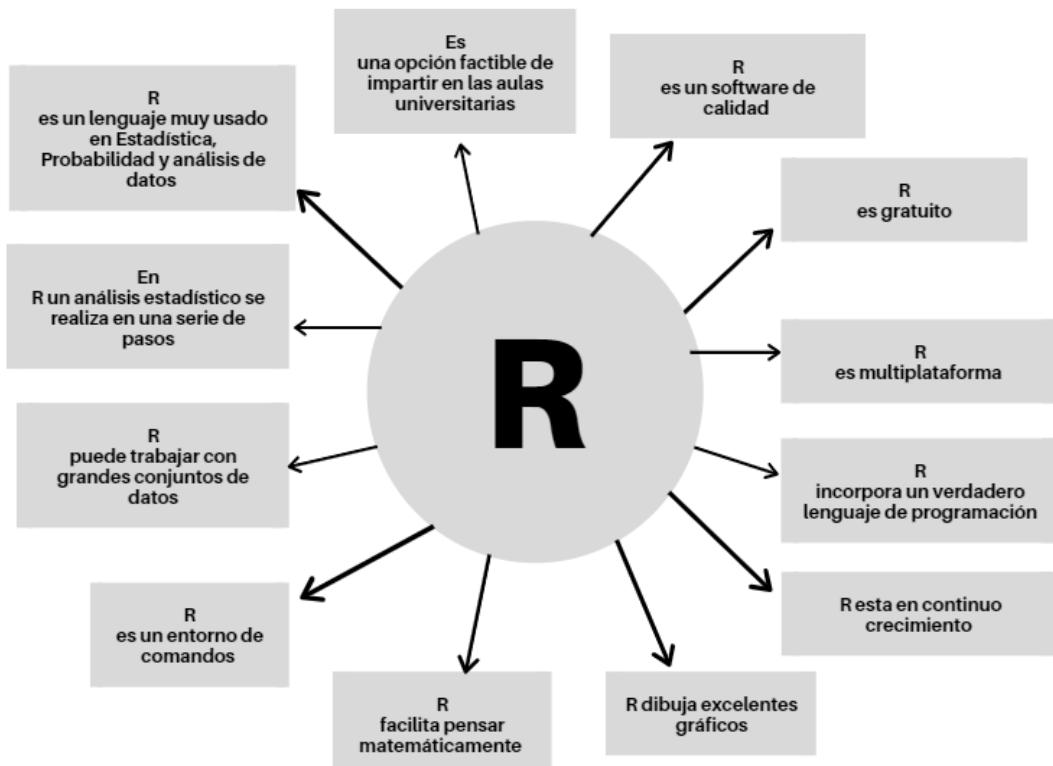
100

101

Fig. (1) SPSS
 Elaboración propia a partir de Nel, L. (2014) Estadística con SPSS 22

R es un lenguaje de programación interpretado, de distribución libre, bajo licencia GNU y se mantiene en un ambiente para el cómputo estadístico y gráfico. (Huertas 2016)

Los investigadores Marcos Ruiz Soler y Emelina López González de la Universidad de Málaga describen una serie de ventajas al usar en docencia e investigación R:



102
103
104
105

Fig. (2) Ventajas de R
 Elaboración propia a partir de (Ruiz, M. López, E., 2009)

106 Por ultimo en la página web del científico de datos Rafael González explica que
 107 Rstudio es un entorno de desarrollo integrado, dicho de otro modo, es un programa
 108 para manejar R de una manera más cómoda. Lo explica de una manera muy
 109 sencilla, describe a R como el lenguaje “el motor” y Rstudio “el volante”. (González,
 110 R., 2019)

111

112 **2.2 Desarrollo de la Investigación**

113 Es un trabajo de implementación en aula con entornos de aprendizaje digital. Este
 114 trabajo se realizó en la sala de cómputo del edificio de Formación Básica de la
 115 UPIICSA. La población de estudio son los estudiantes matriculados que cursan el
 116 tercer semestre durante el periodo agosto-diciembre 2019 de la licenciatura de
 117 Ciencias de la Informática en la secuencia 1CM31

118 Como primer paso se procede a impartir a los alumnos una clase teórica sobre
 119 Distribución Normal y se resuelve manualmente un problema propuesto en el salón
 120 de clases. Como segundo paso se lleva a los estudiantes a una sesión en la sala de
 121 cómputo (la cual tiene la licencia instalada del paquete corporativo SPSS) para
 122 resolver el problema propuesto resuelto previamente en clase. En la sesión se
 123 acompaña a los estudiantes paso a paso hasta lograr la solución del problema

124 utilizando el software. Es importante puntualizar la manera tan rápida con que ellos
125 logran familiarizarse con el paquete estadístico y logran realizar el proceso fácilmente
126 y sin complicaciones.

127 A la semana siguiente se realiza una segunda sesión en la sala de cómputo, y se
128 procede a resolver el mismo problema propuesto pero ahora utilizando Rstudio. Se
129 proporciona a los alumnos los códigos que deben introducir al script para
130 posteriormente correrlos en la consola, lo que les permite visualizar los resultados
131 de manera inmediata. Obviamente se observa un mayor grado de complejidad al
132 introducir el código, en algunos casos los estudiantes necesitaron corregir algún
133 renglón y volver a correr. Sin embargo en general todos los estudiantes logran llegar
134 al resultado con una actitud de mayor interés y motivación hacia el tema en estudio.
135 Finalmente en una sesión plenaria los estudiantes analizan los resultados obtenidos
136 y se procede a discutir entre ventajas y desventajas que cada uno de ellos percibe en
137 los tres diferentes métodos de solución.

138

139 **2.2.1 Técnicas de análisis**

140 El enunciado del problema a resolver es el siguiente:
141 Lumiance México es una empresa eléctrica que fabrica focos para refrigeradores
142 que tienen una duración, antes de fundirse, que se distribuye normalmente con
143 media igual a 800 horas y una desviación estándar de 40 horas. Encuentre la
144 probabilidad de que:

145 Un foco se funda a lo más en 840 horas.

146 Un foco se funda entre 778 y 834 horas.

147 Un foco se funda al menos en 780 horas.

148 Calcular el valor de x_0 cuando se cumpla la siguiente relación

$$149 P(x \leq x_0) = 0.6140 \quad P(x \geq x_0) = 0.22$$

150

151 En SPSS primeramente se dirige a “vista de variables” en la cual se va a definir una
152 variable “x” para poder introducir el valor de las probabilidades, después en “vista de
153 datos” en la variable ya creada se escribe el valor de la probabilidad que se desea
154 calcular, posteriormente se dirige al botón “transformar” iremos a “calcular variable” al
155 dar clic nos aparecerá una ventana que nos ayudara a calcular las probabilidades, en
156 el apartado “Grupo de funciones” elegiremos “CDF y CDF no centrada”, y en el
157 apartado “Funciones y variables especiales” elegiremos “Cdf.Normal” dando doble
158 clic sobre ella, en el apartado “Variable objetivo” escribiremos “y”, pasaremos la
159 variable “Tiempo de duración antes de fundirse (x)” al apartado “Expresión
160 numérica”, aparecerá en el primer signo de interrogación, en el siguiente
161 escribiremos el valor de la media (800), y en el ultimo el valor de la desviación
162 estándar (40) y damos clic en aceptar, los resultados aparecerán en “vista de
163 variables”.

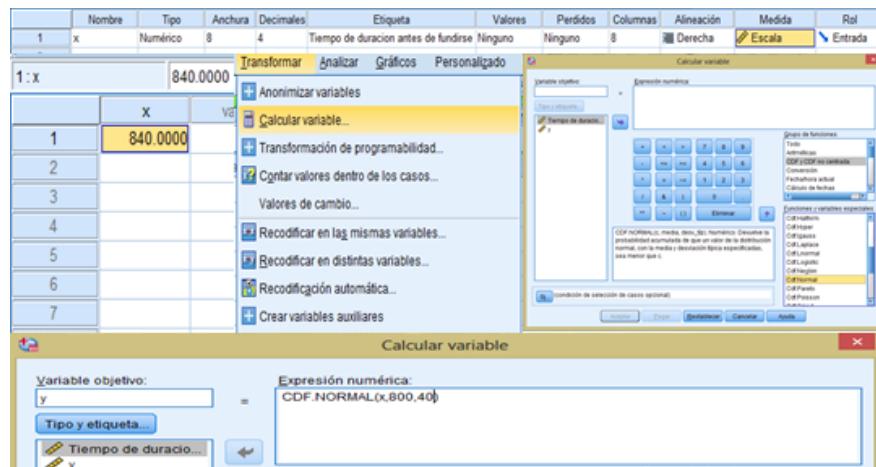


Fig. (3) Pasos SPSS

164
165
166
167
168
169
170
171
172
173

En RStudio se les proporciona a los estudiantes los códigos para la solución del problema, primeramente se abre un script el cual se escribe los códigos y que permite corregir algún error fácilmente en caso de que sea necesario, posteriormente se escriben los códigos para el cálculo de las probabilidades y la creación de la curva normal, por último se selecciona el código y se corre dando clic en el botón "Run". Los resultados aparecen en la ventana llamada "consola" junto con los códigos anteriormente escritos, y en la ventana llamada "Plots" aparecen las gráficas de distribución normal.

```
m=800
d=40
#P(x<=840)
pnorm(840, m, d)
x1=840
x=x1
cord.x1<-seq(0, 840, 0.1)
cord.y1<-dnorm(cord.x1, m, d)
curve(dnorm(x, m, d), 600, 1000)
polygon(c(0, cord.x1, 840), c(0,
cord.y1, 0), col =4)
#P(778<x<834)
pnorm(834, m, d)-pnorm(778, m, d)
x2=seq(778,834)
x=x2
cord.x2<-seq(778,834,0.1)
cord.y2<-dnorm(cord.x2, m, d)
curve(dnorm(x, m, d), 600, 1000)
polygon(c(778, cord.x2, 834), c(0,
cord.y2, 0), col =4)
#P(x>780)
pnorm(780, m, d, lower.tail = FALSE)
x3=780
x=x3
cord.x3<-seq(780, 1000, 0.1)
cord.y3<-dnorm(cord.x3, m, d)
curve(dnorm(x, m, d), 600, 1000)
polygon(c(780, cord.x3, 1000), c(0,
cord.y3, 0), col =4)
#P(x<=x0)=0.6140
qnorm(0.6140, m, d)
x4=811.5904
x=x4
cord.x4<-seq(0, 811.5904, 0.1)
cord.y4<-dnorm(cord.x4, m, d)
curve(dnorm(x, m, d), 600, 1000)
polygon(c(0, cord.x4, 811.5904), c(0,
cord.y4, 0), col =4)
#P(x>x0)=0.22
qnorm(0.22, m, d, lower.tail = FALSE)
x5=830.8877
x=x5
cord.x5<-seq(830.8877, 1000, 0.1)
cord.y5<-dnorm(cord.x5, m, d)
curve(dnorm(x, m, d), 600, 1000)
polygon(c(830.8877, cord.x5, 1000),
c(0, cord.y5, 0), col =4)
```

174
175
176
177
178

Fig. (4) Código

179 3. Resultados

180 Los resultados obtenidos en clase fueron los siguientes:

$$P(z \leq 1) = \varphi(1) = 0.8413$$

$$P(-0.55 < z < 0.85) = \varphi(0.85) - \varphi(-0.55) = 0.8023 - 0.2912 \\ = 0.5111$$

$$P(z \geq -0.5) = 1 - \varphi(-0.5) = 1 - 0.3085 = 0.6915$$

$$x = Z\sigma + \mu = (0.29)(40) + 800 = 811.6$$

$$x = Z\sigma + \mu = (0.77)(40) + 800 = 830.88$$

Fig. (5) Resultados

181 182 En SPSS los resultados fueron apareciendo en la vista de datos, con lo que los
 183 alumnos pudieron confirmar que los resultados eran los mismos que los que se
 184 dieron en la solución manual.

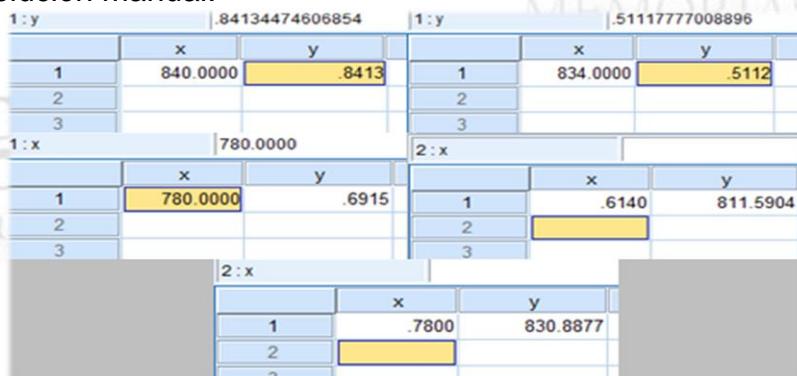


Fig. (6) Resultados SPSS

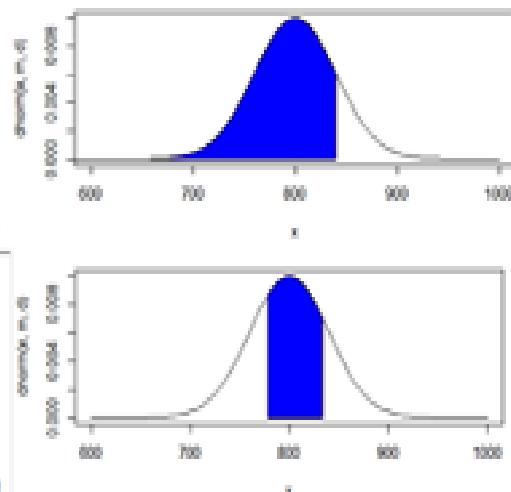
186
187

188

189 Los resultados en RStudio se visualizaron cada que se corría un código, y con ello
 190 los alumnos pudieron verificar que eran los mismos resultados que los vistos en
 191 clase.

```
> m=0.0
> d=40
> #P(z<=z)
> pnorm(z,m,d)
[1] 0.8413447
> x1=40
> x=x1
> cord.x1<-seq(0, 840, 0.1)
> cord.y1<-dnorm(cord.x1, m, d)
> curve(dnorm(x, m, d), 0.0, 1000)
> polygon(c(0, cord.x1, 840), c(0, cord.y1, 0), col = 4)

> #(778<=z)<=1
> pnorm(778, m, d)-pnorm(776, m, d)
[1] 0.5111777
> x2=seq(776,778)
> x=x2
> cord.x2<-seq(776, 834, 0.1)
> cord.y2<-dnorm(cord.x2, m, d)
> curve(dnorm(x, m, d), 776, 834)
> polygon(c(776, cord.x2, 834), c(0, cord.y2, 0), col = 4)
```

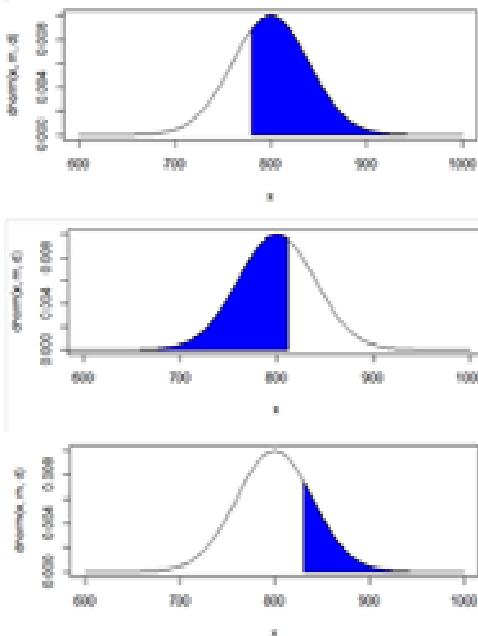


192
193

```

> #> x=seq(600,1000,0.1)
> #> pnorm(780, m, d, lower.tail = FALSE)
[1] 0.6994829
> x1=780
> x0=780
> cord.x3<-seq(780, 1000, 0.1)
> cord.y3<-dnorm(cord.x3, m, d)
> curve(dnorm(x, m, d), 600, 1000)
> polygon(c(780, cord.x3, 1000), c(0, cord.y3, 0), col =4)
> #>(x+sd)=0.6140
> dnorm(0.6140, m, d)
[1] 811.5904
> x1=811.5904
> x0=811.5904
> cord.x4<-seq(811.5904, 1000, 0.1)
> cord.y4<-dnorm(cord.x4, m, d)
> curve(dnorm(x, m, d), 600, 1000)
> polygon(c(811.5904, cord.x4, 1000), c(0, cord.y4, 0), col =4)
> #>(x+2sd)=0.22
> dnorm(0.22, m, d, lower.tail = FALSE)
[1] 830.8877
> x5=830.8877
> x0=830.8877
> cord.x5<-seq(830.8877, 1000, 0.1)
> cord.y5<-dnorm(cord.x5, m, d)
> curve(dnorm(x, m, d), 600, 1000)
> polygon(c(830.8877, cord.x5, 1000), c(0, cord.y5, 0), col =4)

```



194

195

Fig. (7) Resultados RStudio

196 **4. Conclusiones**

197 Durante la sesión plenaria se señalan algunas conclusiones interesantes. Los
 198 estudiantes logran validar los resultados obtenidos en clase utilizando dos
 199 herramientas digitales diferentes. Consideran que se mejora la comprensión del tema
 200 estudiado debido a que fue posible visualizar la solución y en el caso de R también
 201 las gráficas. En general se identifican motivados y más interesados en el tema. Con
 202 respecto a los docentes investigadores consideran que la integración de SPSS y R
 203 para resolver un mismo problema ejerce efectos positivos en la participación de los
 204 estudiantes, así como una mejor comprensión de este concepto tan importante de
 205 Probabilidad, viéndose reflejado en el nivel de aprendizaje y en una mejora en el
 206 porcentaje de aprobación del grupo de estudio.

207 Las implicaciones para investigaciones futuras son relevantes ya que este estudio
 208 puede ser el inicio de un cambio en la forma de enseñar la probabilidad en la
 209 UPIICSA

210

211 **Agradecimientos**

212 El primer autor agradece a los estudiantes de la secuencia 1CM31 del programa
 213 académico de Ciencias de la Informática por su entusiasmo y disponibilidad hacia la
 214 investigación. Así mismo, los autores agradecemos al Instituto Politécnico Nacional
 215 por la Beca EDD y COFAA otorgada a sus profesores-investigadores de la UPIICSA



216

217 **Índice de referencias**

218 Capítulo de libros

- 219 • Nel, L. (2014), Estadística con SPSS 22. Editorial MACRO pag 1-21.
- 220 • Ruiz, M. López, E. (2009), El entorno estadístico R. Ventajas de su uso en la
221 docencia y la investigación. Revista española de pedagogía año LXVII, n. 243
222 pag 255-274.
- 223 • Tiradentes, V (2014), Interactive Visualization in Learning Mathematics:
224 Implications for Information Design and User Experience. A.Marcus (Ed) pag
225 472-480.

226

227 Información en línea

- 228 • Asmuss, S., Budkina, N. (2019). ON USAGE OF VISUALIZATION TOOLS IN
229 TEACHING MATHEMATICS AT UNIVERSITIES. Recuperado de: [https://0-](https://0-www-scopus-com.millenium.itesm.mx/)
230 [www-scopus-com.millenium.itesm.mx/](https://0-www-scopus-com.millenium.itesm.mx/)
- 231 • González, R. (2019, Marzo 22). ¿Qué es R y RStudio? Recuperado de:
232 <https://gonzalezgouveia.com/que-es-r-y-rstudio/>
- 233 • Huertas I. (2016). ¿Qué es R? Ventajas de la programación en R. Agosto 27,
234 2019, de DATATONS Sitio web: <https://blog.datatons.com/2016/04/08/que-es->
235 [lenguaje-programacion-r/](https://blog.datatons.com/2016/04/08/que-es-lenguaje-programacion-r/)
- 236 • Metaute, J., Villarreal, J., Vargas, J., Saker, J y Bustamante, I. (2017). Aula
237 Invertida y Pedagogía Conceptual en la enseñanza y aprendizaje de la
238 Estadística en Educación Superior. El caso de la estimación y la prueba de
239 hipótesis. Recuperado de:
240 <https://www.revistaespacios.com/a18v39n10/18391039.html>

1 UN NUEVO MÉTODO PARA RESOLVER ECUACIONES NO 2 LINEALES BASADO EN NEWTON UTILIZANDO LA MEDIA 3

4 Esiquio Martín Gutiérrez Armenta^{1*}, Marco Antonio Gutiérrez Villegas²
5 , Alejandro Cruz Sandoval³, José Ángel Ortega Herrera⁴ y Israel Isaac Gutiérrez
6 Villegas⁵.

7 ^{1,4}*Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Sección de Estudios de*
8 *Posgrado e Investigación Edificio 5, Instituto Politécnico Nacional, Unidad Profesional*
9 *Adolfo López Mateos Zacatenco, Col. Lindavista, C.P. 07340, México, Ciudad de*
10 *México.*

11 ^{2,3}*UAM-Azc, Dep. Sistemas, Área Sistemas Computacionales. Av. San Pablo No 180*
12 *Col. Reynosa Tamaulipas cp. 02200, México, Ciudad de México.*

13 ⁵*División de Ingeniería en Sistemas Computacionales, TESE- TecNM, Estado de*
14 *México*
15 **IM-POAI005**

17 Resumen

18 *En este trabajo, sugerimos una alternativa del método iterativo desarrollado por S. Weerakoon and*
19 *T.G.I. Fernando para el cálculo de una raíz simple su orden de convergencia es de orden cúbica, este*
20 *utiliza el teorema de Newton, en su expresión se encuentra una integral indefinida esta se aproxima por*
21 *integración numérica por el método trapecio. Para el método propuesto se utiliza la media aritmética*
22 *para obtener un método equivalente formulado por ellos. El método propuesto tendrá una orden de*
23 *convergencia equivalente a este.*

26 **Palabras clave:** raíz, iterativo, integral, aritmética, equivalente.

28 1. Introducción

30 En una variedad de problemas de las ciencias exactas, ingeniería y sociales surgen
31 problemas donde aparece una ecuación no lineal, de aquí la importancia obtener
32 métodos que de una aproximación a la raíz simple. En este artículo se proponen dos
33 algoritmos utilizando el método del trapecio y la aritmética en su estructura.

34 Donde dada la función $f: I \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, en un intervalo abierto I , con las condiciones de
35 que $f(\alpha) = 0$ y $f'(\alpha) \neq 0$, $\alpha \in \mathbb{R}$. El método de Newton para aproxima una raíz simple
36 de una ecuación no lineal $f(x)=0$ donde al evaluar $\alpha \in \mathbb{R}$. En esta matemáticamente se
37 tiene $f(\alpha)=0$, La forma iterativa de este está definida por:

39 Una denostación del orden convergencia cuadrático descrito por (Gutiérrez 2019).

1 *Autor para la correspondencia. E-mail: esiqv11@hotmail.com Tel. 55 1339-1343

43 2. Algunas definiciones

44

45 La definición 2.1 de (Babajee 2006). Sea $\alpha, x_n \in \mathbb{R}$, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$, entonces, la sucesión
 46 $\{x_n\}$ se dice que converge a la raíz α si $\lim_{n \rightarrow \infty} |x_n - \alpha| = 0$. Si, además, existe una
 47 constante $c \geq 0$, un número entero $n_0 \geq 0$ y $q \geq 1$, tal que para todos $n >$
 48 n_0 , $|x_{n+1} - \alpha| \leq c|x_n - \alpha|^q$ entonces se dice que $\{x_n\}$ converge con el orden al menos
 49 q. Si $q = 2$ o 3 , se dice que la convergencia es cuadrática o cúbica, respectivamente.
 50 Cuando $e_n = x_n - \alpha$ es el error en la enésima iteración, la relación $e_{n+1} = ce_n^q +$
 51 $O(e_n^{q+1}) = O(e_n^{q+1})$ se llama la ecuación de error. El valor de q así obtenido se llama
 52 el orden de convergencia del método.

53 Tomando la definición 2.2 de (Babajee 2006). El índice de eficiencia de un método
54 iterativo viene dado por ecuación 1.

Ecuación 1. $EEF = q^{\frac{1}{d}}$

56 donde q es el orden de convergencia del método y d es el número total de
 57 evaluaciones de función y sus derivadas por iteración.

58 3. Metodología o desarrollo

59

60 El método de tercer orden de convergencia basados en el teorema de Newton,
61 utilizado por (Weerakoon 2000), la integral de ecuación 2 es aproximada
62 numéricamente.

Ecuación 2. $f(x) = f(x_n) + \int_{x_n}^x f(\lambda)d\lambda$

64 Aplicando el método de los trapecios para la integral indefinida en la ecuación 2.

Ecuación 3. $\int_{x_n}^x f(\lambda) d\lambda \approx \frac{1}{2}(x - x_n)(f'(x_n) + f'(x))$

66 La ecuación 3. Sustituida en la ecuación 2. Se obtiene ecuación 4.

$$\text{Ecuación 4. } x_{n+1} = x_n - \frac{2f(x_n)}{f'(x_n) + f'(y_n)}$$

68 Donde

Ecuación 5. $y_n = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$

70 Este método desarrollado por (Weerakoon 2000), consta de dos pasos. Demuestran
71 que su orden convergencia dado por ecuación 6. Es cúbica.

72

$$\text{Ecuación 6. } e_{n+1} = \left(C_2^2 + \frac{1}{2} C_3 \right) e_n^3 + O(e_n^4)$$

73 Su índice de eficiencia es

74

$$EEF = q^{\frac{1}{d}} = 3^{\frac{1}{3}} = 1.44224951749$$

75 Para el método propuesto es necesario las siguientes relaciones. Utilizando el teorema
 76 de las medias desarrollado en su trabajo y (Ilhan 2013). Demuestra una relación en las
 77 medias, pero en este trabajo solo utilizaremos la media aritmética dada en la ecuación
 78 7.

79

$$\text{Ecuación 7. } \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

80 Para derivar el método propuesto se utiliza el trabajo de (Jorman 2009). El demuestra
 81 un teorema que utiliza la igualdad de la ecuación 8, que es la media aritmética de la
 82 evaluación de la derivada de la función en dos puntos.

83

$$\text{Ecuación 8. } f' \left(\frac{x+x_n}{2} \right) = \frac{f'(x)+f'(x_n)}{2}$$

84 Aplicando la ecuación 8 sustituida por la integral en la ecuación 2. Se obtiene una
 85 ecuación equivalente para obtener un algoritmo nuevo variante de (Weerakoon 2000).

86

$$\text{Ecuación 9. } x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f' \left(\frac{x_n+x_{n+1}^*}{2} \right)}$$

87

$$x_{n+1}^* = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

88 Esta nueva variante tiene convergencia cubica que el Weerakoo. Su índice de
 89 convergencia es:

90

$$EEF = q^{\frac{1}{d}} = 3^{\frac{1}{3}} = 1.44224951749$$

91 3.1 Algoritmo 1 de Weerakoon ecuación 4 y la ecuación 5.

92

93 Para este se toma un valor inicial x_0 , que en el proceso iterativo se aproxima la raíz
 94 $\alpha \approx x_{n+1}$, realizando el siguiente proceso iterativo. Para un valor inicial x_0 , se puede
 95 aproximar la raíz $x_{(n+1)}$, realizando el siguiente proceso iterativo.

96

$$y_n = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

97
$$x_{n+1} = x_n - \frac{2f(x_n)}{f'(x_n) + f'(y_n)}$$

98 El criterio de paro se puede utilizar a). $|x_{(n+1)} - x_n| \leq \varepsilon$ o tomar b). $|f(x_{(n+1)})| \leq \varepsilon$,
 99 donde ε es el error que se quiere cometer en la aproximación a la raíz.

100
 101 3.2 Algoritmo propuesto

102 Para un valor inicial x_0 , se puede aproximar la raíz x_{n+1} , realizando el siguiente
 103 proceso iterativo.

104
$$z_n = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

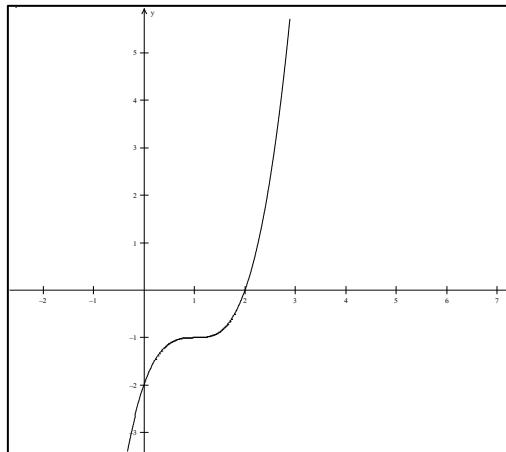
105
$$y_n = \frac{x_n + z_n}{2}$$

106
$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'\left(\frac{x_n + x_{n+1}^*}{2}\right)}$$

107 El criterio de paro para este nuevo método es el mismo utilizado en el anterior.

108 Para la demostración de su orden de convergencia se toma ecuación 9 realizando un
 109 procedimiento similar al de Weerakoo.

110 Aplicación 1. 1 se tiene la Figura 1. Se quiere calcular la raíz simple con los siguientes
 111 valore $x_0 = 2.5, 3.5, \varepsilon = 10^{-5}, \alpha = 2$. En la siguiente Figura 1. Se muestra donde se
 112 encuentra la raíz exacta.



113

114 **Figura 1. Representación gráfica de la Función $f(x) = (x - 1)^3 - 1$**

115 **Tabla1. Comparación de los dos métodos iterativos la función $f(x) = (x - 1)^3 - 1$, $x_0 =$**
 116 $2.5, \varepsilon = 10^{-5} \alpha = 2$

| iteración | Algoritmo 1 | Error a para 1 | Error a para 2 | Algoritmo 2 |
|-----------|-------------|----------------|----------------|-------------|
| 1 | 2.0562711 | 0.056711 | 0.0484376 | 2.0484376 |
| 2 | 2.0001843 | 0.0001849 | 0.0000951 | 2.0000951 |
| 3 | 2 | 0 | 0 | 2 |

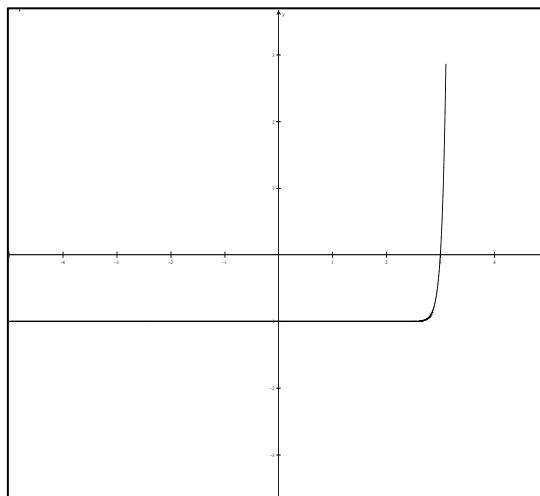
117

118 **Tabla 1.1 Iteración para resolver la función $f(x) = (x - 1)^3 - 1$, $x_0 = 3.5, \varepsilon = 10^{-5} \alpha = 2$**

| iteración | Algoritmo 1 | Error a para 1 | Error a para 2 | Algoritmo 2 |
|-----------|-------------|----------------|----------------|-------------|
| 1 | 2.4411840 | 0.4411840 | 0.405011 | 2.405011 |
| 2 | 2.0426252 | 0.0426252 | 0.0298202 | 2.0298202 |
| 3 | 2.0000825 | 0.0000825 | 0.0000299 | 2.0000299 |
| 4 | 2 | 0 | 0 | 2 |

119

120 Aplicación 2.1 realizar el mismo procedimiento para la función $f(x) = e^{x^2+7x-30} - 1$,
 121 $x_0 = 3.25, 3.5, \varepsilon = 10^{-5} \alpha = 3$, donde se observa de la Figura 2, la solución exacta.



122

123 **Figura 2. Representación gráfica de $f(x) = e^{x^2+7x-30} - 1$**

124 **Tabla 2. Comparación de los dos métodos iterativos la función $f(x) = e^{x^2+7x-30} - 1$, $x_0 =$**
 125 **$3.25, \varepsilon = 10^{-5} \alpha = 3$**

| iteración | Algoritmo 1 | Error a para 1 | Error a para 2 | Algoritmo 2 |
|-----------|-------------|----------------|----------------|-------------|
| 1 | 3.1465125 | 0. 1465125 | 0. 1339786 | 3.1339786 |
| 2 | 3.0562022 | 0. 0562022 | 0.0392299 | 3.0392299 |
| 3 | 3.0063872 | 0. 0063872 | 0. 0017476 | 3.0017476 |
| 4 | 3.0000143 | 0. 0000143 | 0.000002 | 3.0000002 |
| 5 | 3 | 0 | 0 | 3 |

126

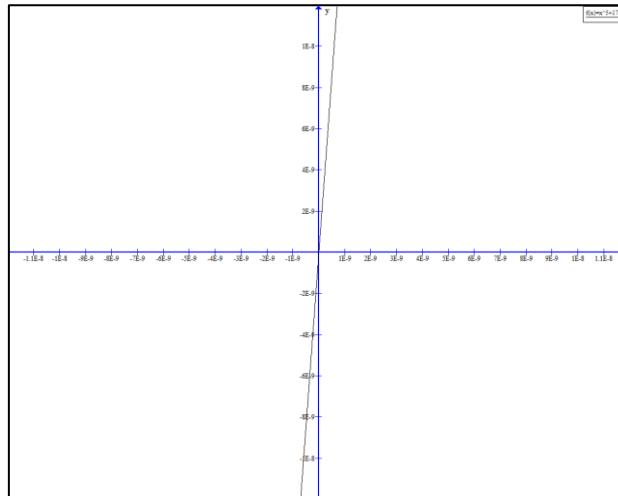
127 **Tabla 2.1 Comparación de los dos métodos iterativos la función $f(x) = e^{x^2+7x-30} - 1$, $x_0 =$**
 128 **$3.5, \varepsilon = 10^{-5} \alpha = 3$**

| iteración | Algoritmo 1 | Error a para 1 | Error a para 2 | Algoritmo 2 |
|-----------|-------------|----------------|----------------|-------------|
| 1 | 3.3955736 | 0.3955736 | 0. 3819890 | 3.3819890 |
| 2 | 3.2900760 | 0.2900760 | 0. 2628131 | 3.2628131 |
| 3 | 3.1851311 | 0.1851311 | 0. 1459777 | 3.1459777 |
| 4 | 3.0875299 | 0.0875299 | 0. 0472534 | 3.0472534 |
| 5 | 3.0186534 | 0.0186534 | 0. 0029125 | 3.0029125 |
| 6 | 3.0003214 | 0. 0003214 | 0. 000001 | 3.000001 |
| 7 | 3 | 0 | 0 | 3 |

129

130 Aplicación 3. Figura 3. Representa de la función $f(x) = e^{-x^2+x-2} - 1$ Se quiere
 131 calcular la raíz simple.

132



133

Figura 4. Representación gráfica de la función $f(x) = x^5 + 17x$.

134
135

Tabla 4. Comparación de los dos métodos iterativos la función $f(x) = x^5 + 17x$, $x_0 = 1$, $\varepsilon = 10^{-5}$ $\alpha = 0$

| iteración | Algoritmo 1 | Error a para 1 | Error a para 2 | Algoritmo 2 |
|-----------|-------------|----------------|----------------|-------------|
| 1 | 0.077050524 | 0.077050524 | 0.0221691 | -0.0221691 |
| 2 | 0.0000002 | 0.0000002 | 0.0000000 | -0.0000000 |
| 3 | -0.0000000 | 0.0000000 | 0.0000000 | -0.0000000 |

136

137

Tabla 4.1 Iteración para resolver la función $f(x) = x^5 + 17x$, $x_0 = -0.5$, $\varepsilon = 10^{-5}$ $\alpha = 0$

| iteración | Algoritmo 1 | Error a para 1 | Error a para 2 | Algoritmo 2 |
|-----------|-------------|----------------|----------------|-------------|
| 1 | 0.077050524 | 0.077050524 | 0.0221691 | -0.0221691 |
| 2 | 0.0000002 | 0.0000002 | 0.0000000 | -0.0000000 |
| 3 | -0.0000000 | 0.0000000 | 0.0000000 | -0.0000000 |

138

139

140

141

142 Tabla 4.2 Comparación de los dos métodos iterativos la función $f(x) = x^5 + 17x$, $x_0 = 0.5$, $\varepsilon =$
 143 10^{-5} $\alpha = 0$

| iteración | Algoritmo 1 | Error a para 1 | Error a para 2 | Algoritmo 2 |
|-----------|-------------|----------------|----------------|-------------|
| 1 | 0.0027322 | 0.0027322 | 0.012284 | -0.012284 |
| 2 | 0.0000000 | 0.0000000 | 0.0000000 | 0.0000000 |
| 3 | 0.0000000 | 0.0000000 | 0.0000000 | 0.0000000 |

144

145 4. Resultados y análisis

En las tablas se observa que el método de S. Weerakoo en comparación con el nuevo método propuesto, en la parte del error que se comete, se hay una diferencia en esta cada iteración se acerca más rápido al error de aproximación propuesto como criterio de paro. Se realizaron diversos ejemplos utilizando el lenguaje de programación C, para verificar y comprobar los resultados obtenidos analíticamente.

151

152 Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas
152 **5. Conclusiones**

153 5. Conclusiones

154 En el documento, propusimos un nuevo método de iteración orden cubico 3 para
155 resolver una ecuación no lineal $f(x) = 0$, que este nuevo método de iteración es más
156 rápido que Newton - Raphson, y S. Weerakoo que es de orden cubico,

157 El nuevo método de iteración es necesario utilizar el método Newton - Raphson, en
158 seguida utilizar el nuevo cálculo en la siguiente formula. Este tiene el mismo de número
159 evaluaciones de función y sus derivadas para los dos métodos. Pero el método
160 propuesto debe de converger más rápido que el de S. Weerakoo, esto se observa que
161 en cada iteración el error decrece más rápido.

162

163 Referencias

- Babajee D. (2006). An analysis of the properties of the variants of Newton's method with third order convergence, *Applied Mathematics and Computation*, 183(1) 659-684.
 - Gutierrez E. (2019). Demostración del orden de convergencia del método de Newton y de Steffensen's para aproximar una raíz simple, *XXIV Reunión Nacional Académica de Física y Matemáticas*, 24, 223-225.
 - Jorman K. (2009) Means and the mean value theorem, *International Journal of Mathematical Education in Science and technology*, 40(6) 729-740.
 - Ilhan M. (2013). An Elementary Proof of the Mean Inequalities, *Advances in Pure Mathematics*, 3(3), 331-334.
 - Weerakoo S. (2000). *A Variant of Newton's Method Whit Accelerated Third-order convergence*, Applied Mathematics letters, editorial Pergamon.

UN NUEVO MÉTODO DERIVADO DE WEERAKOON Y FERNANDO PARA ECUACIONES NO LINEALES

Esiquo Martin Gutiérrez Armenta^{1*}, Marco Antonio Gutiérrez Villegas², Alejandro Cruz Sandoval³, José Ángel Ortega Herrera⁴, e Israel Isaac Gutiérrez Villegas⁵.

^{1,4}Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Sección de Estudios de Posgrado e Investigación Edificio 5, Instituto Politécnico Nacional, Unidad Profesional Adolfo López Mateos Zacatenco, Col. Lindavista, C.P. 07340, México, Ciudad de México.

^{2,3}UAM-Azc, Dep. Sistemas, Área Sistemas Computacionales. Av. San Pablo No 180 Col. Reynosa Tamaulipas cp. 02200, México, Ciudad de México.

⁵División de Ingeniería en Sistemas Computacionales, TESE- TecNM, Estado de México.

IM-POAI006

Resumen

En este trabajo, sugerimos una alternativa para aproximar una raíz simple en el cual se utiliza el teorema de Newton. Este fue utilizado por S. Weerakoon y T.G.I. Fernando, en su artículo su estructura tiene una integral indefinida, esta se aproxima por el método del trapecio, el método tiene un orden de convergencia cúbica. En el método que se propone se utiliza la media aritmética para obtener un método equivalente, el cual computacionalmente tendrá una orden de convergencia equivalente a este.

Palabras clave: raíz, iterativo, integral, equivalente.

1. Introducción

En una variedad de problemas de las ciencias exactas, ingeniería, técnicas administrativas y sociales, surgen problemas donde aparece una ecuación no lineal, de aquí la importancia de obtener métodos que den una aproximación a la raíz simple. En este artículo se proponen dos algoritmos utilizando el método obtenido S. Weerakoon y T. Fernando (2000), el otro utilizando la media aritmética en su estructura. Sea la función $f: I \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, continua en un intervalo abierto I , con las condiciones de que $f(\alpha) = 0$ y $f'(\alpha) \neq 0$, $\alpha \in \mathbb{R}$. El método de Newton para aproxima una raíz simple de una ecuación no lineal $f(x) = 0$ donde al evaluar $\alpha \in I$. La función evaluada en esta matemáticamente se tiene $f(\alpha) = 0$, pero al hacer uso de la computadora $f(\alpha) \approx 0$ La forma iterativa está definida por la ecuación 1:

$$\text{Ecuación 1. } x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Una demostración del orden convergencia cuadrático es descrito por (Gutiérrez 2019).

¹ *Autor para la correspondencia. E-mail: esiqv11@hotmail.com Tel. 55 1339-1343

39 2. Metodología o desarrollo

40

41 Para el desarrollo de este método se utiliza la formulación propuesta por J.E Dennis &
42 Jr, Robert B (1983). Donde utilizo el método del rectángulo para aproximar la derivada,
43 S. Weerakoon & T. Fernando (2000) utilizan el método del trapecio, en este trabajo se
44 realiza utilizando la media aritmética para aproximar esta derivada, en el artículo se
45 realiza demostración de una igualdad de la función evaluada en la suma de dos
46 argumentos es igual a la función evaluada en el primer argumento más la función
47 evaluada en el segundo argumento por Jorman. K. (2009) "*Means and the mean value*
48 *theorem*". Esta se utilizará para la demostración del orden de convergencia del método
49 propuesto. Para este es necesario la siguiente definición.

50 Definición 2.1

51 (Babajee 2006) Sea $\alpha, x_n \in \mathbb{R}$, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$, entonces, la sucesión $\{x_n\}$ se dice que
 52 converge a la raíz α si $\lim_{n \rightarrow \infty} |x_n - \alpha| = 0$. Si, además, existe una constante $c \geq 0$, un
 53 número entero $n_0 \geq 0$ y $q \geq 1$, tal que para todos $n > n_0$, $|x_{n+1} - \alpha| \leq c|x_n - \alpha|^q$
 54 entonces se dice que $\{x_n\}$ converge con el orden al menos q . Si $q = 2$ o 3 , se dice que
 55 la convergencia es cuadrática o cúbica, respectivamente. Cuando $e_n = x_n - \alpha$ es el
 56 error en la enésima iteración, la relación $e_{n+1} = ce_n^q + O(e_n^{q+1}) = O(e_n^{q+1})$ se llama la
 57 ecuación de error. El valor de q así obtenido se llama el orden de convergencia del
 58 método.

59 Definición 2.2

60 El índice de eficiencia de un método iterativo viene dado por

$$EEF = q^{\frac{1}{d}}$$

62 donde q es el orden de convergencia del método y d es el número total de evaluaciones
63 de la función y su derivada por iteración.

64 En la literatura el primer método de tercer orden de convergencia basados en
 65 integración numérica, propuesto por (E, Dennis, J. 1987) retomado este por
 66 (Weerakoon 2000), donde la integral que aparece es aproximada numéricamente.

Ecuación 2. $f(x) = f(x_n) + \int_{x_n}^x f(\lambda) d\lambda$

68 Aplicando el método de los trapecios para la integra indefinida en la ecuación 2.

69

70 **Ecuación 3.** $\int_{x_n}^x f(\lambda) d\lambda \approx \frac{1}{2}(x - x_n)(f'(x_n) + f'(x))$

71 La ecuación 2. Sustituida en Ecuación 3. Se obtiene la Ecuación 4.

72 **Ecuación 4.** $x_{n+1} = x_n - \frac{2f(x_n)}{f'(x_n) + f'(x_{n+1}^*)}$

73 Donde:

74 **Ecuación 5.** $x_{n+1}^* = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$

75 Este método desarrollado por (Weerakoon 2000), consta de los pasos de las ecuación
 76 5 y la ecuación 6 donde utilizan el método del trapecio. Demuestran que su orden
 77 convergencia viene dado por la Ecuación 6.

78 **Ecuación 6.** $e_{n+1} = \left(C_2^2 + \frac{1}{2}C_3\right)e_n^3 + O(e_n^4)$

79 La Ecuación 6 se tiene que el método es de convergencia cúbica. Su índice de
 80 eficiencia es

81 $EEF = q^{\frac{1}{d}} = 3^{\frac{1}{3}} = 1.44224951749$

82 Utilizando el teorema de la relación entre medias desarrollado en su trabajo (Ilhan
 83 2013). Demuestra una relación en las medias, pero en este trabajo utilizaremos la
 84 media aritmética dada en la ecuación 7

85 **Ecuación 7.** $\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$

86 Para derivar el método propuesto se utiliza el trabajo de (Jorman 2009). El demuestra
 87 un teorema que utiliza la igualdad de la ecuación 8, que es la media aritmética de la
 88 evaluación de la derivada de la función en dos puntos.

89 **Ecuación 8.** $f'\left(\frac{x+x_n}{2}\right) = \frac{f'(x)+f'(x_n)}{2}$

90 Aplicando la ecuación 8 en la ecuación 2 se obtiene una ecuación equivalente para
 91 obtener un algoritmo nuevo y variante de Weerakoon.

92 **Ecuación 9.** $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'\left(\frac{x_n+x_{n+1}^*}{2}\right)}$

93 **Ecuación 10.** $x_{n+1}^* = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$

94 3. Metodología o desarrollo

95

96 El primero en proponer una alternativa de una modificación del método de Newton
97 utilizando una integral definida en su estructura, fue J.E Dennis y Jr, Robert B.
98 Schnabel (1983). A partir de este (Weerakoon 2000) utiliza la cuadratura numérica y
99 el método de los trapecios para aproximar esta integral, utilizando su demostración
100 dada en su artículo (Jorman 2009). Se tiene la igualdad de la Ecuación 8. Se
101 demostrará que la Ecuación 9 con la Ecuación 10 el método iterativo y así se
102 demostrará su orden de convergencia para este.

103

104 3.1 Análisis de convergencia

105 Teorema. Sea $\alpha \in I$, $f \in C^{n+1}(I)$ donde $f: I \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es un intervalo I , $f(\alpha) = 0$, $f'(\alpha) \neq 0$
 106 entonces los tres pasos del método iterativo dados por las ecuaciones ecuación 9 y
 107 la ecuación 10 resulta un método de convergencia equivalente a la cúbica.

108 Demostración.

109 Sea α una raíz simple de f así que $f(\alpha) = 0, f'(\alpha) \neq 0$, y Tomando $e_n = x_n + \alpha$,
 110 cómo f es de clase $C^{n+1}(I)$. Con esta condición $f(x_n)$ se puede desarrollar en una
 111 serie de Taylor alrededor de α .

$$\begin{aligned} \text{Ecuación 11. } f(x_n) &= f(\alpha + e_n) = f(\alpha) + \frac{f'(\alpha)}{1!}(x_n - \alpha) + \frac{f''(\alpha)}{2!}(x_n - \alpha)^2 + \cdots + \\ &\quad \frac{f^{(n)}(\alpha)}{n!}(x_n - \alpha)^n \end{aligned}$$

114 $f(\alpha) = 0$ sustituyendo en la ecuación 11 se tiene:

115 **Ecuación 12.** $f(x_n) = 0 + \frac{f'(\alpha)}{1!} e_n + \frac{f''(\alpha)}{2!} e_n^2 + \frac{f'''(\alpha)}{3!} e_n^3 + O(e_n^4)$

116 Factorizando $f'(\alpha)$ de la ecuación 12 se obtiene.

Ecuación 13. $f(x_n) = f'(\alpha) \left(e_n + \frac{f''(\alpha)}{2!f'(\alpha)} e_n^2 + \frac{f'''(\alpha)}{3!f'(\alpha)} e_n^3 \right) + O(e_n^4)$

118 Se definen las siguientes constantes

119 $c_2 = \frac{f''(\alpha)}{2!f'(\alpha)}$, $c_3 = \frac{f'''(\alpha)}{3!f'(\alpha)}$ generalizandolo $c_k = \frac{f^{(k)}(\alpha)}{k!f'(\alpha)}$ para $k = 2, 3, \dots$ sustituyendo estos
 120 valores en

121 La ecuación 13 se escribe como:

Ecuación 14. $f(x_n) = f'(\alpha)(e_n + c_2 e_n^2 + c_3 e_n^3) + O(e_n^4)$

123 Derivando la ecuación 14 con respecto a e_n

124 **Ecuación 15.** $f'(x_n) = f'(\alpha)[1 + 2c_2 e_n e_n^2 + 3c_3 e_n^2 + O(e_n^3)]$

125 dividiendo la ecuación 14 entre la Ecuación 15.

126 **Ecuación 16.** $\frac{f(x_n)}{f'(x_n)} = \frac{[e_n + c_2 e_n^2 + c_3 e_n^3]}{(1 - [2c_2 e_n + 3c_3 e_n^2 + O(e_n^3)])}$

127 En la ecuación 16 se obtiene

128 **Ecuación 17.** $\frac{f(x_n)}{f'(x_n)} = e_n - c_2 e_n^2 + (2c_2^2 - 2c_3)e_n^3 + O(e_n^4)$

129 Donde $e_n = x_n - \alpha$ despejando $x_n = \alpha + e_n$, sustituyendo ecuación 17 en la ecuación 10 se tiene

131 **Ecuación 18.** $x_{n+1}^* = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} = \alpha + e_n - (e_n - c_2 e_n^2 + (2c_2^2 - 2c_3)e_n^3 + O(e_n^4))$

132 **Ecuación 19.** $x_{n+1}^* = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} = \alpha + c_2 e_n^2 - 2(c_2^2 - c_3)O(e_n^4)$

133 Ahora sustituyendo ecuación 19 en la ecuación 10.

134 **Ecuación 20.** $x_{n+1}^* = \alpha + c_2 e_n^2 + 2(c_3 - c_2^2)O(e_n^4)$

135 De la ecuación 8.

136 **Ecuación 21.** $f'\left(\frac{x+x_n}{2}\right) = \frac{f'(x)+f'(x_n)}{2}$

137 luego utilizando los valores de $x_n = e_n + \alpha$ e z_n en la ecuación 10, obtenemos

138 **Ecuación 22.** $\frac{x_{n+1}^* + x_n}{2} = \frac{(\alpha + c_2 e_n^2 + (2c_3 + 2c_2^2)e_n^3) + O(e_n^4) + e_n + \alpha}{2}$

139 Simplificando la ecuación 22

140 **Ecuación 23.** $\frac{x_{n+1}^* + x_n}{2} = \alpha + \frac{1}{2}e_n + \frac{1}{2}c_2 e_n^2 + \frac{1}{2}(2c_3 - 2c_2^2)e_n^3 + O(e_n^4)$

141 Sustituyendo la ecuación 20 y ecuación 22 en la ecuación 9.

142 Realizando toda el álgebra y simplificando se llega:

143 **Ecuación 24.** $x_{n+1}^* = \alpha + c_2 e_n^2 + (2c_3 - 2c_2^2)e_n^3 + O(e_n^4)$

144 Ahora desarrollando la serie de Taylor para $f(x_{n+1}^*)$ y $f(\frac{x_n+x_{n+1}^*}{2})$ alrededor de α ,
 145 utilizando que $f(\alpha) = 0$

146 **Ecuación 25.** $f(x_{n+1}^*) = f'(\alpha)(c_2 e_n^2 + 2(c_3 - c_2^2)e_n^3 + O(e_n^4))$

147 **Ecuación 26.** $f\left(\frac{x_n+x_{n+1}^*}{2}\right) = f'(\alpha)\left(\frac{1}{2}e_n + \frac{3}{4}c_2 e_n^2 + \frac{1}{2}(c_3 - c_2^2)e_n^3 + O(e_n^4)\right)$

148 Derivando $f(x_{n+1}^*)$ y $f(\frac{x_n+x_{n+1}^*}{2})$ con respecto a e_n

149 **Ecuación 27.** $f'(x_{n+1}^*) = f'(\alpha)(2c_2 e_n + 6(c_3 - c_2^2)e_n^2 + O(e_n^3))$

150 **Ecuación 28.** $f'\left(\frac{x_n+x_{n+1}^*}{2}\right) = f'(\alpha)\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2}c_2 e_n + \frac{3}{2}(c_3 - c_2^2)e_n^2 + O(e_n^3)\right)$

151 **Ecuación 29.** $2 * f'\left(\frac{x_n+x_{n+1}^*}{2}\right) = f'(\alpha)(1 + 3c_2 e_n + 3(c_3 - c_2^2)e_n^2 + O(e_n^3))$

152 **Ecuación 30.** $\frac{f(x_n)}{f'\left(\frac{x_n+x_{n+1}^*}{2}\right)} = \frac{f'(\alpha)(e_n + c_2 e_n^2 + c_3 e_n^3) + O(e_n^4)}{f'(\alpha)(1 + 3c_2 e_n + 3(c_3 - c_2^2)e_n^2 + O(e_n^3))}$

153 Realizando la división directa de la ecuación 30.

154 **Ecuación 31.** $\frac{f(x_n)}{f'\left(\frac{x_n+x_{n+1}^*}{2}\right)} = e_n - 2c_2 e_n^2 - (6c_2 - c_2^2 - c_3)e_n^3 + O(e_n^4)$

155 Sustituyendo ecuación 27 en ecuación 9.

156 $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(y_n)}$

157 **Ecuación 32.** $e_{n+1} + \alpha = e_n + \alpha - [(e_n - 2c_2 e_n^2 - (6c_2 - c_2^2 - c_3)e_n^3) + O(e_n^4)]$

158 **Ecuación 33.** $e_{n+1} = 2c_2 e_n^2 + 6(3c_3 - c_2^2 - 2c_3)e_n^3 + O(e_n^4)$

159 Se observa que de la ecuación 33 en e_n^2 tiene segundo orden de convergencia, pero
 160 se le debe de asignar otro orden por el paso lineal así que el método es de tercer orden
 161 de convergencia.

162 4. Los algoritmos para los dos casos

163 4.1. Algoritmo de Weerakoon.

164 Para este se toma un valor inicial x_0 , se approxima la raíz x_{n+1} , realizando el siguiente
 165 proceso iterativo.

166 $y_n = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$

167 $x_{n+1} = x_n - \frac{2f(x_n)}{f'(x_n) + f'(y_n)}$

168 El criterio de paro se puede utilizar a). $|x_{n+1} - x_n| \leq \varepsilon$ ó tomar b). $|f(x_{n+1})| \leq \varepsilon$, donde
 169 ε es el error que se quiere cometer en la aproximación a la raíz.

170 4.2 Algoritmo modificado

171 Para un valor inicial x_0 , se puede aproximar la raíz x_{n+1} , realizando el siguiente
 172 proceso iterativo.

173 $x_{n+1}^* = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$

174 $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'\left(\frac{x_n + x_{n+1}^*}{2}\right)}$

175 El criterio de paro para este nuevo método es el mismo utilizado en el anterior.

176 **5. Resultados y análisis**

177

178 El índice de eficiencia es el mismo para los dos métodos, para el caso que se demostró
 179 con el método modificado es de orden cúbico. Estos métodos pueden tener una
 180 eficiencia computacional mayor debido a que en su estructura se utiliza también dos
 181 veces el método de newton. Se verificaron con dos ejemplos cuyas gráficas 1 y 2
 182 fueron hechas con winplot y se utilizó lenguaje C para realizar los cálculos necesarios
 183 para verificar los resultados obtenidos analíticamente. En las tablas 1 y 2 se muestran
 184 los resultados obtenidos.

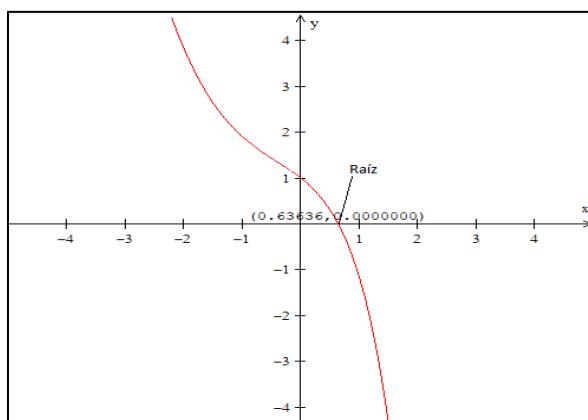


Figura 1. Gráfica 1. $f(x) = \cos(x) - xe^x + x^2$

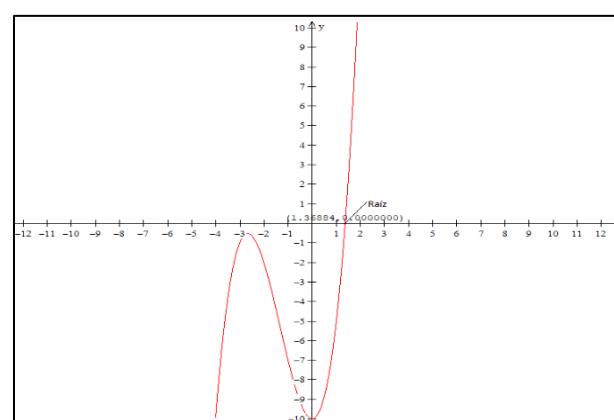


Figura 2. Gráfica 2. $f(x) = x^3 + 4x^2 - 10$

198

Tabla 1. Resultados 1

| n | M-Newton | M-W-F | M-Modificado |
|---|--------------|------------|--------------|
| 1 | 0.7244697567 | 0.66588194 | 0.640003289 |
| 2 | 0.6391778078 | 0.63916957 | 0.63915409 |
| 3 | 0.6391540967 | 0.6391540 | 0.63915409 |

199
200

Tabla 2. Resultados 2

| n | M-Newton | M-W-F | M-Modificado |
|---|--------------|-------------|--------------|
| 1 | 1.4545454555 | 1.345024237 | 1.369968652 |
| 2 | 1.3689004010 | 1.365227728 | 1.365230013 |
| 3 | 1.3652366000 | 1.365230013 | 1.365230013 |

201
202

6. Conclusiones

203

En este artículo, se propuso un nuevo método utilizando la media aritmética dentro de la derivada de la función, este método iterativo es equivalente al de orden cúbico, si el valor inicial x_0 esta muy cercana a la raíz de la ecuación no lineal $f(x) = 0$, este nuevo método iterativo converge más rápido que el Newton - Raphson, y aproximado a S. Weerakoon que es de orden cúbico.

204

205

206

207

208

209

Weerakoon que es de orden cúbico.

210

211

212 **Índice de referencias**

213

Libros

214

- Dennis J.E. (1983). *Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equation*, (SIAM'S), Prentice-hall, Inc.

215

Revistas

216

- Babajee D. (2006). An analysis of the properties of the variants of Newton's method with third order convergence, *Applied Mathematics and Computation*, 183(1), 659-684.
- Gutierrez E. (2019). Demostración del orden de convergencia del método de Newton y de Steffensen's para aproximar una raíz simple, *XXIV Reunión Nacional Académica de Física y Matemáticas*, 24, 223-225.
- Jorman K. (2009). Means and the mean value theorem, *International Journal of Mathematical Education in Science and technology*, 40(6) 729-740.
- Ilhan M. (2013). An Elementary Proof of the Mean Inequalities, *Advances in Pure Mathematics*, 3(3), 331-334.
- Weerakoo S. (2000). A Variant of Newton's Method Whit Accelerated Third-order convergence, *Applied Mathematics letters*. 13, 87-93.

217

218

219

220

221

222

223

224

225

226

227

228

229

230

231

232



1 DISEÑO DE UN SISTEMA DE GENERACIÓN ELÉCTRICA 2 FOTOVOLTAICO PARA UNA EMPRESA DE PLASTICOS. 3

4 Juan Daniel Rivas Martínez^{1,*}, Martin Darío Castillo Sánchez²
5

6 *¹Instituto Politécnico Nacional, ESIME Zacatenco. Unidad Profesional “Adolfo López
7 Mateos”, Col. Lindavista, C.P. 07738, Delegación Gustavo A. Madero, CDMX. Edif. 2
8 Academia de Mecánica.*

9 AP-POAV007

10 Resumen

11 *En el presente trabajo de investigación se calculó y selecciono un sistema fotovoltaico para suministrar
12 de energía eléctrica a una empresa de plásticos ubicada en el estado de México. Se obtuvo el cálculo
13 de la carga eléctrica promedio requerida para la empresa, así como el nivel de insolación promedio
14 mensual y anual de la zona, para determinar los parámetros del sistema de captación, acumulación,
15 conversión, distribución y gasto de la energía eléctrica obtenida del sistema fotovoltaico, se investigó y
16 proporciono información relacionada con los diferentes componentes de un sistema fotovoltaico, así
17 como la descripción de su instalación. Los cálculos realizados demuestran que el proyecto es viable y
18 se garantiza la satisfacción de la demanda de energía eléctrica para la empresa de plásticos, con la
19 ventaja que es un medio de producción de energía eléctrica no contaminante.*

20 **Palabras clave:** Energía Eléctrica, Fotovoltaico, Panel solar, Interconectada, Inverso, Plásticos.

21 1. Introducción

22 A nivel mundial, la mayor parte de la energía consumida se dedica a la producción
23 de electricidad y al transporte, este último sector muestra una tendencia al alza,
24 creciendo porcentualmente cada año. El transporte representa alrededor del 40%
25 del consumo de energía primaria y la electricidad algo más del 20%. El resto del
26 consumo se distribuye entre el sector doméstico y los sectores productivos. Estos
27 porcentajes son parecidos en casi todos los países desarrollados. (ITC, 2008).
28 Para los procesos productivos la utilización de combustibles de origen fósil (carbón,
29 petróleo y gas) en todo el mundo ha aumentado hasta convertirse en el suministro de
30 energía predominante, situación que ha dado lugar a un rápido aumento de las
31 emisiones de gases de efecto invernadero (GEI) en la atmósfera. (Edenhofer, O. Pichs,
32 R. & Sokona, K. 2011). En el Cuarto Informe de Evaluación (CIE) del grupo
33 Intergubernamental de expertos sobre el cambio climático (IPCC) se concluyó que "la
34 mayor parte del aumento observado en el promedio de las temperaturas desde
35 mediados del siglo XX se debe muy probablemente al aumento observado en las
36 concentraciones de gases de efecto invernadero (GEI) antropogénicas". Los datos
37 recientemente obtenidos confirman que el consumo de combustibles de origen fósil
38 representa la mayor parte de las emisiones mundiales de gases de efecto invernadero
39 (GEI) de origen antropogénico. Las emisiones siguen aumentando, y al término del
40
41
42

1 *Autor para la correspondencia. E-mail: drivas-sigmatron@hotmail.com

43 año 2010, las concentraciones de CO₂ eran ya superiores a 390 ppm, un 39% por
44 encima de los niveles preindustriales.

45
46 México cuenta con una gran diversidad de fuentes de energía. Con la explotación de
47 algunos recursos energéticos, como son las energías fósiles y las altas emisiones
48 contaminantes que de ellas emana, han motivado a que surjan nuevas Políticas
49 Energéticas enfocadas a la inclusión de las fuentes de energía limpia en la matriz
50 energética. Ante esta necesidad, se ha promovido un fuerte desarrollo tecnológico que
51 implique en un futuro, la no dependencia a los combustibles fósiles y a una
52 considerable reducción de los costos que generan, económica y ambientalmente.
53 Contar con una matriz de generación diversificada es un elemento clave para mitigar
54 el riesgo de fluctuación en los precios de los combustibles fósiles, fortaleciendo la
55 eficiencia económica del sistema en el medio y largo plazo. En los últimos años, se ha
56 buscado el desarrollo de la sustentabilidad energética con el fin de incluir al medio
57 ambiente como uno de los elementos de competencia que contribuyan al desarrollo
58 económico y social de la población. De ahí que exista un claro compromiso, derivado
59 de la Reforma Energética: prever el incremento gradual de la participación de las
60 Energías Renovables en la Industria Eléctrica, para cumplir con las metas establecidas
61 en materia de generación de energías limpias y de reducción de emisiones. (SENER,
62 2016). Con la Reforma Energética del 2013, se abre la inversión privada en el sector
63 eléctrico, por lo que las empresas estarán en posibilidades de generar y suministrar
64 este tipo de energía y competir con CFE.

65 En el presente trabajo se hace la propuesta de diseñar un sistema fotovoltaico
66 para abastecer de energía eléctrica la empresa de "Plásticos Caballero" la cual se
67 encuentra ubicada en una zona con un alto potencial de irradiación solar, un promedio
68 de 5.5 kWh/m²/día, lo que hace que esta empresa sea un buen candidato para la
69 instalación de paneles solares para la generación de su propia energía eléctrica,
70 además de que presenta un alto costo en el consumo de energía eléctrica.

71

72 **2. Metodología o desarrollo**

73

74 **2.1 Selección del lugar de emplazamiento para el sistema Fotovoltaico.**

75 Para poder seleccionar adecuadamente el lugar de emplazamiento se deben tomar en
76 cuenta diversos factores como son; un estudio económico del lugar, la demanda
77 eléctrica, la ubicación geográfica.
78 .

79 **Ubicación geográfica:** La empresa de plásticos se encuentra ubicada en el
80 municipio de Tecámac, entre las coordenadas geográficas: longitud
81 99°3'45.36''W, 98°54'56.88W, Latitud 19°36'51.12''N, 19°48'31.32''N. a una
82 altura 2,266 msnm. (INEGI, 2009).

83

84 **Colindancias:** Colinda al norte con el municipio de Zumpango, el estado de Hidalgo y
85 el municipio de Temascalapa; al este con los municipios de Temascalapa, Teotihuacán
86 y Acolman; al sur con los municipios de Acolman y Ecatepec de Morelos; al oeste con

87 el municipio de Ecatepec de Morelos, Coacalco de Berriozábal, Jaltenco, Tonanitla,
88 Nextlalpan y Zumpango.
89

90 **Clima:** Rango de temperatura: 14° – 16°C. Rango de precipitación: 500 – 700 700mm
91 Clima: Semiseco con lluvias en verano (93.58%) y templado subhúmedo con lluvias
92 en verano, de menor humedad (6.42%).
93

94 **2.2.- Cálculo de los equipos para el sistema fotovoltaico.**

95
96 Para poder calcular el número total de paneles solares que se necesitará, primero tiene
97 que conocer algunos datos, como lo son, el consumo total de energía, ver tabla 1.
98 También la potencia pico del panel en condiciones estándar y la radiación solar del
99 mes más crítico durante el año.
100

Tabla 1. Descripción de cargas.

| Descripción | Cantidad | Potencia (Watts) | Tiempo uso. (H r/ día) | Consumo energía (Wh / día) |
|--|----------|------------------|------------------------|----------------------------|
| Panel LED (60X60 cm), 36 W | 8 | 288 | 10 | 2,880 |
| Luminaria LED Colgante/Superficie 60W 7600Lm | 105 | 6,300 | 10 | 6,3000 |
| Totales | | 6,588 | 10 | 65,880 |

101

102 **2.2.-Obtención de la radiación solar disponible en la ubicación.**

103

104 Para el diseño de instalaciones fotovoltaicas, y con el fin de poder evaluar la energía
105 que puede producir la instalación en cada mes de año, se define el concepto de
106 número de horas de sol pico (HSP) del lugar en cuestión, y que representa las horas
107 de sol disponibles a una hipotética irradiación solar constante de 1000 W/m².
108 De la información obtenida de la NASA para la radiación solar se encontró que el
109 periodo más bajo de radiación solar fue de 5 kWh/m²/día, el cual es reportado durante
110 el mes de Diciembre, mientras que el promedio del año fue de 5.46 kWh/m²/día, por lo
111 que para calcular la cantidad mínima de paneles fotovoltaicos necesarios para
112 satisfacer la demanda de energía eléctrica de 65.880 kWh/día, se recurrió al uso en
113 la Ecuación 1, donde el valor de HPS a utilizar será el del mes más bajo, en este caso
114 fue el mes de Diciembre, con esto se garantiza que si existe una baja radiación solar
115 no se comprometa el sistema de alimentación fotovoltaica.
116

117 **2.3.-Cálculo del número de paneles requeridos.**

118

119 Para el cálculo del número de paneles solares necesarios para satisfacer la demanda
 120 eléctrica prevista en la empresa de plásticos, se empleará la ecuación 1, en función
 121 del emplazamiento y tipo de panel solar que se vaya a instalar:
 122

$$123 \quad N_T = \frac{L_{M_{crt}}}{(P_{MPP})(HPS_{crt})(PR)} \quad \text{Ec. (1)}$$

124 Donde:

125
 126 N_T = Número total de paneles
 127 $L_{M_{crt}}$ = Consumo medio diario mensual para el mes crítico.
 128 P_{MPP} = Potencia pico del panel en condiciones estándar de medida STC.
 129 HPS_{crt} = Horas pico del mes crítico, es decir: Irradiación del mes crítico.
 130 PR = El factor global de funcionamiento que varía entre 0.65 y 0.90.

$$132 \quad N_{SW\ 275} = NT = \frac{65.880}{(0.275)(4.49)(0.9)} = 59.28$$

133 La cantidad de paneles para alimentar la carga estimada son **59**.

134 **2.4.- Cálculo para la selección de inversores.**

135
 136 Para la instalación de los inversores, se debe conectar un inversor apropiado para
 137 cada panel por medio de conectores MC4. Es recomendable conectores de este tipo,
 138 debido a que soportan temperaturas de hasta 90°C. Colocar el inversor de ser posible
 139 debajo del panel fotovoltaico en el riel de montaje en la intemperie, como se muestra
 140 en la figura 1.



141
 142 **Figura 1.- Conexión del inversor con el panel fotovoltaico.**
 143

144 En este proyecto cada panel tiene su propio inversor, la corriente al salir por el inversor
 145 ya es corriente alterna. El inversor Econotecnia INV230W, 30Vdc-130Vac 60Hz. Por
 146 lo tanto, de 7.5 Amperios y 30.7 Volts en la entrada del inversor, a la salida saldrán
 147 130 V CA, esto significa que se elevará la tensión a través de un transformador interno
 148 en el inversor, y de acuerdo con la relación de transformación del transformador se
 149 tiene una corriente de salida para cada inversor de 1.77 Amperios. Éstos conectados

150 en paralelo otorgan una corriente de 8.855 Amperios. La expresión de la relación de
 151 transformación ecuación 2, es la siguiente:
 152

$$153 \quad a = \frac{V_P}{V_S} = \frac{I_S}{I_P} = \frac{N_P}{N_S} \quad \text{Ec. (2)}$$

154 Donde:

155

156 a : Relación de transformación del transformador.

157 V_p : Tensión en el lado primario del transformador.

158 V_s : Tensión en el lado secundario del transformador.

159 I_p : Corriente en el lado primario del transformador.

160 I_s : Corriente en el lado secundario del transformador.

161 N_p : Número de espiras de la bobina del lado primario del transformador.

162 N_s : Número de espiras de la bobina del lado secundario del transformador.

163 Despejando a I_s de la Ecuación 2. Tenemos:

164

$$165 \quad I_s = \frac{I_p V_p}{V_s} \quad \text{Ec. (3)}$$

166 De acuerdo con los datos del panel, se tiene el valor de la corriente de operación de
 167 7.5 Amperios y el valor de tensión igual a 30.7 Volts CC., el valor de salida de acuerdo
 168 con el inversor es de 130 Volts CA.

$$169 \quad I_s = \frac{7.5 \text{ A} (30.7 \text{ V})}{130 \text{ V}} = 1.77 \text{ A.}$$

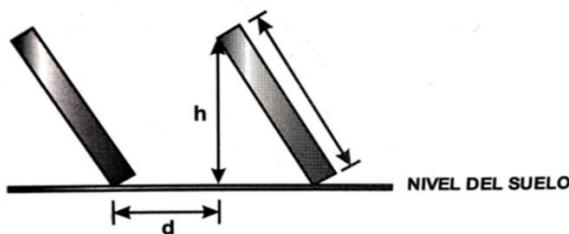
170 Por lo que al conectarse en paralelo se tendrá una corriente eléctrica de 8.9 A.

171

172 **Por lo tanto, se requiere un inversor por panel.**

173

174 **Cálculo del área del arreglo fotovoltaico.** Para el dimensionamiento del área total
 175 del arreglo fotovoltaico primeramente se debe de calcular el espaciamiento entre
 176 paneles para evitar que existan sombras causados por los paneles adyacentes, para
 177 esto se hacen las consideraciones siguientes:



178

179

Figura 2. Separación entre paneles.

180

181

182

183 El diseño de la instalación se considera para Tecámac (latitud 19.713°)

184

185 La inclinación de los paneles se determina usando la tabla 3, por lo tanto, al aplicar los
 186 criterios de dicha tabla y redondeando se tiene que la inclinación para las
 187 localizaciones propuestas es de:

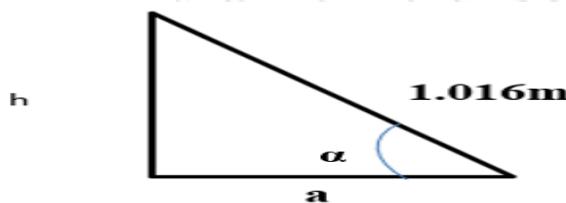
188

189 **Tabla 3. Inclinación de los paneles solares para la zona propuesta.**

| ZONA | INCLINACIÓN DE LOS PANELES |
|---------|----------------------------|
| Tecámac | 19.7° |

190

191 Es necesario determinar la separación entre paneles para evitar sombras entre los
 192 arreglos, para esto es necesario realizar los siguientes cálculos.



193

194

195 **Figura 3. Representación de la inclinación de paneles.**

196 Realizando los cálculos de h se obtiene para Tecámac.:

$$197 \quad h = 1.016 * \operatorname{sen}(19.7) = 0.34m$$

198 Posteriormente se debe determinar un factor k en función de la latitud del lugar de
 199 instalación, para esto se ocupa la ecuación 4.

200

$$201 \quad k = \frac{1}{\operatorname{tan}(61 - \text{latitud})} \quad \text{Ec. (4)}$$

202 sustituyendo valores se obtiene:

$$203 \quad k = \frac{1}{\operatorname{tan}(61 - 19.7)} = 1.13$$

204 Finalmente, el espaciamiento entre paneles será el producto del factor k por la
 205 distancia h obteniendo como resultado:

206 $d = 1.13 * 0.34 = 0.38 \text{ m}$

207

208

209 Una vez calculada la distancia de separación entre paneles es necesario calcular la
210 distancia mínima entre aristas de paneles para evitar sombra (d_{\min}) añadiendo la
211 porción restante del panel inferior a la arista superior del mismo respecto a la horizontal
212 en metros.

213

214 Donde:

215

216 **d_{min}**: distancia mínima entre aristas de paneles para evitar sombras en metros

217 **L**: longitud del panel en metros

218 **h**: altura solar al medio día en metros.

219 **α**: grado de inclinación del panel con respecto a la horizontal en grados (°).

220 **θ**: ángulo de la sombra respecto a la horizontal en °.

221 **a**: distancia de la arista

222 **d**: distancia de la arista inferior del panel a la arista inferior del otro en metros.

223 **Por lo tanto, la distancia mínima de separación entre paneles corresponde a:**

224

225 $d_{\min} = (1.016)(\cos(19.7)) + d = 0.96 + 0.38 = 1.34m$

226

227 Ya que los cálculos indican que se requieren **59** paneles solares para cumplir la
228 demanda de 65.880 kW/h el **área** necesaria para este caso es de, ecuación 5:

229 $A = (a)(\text{largo del panel})$ Ec. (5)

230 $A = (0.957723)(1.7) = 1.63 \text{ m}^2$

231 Área Total = $(1.63 \text{ m}^2) (59) = 96.17 \text{ m}^2$

232 **Cálculo de corriente para la selección de las protecciones.**

233

234 Los valores utilizados, fueron tomados de la potencia de salida que proporciona cada
235 inversor; las protecciones seleccionadas serán localizadas del lado de salida del
236 inversor, lado de corriente alterna.

237 Se calcula la corriente eléctrica nominal, con la utilización de la ley de Watt con la
238 ecuación 6.

239 $P = V \times I$ Ec. (6)

240

241 Dónde:

242

243 **P**= Potencia (W)

244 **V**= Tensión (Volt)

245 **I**= Corriente (Ampere)



246 Despejando “I” se obtiene la ecuación 7.

247

248

249

250 $I = \frac{P}{V}$ Ec. (7)

251

252 Corriente nominal resultante para una potencia de 1kW

253

254

255 $I = \frac{1 \times 10^3}{127} = 7.874 \text{ A}$

256

257 De acuerdo con el artículo 690-1 de la Norma Oficial Mexica el primer elemento de
 258 protección es el fusible o elemento de protección contra sobre corriente y debe ser
 259 dimensionado a un valor no menor al 125% de la corriente Aplicando el
 260 sobredimensionamiento de la protección:

261

262 $I = 1.25 \times 7.874 = 9.842 \text{ A}$

263

264 Dada la corriente resultante se selecciona una protección eléctrica tipo fusible,
 265 normalizado a una corriente de 10 A.

266

267 3. Resultados y análisis

268

269 De acuerdo con los cálculos efectuados se realizó la selección de los equipos en este
 270 caso Panel Solar para 275 W e Inversor para 230W.

271

272 Especificaciones modulo solar CSUN 275 watts policristalino para sistemas
 273 fotovoltaicos. ver Tabla 4.

274

275 **Tabla 4. Características eléctricas en condiciones de prueba estándar (STC)**

| Tipo de modulo | CSUN275-60P |
|--|-------------|
| Potencia Máxima- Pmpp (W) | 275 watts |
| Tolerancia de potencia positiva: | 0~3% |
| Voltaje de circuito abierto- Voc (V) | 38.0 |
| Corriente de cortocircuito- Isc (A) | 9.15 |
| Voltaje de Potencia Máxima- Vmpp (V) | 30.9 |
| Corriente de Potencia Máxima- Impp (A) | 8.91 |
| Eficiencia del modulo | 16.94% |

276

277 Especificaciones del inversor Econotecnia INV230W. Ver tabla 5

278

279

Tabla 5. Características del Inversor.



| | |
|------------------------------|--------------------|
| Potencial nominal | 200 W |
| Panel solar recomendado Max. | 300 W |
| Corriente Máxima (DC) | 15 A |
| Potencia Máxima (AC) | 220 W |
| Tensión Máxima (DC) | 100 Vdc |
| Factor de potencia | 0.99 |
| Protección de sobre tensión | Fusible |
| Tensión de salida (DC) | 110 V (90-140 Vac) |
| Protección de temperatura | 75 °C |

280

281 4. Conclusiones

282

283 Al término de este proyecto se determinó que es viable la generación de energía
 284 eléctrica utilizando sistemas fotovoltaicos e interconectándose con la compañía
 285 suministradora, las condiciones geográficas del municipio de Tecámac en el Estado
 286 de México y la accesibilidad al servicio eléctrico permiten que este tipo de tecnología
 287 cada día sea más accesible para la población en general. La crisis energética que
 288 enfrenta México en la actualidad aunado al calentamiento global ha llevado a la
 289 sociedad a buscar nuevas alternativas de producción de energía eléctrica con las
 290 cuales puedan satisfacer sus necesidades y a la vez, que sean amigables con el medio
 291 ambiente. Los sistemas fotovoltaicos son la mejor opción para satisfacer las
 292 necesidades de energía eléctrica que requiere México. De acuerdo con la calculadora
 293 Mexicana de Dióxido de Carbono CO₂, 1 kWh emite 0.003292 toneladas de CO₂. El
 294 consumo promedio por la empresa de plásticos es de 17,392.32 kWh/año, el
 295 equivalente a la emisión de 57.26 toneladas de CO₂ en un año. Si tomamos en cuenta
 296 que el fabricante de paneles solares nos ofrece un tiempo de vida útil de los paneles
 297 solares por 25 años, durante este tiempo se dejarán de emitir a la atmósfera 1,431.5
 298 toneladas de CO₂.

299

300 Agradecimientos

301

302 Los autores agradecen al Instituto Politécnico Nacional y a la ESIME ZAC. Los apoyos
 303 otorgados para la realización de este trabajo.

304

305 Índice de referencias

306

- 307 • Harper, E. (2017). *Instalaciones y sistemas fotovoltaico*. México: Ed. Limusa,
 308 México.
- 309 • Harper, E. (2017). *Protecciones de instalaciones eléctricas industriales y*
 310 *comerciales*. México: Ed. Limusa, México.
- 311 • Paulo C. K. (2017). *La Industria Solar Fotovoltaica y Foto térmica en México*.
 312 México: Primera edición. Ciudad de México.

- 313 • Pérez L. Ezpeleta E. y Acedo A. (2002). *Design of tracking photovoltaic*
314 *systems with a single vertical axis.* *Progress in Photovoltaics* No.10
315 • Edenhofer, O. Pichs, R. & Sokona, K. (2011). *Informe especial sobre fuentes de*
316 *energía renovables y mitigación del cambio climático.* (pp, 3 – 27). Abu Dhabi:
317
318 • (Emiratos Árabes Unidos). [En línea]. Obtenido en diciembre de 2019 de la
319 dirección: https://www.ipcc.ch/site/assets/uploads/2018/03/srren_report_es-1.pdf
320 • INEGI. (2009). *Prontuario de información geográfica municipal de los Estados*
321 *Unidos Mexicanos Tecámac, México Clave geoestadística 15081.*
322 (pp.1– 8). Estado de México: [En línea]. Obtenido en diciembre de 2019 de la
323 dirección:
324
325 • http://www3.inegi.org.mx/contenidos/app/mexicocifras/datos_geograficos/15/15081.pdf
326
327 • ITC, (2008). *Energías renovables y eficiencia energética.* Canarias. Ed. ITC. España.
328 [En línea]. Obtenido en diciembre de 2019 de la dirección:
329 <https://www.google.com/search?q=instituto+tecnologico+de+canarias&oq=instituto+&aqs=chrome.0.69i59j69i57j0l5j69i60.6174j0j7&sourceid=chrome&ie=UTF-8>
330 • SENER, (2016). *Prospectiva de Energías Renovables 2012-2026.* (pp. 15 – 81)
331 México. [En línea]. Obtenido en diciembre de 2019 de la dirección:
332 https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/62954/Prospectiva_de_Energias_Renovables_2012-2026.
333
334
335
336

ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS PARA ESTUDIANTES DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA, SORDOS Y CON DISCAPACIDAD AUDITIVA

Júlia Lopes Sola^{1*}, Ítalo Francisco Curcio^{2 *}

Universidade Presbiteriana Mackenzie.

Rua da Consolação, 930 – Consolação, São Paulo – SP, 01302-907, Brasil

IM-POEC008

Resumen

El presente trabajo, basado en el tema *Inclusión Educativa*, con la especificidad de los estudiantes sordos y con discapacidad auditiva, en el sexto grado de la *Educación Primaria*, tiene como reto el estudio de los conjuntos numéricos junto a estos estudiantes, con necesidades especiales, para que logren éxito en su aprendizaje. En este contexto, consideramos sus características y el contenido enseñado regularmente a estos estudiantes. A través de una investigación bibliográfica, exploratoria, descriptiva y explicativa, se siguió la historia de la educación de manera generalizada, destacando su desarrollo a lo largo de los años hasta su consolidación como un derecho de todos, de acuerdo con la actual Constitución Federal brasileña y por leyes complementarias, por las cuales se requieren mejores condiciones educativas para las personas con dificultades de aprendizaje. Posteriormente, se discutió sobre el contenido específico de las Matemáticas, con la enseñanza de Conjuntos Numéricos, en las escuelas regulares, haciendo una comparación entre los métodos y estrategias utilizados en la década de 1970 y los utilizados en la actualidad. Para lograr los objetivos propuestos, también se llevó a cabo una investigación de campo exploratoria, descriptiva y explicativa, con el propósito de reflexionar sobre cómo se produce la inclusión en las escuelas regulares de hoy, específicamente en las clases de Matemáticas. A través del análisis de los resultados obtenidos en esta investigación de campo, hecha por medio de entrevistas, se demostró la importancia de la educación continua de los docentes y el uso de materiales didácticos centrados en la *Inclusión Educativa*, especialmente con estudiantes sordos y con dificultades auditivas.

Palabras clave: Inclusión Educativa; Sordos; Discapacidad Auditiva; Conjuntos numéricos; Enseñanza de las Matemáticas.

1. Introducción

Este trabajo se refiere genéricamente al proceso de inclusión en las escuelas primarias y más específicamente a la enseñanza de las matemáticas a los estudiantes sordos o con problemas auditivos. Este contexto, la educación inclusiva, en la concepción actual, se destaca como algo que se ha acentuado desde mediados del siglo XX, a pesar de los registros de algunas iniciativas al respecto de las últimas décadas del siglo XIX.

Independientemente de la especificidad de la investigación realizada, con relación a la enseñanza de las matemáticas a personas con necesidades especiales, los contenidos desarrollados no difieren de los ofrecidos en los cursos regulares, por lo

¹Júlia Lopes Sola. E-mail: julia_sola89@hotmail.com Tel. 55.11.9.9255.51.86

²Ítalo Francisco Curcio. E-mail: curcio@mackenzie.br Tel 55.11.9.9648.50.52

45 que se considera importante presentar una breve reseña de la evolución de estos
46 contenidos a lo largo del tiempo.

47 Para tener una idea de la evolución del proceso educativo del ser humano, en su
48 conjunto, a lo largo de la historia, se considera conveniente describir, pero no tan
49 detenidamente, algunas características de este proceso. Varios autores, dedicados a
50 la Historia de la Educación, han destacado estos cambios.

51 A partir del contexto, considerando la realidad social actual, este trabajo aborda la
52 importancia de dar un trato igualitario a los discapacitados auditivos o sordos en el
53 aprendizaje de las Matemáticas, más concretamente de los Conjuntos Numéricos en
54 el sexto año de la Escuela Primaria.

55 Con la lectura del artículo "No todos los ciegos leen en Braille y no todos los sordos se
56 comunican en lengua de signos" de Mazzoni Et al (2007), el desarrollo del trabajo se
57 basa en un punto central: el cuestionamiento de cómo aprende una persona sorda.
58 Esto se debe a que la realidad muestra diferentes situaciones.

59 Con este cuestionamiento, para descubrir y percibir cómo piensa, se comunica y
60 aprende una persona con discapacidad auditiva, y explorar la importancia de las
61 Matemáticas, específicamente el contenido de los "Conjuntos Numéricos", es
62 relevante entender cómo funciona el proceso de aprendizaje, además del proceso de
63 integración/inclusión de cada estudiante sordo o con discapacidad auditiva, y cómo los
64 profesores interactúan y enseñan este contenido matemático en condiciones
65 consideradas regulares y en condiciones especiales. Para resolver estas dudas se
66 propuso el trabajo de conocer cómo se está atendiendo a un estudiante sordo o con
67 problemas de audición en una escuela llamada regular.

68 Se presentan las prerrogativas legales que otorgan no sólo a los sordos, sino también
69 a otras personas con discapacidad, el derecho a la educación, como la LDB (Ley de
70 Directrices y Bases de la Educación Nacional - 9394/1996), el PCN (Parámetros
71 Curriculares Nacionales), el ECA (Estatuto del Niño y del Adolescente - Ley
72 8069/1990), la Declaración Universal de Derechos Lingüísticos, la Declaración de
73 Salamanca, el Congreso de Milán, Parámetros de Libras, y las Leyes Federales
74 7853/1989 y 10436/2002.

75 Como resultado de la investigación, la bibliografía y las prácticas de campo, el trabajo
76 también muestra las características de las personas sordas y los procesos de inclusión
77 de estas personas en las escuelas.

78 Finalmente, muestra cómo los estudiantes oyentes y sordos desarrollan el proceso de
79 aprendizaje sobre el concepto de conjuntos numéricos en el sexto grado de la escuela
80 primaria.

81

82 **2. Metodología y desarrollo**

83

84 Dado que esta investigación pone énfasis en la enseñanza de las matemáticas, y más
85 concretamente en las personas sordas, este trabajo destaca inicialmente esta

86 enseñanza en condiciones consideradas normales, independientemente de la
87 observación de la existencia de personas con discapacidad en el aula. Luego, hace
88 una comparación con casos especiales, particularmente en relación con estudiantes
89 sordos o con problemas de audición. Esto nos ha permitido evaluar los métodos y
90 estrategias utilizados para enseñar a estas personas diferentes habilidades de
91 aprendizaje.

92 El trabajo comenzó con una cuidadosa investigación bibliográfica, exploratoria,
93 descriptiva y explicativa, teniendo en cuenta la complejidad del tema, debido a la
94 evolución del concepto de "persona con discapacidad", en especial los discapacitados
95 auditivos. Esta investigación era necesaria, ya que se refiere a documentos con
96 información importante, publicados y estudiados anteriormente.

97 Además de la investigación bibliográfica, se realizó una investigación de campo,
98 también exploratoria, descriptiva y explicativa, en vista del objetivo específico del
99 trabajo, de conocer plenamente la vida cotidiana actual que vive una persona sorda y
100 cómo se produce su aprendizaje en esta realidad. Así, a partir de la evaluación de la
101 información recopilada, se aclararon las causas y los efectos que la enseñanza tiene
102 para una persona con una discapacidad auditiva.

103 Aunque la mayoría de las fuentes procedían de libros y artículos, la investigación de
104 campo realizada fue muy importante, ya que se desarrolló con la aplicación de
105 cuestionarios específicamente diseñados para este contexto.

106 El cuestionario se aplicó a los profesores, ya que se concluyó que uno de sus
107 principales papeles es atender la diversidad, tanto en relación con las dificultades de
108 aprendizaje, como el comportamiento de los alumnos, también la importancia de la
109 participación de la familia y la manera en que la escuela está posibilitando la
110 integración e inclusión de estos alumnos.

111 El modelo de cuestionario utilizado se caracterizó por la obtención de información a
112 través de preguntas claras y objetivas formuladas individualmente a cada entrevistado.

113 Para obtener las informaciones deseadas, se desarrollaron dos instrumentos
114 específicos, el primero aplicado a los profesores de la Escuela Primaria, de los últimos
115 años, que trabajan en la Inclusión Escolar con alumnos con necesidades diferentes, y
116 el segundo, aplicado a los Profesores e Intérpretes de Libras - LENGUA BRASILEÑA
117 DE SIGNOS, como se puede ver a continuación.

118 En el primer caso, cada encuestado contestó a siete preguntas, mientras que el
119 segundo, hubo cinco preguntas.

120 El objetivo específico de las entrevistas con el primer cuestionario fue analizar cómo
121 un profesional de la educación, que trabaja con la inclusión de personas con
122 discapacidad, contribuye al aprendizaje de estos alumnos que necesitan de una ayuda
123 especial, además del tratamiento tradicional dado por la escuela, para aprender.
124 Además, mediante estos cuestionarios se obtuvo información sobre su formación y
125 sobre cómo pueden enseñar a los estudiantes sordos o con problemas de audición.

126 Con relación al segundo cuestionario, el objetivo específico fue conocer cómo los
127 profesionales de la educación, el caso de los profesores, se involucraron con la
128 educación inclusiva y directamente con la enseñanza de Libras, ya sea en el aula con
129 estudiantes sordos o en el proceso de formación de profesores.

130

131 2.1 Educación Inclusiva - Concepto y Políticas

132 Debido a que la educación de las personas con discapacidad es un tema muy discutido
133 y estudiado en la actualidad, este trabajo muestra políticas que contribuyen para que
134 estas personas tengan mejores condiciones de aprendizaje y que, además de
135 integrarse en la escuela, se incluyen efectivamente no sólo en este entorno, sino
136 también en la sociedad en general, siguiendo el ejemplo de otros ciudadanos, que
137 tienen sus derechos normalmente atendidos.

138 En este trabajo, contemplamos la Inclusión Escolar en su conjunto, y en particular de
139 las personas con discapacidad, especialmente de los sordos en las clases comunes
140 de una escuela normal.

141 Según Fernandes (2014), "la sordera es tan antigua como la humanidad", pero las
142 personas sordas no eran respetadas, como se sugiere actualmente.

143 Debido a la falta de audición, no aprendieron a hablar y no entendieron a las personas
144 que trataron de comunicarse con ellos, ya que no había una forma o lenguaje
145 sistemático, el lenguaje de signos aparecería mucho tiempo después.

146 Al repasar la historia de la educación en el mundo y, en particular, en Brasil, se observa
147 que estas personas, segregadas y excluidas durante mucho tiempo, pasaron
148 finalmente a formar parte de las políticas públicas educativas, especialmente a partir
149 de la segunda mitad del siglo XX, con el objetivo de tener acceso a la educación y
150 completar su formación.

151 Entre el 7 y el 10 de junio de 1994 se celebró en Salamanca - España - la Conferencia
152 Mundial sobre Educación Especial, promovida por las Naciones Unidas, para discutir
153 las Necesidades Educativas Especiales y abordar el tema de las prácticas y políticas
154 para incluir a los niños, jóvenes y adultos con necesidades educativas en un sistema
155 educativo regular.

156 Como resultado de esta conferencia, se obtuvo la llamada "Declaración de Salamanca
157 sobre Principios, Políticas y Prácticas en el Área de Necesidades Especiales". Esta
158 Declaración destaca la importancia de que las escuelas, la comunidad y el gobierno
159 trabajaren juntos para mejorar la educación.

160 Específicamente, en el ámbito de la Educación Brasileña, a lo que se refiere al
161 aprendizaje del estudiante durante la Escuela Primaria, la Ley de Directrices y Bases
162 nº 9394 (LDB), de 1996, trae en su art. 32 las especificidades y objetivos a ser
163 alcanzados. El Capítulo V, sobre Educación Especial, los artículos 58 y 59 de esta ley
164 presentan todos los detalles a seguir en el proceso de Enseñanza-Aprendizaje puesto
165 a disposición de las personas con discapacidad.

166 A pesar de todo este apoyo proveniente de las políticas públicas y de la propia
167 legislación, no sólo en Brasil, sino en la mayoría de las naciones actuales, cabe
168 mencionar que los objetivos para la conclusión de la Educación Básica, y más
169 específicamente de la Primaria, pueden diferir de una persona a otra debido a las
170 peculiaridades de sus discapacidades. Por lo tanto, el proceso de enseñanza y
171 aprendizaje puede variar según cada estudiante, es decir, no se puede afirmar que
172 todos los estudiantes con necesidades especiales tengan las mismas dificultades o la
173 misma capacidad de absorción y aprendizaje.

174 Como menciona Mazzoni Et al (2007), "No todas las personas ciegas leen en Braille y
175 no todas las personas sordas se comunican en lenguaje de signos", que "lo que es
176 considerado como un facilitador, por una persona, puede no serlo para otra, incluso si
177 ambas tienen el mismo tipo de discapacidad". Por tanto, en estos casos, se
178 recomienda que se preste una mayor atención a la familia y a la escuela, debido a sus
179 posibles insatisfacciones.

180 En Brasil, además de la legislación específica para la Educación, con diferentes leyes,
181 existen instrumentos que ayudan a los profesores de las diferentes áreas del
182 conocimiento, abordadas en la Educación Básica, como los Parámetros Curriculares
183 Nacionales (PCNs) y, más recientemente, la Base Curricular Nacional Común (BNCC).

184 Específicamente, en el caso de la Educación Especial, en el Párrafo Único, Ítem I, del
185 Artículo 1 de la Ley 7583/89, reglamentada por el Decreto 3298/99, se tienen todas las
186 orientaciones y requisitos relativos al comportamiento de la sociedad en su conjunto y,
187 en particular, de la escuela y la familia.

188 A través de estas políticas de inclusión, especialmente en la educación de los sordos,
189 Fernandes (2014) habla de los principales cambios sociales que se han producido, con
190 énfasis en la enseñanza obligatoria de la Lengua de Signos.

191

192 2.2 La Lengua de Signos

193 Aunque en Brasil la Lengua de Signos está más difundida desde hace menos de medio
194 siglo, Fernandes (2014) menciona que, a mediados del siglo XIX, todavía en la época
195 del Imperio, se creó en Río de Janeiro una escuela especial para sordos, basada en
196 una lengua de signos creada a partir del modelo francés.

197 Actualmente, el Lenguaje de Señales utilizado en Brasil, llamado Lengua Brasileña de
198 Señales - Libras, es uno de los idiomas oficiales del país, establecido por la ley
199 10436/02. Con esta oficialización, Libras se ha convertido en un componente curricular
200 obligatorio en los cursos de Pregrado y Fonoaudiología, con el objetivo de preparar al
201 profesor para que aprenda a comunicarse e interactuar con los estudiantes sordos.

202 Debido al requisito legal de que todo estudiante sordo sea aceptado en cualquier
203 escuela, estas instituciones ahora están obligadas a tener intérpretes para facilitar la
204 comunicación con él, ya que no todos los profesores conocen Libras.

205 Frente a esta realidad, Gesser (2009) enfatiza que el intérprete tiene "una valiosa
206 importancia" en la relación entre oyentes y sordos, ya que, a pesar de las diferencias
207 fisiológicas la relación con los alumnos oyentes, los sordos deben sentirse lo más
208 cómodos posible.

209 Mantoan (2006) refuerza la importancia de recordar siempre que ni todos los
210 estudiantes son iguales en capacidad de aprendizaje y que los sordos, en particular,
211 todavía tienen la característica de la falta de audición. Con el fin de igualar las
212 condiciones de los alumnos especiales en las escuelas, estas diferencias deben ser
213 tenidas en cuenta, pero siempre recordando que, así mismo, no se garantiza que
214 permanezcan en la institución en todos los niveles escolares. Por esta razón, entonces,
215 es deseable que al final de cada grado el estudiante sordo tenga realmente los mismos
216 conocimientos que los oyentes, porque de esta manera se espera que se sienta
217 motivado a continuar en la escuela.

Congreso Internacional

218 3. Resultados y Análisis

220 Como se presentó anteriormente, este trabajo se desarrolló a partir de una
221 investigación bibliográfica y de campo. Debido a este detalle, en este contexto, los
222 resultados obtenidos se presentan de forma diferenciada.

223 A partir de los resultados de la investigación bibliográfica, se encontró que, al igual que
224 con la enseñanza de otras materias, en las diferentes áreas del conocimiento, la
225 enseñanza de las matemáticas también ha cambiado a lo largo del tiempo.

226 Aunque esta investigación ha contemplado un estudio muy amplio sobre la evolución
227 de la enseñanza de las matemáticas a lo largo de la historia de la humanidad, en
228 particular, este trabajo sólo menciona la enseñanza de conjuntos numéricos a partir de
229 la década de 1970 en Brasil.

230 El método de enseñanza presentado por Castrucci (1973), sobre la Teoría de los
231 Conjuntos, abarcó en sus conceptos iniciales nociones de lógica matemática,
232 partiendo de la proposición: "lo que se puede decidir si es falso o verdadero". De este
233 tema inicial se entendieron muchos otros como las conectividades y modificadores que
234 "las llamadas conectividades <<y>>, <<o>>, <<se... entonces>>, <<si y sólo si>>, así como
235 el modificador <<no>> o <<no es verdad>>".

236 Para este autor, las reglas de la lógica, llamadas inferencia, se presentaban cuando
237 se quería pasar de una proposición a otra. Sin embargo, había otra forma de realizar
238 esta tarea, que se hizo con la ayuda de los cuantificadores, siendo el cuantificador
239 universal el "para todos", representado por el símbolo \forall , y el cuantificador existencial
240 \exists , de "existe", y también se pueden negar estos cuantificadores, utilizando el símbolo
241 \neg .

242 Después de este estudio de la lógica matemática, comenzaría los primeros conceptos
243 de la propia Teoría de Conjuntos. El autor no define exactamente lo que es un conjunto,
244 pero sugiere su concepto mediante comparaciones: "la idea de conjunto es

245 intuitivamente la del lenguaje común, también dada por el conjunto de palabras y a
246 veces clase o sistema".

247 En esta teoría, existe también el concepto de un subconjunto, cuya definición viene
248 dada por lo siguiente: "un conjunto A de B o A forma parte de B o incluso A está
249 contenido en B o B contiene A, si, y sólo si, cada elemento que pertenece a A, también
250 pertenece a B", siendo $A \subset B$, A está contenido en B que es lo mismo que $B \supset A$, B
251 contiene A. La negación de $A \subset B$ es $A \not\subset B$.

252 Además, hay operaciones con conjuntos, como Unión o Reunión, Intersección y
253 Diferencia.

254 También forman parte de esta teoría las propiedades de una operación, el producto
255 cartesiano, la representación gráfica y sus propiedades, la definición de relación,
256 aplicaciones o funciones, operaciones binarias y homomorfismos y isomorfismos, lo
257 cual no fue contemplado en este trabajo, porque el rango de edad aquí resaltado es
258 inadecuado.

259 Esta Teoría de Conjuntos presentada, difiere de lo que se aprende actualmente,
260 porque, como se ha mencionado, en aquel entonces el estudio comenzaba con
261 conceptos de lógica, llegando sólo más tarde, efectivamente a los conjuntos,
262 elementos y sus operaciones. Para entender cómo los alumnos del actual sexto grado
263 aprenden estos contenidos, Costa (2014), Roque (2012) y Gundlach (1992) muestran
264 que, a partir de la década de los 90, del siglo XX, se enfatiza inicialmente cómo
265 surgieron los conjuntos numéricos, a partir de la explicación de diferentes sistemas
266 antiguos de numeración y cómo han evolucionado a lo largo de los años, hasta llegar
267 a la contemporaneidad.

268 Muestra cómo los números están presentes en la vida cotidiana de los estudiantes,
269 como la identificación de los documentos de identidad, la fecha de nacimiento, la
270 dirección y el número de registro escolar, entre otros ejemplos. Después de esta
271 reflexión, llegamos a la identificación, las relaciones y las operaciones con los grupos.

272 Considerando la investigación de campo, como se mencionó anteriormente, se
273 aplicaron dos cuestionarios: uno para los profesores de matemáticas, que trabajan con
274 estudiantes en condiciones especiales, dentro de un plan de inclusión educativa
275 proporcionado por la escuela y el otro para los intérpretes y (o) profesores de Libras.

276 El primer cuestionario, aplicado a cuatro profesores, se formularon las siguientes
277 preguntas: La formación del profesor; Cómo analiza su formación, a fin de adaptarse
278 a la educación inclusiva; Si ha tenido una formación específica o contacto con
279 programas de enseñanza en el contexto de la educación inclusiva; La evaluación del
280 proceso de integración y el proceso de inclusión en la escuela donde enseña, si hay
281 estudiantes con discapacidades, en particular sordos o con problemas de audición;
282 Puntos que considera importantes para proporcionar un aprendizaje significativo, para
283 los estudiantes con discapacidad auditiva o personas sordas; qué conceptos
284 fundamentales se abordan sobre el estudio de los Conjuntos Numéricos en el sexto

285 grado de la Escuela Primaria y sobre las principales dudas que surgen de este
286 contenido.

287 El segundo cuestionario, aplicado a cinco profesores, se preguntó sobre la formación
288 del profesor; cómo analiza su formación para adaptarse a la educación inclusiva; su
289 implicación en la enseñanza de Libras; su opinión, con relación al conocimiento de
290 Libras por parte de los profesores en general; cómo ve el desempeño de un intérprete
291 de Libras en un aula, cuando interpreta a un profesor que imparte un contenido
292 desconocido para él.

293

294 **4. Conclusiones**

295

296 A partir de los resultados obtenidos en la investigación, tanto los bibliográficos como
297 los de campo, se señaló la importancia de tener una clara diferencia entre la
298 integración escolar y la inclusión escolar. Mientras que la integración se limita a la
299 vivencia de los estudiantes con discapacidad, junto con otros compañeros de clase,
300 con una rara interacción entre ellos, la inclusión hace que todos interactúen de manera
301 igualitaria, permitiéndoles las mismas oportunidades de aprendizaje, así como el éxito.

302 A partir de los conceptos abordados en la Teoría de Conjuntos se concluyó que las
303 matemáticas tienen importancia para todos los estudiantes, indistintamente, y que las
304 personas con discapacidad auditiva e incluso las personas sordas pueden aprender
305 plenamente los contenidos que se imparten regularmente en las clases de Educación
306 Básica, siempre que se les proporcionen las condiciones adecuadas, incluyendo la
307 infraestructura escolar y la formación de los profesores.

308 En particular, con relación a la escuela brasileña, quedó claro que, a partir del
309 cumplimiento de la legislación vigente, el tratamiento que se da a los estudiantes con
310 discapacidad ha mejorado mucho en las últimas tres décadas, a pesar de tener la
311 necesidad de hacer mucho más, para obtener lo que se considera ideal.

312 Finalmente, a través de los resultados de la investigación de campo, también se
313 encontró que los profesores con conocimientos específicos recibidos en su formación
314 en la Universidad, para atender a los estudiantes con discapacidad, obtienen mejores
315 resultados en el aprendizaje, cuando se comparan con los profesores que, al no tener
316 esta formación específica, tienen que improvisar o contar con el apoyo de intérpretes
317 o asistentes.

318

319 **Índice de Referencias**

320

- 321 • Brasil. Lei nº 7853 de outubro de 1989.
322 Obtenido en 28 de junio de 2019 de la dirección:
323 <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L7853.htm>.
- 324 • Brasil. LDB. Lei nº 9394 de 20 de dezembro de 1996.
325 Obtenido en 01 de junio de 2019 de la dirección:
326 <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/LEIS/L9394.htm>.

- 327 • Brasil. Lei nº 10436 de abril de 2002.
328 Obtenido en 29 de agosto de 2019 de la dirección:
329 <<http://www.leidireto.com.br/lei-10436.html>>.
- 330 • Costa, C. O. A. (2014). *Crescer em Sabedoria: 6º Ano: Matemática: Livro 1: exemplar do professor*. Editora Mackenzie. São Paulo.
- 331 • Castrucci, B. (1973). *Elementos de Teoria dos Conjuntos*. Livraria Nobel S.A. São Paulo.
- 332 • Fernandes, S. (2014). *Educação de Surdos*. InterSaberes. Curitiba.
- 333 • Gesser, A. (2009). *LIBRAS?: Que língua é essa?: crenças e preconceitos em torno da língua de sinais e da realidade surda*. Parábola Editorial. São Paulo.
- 334 • Gundlach, B. H. (1992). *Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula: Números e Numerais*. Atual. São Paulo.
- 335 • Mantoan, M. T. E.; Prieto R. G; Arantes, V. A. (2006). *Inclusão Escolar: pontos e contrapontos*. Summus. São Paulo.
- 336 • Mazzoni, A. A.; Mello, A. G; Torres, E. F. (2007). Nem toda pessoa cega lê em Braille e nem toda pessoa surda se comunica em língua de sinais. *Educação e Pesquisa*. v.33, n.2, maio/ago. São Paulo.
- 337 Obtenido en 10 de agosto de 2019 de la dirección:
338 <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S151797022007000200013>.
- 339 • Roque, T. (2012). *História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*. Zahar. Rio de Janeiro:
- 340
- 341
- 342
- 343
- 344
- 345
- 346
- 347
- 348

GENERACIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA MEDIANTE UNA TURBINA EÓLICA INSTALADA EN EL ESTADO DE MÉXICO

Juan Daniel Rivas Martínez^{1,*}, Martin Darío Castillo Sánchez²

¹Instituto Politécnico Nacional, ESIME ZACATENCO. Unidad Profesional “Adolfo López Mateos”, Col. Lindavista, C.P. 07738, Delegación Gustavo A. Madero, CDMX. Edif. 2 Academia de Mecánica.

AP-POAV009

Resumen

En este trabajo de investigación se calculó y seleccionó una Turbina eólica para suministrar de energía eléctrica a una pequeña comunidad, ubicada en el Estado de México. Se obtuvieron todas las variables climáticas utilizando cartas publicadas por el INEGI y la NASA, se calculó la demanda de energía eléctrica individual y total de la comunidad, se realizaron los cálculos y se seleccionó el equipo más adecuado. Los cálculos realizados demuestran que el proyecto es viable y se garantiza la satisfacción de la demanda de energía eléctrica en la zona, con la ventaja que es un medio de producción de energía eléctrica no contaminante.

Palabras clave: Energía Eléctrica, Turbina, Rotor, Palas, Góndola, Multiplicador

1.-Introducción

La demanda de energía y de servicios conexos, con miras al desarrollo social y económico, y a la mejora del bienestar y la salud de las personas, va en aumento. Todas las sociedades necesitan de servicios energéticos para cubrir las necesidades humanas básicas (por ejemplo, de alumbrado, cocina, ambientación, movilidad y comunicación) y para los procesos productivos. Desde 1850, aproximadamente, la utilización de combustibles de origen fósil (carbón, petróleo y gas) en todo el mundo ha aumentado hasta convertirse en el suministro de energía predominante, situación que ha dado lugar a un rápido aumento de las emisiones de dióxido de carbono (CO_2). Las emisiones de gases de efecto invernadero (GEI) que genera la prestación de servicios energéticos han contribuido considerablemente al aumento histórico de las concentraciones de esos gases en la atmósfera. (Edenhofer, O. Pichs, R. & Sokona, K. 2011). En el Cuarto Informe de Evaluación (CIE) del grupo Intergubernamental de expertos sobre el cambio climático (IPCC) se concluyó que "la mayor parte del aumento observado en el promedio de las temperaturas desde mediados del siglo XX se debe muy probablemente al aumento observado en las concentraciones de gases de efecto invernadero (GEI) antropogénicas". Los datos recientemente obtenidos confirman que el consumo de combustibles de origen fósil representa la mayor parte de las emisiones mundiales de gases de efecto invernadero (GEI) de origen antropogénico. Las emisiones siguen aumentando, y al término del año 2010, las

¹*Autor para la correspondencia. E-mail: drivas-sigmatron@hotmail.com

43 concentraciones de CO₂ eran ya superiores a 390 ppm, un 39% por encima de los
44 niveles preindustriales.

45 Uno de los grandes problemas actuales en México son los altos índices de
46 contaminación producidos por la quema de combustibles fósiles, así como los altos
47 costos de la energía eléctrica, por este motivo surge la necesidad de utilizar energías
48 limpias y renovables. Como fuentes potenciales para la generación de energía
49 eléctrica. Al igual que en el resto del mundo, en México se reconoce la necesidad de
50 emprender acciones de desarrollo sustentable que propicien el bienestar de la
51 presente generación, sin comprometer la satisfacción de las necesidades de las
52 generaciones futuras. Como resultado, el potencial energético del recurso eólico
53 estimado en el territorio nacional es del orden de 71 mil MW, considerando factores de
54 planta superiores al 20%. Para factores de planta mayores que 30% se estima un
55 potencial de 11,000 MW y con más de 35% de factor de planta se estiman 5,235 MW.
56 Cabe mencionar que en las condiciones que rigen actualmente el mercado nacional
57 de electricidad, los proyectos con factores de planta inferiores al 30% resultan
58 económicamente factibles en ciertos nichos de oportunidad. (SENER, 2012)

59 En "Peña de Lobos" con ubicación en el municipio de Jilotzingo en la zona norte del
60 estado de México, es muy complicado implementar una red que suministre electricidad
61 con el fin de uso doméstico ya que la subestación existente para este fin de CFE más
62 cercana se encuentra a 40 Km de distancia. La instalación y cableado de CFE para
63 distribución se encuentra a 30 Km, por lo que, de llevarse a cabo el cableado,
64 instalación de transformadores y todos los componentes necesarios para la correcta
65 dotación de energía eléctrica sería muy costosa, además del hecho de realizar todo
66 este trabajo solo para alimentar 20 cabañas. Por lo que en el presente trabajo de
67 investigación se hace la propuesta de usar una turbina eólica para abastecer de
68 energía eléctrica a esta comunidad. Las características eólicas de "Peña de Lobos"
69 facilitan la instalación y funcionamiento de una Turbina Eólica, los vientos promedio
70 dominantes se encuentran por encima de los $8 \frac{m}{s}$ esto resulta ser útil y alentador para
71 utilizar el recurso eólico. (INEGI, 2009).

72

73 **2. Metodología o desarrollo**

74

75 **2.1 Selección del lugar de emplazamiento para el sistema Fotovoltaico.**

76 Para poder seleccionar adecuadamente el lugar de emplazamiento se deben tomar en
77 cuenta diversos factores como son; un estudio económico del lugar, la demanda
78 eléctrica y sobre todo las velocidades del viento en el sitio.

79

80 **Características Generales** de Peña de Lobos en Jilotzingo, Estado de México.

81 **Ubicación geográfica:** Se encuentra entre los paralelos 19° 26' y 19° 34' de latitud
82 norte; los meridianos 99° 19' y 99° 29' de longitud oeste; altitud entre 2 400 y 3 700 m.
83 (INEGI, 2009).

84 .

85 **Colindancias:** Colinda al norte con los municipios de Isidro Fabela y Atizapán de
 86 Zaragoza; al este con los municipios de Atizapán de Zaragoza y Naucalpan de Juárez;
 87 al sur con los municipios de Naucalpan de Juárez y Xonacatlán; al oeste con los
 88 municipios de Xonacatlán, Oztolotepec e Isidro Fabela. (INEGI, 2009).

89
 90 **Condiciones Geográficas.**

91 **Clima:** Es de tipo templado húmedo con lluvias en verano, la convergencia de masas
 92 de aire entre el Valle de Toluca y el Valle de México, hacen que la región en donde se
 93 localiza se caracterice por el asentamiento de bancos de niebla tanto en la época de
 94 lluvias como en invierno, ello fomenta a su vez la existencia de mucha vegetación, lo
 95 que incide en los niveles de humedad en el ambiente. El Rango de temperatura es de
 96 8 a 16°C, El Rango de precipitación es de 800 a 1300 mm, Clima Semifrío subhúmedo
 97 con lluvias en verano, de mayor humedad (54.19%) y templado subhúmedo con lluvias
 98 en verano, de mayor humedad (45.81%). (INEGI, 2009).

99
 100 **Fisiografía:** Provincia Eje Neovolcánico (100%), Subprovincia Lagos y Volcanes de
 101 Anáhuac (100%), Sistema de topo formas Sierra volcánica con estrato volcanes o
 102 estrato volcanes aislados (78.52%) y Lomerío de tobas (21.48%). (INEGI, 2009).

103
 104 **2.1.1 Velocidad del viento en la zona de emplazamiento.**

105
 106 La velocidad promedio del viento por hora en Jilotzingo tiene variaciones estacionales
 107 leves en el transcurso del año. La parte más ventosa del año dura de 7 a 8 meses, del
 108 18 de febrero al 12 de octubre, con velocidades promedio del viento de más de 8,2
 109 kilómetros por hora. El día más ventoso del año es el 28 de abril, con una velocidad
 110 promedio del viento de 9,4 kilómetros por hora. (INEGI, 2009).

111
 112 **2.1.2 Análisis de la demanda eléctrica.**

113
 114 Para la selección de la Turbina eólica se debe realizar un análisis de la demanda
 115 eléctrica que se tiene en la comunidad donde se desea abastecer la energía. En la
 116 tabla 1, se puede observar un análisis detallado para una cabaña con servicios
 117 básicos. (Bastianón, 1994), (Lecuona, 2005).

118
 119 **Tabla 1, Cálculo de la demanda eléctrica por cabaña.**

| Descripción | Cantidad | Total (Watts) | Tiempo uso (Hr/día) | Consumo Energía (Wh/día) | Consumo Energía (Wh/año) |
|------------------------|----------|---------------|---------------------|--------------------------|--------------------------|
| Alumbrado (Focos100 W) | 4 | 400 | 6 | 2 400 | 876 000 |
| Televisión | 1 | 100 | 4 | 400 | 146 000 |
| Frigo bar | 1 | 350 | 7 | 2 450 | 894 250 |
| Radio | 1 | 75 | 2 | 150 | 54 750 |

| | | | | | |
|---|---|-------|----|-------|-----------|
| Carga en contactos (cargadores de celular o algún otro componente electrónico). | 4 | 300 | 2 | 600 | 219 000 |
| TOTALES | | 1 225 | 21 | 6 000 | 2 190 000 |

120

La cantidad de cabañas a considerar será de 20.

Carga total en horas pico.

$$C_{\text{Total p}} = (\text{No. de cabañas}) \left(\text{Consumo de energía por cabaña en } \frac{\text{Wh}}{\text{año}} \right) \quad \text{Ec. (1).}$$

$$C_{\text{Total p}} = (20 \text{ cabañas}) \left(2 190 000 \frac{\text{Wh}}{\text{año}} \right) = 43 800 000 \text{ Wh/año}$$

$$C_{\text{Total dia}} = \left(\frac{43 800 000 \frac{\text{Wh}}{\text{año}}}{365 \text{ días}} \times 1 \text{ año} \right) = \frac{120 000 \frac{\text{Wh}}{\text{día}}}{20 \text{ cabañas}} = \\ 6 000 \frac{\text{Wh}}{\text{día}} \text{ por cabaña}$$

121

2.1.3 Diámetro del rotor.

122

El diámetro del rotor se obtiene mediante la Ec. (2). De la cual algunos valores ya están establecidos en tablas. (Bastianón, 1994).

123

$$A = \frac{2N_{\text{util}}}{\rho V^3 \eta} \quad \text{Ec. (2).}$$

124

Donde:

125

N_{util} = La potencia útil al día en W

126

ρ = Densidad del viento en Kg/m^3

127

V = Velocidad del viento en m/s

128

η = Eficiencia total del aerogenerador

129

$$A = \frac{2(120 000 \text{ Watts})}{\left(1.25 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \right) \left(\frac{8\text{m}}{\text{s}} \right)^3 (0.45)} = 833.33 \text{ m}^2$$

130

Para el cálculo del aerogenerador requerimos de una potencia de 120 000 Watts con la velocidad del viento 8 m/s. Se ha tomado como densidad media del aire $\rho = 1.25 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$, suponiendo una eficiencia del 45 % ver tabla 2, y la Ec. (2).

131

Para un motor de hélice de diámetro D de eje horizontal, el área A es la superficie total barrida por las palas perpendicular a la dirección del viento. Ecuación 3, por lo tanto:

132



143

144

145
$$D = \sqrt[2]{\frac{4(833.33 \text{ m}^2)}{\pi}} = 32.57 \text{ m}$$

Ec. (3).

146

147 **Diámetro del rotor = 32.57 ≈ 33 m.**

148

149

Tabla 2. Eficiencia de máquinas eólicas.

| Maquina Eólica | Eficiencia en % Construcción | Eficiencia en % Diseño |
|--|------------------------------|------------------------|
| Bomba de agua multípara | 10 | 30 |
| Bomba de agua de palas de tela | 10 | 25 |
| Bomba de agua Darrieux | 15 | 30 |
| Aeromotor Savonius | 10 | 20 |
| Prototipos de aeromotores Pequeños de menos de 2 kW. | 20 | 30 |
| Prototipos de aeromotores medianos de 23 a 10 kW. | 20 | 30 |
| Prototipos grandes de más de 10 kW. | | 35 a 45 |
| Generador eólico Darriueux. | 15 | 35 |

150

2.1.4 Energía cinética generada por el viento.

151

152 El viento es aire en movimiento, por lo tanto, la energía del viento (energía eólica) a través de una sección A (perpendicular a la dirección del viento), (Lecuona, 2005), durante un tiempo t, es:

153

154
$$e_e = \frac{1}{2} (A \rho_a v_v t) v_v^2 = \frac{1}{2} A \rho_a t v_v^3$$
 Ec.(4)

155

156 Donde:

157

158 A = Área del rotor en m²

159 ρ_a = Densidad del aire en Kg/m³

160 v_v = Velocidad del viento m/s

161 t = Tiempo en segundos

162

163 $e_e = \frac{1}{2} (33 \text{ m}^2)(1.25 \text{ Kg/m}^3)(1\text{s})(8 \text{ m/s})^3 = 10\,560 \text{ J}$

164

165

166

167

168

169



170 **2.1.5 Potencia generada por el viento.**

171

172 $P_e = \frac{ee}{t} = \frac{1}{2} A \rho_a V^3 v$ Ec. (5).

173

174 $P_e = \frac{10.560}{1} = 10.560 \text{ kW}$

175

176 **2.1.6 Cálculo de la relación de velocidad periférica TSR.**

177

178 Relación de velocidad periférica TSR. La relación de velocidad específica o periférica
 179 TSR, (Tip-Speed-Ratio), es un término que sustituye al número de revoluciones por
 180 minuto n del rotor, es la relación entre la velocidad periférica de la pala y la velocidad
 181 del viento por lo que también se le denomina velocidad específica, ecuación 6.
 182 (Bastianón, 1994), Lecuona (2005).

183

184 $TSR = \frac{\text{Velocidad de periferia de la pala}}{\text{Velocidad del viento}} = (0,105) \frac{r n}{k v}$ Ec. (6).

185

186 Donde:

187

188 r = Radio de la pala (m).

189 n = Velocidad angular del rotor (r.p.m.).

190 v = Velocidad del viento (m/s)

191 k = Es una constante de ajuste de las diversas unidades que se pueden emplear.

192

193 Con base en nuestros datos obtenidos, considerando un diámetro de rotor de 33 m y
 194 una velocidad del viento de 8 m/s podemos obtener la velocidad angular del rotor
 195 (r.p.m.) con la tabla 3. (Rodríguez, 2003).

196

197

198

Tabla 3, Diámetro de Aero turbinas tipo hélice

| Diámetro del rotor (m) | Número de r.p.m. | | Potencia (kW) | |
|---------------------------------|---------------------|------------|------------------|------------|
| | V = 8 m/s | V = 10 m/s | V = 8 m/s | V = 10 m/s |
| 1 | 935 | 1340 | 0.07 | 0.2 |
| 2 | 470 | 670 | 0.27 | 0.8 |
| 3 | 310 | 450 | 0.60 | 1.8 |
| 4 | 235 | 335 | 1.07 | 5 |
| 10 | 95 | 134 | 6.7 | 20 |
| 15 | 64 | 78 | 15 | 45 |
| 20 | 47 | 62 | 26.8 | 80 |
| 30 | 31 | 45 | 60 | 180 |
| 40 | 23 | 33 | 107 | 320 |

| | | | | |
|----|----|----|-----|-----|
| 50 | 19 | 27 | 168 | 500 |
|----|----|----|-----|-----|

199

200 Interpolando valores obtenemos que $n = 28.18 \text{ rpm}$

201

202 2.1.7 Calculando el TSR con la ecuación 6.

203

$$204 \quad \text{TSR} = (0.105) \times \frac{\left(\frac{33 \text{ m}}{2}\right)(28.18 \text{ r.p.m})}{(1)(8 \text{ m/s})} = 6.103$$

205

206 2.1.8 Número de palas.

207

208 Con el cálculo del valor del TSR, se selecciona el número de palas en la tabla 4.
 209 (Bastianón, 1994), (Lecuona, 2005).

210

211 Tabla 4, Número de palas en función del TSR.

| TSR | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 a 8 | 8 a 15 |
|-----------|--------|--------|-------|-------|-------|--------|
| No. Palas | 6 a 20 | 4 a 12 | 3 a 8 | 3 a 5 | 2 a 4 | 1 a 2 |

212

213 Los modernos diseños de aerogeneradores evitan grandes máquinas con un número
 214 par de palas. La razón más importante es la estabilidad de la turbina.
 215 Por lo tanto, tenemos que:

216

217 **Número de palas = 3**

218

219 3. Resultados.

220

221 3.1 Selección del aerogenerador y sus componentes

222

223 Se consideró la empresa SER del sur ya que esta empresa cuenta con toda la
 224 infraestructura para la instalación y puesta en marcha del aerogenerador.

225 Del catálogo del proveedor se seleccionó el modelo FD-20000 el cual es un generador
 226 que produce 2000 kW y tiene las especificaciones que se marcan en la tabla 5.

227

228

Tabla 5, Especificaciones del aerogenerador FD-20000

| Características | Modelo FD-20000 |
|------------------------------|--------------------|
| Potencia Nominal (kW) | 2000 |
| Voltaje Nominal (V) | 360 |
| Diámetro del rotor (m) | 10 |
| Velocidad de arranque (m/s) | 2 |
| Velocidad Nominal (m/s) | 12 |
| Velocidad de seguridad (m/s) | 35 |
| Tipo de parada | Electrónica |
| Tasa Nominal Rotac. (Rev./m) | 150 |

| | |
|------------------------|-----------------------|
| Trabajo del generador | Saturación magnética. |
| Material del aspa | Fibra de vidrio |
| Material del Generador | Hierro Fundido |
| Cantidad de aspa | 3 |

229 Este tipo de aerogenerador nos produce una potencia de 2000 kW, mientras que la
 230 potencia que se desea cubrir es 120.0 $\frac{\text{kWh}}{\text{día}}$ por lo que se requiere solamente un
 231 aerogenerador. (Vindmollen industries, 2014).

232 **Conclusiones.**

233 Al término de este proyecto se determinó que es viable la generación de energía
 234 eléctrica utilizando una turbina eólica para suministrar de energía eléctrica las cabañas
 235 del centro recreativo Peña de Lobos en el municipio de Jilotzingo en el Estado de
 236 México, ya que las condiciones geográficas en este sitio y la poca accesibilidad al
 237 servicio eléctrico hacen que casi imposible el suministro de energía. La crisis
 238 energética que enfrenta México en la actualidad aunado al calentamiento global ha
 239 llevado a la sociedad a buscar nuevas alternativas de producción de energía eléctrica
 240 con las cuales puedan satisfacer sus necesidades y a la vez, que sean amigables con
 241 el medio ambiente. Los sistemas de generación eléctrica con turbinas eólicas son una
 242 opción para satisfacer las necesidades de energía eléctrica que requiere México. De
 243 acuerdo con la calculadora Mexicana de Dióxido de Carbono CO₂, 1 kWh emite
 244 0.003292 toneladas de CO₂. El consumo promedio por las 20 cabañas es 43,200
 245 kWh/año, el equivalente a la emisión de 142.21 toneladas de CO₂. En un año.
 246

247 **Agradecimientos.**

248 Los autores agradecen las facilidades otorgadas por el IPN-ESIME ZAC.
 249

250 **Índice de referencias.**

- 251 • Bastianón, R. (1994). *Energía del viento y diseño de turbinas eólicas*. México
 252 Ed. Tiempo de cultura Ediciones.
- 253 • Lecuona, A. (2005). *Energía eólica Principios Básicos y Tecnología*. España
 254 Universidad Calos III de Madrid.
- 255 • Rodríguez, J. (2003). *Sistemas Eólicos de producción de energía eléctrica*.
 256 España. Editorial Rueda. S.L.
- 257 • Edenhofer, O. Pichs, R. & Sokona, K. (2011). *Informe especial sobre fuentes de
 258 energía renovables y mitigación del cambio climático*. (pp, 7 – 95). Abu Dhabi:
 259 (Emiratos Árabes Unidos). [En línea]. Obtenido en diciembre de 2019 de la
 260 dirección: https://www.ipcc.ch/site/assets/uploads/2018/03/srren_report_es-1.pdf
- 261 • INEGI. (2009). *Prontuario de información geográfica municipal de los Estados
 262 Unidos Mexicanos Jilotzingo, México Clave geoestadística 15046 2009*. (pp, 1
 263 – 9). México. [En línea]. Obtenido en diciembre de 2019 de la dirección:
 264

- 268 http://www3.inegi.org.mx/contenidos/app/mexicocifras/datos_geograficos/15/15046.pdf
- 269
- 270 • SENER, (2012). *Prospectiva de Energías Renovables 2012-2026*. (pp. 30– 78)
271 México. [En línea]. Obtenido en diciembre de 2019 de la dirección:
272 https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/62954/Prospectiva_de_Energias_Renovables_2012-2026.pdf
- 273
- 274 • Vindmollen industries (2014). *Industria de las turbinas de viento*. Dinamarca.
275 [En línea]. Obtenido en noviembre de 2019 de la dirección: www.windpower.org.

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

LA RELAJACIÓN DE FILAMENTOS DE POLIAMIDA 6-6.

Gabriel Guillén Buendia^{1,*}, Ana María Islas Cortes² y Yolanda Montoya Vargas²

¹Instituto Politécnico Nacional, ESIME Azc. Av. de la Granjas 682,
Santa Catarina, 02250 Azcapotzalco, CDMX.

²Instituto Politécnico Nacional, ESIT. Av. IPN 2047, 07300 Lindavista, GAM, CDMX.

IM-POAV013

Resumen

Se estudió el efecto del proceso de termofijado en tejidos de poliamida 6-6 en cuanto a su orientación y cristalinidad, el proceso se realizó a temperaturas de 150 a 200°C en intervalos de 10°C, en una rama industrial. También se estudió el comportamiento a la relajación de estos tejidos usando el modelo clásico de Nutting, optimizando el ajuste numérico mediante el método de Newton-Raphson. Finalmente se relacionó a los parámetros de Nutting con la orientación y cristalinidad, obteniendo ecuaciones significativas al 95%. Se concluye que los filamentos en sentido transversal son más cristalinos y menos orientados; por ende, tienen mayores velocidades de relajación que los filamentos longitudinales. La intensidad de los tratamientos térmicos favorece la velocidad de relajación.

Palabras clave: Relajación, poliamida 6-6, termofijado, cristalinidad, orientación.

1. Introducción

El termofijado es una operación de estabilización de tejidos de calada, que permite que el género acabado no se encoja, no ceda ni se estire, y tenga una gran resistencia al arrugado que, en la mayoría de los casos, y después del lavado, no necesita plancharse o en todo caso, muy ligeramente; obteniendo a su vez un mejor aspecto en el tacto del tejido acabado. Dicho proceso modifica la estructura fina de la fibra que constituye al tejido, de tres maneras: a) Incrementa la cristalinidad por una recristalización secundaria, b) Reordena de manera preferencial a las macrofibrillas hacia la superficie, aumentando el efecto de la diferenciación corteza-núcleo y, c) Permite al polímero formar cristales de mayor tamaño que estabilizan la fibra en el estado deformado. Todos estos efectos influyen en el comportamiento de las fibras durante su vida útil (Manich, 2007). Con el termofijado la cristalinidad se desarrollará a expensas de la materia amorfica o parcialmente cristalina. La orientación dependerá del estirado y de la temperatura (Marcellan, 2003).

*Autor para la correspondencia. E-mail: gguillen@ipn.mx, Tel. 55-31-88-36-06.

40 Cuando las fibras se someten a tensión, ésta se traslada a los enlaces que unen las
41 macromoléculas de la fibra entre sí. La tensión que soportan estos enlaces actúa
42 como un catalizador en la reacción de rotura de enlaces (McIntyre, 2005). Cuando la
43 rotura se produce las macromoléculas deslizan entre sí, la tensión disminuye y,
44 probablemente, se forman nuevos enlaces entre las macromoléculas en la nueva
45 situación de equilibrio. Las dimensiones exteriores de la fibra no han variado, ni
46 longitud, ni sección, pero el reordenamiento interno de las macromoléculas ha
47 disminuido la tensión a la cual estaba sometida (Miranda, 2008).

48 Por otra parte, cuando un sólido elástico ideal es sometido a una deformación
49 instantánea se produce una tensión, finita y constante. Para un sólido con
50 viscoelasticidad lineal la tensión inicial es proporcional al nivel de deformación, pero
51 disminuirá con el tiempo a una velocidad caracterizada por el tiempo de relajación
52 (Nutting, 1921).

53

54

55 **2. Metodología**

56 El objetivo de este trabajo fue estudiar el efecto del termofijado aplicando distintas
57 temperaturas en tejidos de poliamida 6-6, en cuanto a su orientación ν_s (km/h) y
58 cristalinidad κ (%), así como el comportamiento a la relajación usando la ecuación de
59 Nutting (1921, 1943).

60 El tejido de calada original fue de estructura plana de 63 g/m². El cual fue
61 descrudado y termofijado a 150, 160, 170, 180, 190 y 200 °C en una rama industrial
62 de uso habitual para este proceso. El descrudado se efectuó con carbonato sódico,
63 detergente y Kieralon ED-JET en proporciones habituales a 95°C de temperatura
64 durante una hora, finalizando con un secado a 100 °C. La cristalinidad de las fibras
65 que constituyen los tejidos de poliamida 6-6, se determinó por el método de columna
66 de gradiente de densidades y la orientación de las macromoléculas en los filamentos
67 mediante la velocidad del sonido a través de los filamentos usando el Dynamic
68 Modulus Tester PPM-5R. Para el análisis de la relajación de los tejidos de poliamida
69 termofijados fue usado un dinamómetro Stable Micro Systems y, las muestras se
70 cortaron en sentido longitudinal y transversal, en dimensiones de 30 mm x 200 mm,
71 los resultados obtenidos fueron ajustados a la ecuación de Nutting.

72

73 **2.1 Comportamiento a la relajación**

74 La relajación de materiales sometidos a tensión, se escribe en la ecuación (1) de
75 acuerdo a los estudios clásicos de Nutting:

76

$$\frac{d\sigma}{\sigma} = \frac{d\psi}{\psi} + \beta \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} - s \frac{dt}{t} \quad ec \ (1)$$

77 Integrando:

78

$$\sigma = \psi \varepsilon^\beta t^{-s} \quad ec \ (2)$$



79 siendo σ la tensión (MPa), ψ el módulo de relajación medio del material, ε la
 80 deformación a la que se somete la muestra en el ensayo de relajación (mm/mm), t el
 81 tiempo de relajación (segundos), β el factor de linealización y s , por definición, la
 82 velocidad de relajación del material.

83 La ecuación logarítmica (3) de la ecuación (2) es:

84

85
$$\log \sigma = \log \psi + \beta \log \varepsilon - s \log t \quad ec \ (3)$$

86

87 Donde, la ordenada en el origen $\log \psi$ debería tener una cierta relación con el nivel
 88 de enlaces entre las macromoléculas vecinas, el factor de linealización β indica la
 89 diferencia del comportamiento del material en la zona de deformación, respecto a un
 90 material ideal con comportamiento puramente elástico, que de acuerdo a la ley de
 91 Hooke tendría un valor de 1, valores inferiores a 1 indican que la curva de tensión-
 92 deformación se encuentra por encima de la línea recta que une la zona de
 93 deformación con el origen de coordenadas, mientras que, si los valores son
 94 superiores a 1, la curva se sitúa por debajo de la línea recta. En el primer caso, se
 95 dice que el material se encuentra en la zona de fluencia o reblandecimiento del
 96 mismo con la deformación, mientras que, en el segundo, nos encontramos en la zona
 97 de refuerzo o de endurecimiento con la deformación que normalmente se produce
 98 cerca de la zona de rotura. La pendiente, expresada en forma de $s \times 10^3$ será tanto
 99 mayor cuanto más rápida sea la velocidad de rotura de los enlaces existentes entre
 100 macromoléculas vecinas.

101 Al aplicar regresión lineal múltiple (Montgomery, 2002) a los valores de $\log \varepsilon$ y $\log t$
 102 versus $\log \sigma$, se obtienen las constantes iniciales del modelo de Nutting, como se
 103 indica en la ecuación (4):

104

$$\hat{\psi}_o, \hat{\beta}_o, \hat{s}_o \quad ec \ (4)$$

105

106 Por ende, el modelo inicial de Nutting se escribió en la ecuación (5):

107

$$\hat{\sigma} = \hat{\psi}_o \varepsilon^{\hat{\beta}_o} t^{-\hat{s}_o} \quad ec \ (5)$$

108

109 La optimización de estos valores numéricos se realizó a través del método de
 110 Newton-Raphson (Montgomery, 2002). El método consiste en obtener el sistema de
 111 ecuaciones no lineales (6), al derivar la ecuación inicial de Nutting con respecto a
 112 cada constante.

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \psi} = \varepsilon^\beta t^{-s} \quad ec \ (6)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \beta} = \psi \varepsilon^\beta t^{-s}$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial s} = -\psi \varepsilon^\beta t^{-s} \ln t$$

113

114 Evaluando el sistema de ecuaciones anterior con los valores (4) se obtiene la matriz
 115 $[z]$ indicada en la ecuación (7).

116
$$[z_{\psi_o, \beta_o, s_o}] = \left[z\left(\frac{\partial \sigma}{\partial \psi}\right), z\left(\frac{\partial \sigma}{\partial \beta}\right), z\left(\frac{\partial \sigma}{\partial s}\right) \right] \quad ec \ (7)$$

117

118 Así como la matriz $[D]$, que es la diferencia entre la estimación de σ en la ecuación
 119 (5) y los valores obtenidos de σ en el ensayo de relajación aplicado al material en
 120 estudio:

121

122
$$[D] = [\sigma - \sigma] \quad ec \ (8)$$

123

124 Se obtienen $\Delta\psi_o$, $\Delta\beta_o$ y Δs_o mediante el producto de matrices (9):

125
$$\left[[z^T] [z] \right]^{-1} \left[[z^T] [D] \right] = \begin{bmatrix} \Delta\psi_o \\ \Delta\beta_o \\ \Delta s_o \end{bmatrix} \quad ec \ (9)$$

126

127 Finalmente, los nuevos valores; $\Delta\psi_1 = \psi_o + \Delta\psi_o$, $\Delta\beta_1 = \beta_o + \Delta\beta_o$ y $\Delta s_1 = s_o + \Delta s_o$, el proceso
 128 es iterativo hasta minimizar residuos.

129

130

131 3. Resultados y análisis

132 Los valores obtenidos de orientación (ν_s) y cristalinidad (κ) de las fibras de poliamida
 133 6-6 de los tejidos original y termofijados fueron relacionados considerando el sentido
 134 longitudinal o transversal que constituyan en los tejidos. En la tab. 1 aparece la
 135 ecuación de regresión lineal para los filamentos en sentido longitudinal, donde se
 136 destaca una correlación (r) medianamente significativa.

137

138 Tab. (1) Regresión lineal para valores de orientación (ν_s) y cristalinidad (κ) de
 139 filamentos de poliamida 6-6 en sentido longitudinal de los tejidos en estudio.
 140

| | Coeficientes | Error típico | R |
|--------------|--------------|--------------|---------|
| Intercepción | -8.12842953 | 19.7697575 | 0.66886 |
| Pendiente | 1.24209957 | 0.59464675 | |

141

142

143 En la fig. (1) se ilustró la regresión arriba señalada, en donde cabe destacar la
 144 significancia del 95% en el ajuste numérico.

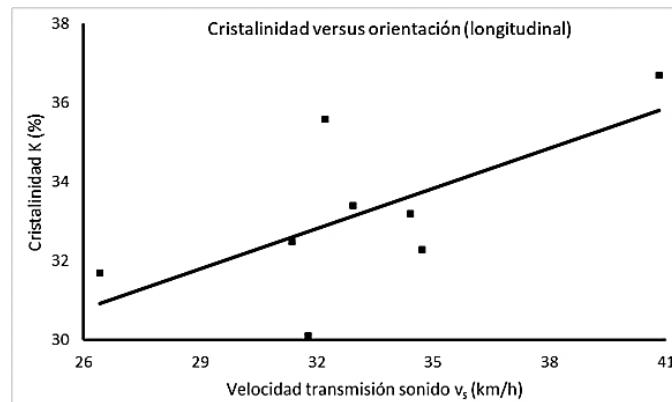


Fig. (1) Correlación entre los valores de orientación (v_s) versus cristalinidad (κ) de filamentos de poliamida 6-6 termofijados considerando su sentido longitudinal.

En la tabla siguiente se citó los valores del análisis de varianza de la regresión anterior, la varianza es de 11.0355, y la razón F es significativa al 95%.

Tab. (2) Resultados de análisis de varianza para la ecuación de regresión entre orientación (v_s) y cristalinidad (κ) de fibras en sentido longitudinal.

| Causa | Suma de cuadrados | Grados libertad | Cuadrados medios | F |
|-----------|-------------------|-----------------|------------------|---------|
| Regresión | 48.14921 | 1 | 48.14921 | 4.36309 |
| Residuos | 66.21337 | 6 | 11.03556 | |
| Total | 114.3626 | 7 | | |

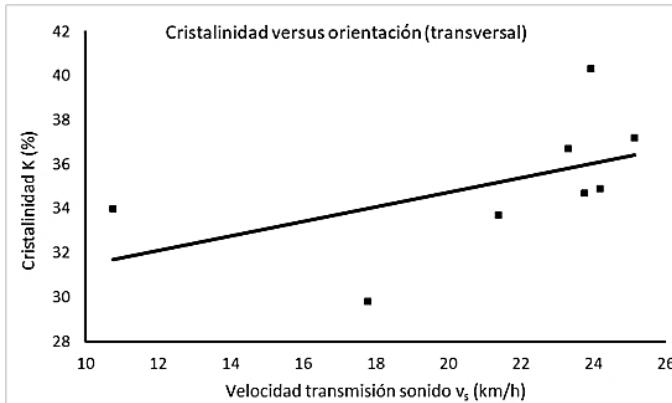
La correlación entre los parámetros arriba señalados correspondientes al sentido transversal de los tejidos, se indica en la tabla siguiente:

Tab. (3) Regresión lineal para valores de orientación (v_s) y cristalinidad (κ) de filamentos de poliamida 6-6 en sentido transversal de los tejidos en estudio.

| | Coeficientes | Error típico | r |
|--------------|--------------|--------------|---------|
| Intercepción | 28.19585 | 4.804218 | 0.51778 |
| Pendiente | 0.327515 | 0.220919 | |

Mientras que, en la fig. (2) aparece dicho ajuste numérico que corresponde a un moderado significado estadístico.

171



172

Fig. (2) Correlación entre los valores de orientación (v_s) versus cristalinidad (κ) de filamentos de poliamida 6-6 termofijados, considerando su sentido transversal.

173

174

175

176

177

En la tab. (4) aparecen los valores del análisis de varianza de la regresión anterior, la

178 varianza es de 7.982439, y la razón F es significativa al 90%.

179

180

181

182

183

Tab. (4) Resultados de análisis de varianza para la ecuación de regresión entre orientación (v_s) y cristalinidad (κ) de filamentos en sentido transversal.

| Causa | Suma de cuadrados | Grados libertad | Cuadrados medios | F |
|-----------|-------------------|-----------------|------------------|---------|
| Regresión | 17.54411 | 1 | 17.54411 | 2.19784 |
| Residuos | 47.89464 | 6 | 7.982439 | |
| Total | 65.43875 | 7 | | |

184

185

186

Al relacionar el parámetro ψ del modelo de Nutting versus orientación (v_s) y cristalinidad (κ) de los filamentos de poliamida 6-6 de los tejidos termofijados en sentido longitudinal. En la tab. (5) y tab. (6) aparecen los ajustes de regresión múltiple entre los parámetros del modelo de Nutting versus orientación y cristalinidad de los materiales en estudio en sentido longitudinal y transversal.

187

188

189

190

Tab. (5) Resultados de regresión múltiple entre parámetros del modelo de Nutting versus orientación (v_s) y cristalinidad (κ) de filamentos en sentido longitudinal.

| Parámetro | Orientación (v_s) | Cristalinidad (κ) | Término independiente | r |
|-----------|-----------------------|----------------------------|-----------------------|--------|
| ψ | -1.1870 | -1.1465 | 109.083 | 0.3559 |
| β | 0.0296 | 0.0354 | -1.5108 | 0.6763 |
| s | 0.2646 | -0.0063 | 40.5162 | 0.7093 |

199

200

201 **Tab. (6) Resultados de regresión múltiple entre parámetros del modelo de Nutting
 202 versus orientación (ν_s) y cristalinidad (κ) de filamentos en sentido transversal.**

203

| 204 Parámetro | 205 Orientación (ν_s) | 206 Cristalinidad (κ) | 207 Término independiente | 208 r |
|---------------|--------------------------------|-----------------------------------|------------------------------|------------|
| 207 ψ | 208 0.2405 | 209 -1.035 | 209 34.3603 | 209 0.7243 |
| 208 β | 209 -0.0577 | 209 0.1572 | 209 -2.9451 | 209 0.8567 |
| 209 s | 209 0.2621 | 209 -0.2046 | 209 55.3948 | 209 0.6271 |

210 En la tab. (7) aparecen los valores del análisis de varianza de las ecuaciones
 211 anteriores, en general la significancia de los ajustes es moderada.

212

213

214 **Tab. (7) Resultados de análisis de varianza para la ecuación de regresión entre
 215 parámetros de Nutting versus orientación (ν_s) y cristalinidad (κ) de filamentos de
 216 poliamida 6-6.**

217

| 218 Parámetro | 219 SS residual | 220 MS regresión | 221 MS residual | 222 F |
|----------------------|--------------------|---------------------|--------------------|------------|
| Sentido longitudinal | | | | |
| 221 ψ | 222 2120.798 | 222 153.8339 | 222 424.15958 | 222 0.3627 |
| 222 β | 223 0.261629 | 223 0.110279 | 223 0.052326 | 223 2.1075 |
| 223 s | 224 7.780692 | 224 3.939248 | 224 1.556138 | 224 2.5314 |
| Sentido transversal | | | | |
| 225 ψ | 226 47.92742 | 226 26.44716 | 226 9.58548 | 226 2.7591 |
| 226 β | 227 0.431483 | 227 0.595158 | 227 0.08629 | 227 6.8967 |
| 227 s | 228 12.69566 | 228 4.11437 | 228 2.53913 | 228 1.6204 |

228

229 En el módulo de relajación del material tiene una influencia significativa el sentido
 230 que ocupaban los filamentos en el tejido al momento del termofijado, el valor medio
 231 fue de 31.75 MPa para el sentido longitudinal y de 3.07 MPa para el sentido
 232 transversal. El factor de linealización es sensible a la dirección de ensayo como a los
 233 tratamientos. Los tejidos crudos, en ambos sentidos tienen valores de factor de
 234 linealización muy similares, cercanos a 0.63, mientras que, después del descrujado,
 235 el valor en sentido longitudinal es similar al del tejido crudo, en el sentido transversal,
 236 el valor aumenta hasta 1.77. Los valores del factor de linealización en sentido
 237 longitudinal se mantienen por debajo de 1 durante los tratamientos térmicos, salvo
 238 para el termofijado a 200°C que, en este caso, alcanza el valor de 1.24; en cuanto al
 239 sentido transversal, siempre está por encima de 1, el valor más bajo, próximo a la
 240 unidad es para el tejido termofijado a 180°C y, también, para 200°C, este valor se
 241 eleva hasta 2.26. Por consiguiente, los tratamientos térmicos en sentido de trama
 242 modifican la configuración de la fibra de manera que se comporta como si se
 243 encontrara en la zona de refuerzo donde predomina el fenómeno de “reclutamiento”
 244 de macromoléculas, mientras que, en sentido longitudinal, el comportamiento es

245 prácticamente el mismo que se produce en la zona de fluencia, donde predomina el
246 deslizamiento de macromoléculas por tracción salvo en el termofijado a 200°C.

247

248

249 **4. Conclusiones**

250 La velocidad de relajación depende tanto de la orientación, como de la cristalinidad,
251 la relajación es más rápida cuanto más cristalina y menos orientada sea la fibra,
252 mientras que es más lenta cuanto menos cristalina y más orientada es la fibra. El
253 módulo de relajación medio del material es superior en los filamentos longitudinales
254 que en los transversales. El factor de linealización para los filamentos transversales
255 pone de manifiesto que estos se encuentran en la zona de refuerzo, mientras que los
256 filamentos longitudinales se encuentran en la zona de fluencia donde predomina el
257 desplazamiento de macromoléculas entre sí. La velocidad de relajación de los
258 filamentos transversales es superior a la velocidad de relajación de los filamentos
259 longitudinales, la intensidad del tratamiento térmico favorece ligeramente la velocidad
260 de relajación.

261

262

263 **Índice de Referencias**

264

- 265 • M. Manich, et al., (2007), “The effects of texturing induced microstructural changes on
266 the relaxation behaviour of polyamide 66 multifilament yarns”, *Fibers and Polymers*,
267 Volume 8, Issue 5, pp. 512-519.
- 268 • Marcellan, (2003), “Microstructures, micromecanismes et comportement a rupture de
269 fibres PA 6.6”, *PhD Thesis, Ecole National Supérieure des Mines de Paris, B.P. 87,*
270 *91003 Evry Cedex, pp. 12-18.*
- 271 • J. E. McIntyre, (2005), “Synthetic fibres: nylon, polyester, acrylic, polyolefin”, Chapter
272 2: *Nylon Fibres by A.F. Richards, Woohead Publishing Ltd and CRC Press,*
273 *Cambridge, p. 50.*
- 274 • J. R. Miranda León, (2008), “Influencia del termofijado en la estabilidad térmica y el
275 comportamiento a la relajación de tejidos de poliamida 6-6”, *Tesis de Maestría en*
276 *Ciencias en Ingeniería Textil, Instituto Politécnico Nacional, SEPI ESIT.*
- 277 • P. G. Nutting, (1921), “A New General Law of Deformation”, *J. Franklin Institute*, Vol.
278 191, Inssue 5, 679-685.
- 279 • P. G. Nutting, (1943), *J. Franklin Institute*, 235, 513.
- 280 • D. C. Montgomery et al. (2002), *Introducción al análisis de regresión lineal*, CECSA,
281 Primera edición, ISBN 970-24-0327-8, pp. 375, 376. México.
- 282 • D. D. Wackerly et al., (2013), *Estadística matemática con aplicaciones*, CENGAGE
283 Learning, Séptima edición, ISBN-10: 970-830-010-1, p. 595. México.

284

285

EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO EN LAS MATEMÁTICAS FINANCIERAS

Julio Moisés Sánchez Barrera^{1*}

*Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM. Ex Rancho Almaraz,
Kilómetro 2.5 Carretera Cuautitlán-Teoloyucan.*

IM-POAS014

Resumen

Al enseñar matemáticas, los alumnos siempre se preguntan en que voy a utilizar los temas que me está enseñando el Profesor, y él Profesor debe tener la capacidad para explicarle en donde y para qué va a utilizar los temas que se están tratando en clase.

El caso que vamos a tratar es para la materia de Matemáticas Financieras, en donde no solo el aprendizaje se debe aplicar en Matemáticas Financieras, además el “aprendizaje debe ser significativo” tal como lo propone Ausubel, entendiendo por significativo que se aplica y usa cuando sea necesario tanto en su formación profesional, como en la vida cotidiana.

Para lograr que el aprendizaje sea significativo, se recurre a estudiantes que ya llevaron con anterioridad la materia de Programación, y pueden elaborar aplicaciones prácticas de Matemáticas Financieras, lo que se asemeja en la vida profesional a lo que realiza un banco o una institución de inversión o crédito.

Palabras clave: Aprendizaje Significativo, Matemáticas Financieras, Aplicaciones Prácticas.

1. Introducción

Las Matemáticas Financieras es el motivo de este trabajo, esta materia se imparte en las en las Carreras de Licenciado en Contaduría, Licenciado en Administración, Economía, Licenciado en Informática y en todas las carreras del área Económico-Administrativas, también en algunos bachilleratos del área Económico-Administrativas, se estudia esta materia pero no con la profundidad que se ve en Licenciatura; En las Carreras de Ingeniería se cursa la materia que ocupa gran parte de los temas de Matemáticas Financieras, esta asignatura es Ingeniería Económica.

Las Matemáticas Financieras aparte de que pueden ser consideradas dentro de las matemáticas en el contexto, tienen la característica de tener aplicación directa, ya que los problemas que se resuelven se ocupan para cualquier operación comercial que no se realice al contado. Cuando la negociación se hace en forma inmediata únicamente se ocupa la aritmética para hacer la operación y en las que son en

* Autor para la correspondencia. E-mail: juliomoisessb@yahoo.com

41 abonos se debe tomar en cuenta que el dinero adquiere diferente valor en el
42 transcurso del tiempo y para considerar lo anterior es necesario el estudio de las
43 Matemáticas Financieras, algunos de los problemas que resuelve las Matemáticas
44 del Dinero: depositar dinero a plazo y la forma de calcular cuánto se va a obtener al
45 vencimiento, solicitar un préstamo y el cálculo de lo que se va a pagar a su
46 vencimiento, para comprar algo en abonos o la forma en cómo se va a liquidar un
47 préstamo con una serie de pagos para determinar el valor de estos abonos y cuántos
48 van a ser, cuánto se tiene que ahorrar cada periodo para comprar algo en un cierto
49 tiempo, la cantidad ahorrada en el SAR (Sistema de Ahorro para el Retiro), entre
50 otros muchos casos de aplicación.

51 Al estudiar cualquier asignatura de matemáticas en los programas de estudio, ésta
52 se ve de manera aislada y en la vida los conocimientos no existen aislados, más bien
53 se presentan en forma integral y para entenderlos y poderlos estudiar es necesaria la
54 Articulación de Saberes, y mejor aún el que estos conocimientos los utiliza en forma
55 cotidiana, como lo son los problemas que se resuelven con las Matemáticas
56 Financieras o Matemáticas del Dinero, los cuales se ocupan en la vida real.

57

58 **2. Justificación**

59

60 De acuerdo con la idea de Ausubel, Se considera que el aprendizaje debe ser
61 significativo, entendiendo por significativo que lo aplique cuando sea necesario en su
62 vida y más aún en su vida profesional.

63

64 **3. Planteamiento del Problema**

65

66 En el estudio de las Matemáticas Financieras, se presentan diferentes dificultades en
67 el aprendizaje de estas y se consideran como principales.

68

69 La desarticulación de saberes ya que si bien en los libros actuales de Ingeniería
70 económica y Matemáticas Financieras, tratan los temas de Progresiones Aritméticas
71 y Progresiones Geométricas antes de Interés Simple e Interés Compuesto, tal
72 pareciera que son conocimientos aislados y que no tienen una relación entre ellos y
73 consideramos que las progresiones pueden ser usados como el sustento
74 epistemológico las Progresiones Aritméticas del Interés Simple y las Progresiones
75 Geométricas del Interés Compuesto y a su vez los anteriores temas articular dichos
76 saberes para que sirvan de base a los demás temas que tiene dichas matemáticas
77 como son las anualidades y la aplicación de las anualidades siendo la base para ver
78 los temas de amortización y fondo de amortización y articular dichos saberes a las,
79 Matemáticas Financieras e Ingeniería Económica.

80

81 El tomar en cuenta el aspecto epistemológico dará la concepción constructivista y
82 permitirá al alumno en generar que su aprendizaje sea en forma significativa y no

82 como meros receptores de conocimientos transmitidos. Que los contenidos de estas
83 matemáticas tengan sentido en sí mismos y que sean extrapolables a las distintas
84 aplicaciones de las Matemáticas Financieras.

85 También se debe tomar en cuenta que el valor del dinero cambia con el tiempo y
86 aunque se hable nominalmente de una misma cantidad esta tiene diferente valor
87 adquisitivo en el transcurso del tiempo y además siendo el dinero un bien, este como
88 cualquier bien debe redituar una ganancia. Es debido al anterior que los modelos de
89 Matemáticas Financieras van encaminados a lo que representa el dinero en el futuro
90 (Monto), o bien actualizar una cantidad de dinero por su equivalente en fecha anterior
91 (Actualizar), de allí la importancia de construir modelos y apoyarse en las
92 Representaciones Semióticas para lograr las equivalencias del dinero en diferentes
93 fechas, por ejemplo, en la renegociación de deudas.

94
95 Ya que de acuerdo con Duval: lenguaje natural, visual gráfico, algebraico y numérico
96 son Representaciones Semióticas que no solo permiten la comunicación, sino que
97 son esenciales para la actividad cognoscitiva del pensamiento. Cumplen con un
98 importante papel tanto en el desarrollo de representaciones mentales, pues estas
99 dependen de una interiorización de las Representaciones Semióticas, así como el
100 empleo de diferentes funciones cognitivas como la objetivación, la comunicación y el
101 tratamiento, y en la producción del conocimiento ya que permiten representaciones
102 radicalmente diferentes de un mismo objeto en la medida que pueden hacer surgir
103 sistemas semióticos totalmente diferentes.

104
105 Para lograr que el aprendizaje sea significativo se recurre a que los alumnos apliquen
106 los temas de esta materia a situaciones de la vida real, como es el caso de elaborar
107 programas de computación para dar una solución más rápida y eficaz a los temas
108 que presenta esta asignatura.

111 **4. Problema de Investigación**

112
113 ▪ Los estudiantes toman en cuenta lo aprendido previamente, sobre todo lo que
114 aprendieron en programación de computadoras, para realizar programaciones de
115 los temas de esta asignatura y con esto dan soluciones prácticas como si fueran
116 instituciones de crédito o de ahorro, con esto los estudiantes logran que su
117 aprendizaje sea significativo, ya que al realizar los programas de cómputo están
118 motivados y demostrando que dominan los temas de esta materia.

119 **5. Objetivo General**

120 Lograr que el aprendizaje de las Matemáticas Financieras sea significativo.

121 **6. Objetivos Particulares**

125 Elaborar programas Informáticos en donde quede comprendido los temas de
126 Matemáticas Financieras.

127 Analizar la importancia de la articulación de sistemas de representación semiótica
128 para resolver problemas en las matemáticas financieras.

129 Justificar por qué en la vida de estudiante, el alumno ha tomado varios cursos de
130 matemáticas y en estas matemáticas tiene la oportunidad de articularlos, como es
131 en: la aritmética, el álgebra, la gráfica de funciones, el manejo de la calculadora y el
132 manejo de una hoja electrónica.

133

134 **7. Marco Teórico**

135 Este trabajo se realizó siguiendo la línea de investigación de articulación de saberes
136 matemáticos.

137 “La articulación debe buscar un todo coherente de carácter conceptual que propicie a
138 su vez la propia coherencia cognitiva en los individuos que aprenden los saberes
139 matemáticos”.

140 Desde el punto de vista de Chevallard, “Los programas escolares de matemáticas
141 deben proporcionar experiencia a los alumnos en la aplicación de las matemáticas en
142 la selección y adecuación de estrategias a situaciones concretas

143 En este caso la Matemática del dinero es una asignatura de total aplicación a la vida
144 cotidiana.

145 Duval, “para evitar que el alumno confunda el objeto matemático con sus
146 representaciones, es necesario que enfrente y realice tareas de transformación y de
147 conversión de representaciones entre al menos dos sistemas semióticos de
148 representación”.

149 En el caso de las Matemáticas Financieras es necesario **transitar en 4**
150 **representaciones de sistemas semióticos**, que son: el **verbal o escrito** que da
151 pauta a la forma como se plantea el problema, el **gráfico** al interpretar el problema
152 en un diagrama de valor tiempo, el **algebraico** que le permite plantear una ecuación
153 para poderla resolver y con esto contestar la pregunta del problema, y el **numérico**
154 que nos permite ilustrar el comportamiento de cómo se va a liquidar una deuda
155 (Amortización), o como se va a ahorrar para lograr un objetivo (Fondo de
156 Amortización) y en el caso de las Depreciaciones nos ilustra cómo se van a llevar a
157 cabo las depreciaciones.

158 Además, al realizar programas de cómputo va más allá y logra que su aprendizaje
159 sea significativo, según Ausebel, el aprendizaje es significativo cuando el estudiante
160 aplica el conocimiento cuando sea necesario en su vida.

161 En el trabajo científico todos los problemas constituyen un todo, y dentro este todo se
162 extraen partes las cuales guardan una interrelación, es por la anterior que los
163 conocimientos para que se den en forma significativa es necesario la articulación de
164 saberes.

165 En el trabajo científico todos los problemas constituyen un todo, y dentro este todo se
166 extraen partes las cuales guardan una interrelación, es por la anterior que los
167 conocimientos para que se den en forma significativa es necesario la articulación de
168 saberes.

169

170 **8. Metodología**

171 La metodología que se siguió es tomando como base la Ingeniería Didáctica, la cual
172 está basada en la Transposición Didáctica de Yves Chevallard y de la Teoría de
173 Situaciones Didácticas de Guy Brousseau.

174 Tomando como base esta teoría se tienen las siguientes 4 fases fundamentales:

- 175 • Análisis preliminar.- sirvió de base para establecer los objetivos encaminados
176 para esta investigación, lo que se analizó es:
177 ○ Los libros de texto de Matemáticas Financieras.
178 ○ Los programas de estudio de Matemáticas Financieras.
179 ○ Epistemología de las Matemáticas Financieras.
180 ○ Preliminar sobre concepciones acerca de aspectos financieros.

181

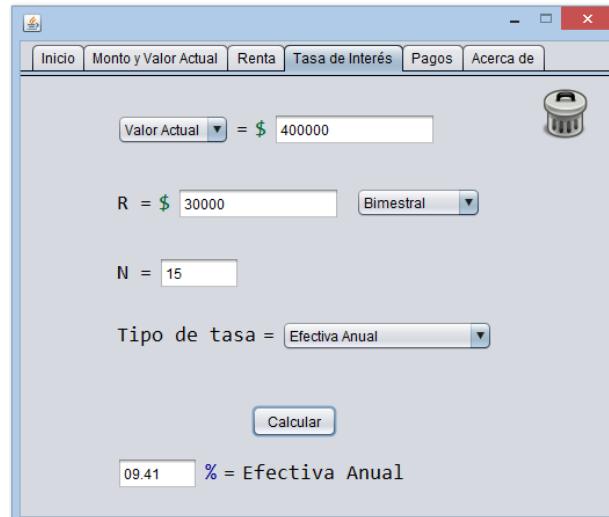
182 Que conocimientos previos tienen los estudiantes (en este caso fue que ya tienen
183 conocimientos de programación).

- 184 • Diseño de la situación didáctica y su análisis a priori.- donde se determinaron
185 las variables de la investigación y donde se diseñó la actividad que nos
186 permitió lograr los objetivos.
187 • Experimentación.- la puesta en escena de la investigación con los estudiantes
188 de la situación didáctica.
189 • Análisis a posteriori y validación.- es contrastar lo ejecutado, haciendo análisis
190 objetivo de los resultados y llegar a conclusiones.

191

192 En la fig. (1), se muestra el ejemplo de la pantalla de un programa de anualidades, en el que en
193 las pestanas nos indica los cálculos que se pueden realizar, nos muestra el ejemplo para los
194 datos proporcionados el cálculo de la tasa de interés efectiva anual.

195



Valor Actual = \$ 400000

R = \$ 30000 Bimestral

N = 15

Tipo de tasa = Efectiva Anual

Calcular

09.41 % = Efectiva Anual

196

197

198 **Fig. (1) Ejemplo del Programa de Anualidades, cálculo de la tasa de interés.**

199 La fig. (2), nos muestra un ejemplo de la pantalla de un programa de descuentos, para calcular
 200 problemas de capital y el monto.

201



Capital

Monto \$ 90000

Tiempo en días (n) 350

Tasa de Descuento 0.10 en decimales

Resultado \$ 81250

Calculadora

Teoria

Descuento

Capital

Monto

202

203

204 **Fig. (2) Ejemplo del Programa de Descuentos**

205

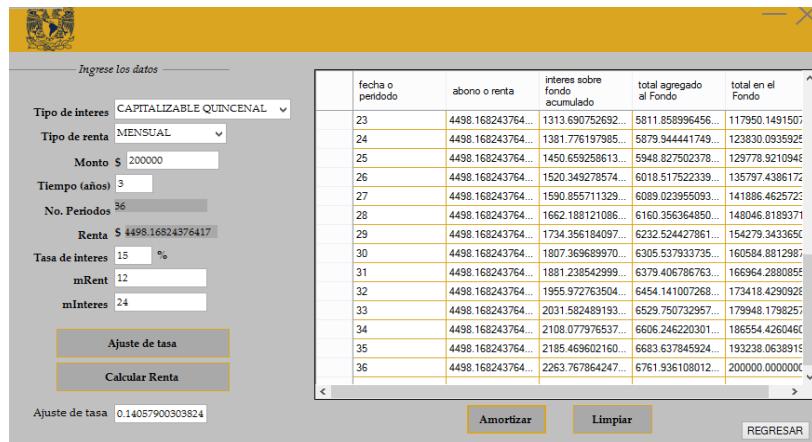
206 Ejemplo 3, nos muestra otro ejemplo de programa de fondo de amortización y se da el ejemplo
 207 de que para este nos muestre la fotografía, el monto al cual se tiene que llegar, para lo cual nos
 208 muestra los últimos períodos del cuadro del fondo de amortización.

209

210

211

212



| fecha o periodo | abono o renta | interés sobre fondo acumulado | total agregado | total en el Fondo |
|-----------------|-------------------|-------------------------------|-------------------|-------------------|
| 23 | 4498.168243764... | 1313.690752692... | 5811.858996456... | 117950.1491507 |
| 24 | 4498.168243764... | 1381.776197985... | 5879.94441749... | 123330.0935925 |
| 25 | 4498.168243764... | 1450.659258613... | 5948.827502378... | 129778.9210945 |
| 26 | 4498.168243764... | 1520.349278574... | 6018.517522339... | 135797.4386172 |
| 27 | 4498.168243764... | 1590.85711329... | 6086.023955093... | 141886.4625722 |
| 28 | 4498.168243764... | 1662.188121086... | 6160.356364850... | 148046.8189371 |
| 29 | 4498.168243764... | 1734.356184097... | 6232.524427861... | 154279.3433650 |
| 30 | 4498.168243764... | 1807.369689970... | 6305.537933735... | 160584.8812987 |
| 31 | 4498.168243764... | 1881.238542999... | 6379.406786763... | 166364.2880855 |
| 32 | 4498.168243764... | 1955.972763504... | 6454.141007268... | 173418.4290926 |
| 33 | 4498.168243764... | 2031.582489193... | 6529.750732957... | 179948.1798257 |
| 34 | 4498.168243764... | 2108.077976537... | 6606.246220301... | 186554.4260460 |
| 35 | 4498.168243764... | 2185.469602160... | 6683.637845924... | 193238.0638915 |
| 36 | 4498.168243764... | 2263.767864247... | 6761.936108012... | 200000.0000000 |

Ajuste de tasa: 0.14057900303824

Buttons: Amortizar, Limpiar, REGRESAR

Fig. (3) Ejemplo del Programa de Fondo de Amortización.

213
214
215

216

217 Sin embargo, para comprobar que el aprendizaje ha sido significativo en las matemáticas financieras, hay alumnos de informática que han diseñado un programa donde permite realizar cálculos de los diferentes temas de la asignatura, el cual mostraremos a continuación.

220 La fig. (4), muestra una pantalla de un programa que permite realizar los cálculos de diferentes temas de la asignatura de matemáticas financieras.

222



Fig. (4) Ejemplo del Programa que realiza el cálculo de varios temas.

223
224

225
226

227 La fig. (5), muestra la pantalla del programa de la fig. (6), ya realizando cálculos de uno de los temas de los que realiza, en este caso del tema de descuentos.

229
230
231

| Interés Simple | Interés Compuesto | Descuento | Depreciación |
|--|-------------------|-----------|--------------|
| Cálculo de descuento | | | |
| Datos Monto \$ <input type="text" value="370000"/> Tiempo <input type="text" value="26"/> Meses Tasa de descuento <input type="text" value="9.62"/> % | | | |
| Opciones <input type="button" value="Limpiar"/> <input type="button" value="Resolver"/> Descuento \$ <input type="text" value="77120.33"/> | | | |

232
 233
 234

Fig. (5) Ejemplo del Programa que realiza el cálculo del tema de Descuentos.

235
 236
 237

9. Conclusiones

238 Se logró el objetivo de que el aprendizaje sea significativo, ya que los estudiantes entendieron
 239 que las progresiones aritméticas y las progresiones geométricas son el sustento epistemológico
 240 de las Matemáticas Financieras y que tomando en cuenta este sustento epistemológico lo
 241 tomaran como base para realizar sus programas informáticos, de los temas de esta asignatura.

242 Como se puede visualizar en la muestra de los diferentes programas se logra el objetivo de que
 243 el aprendizaje para estos estudiantes es significativo, ya que de acuerdo con Ausubel el
 244 aprendizaje es significativo cuando lo aplica en un contexto diferente al que se le enseño
 245 inicialmente.

10. Referencias y Bibliografía

246
 247

- 248 • Duval R., “Semiosis y Pensamiento Humano, Registros Semióticos y aprendizajes
 249 intelectuales”, título original “Sémiosis et Pensée Humaine. Registres Sémiotiques et
 250 appentisages intellectuels”, 1995, Editorial en Castellano Universidad del Valle, Calí,
 251 Colombia.
- 252 • Rondero C., “Ensayo sobre la dualidad discreto-continuo de los saberes matemáticos.
 253 Casos de transición y transposición didáctica”, 1995, Tesis de Maestría.,
 254 CINVESTAV-IPN, México.
- 255 • Chevallard Y., “La Transposición Didáctica del Saber Sabio al saber Enseñar”, título
 256 original “La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné”, 1991,
 257 Editorial en Castellano Libro de edición Argentina, Argentina.
- 258 • Rondero C., “Cálculo Discreto”, 2001, Serie Cuadernos Didácticos, Volumen 8. Grupo
 259 editorial Iberoamérica S. A. de C. V., México D. F.

LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS MEDIANTE LA GAMIFICACIÓN

Mireya Monroy Carreño^{1,*}, Patricia Monroy Carreño¹ y Roberto Monroy Carreño
Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades plantel Vallejo. Eje Central
Lázaro Cárdenas S/N, Magdalena de las salinas, 07760 Gustavo A. Madero, CDMX

IM-POID016

Resumen

En diversas investigaciones se menciona el desinterés o la valoración negativa que poseen los estudiantes hacia las materias del área de matemáticas y aunque esta percepción es de carácter multifactorial, no se puede dejar de lado que este aspecto influye en la motivación y en la adquisición de los aprendizajes. Por esta razón, el objetivo de este estudio fue el de identificar si la implementación de la gamificación en las clases influye en aspectos como la motivación y el interés de los jóvenes con el fin de provocar en ellos una visión positiva hacia el estudio de las matemáticas. Por lo tanto, la metodología implementada en este trabajo fue basada en la gamificación, la cual incluye la planeación, el diseño y la aplicación de una estrategia didáctica en la que participaron 52 alumnos del turno Vespertino de la Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades plantel Vallejo, obteniendo como resultado que el uso de la gamificación es un agente motivador dado que genera un cambio de comportamiento y de actitudes positivas en los alumnos.

Palabras clave: Gamificación, Bachillerato, Matemáticas, Aprendizaje.

1. Introducción

En la actualidad se requiere una sociedad mejor preparada y competitiva que le permita enfrentar los retos que se le presenten en su entorno personal (Monroy & Monroy, 2019), de ahí surge la importancia de la enseñanza escolar en la búsqueda de estrategias innovadoras que apoyen al proceso de enseñanza aprendizaje y el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) pueden ser una alternativa para cumplir con este fin.

Además, es importante considerar el uso de las TIC's en el aprendizaje, ya que es una apuesta para que un país prospere a partir del desarrollo de las tecnologías, por ello es necesario actualizar y formar a los docentes; generando espacios, con el propósito de tener acceso a estos recursos y de los beneficios del proceso educativo, con el fin de formar estudiantes que estén a la vanguardia de las nuevas tecnologías (Sañudo & Perales, 2014).

*Autor para la correspondencia. E-mail: m.monroy449@gmail.com

43 En el mismo sentido y orientación los alumnos eligen ambientes virtuales, dado que
44 promueven la autonomía, incrementa el interés y a su vez dependen menos de sus
45 maestros, sin dejar a un lado que fomentan el trabajo cooperativo (Flores, 2017).
46 Cabe mencionar que el uso de las TIC en el aprovechamiento académico es diverso,
47 no obstante, su implementación en las clases debe quedar fundamentada en una
48 adecuada estrategia de aprendizaje y planeación didáctica, ya que ha quedado claro
49 que sin orientación ni metodología no se perciben logros sustanciales (Schalk, 2005).

50
51 En base a las consideraciones que anteceden se pretende utilizar la Gamificación
52 como una estrategia didáctica en el Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH)
53 plantel Vallejo ya que la gamificación es un proceso en el cual se utilizan juegos con
54 el propósito de motivar e involucrar a las personas en su aprendizaje. Además de
55 acuerdo con López & Domènec (2018) justifica el uso de la gamificación en el
56 ámbito educativo debido a la creciente digitalización de las aulas en forma de
57 dispositivos electrónicos (tabletas, computadoras, celulares, entre otros) y que la
58 implementación de la gamificación y de los juegos pueden estimular la
59 concentración, la reflexión, aspectos éticos (honradez, solidaridad) y los estados
60 emocionales en los alumnos.

61
62 Asimismo, en los programas de estudio actualizados del CCH en los cuales se
63 especifican los niveles cognitivos, incluyendo el N3 de la taxonomía de Bloom el cual
64 se refiere a que los jóvenes deben aplicar lo aprendido por lo tanto se puede
65 implementar la estrategia de “jugar” dado que para realizar esta acción el individuo
66 requiere destrezas para manipular el juego; entender procesos, tareas y el desarrollo
67 de habilidades para la resolución de problemas.

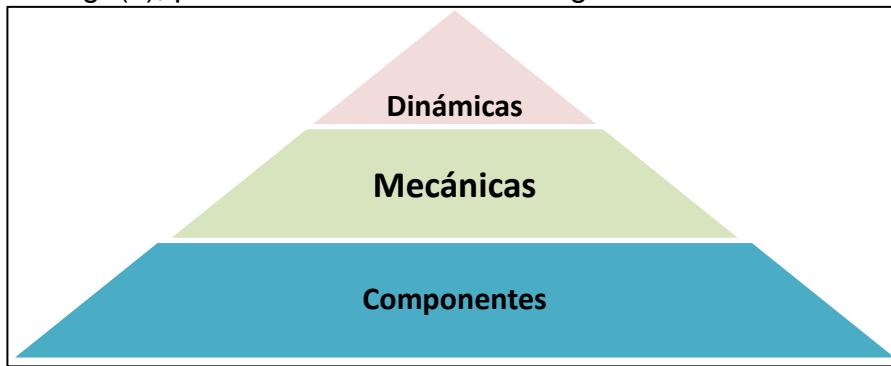
68
69 Por esta razón, el objetivo de este estudio fue el de identificar si la implementación
70 de la gamificación en las clases influye en aspectos como la motivación y el interés
71 de los jóvenes con el fin de provocar en ellos una visión positiva hacia el estudio de
72 las matemáticas.

73
74 **1.1 Marco teórico**
75
76 La gamificación tiene varias definiciones entre las que se encuentran las siguientes:
77
78 Es un proceso relacionado con el pensamiento del jugador y las técnicas de juego
79 para atraer a los usuarios y resolver problemas” (Zichermann y Cunningham, 2011
80 p.11 citado en Quintanal, 2016, p.329).

81
82 “La utilización de mecanismos, la estética y el uso del pensamiento, para atraer a las
83 personas, incitar a la acción, promover el aprendizaje y resolver problemas”
84 (Kappa,2012, p.9 citado en Quintanal, 2016, p.329).

85

86 Asimismo, es importante que el profesor considere la pirámide de los elementos de la
87 gamificación ver fig. (1), para el diseño de su estrategia.



98 Fig. (1) Pirámide de los elementos de la gamificación.
99 Fuente: Werbach & Hunter (2012)

100 Con respecto a la fig. (1), debe entenderse los siguientes elementos que son: Las
101 dinámicas (Las restricciones, emociones, la narrativa, el progreso del jugador entre
102 otros), las mecánicas (los retos, la competición, la cooperación entre otros) y los
103 componentes (los logros, las insignias, los niveles y puntos, entre otros).

104 2. Metodología

105 La metodología aplicada fue la gamificación ya que se pretende promover un sistema
106 motivacional cooperativo es decir que el estudiante le de la misma importancia al
107 logro personal y contribuir al de los demás, para ello debe de haber una motivación
108 intrínseca que permita al sujeto incrementar sus habilidades, pero igualmente exista
109 el interés por apoyar a los otros (Palacio, López & Nieto, 2006).

110 Se implementó la estrategia en dos grupos del turno vespertino pertenecientes al
111 CCH plantel Vallejo con un total de 52 alumnos entre las edades de 16 y 17 años que
112 cursan la materia de Física, en el que se aplicó la gamificación en temas como
113 teorema de Pitágoras y razones trigonométricas con la finalidad de que los jóvenes
114 repasaran estos temas para que trabajen el tema de vectores en la clase de física.
115 Para implementar la gamificación en la clase se siguieron las siguientes fases:

116 **Fase 1.** Aplicación de la prueba de Bartle la cual está constituida por 36 preguntas
117 según las características y las motivaciones de los jugadores divididas por
118 cuadrantes que corresponden al plano cartesiano. Esta taxonomía clasifica a los
119 jugadores en triunfadores que son aquellos que buscan un estatus, revisan sus
120 progresos y se interesan por los puntos, insignias o niveles; los socializadores son
121 aquellos que prefieren hacer amigos y les gustan las metas en común, se
122 comprometen con los retos grupales y de cooperación y los exploradores que les
123

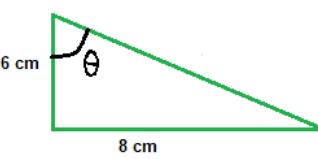
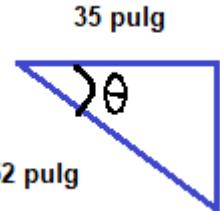
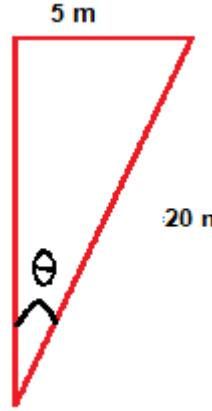
125 gusta conocer cosas nuevas y se comprometen con los niveles, retos y el
 126 desbloqueo de zonas (García & Hijón, 2017, p. 48).

127

128 **Fase 2.** Resolución de tres triángulos contestando cuatro preguntas para cada uno
 129 como se muestra en la tab. 1.

130

131 **Tab. 1. Ejercicio propuesto para que los alumnos lo resolvieran en clase**

| Triángulo 1 | Triángulo 2 | Triángulo 3 |
|---|---|--|
|  |  |  |

1. Calcula el valor que le falta a cada uno de los triángulos.
 2. Identifica para cada uno de los triángulos cateto opuesto, adyacente y la hipotenusa con respecto al ángulo que te marca la figura.
 3. Calcula el valor de cada uno de los ángulos que conforman al triángulo.
 4. Identifica seis las razones trigonométricas para cada triángulo.

132

133 **Fase 3.** En la metodología de la gamificación es necesario aprovechar las diversas
 134 plataformas educativas que existen y aunque hay una gran cantidad de opciones en
 135 este caso se eligieron aquellas que son gratuitas, a partir de este criterio se optaron
 136 por las siguientes plataformas:

137

138 **Edmodo**

139

140 Edmodo es parecida a una red social, pero con fines educativos, se utilizó la opción
 141 de asignar insignias a los estudiantes, dado que es posible crear retos y ejercicios;
 142 asimismo se puede asignar pins a múltiples estudiantes, no sólo al mejor
 143 estudiante. Ver fig. (2).

144



145

Fig. (2) Insignias propuestas por la plataforma educativa de EDMODO

147 Además, tiene la posibilidad de que el profesor agregue nuevas insignias de acuerdo
 148 con las características y necesidades de sus alumnos como se observa en la fig. (3).
 149



150

Fig. (3) Opción para que el profesor pueda ingresar una nueva insignia

Socrative

153

154 Es una herramienta gratuita que trabaja como un sistema de respuesta inteligente se
 155 elaboraron preguntas y juegos los cuales pueden ser contestados por los estudiantes
 156 en tiempo real y el profesor puede observar detalladamente las acciones, consultas y
 157 dudas de los jóvenes, Ver fig. (4).



158

Fig. (4) Ejemplo de una carrera espacial en la plataforma de Socrative

160 Fase 4: Actividad en la plataforma de Edmodo se proyectaron dos videos:
 161

| | | | | |
|-----|----|--|-------|-------|
| 162 | 1. | Teorema de Pitágoras (https://www.youtube.com/watch?v=2yfkEAt2ew0) | Super | fácil |
| 163 | 2. | Funciones trigonométricas (https://www.youtube.com/watch?v=-8zVW0U2ip8U) | Super | fácil |
| 164 | | | | |
| 165 | | | | |

166
167 Posteriormente contestaron un cuestionario en la plataforma de Edmodo que
168 consistía en 10 preguntas, las cuales tenían el propósito de definir las partes que
169 conforman un triángulo rectángulo y sus respectivas funciones trigonométricas. El
170 alumno que tuviera correctas todas las respuestas en el menor tiempo posible era
171 acreedor a una insignia que podía intercambiar para elegir en qué equipo quería
172 participar para el concurso de la carrera espacial en la plataforma de socrative.

Fase 5. Actividad en la plataforma de socrative se dividieron en seis equipos con un promedio de cuatro y cinco integrantes cada uno, en este caso el docente decidía como estaban conformados, no obstante, los que tenían una insignia obtenida en Edmodo podrían elegir con que compañero deseaba trabajar. En este caso las preguntas se referían en calcular el valor de la hipotenusa, algún cateto, un ángulo o una razón trigonométrica en total tenían que contestar 20 preguntas.

Fase 6. Se aplicó la misma prueba que en la fase 2 para observar si los resultados obtenidos se habían modificado.

184 3. Resultados y análisis

186 Los resultados de la prueba de Bartle se observó que en la muestra estudiada
187 predominan los triunfadores (38.5%) los cuales están interesados por los puntos y el
188 estatus, seguido por un 26.92% de jóvenes que su perfil de jugador es de un
189 socializador, es decir, que están más interesados por hacer amigos que competir
190 entre ellos. Ver tab. 2.

Tab. 2. Resultados obtenidos del perfil de jugadores por género.

| Clasificaciones | Femenino | Masculino | Total |
|-----------------------------|----------|-----------|-------|
| Asesinos | 3 | 6 | 9 |
| Triunfadores | 9 | 11 | 20 |
| Socializadores | 6 | 8 | 14 |
| Exploradores | 4 | 5 | 9 |
| Número total de estudiantes | 22 | 30 | 52 |

Asimismo, los resultados obtenidos de la aplicación de la prueba de los tres triángulos se modificaron después del uso de la gamificación y estos cambios fueron positivos ya que se incrementó el número de alumnos que contestaron

198 adecuadamente, cabe mencionar que en la tab. 3, solo se presentan los resultados
 199 de los alumnos que respondieron correctamente para los tres triángulos rectángulos.
 200

201 **Tab. (3) Resultados obtenidos antes y después de la aplicación de la gamificación.**
 202

| Preguntas | Antes | Después |
|--|-------|---------|
| 1. Calcula el valor que le falta a cada uno de los triángulos. | 28 | 37 |
| 2. Identifica para cada uno de los triángulos cateto opuesto, adyacente y la hipotenusa con respecto al ángulo que te marca la figura. | 35 | 43 |
| 3. Calcula el valor de cada uno de los ángulos que conforman al triángulo. | 24 | 46 |
| 4. Identifica seis las razones trigonométricas para cada triángulo. | 22 | 31 |

203
 204 Cabe agregar que en el cuestionario realizado por EDMODO 18 alumnos (34.61%),
 205 contestaron correctamente cada pregunta, no obstante, solo se entregó una insignia
 206 por grupo al estudiante que contestara correctamente a todas las preguntas en el
 207 menor tiempo posible.

208
 209 En el mismo el sentido el equipo que resulto con un mayor puntaje en la carrera
 210 espacial en la plataforma de Socrative obtuvo una participación extra en la clase.
 211

212 **4. Conclusiones**

213
 214 Es necesario resaltar que la implementación de la gamificación en el ámbito
 215 educativo no necesariamente debe incorporar el uso de las TIC, pero estas son una
 216 buena alternativa ya que el uso de la gamificación conlleva demasiado trabajo de
 217 planeación, diseño y ejecución para que se logre una experiencia exitosa con los
 218 alumnos.

219
 220 Diversas investigaciones han mencionado que uno de los principales factores que
 221 existen en el fracaso escolar en el área de matemáticas es la apatía y la
 222 desmotivación por parte del alumnado, por lo que en el contexto educativo está en
 223 una constante búsqueda de alternativas que permitan mejorar esta situación y la
 224 gamificación parece ser una propuesta innovadora para usar en clase, pero como en
 225 todos los casos se debe utilizar de manera informada y supervisada por el docente
 226 por lo que es necesario que el profesor conozca los intereses y características de los
 227 alumnos para diseñar estrategias adecuadas y lograr así un aprendizaje significativo
 228 en los jóvenes.

229
 230 Por último, de acuerdo con resultados obtenidos la aplicación de la gamificación
 231 ofrece una serie de ventajas que conviene aprovechar como son el incremento de la
 232 motivación del alumno, hace más divertida la clase, promueve la adquisición de los

233 aprendizajes, mejora el rendimiento académico, estimula el compañerismo, y
234 fomenta el uso de las tecnologías en clase. Sin embargo, se debe cuidar que se
235 desarrolle en un ambiente de respeto en la que se promueva una sana competencia,
236 además de que debe ser utilizada para propiciar el interés en los alumnos en algunos
237 temas y posteriormente modificar la forma de enseñanza, ya que la gamificación
238 tiende a favorecer la motivación extrínseca.

239

240 Índice de referencias

241

- 242 • Flores, J. (2017). Nuevas tecnologías y mediación docente, un análisis desde
243 las teorías educativas. Anuario Humanitas, [S.I.], (42), 139-162.
- 244 • García, M., & Hijón, R. (2017). Análisis para la gamificación de un curso de
245 Formación Profesional. IE Comunicaciones: Revista Iberoamericana de
246 Informática Educativa, (26), 46-60.
- 247 • López, V. & Domènec, J. (2018). Juegos y gamificación en las clases de
248 ciencia: ¿Una oportunidad para hacer mejor clase o para hacer mejor ciencia?
249 Revista electrónica Ludus Scientiae. 2(1), 34-44.
- 250 • Monroy M. & Monroy, P. (2019). El aula invertida versus método tradicional:
251 En la calidad del aprendizaje. Revista electrónica sobre Ciencia, Tecnología y
252 Sociedad, 6(11).
- 253 • Palacio, C. R., López, G. C. H., & Nieto, L. Á. R. (2006). Qué es la intervención
254 psicopedagógica: definición, principios y componentes. El Ágora USB
255 Medellín-Colombia, 6(2), 215-226.
- 256 • Sañudo, M.I. & Perales, R. (2014). Retos de la reforma de la educación
257 básica. Perfiles educativos, 36(143), 29-38.
- 258 • Schalk, A. E. (2005). Modelo de enseñanza aprendizaje para adultos en la era
259 del conocimiento. Diseño y estructura del modelo. Gestión en el Tercer
260 Milenio, Revista de Investigación de la Facultad de Ciencias Administrativas,
261 UNMSM 8(16), 63-87.
- 262 • Quintanal P. & F. (2016). Aplicación de herramientas de gamificación en física
263 y química de secundaria. Recuperado el: 19 de enero de 2020 de:
264 <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=31048903016>
- 265 • Werbach, K. & Hunter, D. (2012). For the Win, Philadelphia: Wharton Digital
266 Press.

EL AULA INVERTIDA EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Mireya Monroy Carreño^{1,*}, Roberto Monroy Carreño¹ y Patricia Monroy Carreño¹

Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades plantel Vallejo. Eje Central
Lázaro Cárdenas S/N, Magdalena de las salinas, 07760 Gustavo A. Madero, CDMX

IM-POID017

Resumen

En la actualidad se requieren métodos de enseñanza en el que los alumnos sean partícipes en la construcción de su propio conocimiento con el fin de cautivar a los estudiantes y en consecuencia incrementar su interés y compromiso hacia su aprendizaje, es por ello que este proyecto de investigación-acción tuvo como objetivo principal identificar si la implementación de la metodología del aula invertida puede mejorar la calidad de los aprendizajes de los alumnos con respecto algunos temas de matemáticas; la cual se implementó en una muestra de 48 estudiantes pertenecientes a la Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades plantel Vallejo. Asimismo, se aplicó la taxonomía SOLO (Structure of the Observed Learning Outcome), con el fin de evaluar y jerarquizar las respuestas obtenidas por alumnos, así como para identificar el nivel de entendimiento alcanzado. Los resultados mostraron que el enfoque del aula invertida influyó en la construcción del conocimiento de forma positiva en los jóvenes.

Palabras clave: Aula Invertida, Bachillerato, Matemáticas, Aprendizaje, Taxonomía SOLO

1. Introducción

El aula invertida cambia la forma de la enseñanza tradicional llamada también el “aula volteada”, “aula inversa” y en inglés llamada “Flipped classroom” este modelo comienza, en Estados Unidos por los profesores Jonathan Bergmann y Aaron Sams (Garzón, 2016, p.2).

El aula invertida intercambia el rol de los principales actores del proceso enseñanza-aprendizaje (docentes-alumnos), en otras palabras centra la atención en los estudiantes y el aprendizaje (Bergmann & Sams, 2012), este modelo consiste en proporcionarle diversos materiales (videos, lecturas, presentaciones, conferencias, entre otros) a los alumnos los cuales deben revisar y estudiar extra clase, para emplear el tiempo de la clase presencial en resolver dudas, conceptos, habilidades que se deben desarrollar y practicar (Garzón, 2016, Merla & Yáñez, 2016, Mora & Hernández, 2017, Prevalla & Uzonboylu, 2019).

En el mismo sentido, en el aula invertida las actividades que se realizaban comúnmente en el hogar ahora se realizan en la escuela y viceversa (Bergmann & Sams, 2012). Con base en lo anterior el objetivo de este estudio es el de identificar si

¹ ^{1*}Autor para la correspondencia. E-mail: m.monroy449@gmail.com

44 la implementación de la estrategia del aula invertida puede mejorar la calidad de los
45 aprendizajes de los alumnos con respecto algunos temas de matemáticas.

46

47 **1.1 Marco teórico**

48

49 En el aula invertida el tiempo en clase está destinado a investigar temas y problemas
50 con mayor profundidad y concebir mayores oportunidades de aprendizaje en la clase
51 (Prevalla & Uzonboylu, 2019) por lo que se resaltan algunas de sus ventajas para el
52 proceso de enseñanza aprendizaje:

53

- 54 • Apoyar a los alumnos que presenten mayores dificultades por aprender puesto
55 que el aula invertida promueve un aprendizaje progresivo, al ritmo y a las
56 necesidades de los estudiantes, además de que el joven puede revisar
57 cuantas veces necesite los materiales hasta entender la lección.
- 58 • Fomenta mayor participación de los alumnos ya que todos tienen la misma
59 oportunidad de intervenir en la sesión.
- 60 • Aumenta la interacción alumno-docente dado que puede encaminar mejor al
61 estudiante debido a que con una evaluación diagnóstica el profesor identifica
62 que conocimientos adquirió el estudiante y cuáles son los puntos que necesita
63 reafirmar.
- 64 • Aumenta la interacción entre estudiantes por medio de un aprendizaje
65 colaborativo dado que se pueden desarrollar debates o trabajos de grupo que
66 promueven la sociabilización del aprendizaje ya que previamente revisaron los
67 materiales.
- 68 • Fomenta el uso de las nuevas tecnologías en los estudiantes.
- 69 • El uso del aula invertida en el ámbito educativo convierte las clases más
70 dinámicas.

71

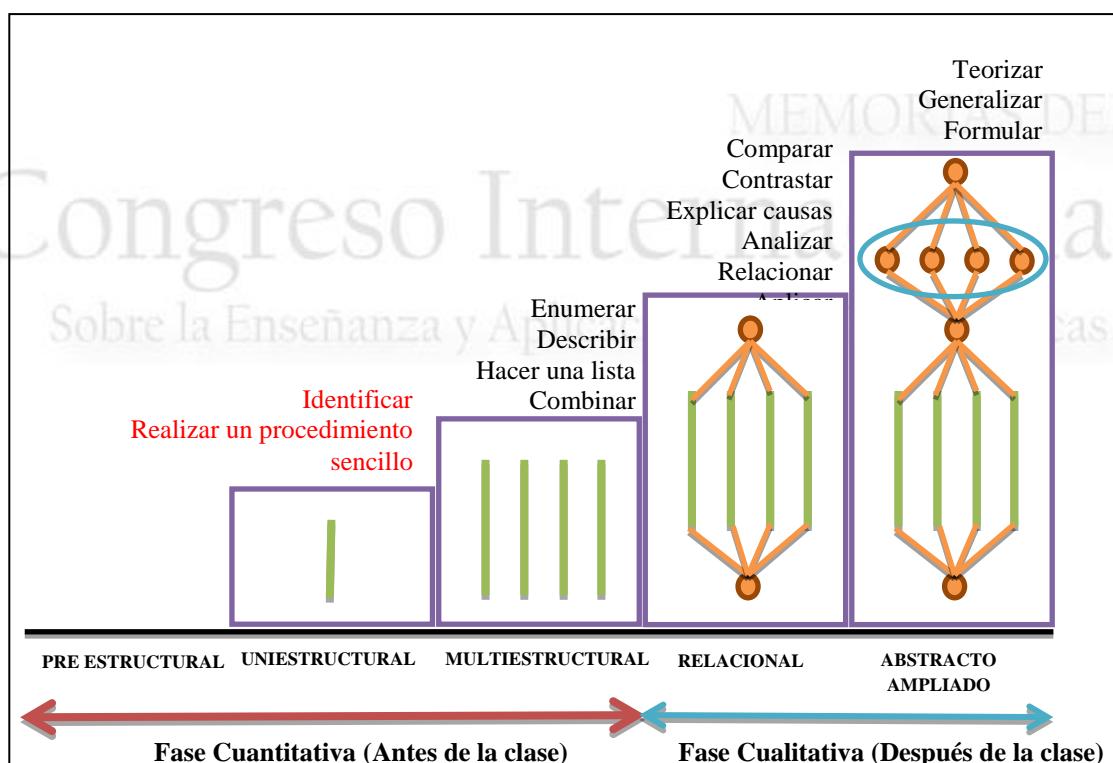
72 Con base en las consideraciones anteriores emplear el aula invertida permite que los
73 materiales puedan ser vistos y estudiados en sus casas y los cuales pueden ser
74 revisados por los estudiantes cuantas veces sean necesarias (Reyes, Dzul & Melken,
75 2019). Asimismo, la importancia de implementar estos instrumentos en el ámbito
76 educativo radica en mejorar el proceso de aprendizaje, ya que permiten a los jóvenes
77 aprender de manera autónoma, a su ritmo y a sus necesidades puesto que cada
78 estudiante puede elegir las herramientas que mejor se adapten a sus habilidades,
79 tipos y estilos de aprendizaje con la finalidad de comprender, practicar o abordar un
80 nuevo contenido.

81

82 Dentro del mismo orden de ideas, otro beneficio del aula invertida permite que la
83 comunicación entre los alumnos y profesores no sea unilateral, que compartan un
84 lenguaje a través de las redes sociales, blogs, correos, entre otros, que representan
85 el aprovechamiento del tiempo (Suárez, 2017) y fomenten la construcción de nuevos

86 conocimientos que puedan ser utilizados posteriormente en su ámbito personal y
 87 profesional.

88 Además, el aula invertida, si se emplea adecuadamente, cubre todas las fases del
 89 ciclo de aprendizaje (Vidal et al, 2016), por lo que se utiliza la taxonomía Structure of
 90 Observed Learning Outcomes (SOLO)/Estructura del Resultado del Aprendizaje
 91 Observado (ERAO). La cual está conformada por cinco niveles de comprensión del
 92 aprendizaje, con sus respectivos verbos que identifican cada nivel. Ver fig. (1).



95 Fig. 1. Niveles de entendimiento con su respectivo modelo estructural de la taxonomía SOLO
 96 Fuente: Biggs (2005)

97 Con respecto a la fig. (1) los niveles de la taxonomía son cinco y quedan definidos de
 98 la siguiente manera (Hernández, Martínez, Dafonseca & Rubio, 2005 citado en
 99 Rodríguez & Fernández, 2018):

- 100 • **Nivel pre estructural:** Las respuestas proporcionadas de los alumnos son
 101 erróneas o inexistentes.
- 102 • **Nivel Uniestructural:** Las respuestas de los alumnos pueden ser correctas,
 103 no obstante, se centran en un solo detalle que no tiene que ser relevante.
- 104 • **Nivel Multiestructural:** En este caso los alumnos son capaces de enumerar
 105 una serie de aspectos correctos, sin relacionarlos entre ellos.

- 109 • **Nivel Relacional:** En este nivel no solo los estudiantes identifican varios
 110 aspectos correctos sino además los relacionan entre sí.
- 111 • **Nivel de abstracción ampliado:** Es el nivel más complejo de alcanzar, en
 112 este caso los alumnos logran cada aspecto de los niveles anteriores, pero, es
 113 capaz de ir más allá; lo relacionan con otro aspecto que no tiene que ver con
 114 la tarea encomendada.

116 2. Metodología o desarrollo

117 Las estrategias didácticas diseñadas a partir del modelo del aula invertida se
 118 implementaron en dos diferentes grupos el primero estaba constituido por 12
 119 hombres y 14 mujeres; el segundo grupo eran 15 hombres y 7 mujeres entre las
 120 edades de 16 a 18 años que cursaban la asignatura de Física II en el tercer semestre
 121 en la ENCCH del plantel Vallejo turno vespertino.

122 En este caso se implementó el aula invertida para los temas de notación científica en
 123 operaciones de suma, resta, multiplicación y división ya que los alumnos presentan
 124 deficiencias en estos aprendizajes y aunque ya fueron revisados en la materia de
 125 matemáticas I y lo han trabajado en otros niveles aún existen muchas dudas e
 126 incluso en el momento de ingresar los datos a la calculadora lo hacen de manera
 127 errónea. Dentro del mismo orden ideas en la fig. (2) muestra el desarrollo de clase
 128 aplicando el modelo del aula invertida.

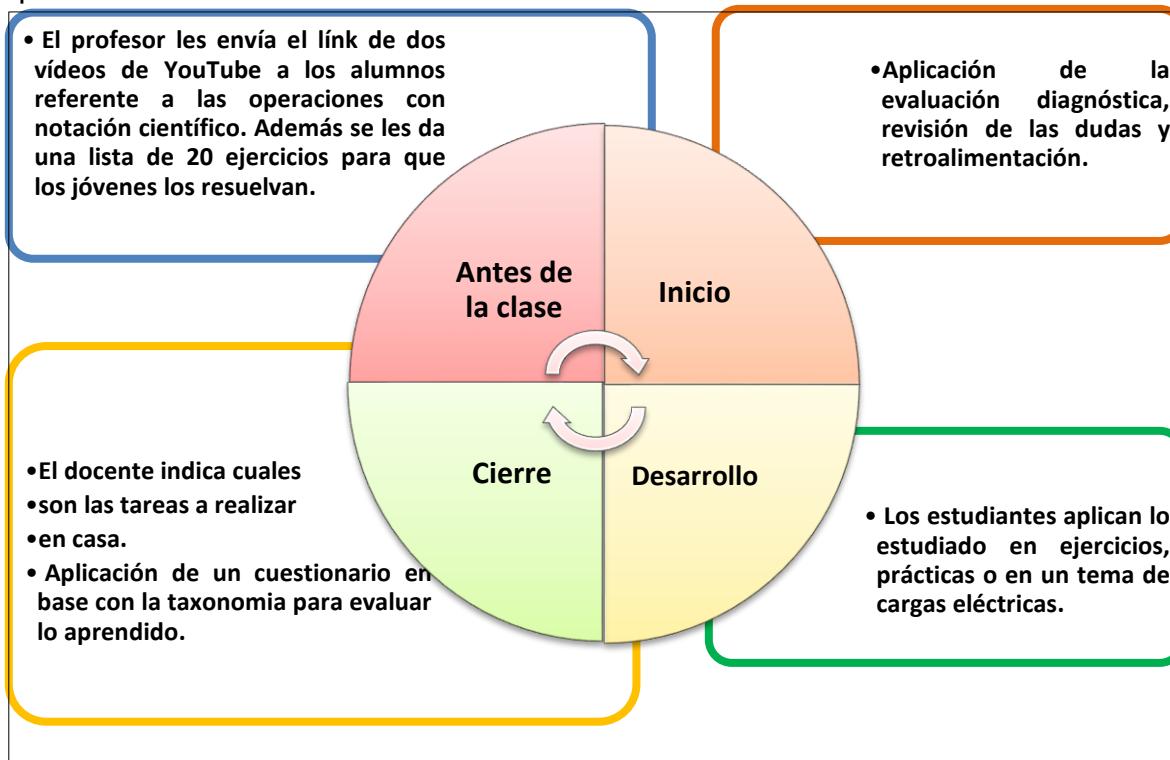


Fig. (2) Desarrollo de la clase aplicando el modelo del aula invertida.
 Fuente: Adaptado de Monroy & Monroy (2019)

133
 134 Se diseñó un cuestionario con cada una de las fases de la taxonomía SOLO como su
 135 muestra la tab. (1). El cual, se aplicó antes y después de la aplicación de la
 136 metodología del aula invertida.

137

138

139 **Tab. (1) Ejemplo de preguntas del cuestionario implementado con los estudiantes basados en**
 140 **la taxonomía SOLO.**

141

| Etapa de la taxonomía SOLO | Ejemplo de preguntas |
|-------------------------------------|---|
| UNI-ESTRUCTURAL | ¿Qué es la notación científica? ¿Qué significa un exponente positivo? ¿Qué significa un exponente negativo? |
| MULTIESTRUCTURAL | Escribe las leyes de los exponentes |
| RELACIONAL | ¿Qué relación existe entre las leyes de los exponentes y las operaciones con notación científica? |
| ABSTRACTA AMPLIADO | ¿Considera que la notación científica es útil en la vida cotidiana? Justifica tú respuesta |

142

2. Resultados y análisis

143

144 Los resultados obtenidos por los estudiantes al aplicar los cuestionarios se muestran
 145 en la tab. (2).

146

147

148 **Tab. (2) Resultados de Nivel de entendimiento alcanzado por los alumnos de acuerdo con la**
 149 **taxonomía SOLO**

150

| Temática | Nivel de entendimiento | Número de alumnos (Antes) | | Número de alumnos (Después) | |
|----------------------------|------------------------|---------------------------|-----------|-----------------------------|-----------|
| | | Hombres | Mujeres | Hombres | Mujeres |
| Notación científica | Uni estructural | 12 | 6 | 8 | 3 |
| | Multiestructural | 9 | 6 | 5 | 4 |
| | Relacional | 6 | 8 | 11 | 9 |
| | Abstracta | 0 | 1 | 3 | 5 |
| Total | | 27 | 21 | 27 | 21 |

151

152 A partir de los resultados mostrados en la tab. (2) en donde se muestra la diferencia
 153 de los niveles de entendimiento alcanzados por los estudiantes antes y después de
 154 usar el aula invertida; se puede aludir que en términos generales los alumnos
 155 después de trabajar el modelo del aula invertida mostraron mejores niveles de
 156 comprensión incluso algunos fueron capaces de generalizar los conceptos y
 157 relacionarlos con su contexto, dado que con el enfoque del aula invertida ellos

158 estudian con anticipación el tema y si no les quedo claro con los videos enviados por
159 el profesor pueden investigar y elegir otros materiales lo cual les permite aprender a
160 partir de sus intereses, tiempos, estilos y tipos de aprendizaje.

161

162 **4. Conclusiones**

163

164 De acuerdo con los resultados obtenidos se puede concluir que el aula invertida
165 influye en el nivel de entendimiento que alcanzan los alumnos, si bien es cierto que
166 con la implementación del aula invertida los estudiantes son capaces de lograr
167 niveles de la fase cualitativa de la taxonomía SOLO, es necesario mencionar que al
168 principio los alumnos se resisten con respecto a este modelo ya que deben dedicar
169 tiempo extra clase, no obstante, al observar que comprendían el tema y que incluso
170 eran capaces de explicarles el tema a otros compañeros se incrementó su
171 participación y la motivación para trabajar de esta forma.

172

173 En conclusión, el modelo del aula invertida promovió el trabajo colaborativo en los
174 alumnos, mejora la calidad del aprendizaje, puesto que los estudiantes eran capaces
175 de recordar, hacer listados, de relacionar y aplicar lo aprendido en su entorno.

176

177 **Índice de referencias**

178

- 179 • Bergmann, J. & Sams, A. (2012). *Flip Your Classroom: Reach Every Student*
180 *in Every Class Every Day*. USA: International Society for Technology in
181 Education.
- 182 • Biggs, J. (2005). Calidad del aprendizaje universitario. España: Narcea.
- 183 • Garzón, M. L. (2016). Dándole la vuelta a nuestra clase de Ciencias Naturales.
184 Proyecto de “Flipped Classroom” para apoyar el aprendizaje científico.
185 Recuperado el 25 de enero del 2020 de: <http://hdl.handle.net/123456789/4829>
- 186 • Merla, A. E. & Yañez, C. G. (2016). El aula invertida como estrategia para la
187 mejora del rendimiento académico. *Revista mexicana de bachillerato a*
188 distancia, 8(16), 68-78.
- 189 • Monroy M., Monroy, P. (2019). El aula invertida versus método tradicional: En
190 la calidad del aprendizaje. *Revista electrónica sobre, ciencia y tecnología y*
191 sociedad, 6(11).
- 192 • Mora, B. F. & Hernández, C.A. (2017). Las aulas invertidas: Una estrategia
193 para enseñar y otra forma de aprender Física. *INVENTUM*, 12(22), 42-51.
- 194 • Prevalla, B. & Uzunboylu, H. (2019). Flipped Learning in Engineering
195 Education. *TEM Journal*, 8(2), 656-661.
- 196 • Reyes, M.E.; Dzul, J.B. & Melken, E. M. (2019). El aula invertida transforma el
197 proceso de enseñanza-aprendizaje de estudiantes normalistas. *RECIE. Revista Electrónica Científica de Investigación Educativa*, 4(2), 1247-1258.

- 199 • Rodríguez, W. H. & Fernández, F. (2018). Uso de la taxonomía SOLO en
200 situaciones de muestreo: un ejemplo de aplicación. *Revista didáctica de las*
201 *matemáticas*, 98, 105-116.
202 • Suárez, J. C. (2017). Importancia del uso de recursos didácticos en el proceso
203 de enseñanza y aprendizaje de las ciencias biológicas para la estimulación
204 visual del estudiantado. *Revista Electrónica Educare*, 21(2), 1-18.
205 • Vidal, M., Rivera, N., Nolla, N., Morales, I.R. & Vialart, M.N. (2016) Aula
206 invertida, nueva estrategia didáctica. *Educación Médica Superior* 30.3 (2016):
207 678-688.

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

LA ASIMILACIÓN DE LOS CONCEPTOS MATEMÁTICOS

Víctor M. Córdoba Lobo^{*,1}, José Garzón Arias², Ana María Lagunes Toledo³

^{1,2,3}U. P. I. I. C. S. A. del Instituto Politécnico Nacional. Te 950, Col. Granjas México,
Alcaldía Iztacalco, CP 08400.

DP-PODP018

Resumen

En este trabajo se analiza la asimilación de los conceptos matemáticos entendiendo como concepto el reflejo de una clase de individuos, procesos, relaciones de una realidad objetiva sobre la base de sus características invariantes los cuales se van a asimilar e incorporarse al conocimiento previo siendo este el proceso por medio del cual el hombre refleja en su cerebro las características del mundo circundante.

Possiblemente no se incorporen totalmente como son en realidad sino al modo y manera de quien los recibe ya que cualquier estudiante de Matemáticas tiene la capacidad de razonar adecuadamente si es que se ha logrado despertar su interés, si los conceptos no son asimilados adecuadamente el nuevo conocimiento simplemente se incorporara a conocimientos anteriores y serán utilizados de forma automática.

En la educación escolar básica, de 1º a 3º año los conceptos matemáticos son asimilados de forma automática sin razonarlos, de 4º a 6º año comienzan a ser razonados pero la asimilación sigue siendo de forma automática (memorizando), en la educación media es cuando los conceptos matemáticos comienza a tener un significado ya que el campo de acción deja de ser las operaciones básicas (suma, resta de quebrados, divisiones etc.) y comienzan a adquirir otra connotación.

Finalmente en la educación superior los conocimientos adquiridos tienen una mayor profundidad y es entonces cuando el proceso de enseñanza y aprendizaje adquiere un sentido único pues dependerá de la habilidad del docente que los nuevos conceptos matemáticos sean asimilados y se logre un aprendizaje significativo

Palabras clave: Asimilación, concepto, incorporara, educación, enseñanza, aprendizaje

1. Introducción

Aunque es difícil de creer, la asimilación de los conceptos matemáticos no tiene ninguna relación con la “inteligencia” como se podría suponer en primera instancia, si se le ha asignado una colocación, el hemisferio derecho del cerebro que supuestamente controla los aspectos científicos así como el hemisferio izquierdo controla el área humanística, pero el hecho de que se sepa la localización física esto no implica que también se conozca su funcionalidad, la asimilación de los conceptos matemáticos también se le ha querido relacionar con la herencia con base en que si los padres tienen un alto IQ como consecuencia los hijos también.

^{1*}Autor para la correspondencia. E-mail: vmcl_1@hotmail.com

42 Este hecho no es aplicable tal cual pues Charles Spearman (Spearman, C. 1927)
43 demostró que este hecho no es automático pues la supuesta herencia de genes tiene
44 dos aspectos uno 100% genético (Factor "G") que es donde si influyen los padres
45 heredándolo a los hijos y el otro 100% operativo (Factor "S"), este no es hereditario,
46 se adquiere o mejor dicho se desarrolla con base al entorno donde se desarrolla el
47 individuo.

48 Lo usual es que los hijos se desarrollen en el ambiente de los padres y por
49 consecuencia adquieran una cultura del medio circundante pero si el ambiente es
50 proclive a un desarrollo matemático esto no implica que los hijos necesariamente
51 adquirirán también una cultura matemática posiblemente si se desarrollen
52 intelectualmente pero quizás en un área afín pero distinta.

53 La enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas es un tema muy debatido desde
54 tiempos ancestrales, antiguamente éste proceso consistía en la memorización y
55 repetición de los conceptos matemáticos, se creía que este método era el adecuado
56 para imbuirle al alumno primero las tablas matemáticas para posteriormente aplicar
57 poco a poco ese supuesto conocimiento adquirido por la repetición.

58 Esto es válido en virtud de que los alumnos de la educación básica en sus inicios no
59 traen dentro de sus conocimientos lo referente a los conceptos matemáticos como
60 tales sino más bien como algo que se graba con base a la repetición constante sin
61 posibilidades de desarrollarse de forma autónoma, es hasta la enseñanza media
62 cuando se comienza a adquirir nuevos conocimientos y es cuando se les relaciona
63 con conceptos anteriores y comienza a tener un significado tanto lo nuevo como lo
64 anterior.

65 Las Matemáticas en sí mismas son totalmente intangibles no así como otras materias
66 como por ejemplo la Física donde los conceptos están íntimamente relacionados con
67 situaciones reales que aunque el alumno nunca haya presenciado en la vida real el
68 fenómeno físico que se está exponiendo en clase éste tiene la capacidad de
69 visualizar lo que se muestra no así con los conceptos matemáticos pues lo más que
70 se puede lograr es que los asimile y relacione con los anteriores pero el verdadero
71 entendimiento de los conceptos asimilados ocurrirá hasta que haya necesidad de
72 aplicarlos a una situación real en el lugar donde labora.

73 Por ejemplo un alumno egresado de ciencias en especial el área de Matemáticas si
74 logra laborar en el departamento de por decir algo diseño, y se le presenta el
75 problema de encontrar el volumen de un furgón de ferrocarril que trasporta un fluido
76 líquido como lo muestra la fig. (1).

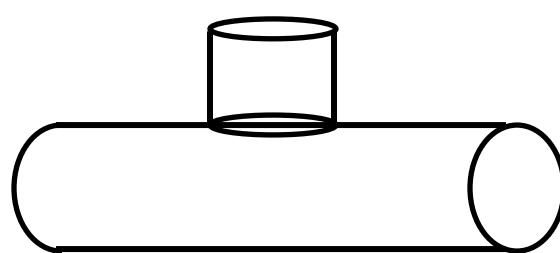


Fig. (1) furgón contenedor de un fluido

85 Tenderá a sumar los dos volúmenes:

86

87 Fórmula $V = \pi R^2 h$ totalmente abstracta - - - - (1)

88

89 Una vez para el cuerpo del furgón y otra vez para la "chimenea" aplicación de
90 conocimientos de matemáticas asimilados durante su paso por la escuela con lo que
91 cometerá un error pues está omitiendo el volumen parabólico generado por la unión
92 de la chimenea con el cuerpo cilíndrico sin embargo una vez detectado el faltante
93 podrá aplicar a una situación real los conceptos matemáticos asimilados por lo que
94 estará capacitado para obtener la solución al problema:

95

96 Volumen total = Volumen del cilindro + volumen de la chimenea + volumen de la
97 unión.

98

99 Al enfrentar este problema utilizando como herramienta las Matemáticas de tal forma
100 que sea posible emitir un resultado con base a conocimientos asimilados
101 preexistentes y adaptarlos a conocimientos nuevos de tal forma que mediante un
102 razonamiento lógico se llegue a una solución real y verdadera todo esto con base en
103 un conocimiento matemático ya que éste es la tendencia en los individuos que les
104 permite responder a una problemática reflexionando y construyendo acciones,
105 procesos y objetos matemáticos a fin de manejar la situación existente (Dubinsky
106 1996)

107 Este hecho nos lleva a expresar sin que sea una definición al **concepto** como una
108 forma de pensamiento abstracto que nos refleja los indicios de una clase de objetos
109 homogéneos que separados no tienen gran significado pero que son imprescindibles
110 ya que juntos son necesarios y suficientes para poder distinguir un concepto de los
111 demás.

112 Entre dos conceptos sobre el mismo tema, existe una relación de subordinación
113 cuando entre ellos existe la siguiente dependencia:

114 Los caracteres esenciales del primer concepto ya asimilado constituyen solo una
115 parte de los caracteres esenciales del segundo, el cual tiene además de dichos
116 caracteres algunos otros pero la extensión del segundo concepto cae por completo
117 dentro del primer concepto lo cual permite relacionarlos significativamente, al
118 concepto de mayor extensión se le llama concepto superior y al de menor extensión
119 concepto subordinado.

120 La asimilación según Jean Piaget es el proceso mediante el cual agregamos nueva
121 información a nuestra base de conocimientos existente a veces reinterpretando las
122 nuevas experiencias para que se ajusten a la información preexistente.

123 En general, la asimilación es un proceso cognitivo mediante el cual la información
124 exterior se codifica y trasforma con el fin de producir modificaciones o bien
125 reestructuraciones a nuestros conocimientos previos

126 En el proceso de asimilación de los conceptos matemáticos, el docente juega un
127 papel preponderante ya que obedece al lenguaje corporal de éste pues si presenta

128 una actitud negativa hacia el grupo generará una respuesta negativa de baja
129 motivación en el estudiante dando como consecuencia una escasa o nula asimilación
130 del concepto si por el contrario expone su cátedra con una actitud de gusto
131 mostrando interés por que los conceptos vertidos se entiendan se generará una
132 actitud positiva con una alta motivación y disposición por aprender Matemáticas
133 (Relich y Way, 1994)

134 Para la asimilación de los conceptos en particular los matemáticos, es necesario
135 expresarlos de tal forma que los alumnos entiendan y les encuentren su razón de ser
136 en ese momento el aprendizaje de ese concepto tiene un nuevo significado para él
137 (aprendizaje significativo) con lo cual se incorpora a los conocimientos previos y en
138 ese momento se está en posibilidades de adaptar los conocimientos nuevos a los
139 previos lo que facilita la asimilación.

140 Las Matemáticas como tales son un tema totalmente abstracto lo curioso es que su
141 aplicación es totalmente real por ejemplo el cálculo del volumen de un furgón de
142 ferrocarril que transporta petróleo

143

144 Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

145 2. Metodología

146

147 Asimilación de conceptos matemáticos.

148 Dado que es prácticamente imposible cuantificar la asimilación de los conceptos
149 matemáticos en el sujeto de estudio es necesario intuirlo relacionándola con el
150 rendimiento en Matemáticas con base a la premisa siguiente:

151

- 152 • Si un alumno ha asimilado los conocimientos matemáticos previos de tal
153 manera que el docente logre un aprendizaje significativo en él, esto se
154 observará reflejado en el promedio reportado en la materia al final del curso.

155

156 Para poder formar un juicio sobre este hecho se formuló un cuestionario con
157 preguntas cerradas para ser aplicado a los alumnos de primer y segundo semestre
158 de la carrera Licenciado en Administración de la UPIICSA del IPN y con base a las
159 respuestas obtenidas se construyó una matriz de datos para poder comparar dichos
160 resultados con el promedio final reportado al final del curso, cabe hacer la aclaración
161 de que una investigación se efectúe con los reportes del expediente de los alumnos
162 sería una invasión a la privacidad individual se tuvo que confiar en la veracidad de
163 las diferentes respuestas tomando en cuenta que como los cuestionarios no son
164 nominativos no existía razón alguna para que el educando no fuera verás².

165 El proceso estadístico utilizado fue el coeficiente de correlación de Pearson (Murray
166 R. Spiegel. 1970).

167

² Referente al cuestionario, esta disponibles previa solicitud al correo del autor, vmcl_1@hotmail.com

168 **3. Resultados.**

169

170 Para efectos de esta investigación se tomaron alumnos que cursan la Licenciatura en
171 Administración Industrial en la Unidad Profesional Interdisciplinaria de Ingeniería y
172 Ciencias Sociales (UPIICSA) del Instituto Politécnico Nacional, este escogimiento se
173 realizó con base a la Leyenda Urbana que reza “estudio contabilidad porque no lleva
174 Matemáticas” lo cual es falso pues dada la interdisciplinariedad de la escuela las
175 Matemáticas son un tronco común a todas las carreras.

176 El cuestionario tiene muchos aspectos a considerar es prácticamente imposible
177 considerar en los resultados todos ellos por lo cual se optó por hacer un
178 escogimiento de lo más significativo y plasmarlo en el renglón de resultados
179 obtenidos, haciendo la petición de que si alguien está interesado en conocer a detalle
180 tanto el cuestionario como los resultados los solicite al correo personal especificado
181 en esta ponencia.

182 El primer punto a investigar fue el estado anímico del alumno del 1^{er} semestre de la
183 carrera con la finalidad de conocer si el hecho de saber que se tiene que cursar
184 matemáticas causaba una depresión y en caso de ser así a que nivel y como
185 consecuencia si esto afecta la asimilación de los conceptos matemáticos
186 obteniéndose los siguientes resultados:

187

188 **Estado de animosidad VS Rendimiento en Matemáticas**

189

190 Por lo que respecta a esta variable el alumno al momento de aplicar el instrumento
191 se consideró que tenía:

192 Un estado común y corriente sin miedo a las Matemáticas y sin inhibiciones (normal)
193 si veía a las Matemáticas como una materia más

194 Un estado ligeramente alterado (leve) si manifiesta que las Matemáticas le generan
195 cierta inquietud

196 Un estado moderadamente alterado (moderado) si le preocupa su desempeño en
197 Matemáticas

198 Un estado altamente alterado (grave) si las Matemáticas le causan temor y las
199 rechaza.

200

201

202

203

204

205

206

207

208

209

210

211 Esta característica se acota en la siguiente tabla.

212

213

214

215

Tab. 1 Estado anímico y rendimiento

| TIPO GEN | 1er. Sem. | 2º. Sem. | 4º. Sem. | GRADO DE CAUSALIDAD % | | |
|----------|-----------------------|--------------------------|------------------------|-----------------------|------|------|
| | 2015-2019 | 2014-1018 | 2013-2017 | | | |
| NORMAL | C _c =0.701 | C _c = - 0.122 | C _c = 0.701 | 49.1 | 1.4 | 49.1 |
| LEVE | C _c =0.353 | C _c =0.478 | C _c =0.353 | 12.4 | 22.8 | 12.4 |
| MODERADA | C _c =0.114 | C _c = - 0.23 | C _c =0.144 | 1.3 | 5.3 | 2.0 |
| GRAVE | C _c =0.299 | C _c =0.0 | C _c =0.299 | 8.9 | 0 | 8.9 |

216 **Fuente: Matriz de resultados**

217 *Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas*

218

219

NIVEL ACADÉMICO DE LOS PADRES

220 El nivel académico de los padres puede ser fuente de motivación para lograr un buen
 221 rendimiento escolar, pero también puede ser un causal de una presión que genere lo
 222 contrario, lo cual puede ser dilucidado con la información vertida en la siguiente tabla.

223

224

225

226

227

Tab. 2 Nivel académico del padre y rendimiento del alumno

| NIVEL ESCOLAR | CANTIDAD (%) | PROMEDIO EN MATEMÁTICAS |
|---------------|--------------|-------------------------|
| PRIMARIA | 13 | 7.25 |
| SECUNDARIA | 40 | 7.1 |
| BACHILLERATO | 23 | 7.3 |
| LICENCIATURA | 20 | 7.5 |
| POSGRADO | 4 | 8.3 |

228 **Fuente: Matriz de resultados**

229

240

241

242

243

244

245

246

Tab. 3 Nivel académico de la madre y rendimiento del alumno

| NIVEL ESCOLAR | CANTIDAD (%) | PROMEDIO EN MATEMÁTICAS |
|---------------|--------------|-------------------------|
| PRIMARIA | 10 | 6.6 |
| SECUNDARIA | 50 | 7.2 |
| BACHILLERATO | 27 | 7.4 |
| LICENCIATURA | 10 | 7.6 |
| P. GRADO | 3 | 7 |

Fuente: Matriz de resultados

257

258

259

Tab. 4 Apoyo familiar VS. Rendimiento en Matemáticas

| GENERACIÓN | 1er. Sem. | 2º. Sem. | 4º. Sem. | GRADO DE CAUSALIDAD % | | |
|------------|---------------|----------------|----------------|-----------------------|-----|-----|
| 2015-2019 | 2014-1018 | 2013-2017 | | | | |
| PAPÁ | $C_c = 0.29$ | $C_c = 0.08$ | $C_c = -0.026$ | 8.4 | 0.6 | 0.0 |
| MAMÁ | $C_c = 0.082$ | $C_c = -0.093$ | $C_c = 0.031$ | 0.6 | 0.8 | 0.0 |

Fuente: Matriz de resultados

260

261

262

Conclusiones

263

Después de un análisis de la matriz de resultados se intuye que para que el aprendizaje en el alumno sea significativo, los conceptos expuestos por el docente deben de ser claros precisos y lo principal se debe motivar al alumno de tal forma que los conceptos nuevos se puedan incorporar a su “entendimiento” de tal forma que se procesen como un todo.

264

La parte que corresponde al docente es susceptible de corregirse y/o modificarse para que se logre en toda la extensión de la palabra un aprendizaje significativo.

265

La parte correspondiente al alumno solo se puede modificar si el docente emplea alguna técnica para impartir su clase de tal forma que se pueda motivar al alumno sin algún tipo de motivación es difícil si no imposible que éste asimile los conceptos vertidos por el docente.

266

267

268

269

270

271

272

273

274

275

276

277

278

279

280 **Bibliografía**

281

282 Libros

- 283 • Dubinsky, E. (1996). *Aplicación de la perspectiva piagetiana a la Educación*
284 *Matemática Universitaria. Educación Matemática*, 8(3), 24141.
- 285 • Relich, J. y Way, J. (1994). *Measuring pre-service teachers attitudes to*
286 *mathematics: further developments of a questionnaire*. En J. P. Da Ponte
- 287 • Spearman. C. (1927). *The abilities of man, their nature and measurement*.
288 New York. Macmillan Co.
- 289 • Spiegel M. (1970). *Estadística*. Ed. McGraw-Hill
- 290

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

CÁLCULO DE FACTIBILIDAD DE PARQUE EÓLICO EN LA MONTAÑA NORTE DE VERACRUZ

Castillo Sánchez Martín D^{1*}, Velázquez Vázquez María de Jesús, Rivas Martínez

Juan Daniel

Instituto Politécnico Nacional, ESIME Zacatenco. Unidad Profesional “Adolfo López Mateos”, Col. Lindavista, C.P. 07738, Alcaldía Gustavo A. Madero, CDMX. Edif. 2.

AP-POAV019

Resumen

El objetivo de este trabajo de investigación comprende sólo las etapas de análisis y obtención de datos del recurso eólico presente en una zona del norte de Veracruz, así como el análisis de la generación eléctrica por medio de aerogeneradores para aprovechar este recurso. Realizando una propuesta de implementación de un parque eólico de 24 MW en la zona mencionada. Se demuestra que la zona mencionada cuenta con un gran potencial de recurso eólico y que, mediante los cálculos obtenidos a una altura de 80 m, la factibilidad eólica es propicia para la utilización de una fuente de energía inagotable como el viento. Asimismo, se propone un tipo de aerogenerador que explota efectivamente el flujo del viento de la región. Con la obtención del factor de carga anual por cada aerogenerador se demuestra la eficiencia total del parque eólico y tomando en cuenta el pago por cada kWh de generación eléctrica producido por la energía eólica se demuestra el proyecto es viable.

Palabras clave: Eólico, renovable, aerogeneración, factibilidad.

1. Introducción

La energía es un factor indispensable para el desarrollo y el progreso de una sociedad. La fuerza del viento ha sido utilizada por la humanidad desde las épocas más remotas de su historia, primero para el transporte de personas y mercancías a través de los mares en barcos de vela y luego, mediante mecanismos algo más complejos, para la molienda de granos y el bombeo de agua. Al paso del tiempo la tecnología de las máquinas eólicas ha evolucionado hasta un punto tal que en nuestros días constituye una opción importante para la generación de electricidad a gran escala. México cuenta con un gran potencial eólico, pero aún hace falta investigar más a detalle ciertas zonas del país en las que el recurso del viento es óptimo para la implementación de parques eólicos y que aún no se tienen contempladas en las proyecciones a futuro, por lo que mediante herramientas de prospección eólica digitales puede ampliarse el panorama sobre determinadas zonas y saber la factibilidad antes de una campaña de medición eólica, y con ello determinar si la región es óptima para la implementación de una central eólica, para así aumentar la generación eléctrica y de esa manera poder contribuir a la generación mediante fuentes de energías renovables. Dicho lo anterior es por lo que

¹ Autor para la correspondencia. E -mail: avinfer@hotmail.com, Tel. 57296000, Ext. 54645

44 el objetivo de este trabajo de investigación es el estudio de factibilidad eólico-
45 eléctrico viable en la región de la montaña norte de Veracruz, la cual es una zona en
46 donde el recurso eólico es factible y del cual aún no se tiene contemplado una
47 posible implementación de un parque eólico.

48

49 Mediante herramientas de prospección eólica digitales como la NREL y la NASA se
50 recolectaron datos tales como la velocidad del aire a una determinada altura y que
51 permitieron realizar la selección de un tipo de aerogenerador que aproveche en su
52 totalidad las condiciones eólicas de la zona.

53 La energía eólica tiene un enorme impacto social. Los beneficios medioambientales
54 de esta tecnología juegan un importante papel, ya que, al generar energía eléctrica a
55 partir de fuentes de energía limpia, logran una reducción significativa de emisiones
56 de gases de efecto invernadero asociadas a la generación eléctrica. Así mismo, la
57 instalación de parques eólicos en áreas rurales del país, donde las principales
58 actividades económicas son la agricultura y ganadería, genera un ingreso adicional
59 para los propietarios de las tierras utilizadas, sin afectar su actividad tradicional. La
60 instalación de parques eólicos genera empleos y una derrama económica en las
61 regiones en las que se desarrolla, motivada tanto por el incremento en los ingresos
62 de un gran número de familias como por los proyectos de Responsabilidad Social de
63 las empresas. Los aerogeneradores son capaces de transformar el empuje del viento
64 en energía mecánica de rotación. Esta permite hacer girar al rotor en el interior de un
65 estator, en lo que se conoce como generador eléctrico. El sistema de conversión del
66 empuje del viento a electricidad, en esencia comprende un generador eléctrico,
67 accionado por el movimiento de las palas, sistemas de control y conexión eléctrica,
68 ya sea a la red o al punto de consumo.

69 Un aerogenerador o turbina eólica es una máquina que cuenta con diversos sistemas
70 mecánicos, eléctricos, electrónicos y estructurales que le permiten cumplir su
71 función. Los componentes de un aerogenerador se pueden clasificar en elementos
72 internos o externos, siendo los componentes internos todos aquellos que se
73 encuentran dentro de la góndola y la torre, y externos, todos los que pueden
74 apreciarse en el exterior.

75 En la fig. (1), se muestran los principales subsistemas de un aerogenerador de eje
76 horizontal.

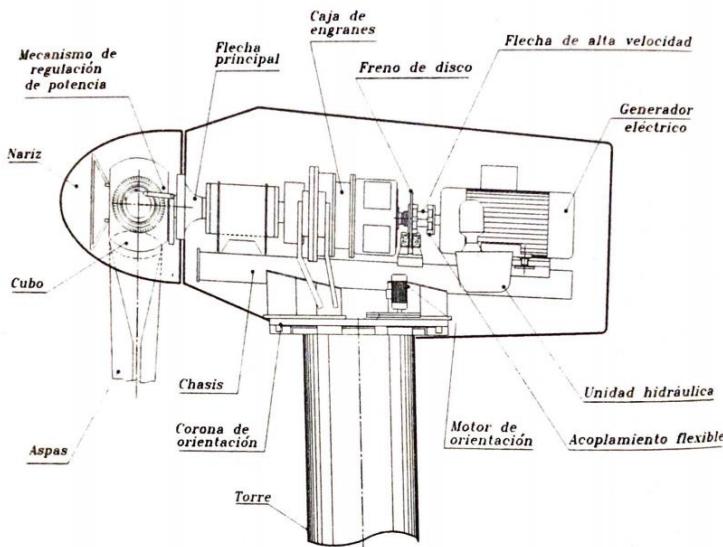


Fig. (1) Partes de un aerogenerador [Adaptada de (Borja Díaz, y otros, 1998)]

2. Metodología o desarrollo

2.1 Emplazamiento

El lugar en el cual se propone el emplazamiento del parque eólico cuenta con una parcela de terreno montañoso de 6.53 km², una altitud de 1430 m fig. (2) y se ubica en Veracruz cuyas coordenadas son:

Latitud: 18° 49'16" NORTE

Longitud: 97° 10'4" OESTE

2.2 Criterios para elección del emplazamiento

Los principales criterios a tener en cuenta para la elección del terreno donde se propone la implementación del parque eólico son la orografía del terreno, el impacto ambiental y la proximidad a la red eléctrica. En las cercanías a la ubicación del parque se encuentra una subestación de CFE para la interconexión a la red de la energía generada, la cual se encuentra a una distancia en línea recta de 2.311 km ver fig. (3), en dicha localización no hay proximidad de inmuebles de aspecto cultural o alguna zona considerada como reserva ecológica o de protección para determinadas especies. Por lo que la propuesta de dicho emplazamiento se considera adecuada para la instalación de un parque eólico.

100

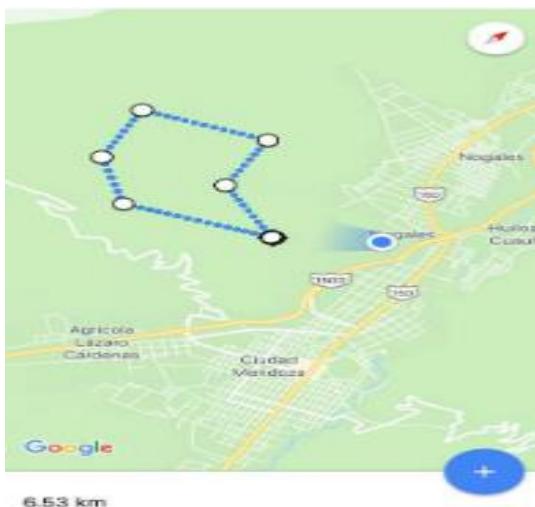


Fig. (2) Lugar de emplazamiento

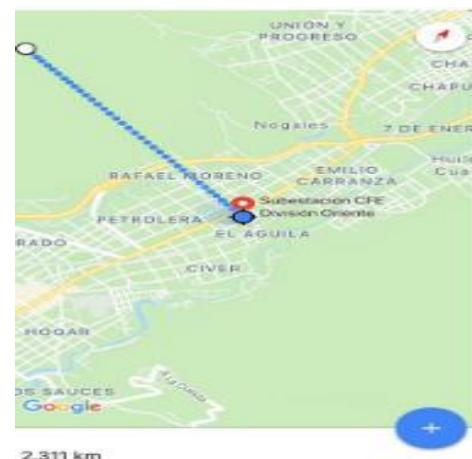


Fig. (3) Distancia de la subestación al lugar propuesto.

101 2.3 Estudio del recurso eólico

102

103 La obtención de los parámetros eólicos de la zona propuesta para la implementación
 104 del parque se realizó a partir de la siguiente forma: para obtener la dirección
 105 predominante del viento en la zona, se obtuvieron los datos registrados por la NASA
 106 a una altura de 50 m dado que es la única altura en la que se presentan dichos
 107 datos; para la obtención de la velocidad del viento a diferentes alturas se tomaron en
 108 cuenta los registros del NREL (tab. 1), con la finalidad de realizar la propuesta más
 109 óptima a partir de las diferentes velocidades del viento y de esa manera provechar la
 110 mayor cantidad del mismo y obtener la mayor generación de energía eléctrica. Se
 111 seleccionó la velocidad de 7,73 m/s registrada a 80 m, y una dirección predominante
 112 del viento del Este (tab. 2), con dicha velocidad se realizaron los cálculos
 113 correspondientes para la propuesta del aerogenerador.

114

Tab. 1 Medición y dirección del viento a 50m en el transcurso de un año

| Meses | Parámetros | |
|------------|------------|-----------|
| | Velocidad | Dirección |
| Enero | 3.53 | 74.42 E |
| Febrero | 3.73 | 83.06 E |
| Marzo | 3.84 | 113.54 SE |
| Abril | 3.55 | 106.42 SE |
| Mayo | 3.42 | 81.52 E |
| Junio | 3.82 | 77.90 E |
| Julio | 4.23 | 76.80 E |
| Agosto | 4.16 | 72.94 E |
| Septiembre | 4.06 | 66.14 E |
| Octubre | 4.06 | 60.02 E |
| Noviembre | 3.85 | 60.19 E |
| Diciembre | 3.45 | 69.60 E |
| Promedio | 3.81 | 73.20 E |

Tab. 2 Medición de la velocidad del viento a diferentes alturas

| Altura (m) | Velocidad del viento a la altura elegida (m/s) |
|------------|--|
| 40 | 6,90 |
| 80 | 7,73 |
| 100 | 7,91 |
| 120 | 8,06 |

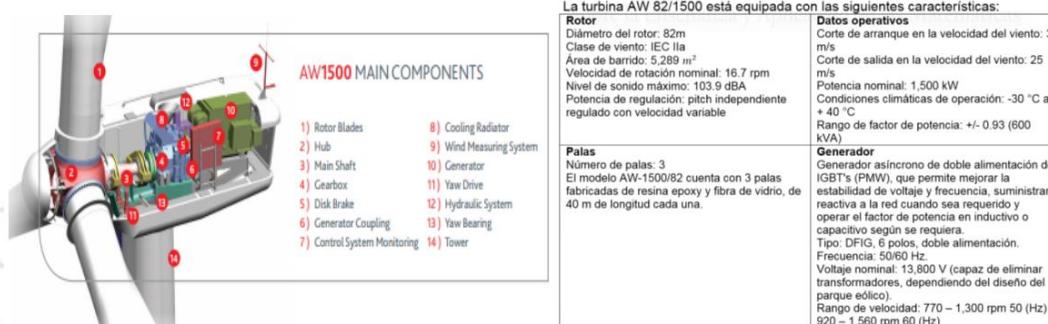
115

116 2.4 Selección del aerogenerador

117

118 Con base a las diferentes velocidades obtenidas a distintas alturas en el NREL para
 119 la región de estudio, se seleccionó el tipo de aerogenerador que se propone instalar
 120 en el parque, el cual es un modelo Acciona AW-1500/82®, suministrado por la
 121 multinacional Acciona. Esto debido a que la altura propuesta de instalación es de 80
 122 m y dicho modelo de aerogenerador cumple con tal requerimiento. La fig. (4),
 123 muestra un esquema del modelo AW-1500/82, con sus distintos componentes.

124



125

126 Fig. (4) Esquema del aerogenerador AW-1500/82 [Adaptada de
 127 (<https://accionacorp.blob.core.windows.net,s.f.>)].

128

129 Para el caso del sitio donde se propone la instalación de aerogeneradores del
 130 modelo AW-1500/82, se pudo obtener la potencia disponible P_d a partir de la
 131 ecuación 1, de la energía cinética:

$$132 P_d = \frac{1}{2} (1.225 * 5,289 * 7,73^3) \quad (1)$$

$$133 P_d = 1,496.298 \text{ kW}$$

134 Se tiene que la potencia disponible es según la ecuación 2:

$$135 C_p = \frac{1}{2} (1 + 0.1) (1 - 0.1^2) \quad (2)$$

$$136 C_p = 0.544$$

137 C_p depende del tipo de rotor, de su velocidad de giro y de la velocidad del viento.

138 La densidad de potencia o potencia específica se define como la potencia obtenida
 139 por unidad de área barrida por el rotor y viene dada por la ecuación 3.

$$140 \frac{P}{A} = C_p \left(\frac{P_d}{A} \right) = \frac{1}{2} C_p \rho v^3 \quad (3)$$

141 En donde:

142 P: potencia en el eje del rotor del generador (W).

143 A: área barrida por el rotor del generador (m^2).

144 ρ : densidad del aire en las condiciones de presión y temperatura del viento (kg/m^3).

145 v: velocidad del viento medida a la altura del buje del generador (m/s).

146 C_p : coeficiente de potencia o rendimiento de conversión.

147 Se tiene que la potencia por unidad de área es:

$$148 \frac{P}{A} = (0.544) \left(\frac{1,496.298}{5,289} \right)$$

149 $\frac{P}{A} = 0.153902$

150 La Potencia que se aprovecharía en el eje del rotor del generador es (ec.4):

151 $P = (0.153902) (5,289)$

152 $P = 813.986 \text{ kW}$

153 $P_{max} = \frac{16}{54} \rho A V_1^3 = \frac{16}{27} \left(\frac{1}{2} \rho A V_1^3 \right) = \frac{16}{27} P_d = 0.593 P_d \quad (4)$

154 La potencia máxima teórica (Ec. 5) que podría extraerse es:

155 $P_{max} = (0.593) (1,496.298) \quad (5)$

156 $P_{max} = 887.304 \text{ kW}$

157

158 Mediante el cálculo obtenido a partir de la Ley de Betz, se pudo determinar que la
 159 potencia máxima teórica que se puede extraer de la turbina AW-1500/82 es de:

160 **887.304 kWh**

161 Mediante el coeficiente de potencia (C_p) obtenido calculado, se pudo determinar que
 162 la potencia real en el eje del rotor del generador que se puede extraer es de:

163 **813.986 kWh**

164 Teniendo en cuenta que el parque eólico propuesto es de 16 aerogeneradores, dicho
 165 parque estaría entregando una potencia real de:

166 **13,023.777 kWh.**

167

168

169 2.5 Ubicación de los aerogeneradores

170

171 Para la optimización del aprovechamiento del terreno hay que tener en cuenta el
 172 área con la que se cuenta, que para este caso es de 6.53 Km² Por lo que se propone
 173 un total de 16 aerogeneradores que como se mencionó anteriormente cada uno es
 174 de 1,5 MW por lo que la potencia nominal del parque eólico es de 24 MW. Con esto
 175 podemos mencionar que cada aerogenerador debe instalarse a una distancia de 3
 176 veces el diámetro del rotor para el eje X (240 m entre cada aerogenerador) y 5 veces
 177 el diámetro del rotor para el eje Y (480 m entre cada aerogenerador). Tomando en
 178 cuenta los datos de medición del viento obtenidos por la herramienta de prospección
 179 digital de la NREL, se construyó la tab. 3, en donde se muestra la velocidad
 180 registrada a 80 m de altura por dicha aplicación, la potencia disponible máxima por
 181 aerogenerador y la potencia real aplicando el coeficiente de potencia C_p , que el
 182 aerogenerador AW-1500/82 estaría entregando.

183

184 **Tab. 3 Potencia disponible y real respecto a la velocidad registrada.**

| Altura m | Velocidad registrada (m/s) | Potencia instantánea (kWh) | Potencia real (kWh) |
|----------|----------------------------|----------------------------|---------------------|
| 80 | 7.73 | 1,496.298 | 813.986 |

185

186 Estimado del número de horas de producción anual del parque eólico. Considerando
 187 que el aerogenerador trabajara las 8,760 hrs que tiene el año, se tendría una
 188 potencia anual (Ec. 6) P_A :

$$P_A = (813.986)(8,760) \quad (6)$$

$$P_A = 7\,130\,517.36 \text{ kWh} = 7,130.517 \text{ MWh}$$

191

192 La tab. 4, muestra dicha producción energética anual estimada por cada
 193 aerogenerador.

194

195 **Tab. 4. Producción energética anual estimada por aerogenerador.**

| Altura M | Producción kWh | Horas de producción Hrs | Producción real anual kWh/año | Producción total anual MWh/año |
|-------------|-------------------|-------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|
| 80 | 813.986 | 8,760 | 7,130,517.36 | 7,130.517 |

196

197 La potencia nominal a plena carga del aerogenerador AW-1500/82 se calcula de la
 198 siguiente manera:

199 Potencia nominal máx. = (Potencia nominal de la turbina) (tiempo “1 año”) (hrs)

200

201 Para obtener el factor de carga, la fórmula es la siguiente (Ec. 7):

$$FC = \frac{\text{Potencia anual}}{\text{Potencia nominal máxima}} \times 100 \quad (7)$$

203

204 Sustituyendo valores:

$$FC = \frac{7,130,517.36}{(1,500)(1)(8760)} \times 100$$

$$FC = 54.26\%$$

207

208 Aplicando la fórmula de factor de carga se obtiene una eficiencia del 54.26% por lo
 209 que se puede estimar el número total de horas que trabajaría cada aerogenerador
 210 anualmente:

$$(8,760)(54.26\%) = 4,753 \text{ hrs}$$

212

213 Considerando el número total de horas y la potencia real que estaría entregando
 214 cada aerogenerador, se obtiene la potencia anual de cada turbina:

$$(813.986)(4,753) = 3,868.875 \text{ MWh anuales por aerogenerador}$$

215 Teniendo en cuenta que son 16 aerogeneradores se estima que la producción total
 216 de energía eléctrica del parque sería de:

$$(3,868.875)(16) = 61,902 \text{ MWh anuales del parque}$$

219

220 2.6 Subestación elevadora

221

222 Esta subestación consta de dos redes eléctricas, la primera es subterránea los
 223 niveles de tensión de las líneas de transmisión de MT de cada aerogenerador (13.8
 224 KV), las cuales llegan a un bus conectado al lado de MT de la subestación eleva

225 dichos niveles procedentes de tensión en AT (115 kV), para verterlo a la red eléctrica
226 de distribución más cercana de la CFE (S.E. N. CFE División Oriente), esta segunda
227 red es aérea y se realiza mediante la instalación de 23 postes cónicos de 25 m de
228 altura con una separación de 100 m entre cada uno. La manera más eficiente de
229 evacuar la energía producida por el parque eólico es mediante la AT, dado que de
230 esa manera se disminuyen las pérdidas a causa de caídas de tensión por resistencia
231 y reactancia. El tipo de tableros a los que se conectan cada aerogenerador que se
232 proponen son en SF₆, dado que reducen considerablemente el espacio requerido por
233 los equipos eléctricos, mejoran la estética de la instalación y garantizan unas cortas
234 distancias de aislamiento gracias a la alta resistencia dieléctrica del gas de
235 hexafluoruro de azufre (SF₆). Las características del gas SF₆ permiten la extinción
236 de arcos que puedan llegar a producirse durante la desconexión del parque a la red
237 eléctrica. El tipo de subestación que se propone es de tipo intemperie.
238

239 **3. Resultados y análisis**

240
241 El planteamiento del proyecto contempla un terreno montañoso de 6.53 km a una
242 altitud de 1430 m, de acuerdo a la información publicada se seleccionó una velocidad
243 del viento de 7,73 m/s a una altura de 80 m, y con una dirección predominante del
244 viento del Este, de los catálogos consultados se seleccionó un aerogenerador
245 modelo Acciona AW-1500/82®. Teniendo en cuenta que el parque eólico propuesto
246 es de 16 aerogeneradores, dicho parque estaría entregando una potencia real de:
247 13,023.777 kWh. De estos 16 aerogeneradores que como se mencionó
248 anteriormente cada uno es de 1.5 MW por lo que la potencia nominal del parque
249 eólico es de 24 MW, entonces tendríamos una producción total anual de 7,130.517
250 MWh/año, pero existe un factor de carga que nos refleja una eficiencia de 54.26%
251 por lo que obtendríamos finalmente 61,902 MWh anuales del parque eólico
252 proyectado.

253 **4. Conclusiones**

254
255 En el presente trabajo se desarrollaron los parámetros que comprende un estudio de
256 factibilidad eólico y eléctrico para la zona considerada en Veracruz, con la finalidad
257 de demostrar que dicha región cuenta con un gran potencial eólico que hace factible
258 la futura implementación de un parque eólico. Dicho análisis se realizó mediante la
259 obtención del registro de la velocidad a diferentes alturas en la región utilizando
260 herramientas de prospección eólico digitales como lo fueron la NASA y el NREL,
261 determinando que la altura más factible es a 80 m, lo cual permitió realizar una
262 aportación importante seleccionando al aerogenerador AW-1500/82 de la empresa
263 Acciona Windpower® como el más óptimo a utilizar en la región. Asimismo, teniendo
264 en cuenta el área de la que se dispone en la región de estudio, pudo determinarse la
265 capacidad eléctrica del parque eólico, considerando un total de 16 aerogeneradores
266 del modelo ya mencionado y teniendo una potencia instalada de 24 MW.
267

268 Se obtuvo la potencia anual y la potencia nominal máxima, con lo cual se determinó
269 el factor de carga por aerogenerador para así conocer su potencia anual real y por
270 consecuencia la de todo el parque eólico.

271 Es importante mencionar que un estudio de factibilidad completo para la
272 implementación de un parque eólico implica más parámetros a tener en cuenta, por
273 lo que se proponen los siguientes trabajos a realizar en la zona para complementar
274 los resultados aquí presentados: Campaña de medición eólica, Estudio de Ingeniería
275 civil, Impacto ambiental.

276

277 Índice de referencias

278

- 279 [1] Villarubia López, M. (2013). Ingeniería de la Energía Eólica. México: Alfaomega
280 [2] Enríquez Harper, G. (2012). El ABC de las instalaciones eléctricas en sistemas
281 eólicos y fotovoltaicos. México: Limusa.
282 [3] Guillen Solís, O. (2015). Energía Eólica para generación eléctrica. México. Trillas
283 [4] De Juana Sardón, J. M. (2009). Energías Renovables para el desarrollo. Madrid:
284 Parainfo
285 [5] Borja Díaz, M. A.(1998). Estado del arte y tendencias de la tecnología
286 eoloeléctrica. México. IIE, UNAM.
287 [6] Dirección predominante del viento, se obtuvieron los datos registrados por la
288 NASA en noviembre de 2019 de : <https://power.larc.nasa.gov>
289 [7] Velocidad del viento a diferentes alturas, obtenido en noviembre del 2019 de:
290 <https://www.maps.nrel.gov/rede-mexico>
291 [8] Modelo de generador eoloeléctrico Acciona AW-1500/82®, obtenido en noviembre
292 de 2019 de : <https://accionacorp.blob.core.windows.net>

293

CÁLCULO DE SISTEMA ORIENTABLE PARA GENERACIÓN DE ENERGÍA FOTOVOLTÁICA

*Castillo Sánchez Martín D. Velázquez Vázquez María de Jesús, García Lira Jesús
Instituto Politécnico Nacional, ESIME Zacatenco. Unidad Profesional "Adolfo López Mateos", Col. Lindavista, C.P. 07738, Alcaldía Gustavo A. Madero, CDMX. Edif. 2.

AP-POAV020

Resumen

En este trabajo de investigación se desarrolla el cálculo y diseño de una plataforma móvil que sirve para darle movimiento de orientación a paneles solares bifaciales durante el recorrido del sol a través del día, se llevó a cabo el diseño mecánico de la estructura metálica, el movimiento de desplazamiento que realiza el sistema de accionamiento y el control eléctrico se realiza por medio de componentes de máquinas electromagnéticas, electrónicos analógicos y digitales. Se hace la propuesta de los componentes que debe contener un sistema de generación eléctrica fotovoltaica para su buen funcionamiento. La automatización de la plataforma se efectúa por medio un microcontrolador Arduino® con el uso del lenguaje C, en un programa se visualizan las condiciones y los valores de cada sensor y cada módulo que ocupa el sistema de control, el seguimiento solar tiene como referencia el huso horario del territorio indicado.

Palabras clave: Sistema, panel solar, bifacial, irradiación.

1. Introducción

En la actualidad la producción de energía eléctrica por medio de un sistema de generación solar fotovoltaica (SGSF) ha crecido gracias a que permite que el usuario utilice este sistema para obtener energía con una planta de generación propia, en base al lugar de instalación se puede utilizar el panel solar mono facial o bifacial. Un complejo solar es una agrupación de paneles solares que está destinada a una gran generación de energía eléctrica, como el objetivo de este tipo de fuente de energía eléctrica requiere aprovechar la mayor radiación de luz solar, se ha implementado el método de seguidor solar para aumentar el porcentaje energético. El objetivo de este trabajo es desarrollar la propuesta de un diseño mecánico y eléctrico de una plataforma móvil que contenga un sistema de generación solar fotovoltaica, haciendo uso de paneles solares bifaciales, aplicado en un balneario, así como la programación de la automatización de posicionamiento de la plataforma durante el día en la zona planeada de instalación. Los sistemas de generación fotovoltaica tienen la función de convertir la energía de luz solar en energía eléctrica, estos sistemas pueden ser de pequeña escala y ser instalados en un inmueble siempre y cuando no tenga incidencia de sombras por algún objeto que exista alrededor, también que se obtenga la mayor captación de energía solar cuando el sol esta parcial o totalmente perpendicular al panel solar.

*Autor para la correspondencia. E-mail: avinfer@hotmail.com, Tel. 57296000. Ext. 54645

47 Los elementos que constituyen estos sistemas son el panel solar, la estructura de
48 aluminio, el cableado fotovoltaico, el inversor de corriente directa (CD) a corriente
49 alterna (CA), protecciones de CD y de CA y la interconexión a la compañía
50 suministradora de energía eléctrica por medio de un medidor bidireccional. El
51 propósito de tener un sistema de generación fotovoltaica es darle la facilidad al
52 usuario de obtener energía eléctrica por medio de dos fuentes, reducir el pago de la
53 energía a la compañía suministradora y descentralizar las fuentes de energía en el
54 país.
55 En la instalación de paneles solares fijas se ha conseguido el mejor aprovechamiento
56 para la generación de energía por medio de la electrónica de potencia, sin embargo,
57 por medio de un sistema mecánico que permite el movimiento de los paneles que va
58 de este a oeste nos permite tener una mayor captación de energía del sol, ya que la
59 posición de los paneles se va modificando para obtener la mayor cantidad de
60 radiación solar en una posición perpendicular o con una pequeña inclinación de
61 insolación del sol y también al utilizar el panel solar bifacial permite la captación de la
62 radiación difusa e indirecta gracias a su cara posterior.
63 Las investigaciones para poder generar una cantidad más alta de energía eléctrica
64 por medio de la energía solar han apuntado al uso del PSB, donde ya se han
65 utilizado desde hace 39 años en la Universidad Politécnica de Madrid dedicada al
66 estudio de generación solar fotovoltaica en España, es de admirar que el panel solar
67 bifacial ya tiene un considerable tiempo que se proyectó mediante un prototipo y que
68 no se había comercializado hasta hace pocos años, es un claro ejemplo de cómo la
69 curva de costo de la tecnología, en este caso de la generación solar fotovoltaica ha
70 mejorado en estos últimos años de forma rápida [1].
71 El panel solar es un elemento que capta la onda electromagnética del sol y la
72 convierte en energía eléctrica, pero esta placa se conforma de celdas de células
73 solares de material semiconductor como es el silicio y al añadirle pequeñas
74 proporciones de boro o fosforo se crean 2 zonas en la que a una le faltan y en la otra
75 le sobren electrones dentro del cristal [2].
76 El panel solar bifacial tiene la capacidad de hacer uso de la radiación directa y difusa
77 incidente sobre la radiación del albedo incidente en la cara posterior. Un panel
78 bifacial está fabricado con células bifaciales encapsuladas con material transparente
79 en ambas superficies y es fácilmente aplicable a una instalación en la que se colocan
80 pocos paneles y en la que es posible colocar un entorno de alto albedo [3].
81 El inversor es el elemento de conversión de la energía de corriente directa (CD) que
82 proporciona el SGSF a una alimentación de corriente alterna (CA) hacia lo que es el
83 sistema de actuación eléctrica de la plataforma móvil y la inyección de energía a la
84 red y/o suministrar de energía a la instalación eléctrica del inmueble en el que se
85 instalara [4].
86 Una plataforma móvil con paneles fotovoltaicos es una instalación de un SGSF
87 montada en una estructura que tiene un movimiento circular con dirección vertical
88 que se coloca en varias posiciones sobre una misma trayectoria en el transcurso del
89 día para poder obtener la radiación aceptable de los rayos del sol, para una
90 generación de energía aceptable, considerando que los rayos del sol estén en un

ángulo de inclinación para que su generación sea lo más óptima posible, esta condición se considera para que la plataforma solo tenga la función de posicionarse pocas veces en el día y el consumo de energía del sistema de actuación y de control eléctrico de la plataforma sea muy bajo y no afecte la generación de la energía de los paneles solares.

Los sistemas de actuación mecánica por lo general son de materiales metálicos ya que requieren hacer un esfuerzo grande y necesitan que ocupen poco espacio, los movimientos que realizan pueden ser vertical u horizontal, pero para realizar estos trabajos se utilizan maquinas con movimientos circulares [5].

El uso de un microcontrolador permite tener un control en un sistema de actuación eléctrica, ya que su sistema es complejo, pero de fácil uso. En este caso se utiliza el microprocesador llamado Arduino® [6].

Un sensor de ultrasonidos es un dispositivo para medir distancias. Su funcionamiento se base en el envío de un pulso de alta frecuencia, no audible por el ser humano. Este pulso rebota en los objetos cercanos y es reflejado hacia el sensor, que dispone de un micrófono adecuado para esa frecuencia.

Midiendo el tiempo entre pulsos, conociendo la velocidad del sonido, podemos estimar la distancia del objeto contra cuya superficie impacto el impulso de ultrasonido [7].

110

111 2. Metodología o desarrollo

112

113 2.1 Diseño de la SGSF.

114 2.1.1 Levantamiento de cargas eléctricas del balneario

115 El dimensionado del SGSF da comienzo con el levantamiento de cargas de la
 116 instalación eléctrica del inmueble en el que se quiere instalar, en la tab. 1, se muestra
 117 el cuadro de cargas con el total de energía consumida por día, se debe considerar
 118 que solo son 3 días a la semana.

119

120

Tabla 1. Cuadro de cargas eléctricas del balneario.

| Equipo eléctrico | Potencia eléctrica (Watts) | Unidad | Tiempo de uso (hr) | 3 Días a la semana | Energía (Wh/semana) |
|----------------------|----------------------------|--------|--------------------|--------------------|---------------------|
| Televisión | 350 | 2 | 5 | 15 | 10,500 |
| Refrigerador | 600 | 2 | 4 | 12 | 14,400 |
| Microondas | 1200 | 1 | 3 | 9 | 10,800 |
| Licuadora | 180 | 1 | 2 | 6 | 1,080 |
| Ventilador | 80 | 2 | 6 | 18 | 2,880 |
| Lámpara led | 40 | 6 | 12 | 36 | 8,640 |
| Celular | 40 | 2 | 3 | 6 | 480 |
| Bomba de agua 1.5 HP | 1120 | 2 | 5 | 15 | 33,600 |
| Bomba de agua 0.5 HP | 380 | 2 | 2 | 6 | 4,560 |
| Total | | | | | 86,920 |

121

122 2.1.2 Inclinación de los paneles solares

123

124 Las coordenadas que se consideran para esta instalación son altitud 18°55'59.4"N
 125 99°29'52.9"W. Para calcular la inclinación se utiliza las ecuaciones 1- 3.

126

$$\beta_{verano} = 18.55^\circ - 23.45^\circ = -4.9^\circ \quad (1)$$

$$\beta_{primavera y otoño} = 18.55^\circ - 0^\circ = 18.55^\circ \quad (2)$$

$$\beta_{invierno} = 18.55^\circ - (-23.45^\circ) = 42^\circ \quad (3)$$

130

131 Se considera la inclinación de primavera y otoño ideal a 20°, en verano la podremos
 132 modificar a 0° y en invierno se tendrán pocas pérdidas por la inclinación.

133

134 2.1.3 Potencia del SGSF

135

136 Se calcula la generación diaria con la potencia nominal del PSB propuesto, así
 137 sabremos qué cantidad de energía eléctrica se le aporta al balneario por medio del
 138 SGSF, la potencia del SGSF se selecciona por medio de la capacidad del número de
 139 paneles solares que se pueden instalar en la plataforma, los cuales son cuatro PSB
 140 como máximo. Un PSB de la marca JA SOLAR® con la potencia de 380 W en la cara
 141 frontal con un factor de bifacialidad de un 70%, es decir, la relación de la eficiencia
 142 nominal en la parte posterior, con respecto a la eficiencia nominal de la parte frontal
 143 [8]. Considerando que se colocan cuatro PSB en la plataforma móvil se tiene una
 144 potencia nominal de 1520 Wh por la cara frontal y una potencia nominal de 1064 Wh
 145 por la cara posterior.

146

147 2.1.4 Radiación solar en la zona

148

149 Las horas totales de radiación solar las calculamos mediante la ecuación 4.

150 Horas de radiación total = 6.2 hr pico x 1.27 x 1.2= 9.4 horas de radiación (4).

151 Lo que indica el total de horas pico que pueden tener el SGSF en esa ubicación, el
 152 cálculo anterior muestra que la generación podría empezar desde las 8 horas hasta
 153 las 17 horas del día. El horario que se contempla utilizar para la plataforma móvil es
 154 el calculado con las ecuaciones 5,6.

$$\begin{aligned} 155 \quad & Generacion de la cara frontal = 380 wh * 4 paneles * 7 hpico = \\ 156 \quad & 10640 watts/dia \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} 157 \quad & Generacion de la cara posterior = 266 wh * 4 paneles * 2 hpico = \\ 158 \quad & 2130 watts/dia \end{aligned} \quad (6)$$

159 Generación promedio de energía al día = 10,640 + 2,130 = 12970 Wh / día

160 Generación promedio de energía a la semana = 90790 Wh / semana

161 Generación vs consumo = 90790/86920 =1.044 %

162 Lo que significa que la generación va a ser mayor al consumo, así logrando que en el
 163 recibo de energía de CFE no haya cobro a menos que no haya generación.

164

165 2.1.5 Dimensionado del cableado y protección de sobrecarga

166

167 Por medio de la potencia generada al día por los PSB y con ayuda de su ficha
 168 técnica se calcula la corriente total en el cableado y las protecciones para el sistema
 169 de los paneles solares. En seguida se selecciona el cableado para el SGEF con la
 170 corriente de corto circuito del PSB, al ser una instalación en intemperie se debe
 171 hacer una corrección de la corriente nominal con el factor de temperatura y el factor
 172 de agrupación y con la ecuación 7.

$$173 I_{corregida} = \frac{10.05 A}{0.91 * 1} = 11.05 A \quad (7)$$

174 Considerando que la temperatura máxima en el lugar considerado es de 39°, el factor
 175 de temperatura es de 0.91 y el número de conductores que portan corriente son 3, su
 176 factor de agrupación es 1. Para el cálculo de las protecciones se tiene que apreciar
 177 una elevación de la corriente nominal del 125% al 150%.

$$178 I \text{ protección} \Rightarrow 1.25 \times 11.05 A < I \text{ protección} < 1.5 \times 11.05 A \quad (8)$$

$$179 I \text{ protección} \Rightarrow 13.8 A < 15A < 16.5A \quad (9)$$

180 Para el cableado del inversor al centro de carga se considera la corriente máxima de
 181 salida del inversor que indica su ficha técnica = 10.5 A.

182 Comparando la corriente que entrega el generador al inversor, se considera que la
 183 capacidad de los interruptores termomagnéticos que se colocan del inversor al centro
 184 de carga será de 15 A. Para que en el cableado no existan perdidas grandes por
 185 caída de tensión (cdt) se considera un 1.5% para la caída permitida, como el tramo
 186 del inversor al centro de carga es el más largo, se calculó la cdt del lado de la
 187 corriente alterna con la fórmula 10.

$$188 S = \frac{200 * 0.02 * 15 * 15 * 0.8}{120v * 1.5} = 4 mm^2 \quad (10)$$

189

190 Según la NOM-001-SEDE-2012 [9], se indica que el cable permitido es el del calibre
 191 10 AWG con una sección transversal de 5.26 mm², para comprobar que la caída de
 192 tensión con la sección transversal de este conductor si es menor a 1.5% se aplica el
 193 siguiente calculo, con la ecuación 11.

194

$$195 \Delta V = \frac{200 * 0.02 * 15 * 15 * 0.8}{120 * 5.26} = 1.14\% \quad (11)$$

196

197 Para el tramo del generador al inversor también se considera una caída de tensión
 198 del 1.5% permitido, por lo cual se considera el conductor de calibre 10 AWG, por
 199 motivos económicos se elige el mismo conductor, comprobando si la cdt es menor al
 200 1.5%, calculando cdt que se genera considerando los 90 vcd de arranque que
 201 necesita el inversor central, ecuación 12.

202

$$203 \Delta V = \frac{200 * 0.02 * 5 * 15}{90v * 5.26} = 0.65\% \quad (12)$$

204

205 Ya considerando todos los parámetros de la instalación SGSF, se establecen los
 206 componentes que se utilizaran para realizar el SGSF que se muestran en la tab. 2.

207
208
209

Tabla 2. Elementos del SGSF

| Componente | Cantidad | Característica |
|---------------------------|----------|-------------------------------|
| Panel Bifacial solar | 4 | 440 w |
| Inversor central de CD-CA | 1 | 2000 w |
| Interruptor de CD | 1 | 15 A |
| Interruptor de CA | 2 | 15 A |
| Cable 10 AWG-THW | 40 m | 40 A |
| Tubería liquid tight | 40 m | ¾ pulgada sección transversal |
| Abrazadera tipo uña | 10 | ¾ pulgada sección transversal |
| Conectores liquid tight | 4 | ¾ pulgada sección transversal |

210

2.2 Diseño de la estructura mecánica

211

212 El diseño que se proyecta cumple con la función de hacer un movimiento circular para posicionar un arreglo de paneles solares, en un cierto ángulo que permita la generación de energía eléctrica, para tener la mayor eficiencia de la irradiación solar.

213

2.2.1 Brazo mecánico

214

215 El brazo mecánico tiene la función de hacer un movimiento circular, es lo que hace el trabajo mecánico y es donde se concentran algunos elementos de control.

216

- *Reductor de velocidad:* su función es reducir la velocidad del motor eléctrico por medio de un tren de engranes con una relación de 100 a 1 [22], se tiene como resultado una velocidad de salida de 17.5 revoluciones por minuto (RPM).
- *Eje del brazo:* su función es ser el eje del brazo mecánico, en el eje se colocará el reductor de velocidad, una brida con electroimanes, una brida de bloqueo de movimiento, los brazos metálicos y las chumaceras, se utilizará una varilla lisa de acero de ½ pulgada con una longitud de 220cm.
- *Brazos mecánicos:* su función es sostener el marco donde se colocan los paneles solares, en un brazo lleva dos bisagras y en el otro un husillo, se utilizan perfiles tubulares rectangulares (PTR) [23], de acero al carbón con una medida de 2.5cm x 2.5cm de calibre 12.
- *Brida con electroimanes:* la brida sirve para poder colocar electroimanes, los cuales por medio de un sensor magnético detectan el paso por un barreno y que el perno se coloque en el barreno seleccionado, es de las mismas dimensiones que la brida de bloqueo mecánico con excepción que es de plástico para no tener una disminución de la intensidad del campo magnético.

217

2.3 Diseño del circuito de control y su programación

218

219



241 El control para este sistema se diseñó para accionar el motor que va a desplazar al
242 brazo mecánico de un ángulo a otro tomando como referencia el huso horario de la
243 localidad, activando un electroimán que contrae el perno de bloqueo y energizando
244 los electroimanes que se usan como referencias para detectar el barreno de la brida
245 por medio de un microcontrolador Arduino® y un dispositivo electrónico que funciona
246 como reloj de tiempo real (RTR) en el que se programa el horario de la localidad.
247 Cuenta con sensores ultrasónicos de proximidad, ya que la plataforma se posicionará
248 a una altura de 300 cm, en el caso de que un vehículo con una altura de 280 cm o
249 mayor altura necesite transitar por el área que ocupa la plataforma móvil, pueda
250 detectarlo y la plataforma pueda levantarse hacia la posición de 70° para evitar una
251 colisión entre el vehículo y la plataforma.

252
253 **2.3.1 Programación de control de la plataforma**

254
255 Este programa tiene como base el lenguaje C, donde se manejan salidas y entradas
256 analógicas y digitales en el microcontrolador, cuenta con bibliotecas que son
257 necesarias para hacer uso del módulo RTR.

258
259 **2.4 Diagrama eléctrico total del sistema**

260
261 En la figura 3 se muestra el diagrama eléctrico simplificado donde se observa cómo
262 se complementa todo el sistema eléctrico de la plataforma móvil, del SGEF y de la
263 interconexión a la red de la compañía suministradora.

264
265 **3. Resultados y análisis**

266
267 **3.1 Posición de la plataforma móvil**

- 268 • Primera posición: de las 8 horas con 30 min a las 10 horas con 30 min
269 posicionada en el ángulo de 70°, quedando la cara posterior del PSB hacia la
270 radiación directa del amanecer.
- 271 • Segunda posición: usando las 6 horas pico como referencia de las 10 horas con
272 30 min a las 16 horas con 30 min donde estará a un ángulo de 180°.
- 273 • Tercera posición: de las 16 horas con 30 min a las 18 horas con 30 minutos
274 donde quedará a un ángulo de 150° para que a las 20 horas regresé a su
275 posición inicial de 70°.

276
277 **3.2 Inclinación de la plataforma móvil**

278
279 La inclinación de la plataforma se hace por medio del husillo consiguiendo 8° de
280 inclinación por los siguientes motivos:

- 281 • Si los paneles estuvieran inclinados a 20° aumentaría la altura de los paneles y
282 podría colisionar con el techo de la palapa.
- 283 • Se corre el riesgo de la entrada de vientos que podrían causar más vibraciones y
284 con esto generar una variación en la calibración de los elementos mecánicos.

- 285 • Los sensores y la plataforma tendrían un área más crítica de desplazamiento,
 286 donde la plataforma se encontraría más cerca del suelo y los sensores tienden a
 287 accionar a diferentes distancias de detección.
 288 • El husillo tendría un largo 140 cm. lo que causaría que quedara más cerca del
 289 suelo cuando este con una inclinación de 0°.
 290

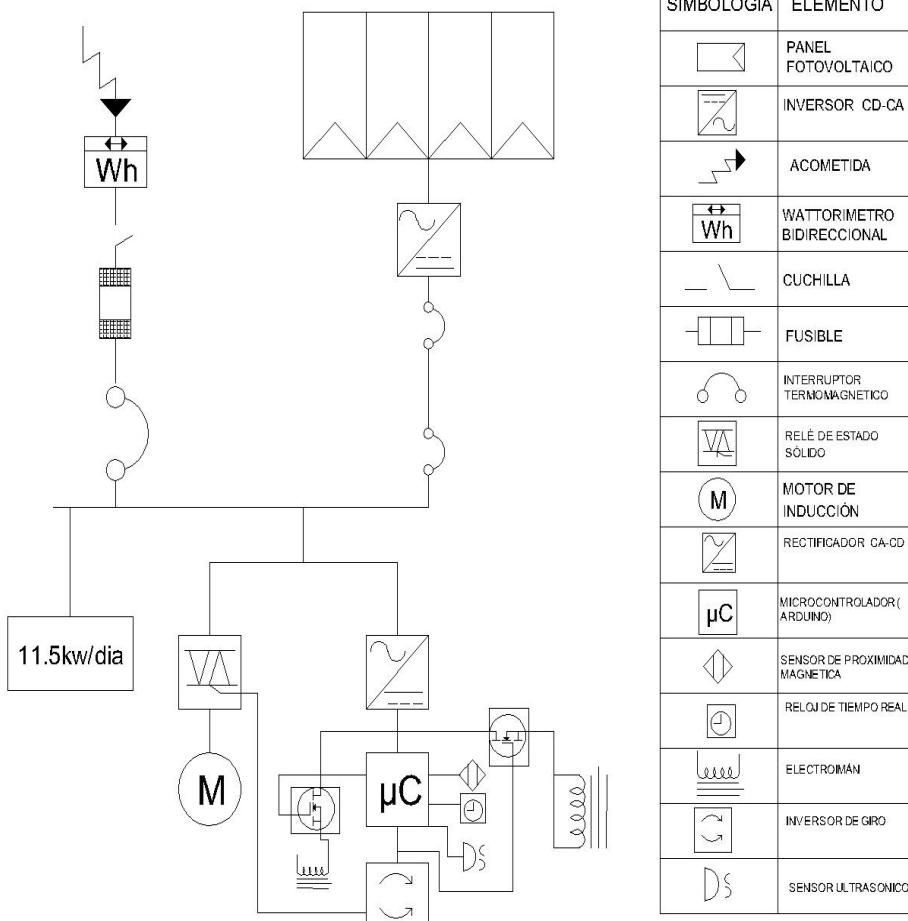


Fig. (3) Diagrama unifilar eléctrico del sistema de SGSF, control de la plataforma móvil, interconexión de la red a la compañía suministradora.

4. Conclusiones

Se logró el objetivo del diseño de la plataforma móvil constituida por un sistema mecánico, un sistema de control electrónico para su automatización y un sistema de accionamiento de los elementos de fuerza. La inclinación de los PSB nos da una ventaja al disminuir la rapidez de movimiento permitiendo que el sistema de control actúe más rápido. La factibilidad de utilizar PSB se demuestra en el proyecto al hacer el uso de la plataforma móvil como un instrumento que permite ayudar a obtener mayor

305 generación de energía eléctrica durante un intervalo de tiempo mayor y al mismo
306 tiempo proporcionar sombra en el área que cubren.
307 El sistema de actuación mecánica se calculó para que se mueva de manera suave y
308 lenta la plataforma, esto ayuda a que los sensores tengan más tiempo de respuesta
309 en el accionamiento para el sistema de actuación eléctrica.
310 El programa para el control de la plataforma demostró ser funcional ya que funcionan
311 de forma concisa y simultanea los componentes del sistema de actuación de la
312 plataforma móvil.

313

314 Índice de referencias

315

- 316 [1] Mompín Poblet José, (1985). *Energía solar fotovoltaica*, Barcelona, España.
317 Marcombo, S.A., (pp. 76 y 106).
- 318 [2] Fernández Salgado José Ma. (2010). *Compendio de energía solar fotovoltaica*,
319 térmica y termoeléctrica, Madrid, AMV ediciones (pp. 2780 y 280).
- 320 [3] Casa Miquel, Barrio Mónica. (2017). *Instalaciones solares fotovoltaicas*. México,
321 Alfaomega. (pp. 12,82 y 89).
- 322 [4] Muhammad H. Rashid, (2015). *Electrónica de potencia*, México, Pearson
323 educación, (p. 283).
- 324 [5] Bolton, William, (2013). *Mecatrónica. Sistemas de control electrónico en la*
325 *ingeniería mecánica y eléctrica. Un enfoque multidisciplinario*, México,
326 Alfaomega. (pp. 188 y 196).
- 327 [6] Reyes Cortés, Fernando; Cid Monjaraz, Jaime, (2015). *Arduino®. Aplicaciones en*
328 *Robótica, mecatrónica e Ingenierías*, México, Alfaomega.
- 329 [7] Martín Lacasta Lourdes. (2016). Luis Llamas Ingeniería, informática y diseño.
330 España. Obtenida en: [https://www.luisllamas.es/medir-distancia-con-arduino-y-](https://www.luisllamas.es/medir-distancia-con-arduino-y-sensor-de-ultrasonidos-hc-sr04/)
331 [sensor-de-ultrasonidos-hc-sr04/](#)
- 332 [8] JA SOLAR. Datasheet bifacial modules Rev. (2019), obtenida en:
333 <http://www.jasolar.com/uploadfile/2019/0812/20190812040309404.pdf>
- 334 [9] NOM-001-SEDE-2012, art. 310, Norma Oficial Mexicana.
- 335

DISEÑO Y CÁLCULO DE UN SISTEMA FOTOVOLTAICO RESIDENCIAL RURAL TIPO AUTÓNOMO

Velázquez Vázquez María de Jesús, *Castillo Sánchez Martín D., Rivas Martínez Juan Daniel

Instituto Politécnico Nacional, ESIME ZACATENCO. Unidad Profesional "Adolfo López Mateos", Col. Lindavista, C.P. 07738, Alcaldía Gustavo A. Madero, CDMX. Edif. 2.

AP-POAV021

Resumen

En este trabajo de investigación se aborda el caso de energizar una casa ubicada en el pueblo de Santiago, estado de Hidalgo, de manera autónoma en un arreglo tipo isla, a partir del uso de celdas fotovoltaicas, se presentan los cálculos y la selección de los elementos que conforman el sistema, así como, los costos que implicaría el implementar este tipo de sistema de generación, así mismo, se demuestra la viabilidad del proyecto.

Palabras clave: Fotovoltaico, generación, autónomo, sistema.

1. Introducción

En la etapa actual de desarrollo industrial, de globalización y de grandes avances tanto médicos como tecnológicos, se han facilitado y mejorado notablemente nuestros estilos de vida, sin embargo, por excesos en los procesos de generación de energía se han provocado estragos bastantes severos en el medio ambiente. Las maneras tradicionales de generación de energía ya no son factibles, en menos de cien años la quema de combustible fósiles, ha causado un aumento en la temperatura del planeta, con ello cambios drásticos en las estaciones, los fenómenos climatológicos más severos y frecuentes nos dan una indicación que de seguir así, acabaremos con nuestro ambiente y sus recursos. La importancia de tener al alcance nuevas formas de generación de energía y sobre todo, la población está teniendo cada vez más conciencia del impacto negativo que la generación de energía está provocando en el ambiente [1]. Esto ha hecho posible el desarrollo y sobre todo la implementación de nuevas tecnologías no contaminantes. Por ello una manera de comenzar a disminuir esas emisiones en la generación de energía eléctrica, es por medio de las llamadas tecnologías limpias, que no son contaminantes y nos brindan energía eléctrica, como es el caso de la generación eólica, mareomotriz, y la solar fotovoltaica, en la que se fundamenta este trabajo. Claro que ésta implementación de las nuevas tecnologías no solucionará el problema de manera inmediata, debe de llevar un proceso, pero se debe de tomar como una opción a tomar en consideración, se pretende en este trabajo de investigación desarrollar los cálculos, y analizar la

*Autor para la correspondencia. E-mail: avinfer@hotmail.com, Tel. 57296000, Ext. 54645

43 viabilidad de la generación de energía eléctrica por medio de celdas fotovoltaicas en
44 una instalación residencial rural tipo isla.

45
46 Las celdas fotovoltaicas que se encuentran distribuidas formando paneles solares,
47 tuvieron sus primeras aplicaciones en los satélites espaciales para
48 autoabastecimiento de energía y en la actualidad para la solución de problemas de
49 electricidad rural, electrificación de carreteras, anuncios, bombas de agua etc. con la
50 ventaja de que por no tener partes móviles prácticamente no requieren de
51 mantenimiento, no contaminan, no producen ruido y aun con menor eficiencia
52 pueden funcionar también en los días nublados [2]. La electricidad que así se
53 obtiene puede usarse en forma directa con motores eléctricos para extraer agua de
54 pozos o para pequeñas áreas de riego, o bien usando baterías de almacenamiento
55 para su uso posterior. También para alumbrado nocturno y en otras aplicaciones
56 para conectarse a la red eléctrica. Las celdas fotovoltaicas se conectan
57 eléctricamente en circuito serie y/o paralelo estas conexiones producen mayores
58 niveles de potencia. Los módulos fotovoltaicos consisten de circuitos. Los paneles
59 fotovoltaicos incluyen uno o más módulos fotovoltaicos ensamblados como una
60 unidad independiente. Un arreglo fotovoltaico ensamblado es la unidad generadora
61 completa que consiste de cualquier número de módulos y paneles fotovoltaicos [3, 4].
62 La corriente producida es del tipo corriente continua con una tensión de 12 o 24 V y
63 se pueden asociar con baterías para su utilización, principalmente por las noches. La
64 utilización de estas baterías aumenta sensiblemente el costo de la instalación, razón
65 por la cual esta solución se destina preferentemente a sitios aislados. En otros casos,
66 para evitar el almacenamiento de la energía eléctrica en baterías, se usa la red
67 eléctrica como respaldo. Los sistemas fotovoltaicos incluyen equipos para conducir,
68 controlar, convertir, distribuir, almacenar y utilizar la energía producida por el arreglo.
69 Las componentes específicas requeridas dependen de los requerimientos funcional y
70 operacional del sistema [5]. La componente primaria común a todos los sistemas
71 fotovoltaicos consiste de módulos fotovoltaicos individuales que están eléctricamente
72 conectados para producir la potencia eléctrica de salida requerida.

73
74 **2. Metodología o desarrollo**

75
76 2.1 Consideración de la demanda

77
78 La instalación eléctrica considera nueve circuitos para distribuir las cargas,
79 iluminación, contactos, etc.

80
81 2.2 Planos para la instalación fotovoltaica

82
83 El proyecto originalmente cuenta con solo un nivel, pero se considera hasta un
84 segundo; por el crecimiento a un futuro de la vivienda y por ello la adición de más
85 elementos al sistema para un mejor dimensionamiento, en la fig. (1) – (3), se

86 muestran los planos de la instalación eléctrica, planta alta y planta baja. La carga
 87 total demandada es de 6341.9 Wh/día.

88

89

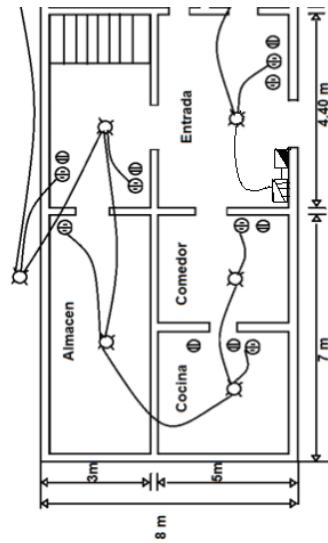


Fig. (1) Planta baja

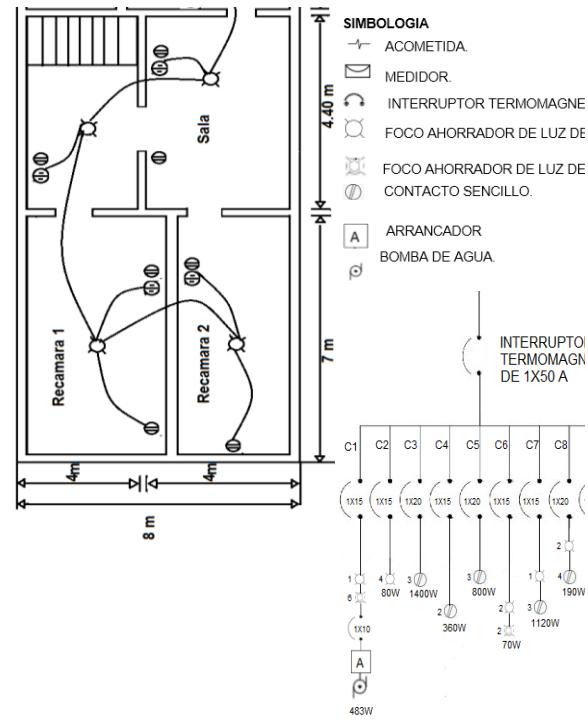
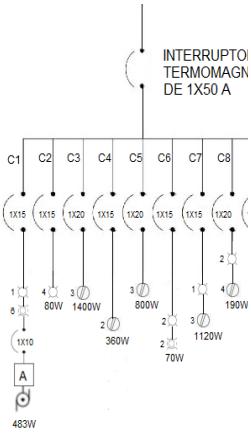


Fig. (2) Planta alta

Fig. (3)
Diagrama unifilar
de las cargas



90 2.3 Dimensionamiento del equipo a instalar

91

92 Ubicación de la zona de aplicación de la instalación: Esta se encuentra en uno de los
 93 125 municipios del Estado de México, localizado a 19°43' de latitud norte y 99°57' de
 94 longitud oeste, limítrofe con el Estado de Michoacán, como se observa en la fig. (4).

95



Fig. (4) Vista área de la zona en donde se planea implementar el proyecto

2.4 Cálculo del número de baterías requeridas

E_{CRIT} = consumo diario de energía durante el mes más crítico de diseño (Wh/día).

E_p = Energía ponderada = E_{CRIT} / Fr

T_a = tiempo de autonomía (día).

Pd = profundidad de descarga.

V_{SCD} = Tensión nominal del sistema en CD.

Fr = Factor de rendimiento de la instalación.

$$E_p = (E_{CRIT} / Fr) = 6341.9 / 0.8 = 7927.375 \text{ Wh.} \quad (1)$$

Capacidad de las baterías:

$$A-h = (E_p \times T_a) / (V_{SCD} \times Pd) = 7927.375 \times 3 / 12 \times 0.5 = 23782.125 / 6 = 3963.68 \text{ Ah /día.} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{Número de baterías en paralelo} &= (\text{Ah /día}) / \text{Ah de cada batería} \\ &= 3963.68 / 1500 = 2.64 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{Número de baterías en serie} &= \frac{\text{La tensión del sistema en Cd}}{\text{La tensión de cada batería}} = \frac{12}{12} = 1 \\ &= 1 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{Núm. total de baterías} &= \text{número de baterías en serie} \times \text{el número de baterías en paralelo} \\ &= 1 \times 3 = 3 \text{ Baterías de 1500 Ah.} \end{aligned} \quad (5)$$

Total de baterías requeridas = 3 [6].

2.5 Dimensionamiento de los paneles solares para el sistema fotovoltaico aislado

Para el cálculo de los paneles es necesario saber los niveles de radiación en la zona a instalar, promedio diario mensual, en el municipio de San Felipe del Progreso, ubicado al noroeste del Estado de México, de acuerdo con la tab.1.

127

**Tab. 1 Niveles de irradiación diaria, promedio mensual en San Felipe del Progreso,
 datos del Área de Geofísica de la UNAM (2018)**

130

131

| San Felipe del Progreso, 19°43' de latitud norte, 99°57' de longitud oeste. | | | |
|--|---------------|----------------|---------------|
| Irradiación diaria promedio mensual (KWh/m ² /día) | | | |
| enero | 4.86 - 5.80 | agosto | 10.52 - 11.45 |
| febrero | 6.75 - 7.68 | septiembre | 8.63 - 9.57 |
| marzo | 8.63 - 9.57 | octubre | 7.69 - 8.62 |
| abril | 9.58 - 10.51 | noviembre | 4.86 - 5.80 |
| mayo | 9.58 - 10.51 | diciembre | 4.86 - 5.80 |
| junio | 9.58 - 10.51 | | |
| julio | 11.46 - 12.39 | Promedio anual | 6.75 - 7.68 |

142

143 Considerando las hsp con menor incidencia del año, se observa que Enero, Noviembre y Diciembre tienen un índice de radiación del 4.86. Con el dato anterior, la potencia del panel, las perdidas por calentamiento sombreado y el factor panel, se procede a calcular el número de paneles necesarios, por consiguiente:

144 Wp = Potencia del panel.

145 Fp = Factor panel.

146 Perdidas por calentamiento sombreado = 0.23

147 EP= Energía ponderada.

148 hsp = Horas sol pico por día, de la zona de cálculo.

$$149 \quad Fp = EP / W_p + EP / W_p \times 0.23 \quad (6)$$

$$150 \quad Fp = 7927.375/350 + 7927.375/350 \times 0.23$$

$$151 \quad = 22.6496 + 5.2094 = 27.8590$$

$$152 \quad \text{No. Paneles} = Fp / hsp = 27.8590 / 4.86 = 5.7323 \approx 6 \quad (7)$$

153

154 Se utilizarán 6 paneles de 350 W, para cubrir la carga demanda.

155 Se recomienda que esté orientada hacia el sur geográfico, por estar nuestro país ubicado al Norte de referencia del Ecuador, ubicación que proporciona la máxima generación de energía, tomando un valor promedio anual, pues en el transcurso del año hay meses con mayores niveles de generación [7].

156 Se debe de tomar en cuenta que 15° es el ángulo mínimo que debe de llevar el soporte, para evitar, que el panel sufra de acumulamiento de polvo y agua, interrumpiendo su buen funcionamiento.

157 Inclinación = latitud + 5° o 10°

158 Entonces, en el proyecto quedaría la expresión tomando en cuenta que el municipio de San Felipe del Progreso en el Estado de México está localizado a 19°43' de latitud.

159 Inclinación = 19° + 10° = 29°

160

171 2.6 Cálculo del inversor

172

173 Para el cálculo del inversor, se considera la carga instalada en Watts, dando un total
174 de 5143W de salida en CA, el porcentaje de seguridad y el coeficiente de pérdidas
175 [8].

176 Porcentaje de seguridad = 1.25

177 Coeficiente de perdidas = 0.8

178 Carga instalada = 6341.9

179 Inversor = $1.25 \times (6341.9 / 0.8) = 9908$ W. (8)

180 Por lo obtenido se considera un inversor de 12V CD - 110V CA, con capacidad de
181 8036 Watts u 8.036 KW.

182

183 2.7 Dimensionamiento del regulador de carga para el sistema fotovoltaico aislado

184

185 Para el dimensionamiento del regulador se requiere la máxima corriente que debe
186 soportar el regulador tanto a la entrada como a la salida [9].

187 $I_{ENTRADA} = 1.25 \times ISC \times \text{No. Paneles}$ (9)

188 $= 1.25 \times 10.02 \times 6 = 75.15$ A ≈ 76 A

189 Siendo:

190 Porcentaje de seguridad = 1.25

191 I_{SC} = La corriente unitaria del panel fotovoltaico en condiciones de corto circuito en
192 este caso para el panel LG350S2W-A5 con una $I_{SC} = 10.02$ A

193 No. Paneles = Igual al número de paneles en paralelo del sistema.

194 Para el cálculo de la corriente de salida, se considera la potencia de las cargas
195 instaladas en Watts, dando un total de 6341.9W.

196 $I_{SALIDA} = 1.25 \times (P / n_{INV} \times V_{BAT})$ (10)

197 $= 1.25 \times (6341.9 / 0.95 \times 12) = 695.38$ A

198 Siendo:

199 Porcentaje de seguridad = 1.25

200 P = Potencia de la carga en Watts.

201 n_{INV} = Rendimiento del inversor al 95%.

202 V_{BAT} = Tensión de la batería = 12 V.

203 Por lo obtenido se considera un regulador de carga de 12V - 76A en CD a la entrada
204 y 12V - 695A en CD a la salida.

205

206 2.8 Cálculo del conductor desde los paneles hasta el regulador de carga

207 $I = I_{SC} \times \text{No. Paneles}$ (11)

208 $= 10.02 \times 6 = 60.12$ A.

209 $L = 1m$

210 $\rho = 1/56 \Omega \text{mm}^2/\text{m}$

211 $e\% = 3\% \text{ de } 12 = 0.36V$

212 $S = 2LI\rho / e\% = 2 \times 1 \times 60.12 \times 1/56 / 0.36 = 5.96 \text{ mm}^2$. (12)

213 Este valor se checa en la tabla comparativa entre calibres AWG y mm^2 , encontrando
214 que a 6 mm^2 le corresponde el calibre no. 10.

215

216 2.9 Cálculo del conductor desde el regulador de carga hasta las baterías
 217 $L = 1.5 \text{ m}$

$$218 \quad I = I_{sc} \times \text{No. Paneles}$$

$$219 \quad = 10.02 \times 6 = 60.12 \text{ A.}$$

$$220 \quad \rho = 1/56 \Omega \text{mm}^2/\text{m}$$

$$221 \quad e\% = 1\% \text{ de } 12 = 0.12\text{V}$$

$$222 \quad S = 2LI\rho/e\% = (2 \times 1.5 \times 60.12 \times 1/56) / 0.12 = 26.8392 \text{ mm}^2 \approx 26.84 \text{ mm}^2.$$

223 Se busca el próximo valor superior, siendo 35 mm^2 , este valor se checa en la tabla
 224 comparativa entre calibres AWG y mm^2 , encontrando que a 35 mm^2 le corresponde
 225 el calibre no. 2.

226

227 2.10 Cálculo del conductor desde las baterías hasta el inversor

228

229 En esta parte la intensidad de corriente se calcula dividiendo la potencia del inversor
 230 entre la tensión nominal del sistema en CD (V_{scd}).

$$231 \quad L = 0.5 \text{ m}$$

$$232 \quad I = P_{INV} / V_{scd} = 8036/12 = 669.66 \text{ A.} \quad (13)$$

$$233 \quad \rho = 1/56 \Omega \text{mm}^2/\text{m}$$

234

235

$$236 \quad e\% = 1\% \text{ de } 12 = 0.12\text{V}$$

$$237 \quad S = 2LI\rho/e\% = (2 \times 0.5 \times 669.66 \times 1/56)/0.12 = 99.65 \text{ mm}^2 \approx 99.7 \text{ mm}^2. \quad (14)$$

238

239 Se busca el valor próximo superior, siendo 120 mm^2 , este valor se checa en la tabla
 240 comparativa entre calibres AWG y mm^2 , encontrando que a 120 mm^2 le
 241 corresponde el calibre no. 4/0.

242

243 2.11 Cálculo del conductor desde el inversor hasta la instalación de CA

244

245 En esta parte la intensidad de corriente se calcula dividiendo la potencia de las
 246 cargas instaladas en Watts entre la tensión nominal del sistema en CA.

$$247 \quad L = 1 \text{ m}$$

$$248 \quad I = P / V_{CA} = 6341.9/110 = 57.65 \text{ A.} \quad (15)$$

$$249 \quad \rho = 1/56 \Omega \text{mm}^2/\text{m}$$

$$250 \quad e\% = 3\% \text{ de } 110 = 3.3\text{V}$$

$$251 \quad S = 2LI\rho/e\% = (2 \times 1 \times 57.65 \times 1/56) / 3.3 = 0.6239 \text{ mm}^2$$

252

253 Se busca el valor próximo superior, siendo 0.75 mm^2 , este valor se checa en la tabla
 254 comparativa entre calibres AWG y mm^2 , encontrando que a 0.75 mm^2 le
 255 corresponde el calibre no. 18. Cabe señalar que no se recomiendan cables menores
 256 a 4 mm^2 , por lo tanto, se considera este valor y en la tabla de AWG le corresponde el
 257 calibre no.12.

258

259 **3. Resultados y análisis**

260
261 Conociendo la demanda requerida, calculamos que se requieren 6 paneles
262 fotovoltaicos, los cuales requieren de 3 baterías para suministrar la carga eléctrica,
263 esta misma demanda nos permite calcular un inversor de 9908W con un regulador
264 de carga de 127V – 76A en la entrada, con conductores eléctricos para el sistema de
265 calibres AWG 10, 2 y 4, todos los cálculos realizados nos permiten hacer una
266 selección adecuada de los componentes que constituyen el sistema.
267

268 **4. Conclusiones**

269
270 Se desarrollaron satisfactoriamente los cálculos para establecer un sistema de
271 generación fotovoltaico para una casa habitación autónoma.
272 Se establecieron los parámetros requeridos para realizar los cálculos conducentes
273 que permitan realizar la instalación propuesta.
274 Se seleccionó adecuadamente los componentes que se requieren para completar la
275 instalación, esto es, paneles fotovoltaicos, inversor, baterías, cables.
276 El estudio detalla las condiciones en que se puede establecer un sistema de
277 generación fotovoltaica autónomo.
278
279
280
281

282 **Índice de referencias**

- 283
284 [1] Fernández Salgado José María (2009). Tecnología de las energías renovables. AMV
285 Ediciones, Madrid España.
286 [2] Enríquez Harper Gilberto (2009). Instalaciones eléctricas domésticas, convencionales y
287 solares fotovoltaicas, Editorial Limusa, México.
288 [3] Elías Castells Xavier (2012). Energía, agua, medioambiente, territorialidad y
289 sustentabilidad, Editorial Díaz de Santos, Madrid España.
290 [4] John Balfour (2011). Introduction on photovoltaics, Editorial Jones & Bartlett. NY. USA.
291 [5] Miguel Ángel Sánchez Maza (2012). Energía solar fotovoltaica, Limusa, México.
292 [6] Batería de Litio. Fecha de consulta 30/03/19, Obtenido en;
293 <http://www.codesolar.com/Energia-Solar/Energias-Renovables/Baterias-Litio.html>
294 [7] Enríquez Harper Gilberto (2009). El ABC de las energías renovables en los sistemas
295 eléctricos, Editorial Limusa, México.
296 [8] Especificaciones del inversor, Fecha de consulta, Obtenido en; 01/10/16
297 <https://spanish.alibaba.com/product-detail/12v-110v-dc-to-ac-home-solar-power-inverter-1500w-1130918155.html>
299 [9] Especificaciones de los paneles, Fecha de consulta 05/10/16, Obtenido en;
300 <http://www.enalmex.com/productos/kyocera>
301

CÁLCULO DE SISTEMA FOTOVOLTAICO PARA ALUMBRADO PÚBLICO DE UN PUEBLO EN PUEBLA

García Lira Jesús, *Castillo Sánchez Martín D; Velázquez Vázquez María de Jesús
Instituto Politécnico Nacional, ESIME Zacatenco. Unidad Profesional “Adolfo López Mateos”, Col. Lindavista, C.P. 07738, Alcaldía Gustavo A. Madero, CDMX. Edif. 2.

AP-POAV022

Resumen

En el presente trabajo de investigación se desarrolla el diseño y los cálculos de un sistema fotovoltaico aislado capaz de alimentar la carga instalada de alumbrado público. Dicha propuesta es desarrollada en el centro del pueblo de Teocitán Puebla, el cual pretende alimentar la carga de alumbrado público. La elaboración de la propuesta contempla diferentes elementos que nos ayudan a dimensionar de una manera correcta el sistema fotovoltaico aislado, tales como, la ubicación geográfica, los niveles de insolación anual, área disponible para la instalación y un estudio sobre las luminarias. De igual forma se llevó a cabo una memoria de cálculo para el dimensionamiento del sistema aislado y se realizó, así mismo, el proceso de selección de los elementos que conforman el sistema.

Palabras clave: Fotovoltaico, renovable, energía, silicio, irradiancia.

1. Introducción

El uso de energías renovables tiene un gran impacto ambiental, disminuye la contaminación y no genera residuos peligrosos. La energía del sol es relativamente ilimitada, y eso lo hace una fuente inagotable. La implementación de un sistema fotovoltaico tiene grandes beneficios, como el ahorro de energía, reducción de la contaminación, suministro continuo de energía eléctrica y aportaciones de energía a la red, si es un sistema interconectado. Las energías renovables son aquellas que están presentes de forma potencial en la naturaleza y que tienen posibilidades de uso prácticamente ilimitadas. El término energía renovable engloba una serie de fuentes de energía que en teoría no se agotarían con el paso del tiempo. Estas fuentes serían una alternativa a las otras fuentes, llamadas convencionales (no renovables), y producirán un impacto mínimo [1, 2]. El objetivo de este trabajo de investigación es calcular y diseñar un sistema fotovoltaico capaz de alimentar la carga demandada por el alumbrado público en el centro de la ciudad de Teocitán Puebla.

1.1 Energías alternas

La energía alterna se puede definir como cualquier tipo de energía que representa una alternativa a los combustibles fósiles. En general las fuentes de energía alterna

* Autor para la correspondencia. Email: avinfer@hotmail.com, Tel. 57296000, Ext. 54645

44 se requieren para proporcionar generación de potencia eléctrica, sin recurrir al uso
45 de los combustibles fósiles y las energías alternas deben representar un reemplazo
46 funcional de manera que proporcionen un servicio comparable al de los combustibles
47 fósiles [3].
48

49 1.2 Fuentes de energía alternas 50

51 Como fuentes de energía alternas se tienen las siguientes:

- 52 • Biomasa y biocombustibles
- 53 • nuclear
- 54 • Solar
- 55 • Eólica
- 56 • Hidroeléctrica, geotérmica entre otras

57 De estas fuentes alternas, las consideradas como fuentes renovables son: la solar, la
58 eólica (viento), la hidráulica, la geotérmica y algunos consideran la biomasa también
59 como fuente renovable. La energía solar fotovoltaica es aquella que se obtiene por
60 medio de la transformación directa de la energía del sol en energía eléctrica.

61 La energía solar se puede transformar de dos maneras:

- 62 1. La primera utiliza una parte del espectro electromagnético de la energía del sol
63 para producir calor, a la energía obtenida se le llama energía solar térmica. La
64 transformación se realiza mediante el empleo de colectores térmicos.
- 65 2. La segunda, utiliza la otra parte del espectro electromagnético de la energía del
66 sol para producir electricidad. A la energía obtenida se le llama energía solar
67 fotovoltaica. La transformación se realiza por medio de módulos o paneles
68 fotovoltaicos [4].

69 1.3 El efecto fotovoltaico y la radiación solar 70

72 *Radiación solar:* energía procedente del sol en forma de onda electromagnética

73 *Irradiancia:* densidad de potencia incidente en una superficie, se mide en KW/m².

74 *Irradiación:* energía incidente en una superficie, se mide en KWh/m² o MJ/m².

75 El efecto fotovoltaico se produce en algunos elementos químicos (silicio, germanio,
76 etc.) es la capacidad de absorber fotones (partículas de luz) y liberar a continuación
77 una corriente continua de electrones. Para que se pueda producir es necesario el sol,
78 que se encuentra a temperaturas muy altas y por reacciones químicas que se
79 producen en él, se libera una energía a la que llamamos radiación solar. Esta
80 radiación llega a la Tierra, en los siguientes porcentajes [5].

- 81 • 7% de luz ultravioleta
- 82 • 47% de luz visible
- 83 • 46% de radiación infrarroja

84 1.4 Tipos de paneles solares 85

87 En su mayoría se clasifican de la siguiente manera:



- 88 • *Silicio monocristalino*: el color es monocromático, azul oscuro y con brillo
 89 metálico. el rendimiento de estos paneles es del 19 % en modelos comerciales
 90 • *Silicio policristalino*: formado por el agrupamiento de cristales de silicio. Tienen el
 91 aspecto de una amalgama de cristales de diferentes tonos azules y grises con un
 92 brillo metálico. el rendimiento no sobrepasa el 15 % en modelos comerciales. el
 93 coste de fabricación de este tipo de células es inferior al monocristalino [4].
 94

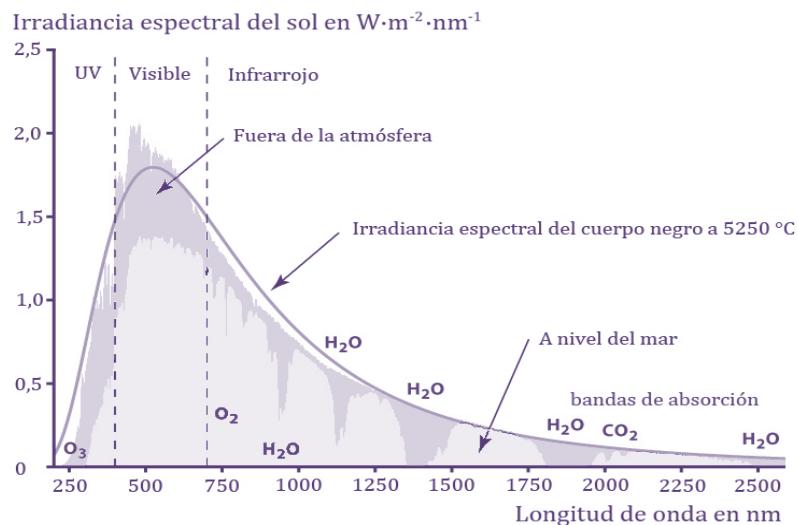


Fig. (1) Grafica del espectro de radiación solar

95
 96
 97

- 98 • *Silicio amorfo*: pertenece al grupo de tecnologías de lámina delgada. El silicio
 99 amorfo es silicio en una forma no cristalina, con defectos en sus enlaces
 100 atómicos. sin embargo, si el silicio amorfo se deposita de tal manera que
 101 contenga una pequeña cantidad de hidrógeno, estos átomos de hidrógeno
 102 saturan muchos de los huecos de la red cristalina, permitiendo así a los
 103 electrones moverse a través del silicio [4].
 104

105 1.5 Componentes de un sistema fotovoltaico

106

107 Dentro de los componentes de un sistema fotovoltaico se tiene que tomar en cuenta
 108 el tipo de sistema que se va a implementar, ya que en los diferentes tipos de
 109 sistemas varían los elementos y configuraciones de conexión. En el caso de un
 110 sistema aislado es necesario tener un sistema de almacenamiento de energía al
 111 igual que un sistema interconectado a la red, se debe contar con un sistema inversor
 112 de tensión el cual transforma la corriente directa en alterna y así poder inyectarla a la
 113 red [6,7]. Dentro de los componentes de los sistemas fotovoltaicos se tienen los
 114 siguientes:

- 115 • Baterías
 116 • El regulador

- 117 • El inversor, ondulador o convertidor
118 • Elementos de monitorización
119 • Cargas de consumo

120
121 1.6 Convertidores e inversores

122 Son los elementos que permiten adaptar las características de la corriente generada
124 por un sistema FV a la demanda total o parcial de las aplicaciones.

125 1.6.1 Convertidor

126 En un convertidor, la corriente de CC se transforma a corriente de CA mediante el
128 uso de un inversor, y una vez que este cambio se ha realizado, se eleva o reduce el
129 voltaje mediante un transformador hasta el valor adecuado para volver a convertirla
130 en corriente continua. De esta forma se consigue la tensión adecuada, como la
131 ventaja de aislamiento galvánico que produce el transformador. Todos estos procesos
132 conllevan a una cierta pérdida de rendimiento que debe ser tenida en cuenta para
133 evitar que los cálculos en el consumo resulten insuficientes. El dato de rendimiento
134 deberá figurar en las especificaciones del fabricante [4].

135
136 1.6.2 Inversor

137 Los inversores son convertidores cc/ca que permiten transformar la corriente
138 continua de 12, 234, o 48V que producen los paneles solares y almacena la batería,
139 en corriente alterna de 125 o 220V, como la que normalmente se utiliza en los
140 lugares donde llega la red eléctrica tradicional. Esto permite usar los aparatos
141 eléctricos convencionales diseñados para funcionar con este tipo de corriente. Para
142 el diseño de un sistema fotovoltaico aislado es necesario seguir una serie de pasos
143 para poder hacer el cálculo correspondiente de cada elemento que lo integra.
144 Cuando se diseña un sistema fotovoltaico aislado es necesario conocer el tipo de
145 cargas a las cuales está destinada la energía eléctrica.

146 El sistema fotovoltaico debe garantizar la continuidad del servicio, en el caso de un
147 sistema interconectado a la red, debe obtenerse la máxima potencia que puede
148 generar el sistema. Para el estudio de cargas destinadas a alimentar se tienen que
149 tomar en cuenta los valores medios diarios de consumo energético, la aportación del
150 sistema solar y el rendimiento de la instalación. Con estos valores obtendremos
151 cálculos en períodos mensuales y anuales. La relación que se tiene entre la
152 demanda de energía del sistema y la energía aportada por el sol nos va a servir para
153 dimensionar las instalaciones aisladas.

154
155 1.7 Cálculo de la demanda energética

156 La estimación de la demanda de energía se realiza mediante el levantamiento de
157 datos sobre las cargas instaladas actualmente o la estimación de cargas a instalar.
158 Las instalaciones fotovoltaicas presentan una diversidad en función y aplicación:

- 161 • Electrificación de viviendas y edificios
- 162 • Alumbrado público
- 163 • Aplicaciones agropecuarias, bombeo y tratamiento de aguas, etc.
- 164
- 165 Para la recolección de datos relevantes sobre la carga instalada podemos utilizar
- 166 datos de facturación de años anteriores, lecturas obtenidas del contador de energía
- 167 eléctrica etc. y además podemos también obtener datos de acuerdo a las
- 168 especificaciones de potencia eléctrica de los equipos eléctricos instalados o
- 169 destinados a instalar.

170

171 **2. Metodología o desarrollo**

172

173 2.1 Ubicación del inmueble

174

175 La localización del sitio en donde se propone instalar el sistema fotovoltaico se

176 encuentra en la zona oriente de la república mexicana, en el Estado de Puebla,

177 ubicado en la región de Teocitán. Las coordenadas del inmueble son las siguientes

178

- Latitud 18°27'44.5"N
- Longitud 97°23'34.2"W

179

180 2.2 Cálculo de cargas

181

182 El parque de la ciudad cuenta con 32 luminarias del tipo farola de 5 esferas y con 14

183 luminarias farola tipo poste las cuales cuentan con lámparas del tipo fluorescentes

184 e27 en el caso de las farolas de 5 esferas, las cuales cada lámpara tiene un

185 consumo de 50W y en el caso de las farolas tipo poste cuenta con lámparas tipo e39

186 con la tecnología de iluminación de halógenos metálicos con una carga de 175W

187 por lámpara.

188

189

190

191

Tab. 1. Carga actual instalada

| Descripción del equipo | Potencia (W) | Número de equipos | Consumo | Horas de funcionamiento (al día) | Consumo diario (Wh/día) |
|-------------------------|--------------|-------------------|---------|----------------------------------|-------------------------|
| Farol colonial tipo e39 | 125 | 14 | 1750 | 12 | 21000 |
| Farol de 5 esferas e27 | 250 | 32 | 8000 | 12 | 96000 |
| | | | 9750 | Suma total | 117000 |

192

193 El consumo calculado diario es de 117000 Wh/día

194 La carga instalada actualmente se calcula de la siguiente manera

195

$$196 \quad \text{carga instalada} = \text{potencia} * N^{\circ} \text{ de equipos} \quad (1)$$

197

$$198 \quad \text{carga instalada} = 125 * 14 = 1750 \text{ W}$$

199

$$200 \quad \text{carga instalada} = 250 * 32 = 8000 \text{ W}$$

201

202 De acuerdo con el consumo estimado para la iluminación propuesta nos da como
 203 resultado 38260 Wh/día, Tab. (2).

204

Tab. (2) Carga propuesta de iluminación a instalar

| Descripción del equipo | Potencia (W) | Número de equipos | Carga instalada | Horas de func. (al día) | Consumo diario (Wh/día) |
|-------------------------|--------------|-------------------|-----------------|--------------------------|-------------------------|
| Farol colonial tipo e39 | 45 | 14 | 630 | 12 | 7560 |
| Farol de 5 esferas e27 | 16*5 = 80 | 32 | 2560 | 12 | 30720 |
| | | total | 3190 | total | 38260 |

205

2.3 Potencia del sistema fotovoltaico

206

207 Para calcular la potencia del sistema fotovoltaico utilizaremos la ecuación (2), donde
 208 interviene el consumo estimado diario y las HPS mínimas en la zona. También es
 209 necesario agregar un factor de corrección para el dimensionamiento.

210

$$211 \quad \text{Potencia SF} = \frac{\text{consumo diario} * 1.2}{\text{HPS minimo}} \quad (2)$$

212

$$213 \quad \text{potencia SF} = \frac{38.26 \text{ kWh} * 1.2}{5.7 \text{ h}} = 8.05 \text{ kW}$$

214

2.4 Número de módulos fotovoltaicos

215

216 Para calcular el número de paneles fotovoltaicos se tiene que conocer la potencia del
 217 panel solar propuesto, el panel propuesto es de la marca SunPanel® de 290 W mono
 218 cristalino y se emplea la ecuación (3)

219

$$220 \quad \text{N}^{\circ} \text{ de paneles} = \frac{\text{potencia SF}}{\text{potencia del panel propuesto}} \quad (3)$$

221

$$222 \quad \text{N}^{\circ} \text{ de paneles} = \frac{8100 \text{ W}}{290 \text{ W}} = 27.93 \cong 28 \text{ paneles solares}$$

223

2.5 Cálculo del banco de baterías

224

Con la ecuación 4, calcularemos los Ah/días necesarios del sistema

225

$$226 \quad \text{Ah/día} = \frac{\text{consumo diario} \div \text{eficiencia del inversor}}{\text{voltaje del sistema}} \quad (4)$$

226
$$\frac{Ah}{día} = \frac{38260 \div 0.9}{48} = 885.64 \frac{Ah}{día}$$

227

228 El voltaje del sistema se eligió gracias a un criterio de selección sobre la dimensión
 229 del sistema propuesto, se optó por elegir 48 V porque el sistema sobrepasa los
 230 4000Wh de consumo propuesto por la carga futura.

231 De acuerdo con el resultado tenemos la corriente que la carga requiere, pero es
 232 evidente que no se tiene una batería capaz de proporcionar esta corriente, por lo que
 233 es necesario hacer un cálculo de baterías que se necesitan en configuración serie
 234 paralelo para poder proporcionar esta corriente y con esto evitar un daño o
 235 envejecimiento prematuro en el banco de baterías.

236 Para el cálculo de baterías en paralelo se requieren los siguientes parámetros:

- 237 • Días de autonomía
- 238 • Profundidad de descarga
- 239 • Capacidad de la batería

240 Los días de autonomía para este sistema por recomendación es de tres días como
 241 mínimo, la profundidad de descarga se recomienda sea mayor al 50% de la batería
 242 por posibles daños prematuros y la capacidad e la batería se obtuvo en la ecuación
 243 5.

244

245
$$baterias\ en\ paralelo = \left(\frac{\frac{885.64 * 2\ días}{0.5}}{117\ Ah} \right) = 30.27 \cong 32\ baterias \quad (5)$$

246

247
$$baterias\ en\ serie = \frac{48}{12} = 4 \quad (6)$$

248

249 Total, de baterías es igual a $4 * 32 = 128$ baterías para el almacenamiento de la
 250 energía

251

252 2.6 Selección del inversor

253

254 Para la selección del inversor se tomó en cuenta el número de paneles solares a
 255 instalar, así como las características eléctricas del propio panel como la corriente de
 256 corto circuito, El voltaje de circuito abierto y la máxima potencia entregada por el
 257 modulo. De acuerdo al número de paneles obtenidos, se seleccionó el inversor de la
 258 marca MUST ® de 10kW a 48V de conversión.

259
$$potencia\ total\ de\ los\ paneles = numero\ de\ panles * potencia\ por\ panel \quad (7)$$

260
$$potencia\ total\ de\ paneles = 290W * 28 = 8100\ W$$

261

262 Se eligió este inversor un poco sobredimensionado debido a un factor de seguridad
 263 el cual es aplicado por si el usuario sobrepasa la carga total instalada, y se tenga una
 264 tolerancia considerable para poder aumentar la carga [8].

265 La disposición de los paneles en el área disponible es colocar en cuatro filas de 7
 266 paneles conectados en serie y así mismo las filas se conectarán en paralelo para ser

267 conectadas al inversor. Los paneles conectados en serie de esta manera no sirven
 268 para obtener una tensión de 48 V la cual fue seleccionada porque el consumo
 269 propuesto sobrepasa los 4000Wh.

270

271 2.7 Selección de los conductores

272

273 De acuerdo a los datos técnicos proporcionados por el fabricante, se tiene una
 274 corriente de corto circuito de 9.6 A.

275 Con las corrientes especificadas en la tab. 3, se determinó el calibre y tipo de
 276 aislamiento de acuerdo a la norma oficial mexicana NOM-001-SEDE-2012 [9]. En
 277 este caso se consideró para los paneles fotovoltaicos un aislamiento tipo USE-2
 278 debido al artículo 690-31(b) que indica que este puede ser utilizado en lugares
 279 exteriores expuestos, mientras que para las demás conexiones se considerara el uso
 280 del cable tipo THW el cual es termoplástico resistente a la humedad, al calor y a la
 281 propagación de incendios.

282

283 **Tab. 3 Valores de corriente máxima del circuito corregidos a 125%**

284

| Círculo | Corriente Máxima | Corriente máxima más 25 % (A) |
|-----------------------------------|------------------|-------------------------------|
| Entre paneles | 9.6 | 12 |
| Del panel al inversor | 9.6 | 12 |
| Del inversor a la carga | 24 | 30 |
| Del inversor al banco de baterías | 70 | 87.5 |

285

286 En la tab. 4, se resume la utilización de los conductores.

287

288 **Tab. 4 Tabla de designación de conductores**

289

| Círculo | Calibre del conductor AWG |
|-----------------------------------|---------------------------|
| Entre paneles | 14 USE-2 |
| Del panel al inversor | 12 THW |
| Del inversor a la carga | 10 THW |
| Del inversor al banco de baterías | 4 THW |

290

291 2.8 Conductores de puesta a tierra

292

293 De acuerdo a la tab. 4 y conforme a lo mencionado en la tabla de la NOM-001-
 294 SEDE-2012 tabla 250-122, se toma el calibre del conductor con mayor ampacidad,
 295 de acuerdo a la tabla, el valor más grande es el banco de baterías, pero se considera

296 independiente en el sistema para cálculos de conductor a tierra, por lo que se
297 considera el calibre 10 AWG.

298

299 2.9 Elección de la canalización

300

301 Para la determinación de la canalización para los conductores, se utilizó el tubo
302 conduit de pared gruesa, el cual se seleccionó con base a la tabla C-1de la NOM –
303 001- SEDE -2012 de instalaciones en intemperie tab. 5.

304

305 **Tab. 5 Selección de diámetro de tubería**

306

| Círculo | Cantidad de conductores a ocupar por tubería | Tubería a utilizar (Plg.) |
|-------------------------|--|---------------------------|
| Del panel al inversor | 2 | 1/2 |
| Del inversor a la carga | 2 | 1/2 |

307

308 3. Resultados y análisis

309

310 De acuerdo con los cálculos se obtiene una carga total a satisfacer de 38260 Wh/día,
311 esto utilizando lámparas de led, para satisfacer esta demanda requerimos 28 paneles
312 solares, así mismo, requerimos 128 baterías para almacenar la energía requerida. El
313 calibre de los conductores calculados es del tipo 4, 10, 12 THW y la tubería conduit
314 requerida es de $\frac{1}{2}$ " (12mm).

315

316 4. Conclusiones

317

318 Se obtuvieron los cálculos requeridos de demanda eléctrica para el sistema de
319 alumbrado de la zona centro del pueblo de Teocitan Puebla.

320 Se calculó y selecciono el tipo de paneles, baterías e inversor, así como, el tipo de
321 cable y conductos que se van a utilizar en la instalación del sistema de alumbrado.

322 El diseño, selección de elementos y cálculos, demuestran que el proyecto es
323 totalmente viable.

324

325 Índice de referencias

326

- 327 [1] Departamento de formación CENSOLAR. (2009). *La Energía Solar, aplicaciones*
328 *prácticas*. Sevilla España: Promotora General de Estudios S.A.
- 329 [2] G. Rasul, Mohammad; Kalam Azad, Abdul; C. Sharma, Subhash; (2017). *Clean*
330 *energy for sustainable development*. Inglaterra, Elsevier.
- 331 [3] Harper, G. E. (2013). *ABC de las Energías Renovables en los sistemas eléctricos*.
332 Ciudad de México: Limusa.
- 333 [4] Sánchez Maza, M. (2010). *Energía Solar Fotovoltaica*. México: Limusa.

- 334 [5] Velilla, Jorge Pablo Díaz. (2015). *Sistemas de energías renovables*. España:
335 Paraninfo S.A.
- 336 [6] Cantos Serrano, J. (2016). *Configuración de Instalaciones Solares Fotovoltaicas*.
337 Madrid, España: Paraninfo.
- 338 [7] Casa, M., & Barrio, M. (2012). *Instalaciones solares fotovoltaicas*. Barcelona,
339 España: MACOMBO, S.A.
- 340 [8] Roldán Viloria, J. (2013). *Montaje mecánico en instalaciones solares fotovoltaicas*.
341 España: Paraninfo.
- 342 [9] NORMA OFICIAL MEXICANA NOM-001-SEDE-2012, INSTALACIONES
343 ELECTRICAS (UTILIZACION). (s.f.). México: Diario Oficial de la Federación.
344

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

IDENTIFICACIÓN DE PATRONES EN ÁLGEBRA LINEAL POR MEDIO DE GEOGEBRA

Marcos Campos Nava^{*1}, Agustín Alfredo Torres-Rodríguez²

¹Área Académica de Matemáticas y Física, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México.

Carretera Pachuca- Tulancingo km.4, Col. Carboneras, Mineral de la Reforma, Hidalgo.

²Departamento de Ciencias Básicas, Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de Atitalaquia, México.
Av. Tecnológico No.9, Col. Tezoquipa, Atitalaquia, Hgo.

IN-POAI023

Resumen

Se ha identificado que la forma de pensar y resolver problemas es diferente cuando éstos se abordan con el uso de recursos digitales. En el caso particular del álgebra lineal, asignatura que se imparte en el subsistema del Tecnológico Nacional de México, se identifica en el tema de matrices y el cálculo de determinantes, una posibilidad de implementar una actividad en el aula con ayuda de una herramienta digital, y que se basa en el reconocimiento de patrones, actividad que está considerada como un elemento importante del pensamiento matemático. Diversos autores identifican que uno de los objetivos centrales de cualquier curso de matemáticas, debiera ser que los estudiantes identifiquen patrones y puedan realizar justificaciones o generalizaciones asociadas a dichos patrones. En esta propuesta, se sugiere emplear un sistema de geometría dinámico como GeoGebra, para que el profesor genere recursos digitales, tales como plantillas dinámicas con los que el estudiante pueda y que le permitan identificar patrones, concretamente en el tópico de matrices, identificando arreglos numéricos que generan matrices con determinante nulo, un caso de especial interés en álgebra lineal.

Palabras clave: Matrices, Patrones, GeoGebra, Álgebra lineal.

1. Introducción

Existe consenso entre diversos especialistas de que las matemáticas son la ciencia de los patrones (Steen, 1998; Schoenfeld, 1992), en consecuencia, los profesores de matemáticas pudieran orientar parte de su trabajo en promover que los estudiantes sean capaces de identificar patrones relacionados a los tópicos bajo estudio, para posteriormente tratar de formular justificaciones sobre los mismos. Esta forma de concebir la instrucción en las clases de matemáticas, es compatible con algunos elementos de la naturaleza de la disciplina, es decir, la formulación de conjeturas y análogamente la justificación de tales conjeturas, que es parte del quehacer de los matemáticos profesionales.

^{1*}Autor para la correspondencia. E-mail: mkampos@hotmail.com

40 En este orden de ideas, las redes sociales, los escenarios virtuales y los materiales
41 audiovisuales han modificado la forma de comunicarnos desde hace más de dos
42 décadas; esto ha repercutido en la manera como los seres humanos podemos
43 aprender debido a la gran cantidad de recursos que ofrecen información de diversas
44 formas: videos tutoriales, blogs, documentales, libros y artículos en formato
45 electrónico, entre otros. (Campos-Nava y Torres-Rodríguez, 2019, 2017).
46 Adicionalmente, el uso sistemático de recursos digitales se ha extendido desde hace
47 algunas décadas en el sector educativo, y las matemáticas no han sido la excepción,
48 desde recursos didácticos como video-tutoriales, MOOCs, video-documentales,
49 plataformas digitales, hasta el uso de software especializado en matemáticas, forman
50 parte del contexto de los estudiantes y les resultan familiares.

51 **1.1. Algunos antecedentes del álgebra lineal**

52 Los orígenes del álgebra lineal son ubicados por algunos historiadores en papiros
53 egipcios que datan de varios siglos anteriores a nuestra era, en los que se presentan
54 problemas algebraicos que conducen a sistemas de ecuaciones lineales. Por otro lado,
55 la génesis de los números complejos en el siglo XVI, es otro antecedente importante
56 de la disciplina; sin embargo, el concepto de matriz que es probablemente el objeto de
57 estudio central del álgebra lineal, fue definido formalmente hasta mediados del siglo
58 XIX con los trabajos de Sylvester y Cailey (Rosales, 2009; Luzardo y Peña, 2006). En
59 este orden de ideas, aunque el concepto de determinante está íntimamente ligado al
60 de matriz, los orígenes de la noción de determinante se remontan a mediados del siglo
61 XVI con Girolamo Cardano en Europa, mientras que en Japón, Seki Kowa publicó en
62 1683 el que puede considerarse el primer tratado formal sobre el tema, mientras que
63 otros historiadores incluso remontan su concepción a culturas ancestrales, como la
64 China del siglo II antes de nuestra era (Medel y García, 2016; Rosales, 2009; Luzardo
65 y Peña, 2006). Las matrices cuadradas, que son arreglos rectangulares con el mismo
66 número de filas que de columnas, tienen asociada *una constante* a la que llamamos
67 su determinante (Δ), se puede hacer una analogía, sin que sea lo mismo, a las
68 llamadas *constantes mágicas* de los *cuadros mágicos*, es decir, los conocidos arreglos
69 cuadrados de números enteros, que, al sumarse en cualquier dirección, el resultado
70 es *invariante*.



71
72
73
74
75
76 **Figura 1. Melancolía de Alberto Durero en el que aparece un cuadro mágico.**

77 En la Fig. (1), se puede apreciar en la parte superior derecha del grabado un ejemplo
 78 de cuadro mágico de orden 4, en términos matriciales, es una matriz de 4x4 o de orden
 79 cuatro.

80 **Tabla 1. Cuadro mágico de Alberto Durero.**

| | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 16 | 3 | 2 | 13 |
| 5 | 10 | 11 | 8 |
| 9 | 6 | 7 | 12 |
| 4 | 15 | 14 | 1 |

81

82 En la tabla 1, se presenta un detalle del cuadro mágico del grabado en la Fig. (1), se
 83 considera cuadro mágico porque al sumar los 4 números que aparecen en cada
 84 renglón, en cada columna e incluso en cada diagonal, el resultado es 34, la llamada
 85 constante mágica.

86 Si bien el determinante de una matriz no se obtiene con sólo sumar los elementos de
 87 cada renglón o cada columna, resulta ser, que al igual que la constante mágica de un
 88 cuadro mágico, es un invariante para cada matriz cuadrada (sin que tenga que ser un
 89 cuadro mágico). Con alguno de los conocidos métodos para calcular determinantes,
 90 se puede hallar el determinante de la matriz, de la Tabla 1. Empleando el método
 91 denominado expansión de Laplace para el primer renglón, se establece:

$$92 \Delta = 16 \begin{vmatrix} 10 & 11 & 8 \\ 6 & 7 & 12 \\ 15 & 14 & 1 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} 5 & 11 & 8 \\ 9 & 7 & 12 \\ 4 & 14 & 1 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 5 & 10 & 8 \\ 9 & 6 & 12 \\ 4 & 15 & 1 \end{vmatrix} - 13 \begin{vmatrix} 5 & 10 & 11 \\ 9 & 6 & 7 \\ 4 & 15 & 14 \end{vmatrix}$$

93 Siendo un determinante de orden cuatro, en la primera expansión se reduce ahora al
 94 cálculo de 4 determinantes de orden tres, que en la siguiente expansión se deberán
 95 reducir a 3 determinantes de orden dos por cada determinante de orden tres, y luego
 96 a 2 determinantes de orden uno por cada determinante de orden dos, hasta así obtener
 97 el determinante buscado de orden cuatro. Se muestra a continuación la reducción del
 98 primer determinante de orden tres a 3 determinantes de orden dos:

$$99 16 \begin{vmatrix} 10 & 11 & 8 \\ 6 & 7 & 12 \\ 15 & 14 & 1 \end{vmatrix} = 16 \left[10 \begin{vmatrix} 7 & 12 \\ 14 & 1 \end{vmatrix} - 11 \begin{vmatrix} 6 & 12 \\ 15 & 1 \end{vmatrix} + 8 \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 15 & 14 \end{vmatrix} \right]$$

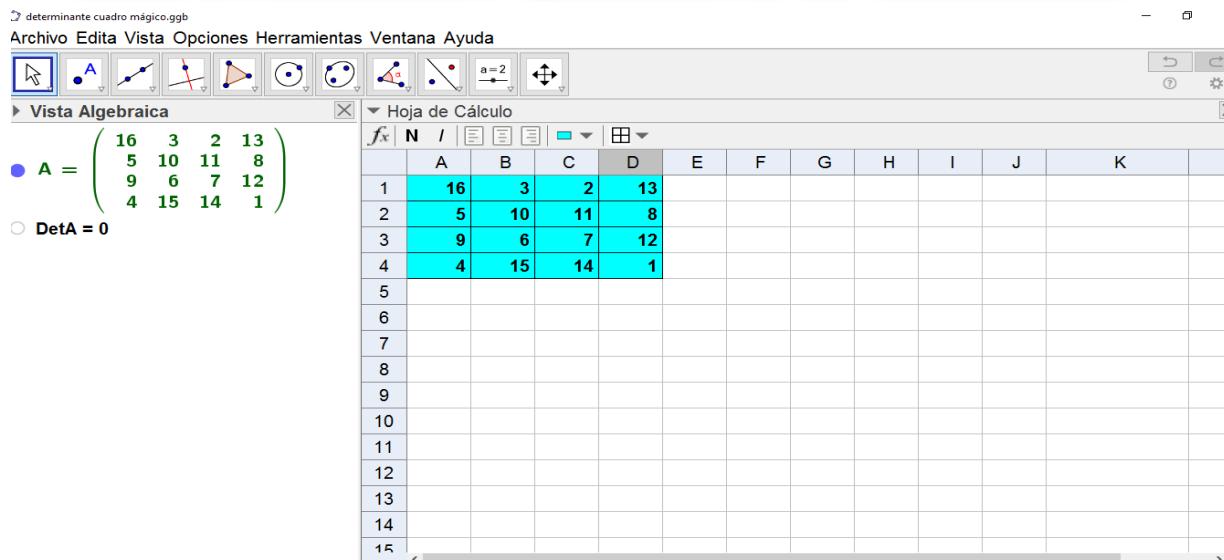
100 Todos los cálculos engorrosos que se deberían hacer, para saber el valor del
 101 determinante del cuadro mágico, darán como resultado cero, y los estudiantes pueden
 102 verificar, que si aplican el método propuesto (la expansión de Laplace) a cualquier otro

103 renglón o columna, el resultado será el mismo, de ahí que, dada una matriz cuadrada,
 104 el determinante de la misma es un invariante de ésta.

105 Es justamente este tópico del programa de estudios² de álgebra lineal del Tecnológico
 106 Nacional de México, el que pensamos que podemos enriquecer si empleamos una
 107 herramienta digital y además se plantea una actividad en la que se promuevan
 108 situaciones que propicien el desarrollo de algunos elementos del pensar
 109 matemáticamente, tales como la identificación de patrones, y la elaboración y
 110 comprobación de conjjeturas, puesto que la forma en que sugiere tratar este tópico es
 111 predominantemente algorítmica, al indicar que se debe hacer la definición formal del
 112 concepto de determinante de una matriz, y a partir de sus propiedades, calcularlos.

113 2. Desarrollo: el empleo de GeoGebra y el cálculo de determinantes.

114 En este sentido, se puede emplear la hoja de cálculo de GeoGebra para declarar un
 115 arreglo rectangular, en este caso, las entradas del cuadro mágico, y con las
 116 herramientas que tiene incorporadas, se genera casi en forma automática una matriz,
 117 después basta con solicitar que el software calcule del determinante de la misma por
 118 medio del algoritmo que ya tiene incorporado, y se tendrá de inmediato el resultado
 119 que a lápiz y papel es tedioso y laborioso.



120

121 **Figura 2. Uso de Geogebra para la obtención del determinante.**

122 Una vez que se permite la utilización de este recurso digital durante la clase, la
 123 atención se puede centrar en la búsqueda de patrones y la formulación de conjjeturas,
 124 por ejemplo, dado este primer caso, una pregunta que daría pie a posibles conjjeturas

² El programa de estudios al que se hace mención, se puede consultar en <http://ith.mx/documentos/reticulas/mecatronica/3/AC003%20Algebra%20Lineal.pdf>

125 es: ¿los cuadros mágicos son matrices con determinante nulo? Hay que recordar que
126 el interés de identificar matrices cuyo determinante sea nulo, es relevante en álgebra
127 lineal, ya que, dependiendo el problema y del contexto, matrices con esta propiedad
128 pudieran asociarse a un sistema de ecuaciones sin solución o a un conjunto de
129 vectores linealmente dependientes. Para explorar la pregunta, se puede intentar con
130 un cuadro mágico de orden tres, y cuya constante mágica es 15, lo cual se puede
131 constatar al sumar los tres números (ver tabla 2) de cada renglón, columna, y diagonal.

132 **Tabla 2. Cuadro mágico de orden 3.**

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 9 | 2 |
| 3 | 5 | 7 |
| 8 | 1 | 6 |

133
134 Si bien resulta más amigable obtener a lápiz y papel el determinante de una matriz de
135 orden tres, el interés ahora se centra en identificar algún patrón relacionado a los
136 cuadros mágicos, por lo que la sugerencia es utilizar GeoGebra para la obtención del
137 determinante. Para el caso de este cuadro mágico en particular, se puede verificar que
138 su determinante no es nulo, de modo que la posible conjectura que se podría haber
139 planteado a partir de obtener con GeoGebra el determinante del cuadro mágico de
140 orden cuatro y descubrir que es nulo, se descarta, sin embargo, el ejercicio permite
141 familiarizarse con el uso de GeoGebra para la obtención de determinantes de matrices
142 cuadradas del orden deseado.

143 **3. La propuesta concreta**

144 Para proceder a la identificación de patrones sobre matrices con determinantes nulos,
145 a partir del uso de GeoGebra como recurso digital, se propone iniciar de la siguiente
146 manera: se proporciona a los estudiantes una plantilla de GeoGebra prellenada por el
147 profesor, por ejemplo, en la vista de hoja de cálculo Fig. (3), se declaran tres arreglos
148 matriciales, uno de orden cinco, otro de orden cuatro y otro más de orden tres, en el
149 cual se han prellenado algunas de las casillas con números enteros (positivos y
150 negativos).

151 Hemos marcado en verde las casillas en las que faltan entradas, para que sea más
152 fácil identificar cuáles son las que se tienen que llenar. Se sugiere a los estudiantes
153 que de forma individual o en grupos reducidos, se termine de llenar cada casilla de
154 cada arreglo con una condición, que la suma de cada uno de los elementos de cada
155 columna sea cero, por ejemplo en el arreglo de orden cinco de la Fig. (3), ya se han
156 colocado 3 de los cinco elementos de la primera columna (3,0,8) por lo que los
157 estudiantes deben colocar dos más, pero de tal forma, que la suma de éstos tres, junto

158 con los restantes sea cero. Es fácil notar que sea lo que sea que coloquen, las entradas
 159 faltantes deben sumar menos once.

Archivo Edita Vista Opciones Herramientas Ventana Ayuda

Vista Algebraica

Hoja de Cálculo

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J |
|----|---|----|-----|---|----|---|----|---|---|---|
| 1 | 3 | | 7 | 5 | | | | | | |
| 2 | | | | | -4 | | | | | |
| 3 | 0 | 5 | | | | | | | | |
| 4 | | 1 | | | -7 | | | | | |
| 5 | 8 | | -2 | | | 1 | | | | |
| 6 | | | | | | | | | | |
| 7 | | | | | | | | | | |
| 8 | 1 | | -11 | 4 | | | 3 | | 1 | |
| 9 | | 2 | | | | | -8 | | | |
| 10 | 0 | | | | 2 | | 0 | | | |
| 11 | | -3 | | | | | | | | |
| 12 | | | | | | | | | | |
| 13 | | | | | | | | | | |
| 14 | | | | | | | | | | |
| 15 | | | | | | | | | | |

160

161

Figura 3. Plantilla pre-llenada para arreglos matriciales cuadrados.

162 Se da libertad a los estudiantes para que llenen el resto de las entradas, incluso
 163 pueden emplear las herramientas de la hoja de cálculo de GeoGebra para verificar que
 164 efectivamente, la suma de cada columna en cada arreglo es cero; posteriormente se
 165 solicita a los estudiantes que generen las matrices respectivas y que obtengan
 166 directamente el determinante de cada una. Se muestra a continuación una posibilidad
 167 Fig. (4).

Archivo Edita Vista Opciones Herramientas Ventana Ayuda

Vista Algebraica

Hoja de Cálculo

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J |
|----|----|----|----|-----|----|---|----|---|---|---|
| 1 | 3 | 4 | 7 | 5 | 8 | | | | | |
| 2 | -5 | -2 | 4 | -7 | -4 | | | | | |
| 3 | 0 | 5 | -1 | 6 | 0 | | | | | |
| 4 | -6 | 1 | -8 | -7 | -5 | | | | | |
| 5 | 8 | -8 | -2 | 3 | 1 | | | | | |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | |
| 7 | | | | | | | | | | |
| 8 | 1 | | -4 | -11 | 4 | | 3 | | 1 | |
| 9 | | 5 | 2 | 6 | 7 | | -3 | | | |
| 10 | 0 | | -3 | 2 | | | 0 | | | |
| 11 | -6 | -3 | 8 | -13 | | | | | | |
| 12 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | |
| 13 | | | | | | | | | | |
| 14 | | | | | | | | | | |
| 15 | | | | | | | | | | |

C12 = 0
 D12 = 0
 G11 = 0
 H11 = 0
 I11 = 0

A =
$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 7 & 5 & 8 \\ -5 & -2 & 4 & -7 & -4 \\ 0 & 5 & -1 & 6 & 0 \\ -6 & 1 & -8 & -7 & -5 \\ 8 & -8 & -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

B =
$$\begin{pmatrix} 1 & -4 & -11 & 4 \\ 5 & 2 & 6 & 7 \\ 0 & 5 & -3 & 2 \\ -6 & -3 & 8 & -13 \end{pmatrix}$$

C =
$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -3 & -8 & 3 \\ 0 & 7 & -4 \end{pmatrix}$$

DetA = 0
 DetB = 0
 DetC = 0

168

169

Figura 4. Ruta al planteamiento de una conjectura.

170 Se ha utilizado la herramienta de suma de la misma hoja de cálculo para verificar que
171 la suma de cada columna en cada arreglo matricial es cero, con base en los arreglos
172 de la hoja de cálculo se definieron las matrices A, B y C de orden cinco, cuatro y tres
173 respectivamente, luego de ello, con el comando que permite hallar el determinante de
174 una matriz cuadrada, se obtuvo cada uno y resultaron ser determinantes nulos. Con
175 base en la identificación de este patrón, a partir de lo mostrado en la Fig. (4), parece
176 ser factible proponer una conjetura que pudiera enunciarse así: *si en un arreglo*
177 *rectangular cuadrado, la suma de las entradas de cada columna es igual a cero, el*
178 *determinante de la matriz es nulo.*

179 ¿Es plausible esta conjetura? En equipos, se puede hacer un consenso de lo que cada
180 uno obtuvo (valores de las celdas verdes en la Fig. (4), con lo cual no sólo tendríamos
181 una propuesta para cada orden de las matrices empleadas, se puede incluso dar
182 libertad a los estudiantes para que ahora ellos planteen arreglos en los que no existan
183 entradas prellenadas por el profesor, pueden incluso abordar con facilidad casos de
184 matrices de orden superior, como seis, siete o más, si no son capaces de encontrar un
185 caso que refute la conjetura propuesta, es plausible y se puede proceder a dar
186 argumentos para su justificación. Además, gracias al uso del GeoGebra, se pueden
187 abordar otras posibles conjeturas para verificar si son plausibles o no, por ejemplo: si
188 en lugar de las columnas, nos fijamos en los renglones de una matriz cuadrada ¿cada
189 que la suma de los elementos de sus renglones sea cero, el determinante es nulo? O
190 por ejemplo, ya que al sumar cero cada columna de una matriz cuadrada se obtuvo un
191 determinante nulo ¿será que si las columnas de una matriz cuadrada suman una
192 constante k , el determinante será $\Delta = k$?

193 3. Conclusiones

194 Resulta deseable que en la clase de matemáticas el profesor, además de abordar
195 actividades dónde se busque el desarrollo de las habilidades y competencias
196 específicas que están asociadas a contenidos determinados, considere también el
197 diseño de actividades de aprendizaje para el aula que promuevan algunos elementos
198 centrales del pensamiento matemático. En tal propósito, el empleo de un sistema de
199 geometría dinámico, como GeoGebra, proporciona un conjunto de herramientas que
200 facilitan dichos procesos del pensar matemáticamente, en este caso concreto la
201 identificación de patrones y la formulación y justificación de conjeturas para un tópico
202 específico en los cursos de álgebra lineal que se imparten en el Tecnológico Nacional
203 de México, que en este caso es sobre las matrices y sus determinantes.

204 Otro aspecto que queremos resaltar, es que durante el proceso de diseño de
205 actividades de aprendizaje para la clase de matemáticas, el docente puede recurrir a
206 la combinación de elementos de fuentes diversas: para el caso de esta propuesta, por
207 un lado consideramos la investigación de elementos históricos y epistemológicos
208 alrededor de los distintos objetos matemáticos (como los datos acerca de los
209 determinantes y los cuadros mágicos), y en segunda instancia, considerando las
210 potencialidades que puede brindar una herramienta tecnológica como GeoGebra. Por

211 último, los autores de esta contribución, pensamos que un elemento central para el
212 diseño de este tipo de propuestas didácticas, tiene estrecha relación con el
213 reconocimiento de la importancia que tiene el promover el desarrollo de los distintos
214 elementos del pensamiento matemático.

215 Índice de referencias

216

217 Capítulo de libros

- 218 • Schoenfeld, A. (1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving,
219 Metacognition and Sense Making in Mathematics. En D. Grows (Ed) *Handbook*
220 *for Research of Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-368). Londres,
221 UK: McMillan. Available on (reprint):
222 <https://journals.sagepub.com/doi/pdf/10.1177/002205741619600202>

223 Revistas

- 224 • Campos-Nava, M. y Torres-Rodríguez, A. (2017). Las tareas de aprendizaje en
225 la enseñanza de las matemáticas a distancia. *Revista Mexicana de Bachillerato*
226 a distancia. (9)17, 147-155.
227 Doi: <http://dx.doi.org/10.22201/cuaed.20074751e.2017.17.64975>
- 228 • Luzardo, D. y Peña, A. (2006). Historia del Álgebra Lineal hasta los Albores del
229 Siglo XX. *Divulgaciones Matemáticas*, (14)2, 153-170.
230 Disponible en: <https://www.emis.de/journals/DM/v14-2/art6.pdf>
- 231 • Medel, J. y García, C. (2016). Historia del determinante. *Revista Ciencia*, (67)1,
232 60-67. Disponible en:
233 https://www.revistaciencia.amc.edu.mx/images/revista/67_1/PDF/Determinant_e.pdf0
- 235 • Rosales, A. (2009). Evolución Histórica del Concepto de Matriz. *Revista Digital*
236 *Matemática, Educación e Internet*, (9)2. Disponible en:
237 https://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/ContribucionesV9_n1_2008/Evolucion_Historica_del_concepto_de_matriz.pdf

239 Memorias de congresos

- 240 • Campos-Nava, M. y Torres-Rodríguez, A. (2019). Propiciando la argumentación
241 en la clase de matemáticas: el caso de la geometría euclídea. En: Memorias
242 del onceavo congreso internacional sobre la Enseñanza y Aplicación de las
243 Matemáticas, México. Disponible en:
244 http://congresomatematicas.cuautitlan2.unam.mx/memorias/Memorias_11vo.pdf
- 246 • Steen, L. (1998). *Reflections on Mathematical Patterns, Relationships and*
247 *Functions*. Prepared for the Minnesota K-12 Mathematics Framework, SciMath-
248 MN: Available on:
249 <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.231.9177&rep=rep1&type=pdf>

251

ALGORITMO DE APRENDIZAJE AUTOMATIZADO APLICADO PARA EL ANÁLISIS DE SENTIMIENTOS EN TWITTER

Rosalba Nancy Rosas Fonseca^{1*}, Omar García León² y Miguel de Nazareth Pineda
Becerril³, Judith Mayte Flores Pérez⁴

^{1,2,3,4}Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. Carretera Cuautitlán-Teoloyucan
Km. 2.5, Col. San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcalli, Estado de México, CP. 54714.

EN-POAI024

Resumen

Existen estrategias basadas en procesos de aprendizaje que nos ayudan a conocer y evaluar las opiniones expresadas en las redes sociales o en los sitios web, en la actualidad el mundo digital maneja grandes volúmenes de información que son administrados o controlados por herramientas capaces de procesar automáticamente mensajes, frases o expresiones. En este artículo podemos mencionar que existen diferentes técnicas para abordar esta problemática como lo son: el aprendizaje automático, el diccionario de polaridad, el algoritmo genético, el algoritmo de análisis de sentimientos, el reconocimiento de imágenes, el reconocimiento de voz, entre otros, estas técnicas que forman parte de la inteligencia artificial y en este documento se evaluarán dos: aprendizaje automatizado y algoritmo de análisis de sentimientos ya que son de los estudios más avanzados y nos ayudarán a realizar el análisis detallado de los tweets para obtener resultados factibles. Como sabemos el procesamiento de datos del aprendizaje automático es una fuente donde la máquina no se programa para que responda de una determinada forma según las entradas recibidas, sino más bien para que extraiga patrones de comportamiento a partir de estas y basándose en dicha información aprendida o asimilada, realice la evaluación de nuevas entradas para dar una solución a partir de métodos estadísticos. En el algoritmo de análisis de sentimientos comenzaremos analizando los tweets de sentimientos en el software de R de una película o un tema en particular. Así mismo, se abordarán las ventajas y desventajas de cada uno de los enfoques para su aplicación en la investigación, así como las competencias que se requieren como científico de datos para el estudio, desarrollo e implementación.

Palabras clave: Algoritmo, Análisis, Sentimientos, Científico de datos, Aprendizaje automatizado.

1. Introducción

En las últimas décadas, hemos sufrido importantes cambios, originados por la evolución de las tecnologías, las cuales han modificado las formas de acceso y difusión de la información, así como las formas de comunicación entre los individuos y las máquinas, e incluso entre las propias máquinas. En la actualidad la tecnología abarca muchas áreas y con ello aumentan las tendencias de ayudar al ser humano a realizar

¹ * Autor para la correspondencia. E-mail: nancy_fonseca1@hotmail.com

41 diversas tareas. Por ejemplo, el algoritmo de análisis de sentimientos analiza el
42 sentimiento global de un documento como un todo indivisible, clasificándolo como
43 positivo, negativo o neutro o usando otro sistema de calificación.

44 Otro de los avances tecnológicos más recientes es el aprendizaje automático, que si
45 bien sabemos sus inicios fueron hace muchos años, como una rama de la inteligencia
46 artificial, pero su impacto ha dejado más huella en los últimos años a raíz de la
47 creciente demanda tecnológica, cuando hablamos del aprendizaje automático
48 podemos mencionar que su procesamiento de datos es una fuente de aprendizaje
49 donde la máquina no se programa para que responda de una determinada forma
50 según las entradas recibidas, sino más bien para que extraiga patrones de
51 comportamiento, a partir de estas y basándonos en dicha información aprendida o
52 asimilada, realice la evaluación de nuevas entradas para dar una solución a partir de
53 métodos estadísticos. Hay dos tipos de aprendizaje automático, según haya o no haya
54 retroalimentación, los algoritmos de aprendizaje automático no supervisado realizan el
55 procesamiento en base únicamente a las entradas. El programa tiene la capacidad de
56 configurarse a medida que procesa las observaciones que va recibiendo. Este
57 programa realiza un análisis multidimensional de grandes volúmenes de textos, entre
58 otros factores, a partir de la frecuencia de términos y su interconexión mutua (Ratinaud
59 y Déjean, 2009). Los resultados responden a una lógica exploratoria, debido
60 precisamente a su carácter no supervisado.

61 Los algoritmos de aprendizaje automático supervisado (AAS) cuentan con un
62 diccionario manualmente clasificado. El algoritmo lleva a cabo dos procesos: encontrar
63 los mejores parámetros para el algoritmo, y evaluar el nivel de factibilidad con esos
64 parámetros. A esta fase se le llama de aprendizaje o entrenamiento.

65 Un punto importante de este proceso es la elaboración del diccionario de datos
66 científicos o de investigación el cual contendrá el corpus para el entrenamiento.
67 Conviene que sea lo más voluminoso posible y que sea representativo del conjunto de
68 datos que se quiere analizar, así como tener claras las competencias necesarias del
69 científico de datos, que es aquel que combina la estadística, matemáticas,
70 programación y solución de problemas, con la captura de datos de forma ingeniosa y
71 la capacidad de mirar las cosas de manera diferente (encontrar patrones), además de
72 hacer las actividades propias de limpieza, preparación e integración de datos
73 (Monnappa, 2017).

74

75 **2. Metodología o desarrollo**

76 Se plantea la siguiente metodología para lograr los objetivos y metas establecidas
77 dentro de este proyecto, a través del algoritmo de análisis de sentimientos, y
78 el algoritmo de aprendizaje automático.

79

80 **2.1 Análisis**

81

82 En el algoritmo de análisis de sentimientos comenzamos analizando los tweets,
83 utilizando el software de R, a partir de una película o un tema en particular, nos
84 apoyamos de librerías como plyr para utilizar formas recursivas y stringr que nos
85 permiten hacer operaciones sobre los textos, así como twitter para cargar los objetos
86 de tipo twitte.

87

88 **2.1.1 Programación del algoritmo de análisis de Sentimientos**

89 1.-Se implementó una función para *limpiar tweets* a través del comando gsub, que nos
90 permitió sustituir caracteres extraños (http, @, ., #) por un espacio vacío.

91 2.-Como segundo paso, realizamos la función *sentimientosScore* para calcular el
92 número de palabras en cada categoría de los sentimientos, los parámetros son: frases,
93 mneg (muy negativas), neg (negativas), mpos(muy positivas) y pos (positivas) los
94 cuales vamos a utilizar para hacer comparativos del contenido de los tweets.

95 3.-Creamos una matriz de 0 elementos, 0 filas y 5 columnas llamada scores_final que
96 nos ayudó a guardar los datos obtenidos.

97 4.-Como cuarto paso, vamos a decir que los datos se guardarán en forma de lista de
98 palabras, iniciando con las frases y las siguientes columnas serán los pensamientos:
99 negativos, muy negativos, positivos y muy positivos.

100 5.-En el quinto paso, inicializamos el elemento frase, eliminando
101 caracteres innecesarios.

102 6.-En el sexto paso, utilizamos la función tolower que nos sirve para cambiar la frase
103 a minúsculas.

104 7.-A continuación realizamos una lista de palabras, utilizando la función str_split que
105 nos separará las frases en palabras.

106 8.-En el octavo paso, vamos a construir vectores para cada categoría (*neg*, *mneg*,
107 *pos*, *mpos*).

108 9.-En el siguiente paso, se realizó un conteo y una suma total para saber cuantas
109 frases tenemos por categoría, en este mismo paso generamos un vector llamado score
110 que tendrá los datos de las categorías.

111 10.- Y por último añadimos una línea a la tabla escore, que tendrá la frase inicial y sus
112 categorías.

113 2.1.2 Cargando archivos

114 1.-Primer paso, abrimos el archivo que tiene las frases y cargamos las palabras en
115 un data frame.

116 2.-Después categorizamos las palabras de muy negativos a muy positivos dando
117 un valor a cada una, si la palabra es muy negativa le dará un valor entre -4 y -5, si es
118 negativa le dará un valor entre -1 y -3, si es positiva le dará un valor entre 1 y 3 y si es
119 muy positiva le dará un valor entre 4 y 5. Ver imagen 1 y tabla 1.

120 3.-Tercer paso, calculamos el score de cada tweet.

121 4.-Posteriormente agregamos dos columnas a una le ponemos el nombre de “valor” y
122 a la otra de “sentimiento”. Tal y como se muestra en la tabla 2.

123 5.-Quinto paso, establecemos un rango para las diferentes categorías, si es muy
124 negativo su valor debe ser menor a -1, si es negativo debe estar entre 0 y -1, si
125 es positivo entre 0 y 1 y si es muy positivo mayor a 1.

126 6.-Por último, graficamos los resultados obtenidos, hasta aquí y terminamos el
127 algoritmo de análisis de sentimientos. Ver tabla 3.

128 2.1.3 Algoritmo de aprendizaje automatizado

129 1.-Primer paso, comenzamos utilizando la librería RtextTools, que nos ayudó a generar
130 un diccionario de uso interno para crear matrices y valores de los documentos.

131 2.-Segundo paso, utilizamos la librería e1071, que nos ayuda a llamar funciones para
132 automatizar la formación de modelos predictivos.

133 3.-Posteriormente generamos un nuevo data frame, tomando las variables de texto y
134 sentimiento que generamos en el algoritmo de análisis de sentimientos.

135 4.-Cuarto paso, limpiamos el texto obtenido para el dataframe.

136 5.- Ahora creamos una matriz de documentos que nos guarde los datos.

137 6.-Sexto paso, utilizamos la función Bayes para clasificar las variables que tenemos,
138 en este caso serán los sentimientos, utilizamos solo 400 de los 500 datos.

139 7.-Séptimo paso, debemos predecir cuáles serían los 100 datos a obtener a partir de
140 nuestras estadísticas, utilizando uno de los métodos de aprendizaje automatizado.

141 Podemos observar que la metodología utilizada nos ayudó a obtener los datos que
142 necesitamos para nuestra investigación, a partir de un algoritmo de análisis de

143 sentimientos podemos utilizar un algoritmo de aprendizaje automatizado para generar
 144 predicciones o conocer más acerca de los patrones de comportamiento.

145 **3. Resultados y análisis**

146 Los primeros datos que obtuvimos fueron los siguientes, se separaron en palabras
 147 las frases tal y como se muestra en la siguiente imagen:

| Nº | Palabra |
|-----|--------------------|
| 86 | agresiones,-2 |
| 87 | agresivo,-2 |
| 88 | horrorizado,-2 |
| 89 | agog,2 |
| 90 | agonizar,-3 |
| 91 | agonizante,-3 |
| 92 | agoniza,-3 |
| 93 | agonizante,-3 |
| 94 | agonizar,-3 |
| 95 | agonizante,-3 |
| 96 | agoniza,-3 |
| 97 | agonizante,-3 |
| 98 | de acuerdo,1 |
| 99 | agradable,2 |
| 100 | acordado,1 |
| 101 | acuerdo de,1 |
| 102 | acuerdo,1 |
| 103 | alarmo,-2 |
| 104 | alarmado,-2 |
| 105 | alarmista,-2 |
| 106 | alarmistas,-2 |
| 107 | nor desaparic.o,-1 |

148

149

Figura 1. Categorizar las palabras

150 Posteriormente guardamos esos datos en un data frame:

151

Tabla 1. Dataframe de las palabras categorizadas

| Núm | Var1 | Var2 |
|-----|-------------------|-----------|
| 1 | Abandono | -2 |
| 2 | Abandonado | -2 |
| 3 | Abandonas | -2 |
| 4 | Abducido | -2 |
| 5 | Abducción | -2 |
| 6 | Aborrecer | -3 |
| 7 | Aborrecido | -3 |
| 8 | Aborrece | -3 |
| 9 | Amable | 2 |
| 10 | Bien | 2 |
| 11 | Capacidad | 2 |

152 Generamos un data frame con las categorías y agregamos dos columnas más, una
 153 con el nombre de valor y la otra con el nombre de sentimiento.

154

155

156

Tabla 2. Dataframe completo

| Núm | Texto | Muy Neg. | Neg. | Pos. | Muy Pos. | Valor | Sentimiento |
|-----|--|----------|------|------|----------|-------|--------------|
| 53 | Es un placer ver esta maravilla | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | Muy positivo |
| 54 | Comics el poder | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | Neutro |
| 55 | Poco a poco voy llenando mi cuaderno de imágenes | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | Neutro |
| 56 | Mientras el mundo se cae yo | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | Neutro |
| 57 | Yo en versión robot al termino | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | Neutro |
| 58 | Es una película muy aburrida | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | Muy positivo |

157 Obtenemos los resultados y graficamos las frecuencias de cada categoría como se muestra en la tabla 3 y la gráfica 1.
 158

159

Tabla 3 .Resultados del Algoritmo de Análisis

161

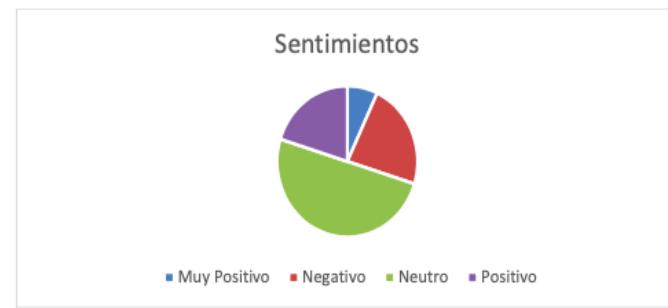
Núm. Var 1 Freq.

| | | |
|---|--------------|-----|
| 1 | Muy positivo | 35 |
| 2 | Negativo | 114 |
| 3 | Neutro | 250 |
| 4 | Positivo | 101 |

164

165

166



167

Gráfica 1. Análisis de Sentimientos.

168 El algoritmo de aprendizaje automatizado nos arrojó una probabilidad de que 50 de
169 los 100 datos a ingresar serán neutros.

170

4. Conclusiones

171

172 Como sabemos el desarrollo de un algoritmo de aprendizaje automatizado, conlleva a
173 trabajar en un entorno informático en el que nos encontramos con muchas técnicas y
174 métodos de trabajo, su función principal es encontrar los mejores parámetros para el
175 algoritmo, y evaluar el nivel de factibilidad con esos parámetros, en este proyecto
176 partimos de un algoritmo de análisis de sentimientos para identificar los patrones de
177 reconocimiento y posteriormente predecir que pasará con los datos generados en las
178 próximas consultas, esto debe ser observado tomando en cuenta el papel tan
179 importante que juega el científico de datos, debido a que todo el tiempo tiene que
180 realizar análisis y generar estadísticas que le permitan obtener resultados.
181

182

5. Referencias

183 Ratinaud, P. & Déjean, S. (2009): “*Iramuteq. Implémentation de la méthode
Alceste d’analyse de texte dans un logiciel libre*”. Comunicación presentada en el
184 *Modélisation appliquée aux sciences humaines et sociales (MASHS 2009)*. Toulouse,
185 10 de junio.
186

187 Monnappa, A. (2017). “*Data Science vs. Big Data vs. Data Analytics*”.
188 Simplilearn.com. Recuperado de <https://goo.gl/EA YQRC>.

ENTORNOS VIRTUALES: HERRAMIENTA EN EL APRENDIZAJE DE LA INGENIERÍA

Jesús Vicente González Sosa^{1*}, Amanda Lolita Pineda Norman²

José Ángel Hernández Rodríguez,³ Martha Hanel González⁴

^{1, 3, 4}Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Azcapotzalco
Av. San Pablo 180, Col. Reynosa Tamaulipas,

Alcaldía Azcapotzalco, C.P. 02200, CDMX

²Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería.

Círculo Escolar 04360, C.U., Alcaldía Coyoacán
C.P. 04510, CDMX.

IN-POID025

Resumen

Las Instituciones de Educación Superior desempeñan y deben asumir, hoy en día, un papel preponderante frente a las actuales exigencias del binomio educación-tecnología. Ante esto, la enseñanza-aprendizaje de la ingeniería, cada vez más se involucra con la tecnología e innovación de los sistemas educativos, por lo cual éste se debe mantener a la vanguardia con las nuevas tendencias, entre las cuales se encuentran los entornos virtuales. Este tipo de herramientas pedagógicas coadyuvan a agilizar los procesos de enseñanza en los diferentes niveles educativos, con un empuje mayor a nivel superior, por ello, en este trabajo se han plasmado ideas y desarrollos tecnológicos aplicados en la enseñanza de la ingeniería, como una herramienta fundamental para el aprendizaje. Algunos de los entornos virtuales que se han trabajado son plataformas virtuales como Schoology, Edmodo, Classroom y Moodle; además se han usado para aprender por medio del juego, como son: Kahoot. El uso de estas aplicaciones permite enriquecer los procesos de enseñanza con la tecnología actual, así como de dotar a los estudiantes de habilidades y herramientas que les permitirán hacer frente a los retos actuales en las diferentes disciplinas de la ingeniería. Los resultados muestran un avance significativo en donde se refleja el aprendizaje de las temáticas de la ingeniería, desde la ciencia básica hasta la ingeniería aplicada, tomando como base el porcentaje de estudiantes involucrados en estas herramientas, las cuales fortalecen la habilidad en la resolución de problemas y casos aplicables a la ingeniería desde el ámbito virtual. Con respecto al docente, estos nuevos estilos de aprendizaje que distan mucho de los métodos de aprendizaje utilizados cuando ellos fueron estudiantes, se ha convertido en un reto más en su quehacer diario.

Palabras clave: tecnologías, herramienta virtual, metodología, enseñanza, aprendizaje, educación.

1. Introducción

En México, debido a la pandemia mundial de la enfermedad COVID-19 causada por el nuevo virus SARS-COV2, anunciaron el cierre de las escuelas el 16 de marzo de 2019 para dejar de dar clases presenciales a nivel nacional en todos los niveles; los profesores y alumnos que no estaban familiarizados con los entornos virtuales se

^{1*}Dr. Jesús Vicente González Sosa, E-mail: jvgs@azc.uam.mx, Tel. 5553189532, ext. 142.

45 vieron obligados a descargar las aplicaciones o programas en sus dispositivos móviles
46 o computadoras, y de alguna forma, a aprender a usarlos rápidamente, esto debido a
47 que era una de las pocas formas de estar en contacto con sus alumnos y conseguir
48 terminar el semestre o el ciclo escolar.

49 Las herramientas virtuales como parte del aprendizaje se adaptan de manera
50 específica a las necesidades requeridas por el usuario (docente-estudiante) en donde
51 se logra mantener una comunicación estable e interacción con todas los usuarios e
52 intervenciones en cada recurso utilizado por la herramienta en cuestión (Rodríguez,
53 2017).

54 Un entorno virtual se puede considerar como innovación educativa, dado que permite
55 estructurar pertinencia, calidad y actividades con aprendizajes robustos que se
56 aprovechan con dichas herramientas, conforme se adquiere la experiencia en el uso
57 de cada una de ellas, fortaleciendo cada vez más la enseñanza (Rincón, 2008).

58 En la actualidad la enseñanza virtual, en línea o remota se ha convertido en un proceso
59 con fortalezas y ventajas predominantes como parte de las necesidades en los
60 entornos educativos, mostrando cada vez y amplio campo de aplicación fundamentado
61 en la relación docente- alumno (Guaña, 20015).

62 La tecnología ha mostrado grandes avances en los entornos y herramientas virtuales
63 que focalizan retos específicos para la sociedad académica para mantenerse a la
64 vanguardia con recursos tecnológicos y mostrar el cumplimiento de las necesidades
65 requeridas por los modelos de aprendizaje a nivel internacional (Edel, 2010).

66 Las herramientas virtuales en la aplicación de modelos de enseñanza-aprendizaje
67 tiene un impacto predominante en el desarrollo de profesionistas a nivel medio y
68 superior (Rodríguez, 2010), para mejorar los entornos educativos y ello se ve reflejado
69 con las investigaciones que se han visualizado en la recolección de información para
70 la estructura de este trabajo, por ello se establecen esta tendencia como una
71 herramienta más para el beneficio del docente y las unidades académicas.

72 **2. Metodología o desarrollo**

73 La aplicación de los entornos virtuales se presenta de acuerdo con las características
74 de las asignaturas y unidades de enseñanza-aprendizaje (UEA) en las cuales se desea
75 estructurar dicha herramienta, esto tiene un fundamento en la aplicación de las TIC'S
76 y su aprovechamiento.

77 En este apartado se describe de manera general el método de aplicación de la
78 herramienta para lograr el impacto necesario en las entidades académicas que ofrecen
79 las carreras de ingeniería.

80 El método de aprendizaje mediante las herramientas de los entornos virtuales se
81 describe de acuerdo con la figura 1.

82

83

84

Selección UEA/Asignatura



Fig. 1. Método de aplicación del entorno virtual

85
86

87

88 Las etapas para el método en donde se aplican los entornos virtuales permiten
 89 estandarizar o mecanizar un proceso, con la finalidad de mantener a los casos de
 90 estudio en formato determinado.

91

92 La secuencia de la metodología se muestra en la tabla 1.

93

94

Tabla 1. Secuencia de metodología para la aplicación de los entornos virtuales.

| Etapa | Secuencia |
|-------------------------------------|-----------|
| 1. Selección UEA/asignatura | A |
| 2. Identificación de unidades/temas | A |
| 3. Selección de herramientas | A |
| 4. Evaluación de la herramienta | B |
| 5. Estructuración de actividad | B |
| 6. Desarrollo de actividades | C |
| 7. Aplicación de herramienta | C |
| 8. Obtención de datos | D |
| 9. Registro de resultados | D |

95

96 La escala mostrada en la tabla 1, A, B, C y D, hacen referencia al desarrollo y
 97 aplicación de las etapas del método o modelo para la implementación en los procesos
 98 de enseñanza-aprendizaje. El valor de A corresponde a la fase o etapa inicial, B la
 99 segunda a desarrollar, C la consecutiva aplicando de forma directa el entorno virtual y
 100 D representa los datos de evaluación de la herramienta para plasmarlo en los
 101 resultados.

102

103 2.1 Entornos virtuales

104 Compréndase como una herramienta de apoyo para desarrollar actividades de mejora
 105 para la enseñanza-aprendizaje en los modelos educativos de las instituciones
 106 educativas, que se utilizan a través de las TIC'S y pueden ser plataformas educativas

107 y páginas de juegos-competencia colaborativa. En la tabla 2, se mencionan los
 108 entornos con los cuales se ha trabajado para el desarrollo de este documento.

109

110 **Tabla 2. Entornos virtuales utilizados como parte de las herramientas de aprendizaje.**

| Entorno | Descripción |
|--|---|
| Schoology  | Plataforma gratuita para establecer contacto organizado con grupos de trabajo, en donde se logra compartir actividades. |
| Edmodo  | Considerada plataforma social para facilitar la comunicación e interacción virtual como parte colaborativa. |
| Classroom  | Herramienta de colaboración diseñada por Google que facilita la comunicación con docentes y estudiantes, considerada como plataforma educativa. |
| Moodle  | Sistema de enseñanza para gestionar espacios de aprendizaje de forma virtual con facilitadores que benefician el enfoque educativo. |
| Kahoot!  | Herramienta diseñada para generar test de colaboración de manera divertida, generando competencia sana entre los involucrados para mejorar los entornos de aprendizaje. |

111

112 La tabla anterior describe de forma breve las características de cada uno de los
 113 entornos virtuales que se evalúan para aplicar en los métodos de enseñanza-
 114 aprendizaje.

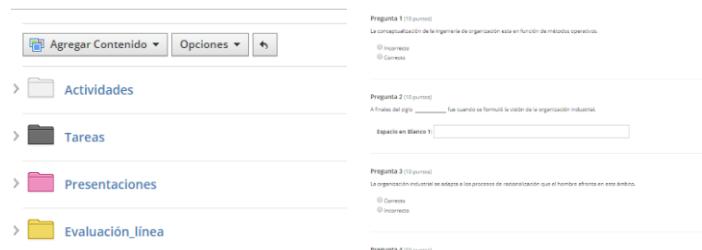
115

116 2.2 Aplicación de los entornos virtuales

117 Schoology

118 Se aplica en algunas materias de ciencia básica en donde se logra identificar las
 119 unidades de los temas, tareas, evaluaciones, control de asistencia y otras
 120 configuraciones.

121



The screenshot shows the Schoology interface. On the left, there's a sidebar with 'Actividades', 'Tareas', 'Presentaciones', and 'Evaluación_linea'. The main area has a question titled 'Pregunta 1 (10 puntos)' with two options: 'Incorrecto' and 'Correcto'. Below it is 'Pregunta 2 (10 puntos)' with a text input field and 'Espacio en Blanco 1'. Further down are 'Pregunta 3 (10 puntos)' and 'Pregunta 4 (10 puntos)', each with a list of options and a timer indicating 11:54.

Fig.2. Entorno de la plataforma de Schoology

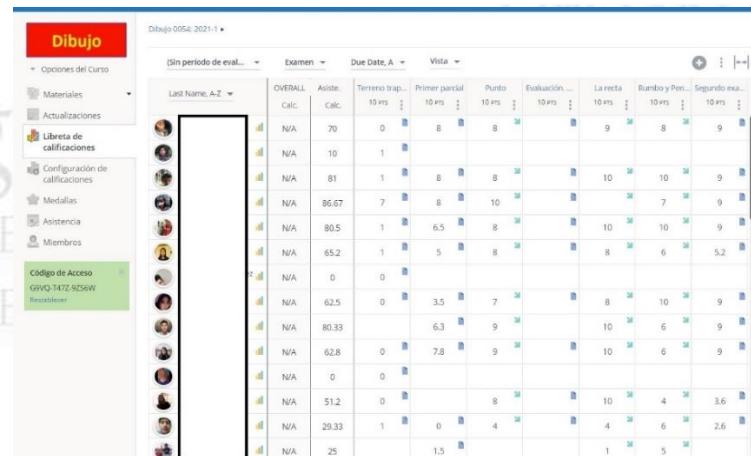
122

123

124

125 En la figura 2 se identifican de manera general los elementos que se pueden aplicar
 126 en una asignatura en nivel superior y la organización de la información estará basada
 127 en el desarrollo de cada uno de los temas inmersos en el programa de la asignatura.

128 De lado derecho se tiene el ejemplo de un cuestionario, el cual funge como un
 129 elemento de evaluación, que puede ser cualitativo o cuantitativo de acuerdo con el
 130 desarrollo de la asignatura en donde se aplique.
 131 En Schoology el profesor puede hacer evaluaciones a sus alumnos, las cuales se
 132 pueden calificar de manera automática, si es que son de opción múltiple,
 133 verdadero/falso, correlación, ordenamiento, o puede hacer evaluaciones respuesta
 134 corta/abierta, etc.
 135
 136 En la figura 3, se tiene representada la libreta de calificaciones, en donde se tiene el
 137 registro de las actividades, tareas, evaluaciones del curso que se esté impartiendo.
 138



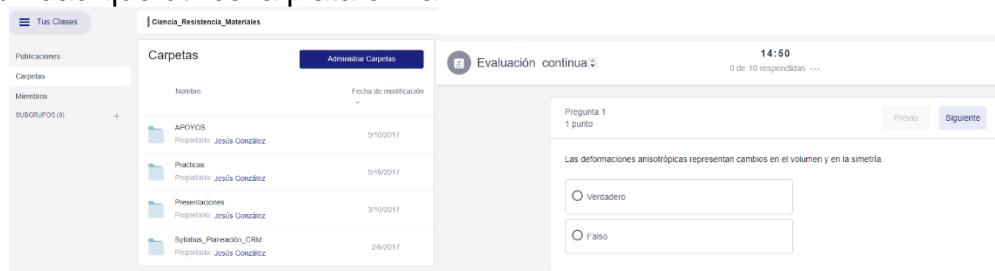
The screenshot shows a gradebook interface for a course named 'Dibujo'. The left sidebar includes 'Opciones del Curso' (Materials, Actualizaciones, Libreta de calificaciones, Configuración de calificaciones, Medallas, Asistencia, Miembros) and a 'Código de Acceso' section. The main area displays a grid of student names (Last Name, A-Z) and their scores across various assignments and tests. The columns include: Overall Calc., Asiste, Término trap., Primer parcial, Punto, Evaluación..., La recta, Rumbo y Pen..., Segundo eval., and 10 pts. The data shows various scores like 70, 81, 86.67, 80.5, 65.2, etc.

Fig.3. Libreta de calificaciones

139
 140 La libreta de calificaciones es muy útil debido a que se pueden filtrar las calificaciones
 141 de las tareas, asistencias, exámenes teóricos y exámenes parciales por alumno,
 142 exportando los datos para acumularlos y mantener los parámetros de evaluación como
 143 parte del resguardo del curso, para efectos de evidencias.
 144
 145

146 Edmodo

147 Plataforma educativa que tiene la ventaja de colaborar con los alumnos y con los
 148 tutores o padres, la organización de los entes de control permite facilitar la navegación
 149 de dicha plataforma y siempre se tendrá el vínculo activado para las observaciones de
 150 la comunidad que utilice la plataforma.
 151



The screenshot shows the Edmodo interface. On the left, there's a sidebar with 'Tus Clases' (Publicaciones, Carpetas, Miembros) and 'SUBGRUPOS (0)'. The main area shows a 'Carpetas' section with items like 'APOYOS' (Propietario: Jesús González, 9/10/2017), 'Prácticas' (Propietario: Jesús González, 9/10/2017), 'Presentaciones' (Propietario: Jesús González, 3/10/2017), and 'Syllabus_Planeación_CRM' (Propietario: Jesús González, 26/2017). To the right, there's an 'Evaluación continua' section showing a question: 'Las deformaciones anisotrópicas representan cambios en el volumen y en la simetría.' with options 'Verdadero' and 'Falso'. The time '14:50' and '0 de 10 respondidas ...' are also visible.

Fig. 4. Plataforma Edmodo y su estructura

152
 153

154 Al igual que en la mayoría de las plataformas educativas tiene un formato de edición
 155 de fácil uso que permite manipularse de forma sencilla para los docentes y estudiantes
 156 que participan en cada una de las actividades que se asignan por parte del profesor o
 157 docente. Una característica más sobre Edmodo es el control con personas externas al
 158 sector académico que pueden interactuar en el entorno correspondiente para
 159 mantener la comunicación específica de un curso.

160

161 Classroom

162 Nuevamente una plataforma de Google, educativa en donde se puede navegar con
 163 facilidad para que los usuarios interactúan de manera concreta con la aplicación de
 164 esta herramienta, considerando la existencia de la aplicación para lograr vincularlo en
 165 tiempo real con los móviles o tabletas.

166 El entorno permite generar diversos cursos en la plataforma y administrarlos con
 167 facilidad para su aplicación y participación del sector académico.

168 En la figura 5 se observa el entorno de Classroom, que contempla la página principal.
 169

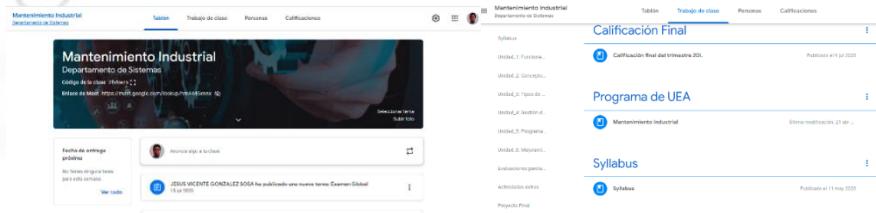


Fig.5 Entorno de Classroom

170
171
172

173 Se controlan temas, calificaciones, tareas, exámenes, los cuales se pueden exportar
 174 en una hoja de Excel y mantener el cúmulo de datos para cuestiones estadísticas y
 175 tomar en cuenta las mejoras para los próximos cursos en donde se haga uso de la
 176 plataforma educativa.

177

178 Moodle

179 Plataforma diseñada para controlar los temas, carpetas y subcarpetas de acuerdo con
 180 lo que el destinatario desea trabajar, con un enfoque simple y ordenado, figura 6.
 181



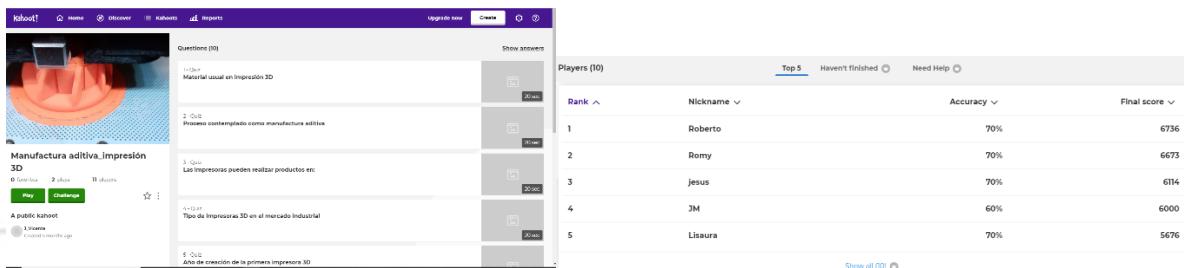
Fig. 6 Entorno de Moodle

182
183
184
185

186 Kahoot!

187 Entorno que permite generar competencias a través de juego y la colaboración de más
 188 de 10 personas, en donde la competencia se torna sana, para comprender las
 189 temáticas del curso en cuestión, recordando que solo se utiliza cuando sea requerido
 190 durante un curso, no se debe utilizar en todas las temáticas para que no pierda su
 191 esencia, la diversión, figura 7.

192



193

194 Fig.7 Kahoot como herramienta didáctica.

195

196 Un dato curioso al utilizar Kahoot en clases es que los alumnos siempre mencionan
 197 que se les hace raro que el profesor les pida que saquen su celular y ya desde ahí se
 198 torna divertido, aunque se pongan serios a la hora de resolver la evaluación. Una idea
 199 es que se realicen juegos en parejas, esto debido a que no todos los alumnos pueden
 200 traer celular o datos en su celular.

201

202 3. Resultados y análisis

203

204 La aplicación de las herramientas denominadas plataformas educativas muestran
 205 interés en los docentes por mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje basados
 206 en entornos virtuales que permiten mantener un estándar en los programas educativos,
 207 por el control que te permite utilizar cada una de las plataformas descritas en este
 208 trabajo.

209 Es de esperar que existen líneas de desarrollo por indagar y estructurar para utilizar
 210 en la enseñanza y obtener el mejor aprovechamiento de los estudiantes como de los
 211 docentes que estén dispuestos a enfrentarse a las nuevas tendencias de la docencia
 212 como un ente de aprendizaje.

213 Por otro lado, de acuerdo con la experiencia de los autores, las herramientas tienen
 214 un potencial amplio que debe explorarse y explotarse en los programas académicos y
 215 formular aprendizajes basados en plataformas educativas de esta índole.

216 Además, por parte de los estudiantes se ha visto un crecimiento por interactuar en
 217 actividades dentro de la plataforma a sabiendas que su preparación académica no solo
 218 depende de un profesor, sino que de otros entornos que rodean a la tecnología.

219

220

221

222

223 4. Conclusiones

224

225 Es necesario mencionar que los autores han quedado satisfechos con el desarrollo del
226 trabajo en donde se plasman las experiencias obtenidas durante periodos académicos,
227 en donde se muestran e identifican las tendencias para cada proceso de enseñanza.
228 Consideramos importante que la forma de administrar una clase con los alumnos tanto
229 en forma presencial como en clases virtuales puede ser bien administrada u ordenada
230 con ayuda de los entornos virtuales.

231 Con respecto a las herramientas es difícil decidir cuáles ofrecen mejores resultados,
232 esto se deja a criterio del docente que las utilice y se familiarice con cada una de estas
233 y de ello dependerá el interés por utilizar alguna de las que se han mostrado en este
234 trabajo.

235 Aunado a todo esto estamos en una etapa de la enseñanza-aprendizaje que debe
236 tomarse en cuenta los tiempos para aplicar modelos educativos con las herramientas
237 de plataformas virtuales, debido a la gran expectativa que se muestra al hacer uso de
238 las herramientas.

239 Por último, se hace la invitación a que más docentes su unan a la tarea de
240 experimentar con herramientas virtuales para el desarrollo de sus clases como parte
241 fundamental en la mejora de los procesos de enseñanza a nivel superior.

242

243 Referencias

244

- Rodríguez Andino Milagro de la Caridad, Barragán Sánchez Hilda María (2017). Entornos virtuales de aprendizaje como apoyo a la enseñanza presencial para potenciar el proceso educativo. Revista Killkana Sociales. Vol. 01, No. 2, pp. 7-14. ISSN 2525-8008.
- Rincón María Lourdes (2008). Los entornos virtuales como herramienta de asesorías académicas en la modalidad a distancia. Revista Virtual Universidad Católica del Norte, núm. 25. ISSN 0124-5821. Colombia.
- Guaña Moya Edison Javier, Llumiquinga Quispe Sylvia del Rosario, Ortiz Remache Ketty Jadira (2015). Caracterización de entornos virtuales de enseñanza aprendizaje (EVEA) en la educación virtual. Revista Ciencia Holguín, Vol. XXI, núm. 4, pp. 1-16. ISSN: 1027-2127. Santiago de Cuba.
- Edel Navarro Rubén (2010). Entornos virtuales de aprendizaje. Revista Mexicana de Innovación Educativa. Vol.15, núm. 44, pp. 7-15.
- Rodríguez Salido Germán, Muñoz Beltrán Rafael, Chamorro Alfonso Carlos. (2010). Las plataformas virtuales: oportunidades para la docencia en ingeniería de caminos, canales y puertos. Jornadas sobre Innovación Docente y Adaptación al EEES, 1, 235-240.

METODOLOGÍA HEURÍSTICA APLICADA A DISEÑO DE PLANTAS INDUSTRIALES

Omar García León^{1*}, Armando Aguilar Márquez², Frida León Rodríguez³, Miguel de Nazareth Pineda Becerril⁴ y Nancy Rosalba Rosas Fonseca⁵

^{1,2,3,4,5}Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. A Teoloyucan Km 2.5, San Sebastian Xhala, 54714 Cuautitlán Izcalli, México.

AP-POAI026

Resumen

El Algoritmo Genético (AG) es una técnica de optimización heurística que busca iterativamente el óptimo global de una función, sin agotar el espacio muestral de todas las soluciones posibles, en un proceso que comienza con un pequeño conjunto de soluciones factibles (población) y genera a partir de éllas las nuevas soluciones (descendencia) de manera que únicamente las mejores soluciones son las que continúan a lo largo de todas las iteraciones del procedimiento. En este trabajo se aplica AG para encontrar el diseño de planta óptimo considerando costos de manejo de materiales, flujos de material intramáquinas y distancias entre maquinaria.

Palabras clave: Algoritmo Genético, Optimización, Diseño de Planta

1. Introducción

Este documento muestra la utilización de un Algoritmo Genético (AG) para resolver el problema de la disposición óptima en el diseño de plantas de manufactura. De tal manera que los costos de manejo de materiales se minimicen, la distancia entre máquinas sea óptima y los flujos entre máquinas con mayor interacción se maximicen. El objetivo es reducir el tiempo de fabricación y aumentar el rendimiento, por lo tanto, aumentar la productividad general y la eficiencia de la planta. La flexibilidad de la metodología permite considerar factores cualitativos de la producción como la seguridad de la planta, la flexibilidad del diseño para futuros cambios de diseño, el ruido, la estética, etc.

La determinación de la organización física de un sistema de producción se define como el Problema de Diseño de Planta (PDP). El PDP es un problema de optimización combinatorial que surge en una variedad de problemas, como el diseño de la placa de un circuito impreso, diseño de hospitales, escuelas y aeropuertos, problemas de cableado de tarjetas madre, almacenes, diseño de turbinas hidráulicas, etc. (El-Baz, 2004)

* Autor para la correspondencia. E-mail: ogarciale@comunidad.unam.mx Tel. 56-23-18-81, Fax 56-23-18-86

40 AG es una técnica para encontrar las mejores soluciones a problemas complejos con
 41 múltiples variables simulando el proceso de evolución por selección natural. Los
 42 algoritmos genéticos fueron descritos por primera vez por Holland (1992).
 43 Por ejemplo, si el problema es encontrar una configuración óptima para conectar nueve
 44 nodos principales en una red, o conectar nueve ciudades con una aerolínea, habría
 45 362880 de topologías posibles, es decir, conjuntos únicos de posibles soluciones,
 46 quizás solo una de las cuáles sería la "mejor solución". Si las técnicas de optimización
 47 convencionales son engorrosas o no son fácilmente aplicables, una técnica de "fuerza
 48 bruta" sería analizar las 362880 de combinaciones posibles, introducirlas en un
 49 algoritmo que refleje los criterios de evaluación deseados y luego elegir la combinación
 50 que proporcionó el mejor resultado. El objetivo de este trabajo es el diseño de las
 51 instalaciones de las plantas industriales (de fabricación), encontrar la disposición más
 52 eficiente de "m" máquinas en "n" ubicaciones.

53
 54 **Tabla 1. Autores que desarrollaron AG para diseño de planta**

| Referencia | Año | Heurística |
|---------------------|------|------------------------------|
| Tam | 1992 | Algoritmo Genético |
| Banerjee and Zhou | 1995 | Búsqueda Genética |
| Tate and Smith | 1995 | AG |
| Kochhar | 1998 | Extensión de AG |
| Islier | 1998 | AG |
| Rajshekaran et al. | 1998 | AG |
| Mak et al. | 1998 | AG |
| Mckendall et al. | 1999 | AG enfoque anidado |
| Kochhar and Heragu | 1999 | AG |
| Gau and Meller | 1999 | AG |
| Azadivar and Wang | 2000 | AG y algoritmo de simulación |
| Al-Hakim | 2000 | AG |
| Ahuja | 2000 | Algoritmo Genético |
| Wu and Appleton | 2002 | AG |
| Lee, Han and Roh | 2003 | AG Algoritmo Dijkstra |
| Balakrishnan et al. | 2003 | AG y Recocido Simulado |

55 **Fuente: Singh & Sharma (2006). A review of different approaches to the FLP**

56 El algoritmo genético ganó más atención durante la última década que cualquier otro
 57 algoritmo de cálculo evolutivo. El rendimiento de este algoritmo depende del problema
 58 porque la configuración de parámetros y el esquema de representación dependen de
 59 la naturaleza del problema. Singh y Sharma (2006) analizaron la idoneidad del
 60 operador genético para resolver PDP. La Tab. (1) Autores que desarrollaron AG para
 61 diseño de planta proporciona documentos recientes sobre PDP basados en AG.

62
 63
 64
 65

66 2. Metodología o desarrollo

67

68 El algoritmo genético es un método iterativo de optimización heurístico que utiliza
 69 procedimientos llamados de la misma manera que los términos de la teoría de
 70 evolución (cruce, mutación). A partir de la combinación de dos soluciones posibles
 71 (padres) produce otra solución (descendencia) y las soluciones que optimizan de la
 72 mejor manera el problema son los que tienen más posibilidades de seguir en el proceso
 73 (transmitir sus genes). Una de las desventajas del AG es que es posible que se quede
 74 atascado en óptimos locales (omitiendo en el óptimo global) debido a que su búsqueda
 75 la realiza por método de subida de colina y nunca escoge una solución peor. Para
 76 evitar esto es posible utilizar el algoritmo de recocido simulado propuesto por
 77 Kirkpatrick et al. (1983) que, sí escoge soluciones peores, pero únicamente al inicio
 78 del proceso iterativo.

79

80 2.1 El Modelo Matemático

81

82 Definir las variables:

83 F_{ij} cantidad de flujo de material entre máquinas i y j ($i, j = 1, 2, \dots, M$).

84 C_{ij} costo unitario de manejo de material entre las ubicaciones de las máquinas
 85 i y j ($i, j = 1, 2, \dots, M$).

86 D_{ij} distancia rectilínea entre las ubicaciones de las máquinas i y j .

87

88 Para la ecuación:

$$C = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M F_{ij} C_{ij} D_{ij} \quad (1)$$

89 2.2 Operador de cruce (transversal)

90

91 La probabilidad de cruce $p(t)$ es la probabilidad de aplicar el operador de cruce a
 92 ciertos cromosomas. El resto de los cromosomas producirá cromosomas
 93 descendientes, idénticos a sus padres. De lo contrario, los cromosomas seleccionados
 94 para cruzar se cruzarán para producir dos cromosomas descendientes utilizando el
 95 operador de cruce. Considere un par de cromosomas parentales (P_1, P_2) que se
 96 muestran a continuación:

97

| | | | | | | | | | |
|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| P_1 | 1 | 4 | 7 | 5 | 2 | 8 | 3 | 6 | 9 |
| P_2 | 4 | 1 | 6 | 7 | 5 | 2 | 9 | 3 | 8 |

98

99 Primero, seleccione dos números aleatorios para alinearlos con la cadena de los
 100 padres. Suponga que los dos números aleatorios en este ejemplo son el 4to y el 7to.
 101 Los genes con bordes de doble línea dentro de la sección de corte, es decir (5,2,8,3)
 102 en P_1 y (7,5,2,9) en P_2 , se intercambian para que una parte de los códigos genéticos

103 de P_1 se transfiera a P_2 , y viceversa. Las estructuras de los cromosomas resultantes
 104 se convierten en:

105

| | | | | | | | | | |
|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| P_1^- | 1 | 4 | 7 | 7 | 5 | 2 | 9 | 6 | 9 |
| P_2^- | 4 | 1 | 6 | 5 | 2 | 8 | 3 | 3 | 8 |

106

107 En esta etapa, se encuentran varios genes en más de una posición en los cromosomas
 108 resultantes. (por ejemplo, 7, 9 en P_1^- ; y 3, 8 en P_2^-). Esto significaría que una máquina
 109 representa más de una posición y tiene más de una ubicación en el plan de diseño. Un
 110 procedimiento de reemplazo hacia atrás puede ser implementado para cambiar los
 111 valores de esos genes repetidos fuera de la sección de corte de P_1^- pueden
 112 reemplazarse cambiando 7 en el tercer gen por 5, ya que el gene 5 en P_1 se produce
 113 mediante el intercambio de gene 7 en P_2 . El gen 5 está también repetido en P_1^- en la
 114 sección de corte. Por lo tanto, este gen cambia de nuevo a 2. El gen 9 en P_1^- también
 115 puede ser cambiado por el gen 3 para obtener la descendencia c_1 . Los genes repetidos
 116 fuera de la sección de corte en P_2^- también pueden ser reemplazados cambiando el
 117 gen 8 por el 7 (el resultado combinado de cambiar de 8 a 2, 2 a 5 y 5 a 7) y el gen 3 a
 118 9. Por lo tanto, la descendencia del cromosoma c_1 y c_2 será:
 119

| | | | | | | | | | |
|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| c_1 | 1 | 4 | 8 | 7 | 5 | 2 | 9 | 6 | 3 |
| c_2 | 4 | 1 | 6 | 5 | 2 | 8 | 3 | 9 | 7 |

120

121 La sección de corte en el operador de cruce propuesto se selecciona aleatoriamente
 122 por dos genes en la cadena de caracteres. Si el cromosoma tiene genes de gran
 123 tamaño, la sección de corte difiere de pequeña a grande, lo que refleja la flexibilidad
 124 del enfoque. El algoritmo realiza la verificación después del primer paso de
 125 intercambiar la sección de corte en los padres para reemplazar la ubicación repetida
 126 fuera de la sección de corte en el cromosoma como se explicó anteriormente y el
 127 número de ubicaciones vacías en los cromosomas de la descendencia antes del cruce
 128 será el mismo después del cruce.

129

130 2.3 Operador Mutación

131

132 El operador de mutación se usa para reorganizar la estructura de un cromosoma. En
 133 este estudio, se utiliza la mutación de intercambio, que es simplemente seleccionar
 134 dos genes al azar e intercambiar sus contenidos. La probabilidad de mutar un solo gen
 135 se llama probabilidad de mutación $p_{(m)}$, que generalmente es un número pequeño. La
 136 mutación ayuda a aumentar el poder de búsqueda. Para explicar la necesidad de la
 137 mutación, considere el caso en que la reproducción o el cruce no pueden producir una
 138 buena solución a un problema. Durante la creación de una generación, es posible que
 139 a toda la población de cadenas le falte un gen vital de información que sea importante
 140 para determinar la solución correcta u óptima (por ejemplo, solo necesita intercambiar

141 un gen con otro gen). Las generaciones futuras que se crearían usando reproducción
 142 y cruce no podrían aliviar este problema. Aquí, la mutación se vuelve importante.

143

144 2.4 Criterio de parada

145

146 El programa finaliza cuando se alcanza el número máximo de generaciones o hasta
 147 que converge la población.

148

149 3. Resultados y análisis

150

151 El ejemplo está tomado de Chan y Tansri (1994) y de el trabajo de Mak et al. (1998)
 152 que utilizó el mismo ejemplo para evaluar su trabajo. El flujo de materiales de la planta
 153 entre máquinas y el costo de manejo de materiales entre máquinas se presentan en
 154 las Tab.(2) Flujo de materiales entre máquinas y Tab. (3) Costo de manejo de
 155 materiales entre máquinas, respectivamente. El diseño de la configuración de la planta
 156 es una cuadrícula 3X3. Las pautas generales propuestas por los trabajos de Chan y
 157 Tansri (1994) y Mak et al. (1998) se consideran para evaluar el desempeño del enfoque
 158 propuesto.

159

160 El método de búsqueda exhaustivo se aplica para determinar la solución óptima global
 161 y se obtienen ocho diseños de máquina óptimos (Mak et al., 1998). La Fig. (1) Diseños
 162 óptimos de instalaciones muestra los ocho diseños óptimos resultantes con un costo
 163 de manejo de material de \$ 4818.

164

165

Tabla 2. Flujo de materiales entre máquinas

| Desde/Hasta | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-------------|-----|---|---|-----|----|-----|-----|-----|
| 1 | 100 | 3 | 0 | 6 | 35 | 190 | 14 | 12 |
| 2 | | 6 | 8 | 109 | 78 | 1 | 1 | 104 |
| 3 | | | 0 | 0 | 17 | 100 | 1 | 31 |
| 4 | | | | 100 | 1 | 247 | 178 | 1 |
| 5 | | | | | 1 | 10 | 1 | 79 |
| 6 | | | | | | 0 | 1 | 0 |
| 7 | | | | | | | 0 | 0 |
| 8 | | | | | | | | 12 |

166

| Desde/Hasta | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-------------|---|----|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 2 | 6 | 7 |
| 2 | | 12 | 4 | 7 | 5 | 8 | 6 | 5 |
| 3 | | | 5 | 9 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 4 | | | | 1 | 1 | 1 | 4 | 6 |
| 5 | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 6 | | | | | | 1 | 4 | 6 |

7
8

7
1
1

167

Tabla 3. Costo de manejo de materiales entre máquinas

168

169 En este ejemplo, utilizando 9 máquinas, hay 362 880 posibles soluciones en la
 170 solución, espacio (9!). Sin embargo, la razón para usar AGs es obtener soluciones
 171 razonables mediante evaluaciones mínimas. Por lo tanto, es apropiado limitar el
 172 número total de evaluaciones en cada experimento a menos del 3% del número total
 173 de soluciones en el espacio de solución.

174

175

| | | |
|---|---|---|
| 6 | 2 | 5 |
| 1 | 9 | 8 |
| 7 | 3 | 4 |

| | | |
|---|---|---|
| 7 | 1 | 6 |
| 3 | 9 | 2 |
| 4 | 8 | 5 |

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 3 | 7 |
| 8 | 9 | 1 |
| 5 | 2 | 6 |

| | | |
|---|---|---|
| 5 | 8 | 4 |
| 2 | 9 | 3 |
| 6 | 1 | 7 |

| | | |
|---|---|---|
| 5 | 2 | 6 |
| 8 | 9 | 1 |
| 4 | 3 | 7 |

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 8 | 5 |
| 3 | 9 | 2 |
| 7 | 1 | 6 |

| | | |
|---|---|---|
| 7 | 3 | 4 |
| 1 | 9 | 8 |
| 6 | 2 | 5 |

| | | |
|---|---|---|
| 6 | 1 | 7 |
| 2 | 9 | 3 |
| 5 | 8 | 4 |

Figura 1. Diseños óptimos de instalaciones

176

177 Los pasos intermedios entre el planteamiento del problema y la obtención de los
 178 resultados óptimos son:

179

180 1.- Generar aleatoriamente una población inicial de cromosomas con un tamaño de
 población P .

181

182 2.- Evaluar cada cromosoma en la población de acuerdo con la ecuación de costos de
 manejo de materiales.

183

184 3.- Determinar la aptitud promedio para toda la población.

185

186 4.- Utilizar la estrategia elitista para fijar la mejor cantidad potencial de cromosomas
 187 eliminando la peor cantidad de cada generación, y copiando los mejores números en
 188 la generación siguiente. El número total de cromosomas se mantiene constante para
 189 la economía y la eficiencia computacional. El promedio de cromosomas completos
 190 actúa como una guía para determinar qué cromosomas se eliminan y cuál de ellos "se
 191 reproduce" en la próxima generación. Este proceso se aplica para eliminar miembros
 192 con un valor de aptitud $P(k)$ mayor que 1.5 veces el promedio de los cromosomas y
 193 copiando la mejor cantidad de cromosomas.

194

195 5.- Aplicar la técnica de selección Monte Carlo para seleccionar los cromosomas
 parentales de la población actual. Esto se usa para elegir al azar a los padres para el
 196 cruce y la mutación.

197

198 6.- Aplicar los operadores de cruce y mutación para generar una nueva población
 basada en los valores de probabilidades de cruce y mutación ($p(t)$ y $p(m)$,

197 respectivamente). El resto de la población proviene de la población anterior, que tiene
198 el mejor valor de ajuste.

199 7.- Verificar el criterio de detención automática previamente especificado. Si se alcanza
200 el criterio de detención, el proceso de búsqueda se detiene. De lo contrario, continúa
201 con la próxima generación.

202

203 4. Conclusiones

204

205 Este documento utiliza AG para resolver problemas de diseño de plantas. El enfoque
206 AG produce el diseño óptimo de la fábrica que minimiza el costo total de manejo de
207 materiales.

208 Los algoritmos heurísticos que resuelven el problema de diseño de plantas producen
209 soluciones de buena calidad, con requerimientos computacionales bajos, es decir,
210 requerimientos de poca memoria y tiempo de computo, son capaces de resolver
211 problemas con instalaciones de áreas iguales o desiguales, proporcionan flexibilidad
212 con respecto a la fijación de ubicaciones de instalaciones y configuración de
213 instalaciones.

214

215 5. Referencias

216

217 Ahuja, R. K., Orlin, J. B., & Tiwari, A. (2000). A greedy genetic algorithm for the
218 quadratic assignment problem. *Computers & Operations Research*, 27(10), 917-934.

219

220 Al-Hakim, L. (2000). On solving facility layout problems using genetic
221 algorithms. *International Journal of Production Research*, 38(11), 2573-2582.

222

223 Azadivar, F., & Wang, J. (2000). Facility layout optimization using simulation and
224 genetic algorithms. *International Journal of Production Research*, 38(17), 4369-4383.

225

226 Balakrishnan, J., Cheng, C. H., & Wong, K. F. (2003). Facopt: A user friendly Facility
227 layout Optimization system. *Computers & Operations Research*, 30(11), 1625-1641.

228

229 Banerjee, P., & Zhou, Y. (1995). Facilities layout design optimization with single loop
230 material flow path configuration. *The International Journal of Production
231 Research*, 33(1), 183-203.

232

233 Chan, K. C., & Tansri, H. (1994). A study of genetic crossover operations on the
234 facilities layout problem. *Computers & Industrial Engineering*, 26(3), 537-550.

235

236 Gau, K. Y., & Meller, R. D. (1999). An iterative facility layout algorithm. *International
237 Journal of Production Research*, 37(16), 3739-3758.

238

239 El-Baz, M. A. (2004). A genetic algorithm for facility layout problems of different
240 manufacturing environments. *Computers & Industrial Engineering*, 47(2-3), 233-246.

- 241
242 Holland, J. H. (1992). *Adaptation in natural and artificial systems: an introductory*
243 *analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence.* MIT press.
244
245 Islier, A. A. (1998). A genetic algorithm approach for multiple criteria facility layout
246 design. *International Journal of Production Research*, 36(6), 1549-1569.
247
248 Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., & Vecchi, M. P. (1983). Optimization by simulated
249 annealing. *Science*, 220(4598), 671-680.
250
251 Kochhar, J. S. (1998). Multi-Hope: a tool for multiple floor layout problems. *International*
252 *Journal of Production Research*, 36(12), 3421-3435.
253
254 Kochhar, J., & Heragu, S. S. (1999). Facility layout design in a changing
255 environment. *International Journal of Production Research*, 37(11), 2429-2446.
256
257 Lee, K. Y., Han, S. N., & Roh, M. I. (2003). An improved genetic algorithm for facility
258 layout problems having inner structure walls and passages. *Computers & Operations*
259 *Research*, 30(1), 117-138.
260
261 Mak, K. L., Wong, Y. S., & Chan, F. T. S. (1998). A genetic algorithm for facility layout
262 problems. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 11(1-2), 113-127.
263
264 McKendall, A. R., Noble, J. S., & Klein, C. M. (1999). Facility layout of irregular-shaped
265 departments using a nested approach. *International Journal of Production*
266 *Research*, 37(13), 2895-2914.
267
268 Rajasekharan, M., Peters, B. A., & Yang, T. (1998). A genetic algorithm for facility
269 layout design in flexible manufacturing systems. *International journal of Production*
270 *research*, 36(1), 95-110.
271
272 Singh, S. P., & Sharma, R. R. (2006). A review of different approaches to the facility
273 layout problems. *The International Journal of Advanced Manufacturing*
274 *Technology*, 30(5-6), 425-433.
275
276 Tam, K. Y. (1992). Genetic algorithms, function optimization, and facility layout
277 design. *European journal of operational research*, 63(2), 322-346.
278
279 Tate, D. M., & Smith, A. E. (1995). A genetic approach to the quadratic assignment
280 problem. *Computers & Operations Research*, 22(1), 73-83.
281
282 Wu, Y., & Appleton, E. (2002). The optimisation of block layout and aisle structure by
283 a genetic algorithm. *Computers & Industrial Engineering*, 41(4), 371-387.

EL DÍA SOLAR LOCAL, EN EL USO DE ENERGÍA SOLAR

José Enrique Salinas Carrillo^{1*}, Oscar Leopoldo Pérez Castañeda,
Bonfilio Javier Arango Perdomo y Eduardo López Sánchez

¹Instituto Tecnológico de Tehuacán, tecNM. Libramiento Tecnológico S/N, Tehuacán
Puebla.

AP-POAV027

Resumen

En el presente artículo, se plantea la necesidad de instituir el concepto de día solar local, como un elemento indispensable a determinar en cada región terrestre, donde se aplique energía proveniente del sol, este es el punto de partida para la determinación de la potencialidad de la radiación, durante el periodo de tiempo en que se presenta la radiación solar, se plantea una redefinición del tiempo del día solar en función de parámetros locales que determinan cuando inicia la radiación solar, cuando termina, y su variación durante el año. Se determinan inductivamente relaciones matemáticas bajo supuestos simples que dan la redefinición local, la cual es aplicable a cada dispositivo que funciona mediante radiación solar. La red no abunda en ello.

Palabras clave: día, radiación, sensores, solar, usos

1. Introducción

Debido a la densidad de información que circula en los medios informáticos sobre energía solar (La Solar, 2020) y a la facilidad de encontrar información rápida que resuelva interrogantes planteadas a los estudiantes (Internet, 2016), (Luna, 2016), (hora, 2012), (Reynolds, 2017), es relativamente fácil encontrar en la red, “fórmulas” que pretenden mostrar como conocimiento acabado, lo que realmente debe estar sujeto al análisis local, para determinar algunos parámetros, que, en zonas relativamente cercanas, varían.

Más aún, debido a la alta jerarquía que muestran los estudiosos (Gunawardena, 1996), que proponen o encuentran formulaciones que les han resultado útiles, observadas desde la perspectiva astronómica, esto también, incide en el público cautivo de la red, principalmente el joven avisulado a aceptar como verdadero lo que está ahí declarado, por el solo hecho de estar ahí.

A continuación, se hace el ejercicio de razonamiento y uso de la matemática para establecer una visión alternativa, la cual puede mostrar su utilidad en el ámbito del uso de la energía solar, tan declarada como limpia y suficiente para cubrir las necesidades del género humano.

*¹ Autor para la correspondencia. E-mail: jesalinasc@yahoo.com.mx Tel.238-111-56-17, Fax 238-38-03-370 Ext 414.

43 2. Desarrollo

44

45 Como primera hipótesis, proponemos un observador terrestre en una región terrestre
 46 determinada y sin conocimientos astronómicos, sino solo los que puede inducir de la
 47 experimentación y de algunas observaciones básicas lingüísticas.

48 El primer conocimiento que posee tal observador es la declaración lingüística de que:
 49 El día tiene 12 horas para el día, y doce para la noche.

50 Con base en eso él postula que el inicio del día es cuando el sol nace, y el final del día
 51 e inicio de la noche es cuando el sol se pone; en realidad, éste considerado en horas
 52 reloj, varía día a día durante el año y también debido a la localización geográfica del
 53 sitio en cuestión (Historiaybiografias.com, 2014).

54 Este observador puede ser un calentador, una celda solar o un dispositivo cualquiera
 55 que funciona con la iluminación o radiación solar directa.

56 Para dicho observador empieza a correr el tiempo a la hora cero, momento en que el
 57 sol sale, hasta cumplir 12 horas, momento en que el sol desaparece en su horizonte.
 58 Éste también es un postulado que de acuerdo con la latitud se puede comprobar que
 59 es falso ya que el número de horas reloj de duración del día solar puede variar respecto
 60 a la estación del año (wikipedia, 2019), llegando inclusive a los límites presentes en
 61 ambos polos, pero que para propósitos del tratamiento local así se considera.

62 Bajo este único supuesto incluiremos otro más, que es el hecho de que el sol a las
 63 cero horas y a las 12 horas debe formar un ángulo de incidencia igual a cero con
 64 respecto a la horizontal; también es cuestionable este hecho, pero se considera que la
 65 hora solar es la mitad de la hora noche en valor numérico y la hora solar comienza a
 66 correr durante la etapa de aparición del sol y termina con el ocultamiento de este.

67

68 **Tabla 1: Ihoradia, Horai, Thetahorai, radianhorai en día con cenit a 80°**

69

| Ihoradia | Horai | Thetahorai | Radianhorai Rad | Hora- suni |
|----------|-------|------------|--------------------|---------------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 6 |
| 1 | 1 | 13.333 | 0.2327 | 7 |
| 2 | 2 | 26.666 | 0.4654 | 8 |
| 3 | 3 | 40 | 0.6981 | 9 |
| 4 | 4 | 53.333 | 0.9308 | 10 |
| 5 | 5 | 66.666 | 1.1635 | 11 |
| 6 | 6 | 80 | 1.3962 | 0 |
| 7 | 5 | 66.666 | 1.1635 | 1 |
| 8 | 4 | 53.333 | 0.9308 | 2 |
| 9 | 3 | 40 | 0.6981 | 3 |
| 10 | 2 | 26.666 | 0.4654 | 4 |
| 11 | 1 | 13.333 | 0.2327 | 5 |
| 12 | 0 | 0 | 0 | 6 |

87 En Tab (1) aparecen los conceptos adicionales que permiten entender el problema
 88 local de irradiación solar.

89 Los conceptos ahí definidos, son aclarados, posteriormente, lo que implica
 90 redefiniciones y adaptaciones al problema real considerado el cual depende
 91 propiamente de parámetros locales.

92

93

94 **2.1 Conceptos de la tabla 2:**

95

96 *ihoradia*: que es un número consecutivo que propone iniciar en 0 al iniciar la salida
 97 del sol e incidir el sol de manera horizontal. Los valores que toma son de 0 a 12, como
 98 son las horas de un medio día entero, coincide la hora 12 también en la horizontalidad
 99 de los rayos en el día normal.

100 *horai*: es como la contabilización del concepto que implica la fracción respecto al
 101 medio día considerado como el momento en que el sol alcanza el punto más alto
 102 durante el día. Sus valores están entre 0 y 6 y mientras más grande es su valor implica
 103 más verticalidad de la radiación solar. También es un concepto simétrico respecto a la
 104 máxima radiación del día considerada como aquella en que el sol alcanza el punto más
 105 alto del *diasol*.

106 *hora reloj*: es la medida cronométrica apuntada desde el punto de vista que el
 107 *relog terra* es el que funciona en todas las partes del mundo y está totalmente
 108 sincronizado de modo que al pasar una *hora reloj* ha transcurrido la misma *hora reloj*
 109 en cada parte del mundo.

110 *diasol*: es la consideración lingüística de que el día completo debe amanecer a las 6
 111 de la mañana y atardecer también a las 6 de la tarde.

112

113 **Tabla 2: Conceptos ihoradia, horai, asociados, valores y fórmulas**

114

| Concepto | Valores | Fórmula |
|----------------------|--------------------------------------|---|
| <i>ihoradia</i> | 0,1,...,12 | |
| <i>horai</i> | 0,1,2,3,4,5,6,5,4,3,2,1,0 | $horai = 6 - 6 - ihoradia $ |
| θ_{horai} | $0, \leq, \theta_{max}, \geq, 0$ | $\theta_{horai} = \theta_{max} * \frac{horai}{6}$ |
| <i>radianhorai</i> | $0, \leq, radian_{max}, \geq, 0$ | $radianhorai = \theta_{horai} * \left(\frac{\pi}{180}\right)$ |
| <i>hora diaisuni</i> | 6,7,...,11,0,1,2,...,6 0hr = 12hr | $horadiasuni = mod(i + 6 , 12)$ |

123

124 *horadiasuni*: es la hora del *diasol* y tiene los valores de 6 de la mañana hasta 6 de la
 125 tarde considerando los valores con un cero exactamente a las 12 horas punto de
 126 máxima irradiación durante el *diasol*.

127 θ_{horai} : es el ángulo considerado como la fracción del θ_{max} y la fracción de dicho
 128 ángulo, la define la razón *horai* entre 6. Por lo cual tiene como máximo el valor de
 129 θ_{max} : cuando *horai* vale 6, que es en el punto más alto de irradiación solar durante el
 130 día.



131 *radianhorai*: es el equivalente en radianes del concepto θ_{horai} y en el máximo de
 132 esta variable el sol tiene su posición más alta y por tanto el valor de ese ángulo esta
 133 dado en radianes.
 134 θ_{max} : es el ángulo del día medido con respecto a la horizontal que en el día sol
 135 respectivo es máximo. En este caso se mide en grados.
 136 *radianmax*: es el mismo valor que el de θ_{max} pero en su equivalencia en radianes.
 137 Las fórmulas utilizadas para calcular los valores de dichos conceptos aparecen en Tab
 138 (2), donde además de los conceptos se ilustran algunos valores.
 139 Como se podrá percibir el lector, el *diasol* es una función que depende del valor del
 140 θ_{max} , y este valor deberá ser determinado en base a mediciones locales realizadas *in*
 141 *situ*, durante un año o en su defecto tomar la aproximación que arroja desde el punto
 142 de vista astronómico el cálculo respectivo.
 143 El problema de determinar la radiación solar ya ha sido estudiado desde hace tiempo,
 144 (Holman, 1990) reporta una tabla de valores de radiación dada en dos tipos de
 145 unidades diferentes, a saber, *Ly/hr* y *W/m²*, las cuales pretenden ser equivalentes
 146 vía una transformación de conversión de unidades.
 147 La Tab (3) son los datos que reproduce Holman, pero aumentada en el sentido de que
 148 se considera la misma radiación en ángulos iguales respecto la vertical ya sea antes
 149 de las 6 *ihoradia* o después de las 6 *ihoradia* lo que equivale a decir en el mismo valor
 150 de *horai*.

151
 152 **Tabla 3: Valores complementados de Irradiación solar de Holman**
 153

| 154 155 156 Ángulo (°) | I (W/m ²) | I (Ly/hr) | 157 158 159 160 161 162 163 164 165 166 167 168 169 | Ángulo (°) | I (W/m ²) | I (Ly/hr) |
|------------------------------------|-----------------------|-----------|---|------------|-----------------------|-----------|
| 5 | 41.9 | 3.6 | 90 | 1063 | 91.4 | |
| 10 | 112.8 | 9.7 | 100 | 1043 | 89.7 | |
| 15 | 200 | 17.2 | 110 | 991.8 | 85.3 | |
| 20 | 290.7 | 25 | 120 | 901.1 | 77.5 | |
| 25 | 381.4 | 32.8 | 130 | 781.4 | 67.2 | |
| | | | | | | |
| 30 | 472.1 | 40.6 | 135 | 710.4 | 61.7 | |
| 35 | 554.6 | 47.7 | 140 | 636 | 54.7 | |
| 40 | 636 | 54.7 | 145 | 554.6 | 47.7 | |
| 45 | 710.4 | 61.7 | 150 | 472.1 | 40.6 | |
| 50 | 781.4 | 67.2 | 155 | 381.1 | 32.8 | |
| 60 | 901.1 | 77.5 | 160 | 290.7 | 25 | |
| 70 | 991.8 | 85.3 | 165 | 200 | 17.2 | |
| 80 | 1043 | 89.7 | 170 | 112.8 | 9.7 | |
| | | | 175 | 41.9 | 3.6 | |

170 De hecho, la transformación existente de Ly/hr a W/m² se comprobó y una
 171 discordancia entre los Ly/hr y los W/m² en los valores cercanos a 90° entre los datos
 172 originales de Holman.

174 Se propone la función de irradiación solar dada como la curva que se obtiene de la
 175 irradiación hasta 90 grados recortada hasta el valor de θ_{max} . De hecho, en la Tab (1)
 176 se muestran los valores de θ_{horai} hasta un θ_{max} igual a 80 grados.
 177 Así que bajo la hipótesis de haber determinado la irradiación solar en una superficie
 178 bajo condición atmosférica promedio local, es posible reconstruir dada la inclinación
 179 máxima del día durante cualquier día del año suponiendo conocida la función
 180 $x_{max}(día \ del \ año)$.
 181 Esta la reconstruimos aproximadamente tomando la lectura de los
 182 $\theta_{max}(dia \ especiales)$ y generando una tabla de valores (θ_{max_i}, dia_i) y ajustando la
 183 tabla mediante mínimos cuadrados posiblemente.
 184 Con esto obtenemos la función $\theta_{max}(dia)$. Que podemos utilizar en conjunción con la
 185 ecuación para la determinación de una función $\theta_{horai}(día, horai)$
 186 Otro concepto que el observador solar local conoce es el hecho de que durante el año
 187 suceden cambios en la inclinación mínima respecto a la vertical que el observador
 188 conoce y que hacen que el ángulo máximo sea dependiente de la estación en que se
 189 da la medida, además de la posición geográfica que este tiene.
 190 Para salvar ese punto se propone encontrar la función de irradiación en función del
 191 ángulo mínimo local $\theta_{horai \ mínima \ inicial}, \theta_{horai \ mínima \ final}$ estos valores de
 192 pueden cumplir la restricción y otra denominada de incidencia, considerando que,
 193 además, al tener una incidencia a 90 grados respecto a la horizontal, se obtiene la
 194 máxima irradiación solar en la zona geográfica donde esto se presenta.
 195 Según esto, local $0 \leq \theta_{horai \ mínima} \leq \theta_{max}$
 196 Para tal fin se hace uso de los valores de Tab (2) en donde aparecen los valores de
 197 irradiación solar en función del ángulo de incidencia. Tal tabla esta reportada hasta 90
 198 grados, pero fue extendida de manera simétrica para complementar el fenómeno del
 199 día completo de radiación solar.

Resultados y análisis

En Fig (1) se comparan gráficamente de los conceptos nhoradia, horai, y horasuni.

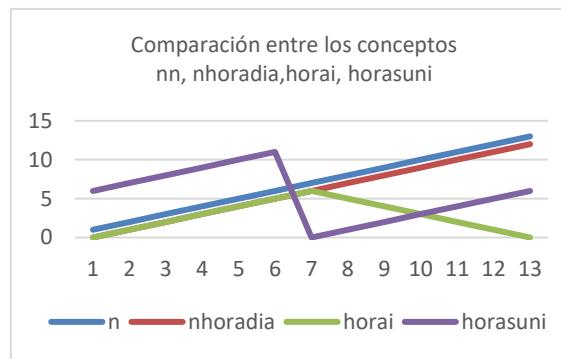


Figura 1: La comparación gráfica de los conceptos nhoradia, horai, horasuni

La curva de horasuni, tiene una discontinuidad al finalizar el valor 11 y comenzar el 12 en cuyo caso su valor coincide con cero ya que el residuo de dividir entre 12 da cero.

218
 219
 220
 221
 222
 223
 224
 225
 226
 227
 228
 229
 230
 231

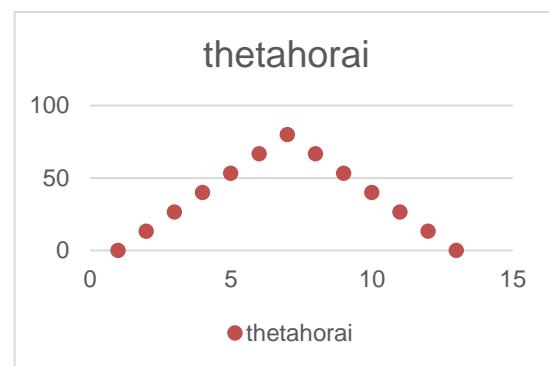


Figura 2: Graficado de los valores de la variable θ_{horai} .

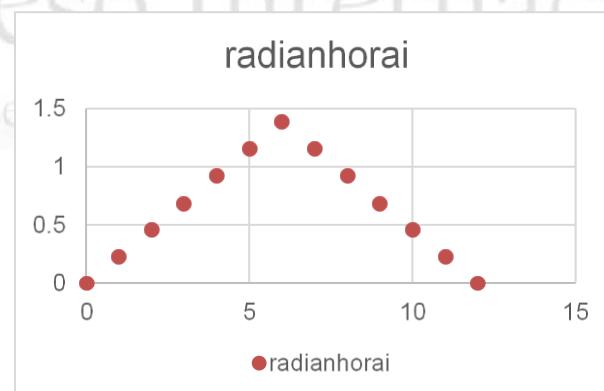


Figura 3: Grafica de los valores de la variable $radianhorai$.

232
 233
 234
 235
 236
 237
 238
 239
 240
 241
 242
 243
 244
 245
 246
 247



248
 249
 250
 251
 252
 253
 254
 255
 256
 257
 258
 259
 260
 261
 262
 263
 264
 265
 266
 267
 268
 269
 270
 271
 272
 273
 274
 275
 276
 277
 278
 279
 280
 281
 282
 283
 284
 285
 286
 287
 288
 289
 290

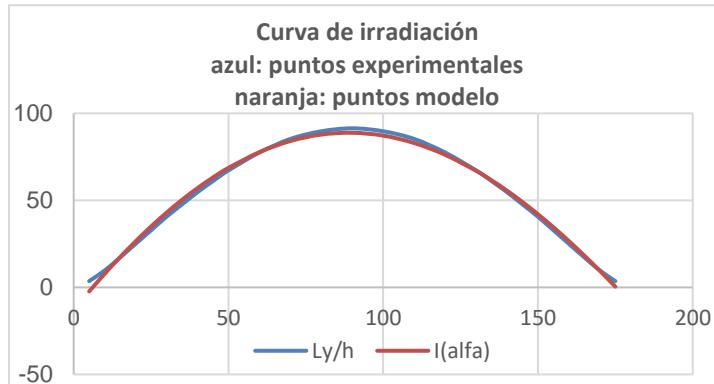


Figura 4: Comparación entre los datos reportados por Holman y los datos de un modelo polinomial de 4 grado.

El modelo teórico se ajusta con el valor θ_{max} , mediante el ajuste de los valores de Holman; Fig (4), se obtuvieron los parámetros de un ajuste polinomial mediante el método de mínimos cuadrados al modelo de la Ec (1).

$$I = a + b\theta + c\theta^2 + d\theta^3 + e\theta^4 \quad \text{Ecuación 1}$$

considerando $\theta_{max} = 90^\circ$.

El modelo obtenido a través del ajuste es el de la Ec (2)

$$I(\theta) = -12.907 + 2.163\theta - 0.009\theta^2 - 3.835\theta^3 + 1.246\theta^4 \quad \text{Ecuación 2}$$

Mediante la Ec (3) se calcula el error cuadrático promedio.

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (I_{exp} - I(\theta_i))^2 \quad \text{Ecuación 3}$$

que arroja un valor de $4.3005(Ly/hr)^2$, que al extraer la raíz arroja el valor de $2.073Ly/hr$.

291 4. Conclusiones

292

293 El concepto *ihoradia* esta copiado de la concepción de que el día tiene 12 horas
294 aunque en este caso esta *ihoradía* no corresponda necesariamente a la hora marcada
295 por el reloj.

296 El concepto *horai* da una simetría al día solar haciendo coincidir este concepto en
297 valor a los eventos en los cuales la inclinación del sol es igual. Y proviene directamente
298 del concepto *ihoradia*.

299 El concepto θ_{horai} efectua el cálculo del ángulo de acuerdo con la *horai* y tiene como
300 valor máximo el de θ_{max}

301 El concepto *radianhorai* convierte la θ_{horai} al valor del ángulo en radianes.

302 El concepto *horadiasuni* es como la alegoría a lo que en nuestras latitudes conocemos
303 como la hora del día ya que hace mención a las 6 de la mañana, como la salida del sol
304 y las 6 de la tarde, como el ocultamiento de este. No necesariamente coincide con la
305 que usualmente tenemos en el reloj. Debido a la variación del día solar durante el año
306 y diferenciándose de diferentes latitudes.

307 La curva de Holman se reconstruye, aplicando un ángulo máximo θ_{max} , en lugar de
308 90 en el cenit, la equivalente *ihoradia*, redefine las horas usuales a *ihoradia* si se
309 desea una secuencia de 12, durante la duración del día solar.

310

311 Observaciones

312

313 Este trabajo es un análisis que aún debe continuar, es necesario para uso de la energía
314 solar en dispositivos situados alrededor de la tierra, considerar los accidentes locales
315 que puedan obstaculizar la llegada de la irradiación solar hacia el dispositivo que está
316 colocado para funcionar cuando recibe la radiación solar. Al contrario de lo que se
317 podría pensar sobre el artículo no es este una vuelta a la visión de que el centro del
318 universo es la tierra, sino que más bien una adaptación de la modalidad del tiempo y
319 espacio terrestre que pretende resolver problemas que localmente aparecen

320

321 Agradecimientos

322

323 El primer autor agradece a la FEST Cuautitlán por la invitación a participar en el
324 Congreso de Aplicación de las Matemáticas, y al Tecnológico Nacional de México
325 (TecNM) por el apoyo económico al desarrollo del proyecto 6prp7e(5461), aprobado a
326 desarrollarse en el año 2019, también agradecemos al M.C. Milton César Toriz Reyes,
327 por la colaboración al proyecto y valiosas sugerencias al mismo, a los Residentes Yair
328 Guillermo Bautista Castillo, y Jared García Bolaños por su aporte a la parte
329 experimental, así como a por el apoyo en desarrollo de mediciones, y por supuesto
330 agradezco a Octavio Alejandro Rodríguez Yelmi, por su valiosa revisión en estilo
331 ortográfico del presente trabajo.

332

333



334 **Nomenclatura**

335

336 Conceptos importantes son:

337 $i_{horadia} \in [0,12] hrd$

338 $horai [0,6] hri$

339 $hora_reloj [0,24] hr$

340 $diasol \in \mathbb{N}$

341 $horadiasuni \in [6 a 12 = 0,6] hrdsi$

342 $\theta_{horai} \in [0, \theta_{max}] ^\circ$

343 $radianhorai \in [0, radianmax] Rad.$

344 $\theta_{max} \leq 90^\circ$.

345 $radianmax \leq \frac{\pi}{2}$.

346

347 **5. Índice de referencias**

348

349 Gunawardena, M. C. (1996). seamonkey.ed.asu.edu/~mcisaac/dechapter. Obtenido de <http://seamonkey.ed.asu.edu/~mcisaac/dechapter>

350 Historiaybiografias.com. (2014). *El día solar y el día sideral, diferencia entre ambos tipos de días, Historia y Biografías HB*. Obtenido de <https://historiaybiografias.com/dia solar/>

351 Holman, J. (1990). *Heat Transfer*. United States of America: Mc Graw Hill.

352 hora, C. a. (2012). *Como aprender a ver la hora*. Obtenido de <https://www.youtube.com/watch?v=0cDOtknJCcz8>

353 Internet, A. (2016). *Cómo calcular la hora aplicando usos horarios*. Obtenido de <https://www.youtube.com/watch?v=cl6s7e256CQ>

354 La Solar. (2020). la-solargroup.com/solutions-solar-overview. Obtenido de Solar Overview: <https://la-solargroup.com/solutions-solar-overview/>

355 Luna, A. R. (2016). *Como determinar la hora en el reloj solar* Facultad de Ciencias. Obtenido de <https://www.youtube.com/watch?v=DK33NjAqj60>

356 Reynolds, J. (2017). *Cómo calcular la diferencia horaria entre países*. Obtenido de <https://www.ehowenespanol.com/calcular-diferencia-horaria-paises-como-75873/>

357 wikipedia. (2019). *Día contrapuesto a noche*. Obtenido de [https://es.wikipedia.org/wiki/D%C3%ADa_\(contrapuesto_a_noche\)](https://es.wikipedia.org/wiki/D%C3%ADa_(contrapuesto_a_noche))

358

DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD PARA ESTIMAR EVENTOS DE LÍNEA DE ESPERA

Mercedes Flores^{1,*}, Griselda Cortés², Abraham Jiménez³, Martín Verduzco⁴
^{1,2,3,4}Tecnológico de Estudios Superiores de Ecatepec. Av. Tecnológico s/n Colonia
Valle de Anáhuac, Ecatepec, Edo. de México, C.P.55210.

IM-POAM029

Resumen

En la vida cotidiana el enfrentarse a situaciones en las que la mayor parte de éstas están en función del tiempo, por mencionar algunas, la fila en una institución bancaria, el estacionamiento o uso de servidores en un centro comercial, una estación de gasolina o de trenes ligeros entre otros, en donde contar con uno o múltiples servidores como cajas de cobro, bombas despachadoras, etc., casi siempre se hace referencia a el tiempo que tomará cada una de estas actividades y aunque existen muchas aplicaciones que con la ayuda de la tecnología pueden ser evitadas, existen muchas otras que no son posibles, como puede ser la admisión de pacientes en el área de urgencias de un hospital público o de asistencia pública.

Este artículo pretende dar una visión simulada del proceso de recepción, valoración e ingreso al área de urgencias de un hospital del sector salud de atención a todo el público. Se simula a través de distribuciones de probabilidad como uniforme, exponencial, M.de Erlang incluso una distribución Bernoulli. Se estima el número de personas que ingresan al hospital a solicitar atención médica, el número de médicos disponibles, camas para pacientes y a través de una simulación estimar la gravedad o necesidad de atención a los pacientes.

Cabe señalar que ésta investigación es una práctica llevada a cabo en el aula en donde se simula el área de urgencias de un hospital público, en la cual se demuestra la utilidad de los números pseudoaleatorios y las distribuciones de probabilidad, para estimar la atención a pacientes, el porcentaje de ocupación de los médicos y de la infraestructura hospitalaria como pueden ser camas, quirófanos, entre otros.

Palabras clave: Simulación, Distribuciones de Probabilidad, Números pseudoaleatorios, eventos, estimación, líneas de espera.

1. Introducción

La mayoría de las actividades cotidianas están en función del tiempo, ya sea esperar en una fila para ser atendido en una institución bancaria, atención de un servicio entre otros.

En países como México existe una alta demanda de los servicios de urgencia hospitalaria en donde una elevada proporción de los casos son pacientes que lo utilizan de forma inadecuada ya sea por problemas banales, problemas organizativos que afectan a éstas áreas (Torné, 2003).

De acuerdo a (Torné, 2003) en un estudio llevado a cabo en los hospitales de la ciudad de Barcelona, la atención en el área de urgencias fue el 48.6% para mujeres

¹ Autor para la correspondencia. E-mail: merfloresflores@yahoo.com.mx Tel.50-00-23-25

45 y de las urgencias atendidas el tiempo transcurrido (mediana)desde la llegada al
46 servicio de urgencias hasta la salida del mismo fue de dos horas diez y siete
47 minutos y el grupo de más de 64 años de edad fue de tres horas con 4 minutos
48 (Torné,2003).

49 Como en muchos aspectos en la atención médica de urgencias ésta puede ser
50 cualitativa de acuerdo a la percepción del médico o del paciente, es decir la valoración
51 es subjetiva en el estudio de (Torné,2003), el 38% de los casos fueron clasificados
52 como urgencia adecuada.

53 El aspecto de la toma de decisiones de los hospitales es cada vez más importante
54 y con ello los responsables de tomar éstas son conscientes de administrar de forma
55 más eficiente los aspectos y proporcionar un buen servicio haciendo uso de
56 herramientas que les permitan analizar, programar y priorizar entre otros la mejor
57 administración de los recursos disponibles (Rodríguez, 2017).

58 2. Metodología

59 En el presente trabajo se hace un breve resumen de trabajos relacionados con
60 el área de urgencias de diversos hospitales y una práctica en el aula simulando
61 el área de urgencias de un hospital del sector salud utilizando distribuciones de
62 probabilidad.

63 2.1 Comparativa de análisis de un centro hospitalario en el área de urgencias y la
64 simulación utilizando distribuciones de probabilidad.

65 Se trata de analizar varios casos de estudio sobre los servicios de urgencia en
66 hospitales, considerar las formas en que fueron abordados, ya sea a través de
67 líneas de espera, utilizando Delphi entre otros y hacer una simulación con
68 distribuciones de probabilidad, con esto hacer una comparativa de los resultados
69 de casos reales y lo que se ha simulado en el aula, utilizando distribuciones de
70 probabilidad como exponencial, uniforme, y M de Erlang, hacer una comparativa
71 sobre casos reales estudiados y una simulación llevada a cabo en el aula,
72 comparando la similitud entre ambos. Se describen algunos conceptos básicos
73 de la probabilidad clásica y la forma en que se puede simular este tipo de eventos.

74 2.2 Investigación de trabajos realizados utilizando herramientas de software y
75 teoría de líneas de espera.

76 **Análisis de la demanda de los servicios de urgencias de Barcelona** 77 **Torné, E. et al (2003)**

78 Para este estudio se seleccionaron tres equipos de atención primaria (EAP), el
79 estudio consistió en hacer el registro durante tres semanas teniendo un total de
80 67,791 urgencias generando una media de 3.228 urgencias al día, durante los días
81 laborales, la máxima actividad de urgencias se registró entre las 9 y las 13 horas,
82 las emergencias se mantuvieron estables a lo largo del día durante todos los días
83 de la semana.



89 El 79.8% de los pacientes atendidos en urgencias accedieron por iniciativa propia.
90 De las urgencias atendidas en los hospitales se realizó alguna prueba diagnóstica
91 en el 47.5% de los casos, por grupos de edad el porcentaje es de el
92 59.7% de más de 64 años y los estudios más frecuentes realizados fueron
93 Electrocardiogramas (ECG), rayos X y analíticos en el 97.5% de los casos.
94

95 Su propuesta la creación de áreas de diagnóstico rápido, el estudio hizo un
96 registro sobre el grupo de pacientes y la atención que requiere de acuerdo a su
97 tipo, clasificando la muestra en masculino, femenino, edad y tipo de urgencia.
98

99 **Análisis en el servicio de urgencias aplicando teorías de líneas de espera**
100 **Rodríguez G. et al (2017)**

101 El trabajo se centra en el comportamiento de un hospital de Celaya, Guanajuato,
102 México en el servicio de urgencias utilizando un modelo de líneas de espera con
103 prioridades de atención para estimar la capacidad del área y las proyecciones ante
104 incrementos de demanda.

105 El método utilizado fue mínimos cuadrados y a través de éste se verificó la función que
106 ajusta mejor los datos de los arribos y los servicios, su análisis consistió en lo siguiente:
107

- 108 1.- Identificar la estación
- 109 2.-Caracterizar la demanda, obteniendo la media, la varianza y la variabilidad,
110 construcción de histograma, aplicar el método cuadrados medios.
- 111 3.-Caracterizar el tiempo de servicio obtenido de la media, la varianza y la prueba de
112 bondad de ajuste.
- 113 4.-Determinar el desempeño del sistema

114 El estudio se llevó a cabo con la utilización de la prueba de mínimos cuadrados
115 empleando Minitab 16 y la simulación se llevó a cabo utilizando el software arena.
116 La teoría de líneas de espera es una herramienta que permite calcular de forma
117 eficiente y rápida algunas de las medidas de desempeño de mayor interés para la
118 administración y control de los sistemas hospitalarios.
119

120 **Identificación de problemas y propuestas para mejorar la atención de las**
121 **urgencias extrahospitalarias en Navarra: un estudio Delphi**
122 **Pérez-Ciordia I et al (2011)**

123 Este trabajo desarrolló un estudio Delphi inicialmente con treinta y siete personas,
124 aplicando tres cuestionarios entre ellos uno con preguntas cerradas, que identificó el
125 grado de desacuerdo con los problemas y propuestas de mejora. Todos los
126 cuestionarios se cuantificaron en formato de escala Likert.
127

128 **Sobredemanda de la atención médica en el servicio de emergencias de adultos**
129 **en un hospital terciario, Lima, Perú.**
130 **Vásquez, R. et al (2015)**

131 Hace un estudio sobre el tipo de pacientes y de atención que brinda un hospital en
132 Lima Perú, en el periodo del 1 de enero al 31 de diciembre del año 2015, realizando
133 un reporte del sistema estadístico institucional considerando fecha y hora de ingreso,
134

135 edad, genero, procedencia, motivo de la consulta de urgencia, destino de la atención,
136 el análisis de los datos fue a través de GPSS, calculando medidas de distribución
137 de frecuencia y tendencia central.

138

139 2.3 Simulación de una línea de espera del área de urgencias de un hospital del
140 sector salud. Desarrollo del experimento en el aula.

141

142 Para abordar este tema se inicia con algo que puede ser simulado de forma muy
143 sencilla utilizando el experimento del lanzamiento de una moneda y registrar el
144 resultado obtenido, es decir el experimento consistirá en lanzar una moneda
145 equilibrada en 10 ocasiones y registrar el resultado, posterior a ello a través de un
146 generador de números pseudoaleatorios obtener 10 de éstos y aplicar la probabilidad
147 semejante a la del caso real, con esto:

148

149 Probabilidad clásica: casos favorables/casos posibles

150 Casos posibles= {cara, cruz}

151 $P\{\text{cara}\} = \frac{1}{2}$ o 0.5

152 $P\{\text{cruz}\} = \frac{1}{2}$ o 0.5

153

154 Para el caso de los números pseudoaleatorios:

155 $P\{\text{cara}\} = \text{intervalo}\{0.0 - 0.5\}$

156 $P\{\text{cruz}\} = \text{intervalo}\{0.5 - 1.0\}$

157

158 Generación de números pseudoaleatorios mediante el método mixto de congruencias
159 semilla $n_0 = 7$; constante $a = 3$, constante $c = 19$, mod $m = 31$

160

$$n_{i+1} = (a * n_i + c) \sim \text{_____ mod } m \quad \text{Ec. (1)}$$

162

163 Se aplica el experimento:

164

165 Se lanzará en 10 ocasiones una moneda balanceada y se registrarán el número de
166 caras y cruz que caigan en cada lanzamiento, posterior a ello se utilizará el método
167 mixto de congruencia para a través de éste generar una muestra de diez números
168 pseudoaleatorios simulando los lanzamientos de la moneda y; si el número
169 pseudoaleatorio está entre 0.0 y 0.5 se considerará que en el lanzamiento cayó cara,
170 y si el número pseudoaleatorio está entre 0.5 y 1.0 se considerará que en el
171 lanzamiento cayó cruz(Véase la Tabla 1 Lanzamientos reales y simulados).

172



173
174

Tabla 1 Lanzamientos reales y simulados

| Lanzamientos | Generación de Números Pseudoaleatorios a través del método mixto de congruencias Semilla = n ₀ (7), a= 13; c=19; mod m= 31 | | |
|--|--|--------------------|-----------|
|  | N ₁ =(13 *7 +19) ~ <u>17</u> mod 31 genera= 0.54838 N ₂ =(13 *17 +19) ~ <u>23</u> mod 31 genera= 0.74193 N ₃ =(13 *23 +19) ~ <u>8</u> mod 31 genera= 0.25806 N ₄ =(13 *8 +19) ~ <u>30</u> mod 31 genera= 0.96774 N ₅ =(13 *30 +19) ~ <u>6</u> mod 31 genera= 0.19354 N ₆ =(13 *6 +19) ~ <u>4</u> mod 31 genera= 0.12903 | | |
|  | N ₇ (13 *4 +19) ~ <u>9</u> mod 31 genera= 0.29032 N ₈ =(13 *9 +19) ~ <u>12</u> mod 31 genera= 0.38709 N ₉ =(13 *12 +19) ~ <u>20</u> mod 31 genera= 0.64516 N ₁₀ =(13 *20 +19) ~ <u>0</u> mod 31 genera= 0.00000 | | |
| Caso real | Caso simulado | | |
| No. de lanzamiento | Resultado | No. de lanzamiento | Resultado |
| 1 | Cara | 1 | Cruz |
| 2 | Cara | 2 | Cruz |
| 3 | Cara | 3 | Cara |
| 4 | Cruz | 4 | Cruz |
| 5 | Cruz | 5 | Cara |
| 6 | Cara | 6 | Cara |
| 7 | Cruz | 7 | Cara |
| 8 | Cara | 8 | Cara |
| 9 | Cruz | 9 | Cruz |
| 10 | Cruz | 10 | Cara |

175
176 Ahora bien, se puede simular cualquier fenómeno factible de estudiar por ello
177 en este apartado se presenta una simulación del área de admisión en urgencias
178 de un hospital del sector salud, ésta es una práctica que se realiza en el aula
179 para estimar los tiempos de atención en el módulo de admisión, posteriormente,
180 la valoración médica, la evaluación si existe espacio disponible para
181

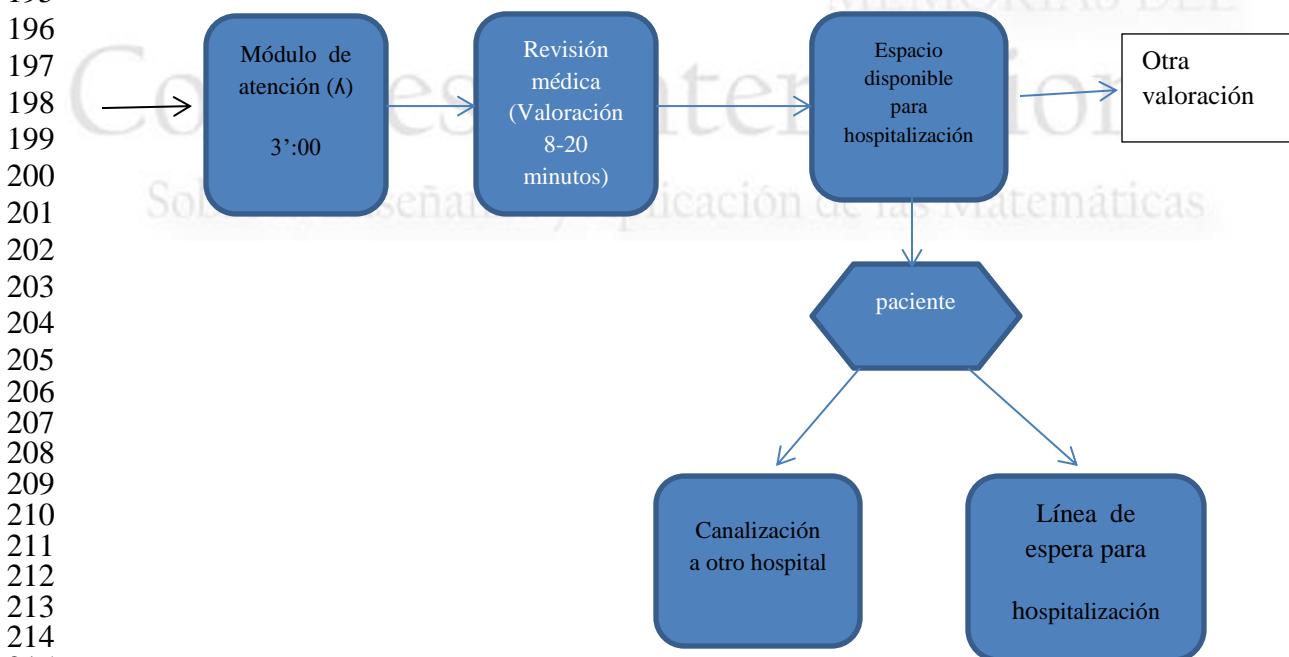
182 hospitalización(ingreso a hospitalización, piso, cirugía, etc) y algunos otros aspectos
 183 relevantes que se llevan a cabo en el área de urgencias, así como el número
 184 de pacientes que atiende un médico en un tiempo (t) específico y/o el tiempo que
 185 le toma atender a un número n de pacientes, lo cual se lleva a cabo de la
 186 siguiente forma:

187

188 Se utiliza una distribución exponencial para determinar el tiempo de atención en el
 189 módulo de admisión, una distribución uniforme para determinar el tiempo de
 190 atención de los médicos en el área de valoración y por ultimo una distribución M
 191 de Erlang para determinar el tiempo de ocupación de un médico en un tiempo
 192 T_{i1} a T_{i2} . El diagrama 1 muestra la secuencia de atención en el área de admisión
 193 de urgencias de un hospital.

194

195



216 **Diagrama1. Diagrama a bloques de la simulación de la admisión en el área de urgencias de**
 217 **un hospital del sector salud.**

218

219 **3. Resultados y análisis**

220 Distribuciones de Probabilidad (Exponencial, Uniforme y M. de Erlang)

221

222 3.1 Exponencial: Utilizando los números pseudoaleatorios generados con el método
 223 mixto

224 Utilizaremos el valor de $\lambda = 3$ y la fórmula $E_i = -\lambda * \ln(1-r_i)$ (Azarang, 1996), para
 225 determinar el tiempo simulado en que cada paciente estuvo en el área de ventanilla
 226 de la admisión de urgencias: (Véase Tabla 2).

227

228
229

Tabla 2 Obtención de datos simulados con $\lambda=3$

| No. de paciente | $E_i = -\lambda \ln(1-r_i)$ | T_i (Tiempo obtenido) | T_r (Tiempo simulado) |
|-----------------|-----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| 1 | $E_1 = -3\ln(1-0.54838)$ | 2.38 | 2': 22" |
| 2 | $E_2 = -3\ln(1-0.74193)$ | 4.06 | 4':03" |
| 3 | $E_3 = -3\ln(1-0.25806)$ | 0.89 | 0':54" |
| 4 | $E_4 = -3\ln(1-0.96774)$ | 10.30 | 10':18" |
| 5 | $E_5 = -3\ln(1-0.19354)$ | 0.64 | 0':37" |
| 6 | $E_6 = -3\ln(1-0.12903)$ | 0.41 | 0':24" |
| 7 | $E_7 = -3\ln(1-0.29032)$ | 1.02 | 1':01" |
| 8 | $E_8 = -3\ln(1-0.38709)$ | 1.46 | 1':27" |
| 9 | $E_9 = -3\ln(1-0.64516)$ | 3.10 | 3':06" |
| 10 | $E_{10} = -3\ln(1-0.00000)$ | 0.0 | 0':00" |

230
231 Como se puede observar los tiempos simulados pueden ser utilizados para
232 determinar un ejercicio real de solicitud de ingreso al área de urgencias
233
234 3.2 Para determinar los tiempos de atención de los médicos se utilizará una
235 distribución uniforme $U_i = a(b-a)r_i$ (Azarang, 1996) con los valores de límite inferior = 8
236 y límite superior = 20 (véase Tabla 3)
237
238

Tabla 3 Obtención de la atención médica simulada con distribución uniforme $a=8$ y $b=20$

| No. de paciente | $U_i = a+(b-a)r_i$ | T_i (Tiempo obtenido) | T_r (Tiempo simulado) |
|-----------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| 1 | $U_1 = 8+(20-8)0.54838$ | 14.58 | 14': 34" |
| 2 | $U_2 = 8+(20-8)0.74193$ | 16.90 | 16':54" |
| 3 | $U_3 = 8+(20-8)0.25806$ | 11.09 | 11':05" |
| 4 | $U_4 = 8+(20-8)0.96774$ | 19.61 | 19':36" |
| 5 | $U_5 = 8+(20-8)0.19354$ | 10.32 | 10':19" |
| 6 | $U_6 = 8+(20-8)0.12903$ | 9.54 | 9':32" |
| 7 | $U_7 = 8+(20-8)0.29032$ | 11.48 | 11':28" |
| 8 | $U_8 = 8+(20-8)0.38709$ | 12.64 | 12':38" |
| 9 | $U_9 = 8+(20-8)0.64516$ | 15.74 | 15':44" |
| 10 | $U_{10} = 8+(20-8)0.00000$ | 8.0 | 8':00" |

239
240 3.3 Para determinar el tiempo que tardará un médico en atender a un promedio
241 de 9 pacientes si se considera que cada hora llegan un promedio de 20 pacientes

242 a solicitar atención médica en el servicio de urgencias, se utilizará una distribución
243 M de Erlang:

244 $M. \text{ de Erlang} = \frac{1}{\lambda} \ln \pi(ri) \text{ (Ec.4)}$

245

246

247 $M. \text{ de Erlang} = -$

248 $1/20 \ln \prod (0.54838 * 0.74193 * 0.25806 * 0.96774 * 0.19354 * 0.12903 * 0.29032 * 0.38709 * 0.6$
249 $4516)$

250

251 $M. \text{ de Erlang} = -1/20 \ln(0.000062950221)$

252 $M. \text{ de Erlang} = -1/20(-8.60174258345)$

253 $M. \text{ de Erlang} = 0.43$

254

255 Como está en función del tiempo, se convierte a tiempo en minutos lo que indica
256 que el médico tardará en atender a nueve pacientes un promedio de 25': 48".

257

258 4. Conclusiones

259

260 Sin duda cualquier fenómeno factible de estudiar puede ser simulado, en este
261 artículo se mostró una práctica en el aula que demuestra cómo puede ser simulado
262 a través de distribuciones de probabilidad como lo son uniforme, exponencial y M
263 de Erlang la admisión y tiempo de atención en el área de urgencias en un hospital del
264 sector salud.

265

266 5. Índice de referencias

267

268 Bibliografía

- 269 • Azarang M. (1996). Simulación y análisis de modelos estocásticos (Ed.),
270 Mac Graw Hill (pp. 79).México.

271 Información en línea

272

- 273 • Torné,E. (2003). Análisis de la demanda de los servicios de urgencias de
274 Barcelona. ELSEVIER Volumen 32 Núm.7 pp.423. Octubre (2003)

275 Obtenido en enero de 2020 en la dirección.

276 <https://www.elsevier.es/es-revista-atencion-primaria-27-articulo-analisis-demanda-servicios-urgencias-barcelona-13053723>

278

- 279 • Rodriguez E. (2011). Análisis del servicio de urgencias aplicando teoría de
280 líneas de espera.

- 282 • <http://dx.doi.org/10.1016/j.cya.2017.04.001>
http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0186-10422017000300719



285

- 286 • Vásquez R. (2016). Sobredemanda de atención médica en el servicio de
287 emergencia de adultos de un hospital terciario, Lima, Perú. Scielo. Volumen
288 77. No. 4.dic.2016
289 Obtenido el 26 de enero de 2020 en la dirección.
290 • [http://www.scielo.org.pe/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1025-
291 55832016000400010](http://www.scielo.org.pe/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1025-55832016000400010)

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

PENSAMIENTO MATEMÁTICO A TRAVÉS DE UN JUEGO DIGITAL "BATALLA DE NÚMEROS"

Nelly Rigaud Téllez^{1,*}, Roberto Blanco Bautista²

^{1,2}Facultad de Estudios Superiores Aragón- UNAM. Av. Hacienda de Rancho Seco
S/N, Impulsora Popular Avícola, 57130 Nezahualcóyotl, Méx

AI-POAI030

Resumen

En educación matemática, la solución de un problema requiere de un proceso que va del análisis a la construcción de una representación de la situación, para continuar con una manipulación simbólica que logre alcanzar el resultado deseado. A menudo, en la enseñanza es importante decidir cómo representar un problema y cómo fomentar que los estudiantes investiguen y manipulen esas representaciones.

Frecuentemente, en el aula, los problemas de matemáticas se enseñan y se aprenden de tal forma que no representan un contexto real, carecen de oportunidades, de escenarios y contienen mecanizaciones tediosas.

La tecnología computacional ha permitido estructurar ambientes interactivos, donde las representaciones de escenarios son dinámicas y están expresadas en modos verbales, visuales, espaciales, notacionales, y otros. No obstante, favorecer la motivación de esta forma no siempre es seguro, y he aquí, que los juegos digitales pueden ser una opción de mejoramiento para enfrentar un problema matemático.

Actualmente, se está promoviendo la utilización de un paradigma conocido como gamificación, el cual significa el proceso de generar estrategias de solución de problemas matemáticos por medios lúdicos digitales e interactivos.

La ponencia presenta el diseño de un juego "Batalla de números", que busca favorecer, a través del juego, atributos de solución de problemas, sentido numérico, y toma de decisiones. Se presenta el diseño del juego matemático, y los resultados que se llevaron con una prueba piloto de 16 profesores de la FES Aragón.

Palabras clave: gamificación, pensamiento matemático, estrategia de solución, sentido numérico, toma de decisiones.

1. Introducción

Las matemáticas han llegado a ocupar un lugar fundamental en nuestra sociedad; proporcionan valiosos aportes en el avance científico, permiten comprender aspectos del universo, sus esquemas de desarrollo presentan lógica, creatividad y en general, enriquecen nuestro bagaje cultural. De hecho, sucede que individuos que experimentan dificultades para aprender matemáticas básicas, pueden estar en una gran desventaja en su vida profesional.

^{1,*} Autor para la correspondencia: nerigaud@unam.mx, 56231090

47
48 Esto último, se asocia a una correlación entre el desarrollo de atributos del
49 pensamiento matemático, éxito en los estudios, y consecuentemente, posibilidades de
50 encontrar un trabajo bien remunerado (Boaler, 2016).

51
52 Desde una perspectiva social, deficiencias en matemáticas conducen a generar costos
53 significativos, e incluso, se habla de asuntos relacionados con inequidad. Esto conlleva
54 a pensar en desarrollar métodos más motivantes y efectivos que conduzcan a
55 individuos a mejorar su comprensión de conceptos de matemáticas, a desarrollar sus
56 procesos de pensamiento matemático y a mejorar sus habilidades aritméticas.

57
58 Los juegos digitales proporcionan posibilidades interesantes para el estudio de
59 matemáticas. Sucede que en el internet se presentan algoritmos de solución de
60 operaciones matemáticas, hay juegos, apps, etc. Sin embargo, juegos de aprendizaje
61 matemático cimentados en principios y conceptos fundamentales, que además
62 integren una parte lúdica, se diseñen sobre buenas prácticas pedagógicas, y más aún,
63 realmente la tecnología proporcione un medio para el aprendizaje, son escasos.

64
65 De hecho, se ha llegado a argumentar, que los juegos digitales que se diseñan, se
66 tienden a orientar a adquirir conocimiento y aplicar procedimientos, los cuales por
67 supuesto, son herramientas valiosas de apoyo. No obstante, son pocos los juegos que
68 se dedican a desarrollar algunos atributos del pensamiento matemático y a enriquecer
69 el sentido numérico.

70
71 Esto se debe, a que los juegos se acotan a cumplir con aspectos de modelos
72 pedagógicos conocidos, más aún, resulta de dificultad considerable diseñar juegos en
73 los cuales se desarrolle y valore el sentido numérico y el pensamiento matemático.

74
75 La presente investigación busca favorecer, a través del juego, atributos de solución de
76 problemas, sentido numérico, y toma de decisiones.

77
78 **2. Metodología o desarrollo**

79
80 **2.1 Conceptos**

81
82 De acuerdo con Rigaud y Blanco (2018), el pensamiento al que se denomina
83 matemático es pertinente a cualquier situación. Es matemático no porque sea
84 únicamente de matemáticas, sino porque proporciona estructuras que requieren de
85 operaciones que fundamentan y justifican el uso de matemáticas.

86
87 Bajo este enfoque, el pensamiento matemático es una forma general de percibir las
88 cosas, de distinguir aspectos esenciales numéricos, estructurales y lógicos de ella, y
89 de analizar patrones subyacentes. Más aún, se trata de adoptar un paradigma de
90 pensar matemáticamente para la vida profesional y la vida en general.

91

92 Los atributos de interés para la investigación son:

93

- 94 a) Solución de problemas: Proceso de actividad cognitiva que consiste en
95 proporcionar una respuesta, a partir del planteamiento, estrategia de solución,
96 de un objeto o de una situación.
- 97 b) Sentido numérico: Se refiere a la habilidad para distinguir una colección de
98 objetos y comprender sus propiedades, aproximar, comparar y relacionar
99 magnitudes numéricas, así como comprender operaciones aritméticas.
- 100 c) Toma de decisiones: Es una habilidad, en la cual el individuo hace uso de su
101 razonamiento y pensamiento para elegir una alternativa de solución frente a un
102 problema determinado; es decir, si una persona tiene un problema, deberá ser
103 capaz de resolverlo individualmente tomando decisiones con ese específico
104 motivo.

105

106 Se considera que el desarrollo de juegos favorece el sentido numérico, ya que este
107 atributo puede estar asociado con crear y transferir efectos positivos sobre otras áreas
108 más complejas del área de matemáticas.

109

110 2.2 Procedimiento

111

112 Para el diseño de un juego, hay dos aspectos a considerar. Por una parte, se debe
113 inducir a que el jugador genere conjeturas teóricas que se refieren a las múltiples
114 representaciones que el individuo realiza para encontrar la solución de un problema.

115

116 El otro aspecto, tiene que ver con el diseño, el cual debe estar presentado de tal forma
117 que favorezca que en el individuo se genere un sentido de reto, aunque por la
118 representación multimodal del juego se desconozca una disciplina de matemáticas en
119 particular y sus métodos de solución.

120

121 A continuación, se presenta en la Fig. (1), el procesamiento del juego, en donde la
122 generalización del caso es la siguiente. Si el número máximo que se puede quitar de
123 uno a la vez es K , entonces los números ganadores son de la forma $Q(K + 1) + 1$.
124 Donde Q representa cualquier entero no negativo.

125

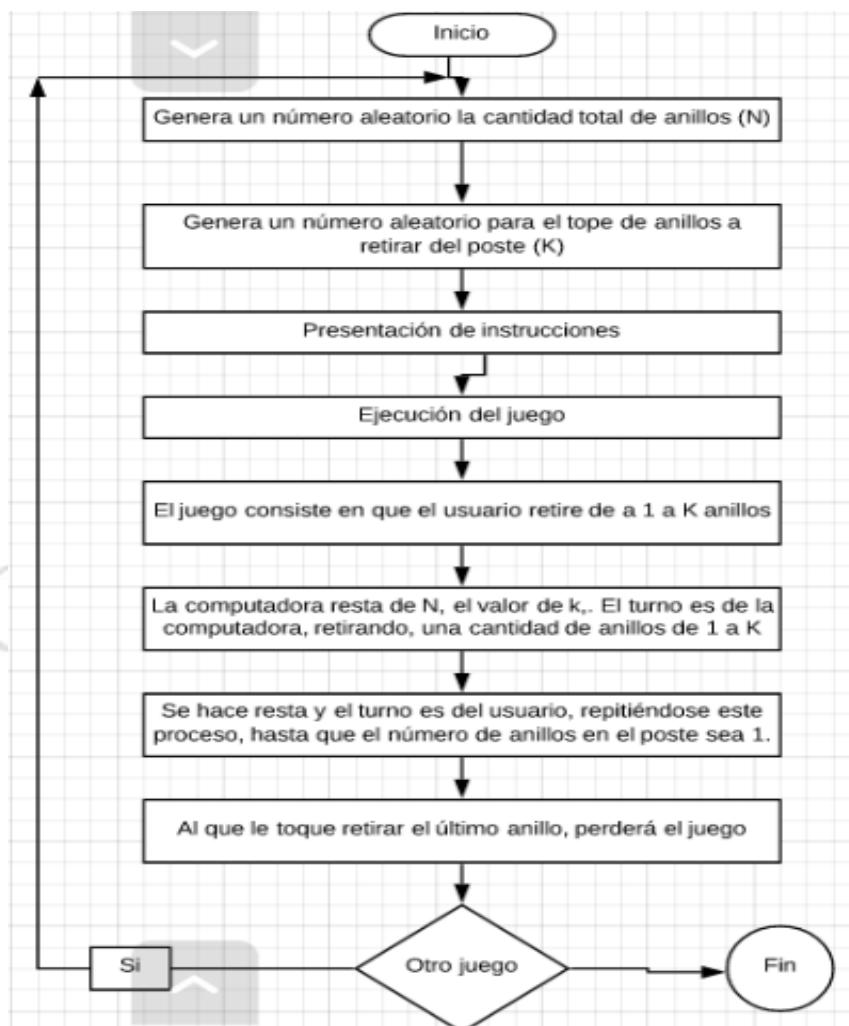
126 Las preguntas de investigación son:

127

128 ¿Cómo interactúan los jugadores cuando se les presenta el juego?

129

130 ¿Qué formas de representación y resolución de problemas demuestran los jugadores?
131 La experiencia de usar el juego “Batalla de números” ¿promueve el pensamiento
matemático, así como favorece la determinación de estrategias de solución?



132

133

134

135 En la Fig. (1), el juego tiene un procedimiento algorítmico de tipo numérico, de tal forma
 136 que, para ganar un partido o un juego, es necesario efectuar un procedimiento
 137 numérico básico (sumas y restas).

138

139 Lo deseable es que la computadora se quede con un anillo y pierda, de lo contrario,
 140 el jugador es el que perderá.

141

142 Por ejemplo, si en el poste hay 17 anillos, la computadora y el jugador pueden retirar
 143 de 1 a 10 anillos. Si el primer jugador quita 10, el segundo jugador quitará 6 y ganará
 144 el partido.

145

Figura 1. Procesamiento del juego “Batalla de números”

146 Si el primer jugador quita dos anillos, quedan 15 anillos. Luego, si el segundo quita 3,
 147 quedan 12 anillos, y así sucesivamente hasta que alguno recoja el último anillo y
 148 perderá el juego.

149

150 3. Resultados y análisis

151

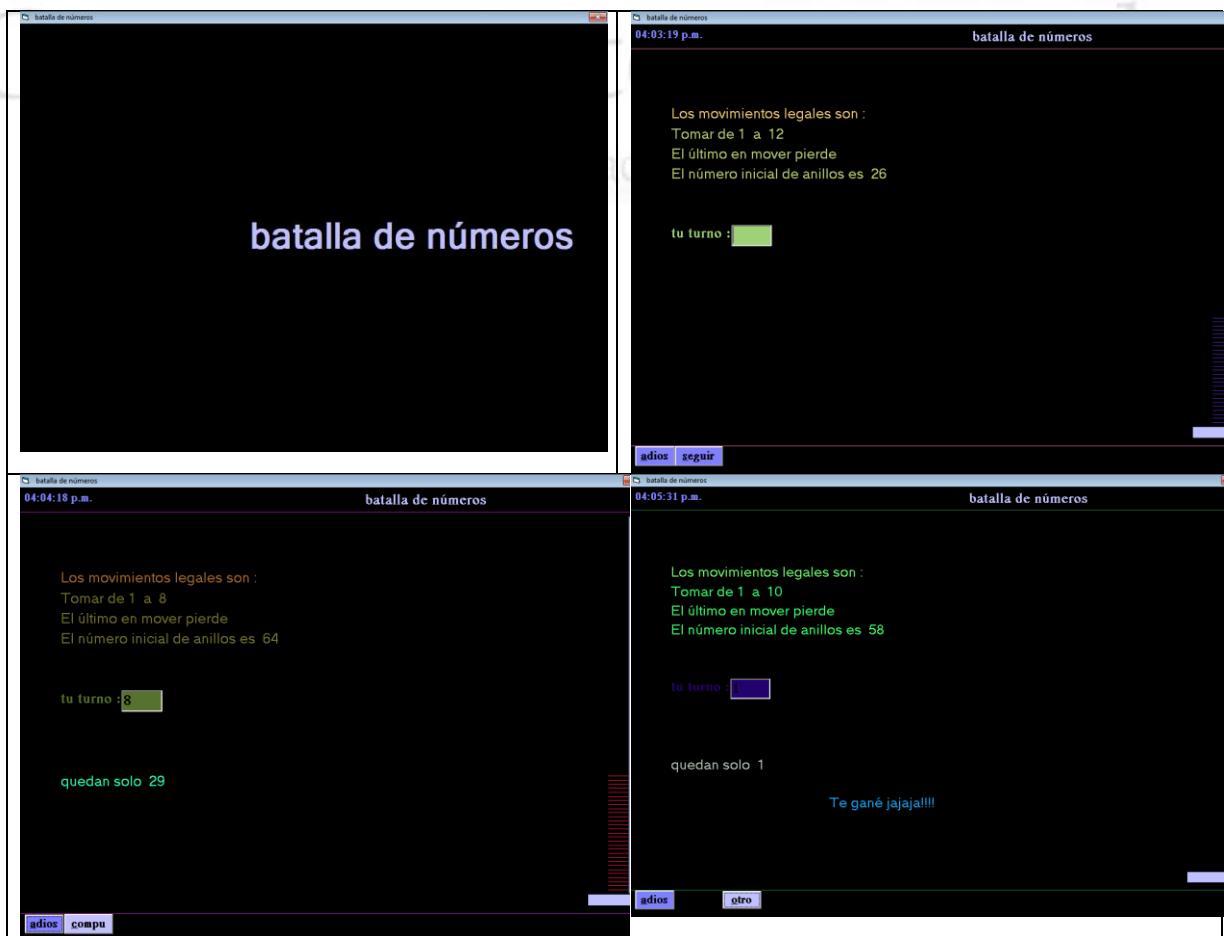
152 Se diseñó la simulación como un ambiente de juego que sitúa representaciones
 153 multimodales de números, esto debido a la consideración de múltiples escenarios, por
 154 la aleatoriedad de números. En la Fig. (2), se presentan imágenes que refieren a la
 155 interacción del jugador con la computadora.

156

157 El recurso se encuentra disponible en el enlace:
 158 <https://www.bunam.unam.mx/5coloquio-pm/>

159

160



161 **Figura 2. Captura de pantalla de un episodio de “Batalla de números”**
 162

163

164 Para representar y resolver cada episodio, el jugador tiene que procesar y coordinar información relevante en forma multimodal: (1) En forma sintáctica/verbal al

165 comprender las instrucciones del juego y el objetivo a lograr, (2) Visual- espacial,
166 debido a que existe una torre con anillos, cuya representación 2D muestra distinto
167 número de anillos, (3) numérica, que muestra los resultados de cada tirada por ambas
168 partes.

169 El juego se presentó, como una prueba piloto a 16 profesores del área de Ingeniería,
170 cuyo análisis de comportamiento de estos, mostró que, ya fuese en forma proactivo o
171 reacia, se habían hecho conscientes de desarrollar acciones de procesamiento,
172 búsqueda y coordinación de información en formas variadas de representar
173 operaciones aritméticas.

174 Asimismo, durante la sesión del juego, los participantes demostraron un creciente
175 número de estrategias de solución: a) orientados a la meta, o sea, a ganar, b) con
176 intención de búsqueda y coordinación de información para planear acciones y conectar
177 eventos del juego, y c) encaminada a la precisión y atención en la manipulación de
178 números, visualizados como anillos de la torre.

Congreso Internacional Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

4. Conclusiones

183 Los resultados del estudio se encuentran alineados con la conjetura de que un juego
184 relativo al pensamiento matemático, al mostrarse como una representación dinámica
185 y multimodal de un problema matemático, puede reforzar interacciones activas entre
186 los jugadores y atributos de estrategias de solución, sentido numérico y toma de
187 decisiones. El análisis del comportamiento indicó que a pesar de que los participantes
188 en forma inicial carecieron de un propósito deliberado en el procesamiento de
189 información relevante, demostraron una creciente conducta analítica, y una
190 comprensión en la codificación de números y sus operaciones.

191 Por otro lado, el estudio mostró que una situación multimodal representada como un
192 juego, exhibe múltiples retos para el procesamiento de información del problema, la
193 coordinación y exploración de soluciones. Los participantes que perdían en forma
194 frecuente evitaron un compromiso que involucrarse procesos matemáticos de solución.

195 Sin embargo, fue notable que los participantes expresaron que, al interactuar con el
196 juego, se desarrolla una atención y competencia en matematizar una situación y
197 resolver un problema matemático en forma contextualizada.

Agradecimientos

204 Este artículo ha sido posible gracias al apoyo recibido de la Dirección de Asuntos del
205 Personal Académico, DGAPA-UNAM, a través del Proyecto PAPIME PE101119.

209 **5. Índice de referencias**

210

- 211 Boaler, J. (2016). *Mathematical mindsets: Unleashing students' potential through creative math, inspiring messages and innovative teaching*. USA: Jossey-Bass.
212 Pástor, D., Jiménez, J., Arcos, G., Romero, M., & Urquiza, L. (2018). Patrones de diseño para la construcción de cursos online en un entorno virtual de aprendizaje. *INGENIARE Revista Chilena de Ingeniería*, 26(1), 157-171.
213 Rigaud N. & Blanco R. (2018) *Pensamiento Matemático. Metodología para evaluar competencias matemáticas*. México: Facultad de Estudios Superiores Aragón UNAM.
214
215
216
217

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

ESTUDIO SOBRE LA PROBLEMÁTICA DE CODEPENDENCIA EN ESTUDIANTES DE LICENCIATURA EN ADMINISTRACIÓN

Celia Rodríguez Chávez^{1*}, Juan R. Garibay Bermúdez²

FESC-UNAM. Km. 2.5 Cuautitlán Teoloyucan. Cuautitlán Izcalli, Edo. Méx. CP54714

IN-POTA033

Resumen

Investigaciones en el campo de las relaciones de pareja han señalado la problemática del trastorno de codependencia, en el cual uno de los miembros experimenta frecuentes estados de insatisfacción y sufrimiento por permitir abuso físico, emocional y sexual del otro miembro de la pareja. El presente estudio exploratorio indagó la presencia del trastorno en estudiantes de educación superior de licenciatura en administración de cuarto semestre utilizando un instrumento diseñado para medir codependencia. El tratamiento estadístico aplicado a los datos obtenidos arrojó que poco menos de la mitad del sector estudiado presenta codependencia. Sin embargo, en cuanto a la diferencia de géneros, la población femenina se colocó por arriba de la mitad, lo cual concuerda con los estudios revisados de elevado índice de codependencia en mujeres, mientras que la población masculina se ubicó en casi un tercio, dato que las investigaciones recientes también confirmaron: el incremento del número de individuos del sexo masculino codependientes, que experimentan abuso por parte de sus parejas mujeres sin que se atrevan a romper tal vínculo. Ante los resultados que evidenciaron porcentajes significativos de comportamientos codependientes tanto en la población general, como en la población femenina y masculina, se plantean recomendaciones para proponer planes y programas de acciones preventivas por parte de la institución de educación superior que promuevan relaciones constructivas en las relaciones de pareja entre hombres y mujeres desde el noviazgo.

Palabras clave: codependencia; pareja; estudiantes; administración.

1. Introducción

Debido a los relatos de abuso experimentados por sus parejas, por parte de algunos estudiantes de educación superior, los autores del presente trabajo se interesaron por investigar esta problemática. Los investigadores del tema plantean el concepto de violencia intrafamiliar, fenómeno que se ha estudiado desde los años sesenta, para designar una problemática diversa y compleja (Zúñiga, Sánchez y Orihuela, 2010). Informes de especialistas (UNAM, 2009), reportan que en México hombres y mujeres establecen relaciones destructivas además de que una de cada tres mujeres ha sufrido abuso emocional severo. Puesto que esta problemática de estudio de la violencia intrafamiliar incluye múltiples aspectos, los autores de este trabajo decidieron delimitarla a la exploración de abuso en las relaciones de pareja, en donde la persona que sufre el abuso se le llama codependiente. Un informe de la CONAPO (2014), señala que los espacios educativos son lugares propicios para las relaciones de noviazgo, por lo cual se realizó el presente trabajo en una institución de educación

¹*Celia Rodríguez Chávez. E-mail: celiarodriguezchavez@hotmail.com Tel.56-23-18-84



41 superior. El estudio de carácter descriptivo se llevó a cabo en estudiantes de cuarto
42 semestre de la licenciatura en administración. Los objetivos de la investigación fueron:
43 A) Detectar indicadores de codependencia en estudiantes hombres y mujeres. B)
44 Detectar diferencias de codependencia en estudiantes hombres y mujeres. La
45 Organización Mundial de la Salud (2014) señala que la violencia en la pareja se ha
46 convertido en un problema de salud pública y recomienda a los gobiernos atacar el
47 problema señalando el papel de las universidades públicas en la formación integral de
48 acuerdo a la UNESCO (2009). La presente investigación exploró los factores de
49 codependencia en la relación de noviazgo de estudiantes universitarios con vías a
50 estimular la reflexión para llevar a cabo programas de prevención e intervención como
51 proponen Flores y Barreto, (2018) que incluyan programas pedagógicos de desarrollo
52 emocional (Buxarrais y Martínez, 2009), en la institución de educación superior donde
53 se realizó la investigación y al mismo tiempo quiere estimular a otras instituciones de
54 educación superior que posiblemente viven problemáticas similares para desarrollar
55 acciones correspondientes que favorezcan en los centros de educación superior, el
56 desarrollo de la identidad personal, como indica Beattie, (2007) y la cultura de la paz
57 en los jóvenes, los cuales se convertirán en los futuros profesionales. De esta manera
58 la universidad cumplirá su papel de formadora en un sentido integral y no solo en los
59 conocimientos técnicos de la profesión. Esteban (2004) afirma que el papel de la
60 educación universitaria consiste en formar excelentes profesionales y ciudadanos
61 comprometidos, lo cual incluye áreas tan importantes del desarrollo humano como son
62 las relaciones de pareja. Se ha subrayado por diferentes investigadores como Cortina
63 (2013) el beneficio social e individual de que los estudiantes de educación superior
64 sean receptores activos de valores a través de la acción formativa de sus docentes en
65 la cotidianidad del acto educativo. La educación en valores a nivel universitario debe
66 abarcar áreas estratégicas como son el desarrollo de relaciones humanas que incluya
67 la relación constructiva de pareja desde el noviazgo, basada en el respeto y la
68 responsabilidad mutua.

69
70 **2. Metodología**

71
72 **2.1 Instrumento**

73
74 Se utilizó el “Instrumento de Codependencia” denominado ICOD diseñado por Noriega
75 (2011), que cuenta con la ventaja de haber sido creado y validado en el contexto
76 mexicano de atención a personas que presentan codependencia, evitando los
77 problemas de adecuación cultural de instrumentos elaborados en otras latitudes, de
78 acuerdo a lo que el autor citado resaltó. El instrumento está compuesto de treinta
79 preguntas en las que el sujeto eligió una respuesta entre cuatro opciones: NO, POCO,
80 REGULAR, MUCHO. El individuo marcó con una x la respuesta para cada reactiv. Se
81 puntuó el total tomando como punto de referencia para determinar casos de
82 codependencia, una sumatoria igual o mayor a 32.

83 Se estableció la siguiente escala numérica de valoración:

84 **Tabla 1. Escala numérica de valoración**



| Inciso de la respuesta | Valor numérico |
|------------------------|----------------|
| a) No | 0 |
| b) Poco | 1 |
| c) Regular | 2 |
| d) Mucho | 3 |

85
 86 2.1.1 Obtención de muestra
 87

88 Se tomó como población a los 487 alumnos inscritos en el 4º semestre de la carrera
 89 de Licenciado en Administración durante el semestre 2019-2, de los cuales 248 son
 90 mujeres y 239 son hombres, de acuerdo a Ec. (1):
 91

92
$$n = \frac{NZ_0^2 PQ}{(N-1)e^2 + Z_0^2 PQ} \quad n = \frac{(487)(1.96)^2(0.9)(0.1)}{(487-1)(0.0585)^2 + (1.96)^2(0.9)(0.1)} = 84$$

93 $N = 487$ total de alumnos inscritos al 4º semestre de la carrera de Licenciatura en
 94 Administración durante el segundo semestre del año escolar 2019.

95 $Z_0 = 1.96$ valor obtenido de tablas de áreas bajo la curva normal, con 95% de nivel
 96 de confianza.

97 $P = 0.9$ proporción favorable de respuesta

98 $Q = 1-0.9 = 0.1$ proporción no favorable de respuesta

99 $e = 5.85\%$ error máximo permitido

100
 101 Como $N_m=249$ y $N_h= 238$, entonces la muestra se distribuirá proporcionalmente de
 102 la siguiente forma:

103 $n_m = \frac{n N_m}{N} = \frac{(84)(249)}{487} = 43 \text{ mujeres} \quad n_h = \frac{n N_h}{N} = \frac{(84)(238)}{487} = 41 \text{ hombres}$

104
 105 3. Resultados y análisis
 106

107 3.1 Resultados
 108

109 Tabla 2. Estimación de la Proporción Poblacional de Variables

| Caso | b | p (%) | σ_p (%) | e (%) | Límite Inferior (%) | Límite Superior (%) |
|---|----|-------|----------------|-------|---------------------|---------------------|
| Mujeres Codependientes (≥ 32 puntos) | 24 | 56 | 7 | 14 | 42 | 69 |
| Mujeres no Codependientes (≤ 31 puntos) | 19 | 44 | 7 | 14 | 31 | 58 |
| Hombres Codependientes (≥ 32 puntos) | 13 | 32 | 7 | 13 | 19 | 45 |



| | | | | | | |
|--|-----------|-----------|----------|-----------|-----------|-----------|
| Hombres no Codependientes (<= 31 puntos) | 28 | 68 | 7 | 13 | 55 | 81 |
| Total de Codependientes (>= 32 puntos) | 37 | 44 | 5 | 10 | 34 | 54 |
| Total de no Codependientes (<= 31 puntos) | 47 | 56 | 5 | 10 | 46 | 66 |

110
 111 La población a la cual aplicamos inferencialmente nuestro trabajo fue a partir de una
 112 muestra de 84 alumnos distribuida en 43 mujeres y 41 hombres de un total de 480
 113 alumnos. Los intervalos al 95% de nivel de confianza para estimar los parámetros
 114 poblacionales se presentan en las columnas 5 y 6 de la tabla 2 indicando los límites
 115 inferior y superior.

116
 117 **3.2 Total de población codependiente y no codependiente**
 118

119 **Figura 1. Total de población que presenta codependencia**



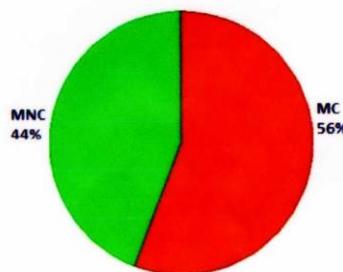
120
 121 De acuerdo a la figura 1, se puede observar que un 44 por ciento de la población total
 122 obtiene puntuaciones iguales o arriba de 32 puntos que indican codependencia. El 56
 123 por ciento de la población obtiene una puntuación debajo de 31 puntos que indica no
 124 ser codependiente. Es un dato que llama la atención que casi la mitad de la población
 125 presenta codependencia

126
 127 **3.3 Total de población femenina codependiente**
 128

129 **Figura 2. Total de población femenina codependiente**



Gráfica circular de Mujeres



131

132

133 La figura 2 muestra un porcentaje de 56 por ciento de la población femenina que
 134 obtuvieron igual o arriba de 32 puntos indicadores de codependencia. Es una cifra que
 135 llama la atención por encontrarse arriba de la mitad de la población por género
 136 femenino.

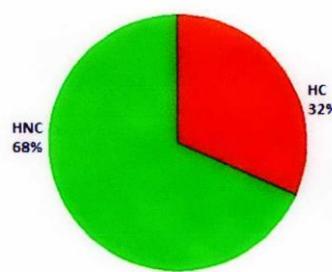
137

138 3.4 Total de población masculina codependiente

139

140 **Figura 3. Total de población masculina codependiente**

Gráfica circular de Hombres



141

142

143 La figura 3 muestra que entre los varones de la población existe un porcentaje (32%)
 144 con rasgos de codependencia. Este porcentaje constituye casi la tercera parte de la
 145 población.

146

147 4. Conclusiones

148

149 Los resultados obtenidos indican que se cumplieron los objetivos del estudio, ya que
 150 se detectaron rasgos de codependencia en la población en general así como las
 151 diferencias entre la población femenina y la población masculina de estudiantes
 152 universitarios de cuarto semestre de la licenciatura de administración.

153 La codependencia evidenciada en el estudio, si bien no presentó tonos alarmantes,
 154 llevó a la reflexión de cómo atender esta problemática y también evitar que este
 155 fenómeno crezca en la población estudiantil del centro educativo donde se realizó el
 156 estudio. La codependencia ha sido caracterizada como un trastorno que afecta al
 157 núcleo familiar desde su formación inicial como es el noviazgo y que además ha
 158 generado otras problemáticas como el bajo rendimiento escolar, deficiente



159 autovaloración personal, problemas laborales, (Zúñiga et al. 2010). La Conferencia
160 Mundial de Educación Superior realizada en París por la UNESCO (Comunicado
161 UNESCO 2009), en sus orientaciones señaló la formación de ciudadanos
162 comprometidos en la construcción de la paz y el bienestar, además de las
163 competencias necesarias para ejercer su profesión. El mundo actual, invadido por la
164 violencia ejercida desde sus facetas más agresivas hasta formas sutiles, se constata
165 en las vivencias particulares y la difusión mediática, generando la impresión de que se
166 ha erigido en la manera de solucionar problemas, lo cual lleva el peligro de que se le
167 considere como algo normal. La exposición a la violencia impide el desarrollo de la
168 capacidad necesaria para desarrollar el juicio moral, la empatía y el control inhibitorio
169 afirma Mendoza, (2019). El papel de las instituciones de educación superior, se afirmó
170 al principio de este trabajo, es relevante en la educación integral, lo cual incluye la
171 formación ética del futuro profesional (Cortina, 2013), que contribuya a resolver
172 problemáticas como la del estudio realizado que favorezcan el desarrollo de los ejes
173 transversales que incluye, como afirma Palos (2001), la educación encaminada a
174 lograr la paz y la convivencia, en sus más básicas y significativas áreas como es la
175 relación de pareja.

176 A partir de los resultados del estudio se presentan las siguientes recomendaciones:

- 177 • Se dará a conocer a las autoridades académicas la presente investigación para
178 tomar conciencia de esta problemática y así mismo se propondrá realizar una
179 investigación en todas las licenciaturas de la unidad académica para
180 dimensionar la afección de codependencia en la población estudiantil
181 universitaria.
- 182 • Se planteará que las instancias correspondientes lleven a cabo el diseño y
183 puesta en marcha de un plan estratégico de prevención e intervención dirigido
184 a la población estudiantil universitaria, tal como proponen Flores y Garreto
185 (2018), para abordar los problemas de relaciones de pareja como parte de la
186 educación y paz para la convivencia.
- 187 • Se propondrá como parte importante de dicho plan, el diseño de un programa
188 de impartición de cursos y talleres sobre educación emocional para los
189 estudiantes que posibilitarán el aprendizaje de recursos procedimentales y
190 actitudinales para las relaciones constructivas de pareja.
- 191 • Se propondrá también que los docentes accedan a una capacitación específica
192 sobre la educación emocional como parte de la educación en valores, como
193 afirma Buxarrais (2009), ya que en muchas ocasiones los estudiantes recurren
194 a ellos en primera instancia para solicitar un consejo en la tutoría o bien por
195 infundir confianza. La problemática de codependencia es compleja y se
196 recomendará que los docentes tengan además de las instancias de atención
197 psicológica de la institución de educación superior, un directorio de centros de
198 atención psicológica especializada de bajo costo para presentar opciones
199 accesibles para los estudiantes

200

Índice de referencias

201

202



203 Libros

- 204 • Beattie, M. (2019). *Ya no seas codependiente. Aprende a ocuparte de ti mismo.*
Ciudad de México: Editorial Nueva Imagen
- 205 • Buxarrais, R. (2003). *La formación del profesorado en educación en valores. Propuesta y materiales.* Bilbao, España Desclée de Brouwer.
- 206 • Cortina, A. (2013). *¿Para qué sirve realmente la ética?* Barcelona: Editorial Paidós
- 207 • Esteban, F. (2004). *Excelentes profesionales y comprometidos ciudadanos. Un cambio de mirada desde la universidad.* Bilbao, España: Desclée de Brouwer.
- 208 • Noriega, G. (2011). *ICOD Instrumento de codependencia.* México: Editorial Manual Moderno.
- 209 • Zúñiga, E., Sánchez, H. J. y Orihuela, D. (2010). *De frente a la violencia familiar. Lineamientos y recomendaciones para su comprensión, prevención y apoyo a personas que viven esta condición.* Ciudad de México, México: Asociación Tech Palewi, A. C., El Colegio de la Frontera Sur, Unidad de San Cristóbal De Las Casas, Chiapas, Gobierno del Distrito Federal.

210

211

212

213

214

215

216

217

218

219

220

- Revistas
- 221 • Buxarrais, R. y Martínez, M. (2009). Educación en valores y educación emocional. Propuestas para la acción pedagógica. *Teoría de la Educación. Educación y Cultura en la Sociedad de la Información* 10(2), 320-335. Usal Revistas. Obtenido de: <http://revistas.usal.es/index.php/eks/article/view/7519>
 - 222 • Flores, N. y Barreto, M. (oct de 2018). Violencia en el noviazgo entre estudiantes de la Universidad Nacional Autónoma de México. Un estudio mixto. *Revista Iberoamericana de Educación Superior*, 9(26), 42-63. Obtenido de Scielo Analytics: <http://dx.doi.org/10.22201/iisue.20072872e.2018.26.290>

223

224

225

226

227

228

229

230

231

Información en línea

- 232 • Consejo Nacional de Población, Secretaría de Gobernación, (2014), *Las relaciones de pareja, un enfoque estadístico.* (Comunicado de Prensa 001). Recuperado de: http://www.conapo.gob.mx/es/CONAPO/13_de_febrero_Informacion_estadistica_sobre_las_relaciones_de_pareja
- 233 • Organización Mundial de la Salud. (2014). *Resumen Informe sobre la prevención de la violencia 2014.* Recuperado de: https://apps.who.int/iris/bitstream/handle/10665/145089/WHO_NMH_NVI_14.2_spain.pdf;jsessionid=36967B3A5A4D675CF691545FA06D44D5?sequence=1
- 234 • Mendoza, J. J. (ago de 2019). *La normalización de la violencia y la psicopatología.* Medscape. Noticias y perspectivas. Obtenido de Medscape: https://espanol.medscape.com/verarticulo/5904402?nlid=131091_4150&src=WNL_esmdpls_190821_mscpedit_psych&uac=323360BJ&impID=2068460&faf=1



- 246 • UNESCO, Comunicado (8 de julio 2009). *Conferencia Mundial sobre la*
247 *Educación Superior-2009: La nueva dinámica de la educación superior y la*
248 *investigación y el desarrollo social.* París: UNESCO. Obtenido de UNESCO:
249 http://www.unesco.org/education/WCHE2009/comunicado_es.pdf
250 • Universidad Nacional Autónoma de México. (2009). *En México, hombres y*
251 *mujeres establecen relaciones destructivas.* (Boletín Dirección General de
252 Comunicación Social 123). Recuperado de:
253 http://www.dgcs.unam.mx/boletin/bdboletin/2009_123.html
254

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas



1

VALIDACIÓN DE LA CINEMÁTICA DE ROBOTS MEDIANTE WOLFRAM: CASO PRÁCTICO

4

5 Ernesto Monroy Cruz^{*1} y Agustín Alfredo Torres Rodríguez¹

6

7 ¹*Instituto Tecnológico de Atitalaquia. Av. Tecnológico No. 9. C.P. 42970. Colonia
Tezoquia Atitalaquia, Hidalgo, México.*

8

9

AP-POAI034

10

11

Resumen

12

13 *En el proceso de enseñanza-aprendizaje de áreas afines al modelado matemático se vuelve necesaria*
la etapa de validación de resultados. En este trabajo, se elige la Robótica como campo de estudio para
demostrar la importancia del uso de software de simulación como herramienta tecnológica que permite
validar los cálculos de la cinemática de un robot durante un curso convencional a nivel superior. Como
parte del estudio se muestra la obtención de la cinemática directa de posición de un brazo articulado de
3 GDL en configuración SCARA mediante dos diferentes alternativas: Método Geométrico y Algoritmo
de Denavit-Hartenberg, así como su correspondiente validación de resultados en el Software Wolfram
Mathematica® y la generación del Robot en 3D en el mismo entorno para su manipulación. Como
resultado de esta investigación se demuestra que los ambientes de simulación se pueden convertir en
excelentes herramientas para comprender y validar conceptos abstractos en áreas de modelado
matemático complejo y así mejorar el proceso enseñanza-aprendizaje.

23

24

Palabras clave: Cinemática, Robot articulado, Simulación, Modelo matemático, Validación.

25

26

1. Introducción

27

28

29 El desarrollo científico y tecnológico actual en el que estamos inmersos ha provocado
30 la evolución de los procesos formativos en la educación de todos los niveles, lo cual
31 genera en los docentes la necesidad de crear, innovar y adaptar diferentes estrategias
32 pedagógicas que hacen uso de herramientas tecnológicas, con la finalidad de mejorar
el desarrollo cognitivo de los estudiantes.

33

34

35 Sin duda, los procesos educativos van cambiando de acuerdo a las generaciones de
la tecnología, un claro ejemplo es la educación superior en el área de ingenierías,
36 donde se estudian diferentes sistemas, tales como; mecanismos, circuitos eléctricos,
procesos químicos, robots articulados, etc., en los que durante su estudio es
37 imprescindible el uso de software de simulación especializado que valide los
38 resultados del modelo matemático que los alumnos obtienen. Existen diversos trabajos
39 que abordan la determinación y resolución de las ecuaciones matemáticas que definen
40 la cinemática de un brazo robótico, como en Díaz, G., Marroquín, G. (2017) quienes
41 se enfocan en un robot manipulador de tres grados de libertad, explicando los pasos
42 a seguir y los parámetros a extraer del prototipo a diseñar. Además, se muestra la

¹ *Autor para la correspondencia. E-mail:ernesto.mz@atitalaquia.tecnm.mx

43 simulación virtual del brazo por medio del software Matlab® apoyándose del Toolbox
44 que se describe en Reyes, F. (2012) y Reyes, F. (2011), sin embargo, dicho trabajo y
45 la mayoría de los que abordan el tema de investigación no describen claramente la
46 forma de aplicar los códigos o funciones para obtener el sistema virtual, lo cual es
47 primordial para llevar de la mano a los estudiantes en un proceso de aprendizaje en
48 temas complejos de ingeniería. Por lo anterior, como caso práctico, en este trabajo se
49 presenta el desarrollo de una metodología para la validación de la cinemática directa
50 de un robot de configuración SCARA mediante el uso del software Wolfram
51 Mathematica®, aplicada en un grupo de estudiantes de la asignatura de Robótica que
52 forma parte de la retícula de Ingeniería Mecatrónica.

53

54 **2. Metodología**

55

56 Las siguientes fases conforman la metodología diseñada para validar la cinemática
57 directa de robots articulados mediante el uso de Wolfram Mathematica®, teniendo
58 como requisito para los estudiantes el conocimiento de fundamentos teóricos de
59 cinemática directa y el Algoritmo de Denavit-Hartenberg (D-H):

60

- 61 • **Paso 1:** Se elige una configuración de robot articulado de por lo menos 3 GDL.
- 62 • **Paso 2:** Obtener las ecuaciones de cinemática directa de posición del robot
63 mediante el método geométrico.
- 64 • **Paso 3:** Determinar los parámetros de D-H basados en el algoritmo descrito en
65 Craig (2006).
- 66 • **Paso 4:** En el software Wolfram Mathematica® se aplican los parámetros
67 obtenidos para calcular las matrices de transformación homogénea del robot.
68 Posteriormente, se realiza la multiplicación de ellas, dándonos como resultado
69 la matriz de transformación final.
- 70 • **Paso 5:** Ubicar en la matriz resultante, el vector de traslación, en el cual se
71 encuentran las ecuaciones de cinemática directa de posición del robot.
- 72 • **Paso 6:** Verificar que las ecuaciones obtenidas por el método geométrico y el
73 algoritmo de D-H sean iguales. De no ser así, corroborar el procedimiento de
74 los pasos 2 al 5.
- 75 • **Paso 7:** Obtener las ecuaciones de posición de todas las uniones de los
76 eslabones del robot.
- 77 • **Paso 8:** Con las ecuaciones obtenidas y apoyados de comandos en Wolfram
78 Mathematica® generar de forma virtual la configuración en 3D del brazo
79 articulado.
- 80 • **Paso 9:** Verificar que el modelo 3D generado sea el correcto de acuerdo a la
81 configuración elegida. De no ser así, corroborar los pasos 7 y 8.
- 82 • **Paso 10:** Mediante comandos de manipulación y animación de gráficos en
83 Wolfram Mathematica®, experimentar con diversos valores en las variables
84 articulares para generar movimientos en el robot e interpretar la aplicación de
85 la cinemática directa.

86

87

88

89 A continuación, se muestra la aplicación de la metodología propuesta en un caso en
 90 particular de un robot articulado.

91

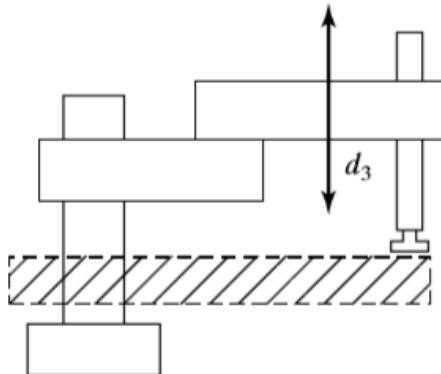
92 2.1 Robot SCARA

93

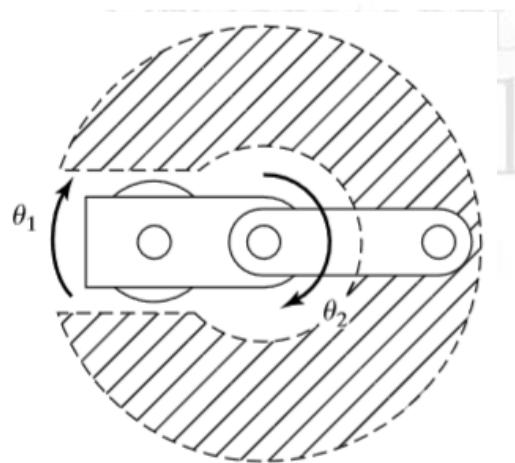
94 El robot de configuración SCARA (Selective Compliant Assembly Robot Arm, por sus
 95 siglas en inglés), tiene dos articulaciones paralelas (que le permiten moverse y
 96 orientarse en el plano), y una tercera articulación prismática para mover el efecto final
 97 de forma normal al plano, ver Fig. (1).

98

Co
Sol



Vista lateral



Vista superior

99

100

101

102

103

104 2.2 Análisis de la Cinemática directa de posición (C.D.P.)

105

106 2.2.1 Método geométrico

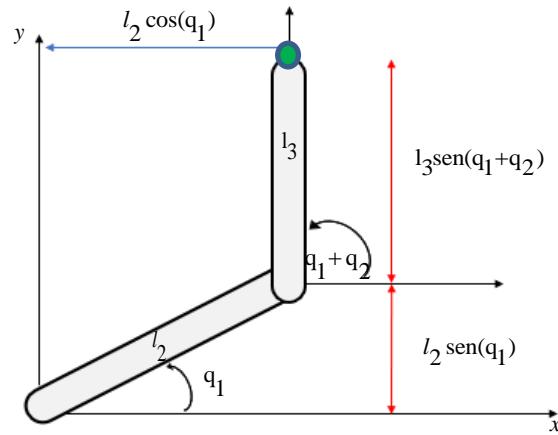
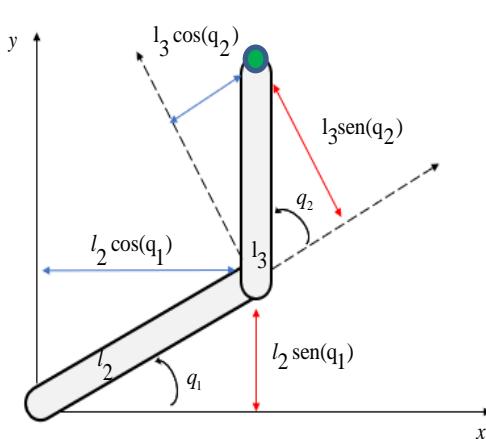
107

108 Este método consiste en hacer uso de trigonometría y geometría, con la finalidad de
 109 determinar los componentes en el espacio tridimensional de cada uno de los eslabones
 110 que conforman el brazo robótico.

111 Para poder analizar el robot se realizan las proyecciones de los eslabones sobre los
 112 ejes correspondientes, en la Fig. (2) se observa el plano X-Y sobre el cual se proyectan
 113 los eslabones 2 y 3 del robot, con ello se determinan las ecuaciones para la posición
 114 en x y y del efecto final identificado con un punto verde.

115

116
117
118
119
120
121
122
123



124

125

Figura 2. Proyección en el Plano X-Y de los eslabones 2 y 3 del robot SCARA.

126
127

Con base en las proyecciones se obtienen como resultado las Ecs. (1) - (2) correspondientes a los dos primeros ejes del sistema de coordenadas en el espacio.

128

Ecuación 1. $x = l_2 \cos(q_1) + l_3 \cos(q_1 + q_2)$

129

130

Ecuación 2. $y = l_2 \sen(q_1) + l_3 \sen(q_1 + q_2)$

131

132

133 En la Fig. (3) se muestra el esquema del robot visto en el plano X-Z. Con ellos, se
 134 obtiene la Ec. (3) referente a la posición en el eje z del efecto final. Obteniendo así la
 135 cinemática de posición del robot.

136

Ecuación 3. $z = l_1 - q_3$

137

138

139

140

141

142

143

144

145

146

147

148

149

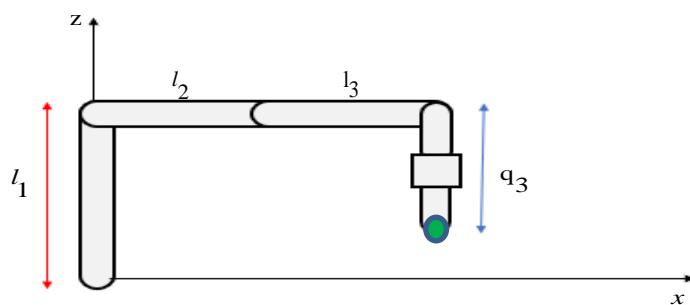


Figura 3. Plano X-Z del robot SCARA.

150

151 2.2.2 Método de Denavit – Hartenberg (D-H)

152

153 Este método generalmente es usado para robots de más de 3 grados de libertad, sin
 154 embargo, para efectos de comprobar el resultado del método geométrico es muy
 155 adecuado. Se basa en la optimización de matrices de transformación homogénea.
 156 Para ello, se asigna el sistema de coordenadas para cada una de las articulaciones
 157 que conforman el robot de acuerdo a la metodología descrita en Craig (2006). En la
 158 Fig. (4) parte izquierda se muestra el resultado de la asignación de los sistemas de
 159 referencia y en la misma figura parte derecha se aprecian los valores de los parámetros
 160 Θ_i , d_i , a_i y α_i obtenidos para cada eslabón i .

161

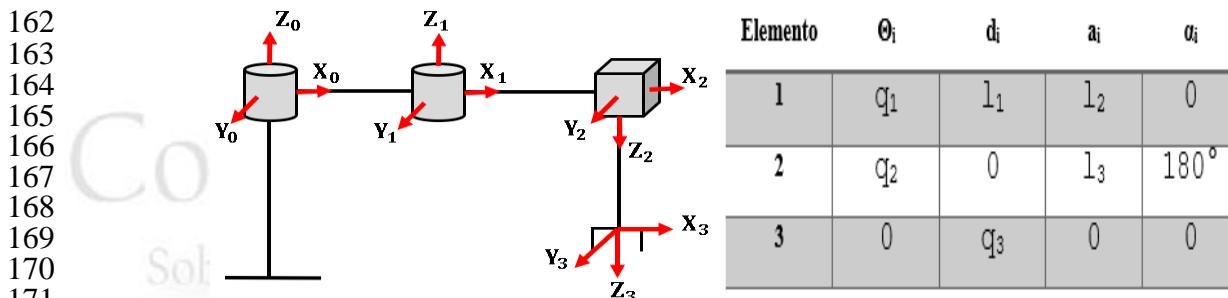


Figura 4. Sistemas de referencia de acuerdo al algoritmo D-H y parámetros obtenidos.

173

174 Haciendo uso del software Wolfram Mathematica® se aplica la matriz de
 175 transformación homogénea definida en la Ec. (4), obteniendo así las Matrices de
 176 transformación homogénea ${}_0^1T$, ${}_1^2T$ y ${}_2^3T$ descritas en la Fig. (5).

177

Ecuación 4.
$${}_{i-1}^iT = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i C\alpha_i & S\theta_i S\alpha_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\theta_i C\alpha_i & -C\theta_i S\alpha_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

178

$${}_0^1T = \begin{bmatrix} \cos(q_1) & -\sin(q_1) & 0 & l_2 \cos(q_1) \\ \sin(q_1) & \cos(q_1) & 0 & l_2 \sin(q_1) \\ 0 & 0 & 1 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, {}_1^2T = \begin{bmatrix} \cos(q_2) & \sin(q_2) & 0 & l_3 \cos(q_2) \\ \sin(q_2) & -\cos(q_2) & 0 & l_3 \sin(q_2) \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, {}_2^3T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

180

Figura 5. Matrices de transformación homogénea obtenidas en software.

181

182 Para obtener la matriz de transformación final del robot se lleva a cabo la Ec. (5). En
 183 el vector de traslación de la matriz resultante, ver Fig. (6), se pueden apreciar las
 184 ecuaciones de posición en x, y, z del efecto final, las cuales aplicando ley de senos y
 185 cosenos en x y y respectivamente resultan ser iguales a las Ecs. (1) – (2) del método
 186 geométrico, la ecuación de z se nota fácilmente que es la misma que la Ec. (3),

187 llegando a la conclusión que el cálculo de forma geométrica de la C.D.P del robot fue
 188 correcto.

189

190 **Ecuación 5.** ${}^3T = {}_0^1T \cdot {}_1^2T \cdot {}_2^3T$

191

192
$${}^3T = \begin{bmatrix} c(q_1)c(q_2) - s(q_1)s(q_2) & c(q_1)s(q_2) + c(q_2)s(q_1) & 0 & l_2c(q_1) + l_3c(q_2)c(q_1) - l_3s(q_2)s(q_1) \\ c(q_1)s(q_2) + c(q_2)s(q_1) & -c(q_2)c(q_1) + s(q_2)s(q_1) & 0 & l_2s(q_1) + l_3s(q_2)c(q_1) + l_3c(q_2)s(q_1) \\ 0 & 0 & -1 & l_1 - q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} X \\ Y \\ Z \end{matrix}$$

193 **Figura 6. C.D.P. en la matriz de transformación homogénea resultante.**

194

195

196

197

198

199 **3. Resultados y análisis**

200

201 Generación virtual del robot en Wolfram Mathematica®.

202

203 Una de las principales aportaciones de esta investigación es el uso de comandos en
 204 Wolfram Mathematica® para la simulación de robots articulados con base en las
 205 ecuaciones de cinemática directa.

 Robot SCARA.nb *

```

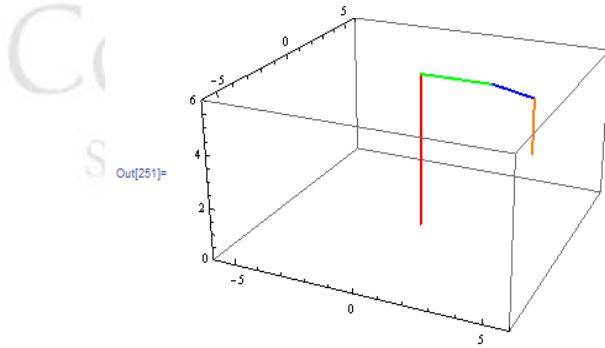
Asignación de valor a las variables articulares
q1 = 0; q2 = 6; q3 = 2;

Asignación de valor a las constantes de longitud de los eslabones
l1 = 6; l2 = 3; l3 = 2;

Generación de eslabones mediante líneas con base en los puntos de las articulaciones
eslabónuno = Line[{{0, 0, 0}, {0, 0, 11}}, VertexColors → {Red, Red}];
eslabóndos = Line[{{0, 0, 11}, {12 * Cos[q1], 12 * Sin[q1], 11}}, VertexColors → {Green, Green}];
eslabóntres = Line[{{12 * Cos[q1], 12 * Sin[q1], 11}, {12 * Cos[q1] + 13 * Cos[q1 + q2], 12 * Sin[q1] + 12 * Sin[q1 + q2], 11}}, 
    VertexColors → {Blue, Blue}];
eslabóncuatro =
Line[{{12 * Cos[q1] + 13 * Cos[q1 + q2], 12 * Sin[q1] + 12 * Sin[q1 + q2], 11},
{12 * Cos[q1] + 13 * Cos[q1 + q2], 12 * Sin[q1] + 12 * Sin[q1 + q2], 11 - q3}}, VertexColors → {Orange, Orange}];

Graficación de líneas para generar en modelo virtual del robot
Graphics3D[{Thickness[eslabónuno], Thickness[eslabóndos], Thickness[eslabóntres], Thickness[eslabóncuatro]},
Axes → True, PlotRange → {{-6, 6}, {-6, 6}, {0, 6}}]

```



206

207

208

Figura 7. Robot SCARA a través de Wolfram Mathematica®.

209

210 Lo anterior también es parte importante en la metodología propuesta debido a que es
 211 la etapa en la que el alumnado ocupa herramientas tecnológicas como apoyo en el
 212 proceso de enseñanza-aprendizaje. La generación del modelo virtual hace uso de las
 213 ecuaciones de posición de todas las uniones de los eslabones del robot. En la parte
 214 superior de la Fig. (7) se muestra el código desarrollado, y en la parte inferior de la
 215 misma figura se observa la configuración de robot SCARA obtenida virtualmente a
 216 través de líneas fijas. Por otro lado, en la Fig. (8) se muestra cómo se aplica la función
 217 de “Animate” que permite manipular las variables articulares de la configuración
 218 estudiada para darle movimiento a las líneas.

Robot SCARA.nb *

```
In[1]:= Animación del Robot SCARA
Animate[Graphics3D[{Thickness[1], Line[{{0, 0, 0}, {0, 0, 11}}, VertexColors -> {Red, Red}],
{Thickness[1], Line[{{0, 0, 11}, {12 * Cos[q1], 12 * Sin[q1], 11}}, VertexColors -> {Green, Green}],
{Thickness[1], Line[{{12 * Cos[q1], 12 * Sin[q1], 11}, {12 * Cos[q1] + 13 * Cos[q1 + q2], 12 * Sin[q1] + 12 * Sin[q1 + q2], 11}}, VertexColors -> {Blue, Blue}],
{Thickness[1], Line[{{12 * Cos[q1] + 13 * Cos[q1 + q2], 12 * Sin[q1] + 12 * Sin[q1 + q2], 11}, {12 * Cos[q1] + 13 * Cos[q1 + q2], 12 * Sin[q1] + 12 * Sin[q1 + q2], 11 - q3}}, VertexColors -> {Orange, Orange}]}, Axes -> True, PlotRange -> {{-6, 6}, {-6, 6}, {0, 6}}}, {{q1, 1, "Variable q1"}, 0, 3.14},
{{q2, 1, "Variable q2"}, -1.5, 1.5}, {{q3, 1, "Variable q3"}, 1, 5}]}
```

219

Figura 8. Código aplicando la función “Animate” para manipular el brazo SCARA.

220

221

222 Finalmente, en la Fig. (9) se aprecia el modelo virtual final que obtienen los estudiantes
 223 y que les permite comprender mejor la relación del brazo robótico con sus movimientos
 224 y su espacio de trabajo.

225

226

227

228

229

230

231

232

233

234

235

236

237

238

239

240

241

242

Figura 9. Animación y manipulación del Robot SCARA a través de Wolfram Mathematica®.

243

244

245

246

247

248

249

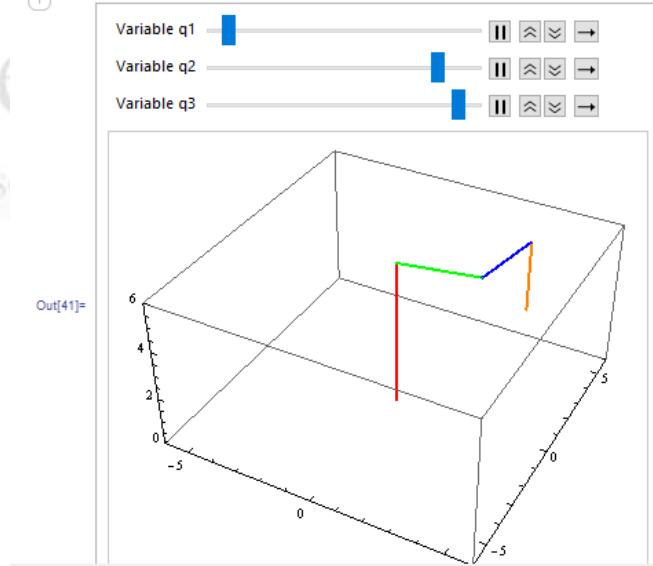
250

251

252

253

254



255

4. Conclusiones

256

257 A partir de observar la satisfacción de los estudiantes cuando determinan el modelo
258 de la cinemática directa de un robot de forma manual y después introducen dichas
259 ecuaciones en software para generar un modelo virtual se puede concluir lo siguiente:
260 El uso de herramientas tecnológicas motiva a los estudiantes en su proceso de
261 aprendizaje debido a que les aporta mayores herramientas para validar sus cálculos
262 hechos “a mano”, los cuales se vuelven datos para que a través de un procedimiento
263 se pueda simular el sistema estudiado. También, se mejoran sus competencias porque
264 logran comprender cómo se enlazan los conocimientos básicos adquiridos en
265 asignaturas previas con conceptos nuevos que implican la aplicación. Por otro lado, el
266 docente que se apoya de software de simulación le es más fácil transmitir conceptos
267 complejos. Además, genera material de apoyo para las academias a fin de que se
268 puedan utilizar por otros docentes.
269

270 Por último, con este trabajo de investigación también se pretende generar una visión
271 más amplia en el uso de herramientas digitales que permitan validar cálculos y analizar
272 sistemas en una forma más dinámica, y por lo tanto contribuir con un mejor proceso
273 de enseñanza - aprendizaje.

274

275

Índice de referencias

276

Libros

277

- Reyes, F. (2012). Matlab - Aplicado a robótica y mecatrónica. México: Alfaomega.
- Reyes, F. (2011). Robótica – Control de robots manipuladores. México: Alfaomega.
- Craig, J. (2006). Robótica. México: Pearson Educación.

278

Información en línea

279

- Díaz, G., Marroquín, G. (2017). Simulación de un brazo robótico de tres grados de libertad, usando Matlab. Disponible en:
<https://www.researchgate.net/publication/319999087>

280

281

282

LIBRERÍA BASADA EN ACTORES CON APLICACIONES A MECATRÓNICA

Gastón H. Salazar Silva^{1,*}, Abraham Rodríguez Galeotte²

^{1,2}Instituto Politécnico Nacional. UPIITA. Av Instituto Politécnico Nacional 2580, La Laguna Ticoman Gustavo A. Madero, 07340 Ciudad de México, CDMX.

AP-POAD035

Resumen

Los actores son un modelo de computación que se desarrolló para aplicaciones que requieren operar de forma concurrente y con comunicación asíncrona. Este tipo de modelo ya se ha aplicado con anterioridad a diversos tipos de sistemas, incluidos sistemas ciber-físicos. Sin embargo, los sistemas basados en actores se programan en lenguajes especiales, como Erlang, o en entornos que requieren mucho conocimiento de programación. Por otro lado, las librerías y los entornos de actores desarrollados en JavaScript se han enfocado a sistemas informáticos.

En el presente trabajo se muestra el desarrollo de una librería y un entorno de programación en JavaScript para la programación basada en actores. Para su diseño, se utilizó la filosofía de software libre; además se contempló que fuera fácil de programar y accesible, por lo cual se desarrolló en JavaScript. Esta librería se utiliza para modelar y simular sistemas ciber-físicos, sobre todo aplicaciones mecatrónicas. Una de las consideraciones iniciales de diseño es que el sistema debe trabajar en sistemas multiplataforma, sobre todo en hardware como las tarjetas de cómputo Raspberry PI y Arduino.

Palabras clave: actores, JavaScript, Mecatrónica, agentes.

1. Introducción

Los actores son un modelo de computación que se desarrolló para aplicaciones que requieren operar de forma concurrente y con comunicación asíncrona (Ricci & Haller, 2018). Este tipo de modelo ya se ha aplicado con anterioridad a diversos tipos de sistemas, incluidos sistemas ciber físicos. Sin embargo, los sistemas basados en actores se programan en lenguajes especiales, como Erlang, o en entornos que requieren mucho conocimiento de programación. Por otro lado, las librerías y los entornos de actores desarrollados en JavaScript se han enfocado a sistemas informáticos.

Si bien existe mucho trabajo en el desarrollo de agentes para el lenguaje JavaScript (Myter et. al., 2018), no se encontró mucho en la literatura para realizar aplicaciones en sistemas ciber-físicos; sin embargo, se tienen ejemplos de sistemas de actores para

^{1*} Autor para la correspondencia. E-mail: ghsalazar@ipn.mx, Tel. +(52) 55 5729 6000, ext. 56882

40 multiplataformas. Por otro lado, existen librerías muy bien desarrolladas en lenguajes
41 como Java para este tipo de aplicación (Lee & Seshia 2016). En ambos casos se
42 encontró aplicaciones multiplataforma.

43
44 En el presente trabajo se muestra el desarrollo de una librería y un entorno de
45 programación en JavaScript para la programación basada en actores. Se desarrolló
46 en JavaScript, porque es el lenguaje de computación de uso más extendido en la
47 actualidad. Para su diseño, se utilizó la filosofía de software libre; además se
48 contempló que fuera fácil de programar y accesible. Esta librería se utiliza para
49 modelar y simular sistemas ciber-físicos, sobre todo aplicaciones mecatrónicas. Una
50 de las consideraciones iniciales de diseño es que el sistema debe trabajar en sistemas
51 multiplataforma, sobre todo en hardware como las tarjetas de cómputo Raspberry PI y
52 Arduino.

53
54 **2. Desarrollo**

55
56 **2.1 Modelo computacional de actores**

57
58 El modelo computacional de actores es un modelo que describe matemáticamente la
59 computación concurrente. Un actor es un objeto que se postula axiomáticamente y que
60 debe su principal característica es que debe ser capaz de recibir mensajes.
61 Al recibir un mensaje, un actor puede reaccionar tomando decisiones, modificando su
62 comportamiento para la recepción de nuevos mensajes, enviando mensajes a otros
63 actores o creando nuevos actores. Un actor puede contar con un estado interno, el
64 cual puede modificar el mismo. Además, puede modificar indirectamente el estado
65 interno de otros actores por medio de mensajes.

66
67 **2.2 Implementación en JavaScript**

68
69 Se propone el desarrollo de la librería y del entorno de trabajo en JavaScript por su
70 poder de manipulación simbólica, su ubicuidad en diferentes plataformas y su
71 accesibilidad. Plataformas como las tarjetas Raspberry y Nucleo permiten la ejecución
72 de código en JavaScript directamente o través del interprete Node.js.

73
74 A continuación, se describe la implementación de la primitiva create y posteriormente
75 se describe la implementación de la primitiva send. Ambas primitivas se implementan
76 como funciones independientes para puedan ser llamadas por no actores.

77
78 **2.2.1 Primitiva create**

79
80 En la Fig. (1), se muestra la definición de la primera primitiva requerida para creación
81 de actores. La primitiva es una función cuyo parámetro es un objeto que define el

82 comportamiento del actor a través de los métodos de éste. Además, se agregarán
 83 otros tres métodos basados en las primitivas.
 84

```
var localActors = {};  
  
function create(behavior) {  
    var actor =Symbol();  
    var state = {};  
    behaviour.eval = function(state, msg) {...};  
    behaviour.create = function(state, msg) {...};  
    behaviour.send = function(state, msg) {...};  
    if ("init" in behavior  
        && typeof behavior.init === "function") {  
        state = behavior.init();  
    }  
    localActors[actor] = function(msg) {  
        var output;  
        [output, state] = behavior["eval"](state,msg);  
    }  
    return actor;  
}  
}
```

Figura 1. Definición de la primitiva para la creación de un actor a partir de un comportamiento definido previamente a través de un objeto.

85
 86 Para aislar al estado y al comportamiento de manipulaciones externas, se definieron
 87 como variables locales de la función; esto permite que sólo las funciones definidas
 88 dentro de la función create puedan manipular el estado y, en su momento, anexar o
 89 modificar métodos para redefinir el comportamiento. Se puede decir que ambas son
 90 variables “privadas” del actor. Hay que recordar que JavaScript realmente no cuenta
 91 con variables privadas, pero sí cuenta con cerradura léxica. Por otro lado, se utiliza la
 92 variable global localActor para anclar a los actores al entorno. Esto permite definir al
 93 actor como una función que puede ser ejecutada globalmente, pero con acceso a las
 94 variables locales. Esta función ejecuta a su vez al método eval.
 95

96 En la Fig. (2), se aprecia la definición del método eval, el cual permite que el actor
 97 reaccione al arribo de un mensaje. El método se define de forma recursiva. Los
 98 mensajes son enviados como arreglos de JavaScript, los cuales son evaluados por el
 99 método. En JavaScript, un arreglo no es homogéneo, por lo que puede contener
 100 diferentes tipos de objetos, incluyendo otros arreglos.
 101

```
behaviour.eval = function(state, msg) {  
    var primitives = ["quote"];  
    var autoevaluated = ["number", "symbol"];  
    var output;  
  
    if (autoevaluated.includes(typeof msg))
```

```

        output = msg;
    else if (typeof msg == "string" && msg in state)
        output = state[msg];
    else if (Array.isArray(msg)) {
        var [request, ...msg] = msg;
        if (request in behaviour
            && typeof behaviour[request]=="function") {
            if (primitives.includes(request))
                [output, state] =
                    behaviour[request](state, msg);
            else {
                for (var i = 0; i < msg.length; i++)
                    [msg[i],state] =
                        behaviour["eval"](state, msg[i]);
                [output, state] =
                    behaviour[request](state, msg);
            }
        }
        return [output, state];
    }
}

```

Figura 2. Definición del método para la desarrollar la reacción al mensaje.

102

103 El primer elemento del arreglo es una solicitud. El resto de los elementos del arreglo
 104 son sus parámetros. Los parámetros son evaluados y luego aplicados a la solicitud. La
 105 solicitud se define por medio de métodos en el objeto que define el comportamiento.
 106 Los métodos deben tener como parámetros el estado del actor y el mensaje recibido.
 107

108 Un mensaje se puede definir a partir de varias solicitudes anidadas, formando un árbol
 109 sintáctico. Cada nivel del árbol es evaluado y proporciona un resultado o salida, el cual
 110 puede ser utilizado en el siguiente nivel. Hay un tipo de método especial en el
 111 comportamiento, que se denomina “primitivo”. Este comportamiento recibe un trato
 112 especial y no pasa a la evaluación recursiva. Este tipo de métodos se puede utilizar si
 113 no se desea que los parámetros de la solicitud sean evaluados recursivamente.
 114 Este esquema permite mucha flexibilidad, ya que se puede incluso definir todo un
 115 lenguaje de programación con él.

116

117 En la Fig. (3), se define el método para crear nuevos actores por parte del propio actor.
 118 Este método se define a partir de la misma primitiva. Es importante notar que este
 119 método puede ser ejecutado por el método eval, definido en la Fig. (2), si la solicitud
 120 lo pide.

121

```

behaviour.create = function(state, msg) {
    var agent;
    agent = create(msg);
}

```

```

        return [agent, state];
    }
}
```

Figura 3. Definición del método para la creación de nuevos actores por parte del actor.

122

123 En la Fig. (4), se define el método con el que un actor puede enviar mensajes a otros
 124 actores. Otra vez, el método se define considerando que va a dar un resultado; sin
 125 embargo, el resultado es vacuo.

126

```

behaviour.send = function(state, msg) {
    var [actor, ...msg] = msg;

    send(actor, msg[0]);
    return [{}, state];
}
```

Figura 4. Definición del método para enviar mensajes a otros actores por parte del actor.

127

128 Este método utiliza la primitiva `send`, que aparece en la subsección 2.2.2.

129

130 2.2.2 Primitiva `send`

131

132 En la Fig. (5), se define de la primitiva `send` para enviar mensajes a actores. Esta
 133 primitiva se desarrolló de esta forma para no que no fuera necesario ser un actor para
 134 enviar mensajes a los actores. Es importante notar que el envío de mensajes entre
 135 actores es asíncrono, pero su recepción y la reacción del agente al mensaje deben ser
 136 síncronas. Una vez enviado el mensaje al actor, la función termina, permitiendo enviar
 137 otro mensaje inmediatamente.

138

```

function send(actor,msg) {
    setTimeout( function() {
        localActors[actor](msg);
    }, 0);
};
```

Figura 5. Definición de la primitiva `send` para enviar mensajes a actores.

139

140 Para ello, se aprovecha los mecanismos que cuentan los entornos de ejecución de
 141 JavaScript para la ejecución de eventos. Este tipo de mecanismos los tienen los
 142 navegadores y el entorno Node.js. Este último se puede ejecutar en diferentes
 143 plataformas, como la Raspberry. Por otro lado, estos mecanismos se pueden
 144 implementar fácilmente en otras plataformas, por ejemplo, la tarjeta Arduino.

145

146

147

148 **3. Resultados y análisis**

149

150 En la Fig. (6), se define al `actor1` y su comportamiento, que está definido por un
 151 agente, denominado `behaviour1`. Los agentes son un paradigma de programación
 152 que permite construir comportamientos muy complejos con reglas muy sencillas. Un
 153 agente se define matemáticamente como

154

155
$$\text{Ecuación 1: } \begin{bmatrix} y \\ x' \end{bmatrix} = f \left(\begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix} \right)$$

156

157 donde y la salida del agente, x es el estado actual de agente, x' es el estado futuro del
 158 agente, u es la entrada del agente. Estas variables pueden ser escalares, vectores,
 159 cadenas de caracteres o tuplas de longitud variable. En este caso se trabaja con este
 160 último caso. El agente `behaviour1` consiste en la inicialización, impresión de mensaje
 161 y un método para simbolizar literalidad.

162

```
var behaviour1 = {};  
  
behaviour1.init = function() {  
    return {name: "Hello", agent: 1}  
};  
behaviour1.print = function(state, msg) {  
    console.log(msg[0]);  
    return [{}], state;  
};  
behaviour1.quote = function(state, msg) {  
    return [msg[0], state];  
}  
var actor1 = create(behaviour1);
```

Figura 6. Definición del objeto `actor1` y su comportamiento.

163

164 En la Fig. (7), se muestra la definición del objeto `actor2` y su comportamiento, dado
 165 por el agente `behaviour2`. Este agente es una copia de agente `behaviour1`, con
 166 solamente la inicialización modificada.

167

168

```
var behaviour2 = Object.assign({},behaviour1);  
behaviour2.init = function() {  
    return {name: "World!", agent:2}  
};  
var actor2 = create(behaviour2);
```

Figura 7. Definición del objeto `'actor2'` y su comportamiento.

169



170 Después, en la Fig. (8), se desarrolló un pequeño programa para verificar el
 171 comportamiento en conjunto de los dos actores. Primeramente, se prueba la solicitud
 172 quote, que regresa literalmente el argumento. En la segunda prueba, se imprime el
 173 contenido de la variable name, definida en la inicialización. Finalmente, en la tercera
 174 prueba, se envía una solicitud para enviar un mensaje a otro actor. Esto se puede
 175 apreciar en la Fig. (9), donde se ve el efecto del programa desarrollado.
 176

```
send(actor1, ["print", ["quote", "test"]]);  
  
send(actor1, ["print", "name"]);  
  
send(actor1, ["send", actor2,  
           ["quote", ["print", "name"]]]);
```

Figura 8. Prueba de funcionamiento de los actores.

177

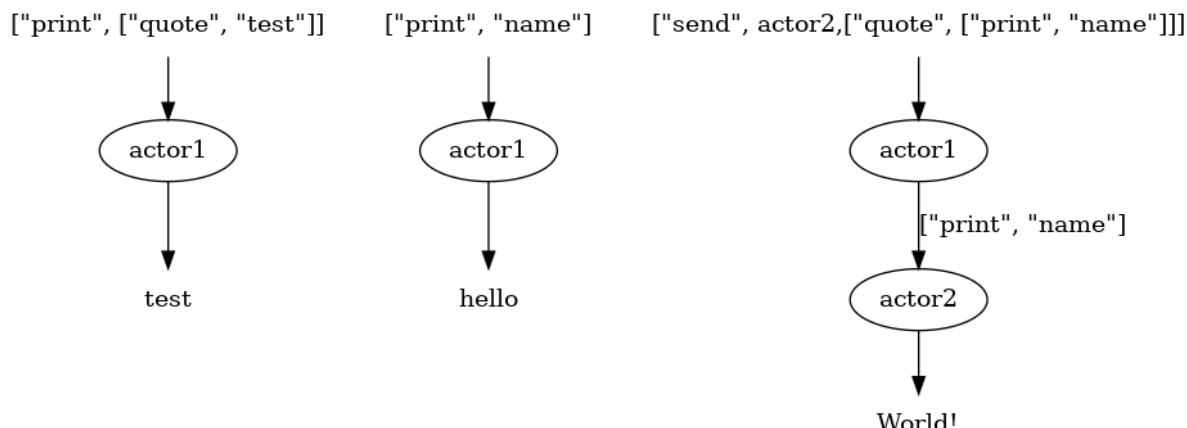


Figura 9. Descripción gráfica del resultado de la prueba de funcionamiento de los actores.

178 4. Conclusiones

179

180 En el presente trabajo se mostró el desarrollo de una librería, así como un entorno de
 181 ejecución en JavaScript para la programación basada en actores. Para su diseño, se
 182 utilizó la filosofía de software libre; además se contempló que fuera fácil de programar
 183 y accesible, por lo cual se desarrolló en JavaScript. Esta librería se utiliza para modelar
 184 y simular sistemas ciber-físicos, sobre todo aplicaciones mecatrónicas.

185

186 Una de las consideraciones iniciales de diseño es que el sistema debe trabajar en
 187 sistemas multiplataforma. Como trabajo futuro se considera su ejecución en la

188 plataforma Raspberry con apoyo de la librería Johnny 5 para ejecutar acciones sobre
189 una plataforma Arduino.

190

191 Agradecimientos

192

193 Los autores desean agradecer el apoyo del Instituto Politécnico Nacional y a su
194 Comisión de Operación y Fomento de Actividades Académicas por el apoyo recibido
195 para realizar este trabajo, por medio del Estímulo al Desempeño Docente y la Beca
196 por Exclusividad, respectivamente.

197

198 Índice de referencias

199

200 Lee, E., & Seshia, S. (2016). Introduction to embedded systems: A cyber-physical
201 systems approach. MIT.

202

203 Ricci, A., & Haller, P. (2018). Programming with Actors: State-of-the-art and Research
204 Perspectives (Vol. 10789). Springer.

205

206 Myter, F., et. al. (2018). Parallel and Distributed Web Programming with Actors. In
207 Programming with Actors. Springer.

EL PAPEL DEL DOCENTE EN MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN 4.0 EN EL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

José Garzón Arias^{*1}, Víctor Manuel Córdoba Lobo² y Ana María Lagunés Toledo³

^{1,2,3}Unidad Profesional Interdisciplinaria de Ingeniería Ciencias Sociales y
Administrativas del Instituto Politécnico Nacional.

IM-POID038

Resumen

Hablar de la educación 4.0 no solo es hablar de Tics, educación a distancia, pizarras electrónicas, internet, internet de las cosas, software, libros electrónicos y otros recursos didácticos disponibles en esta época, hablar de educación 4.0 es también hablar de seres humanos, específicamente alumnos y maestros.

Se podría suponer que con los avances tecnológicos actuales las aulas deben ser virtuales, que la educación no depende de espacios físicos, que los maestros ya no son necesarios, pues con un programa de estudios, libros electrónicos, y un buen software matemático, el alumno puede abordar cualquier unidad de aprendizaje, y formarse como profesionista.

En este trabajo lo que se pretende demostrar es que esos presupuestos son falsos y que el requisito indispensable para que un alumno de nivel licenciatura, se forme como un profesionista completo, es la interacción con compañeros y docentes, por medio de la exposición de ideas, de la discusión de las ideas, de las palabras de apoyo de un buen docente, de las correcciones emitidas por la voz de la experiencia.

En esta nueva etapa de la educación, llamada educación 4.0 el papel del docente es primordial en la obtención de las metas que se proponen las universidades públicas en particular el Instituto Politécnico Nacional.

Palabras clave: educación 4.0, Tics, educación a distancia, alumno 4.0, docente 4.0.

1. Introducción

Actualmente se escuchan términos que se han integrado a nuestro lenguaje cotidiano tales como el móvil, las Tics, el Chat, el Facebook, el Instagram, la Selfies, los Mimes, la Web, el Internet. Todos estos términos y conceptos distinguen la época actual que se ha ido enraizando en los ambientes educativos de las instituciones educativas. Si los docentes en matemáticas los ignoramos o los minimizamos, estamos cometiendo el error de dejar fuera de nuestros ambientes educativos a los alumnos.

*¹ Autor para la correspondencia. E-mail: jgarzon@ipn.mx.com Tel. 56-24-20-00, Ext 70108

45 2. Metodología o desarrollo

46

47 Se habla de que los nuevos programas de estudio integren todos los avances
48 tecnológicos actuales, sin embargo no todas las instituciones públicas, ni sus alumnos
49 tienen la capacidad de tener a su alcance esta tecnología, pues sería suponer que
50 México es un país que ha resuelto todos sus problemas primarios tales como:
51 suficiencia alimentaria, salud , habitación, y desde el punto de vista tecnológico,
52 energía eléctrica y barata para toda la población, así como una red de datos de banda
53 ancha capaz de soportar la población educativa del país. Como se verá México,
54 todavía está lejos de ser un país que pueda ponerse a la vanguardia de la tecnología
55 mundial.

56 Por el otro lado, se requieren actualizar todos los programas de estudio, puesto que
57 los métodos de estudio, enseñanza y evaluación deben cambiar para integrar las
58 nuevas tecnologías.

59 En la actualidad, muchos sitios web y publicaciones que pertenecen a diferentes
60 Secretarías de estado y agencias privadas ofrecen información relevante, aunque
61 mucha no es fácil de acceder ni de usar para los grupos de interés. En consecuencia,
62 estas fuentes de datos no se utilizan de forma conjunta y sistemática por todas las
63 universidades que participan en el proceso de toma de decisiones en la generación de
64 los nuevos programas académicos. Las instituciones de educación superior no utilizan
65 esta información para orientar los programas que ofrecen o diseñar el currículo de las
66 licenciaturas. Los estudiantes tampoco utilizan de forma plena esta información a la
67 hora de elegir el programa que quieren estudiar, y las familias continúan jugando un
68 papel fundamental en esa decisión. Además, los empleadores carecen de la
69 información necesaria para identificar la forma en que pueden desempeñar un papel
70 más activo en su colaboración con las instituciones de educación superior. Esto
71 conlleva un divorcio, entre lo que se quiere que los alumnos aprendan y lo que en
72 realidad requieren los empresarios e industriales de los egresados a nivel superior.
73 Entonces no basta con “usar las Tics”, puesto que lo importante es: ¿qué capacidades
74 deben desarrollar los estudiantes a nivel superior, para que sean de utilidad a la
75 empresa mexicana? (ANUIES, 2017).

76

77 2.1 La gran paradoja “Tecnificar y Humanizar”

78

79 Se habla continuamente de que la Raza Humana ha perdido sus valores, de que la
80 vida de un individuo prácticamente no vale nada, pues dado el tamaño de la población
81 mundial, siempre habrá alguien quien sustituya al faltante. Esto de que el humano es
82 parte de un engranaje de una sociedad tecnificada y tecnócrata. La influencia de los
83 avances tecnológicos, sobre la humanidad de los estudiantes, ha sido un factor
84 determinante para que ellos piensen que la solución está en las máquinas
85 (Mariotti,2002). Efectivamente una máquina puede ser muy eficiente actualmente,
86 sobre todo haciendo uso del llamado “Internet de las cosas”. Esto conlleva a pensar
87 que si se “tecnifica” a un alumno, este pueda desarrollar una actitud antisocial, que no
88 es adecuada para el trabajo en las empresas y su desempeño frente a la sociedad.

89 2.1.1 La Matemática vista desde la visión 4.0

90
91 La matemática como ciencia formal requiere de un razonamiento lógico estructurado,
92 que se obtiene con la abstracción, la meditación, el análisis, la prueba y demostración
93 de Teoremas. La pregunta que todo alumno se hace cuando está realizando una
94 demostración (Se dice de los alumnos que no estudian una ciencia natural): ¿para qué
95 sirve lo que estoy haciendo, ya sea lo haga bien o mal?. El alumno en realidad no se
96 da cuenta de que está adquiriendo un razonamiento particular, que le permitirá abordar
97 diferentes habilidades en la solución de problemas, ya sean teóricos o prácticos.
98 (Artigue,2002). Lo que habría de pensar es que sin una guía adecuada los alumnos
99 pensaran que el objeto de estudio no es la matemática, sino el manejo de equipos, lo
100 cual es una total aberración.

101
102

103 3. Resultados y análisis

104

105 Como se sabe en el Instituto Politécnico Nacional, así como en algunas otras
106 instituciones públicas de educación superior, se ha iniciado un trabajo para generar
107 "Profesionistas de la Cuarta transformación del país", pero todo este esfuerzo se está
108 llevando a cabo sin un análisis profundo de la estructura del país. Los docentes en
109 matemáticas, con su capacidad de análisis y su capacidad crítica deben de participar
110 activamente en esta nueva modalidad de la educación, y prepararse para aceptar los
111 nuevos retos.

112

113 4. Conclusiones

114

115 Estar a la vanguardia en educación, no significa estar a la moda, los requerimientos
116 de una sociedad de consumo, deben ser analizados a profundidad, para evitar que
117 estos se conviertan en un camino sin retorno, con pérdida de valores, y de
118 individualidad.

119

120

121 Agradecimientos

122

123 Los autores agradecen el apoyo de las autoridades de la Unidad Profesional
124 Interdisciplinaria de Ingeniería y Ciencias Sociales y Administrativas del Instituto
125 Politécnico Nacional, por las facilidades prestadas para la realización del presente
126 trabajo.

127

128

129

130

131

132

133 **5. Índice de referencias**

134

135

136 Libros

137

- 138 • ANUIES (2017). Visión y Acción 2030. Propuesta de ANUIES para Renovar la
139 Educación Superior en México [Vision and Action 2030. ANUIES Proposal to
140 Renew Higher Education in Mexico], Asociacion Nacional de Universidades e
141 Instituciones de Educación Superior

142

143

144 Capítulo de libros

145

- 146 • Mariotti, M.A. (2002). The influence of technological advances on students
147 mathematics learning. En L.D. English (Ed.), *Handbook of international*
148 *research in mathematics education* (pp. 695 – 723). Mahwah, NJ: Lawrence
149 Erlbaum Associates.

150

151

152 Revistas

153

- 154 • Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: the genesis
155 of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and
156 conceptual work. International Journal of Computers for Mathematical Learning
157 7, 245 – 274.

PLAN ESTRATÉGICO PARA LA IMPLEMENTACIÓN DE UNA PLATAFORMA EDUCATIVA

Marco Antonio Cruz Mendoza^{1*}

Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. Carr. Cuautitlán-Teoloyucan Km. 2.5,
San Sebastián Xhala, 54714 Cuautitlán Izcalli, Edo. de Méx.

EN-POIT039

Resumen

Las expectativas están cambiando, y no cabe duda de que las instituciones de educación superior se estén transformando como resultado de las innovaciones que aporta el e-learning. Las instituciones se enfrentan al reto de desarrollar una visión y una dirección estratégica que las sitúe en la posición adecuada para avanzar sin reducir su agilidad para adaptarse a los nuevos cambios. La visión debe tener valor estratégico y práctico y debe ser percibida como imperativa. La asignatura de bioquímica tradicionalmente se dicta en clases presenciales, ahora la modalidad de enseñanza consistirá en combinar experiencias de aprendizaje cara a cara y de e-learning esto mediante la implementación de una plataforma educativa. Con este compromiso, las políticas y recursos pueden orientarse hacia la integración del e-learning, no obstante, se requerirá un plan de integración tecnológica, así como el plan estratégico que esa política implica. La inversión institucional en la plataforma educativa y en la infraestructura asociada requiere no sólo el compromiso pleno de la administración sino también la gestión y desarrollo de los contenidos. El factor fundamental del éxito de cualquier proyecto de formación e-learning reside indudablemente en una adecuada elaboración y desarrollo de los contenidos que se van a ofrecer en los cursos. La planeación estratégica para la implementación de una plataforma educativa en la asignatura de bioquímica engloba las siguientes actividades, formación de los equipos de trabajo, integración del profesorado en el proyecto, implantación de la plataforma tecnológica, creación de cursos pilotos y la versión final de los cursos pilotos.

Palabras clave: e-learning, innovación, institución, proyecto, contenidos, profesor.

1. Introducción

La aplicación de las nuevas tecnologías de la información en el sistema universitario es ya, a día de hoy, un hecho constatable, en la medida en que son muchas las universidades, que ya están complementando sus enseñanzas tradicionales de carácter presencial con experiencias de aprendizaje en e-learning. Universidad y e-learning requieren para un perfecto entendimiento de un mayor grado de virtualidad organizativa y una tecnología de distribución que posibilite implantar soluciones de aprendizaje más allá de los paradigmas tradicionales de formación (Rosenberg, 2001). El e-learning se ha introducido en la educación superior y está empezando a ser percibido como un activo estratégico. El objetivo de la innovación debe ser reforzar la calidad del entorno educativo y de los resultados correspondientes. Para conseguir alguna innovación relevante es preciso que las instituciones se doten de una visión del estado final deseado y empiecen desde ahí su planificación estratégica.

Como señala Bates (2001), junto a la incorporación de e-learning como una nueva tecnología, la política institucional debe ofrecer orientación y destinar los recursos ¹

* Autor para la correspondencia. E-mail: marantcrumen@gmail.com

48 suficientes para facilitar lo que será un proceso largo y difícil: la transformación no sólo
49 tecnológica sino también de los intereses creados de una gran institución como la
50 universidad.

51
52 En este sentido, es preciso que las instituciones faciliten la formación específica y el
53 apoyo necesario para introducir los conceptos propios del e-learning. De este modo
54 será más fácil que los profesores replanteen sus enfoques respecto al diseño y
55 presentación de los cursos. Al mismo tiempo, es preciso disponer de la infraestructura
56 necesaria. Sin ella, nada de lo anterior serviría para nada.

57
58 El sistema y enfoque conceptual que puede integrar mejor los elementos esenciales
59 de una cultura de e-learning es una plataforma educativa que cuente en su núcleo con
60 comunidades de práctica. Para que esto se consiga, es preciso que las acciones
61 formativas a través de e-learning utilicen las actuales plataformas educativas con unos
62 criterios pedagógicos adecuados a las necesidades de aprendizaje de los alumnos. El
63 aprendizaje de los alumnos se genera a través de actividades de aprendizaje, estas
64 actividades se consiguen realizando acciones formativas que los alumnos deben llevar
65 a cabo, las diferentes acciones deben estar planificadas y responder a unos objetivos
66 que consideremos de valor aplicando el diseño instruccional.

67
68 De esta manera, si el diseño instruccional debe ofrecer guía explícita de cómo ayudar
69 a las personas a aprender y a desarrollarse mejor, entonces conocer sus fundamentos,
70 los procesos y los principios básicos que lo orientan, nos ayudan a comprender los
71 procesos de enseñanza aprendizaje que se desarrollan en entornos propiciados por
72 las nuevas tecnologías y, sobre todo, a mejorar la intervención educativa, la producción
73 de materiales, y el diseño de estrategias apropiadas a los nuevos entornos de
74 aprendizaje Cabero (2007).

75
76 Las plataformas educativas pueden ser utilizadas para transmitir contenidos
77 interactivos, pero puede también explotarse para mejorar la comunicación entre
78 estudiantes y entre éstos y los profesores, para promover un aprendizaje activo y
79 colaborativo. Estas plataformas educativas permiten desarrollar la modalidad
80 educativa del e-learning como alternativa válida para la educación de tipo presencial,
81 en el que se tienen experiencias virtuales complementarias junto con las que se
82 realizan en el aula.

83
84 Ahora además de mantener la característica que tradicionalmente tienen la asignatura
85 de Bioquímica, se propondrá a los alumnos una nueva modalidad de trabajo que,
86 paralelamente a las clases presenciales, incluya también una instancia en un modelo
87 de formación e-learning mediante la implementación de una plataforma educativa, por
88 lo que se requiere de un plan estratégico para la implementación de la plataforma
89 educativa que apoyara el proceso de enseñanza aprendizaje en la asignatura de
90 Bioquímica.

91

92 2. Metodología o desarrollo

93

94 2.1 Determinación de la estrategia

95 El sistema educativo y, en particular, el universitario también se ha visto afectado por
96 el impacto que aporta el e-learning. No obstante, la cuestión es de qué manera será
97 dirigida y gestionada esta transformación. Lo cierto es que dada la falta de orientación
98 estratégica y de un enfoque coherente, se obtienen pocos beneficios o cambios
99 significativos.

100

101 La asignatura de Bioquímica tradicionalmente se dicta en clases presenciales, donde
102 se encuentran el profesor y los alumnos. Ahora la modalidad de enseñanza consistirá
103 básicamente en combinar experiencias de aprendizaje cara a cara y de e-learning esto
104 mediante la implementación de una plataforma educativa.

105

106 La creación del plan estratégico es el punto de partida para la implementación de la
107 plataforma educativa que permitirá mejorar y completar los procesos de enseñanza
108 aprendizaje de la tradicional formación presencial en la asignatura de Bioquímica, esta
109 estrategia engloba las siguientes actividades mostradas en la tabla 1.

110

111

Tabla 1. Fases de la estrategia a seguir

| Fases | Nivel informativo | | Nivel de facilitación | | Nivel transaccional |
|-------------|--------------------------------------|---|---|----------------------------|-------------------------------------|
| Actividades | Formación de los equipos de trabajo. | Integración del profesorado en el proyecto. | Implantación de la plataforma educativa | Creación de cursos pilotos | Versión final de los cursos pilotos |
| | | | | | |

112

113 2.2 Formación de los equipos de trabajo

114 Para el desarrollo de este proyecto de intervención educativa, será necesario la
115 formación de los equipos de trabajo que estará integrado de dos equipos en
116 permanente colaboración, el primero se refiere al director del proyecto, y el otro es el
117 equipo de desarrollo que trabajan en un doble ámbito, funcional y técnico. Lo ideal
118 sería que con el tiempo ambos equipos converjan en sus dos competencias: funcional
119 y tecnológica, una vez que se haya preparado un plan de formación y adaptación.

120

121 2.3 Integración del profesorado en el proyecto

122 La integración del profesorado que imparten las asignaturas en el proyecto es
123 necesaria debido a que estos docentes poseen un conocimiento profundo de su
124 asignatura y están en capacidad de aplicarlo, como también saben de los
125 procedimientos de evaluación. Además, tienen la capacidad de integrar el uso de la
126 plataforma educativa por los estudiantes y los estándares de éstas, en el currículo. Sin
127 lugar a dudas la integración del profesorado en el proyecto es prioritaria y vital para el
128 desarrollo de los cursos en línea.

129

130

130 2.4 Implantación de la plataforma educativa

131 Las políticas y recursos deben orientarse hacia la integración del e-learning, mediante
132 la implantación de una plataforma educativa. No obstante, la implementación de una
133 política integral de e-learning requerirá un plan de integración tecnológica, así como el
134 plan estratégico que esa política implica.

135

136 **2.5 Creación de cursos pilotos**

137 Sin lugar a dudas, ésta es la actividad en donde probaremos a través de cursos pilotos
138 como el uso de una plataforma tecnológica puede mejorar y completar los procesos
139 de enseñanza aprendizaje de la tradicional formación presencial, ya que esta nos
140 permitirá desarrollar contenidos interesantes con un nivel de interactividad igual o
141 superior que un curso tradicional, y como alternativa para mejorar la comunicación
142 entre estudiantes y entre éstos y los profesores, para promover un aprendizaje activo
143 y colaborativo mediante actividades de aprendizaje en e-learning, esto no ocurrirá así
144 a menos que sean promovidas y supervisadas intencionadamente por parte del
145 docente a través de acciones formativas diseñadas y pensadas utilizando para esto el
146 diseño instruccional.

147

148 **2.6 Versión final de los cursos pilotos**

149 En esta actividad se facilita el curso virtual en toda su amplitud. Para la versión final
150 de los cursos pilotos y contando con la experiencia de la etapa anterior, se introducen
151 las etapas de implementación y evaluación del diseño instruccional propuesto,
152 definiendo los cursos con el mayor grado de desarrollo.

153

154 **3. Resultados y análisis**

155

156 El equipo de trabajo que estará integrado por el director del proyecto, y el equipo de
157 desarrollo tanto en el ámbito funcional y técnico para este proyecto. Lo ideal sería que
158 con el tiempo ambos equipos converjan en sus dos competencias: funcional y
159 tecnológica, una vez que se haya preparado un plan de formación y adaptación.

160

161 Sin lugar a dudas la integración del profesorado en el proyecto es prioritaria y vital para
162 el desarrollo de los cursos en línea. Al introducir innovaciones mediante el e-learning,
163 deben tenerse en cuenta las necesidades de los estudiantes y los valores del
164 profesorado, en caso contrario, se mostrará resistencia a la nueva tecnología.

165

166 Es preciso que las instituciones faciliten la formación específica y el apoyo necesario
167 para introducir los conceptos propios del e-learning. El sistema y enfoque conceptual
168 que puede integrar mejor los elementos esenciales de una cultura de e-learning es una
169 plataforma educativa que cuente en su núcleo con comunidades de práctica. Gracias
170 a la infraestructura, se dotará de poder a las comunidades de práctica que son las que,
171 en último término, harán posible el almacenamiento y la sostenibilidad del e-learning.

172

173 Igualmente importante es el reconocimiento e integración de comunidades de práctica
174 en que los profesores y estudiantes puedan gestionar y compartir información y

175 conocimiento respecto al programa de estudios, la gestión de los cursos y los procesos
176 pedagógicos. Es decir, la gestión del conocimiento anima a los miembros de la
177 comunidad a considerar nuevas ideas, a crecer y a innovar.
178

179 El trabajo basado en comunidades de práctica representa una gran oportunidad para
180 mejorar la actuación del profesorado en la clase. La construcción de la comunidad
181 debe ir acompañada de la exploración y experimentación con plataformas educativas
182 que puedan integrar el conocimiento.
183

184 Aunque es verdad que las diferentes plataformas ofrecen entornos de formación
185 similares, cada una aporta sus diferencias. Y ello repercute en las posibilidades que
186 los formadores o profesores puedan tener para promover innovaciones en sus
187 acciones formativas. Por lo que, es importante tener en consideración las
188 características pedagógicas en el momento de analizar cualquier plataforma
189 educativa, ya que constituyen los elementos que proporcionan la calidad a un ambiente
190 de aprendizaje basado en este tipo de herramientas.
191

192 Desde una perspectiva institucional, también es esencial que se diseñe un proyecto
193 piloto que tenga todas las probabilidades de sostenibilidad y de éxito, y que los
194 prototipos que se desarrolleen en el marco del mismo sean aplicables en la institución.
195 Es muy importante que se invierta en una plataforma educativa que sea de utilidad
196 para toda la institución mediante el acceso al portal. A efectos de la elaboración de
197 prototipos, es muy útil seleccionar estratégicamente comunidades de práctica que
198 sean de alta prioridad para, y coherentes con, los objetivos institucionales. Es decir,
199 deben tener una importancia estratégica para la institución y ser manejables en
200 términos de tamaño y enfoque.
201

202 El factor fundamental del éxito de cualquier proyecto de formación e-learning reside
203 indudablemente en una adecuada elaboración y desarrollo de los contenidos que se
204 van a ofrecer en los cursos.
205

206 Es importante asegurarse, antes de la implementación, de que la iniciativa está en
207 línea con los objetivos institucionales y de que conecta directamente con los intereses
208 del e-learning y de la plataforma educativa. Entre los elementos clave que hay que
209 destacar de la implementación esta la inclusión de la tutoría y la asesoría por parte de
210 los profesores que imparten las asignaturas, dando como resultado un proceso de
211 aprendizaje caracterizado por la facilitación y por el asesoramiento personalizado, y
212 de la evaluación se requiere de la conceptualización del sistema de evaluación, así
213 como la elaboración de un conjunto de instrumentos de evaluación para que el equipo
214 de desarrollo tanto en el ámbito funcional y técnico valoren los resultados, que nos
215 permitirá una versión final de los cursos pilotos.
216

217 **4. Conclusiones**

218

219 Las expectativas están cambiando, y no cabe duda de que las instituciones de
220 educación superior se estén transformando como resultado de las innovaciones que
221 aporta el e-learning. No obstante, la cuestión es de qué manera será dirigida y
222 gestionada esta transformación. Las instituciones se enfrentan al reto de desarrollar
223 una visión y una dirección estratégica que las sitúe en la posición adecuada para
224 reforzar la calidad del entorno educativo y de los resultados correspondientes. Para
225 conseguir alguna innovación relevante es preciso que las instituciones se doten de una
226 visión del estado final deseado y empiecen desde ahí su planificación estratégica.
227

228 Con este compromiso, es preciso que las instituciones faciliten la formación específica
229 y el apoyo necesario para introducir los conceptos propios del e-learning. El sistema y
230 enfoque conceptual que puede integrar mejor los elementos esenciales de una cultura
231 de e-learning es una plataforma educativa que cuente en su núcleo con comunidades
232 de práctica. De este modo será más fácil que los profesores replanteen sus enfoques
233 respecto al diseño y presentación de los cursos. Al mismo tiempo, es preciso disponer
234 de la infraestructura necesaria. Sin ella, nada de lo anterior serviría para nada.
235

236 La inversión institucional en la plataforma tecnológica y en la infraestructura asociada
237 requiere no sólo el compromiso pleno de la administración sino también la gestión y
238 desarrollo de los contenidos. Para que esto se consiga, es preciso que las acciones
239 formativas a través de e-learning utilicen las actuales plataformas educativas con unos
240 criterios pedagógicos adecuados a las necesidades de aprendizaje de los alumnos. En
241 esta propuesta de formación e-learning, todos los elementos que se utilizarán para
242 generar el aprendizaje en los alumnos son el fruto de un proceso al que se conoce
243 como diseño instruccional. La plataforma educativa no debe dirigir el proceso de
244 enseñanza aprendizaje, sino los objetivos educativos y las necesidades de los
245 alumnos.
246

247 Una planificación estratégica es el punto de partida para la implementación de una
248 plataforma educativa que permita mejorar y completar los procesos de enseñanza
249 aprendizaje de la tradicional formación presencial, esta estrategia engloba las
250 siguientes actividades, formación de los equipos de trabajo, integración del
251 profesorado en el proyecto, implantación de la plataforma tecnológica, creación de
252 cursos pilotos y la versión final de los cursos pilotos.
253

254 Referencias

- 255
- 256 • Bates, T. (2001). Cómo gestionar el cambio tecnológico: Estrategias para los
257 responsables de centros universitarios. Barcelona: GEDISA.
 - 258 • Cabero, J. (2007). Nuevas Tecnologías Aplicadas a la Educación. Madrid:
259 McGraw-Hill Interamericana.
 - 260 • Rosenberg,M. (2001).E-Learninig: estrategias para transmitir conocimiento en
261 la era digital. Bogotá: McGraw-Hill Interamericana.
262

1 UTILIDAD DE LA ECUACIÓN MATEMÁTICA PARA ENCONTRAR LA 2 CONCENTRACIÓN DE ION HIDRONIO

3
4 Celina Elena Urrutia Vargas ^{1,*}, Armando Aguilar Márquez ², Miguel de Nazareth
5 Pineda Becerril ³, José Juan Contreras Espinosa ⁴ Pedro Guzmán Tinajero⁵
6 ¹ carretera Cuautitlán-Teoloyucan Km. 2.5 Vista Hermosa y Av. Narciso Mendoza,
7 Col. San Sebastián Xhala

8
9 AP-POAP040

10 Resumen

11
12 *En la enseñanza de las matemáticas se desarrolla la habilidad de resolución de problemas, que es de suma importancia para el estudiante en la Licenciatura en Química Industrial. Se muestra un ejemplo de aplicación que se imparte en la asignatura de álgebra, ésta se cursa en la Facultad de Estudios Cuautitlán campo 1 en primer semestre. En este contexto educativo al ingresar a la Universidad, el alumnado se enfrenta a la realidad de que los conocimientos matemáticos que adquirió en el nivel medio superior no son suficientes para aprobar con éxito la asignatura. El álgebra es una herramienta de suma importancia en las materias subsecuentes que tomarán a lo largo de su carrera profesional y es la base para dar solución a problemas prácticos como es el caso del cálculo de la concentración del ion hidronio en una solución de ácido acético. En el desarrollo de esta experiencia docente, en clase, se les presenta el problema a los alumnos (se indica que este es un problema tipo y que sólo se tomará en cuenta la parte de razonamiento matemático pues la parte química la estudiarán en otras materias), se forman equipos, se genera lluvia de ideas para encontrar la solución, existe retroalimentación en el pizarrón por parte del docente, se plantea la ecuación, se resuelve y se analiza la solución, como conclusión al finalizar la clase el alumno se encuentra altamente motivado por lo es capaz de resignificar y participar activamente en su proceso de enseñanza-aprendizaje.*

13
14 **Palabras clave:** ecuación, enseñanza, matemáticas, ion, hidronio, concentración

15 1. Introducción

16
17 El planteamiento de ecuaciones es útil para conocer el valor de la variable que se encuentra como incógnita en un proceso y es fundamental para encontrar la solución de problemas en operaciones básicas. En la interpretación y análisis de los datos experimentales es importante la relación de las matemáticas con los modelos que se generan, un caso particular de aplicación de las ecuaciones se presenta en la industria Química, por ejemplo en las condiciones de operación para encontrar la concentración de un componente ya sea un reactivo o producto en las corrientes de entrada - salida de los líquidos y gases de un reactor, en donde generalmente la fricción se considera mínima y se considera que las magnitudes de la corriente del fluido son constantes en relación al tiempo en cada punto del sistema, con la aplicación del principio de

18
19 ^{1,*} E-mail:celinaelena@yahoo.com.mx Tel. 56203-18-86

43 conservación de la masa en dos puntos se considera la cantidad de materia que se
44 genera, así se plantearán las ecuaciones matemáticas y las variables de la reacción
45 que se necesitan saber de un proceso. Debido a lo anterior se concluye que las
46 matemáticas son una herramienta indispensable cuando se plantean ecuaciones en la
47 que se pueda despejar una variable en función de las restantes. En este contexto los
48 estudiantes de la Licenciatura de Química Industrial desarrollan la habilidad de
49 resolución de problemas en clase de álgebra para el planteamiento, aplicación y
50 correspondiente análisis de modelos reales en la industria Química, y con esto se logra
51 acotar el problema para llegar a la solución. Los autores están de acuerdo con la cita:
52 “Se conoce que un tipo de problemas se centra en componentes afectivas del
53 aprendizaje: ¿Cómo se pueden crear actitudes positivas hacia las matemáticas?
54 ¿Cómo se pueden crear contextos en los que se enseñe a matematizar?”
55 (Freudenthal, 1981). La respuesta sería que los docentes de matemáticas buscamos
56 nuevas formas de integrar los conocimientos que se adquieren particularmente en
57 álgebra para motivar al alumno y demostrar que éstos les servirán en sus materias que
58 cursaran en su carrera y en su desempeño profesional.

59 Los aspectos teóricos químicos como el principio de Le Chatelier (“establece que, si
60 un sistema en equilibrio se somete a un cambio de condiciones, éste se desplazará
61 hacia una nueva posición a fin de contrarrestar el efecto que lo perturbó y recuperar el
62 estado de equilibrio” Corinto (2020)); la reacción reversible de ácido acético y agua
63 que genera el ion hidronio y el ion acetato, solución electrolítica (se presenta una
64 conductividad ligera con la solución de un electrolito débil con agua), del efecto de ion
65 común (da como resultado un gran incremento en la concentración de iones de acetato
66 y por lo consecuente una disminución en la concentración de iones de hidronio), las
67 reacciones de disociación de los ácidos son reacciones de equilibrio cuanto mayor es
68 la extensión de la ionización más fuerte es el ácido, se utiliza la expresión de la
69 constante de disociación del ácido acético $K_a = 1075 \times 10^{-5}$ Esmarch (1954) son
70 conceptos que se ampliarán en otras asignaturas de su carrera, el ejemplo es
71 solamente una ilustración de la aplicación de los despejes y ecuaciones en las que
72 interviene el álgebra.

73

74 **2. Objetivo**

75

76 Demostrar mediante un ejemplo representativo la utilidad del conocimiento y aplicación
77 de la ecuación lineal y despejes de variables en las asignaturas que cursan los
78 alumnos de la Licenciatura de Química Industrial.

79

80

81 3. Metodología

82

83 En la asignatura de álgebra se presenta al estudiante un ejemplo práctico donde se
84 plantea una ecuación lineal y pueda despejar una variable (concentración de ion
85 hidronio). En este contexto educativo el alumno desarrolla la habilidad de resolución
86 de problemas con el planteamiento de modelos reales de aplicación con nomenclatura
87 referente a su perfil.

88 En el salón de clase se sigue la metodología que recomienda Poyla (1965):

- 89 “para resolver un problema se necesita
90 I. Comprender el problema
91 II. Concebir un plan
92 III. Ejecución del plan
93 IV. Examinar la solución obtenida” p.19

94

95 I. Para comprender el problema: en la clase se les proporciona un ejemplo para
96 calcular la concentración de ion hidronio, primero se les explica el principio de Le
97 Chatelier “establece que, si un sistema en equilibrio se somete a un cambio de
98 condiciones, éste se desplazará hacia una nueva posición a fin de contrarrestar el
99 efecto que lo perturbó y recuperar el estado de equilibrio” Corinto(2020).Se aclara que
100 solo es información para que entiendan el problema, que en clase de Química les
101 ampliarán los conocimientos de esta ley y la del equilibrio Químico. Como primer paso
102 se forman equipos y se motiva la generación de preguntas.

103

104 II. Se concibe un plan: se analizan los datos, se realiza lluvia de ideas para ponerse
105 de acuerdo como se va a abordar el problema, por ejemplo, se determina la incógnita
106 a despejar con la resolución de la ecuación mediante conocimientos adquiridos en
107 álgebra.

108

109 III. Ejecución del plan

110 Al ejecutar el plan para encontrar el valor de la variable del problema se llega a la
111 solución, con la ayuda del docente como facilitador, es decir este guía al estudiante y
112 le motiva a utilizar sus conocimientos matemáticos para despejar la incógnita.

113

114 IV. Se examina la solución: verificando el resultado y el razonamiento matemático, a
115 continuación se sustituye en la ecuación el valor encontrado en el ejercicio de
116 aplicación.

117

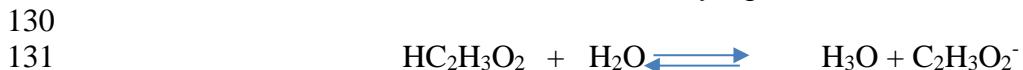
118 3.1 Cálculo de la concentración del ion hidronio (H_3O^+)

119 Se muestra el problema práctico, el alumno utilizará el planteamiento de la ecuación
120 lineal en donde la concentración del ion hidronio es la incógnita a encontrar. “Por lo
121 tanto para simplificar, seguiremos usando el ion hidronio como la especie fundamental
122 que es responsable de las propiedades ácidas en solución acuosa” (Choppin, 1967)

123

124 3.1.1 La ley del equilibrio químico

125 EL principio de Le Chatelier, se puede aplicar en la reacción del ácido acético con un
126 incremento en el peso de la concentración ya sea de reactivos o productos de una
127 mezcla equilibrada provocará que el sistema reajuste el peso de la concentración de
128 la fórmula original con el fin de producir valores para satisfacer el equilibrio constante
129 de la reacción reversible de ácido acético y agua:



132

133

134 A continuación, se muestra la expresión matemática (constante de disociación) para
135 la reacción reversible del ácido acético y agua con temperatura a 25 grados:

136

137 $K_a = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+][\text{C}_2\text{H}_3\text{O}_2^-]}{[\text{HC}_2\text{H}_3\text{O}_2]} = 1075 \times 10^{-5}$ (a 25°C)

138

139

140 Si se adiciona la sal con el ion acetato, la concentración de éste aumenta por ejemplo
141 puede ser $\text{NaC}_2\text{H}_3\text{O}_2$ (acetato de sodio), $\text{NH}_4\text{C}_2\text{H}_3\text{O}_2$ (acetato de amonio), o $\text{KC}_2\text{H}_3\text{O}_2$
142 (acetato de potasio), en la solución electrolítica con la solución de un electrolito débil
143 con agua se presenta una conductividad ligera, en consecuencia, en una solución de
144 ácido acético, la concentración del peso de la fórmula de iones de hidronio y ácido
145 acético es muy pequeña en comparación con la concentración del peso de la fórmula
146 de iones de ácido acético no disociados. El efecto del ion común da como resultado
147 un gran incremento en la concentración de iones de acetato y por lo consecuente una
148 disminución en la concentración de iones de hidronio, sin embargo, no se verá
149 afectada la concentración total del ácido acético no disociado.

150 La expresión matemática para la mezcla equilibrada de una solución débil de
151 electrolitos y sus iones permite el cálculo cuantitativo del *efecto del ion común*.

152 “Por ejemplo ¿Cuál es la concentración de 0.050 F solución de ácido acético a la
153 que le ha sido añadido 5?0g. de acetato de sodio

154

155 $\frac{5.0\text{g NaC}_2\text{H}_3\text{O}_2}{82 \text{ gfw NaC}_2\text{H}_3\text{O}_2} = 0.061 \text{ F iones de acetato Ec. (1)}$

156

157

158 Asumiendo el 100% de ionización de $\text{NaC}_2\text{H}_3\text{O}_2$
159 Donde X= concentración de iones de hidronio
160 $0.061 + X = \text{la concentración de acetato de NaC}_2\text{H}_3\text{O}_2 + \text{HC}_2\text{H}_3\text{O}_2$ Ec. (2)
161 Así:

162 $0.050 - X = \text{la concentración no disociada de } \text{HC}_2\text{H}_3\text{O}_2$ Ec. (3)

163 Entonces

164

165 $\frac{(X)(0.061 + X)}{(0.050 - X)} = 1.75 \times 10^{-5}$ Ec. (4)

166

167 El valor de X que es añadido en el numerador a 0.061 y restado en el denominador
168 a 0.050 puede ser descartado, desde que es muy pequeña en comparación a los
169 valores a los que son añadidos y desde los cuales es restado. Consecuentemente
170 la ecuación simplificada se convierte en:

171

172 $\frac{(X)(0.061)}{(0.050)} = 1.75 \times 10^{-5}$ Ec. (5)

173

174 $X = \frac{(1.75 \times 10^{-5}) 0.050}{0.061} = 1.4 \times 10^{-5} F \text{H}_3\text{O}^+$ Ec. (6)

175

176

177 Esmarch s. (1954) pág.71. (Traducción propia)".

178 4. Resultados

179

180 La expresión matemática para la mezcla de equilibrio de un electrolito y sus iones
181 permite el cálculo cualitativo del efecto de ion común, como se demuestra en el ejemplo
182 citado, en donde se muestra al estudiante que la clase de álgebra es una herramienta
183 fundamental para transformar el enunciado del problema en una expresión matemática
184 como es la ecuación lineal y el correspondiente despeje que permite encontrar la
185 incógnita que se plantea como x.

186

187

188 5. Conclusiones

189

- 190 • Los principios fundamentales se pueden establecer tanto en palabras como en
191 la forma de símbolos matemáticos.
- 192 • Se logra con este tipo de problemas el desarrollo del pensamiento crítico y
193 reflexivo que necesita el alumno de Química Industrial.
- 194 • Con los casos prácticos de desarrolla la habilidad de los alumnos de razonar,
195 de comprender y por lo tanto después de lograr la resolución de algunos
196 problemas simples, se tendrá la capacidad para resolver problemas más
197 complicados.
- 198 • El alumno se da cuenta que los conocimientos de la asignatura de álgebra
199 serán útiles para su desempeño en la carrera y en su quehacer profesional,
200 debido a lo anterior se motivará más en clase.

201

202

203 Índice de referencias:

204 Libros

205

206

- 207 • Choppin, G. (1967) *Química ciencia de la materia, la energía y el cambio.*
208 México:Publicaciones Cultural S.A.
- 209 • Esmarch, S. (1954) *Qualitative Analysis International Student Edition.*McGraw-
210 Hill,INC.New York Kogakusha Company,LTD.
- 211 • Freudenthal,H.(1981).*Major problems of mathematics education,Educational*
212 *Studies in Mathematics* vol.12,pág.133-150
- 213 • Pólya,G.(1965).*Cómo plantear y resolver problemas.* México:Editorial Trillas.
- 214 • Uspensky J. (1993).*Teoría de Ecuaciones.* México: Editorial Limusa.Grupo
215 Noriega Editores.

216 Información en línea

- 217 • Corinto, J. (2020). Recuperado 29/01/2020. [En línea] Disponible en:
218 [http://www.corinto.pucp.edu.pe/quimicageneral/contenido/32-principio-de-le-](http://www.corinto.pucp.edu.pe/quimicageneral/contenido/32-principio-de-le-chatelier.html)
219 [chatelier.html](http://www.corinto.pucp.edu.pe/quimicageneral/contenido/32-principio-de-le-chatelier.html)

ECUACIÓN LINEAL PARA ENCONTRAR LA VELOCIDAD DE PRODUCCIÓN (MEZCLA GASEOSA CLORO OXÍGENO)

Celina Elena Urrutia Vargas^{1,*}, Armando Aguilar Márquez², Miguel de Nazareth Pineda Becerril³y José Juan Contreras Espinosa⁴
^{1,2,3,4} carretera Cuautitlán-Teoloyucan Km. 2.5 Vista Hermosa y Av. Narciso Mendoza,
Col. San Sebastián Xhala

AP-POAP041

Resumen

El gran reto y un objetivo específico en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas es desarrollar en el estudiante de nivel superior la habilidad para la resolución de problemas, como es el caso en la asignatura de álgebra que se imparte en la carrera de Ingeniería Química Facultad de Estudios Cuautitlán campo1. Los alumnos que ingresan a la Universidad se encuentran con la situación de que los conocimientos adquiridos en el nivel medio superior no son suficientes para aprobar con éxito la asignatura de álgebra que es una herramienta útil en las materias subsecuentes que tomarán a lo largo de su carrera Universitaria y es una base sólida para dar solución a problemas de aplicación. El ejemplo que se les presenta en clase está relacionado con el balance de materiales y sirve además para ilustrar que los conocimientos matemáticos son indispensables. En el desarrollo de esta experiencia docente se les presenta el problema a los estudiantes (indicándoles que solo se trabajará el enfoque matemático, pues los conceptos de química y balance de materiales se enseñaran en otras materias subsecuentes en su carrera), se forman equipos, se propicia la lluvia de ideas para encontrar la solución, existe retroalimentación en el pizarrón de parte del docente, se plantean las ecuaciones, se resuelven y se analiza la solución, al finalizar como conclusión en este contexto educativo se concientiza al alumno que es de suma importancia el desarrollo de las ecuaciones planteadas con la ayuda de los conocimientos adquiridos en álgebra para las diversas operaciones unitarias en el balance de materiales y la resolución de problemas.

Palabras clave: ecuación, enseñanza, matemáticas, balance, cloro, oxígeno.

1. Introducción

Tomando en cuenta la necesidad en el mejoramiento de la enseñanza-aprendizaje para el alumnado del primer ingreso en la Universidad que cursa matemáticas, los docentes de esta área deben considerar que es de suma importancia cambiar la forma en que se le imparte la clase tradicional por una clase más dinámica en donde se aplique la función tutorial del profesor y en donde la teoría con la práctica se entrelacen para ampliar su perspectiva frente a un escenario real.

De acuerdo con Schon,

“debe reconocerse que el aprendizaje del alumno no se da sólo porque el profesor le trasmite una serie de saberes teóricos o reglas predeterminadas, ni tampoco

^{1*} E-mail:celinaelena@yahoo.com.mx Tel. 5623-18-86

46 porque le proporciona instrucciones de cómo hacer las cosas. Es necesarios que
47 se dé un diálogo entre ambos (docente-tutor y alumno-practicante), que se
48 caracteriza por tres aspectos:

- 49 a) Tiene lugar en el contexto de los intentos del practicante por intervenir en una
50 situación real y concreta
51 b) utiliza lo mismo acciones que palabras, y
52 c) depende de una reflexión en la acción recíproca" (Schon, 1992)

53
54 En este contexto educativo universitario el planteamiento de sistemas de ecuaciones
55 es de suma importancia donde se encontrarán las soluciones a problemas
56 relacionados con Ingeniería Química y conocer los valores de las variables o incógnitas
57 de los procesos en la industria.

58
59 En operaciones básicas con condiciones de balance de materiales y procesos que los
60 involucran como transporte de fluidos y sus composiciones, generalmente la
61 fricción se considera mínima, con circulación en régimen estacionario, las magnitudes
62 de la corriente del fluido son constantes en relación al tiempo en cada punto del
63 sistema, se aplica el principio de conservación de la masa en dos puntos para
64 considerar la cantidad de materia que pasa por ambos puntos es igual. El álgebra es
65 una herramienta indispensable cuando se plantean ecuaciones en la que se pueda
66 despejar una variable en función de las restantes. En esta situación los estudiantes de
67 Ingeniería desarrollan la habilidad de resolución de problemas para el planteamiento
68 de modelos reales, con el análisis de la información se acota el problema para llegar
69 a la solución. Debido a lo anterior se recuerda la definición "Sea $f(x)$ un polinomio con
70 coeficientes reales o complejos y grado ≥ 1 . Igualándolo a cero tenemos la ecuación
71 $f(x)=0$ que se llama ecuación algebraica. En esta ecuación la x representa un número
72 desconocido que la satisface." (Uspensky, 1993)

73 **2. Objetivo**

74 Demostrar mediante un ejemplo real la utilidad del conocimiento algebraico y
75 aplicación de la ecuación lineal en algunas de las materias que cursa el Ingeniero
76 Químico.

77 **3. Metodología**

78 En la práctica industrial, siempre es necesario seleccionar flujos de materiales en los
79 diferentes reactores de proceso que sean lo suficientemente bajos para permitir un
80 acercamiento al equilibrio, pero que sea lo suficientemente alto para permitir una
81 obtención razonable del producto, la velocidad de una reacción puede darse en
82 términos de la concentración de cualquiera de los reactantes o productos, por lo
83 general, la velocidad de reacción varía con la concentración de las sustancias
84 reaccionantes. El uso principal de la sosa caustica en la industria química donde se
85 requiera un álcali más cáustico que el carbonato de sodio, por ejemplo, en la industria
86 textil, papel, refinación del petróleo, jabones y detergentes, etc. Entonces la sosa
87 caustica se obtiene de la electrólisis y la rapidez de crecimiento de la producción, corre
88 paralelo al crecimiento del cloro, por lo que éste ha sido el principal producto de la
89 90

91 electrólisis en los años recientes. Los autores están de acuerdo con la cita "Se conoce
92 que un tipo de problemas se centra en componentes afectivas del aprendizaje: ¿Cómo
93 se pueden crear actitudes positivas hacia las matemáticas? ¿Cómo se pueden crear
94 contextos en los que se enseñe a matematizar?" (Freudenthal, 1981). El gran reto en
95 el aprendizaje de las matemáticas y muy especialmente en la asignatura de álgebra
96 es concientizar y motivar al estudiante debido a esto se les presenta en clase un
97 ejemplo real y práctico, donde se plantea una ecuación lineal a partir de los datos que
98 se proporcionan para conocer el valor de las variables que representan las incógnitas
99 del proceso.

100 En este contexto educativo el alumno desarrolla la habilidad de resolución de
101 problemas con el planteamiento de modelos reales de aplicación. En el salón de clase
102 se sigue la metodología que recomienda Poyla (1965)
103 "para resolver un problema se necesita:

104 I. Comprender el problema

105 II. Concebir un plan

106 III. Ejecución del plan

107 IV. Examinar la solución obtenida" p.19

108

109 I. Para comprender el problema: en la clase de álgebra se les presenta un problema
110 de aplicación en la carrera de Ingeniería Química, para calcular la concentración de
111 moles de gas inicial y moles de gas final,

112 Se hace la aclaración, que solo es información para que entiendan el problema y lo
113 resuelvan matemáticamente, que en clases posteriores en donde abordará los temas
114 balance de materiales les impartirán y ampliarán estos. Como primer paso se forman
115 equipos y se motiva la generación de preguntas.

116 II. Se concibe un plan: se analizan los datos, se realiza lluvia de ideas para ponerse
117 de acuerdo como se va a abordar el problema, por ejemplo, se determina las incógnitas
118 a despejar y cómo será la resolución de la ecuación planteada mediante el álgebra.

119 III. Ejecución del plan

120 Al ejecutar el plan para encontrar el valor de las variables del problema se llega a la
121 solución, con la ayuda del docente como facilitador, es decir este guía al estudiante y
122 le motiva a utilizar sus conocimientos matemáticos para despejar las incógnitas.

123 IV. Se examina la solución: verificando los resultados y el razonamiento matemático,
124 a continuación se sustituyen en la ecuación los valores encontrados en el ejercicio de
125 aplicación para la comprobación.

126

127 2.1 Problema de aplicación asignando las variables x, y

128

129 2.1.1 Ejemplo.

130 En el problema de balance de materiales es conveniente aclarar que la redacción del
131 problema planteado no se puede modificar, debido a que es tomado de textualmente
132 de Perry (1976), lo anterior refuerza la meta de enseñarles a los alumnos con ejemplos
133 prácticos reales a los que se van a enfrentar en su desempeño profesional.

134

135 "En los baños electrolíticos para la producción de sosa cáustica se engendra cloro
136 gaseoso, que analizando muestra contener 1.6 por ciento de oxígeno. En la
137 tubería que conduce este gas se añade, para facilitar la medida de su velocidad
138 de producción, oxígeno que se deja se mezcle bien con el cloro; luego se analiza
139 otra vez el gas, mostrando 3.6 por ciento de oxígeno. En 5 min y 33 seg. se
140 añadieron 4500g de oxígeno. ¿Cuál es la velocidad con que se produce el gas
141 original?

142 Solución.

143 Base: 4500g de oxígeno añadido=141 moles

144 Tiempo=5 min. 033 seg. = 5.533 min

145 gasto de oxígeno =25.48 moles por min.

146 Sea x = moles del gas inicial por minuto

147 y = moles del gas final por minuto

148 Balance total o general:

149 $x + 25.48 = y$ Ec. (1)

150 Balance de oxígeno:

151 $0.016x + 25.48 = 0.036y$ Ec. (2)

152 $= 0.036(x + 25.48)$ Ec. (3)

153 $= 0.036x + 0.9173$ Ec. (4)

154 $0.02x = 24.56$ Ec. (5)

155 $x = 1228$ moles por min." (Perry, 1976, p.507)

156

157

158 Siguiendo con la sesión didáctica se les pide a los alumnos que en base al problema
159 planteado con las ecuaciones y el valor de la variable x encontrado, además de los
160 cálculos que se estudiaron encuentre el otro valor de la variable y faltante.

161 Se calcula el valor de " y " sustituyendo en la Ec. (1)

162 $x + 25.48 = y$ Ec. (6)

163 $1228 + 25.48 = y$ Ec. (7)

164 $y = 1253.48$ moles por min.

165

166

167 3. Resultados

168 Los cálculos químicos planteados son el resultado de las ecuaciones planteadas que
169 se derivan de las condiciones del problema, el resultado del valor de x indica las moles
170 del gas inicial por minuto, y = moles del gas final por minuto. Se logra con la aplicación
171 de este problema que el alumno encuentre la velocidad de concentración en
172 producción de la mezcla gaseosa cloro-oxígeno(existen pequeñas diferencias
173 numéricas en los cálculos, pero se respetan los cálculos del autor), a partir de los datos
174 se encuentran las ecuaciones que involucra la variable x , además de la variable y ,
175 mediante el conocimiento algebraico se llega a la solución que es encontrar el valor
176 de las incógnitas planteadas y el balance de materiales se utilizó para encontrar los
177 datos experimentales. Se logra en base a los comentarios de los propios estudiantes
178 la motivación tan necesaria de cambiar el enfoque de las matemáticas aburridas por
179 unas matemáticas útiles en su carrera.

180 4. Conclusiones

- 181 • Se demuestra que los principios fundamentales del problema planteado se
182 pueden establecer tanto en palabras como en la forma de símbolos
183 matemáticos.
- 184 • Se logra con este tipo de problemas el desarrollo del pensamiento crítico y
185 reflexivo que necesita el alumno de Ingeniería.
- 186 • Con los casos prácticos se desarrolla la habilidad del alumno de razonar, de
187 comprensión y después de lograr la resolución de algunos problemas simples
188 y se tendrá la capacidad para resolver problemas más complicados.
- 189 • El alumno constata que los conocimientos adquiridos en la asignatura de
190 álgebra, serán útiles para su desempeño en la carrera y en su quehacer
191 profesional.

192 **Congreso Internacional**
193 *Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas*

198 Índice de referencias

199 Libros

- 200
- 201 • Freudenthal,H.(1981).*Major problems of mathematics education*,*Educational Studies in Mathematics* vol.12,pág.133-150
- 202
- 203 • Perry,J.(1976).*Manual del ingeniero Químico*, McGraw-Hill, p.507
- 204 • Poyla,G.(1965).*Cómo plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas.
- 205 • Schon,D(1992).*La Formación de profesionales reflexivos: hacia un nuevo diseño de la enseñanza y el aprendizaje de las profesiones*. Barcelona:
206 Paidos.
- 207
- 208 • Uspensky J. (1993).*Teoría de Ecuaciones*. Editorial Limusa.Grupo Noriega
209 Editores.México.p.57
- 210
- 211
- 212
- 213
- 214
- 215
- 216
- 217
- 218

SISTEMA SEMIAUTOMÁTICO PARA DOSIFICAR Y SELLAR LIQUIDO SABORIZADO EN EMPAQUES PLÁSTICOS

Abraham Rodríguez Galeotte.^{1*}, Gastón Hugo Salazar Silva.¹

¹Instituto Politécnico Nacional UPIITA. Av. IPN 2580, Col. La Laguna Ticomán, México, CDMX.

AP-POAV045

Resumen

El presente documento contiene lo referente al diseño y construcción de un sistema semi-automático que satisface las necesidades de producción de pequeños y medianos empresarios dedicados a la fabricación de congeladas, por termosellado de tubos de polietileno.

Primero se abordan algunas generalidades sobre el proyecto y el contexto en el que se desarrolla y luego se adentra en el diseño del dispositivo, el cual separó en áreas funcionales como parte de una metodología de diseño mecatrónico. Este proceso partió de lo conceptual hacia lo detallado e implicó, entre otras cosas, modelado de sistemas, cotizaciones y selección de elementos como motores, bombas y materiales con base en requerimientos del proyecto y aspectos prácticos. En cuanto a la implementación, se describen los procesos de manufactura que se realizaron, así como las dificultades y cambios que debieron realizarse para alcanzar los objetivos

Palabras clave: congeladas, manufactura, termosellado, dosificador, polietileno, semiautomático.

1. Introducción

Las congeladas son un producto elaborado a partir de jugos de frutas naturales o de un jarabe azucarado y con colorantes añadidos, que se empacan en bolsas de plástico cerradas, para que de este modo se pongan a congelar [1]. De acuerdo con los regionalismos de cada país, este producto recibe diversos nombres, entre los que destacan el de boli, hielito, raspadito, sabalito entre otros.

Al describir congeladas, hablamos de un producto popular de bastante tradición dentro del territorio mexicano, comúnmente elaborado y distribuido por pequeños y medianos productores que normalmente realizan los procesos de llenado de líquido y sellado de forma manual. Sin embargo, debido a que la uniformidad de éstos depende completamente de la habilidad del operador, esta forma de producir genera inconsistencias en los tamaños y calidades del empaquetado. También cabe mencionar que al ser productos que se comercializan en buena parte en el mercado informal, su elaboración puede no estar apegada a procesos higiénicos o seguros, por ejemplo, es común el uso de mangueras y bombas para peceras, en lugar de elementos de grado alimenticio. [2] y [3]. En conjunto, la baja calidad en el producto y las condiciones en que se elabora, incumplen con normas nacionales, que además de poner en riesgo la salud de los consumidores, no permite que los pequeños productores comercialicen sus congeladas fuera del mercado informal. Por otro lado, actualmente grandes empresas se han encargado de comercializar las congeladas de forma masiva, como “Quala S.A.” con su producto “Bon Ice”, el cual se distribuye en

^{1*}Autor para la correspondencia. E-mail: egaleotti1935@hotmail.com Tel. 55-57-29-60-00, ext. 56882

47 gran parte de América latina. Este tipo de empresas cumplen con estándares
48 internacionales de higiene, calidad, y además invierten en investigación para mejorar
49 sus productos y ofrecen sus productos a un precio bajo, por lo que pequeños negocios
50 se ven fácilmente desplazados. [2].

51

52 **2. Metodología o desarrollo**

53

54 Antes de comenzar a hacer cálculos y realizar cotizaciones, es necesario tener una
55 visión clara de que se necesita en concreto en el dispositivo a diseñar.

56

57 Requerimientos: Debido a la naturaleza de los procesos, materia prima, aspectos de
58 rendimiento y cuestiones propias de nuestra propuesta de solución se determinan los
59 requerimientos en diferentes áreas y se agrupan como se muestra continuación:

60

61 Materia prima: Agua potable a temperatura ambiente (7-30° C) con 2% de concentrado
62 de sabor y azúcar. Cantidad de azúcar máxima de 1.09 g/ml (solución saturada).

63 Polietileno tubular de 3 ,4 ,5 y 6 cm de ancho (medidas comerciales).

64

65 Usuario: Personal sin conocimiento técnico, pero con previa capacitación acerca de la
66 forma de operación de la máquina.

67

68 Tipo de locomoción: Desplazamiento del sistema de sellado o Mecanismo accionado
69 por motor eléctrico

70

71 Seguridad: Nulo contacto del operador con elementos calientes y partes móviles de la
72 máquina en funcionamiento.

73

74 Materiales de construcción: Aquellos que estén en contacto con el líquido deberán ser
75 inocuos para la salud, no reaccionarán químicamente, no aportarán sabor, olor ni otros
76 componentes. La estructura debe ser estable y estar fabricada en materiales que no
77 requieran equipo especial para manufacturarse

78

79 Especificaciones de producto final: Paquetes con un volumen comprendido entre 100
80 y 200 ml.

81

82 Rendimiento: Velocidad de producción igual o mayor a las 6 congeladas por minuto

83

84 **2.1 División de áreas funcionales**

85

86 De acuerdo al pensamiento de diseño mecatrónico, identificamos las entradas y
87 salidas del sistema para posteriormente establecer las áreas funcionales de las que se
88 compone la solución que planteamos, fig. (1).

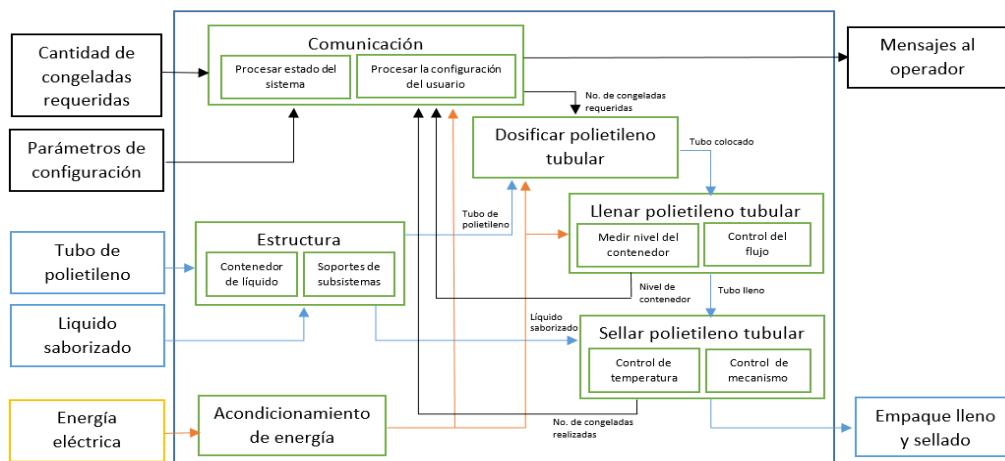


Fig. (1) División de áreas funcionales

89
90
91

92 Una vez definido el concepto general del dispositivo pasamos a una fase en la que en
 93 cada área funcional y a través de investigación, cálculos y experimentación
 94 determinamos elementos en concreto que utilizaremos en la implementación.

95 Sistema dosificador de polietileno tubular.

96 Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas
 97 Se estableció una secuencia de acciones que permite entender el funcionamiento:

- 98 1) Se dosifica el líquido
- 99 2) Por gravedad el peso del líquido desplaza el tubo hacia abajo
- 100 3) Un sensor óptico de barrera detecta que la congelada tiene el largo configurado
- 101 4) El gripper se cierra deteniendo el avance del tubo
- 102 5) El sistema de sellado cierra el empaque y lo corta
- 103 6) Se repite la secuencia.

104

105 Con base en esta idea procedimos a seleccionar y diseñar cada uno de los elementos
 106 de este sistema como se muestra a continuación.

107

108 Tubo Dispensador: La principal limitante en este aspecto es el tamaño de tubo de
 109 polietileno más pequeño que se pretende utilizar, que es de 3 cm de ancho.

110 Teniendo en cuenta que, al acomodarse alrededor del tubo dispensador, el polietileno
 111 adopta una forma cilíndrica de perímetro $P=60\text{mm}$ del cual podemos determinar el
 112 diámetro máximo del tubo dispensador

113

$$P = \pi Dm \Rightarrow DM = P/\pi \quad \text{Ec. (1)}$$

$$DM = 60\text{mm} / \pi = 19\text{mm}$$

114

115 Además de servir como conductor del líquido saborizado, en este tubo también se
 116 coloca el polietileno tubular, en una operación que es similar a arremangar una camisa,
 117 obteniendo como resultado lo mostrado en la Fig. (2).



120
 121 **Fig. (2) Polietileno tubular colocado en el dispensador.**
 122

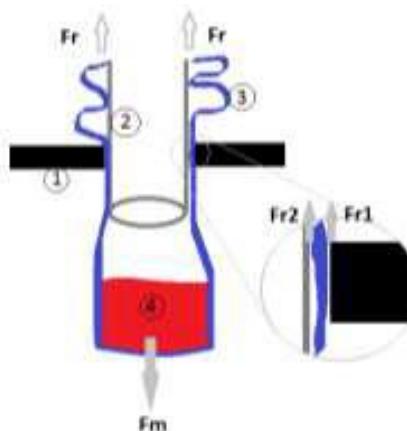
123 Entonces, la longitud se calculó de la siguiente forma:
 124

$$125 \quad N = Vr / Vc = 20L / 200mL = 100 \text{ congeladas} \quad \text{Ec. (2)}$$

$$126 \quad Lt = (N Li / \alpha) + Lg = 100(0.2m) / 0.3m/cm + 5cm = 71.66cm \sim 70cm$$

127 Donde:

128 **N** Número de congeladas a producir **Vr** Volumen del líquido saborizado
 129 **Vc** Volumen de una congelada **Lt** Longitud del tubo
 130 **Li** Longitud individual de una congelada **Lg** Espacio del tubo dedicado al gripper
 131 **α** Factor del tubular que cabe en 1 cm de tubo
 132



135
 136 **Fig. (3) Dispositivo de sujeción. 1) Dedos de gripper 2) Tubo dispensador**
 137 **3) Tubo de polietileno 4) Líquido saborizado**
 138

139 Partiendo del diagrama de la fig. (3) y usando la primera ley de Newton, el sistema se
 140 describe de la siguiente forma:

$$141 \quad Fm = Fr1 + Fr2 \quad \text{Ec. (3)}$$

$$142 \quad mcg = Fn \mu e - t + Fn \mu e - g = Fn (\mu e - t + \mu e - g)$$

143
 144 De este análisis resulta claro que es necesario conocer los coeficientes de fricción
 145 entre los materiales y luego determinar la fuerza de apriete del gripper. Para determinar
 146 estos valores de interés se utilizó la técnica del plano inclinado, la cual se describe con

147 mayor profundidad en el Anexo B Pruebas con selladora y cuyos resultados fueron los
 148 siguientes:

149 Coeficiente de fricción entre empaque y gripper ($\mu e-g$): 0.50
 150 Coeficiente de fricción entre empaque y tubo ($\mu e-t$): 0.0.28

151

152 Motor del gripper: Finalmente, ya que tenemos los datos necesarios y partiendo del
 153 mismo modelo podemos calcular la fuerza necesaria para sostener el polietileno con
 154 líquido.

155 $F_n = mcg / (\mu e-t + \mu e-g) = (200g \cdot 9.81m/s) / (0.28 + 0.5) = 2.51 N$ Ec. (4)

156

157 Con esta fuerza y tomando como referencia un valor de 5 cm como un brazo de
 158 palanca común en un gripper comercial determinamos el par del motor

159 $M = F_n * d$ Ec. (5)

160 $M = 2.51N * 0.05m = 0.1255Nm = 1.28kp/cm$

161

162 Teniendo en cuenta que se debe tener un control de posición y que el par se debe
 163 mantener cuando este en la posición cerrada, optamos por un servomotor.

164 La búsqueda se realizó en modelos de servomotores conocidos como Standard, que
 165 tienen un tamaño compatible con grippers comerciales y cuyo par fácilmente supera el
 166 requerido en nuestra aplicación. Teniendo en cuenta que se debe tener un control de
 167 posición y que el par se debe mantener cuando este en la posición cerrada, optamos
 168 por un servomotor.

169

170 Llenado de polietileno tubular (Bomba): En esta área funcional el componente clave es
 171 la bomba que desplazará el líquido desde el tanque hasta la sección de empaquetado.
 172 Los criterios de selección en este caso estuvieron basados directamente de las
 173 especificaciones mencionadas previamente y fueron el precio, el caudal, la higiene y
 174 la durabilidad, por lo que determinamos que una bomba de diafragma era adecuada
 175 para el proyecto, realizamos el cálculo del tiempo que se requiere para llenar el tamaño
 176 más grande de empaque que se planea producir.

177

178 Caudal máximo (C_{max}): $4.2L/min=70ml/s$

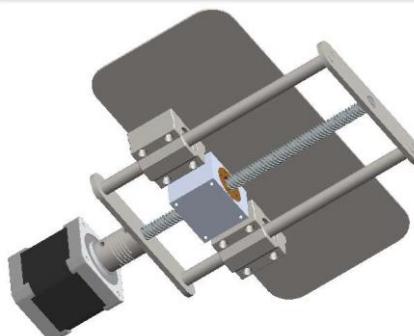
179 Volumen máximo de líquido dispensado (V_{dmax}): $200ml$

180 Tamaño de la manguera: $10mm$

181 $tl = V_{dmax} / C_{max} = 200ml / 70ml/s = 2.85s$ Ec. (6)

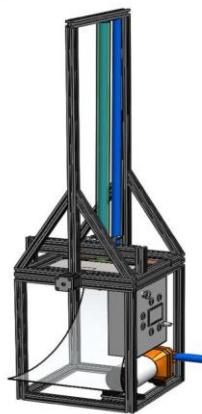
182

183 Sellado: El mecanismo consta de un tornillo con rosca ACME, movido a través de un
 184 motor a pasos, unidos por un cople de 5 x 8 mm, controlado electrónicamente por un
 185 controlador a4988 de Robodacta. El mecanismo final se muestra en la fig. (4):



186
187 **Figura 4. Configuración general del mecanismo de sellado.**
188

189 Estructura: Para la estructura principal se hizo uso del perfil de aluminio ranurado de
190 20x20 milímetros, unida con Tornillos M5 de 8 milímetros, Tuercas tipo T M5 Slider y
191 Hammer y Escuadras de aluminio para perfil de 20 milímetros. Como se muestra en
192 la fig. (5).



193
194 **Figura 5. Montaje global de la máquina**
195

196 Los sensores y demás elementos mecánicos y electrónicos se montaron en la
197 estructura teniendo en cuenta las ventajas del uso del perfil ranurado, por lo que para
198 la mayoría de los casos solo se requirieron escuadras, tornillos M5 y tuercas tipo t.
199 Dentro de los casos especiales están los sensores de límite del mecanismo de sellado
200 y el sensor óptico para el dosificado de empaque plástico.
201



202
203 **Figura 6. Implementación total de la máquina**

204 **3. Resultados y análisis**

205
 206 Validación de resultados: Conforme a los objetivos se realizaron actividades para
 207 comprobar si el dispositivo construido cumplía con los requerimientos. Todas las
 208 pruebas que se mencionan a continuación fueron realizadas en el laboratorio de
 209 Trabajo Terminal de mecatrónica en la UPIITA-IPN con condiciones de temperatura
 210 ambiente de entre 13°C y 25°C, usando tubo de polietileno de 5 cm de ancho.

211
 212 Dosificado de empaques plásticos: En esta área funcional se verificaron 2 aspectos,
 213 el primero fue que el gripper sujetara correctamente el tubo de polietileno para limitar
 214 su movimiento, y el segundo fue que el sensor de posición detectará correctamente
 215 que el empaque tenía el largo correcto.

216
 217 **Tabla 1. Resultados pruebas sensor de posición.**

| Lote | Empaques producidos | Detecciones con errores | Porcentaje de error |
|-------|---------------------|-------------------------|---------------------|
| 1 | 10 | 2 | 20% |
| 2 | 10 | 4 | 40% |
| 3 | 10 | 3 | 30% |
| 4 | 10 | 2 | 20% |
| Total | 40 | 11 | 28% |

218
 219 De acuerdo a los requerimientos, este sistema tiene que sellar herméticamente y cortar
 220 el empaque plástico, por lo que para verificar que efectivamente el sello cumpliera con
 221 esta característica se fabricaron 5 lotes de distinta cantidad de empaques. La
 222 temperatura que se configuró fue de 180°C con un tiempo de sellado de 5 segundos.

223
 224 **Tabla 2. Resultado de las pruebas de sellado.**

| Lote | Congeladas producidas | Sellos con errores | Porcentaje de error |
|-------|-----------------------|--------------------|---------------------|
| 1 | 5 | 1 | 20% |
| 2 | 10 | 1 | 10% |
| 3 | 10 | 1 | 10% |
| 4 | 15 | 2 | 13% |
| 5 | 20 | 1 | 5% |
| Total | 60 | 6 | 10% |

226
 227 En este aspecto correspondió evaluar que la cantidad de líquido en cada empaque
 228 estuviera dentro de la tolerancia de 4.5% que marca la NOM-002-SCFI-2011 para
 229 empaques de entre 100ml y 200ml.

230
 231
 232
 233
 234 **Tabla 3. Resultado de pruebas de dosificación de líquido**

| Lote | Muestra | Contenido [ml] | Error | Promedio [ml] |
|------|---------|----------------|-------|---------------|
| 1 | 1 | 159 | 3% | |
| 1 | 2 | 158 | 2% | |
| 1 | 3 | 161 | 4% | 159,33 |
| 2 | 1 | 160 | 3% | |
| 2 | 2 | 156 | 1% | |
| 2 | 3 | 158 | 2% | 158 |
| 3 | 1 | 154 | 1% | |
| 3 | 2 | 158 | 2% | |
| 3 | 3 | 159 | 3% | 157 |

235
236

237 La norma establece que para este tamaño de lote no debe haber muestras fuera de lo
 238 indicado y que su promedio debe ser igual o mayor al contenido neto declarado, por lo
 239 que se confirma que el dispositivo dosifica la cantidad de líquido adecuada.

240

241 4. Conclusiones

242

243 Dentro de los errores que hubo en el proyecto están los cálculos del tiempo de
 244 producción de un empaque y el del dimensionamiento del tubo de dosificado, que
 245 fueron inexactos debido a variables prácticas que no se tuvieron en cuenta en su
 246 momento, pero que surgieron durante la implementación. Además, el margen de error
 247 que se tuvo respecto sensor de posición implementado con el “limit switch” se debió a
 248 que fue un elemento introducido como parte de un rediseño al ver que el sensor
 249 propuesto originalmente no funcionó. Finalmente, de acuerdo a los resultados
 250 obtenidos en la validación, consideramos que los objetivos propuestos fueron
 251 alcanzados satisfactoriamente, pero que existe mucho espacio para la mejora; sobre
 252 todo si se planea retomar el proyecto a futuro.

253 5. Referencias

254 Información en línea

- 255 • [1] Dreser. (2007). *Bolis*. 2018, de Asihablamos Sitio web:
<https://www.asihablamos.com/word/palabra/Bolis.php>
- 256 Libros
- 257 • [2] Castillo González, A. (2006). *Empaquetador de paletas y congeladas*.
 México. Instituto Politécnico Nacional.
- 258 • [3] L. A. Mendoza, J. Ruiz Hidalgo y J. P. Sánchez González, (2006). *Diseño y*
 259 *construcción de una máquina para el llenado y tapado de botellas de plástico*.
 260 México. Instituto Politécnico Nacional.
- 261
- 262

APLICACIÓN MATEMÁTICA A TRAVÉS DE MÉTODOS FORMALES PARA DESARROLLO DE SOFTWARE

Esteban Sánchez Escarriola¹, Elva Bernal Rodríguez ^{2*}

¹Tecnológico de Estudios Superiores de Cuautitlán Izcalli, Av.Nopaltec

EN-POER048

Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo mostrar la aplicación de métodos formales, usando un lenguaje de especificación formal para la generación de aplicaciones desarrolladas en el aula como productos de calidad, a través de la notación y pruebas matemáticas, permitiendo establecer requisitos y especificaciones de un sistema que deberán validarse con el mundo real.

Los métodos formales se aplican en gran medida a la fase de especificación, para establecer políticas de seguridad, pruebas de correspondencia entre especificación y requisitos, entre otras; el trabajo en las aulas con miras a la aplicación de métodos formales impacta en gran medida a la fase de especificación, usando una base matemática soportada por un lenguaje de especificación formal.

Iniciando con descripción general del sistema se realiza un análisis de requerimientos y especificaciones no formales que servirán como base para la especificación formal, tomando como referente un modelo como la teoría de conjuntos, muy utilizada al diseñar una base de datos, con lo cual se llega al método que será verificable en un lenguaje de especificación formal.

Palabras clave: Aplicación, método, formal, desarrollo, software, matemática.

1. Introducción

Los niveles de madurez en el pensamiento lógico de los estudiantes son un factor determinante en el uso de un método formal para establecer las relaciones entre los componentes, funcionalidades y características de un sistema. Desde el análisis de requerimientos y en las siguientes etapas de construcción de un sistema, es importante la aplicación de los métodos formales para obtener mejores resultados que se reflejen en la calidad de funcionalidad de las aplicaciones.

Desde el aula, su estudio y aplicación en el desarrollo de prácticas y prototipos, los métodos formales son fácilmente aplicables bajo supervisión docente ya que se pueden detectar incongruencias o errores que pueden ser atendidas y corregidas en ese momento. Para su aprendizaje se requiere un procedimiento que permita la comprensión a través del uso de varios ejemplos de distintas situaciones a resolver.

Uno de los lenguajes más sencillos de aplicar en el modelado básico de los sistemas es el lenguaje de especificación Z; el cual permite plantear de manera clara la especificación de un sistema, generando modelos que definen el comportamiento en términos del “qué debe hacer” y no del “cómo lo hace”. Z es un lenguaje basados en modelos y estados el cual permite especificar el sistema mediante un concepto formal de estados y operaciones sobre los mismos. Los datos, relaciones y funciones se describen a detalle así mismo sus propiedades se expresan en lógica de primer orden. La semántica de este lenguaje está basada en la teoría de conjuntos (Tarkoma, 2003).

² *Autor para la correspondencia. E-mail: steve_mex_04@yahoo.com

48 2. Metodología o desarrollo

49 Existe variedad de metodologías de desarrollo, desde las tradicionales aplicadas a la
 50 programación estructurada hasta las metodologías ágiles, orientadas a la producción
 51 de software; cada una cuenta con un conjunto de fases: análisis de requerimientos,
 52 diseño, división de código y desarrollo entre otras, pero ninguna cuenta con una etapa
 53 donde se incluyan las especificaciones formales desde un punto de vista analítico que
 54 permita la verificación del desarrollo mediante la lógica y las matemáticas.

55 La aplicación de métodos formales ha dado como resultado, la creación de productos
 56 de software de mayor calidad, siendo una de las ventajas que aporta, aunque se debe
 57 trabajar más en la abstracción de las especificaciones a fin de representar expresiones
 58 formales que describan correctamente el funcionamiento del sistema.

59
 60 *Puesto que un método formal es una técnica basada en matemáticas, usada para
 61 describir las propiedades de sistemas de hardware o software. (J.M., 1990), es
 62 importante conocer su notación y sintaxis antes de aplicarlo; para la aplicación de ésta
 63 estrategia se cuenta con una serie de símbolos los cuales gran parte de ellos son
 64 conocidos y usados en la teoría de conjuntos, como se puede ver en la tabla 1 donde
 65 se presentan algunos de ellos.*

66
 67 **Tabla 1. Simbología Z**

| | |
|----------------------------------|--|
| Z | Conjunto de números enteros |
| N | Conjunto de números naturales |
| N1 | Conjunto de los números enteros positivos |
| A ∪ B | Unión de los conjuntos A y B |
| ∩ | Intersección de los conjuntos A y B |
| Ξ | Xi |
| ε ∈ | Pertenece, No pertenece |
| Ps | Conjunto potencia de S |
| =, >, ≥, >, ≤, =, ≠ | Operadores relationales |

68
 69 *En la metodología se propone un procedimiento aplicable en el aula el cual se puede
 70 insertar como una etapa más en cualquier metodología de desarrollo de sistemas
 71 como por ejemplo el ciclo de vida de desarrollo de un sistema (Kendall & Kendall,
 72 2011), en la cual se integran las siguientes etapas descritas en la tabla 2.*

73

74

75 *Tabla 2 Etapas de la metodología propuesta*

| | 1 | 2 | 3 | 4 |
|----------|--|--|----------------------------------|----------------------------------|
| A | <i>Planteamiento del problema</i> | | | |
| | <i>Análisis de requerimientos</i> <i>Elección de los métodos formales de acuerdo a los requerimientos</i> | | | |
| B | <i>Aplicación de métodos formales de acuerdo a los requerimientos propuestos</i> | <i>Propuesta de diseño de los componentes del sistema en base al método formal</i> | <i>Desarrollo o codificación</i> | <i>Pruebas de funcionamiento</i> |

76

Planteamiento del problema.

77 A continuación, se le presenta al grupo una problemática que se pueda modelar con
 78 un grado mínimo de dificultad a través de la aplicación del método formal.

80 “Se desea modelar un sistema que llevará la cuenta de alumnos inscritos en una
 81 asignatura”.

82 Como se puede observar, el planteamiento puede parecer muy sencillo, sin embargo,
 83 al irse desglosando se pueden ver sus elementos, la función y la interrelación entre
 84 cada uno.

Análisis de requerimientos.

86 A continuación, se enlistan los requerimientos y las condiciones que se plantean desde
 87 el inicio usando lenguaje coloquial.

- 88 • Una asignatura tiene un número máximo de alumnos inscritos
- 89 • El alumno se puede inscribir en una asignatura si ésta aún no se ha llenado
- 90 • Un alumno puede abandonar una materia.

Elección de los métodos formales de acuerdo a los requerimientos

91 Para modelar éste caso sencillo se elegirá el lenguaje formal Z, que permite llevar el
 92 planteamiento de los requerimientos de un lenguaje natural a un lenguaje formal.

93

94

95 **Aplicación de métodos formales de acuerdo a los requerimientos propuestos**

96 Dentro de la aplicación del método conjuntamos algunas tareas que será preciso
97 desarrollar antes de pasar a la propuesta de diseño de los componentes (CEMTIC,
98 2018).

- 99 1. Definición de variables y conjuntos necesarios
- 100 2. Definición de esquema “Asignatura”, el cual define el conjunto de inscritos y la
101 invariante.
- 102 3. Definición de esquema inicial, el cual define el estado inicial del sistema
- 103 4. Definición de esquema “ Δ Asignatura”, sobre la base del esquema “asignatura”
104 que describa los estados inicial y final.
- 105 5. Definir el esquema “Inscribir_Asignatura” que describe la operación de añadir
106 a un alumno a una asignatura.
- 107 6. Definir el esquema “Dejar_asignatura” que especifica la operación
108 correspondiente a la deserción de un alumno de la asignatura.
- 109 7. Definir el esquema “#Asignatura” sobre la base del esquema “Asignatura” que
110 no describe cambios en los estados inicial y final.
- 111 8. Definir el esquema “Tamaño_Asignatura” el cual describe el tamaño de la
112 asignatura.
- 113 9. Definir el esquema “Alumno_en_Asignatura”, el cual verifica que el alumno
114 está inscrito.

115 Una vez establecidas las tareas que debe cumplir el sistema, se procede al desarrollo
116 del ejemplo donde se aplica la simbología antes listada en la tabla 1.

117 1.-Definición de variables y conjuntos necesarios

- 118 ○ Se define el conjunto de alumnos [alumno]
- 119 ○ Se define la variable Limite_asignatura:N, la cual solo puede tomar
120 los valores {1,2,3,...}.
- 121 ○ Mensaje:= esta | no Esta (variable de tipo libre y de alcance global)

123 2.- Definición de esquema “Asignatura”, el cual define el conjunto de inscritos y la 124 invariante.

Asignatura

Inscrito: P Alumno

#Inscrito<=Limite_asignatura

125

126 P Alumno es el conjunto potencia de alumno, #Inscrito<=Limite_asignatura, representa
127 una proposición invariante.

128

3.-Definición de esquema inicial, el cual define el estado inicial del sistema.

Inicio

Asignatura

Inscrito= \emptyset

129

En el esquema se invoca al esquema Asignatura definido previamente

130

4.- Definición de esquema “ Δ Asignatura”, sobre la base del esquema “asignatura” que
131 describa los estados inicial y final.

132

Puntualizando que Δ Asignatura representa los cambios en asignatura, se define:

Asignatura'
Inscrito': P Alumno
 $\#Inscrito' \leq$
Límite_asignatura

- 133 *Asignatura'* representa el estado final de Asignatura, *#Inscrito'* representa el estado posterior a *#Inscrito* cumpliendo con la condición de no exceder el límite de inscripción, posteriormente se puede definir delta Asignatura.

ΔAsignatura
Asignatura
Asignatura'

- 136 *Delta asignatura* también se puede definir de la siguiente forma, en la que se muestra a detalle los estados del conjunto *P*, uno inicial y otro final de la inscripción.

ΔAsignatura
Inscrito: P Alumno
Inscrito': P Alumno
 $\#Inscrito \leq \text{Límite_asignatura}$
 $\#Inscrito' \leq \text{Límite_asignatura}$

- 138
 139 *5.- Definir el esquema “Inscribir_Asignatura” que describe la operación de añadir a un alumno a una asignatura.*

Inscribir_Asignatura
 $\Delta\text{Asignatura}$
 $X_2?: \text{Alumno}$
 $X_2?: \notin \text{Inscrito}$
 $\#Inscrito < \text{Límite_asignatura}$
 $\text{Inscrito}' = \text{Inscrito} \cup \{X_2?\}$

- 142 *6.- Definir el esquema “Dejar_asignatura” que especifica la operación correspondiente a la deserción de un alumno de la asignatura.*

Dejar_asignatura
 $\Delta\text{Asignatura}$
 $X_2?: \text{Alumno}$
 $X_2?: \in \text{Inscrito}$
 $\text{Inscrito}' = \text{Inscrito} \setminus \{X_2?\}$

- 144
 145 *7.- Definir el esquema “ΞAsignatura” sobre la base del esquema “Asignatura” que no describe cambios en los estados inicial y final.*

ΔAsignatura
Inscrito: P Alumno
Inscrito': P Alumno
 $\#Inscrito \leq$
Límite_asignatura
 $\#Inscrito' \leq$
Límite_asignatura

Inscrito' = Inscrito

147

148 8.- Definir el esquema “Tamaño_Asignatura” el cual describe el tamaño de la
 149 asignatura.

Tamaño_Asignatura
 $\exists \text{Asignatura}$
 $\text{Cantidad!} : N$
 $\text{Cantidad!} = \# \text{Inscrito}$

150

151 9.- Definir el esquema “Alumno_en_Asignatura”, el cual verifica que el alumno está
 152 inscrito.

Alumno_en_Asignatura
 $\exists \text{Asignatura}$
 $\text{Respuesta!} : Mensaje$
 $X_2? : \text{Alumno}$
 $X_2? : \in \text{Inscrito} \wedge \text{Respuesta!} = \text{esta})$
 $\quad \vee$
 $X_2? : \notin \text{Inscrito} \wedge \text{Respuesta!} = \text{no_esta})$

153

154 Como se puede observar en la representación se utiliza la simbología formal de lógica
 155 y conjuntos, cuando el esquema se encuentra listo, es posible su representación a
 156 través de herramientas de modelado, como por ejemplo las basadas en UML,
 157 posteriormente se procederá al desarrollo aplicando cualquier lenguaje de
 158 programación.

159

- 160 • Cada sección puede dividirse en diferentes subtemas, como el autor considere.
- 161 • Checar la guía para autores en relación a la forma de incluir, **tablas, figuras,**
gráficas y ecuaciones en el trabajo.
- 163 • Al referirse a una ecuación en el trabajo debe escribirse de la siguiente manera:
 Ec. (1) o bien Ecs. (1) - (5), en el caso de figuras: Fig. (1), o bien Figs. (1) - (5),
 164 en el caso de gráficas: Gr. (1) o bien Grs. (1) - (5) y en el caso de tablas: Tab.
 165 (1) o bien Tabs. (1) - (5).
- 166 • Todas las citas bibliográficas deben seguir el **formato APA.**

168

169 3. Resultados y análisis

170

171 Los sistemas de software complejos requieren una cuidadosa organización de la
 172 estructura arquitectónica de sus componentes, un modelo del sistema que suprima
 173 detalles de la implementación, y que permita al arquitecto concentrarse en los análisis
 174 y decisiones más importantes para estructurar el sistema y satisfacer sus requisitos
 175 (R. & D., 1997)

176

177 La estrategia aplicada ha servido como proceso didáctico en las materias de
 178 matemáticas discretas, programación, modelado de sistemas, ingeniería de software,
 179 entre otras para proponer soluciones computacionales a problemas del ámbito real

180 utilizando un lenguaje formal, con la finalidad de aprovechar y reforzar conocimientos
181 adquiridos en el área de ciencias básicas.

182
183 El método es aplicado por los estudiantes de ingeniería en sistemas computacionales
184 que ya están familiarizados con la simbología y estructuras aplicadas en los diferentes
185 niveles de matemáticas, resultando en un mejor planteamiento de problemáticas a
186 resolver así mismo en el mejoramiento de propuestas de solución, pudiendo relacionar
187 conocimientos previos de matemáticas con otros nuevos propios de cada materia de
188 su disciplina, específicamente las que tienen que ver con diseño y desarrollo de
189 aplicaciones computacionales, derivando en un aprendizaje integral significativo.
190
191

192 **4. Conclusiones**

193
194 El análisis de problemas y el establecimiento de las relaciones entre componentes en
195 las propuestas de solución, implica la aplicación de una estrategia a través del uso de
196 un lenguaje claro y entendible, para tal tarea se hace uso de nomenclaturas propuestas
197 en diferentes paradigmas de programación o modelado de sistemas, mismos que
198 representan para el estudiante una técnica que les ocupa más tiempo al adentrarse en
199 el conocimiento y aplicación de nuevas estructuras y sintaxis, pudiendo aprovechar los
200 conocimientos del leguaje formal aprendido en matemáticas desde los niveles básicos.
201

202 El trabajo resultante es un ejemplo básico de la aplicación de métodos formales en la
203 adquisición de competencias profesionales por parte de estudiantes de la carrera de
204 ingeniería en sistemas computacionales. La importancia de las matemáticas en esta
205 carrera de ingeniería juega un papel medular ya que a través de ella se obtienen
206 conocimientos básicos que fortalecen la aplicación de la lógica en la resolución de
207 problemas reales.
208
209

210 **5. Índice de referencias**

211

- 212
213 CEMTIC. (2018). *Ciencias de la computacion*. Obtenido de cemtic.org
214 J.M., W. (1990). A specifier introduction to formal methods. *Computer*, 8-22.
215 Kendall, K. E., & Kendall, J. (2011). *Analisis y desarrollo de Sistemas*. México: Prentice Hall.
216 Tarkoma, S. (2003). Specification Languages and Their Use. *semanticscholar*.
217

SISTEMA DE RECONOCIMIENTO DE VOZ

Judith Mayte Flores Pérez^{1,*}, Rosalba Nancy Rosas Fonseca² y Miguel de Nazareth Pineda Becerril.³

Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. Carretera Cuautitlán-Teoloyucan Km. 2.5, Col. San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcalli, Estado de México, CP. 54714 .

IM-POAI056

Resumen

El hombre desde sus inicios se ha sentido fascinado por sus capacidades cognitivas, de hablar y de escuchar, pues sin estas habilidades no podría comunicar sus ideas y pensamientos de forma fluida a la sociedad y quizás no se habría desarrollado como ser humano, gracias a esta fascinación, nace la inquietud de crear instrumentos capaces de reproducir y reconocer voz.

Actualmente los mayores referentes sobre desarrollos informáticos están haciendo investigación en esta área, ya que debido a la revolución tecnológica que se está viviendo es necesario interactuar con diversos sistemas robóticos en diferentes áreas.

El procesamiento digital de señales tiene una gran variedad de aplicaciones, una de las cuales es el reconocimiento de voz, que es el objeto de estudio de este trabajo.

El sistema de reconocimiento de voz que se presenta, consiste en obtener una señal de voz que permita reconocer que palabra se está hablando mediante el espectro de frecuencias de la señal de voz. Consta de una interfaz de usuario hecha en MATLAB, para la interacción por medio del micrófono de la computadora, la cual procesa los datos adquiridos.

Palabras clave: procesamiento, reconocimiento, voz, espectro, MATLAB.

1. Introducción

El ser humano desde sus inicios busca la manera de poderse comunicar mediante expresiones corporales, gestos y sonidos, pero el habla es una habilidad para comunicar fluidamente sus ideas y emociones. Es el medio de comunicación más empleado a nivel mundial, ya que al poco tiempo de haber nacido gran parte de la población busca su desarrollo, por tal motivo el habla se convierte en una herramienta para el desarrollo humano.

Hoy en día el avance tecnológico ha provocado la necesidad de comunicarnos con las máquinas mediante instrumentos capaces de reproducir y reconocer la voz, que permitan simplificar tareas e incluso ejecutarlas.

Un sistema de síntesis o sintetizador de voz es un instrumento que permite reproducir una señal acústica que imita la voz humana. Mientras que un sistema de análisis o reconocimiento de voz, se puede definir como cualquier mecanismo capaz de

¹ *Autor para la correspondencia. E-mail: mayte_fp@hotmail.com Tel. 55-13-85-69-06.

45 decodificar la señal acústica producida por el aparato fonador de un locutor. Tanto el
46 proceso de síntesis como el de reconocimiento automático del habla se sitúan en un
47 marco más general llamado procesamiento de voz, que incluye algunos problemas
48 como codificación de voz, traducción automática e identificación del locutor. Aunque
49 los objetivos de cada rama son distintos, comparten conceptos, formulaciones y
50 técnicas, lo cual sustenta al procesamiento de voz como disciplina autónoma
51 englobada en el procesamiento de señales.

52

53 El procesamiento de voz tiene como objetivo básico la comunicación hombre-máquina,
54 esta idea abarca muchas aplicaciones como: acceso a sistemas de información
55 automáticos, ayuda a discapacitados, traducción automática, transacciones bancarias
56 automáticas, control oral de sistemas, entre otras.

57

58 El propósito de este trabajo es permitir incursionar dentro del campo de reconocimiento
59 de voz, para posteriormente utilizarlo y resolver un problema real.

60

61 **2. Desarrollo**

62

63 A lo largo de los años la tecnología ha crecido a pasos agigantados y, por ende, la
64 sociedad ha tenido que conectarse a dichos avances tecnológicos. Un área donde se
65 está trabajando mucho es la biometría (Capacidad para establecer la identidad del ser
66 humano). Los sistemas biométricos consisten en reconocer a un individuo usando una
67 de sus características biológicas, psicológicas o de conducta.

68

69 Hay muchas características que pueden identificar a una persona como, huellas
70 dactilares, la retina y la voz.

71

72 Para poder realizar un sistema de reconocimiento de voz, se deben tener en cuenta
73 algunos aspectos como son: los fundamentos de la voz, el reconocimiento de la voz,
74 el diseño del sistema y la elección del software, que en este caso se utilizó MATLAB.

75

76 **2.1. MATLAB**

77

78 MATLAB es el nombre abreviado de “MATrix LABoratory” y es un lenguaje de alto nivel
79 y con un ambiente interactivo que permite realizar tareas intensas. Se especializa en
80 cálculos numéricos con vectores y matrices.

81

82 Su lenguaje está constituido por M-Code que se puede ejecutar de forma sencilla en
83 la línea de comandos. Pero la razón por la que se eligió este software para la
84 elaboración de este proyecto, son las herramientas que tiene para el procesamiento
85 de señales y en general, por el conjunto de funciones para el procesamiento digital.

86

87 Por otro lado, permite crear entornos gráficos con la GUIDE, con la cual se pueden
88 asociar funciones, así como manipular archivos, etc.

89

90 **2.2. Fundamentos de la voz**

91

92 El conjunto de órganos que intervienen en la producción de la voz, se le conoce como
93 aparato fonador, el cual está formado por pulmones (que dan el flujo de aire), la laringe,
94 la faringe, las cavidades oral y nasal y varios elementos articulatorios.

95

96 Por otro lado, la ciencia encargada del estudio del sonido, su producción, propagación
97 y percepción es la acústica. La rama que estudia la percepción del sonido es la
98 psicoacústica, donde los parámetros que se estudian aquí y que son perceptibles por
99 el ser humano son sonoridad, altura y duración, conceptos que en física están
100 relacionados con amplitud, frecuencia y tiempo.

101

102 Según Jackson-Menaldi (1992), desde el punto de vista de la física, el sonido es visto
103 como una onda de presión longitudinal producida por una fuente de vibración mecánica
104 que se propaga a través de un medio elástico.

105

106 Existen diversas representaciones gráficas para realizar estudios acústicos, dos de
107 ellos son: el espectrograma, que corresponde a una representación visual que permite
108 observar tanto las variaciones de frecuencia (eje vertical), como de intensidad a través
109 de los colores del sonido y el segundo es el oscilograma, que registra de forma gráfica
110 las fluctuaciones de amplitud a través del tiempo.

111

112 **2.3. Reconocimiento de voz**

113

114 El problema que se tiene que resolver para realizar un reconocimiento de voz es
115 identificar las palabras que se digan, sin importar quién es el hablante. Con esta
116 información se realiza un pre-procesado de las señales de voz, obteniendo
117 características importantes y finalmente obtener similitudes entre las palabras
118 habladas.

119

120 Para hacer un reconocimiento de voz, se deben de realizar varios pasos previos para
121 la recopilación de datos y procesar la voz, entre ellos se encuentran:

- 122 • Obtención de la voz
- 123 • Base datos.
- 124 • Parametrización

125

126 **2.3.1. Obtención de la voz**

127

128 Los micrófonos son transductores electroacústicos, que transforman la presión
129 acústica en energía eléctrica, y por medio de ellos la voz puede ser grabada. Cuando
130 el micrófono está operando causa una corriente eléctrica hacia la tarjeta de sonido,
131 donde el conversor A/D, graba los voltajes eléctricos en ciertos intervalos. En este
132 punto, se tienen que considerar tres aspectos para poder obtener las muestras de voz,

133 la primera es la tasa de muestreo (que tan seguido se graban los voltajes), la segunda
134 los bits por segundo (que tan exactamente son grabados los valores) y la tercera el
135 número de canales (en este caso es mono). (Velazquez ,2008).

136
137 Para obtener las muestras de voz a través del micrófono y que posteriormente sean
138 introducidas a MATLAB, se utiliza una instrucción llamada audiorecorder (Fs, nBits,
139 nChannels) que se encarga de generar un objeto de audio.

140
141 **2.3.2. Base de datos**

142
143 Para obtener la base de datos, se utilizan una serie de instrucciones básicas que
144 permiten obtener grabaciones en formato wav, posteriormente son guardadas en una
145 carpeta con el nombre de la palabra que se grabó, para así poder compararlas con la
146 palabra que introduzca el usuario.

147
148 La señal analógica obtenida se tiene que convertir a digital para que pueda ser
149 procesada por la computadora, lo cual se realiza mediante los procesos de muestreo
150 y cuantificación.

151
152 El muestreo consiste en convertir señales continuas a discretas en el tiempo y para
153 hacerlo, se debe medir la señal en momentos periódicos del tiempo y si se aumenta el
154 número de muestras, la señal muestreada es más parecida a la señal continua. Para
155 este caso se utiliza el criterio de Nyquist (para que la señal muestreada tenga la misma
156 información que la señal continua, debe pasar que la frecuencia de muestreo sea
157 mayor o igual a $2W$ (W es el ancho de banda)).

158
159 En la cuantificación (Muestreo y cuantificación, 2017) el valor de cada muestra de la
160 señal se representa como un valor que se elige de entre un conjunto finito de posibles
161 valores; y se conoce como error de cuantificación a la diferencia que existe entre la
162 señal de entrada sin cuantificar y la señal de salida ya cuantificada, por tal motivo, lo
163 que interesa es que dicho error sea lo más cercano a cero.

164
165 Para este proyecto se utilizó como frecuencia de muestreo 44100 Hz y una resolución
166 de 24 bits por muestra.

167
168 **2.3.3. Parametrización**

169
170 Los sonidos de la voz se pueden representar mediante un espectrograma que muestra
171 la distribución de energía sonora del sonido en función de la frecuencia, la forma en
172 que se obtienen los coeficientes cepstrales (coeficientes para la representación del
173 habla basados en la percepción auditiva humana) en MATLAB es utilizando la
174 transformada rápida de Fourier, la cual es un eficiente algoritmo que permite obtener
175 la transformada discreta e inversa de Fourier dados vectores de longitud N.

177 Para obtener los coeficientes característicos se optó por el cálculo del cepstrum
 178 utilizando Matlab y una vez calculados, se procede a normalizarlos para reducir
 179 variabilidades espectrales durante largos periodos de tiempo

180

181 **2.4. Diseño e implementación**

182

183 Para la elaboración de este sistema de reconocimiento de palabras por voz, se utilizó
 184 el Software de Matlab, ya que es muy amigable y cuenta con comandos específicos
 185 que facilitan la obtención de información, primero se desarrolló la interfaz gráfica (Ver
 186 Figura 1) la cual, cuenta con 3 apartados: grabar nueva palabra, grabar, reproducir y
 187 borrar y comparar las palabras.

188

189

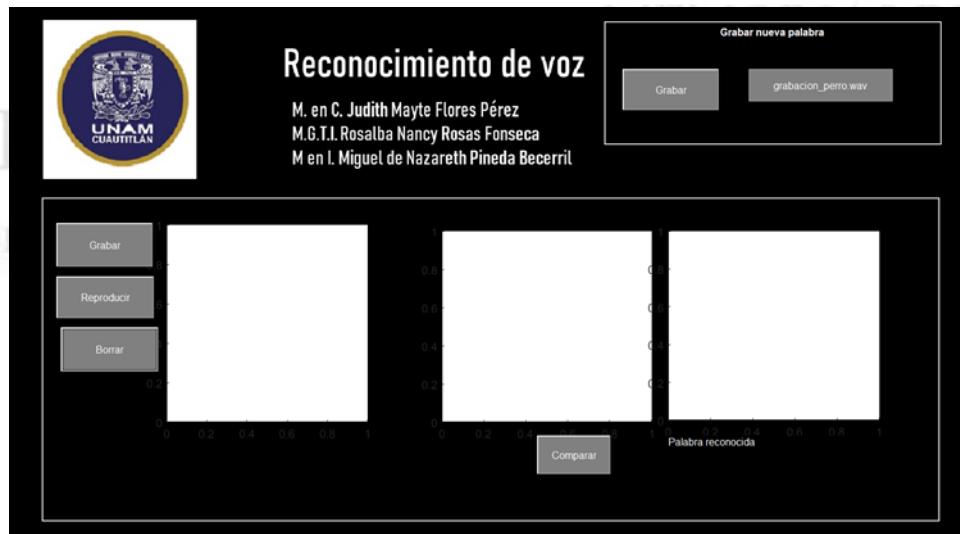
190

191

192

193

194



205 **Figura 1. Interfaz del sistema de reconocimiento de voz.**

206

207 El apartado para grabar una palabra nueva, consiste en que el usuario introduce el
 208 nombre de la nueva palabra a guardar con formato wav.

209

210 El apartado de grabar, reproducir y borrar, consiste en que el usuario deberá presionar
 211 el botón de grabar y decir alguna palabra que se encuentre ya almacenada en la base
 212 de datos y a continuación se colocará la gráfica del espectro del sonido efectuado. El
 213 botón reproducir nos permitirá escuchar la grabación y el botón borrar permitirá limpiar
 214 todas las ventanas.

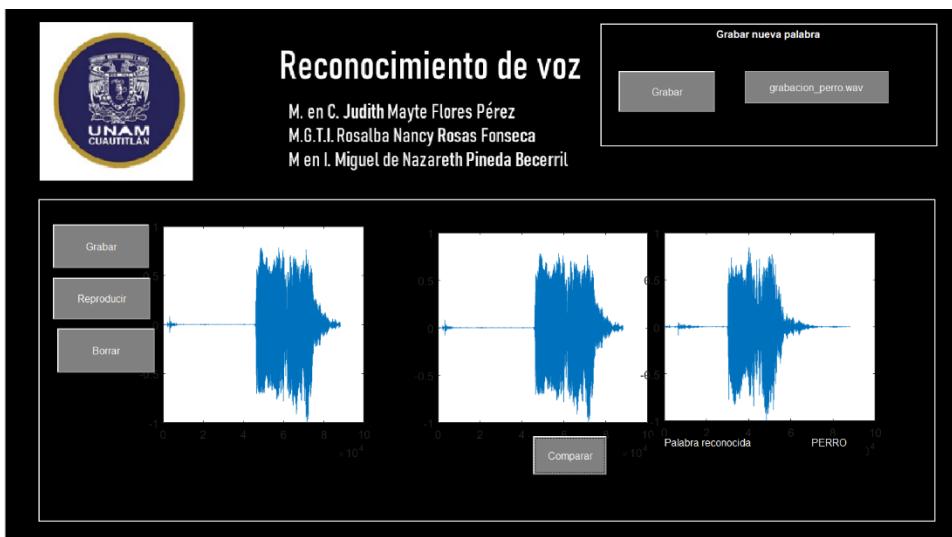
215

216 Finalmente, en el apartado de comparar, el usuario deberá presionar el botón
 217 comparar y este apartado se encarga de realizar la comparación de los espectros de
 218 ambos sonidos y si el error de cuantificación es casi cero, entonces nos mostrará en
 219 letra, la palabra reconocida (ver Figura 2).

220

221

222
 223
 224
 225
 226
 227



228
 229
 230
 231
 232
 233
 234
 235
 236
 237

Figura 2. Sistema de reconocimiento de voz funcionando.

238

3. Resultados y análisis

239

240 El sistema presentado en este trabajo presenta una probabilidad de acertar en el
 241 reconocimiento de las palabras en un 80%, esto se debe a dos factores importantes,
 242 en primer lugar a que en el fondo no debe existir ningún ruido para que al momento de
 243 ser grabada la palabra se distinga claramente y la comparación sea correcta y el
 244 segundo factor tiene que ver con el tiempo que se tiene para decir la palabra una vez
 245 presionado el botón de grabar (se tienen aproximadamente 2 segundos después de
 246 presionar el botón para decir la palabra).

247

248

4. Conclusiones

249

250

251 Con la elaboración de este sistema, puedo concluir que puede seguirse trabajando
 252 para poder convertirlo en un sistema de seguridad, que puede ser utilizado para abrir
 253 cajas fuertes, para alguna cárcel en la que se desee saber si el interno sigue en su
 254 celda cada determinado tiempo, etc.

255

256

257 Se ha aprendido que para realizar un sistema de reconocimiento de voz se necesitan
 258 muchas partes, tanto de software como de hardware, siendo el software de mayor
 259 importancia ya que si se realiza la elección correcta del mismo, todo lo demás es
 260 mucho más sencillo de realizar.

261

262

5. Índice de referencias

263

264

265 Jackson-Menaldi, M. (1992). La voz normal. Buenos Aires: Ed. Panamericana.

- 266 Genoveva. V. (2008). Sistema de reconocimiento de voz en MATLAB (Tesis de
267 Ingeniería). Universidad de San Carlos de Guatemala, Guatemala.
268
269 Muestreo y cuantificación (20 de octubre de 2017). Recuperado de:
270 <http://ceres.urg.es/~alumnos/luis/mycuan.html>.

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

IMPACTO DE FACTORES SOCIOECONÓMICOS EN DESERCIÓN DE MATEMÁTICAS EN EL ITSCS

José Misrhaim Sandoval Lozada^{1*}, Diego Mercado Tepichín² y José Frank Sandoval Lozada³

Instituto Tecnológico Superior de Ciudad Serdán. Av. Instituto Tecnológico S/N.

IN-POAP058

Resumen

La deserción escolar son problemas que aquejan a las Instituciones de Educación Superior, puesto que generan costos elevados para estas.

Es el caso del Tecnológico Nacional de México, el cual plasma su preocupación de generar estrategias efectivas de prevención de deserción escolar en su Programa Institucional de Innovación y Desarrollo 2013- 2018, en el objetivo 2 establece: Incrementar la cobertura, promover la inclusión y equidad educativa, por lo cual constituye como estrategia 2.2: Asegurar el acceso, permanencia y egreso de los estudiantes, por lo que en la línea de acción 2.2.5 tiene como objetivo: Establecer líneas de investigación educativa con la finalidad de conocer y resolver problemas de deserción de estudiantes.

Así mismo el ITS de Ciudad Serdán, comparte esta preocupación por generar estrategias efectivas que permitan disminuir los índices de deserción escolar, tomando como referencia las materias de ciencias básicas. En el Programa Institucional de Innovación y Desarrollo del ITS de Ciudad Serdán tiene como objetivo abatir los índices de deserción escolar del instituto, por lo que esta investigación contribuirá de manera significativa.

De acuerdo a estudios realizados en el año 2019 en el ITS de Ciudad Serdán, la reprobación es un factor que está correlacionado directamente al abandono escolar, por lo que es necesario conocer sus causas para implementar acciones y mitigarlas.

Por lo anterior se consideró realizar investigación educativa a nivel institucional con la finalidad de proponer e implementar estrategias que contribuyan a minimizar los índices de deserción, siendo un foco inminente las materias correspondientes a ciencias básicas, ya que, determinan la principal causa de reprobación en la institución.

Palabras clave: Deserción, ITSCS, Socioeconómicos, Causas, Reprobación, Factores.

1. Introducción

La presente investigación tiene como objetivo conocer si los factores pedagógicos y socioeconómicos son la principal causa de reprobación o deserción escolar en los alumnos del ITS de Ciudad Serdán, con la finalidad de proponer estrategias y recomendaciones que contribuyan en la prevención y disminución de la reprobación escolar esperando que impacten favorablemente en los índices de deserción escolar.

Con base en investigaciones previas realizadas en el ITS de Ciudad Serdán se sabe que la reprobación escolar es una de las principales causas de deserción. En el semestre Agosto- Diciembre 2016 se analizaron las principales causas de deserción escolar de mayor impacto en la institución, de acuerdo a la base de datos proporcionada por el departamento psicopedagógico, en el periodo Ene – Dic. 2015 se realizó su entrevista para trámite de baja 153 alumnos, del análisis realizado se encontró que las causas de deserción escolar son multifactoriales siendo las principales las ocasionadas por factores externos que no dependen directamente de

¹* Autor para la correspondencia. E-mail: msandoval@tecserdan.edu.mx Tel .245-10-43262

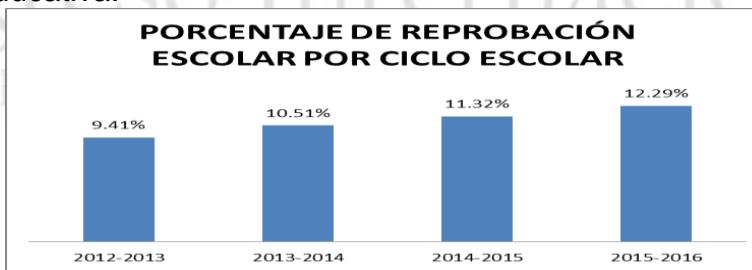
48 la Institución Educativa, por lo que son difíciles de controlar, ya que consisten en
49 aspectos personales del alumno. La principal causa de deserción escolar se debe a la
50 falta de vocación por la carrera elegida (17%), seguida de cambio de residencia (11%)
51 y en tercer lugar la reprobación con un porcentaje del 9.8%.

52

53 La reprobación, puede ser generada por una serie de factores interrelacionados, tanto
54 internos como externos al estudiante, como lo son sus características personales, por
55 variables de tipo académico, pedagógico, institucional, por el entorno social, familiar y
56 cultural, entre otros, por lo que es necesario conocer las causas internas concernientes
57 al sistema educativo, a fin de generar estrategias eficaces que se vean reflejadas
58 favorablemente en los indicadores de deserción escolar.

59

60 De acuerdo con los datos proporcionados por el departamento de servicios escolares,
61 se han incrementado los índices de reprobación escolar pasando del 9.41% en el ciclo
62 escolar 2012- 2013 a 12.29% en el Ciclo escolar 2015- 2016, por lo que es prioritario
63 realizar acciones que coadyuven a mitigar la reprobación escolar, a través de la
64 investigación educativa.



65

66 Gráfica. 1 Reprobación escolar desde el ciclo 2012 - 2013 hasta el ciclo 2015-2016 en el Instituto
67 Tecnológico Superior de Ciudad Serdán.

68

69 **2. Metodología o desarrollo**

70 **2.1 Metodología**

71 Con base en los resultados obtenidos se plantea usar una metodología descriptiva
72 correlacional, a fin de identificar si alguno de los factores socioeconómicos impacta
73 directamente en la reprobación.

74

75 Para definir la muestra de la población docente a estudiar se aplicará la técnica de
76 muestreo probabilístico. Para establecer la relación que pudieran tener los factores
77 socioeconómicos atribuidos al alumno en su rendimiento académico, específicamente
78 en la reprobación escolar, se considerarán las calificaciones finales, obtenidas en las
79 asignaturas correspondientes a matemáticas.

80

81 **2.2 Marco Referencial**

82

83 Dimensionar el concepto de deserción y reprobación escolar, así como encontrar
84 soluciones para estas, son objeto de algunas investigaciones, tanto a nivel nacional
85 como internacional. La definición del proceso mismo es altamente delicada y muchas
86 veces influida por el tipo de investigación que se realiza.

87

88 Tinto (1987) advierte que no definir las características y el proceso de deserción de
89 una manera concreta, podría llegar a tener implicaciones en el tipo de estrategias que
90 una institución puede seguir para tratar de solucionar y/o prevenir este tipo de
91 situaciones.

92

93 Betancur, L. (2008) clasifica las causas de deserción escolar en dos vertientes: causas
94 externas a la escuela (acciones que suceden fuera del entorno escolar, como la casa,
95 el interés del alumno, etc.) y las internas a la misma, donde la escuela misma provoca
96 la deserción escolar, ejemplo la reprobación de materias, expulsión o bien por la
97 inadaptación del estudiante a la estructura social de la institución, etc.

98

99 Díaz (2007) define deserción estudiantil como el abandono voluntario que puede ser
100 explicado por diferentes categorías de variables: socioeconómicas, individuales,
101 institucionales y académicas. Sin embargo, menciona que la forma de operar estas
102 variables depende del punto de vista con el que se realice el análisis; es decir,
103 individual, institucional, estatal o nacional.

104

105 La presente investigación estará enfocada en el estudio de la variable académica a
106 nivel institucional, ya que, como se menciona en la introducción la reprobación escolar
107 es la tercera causa de deserción en el ITS de Ciudad Serdán. El rendimiento
108 académico es uno de los indicadores del comportamiento del estudiante frente a
109 demandas específicas profesionales, por lo que implica un escenario previamente
110 montado por el sistema educativo para indicar a través de notas, parámetros o
111 calificaciones convencionales y arbitrarias, que tan competente es un alumno acerca
112 de un tema en particular. Extraído del manual del taller “Estrategias activas y
113 participativas, propuesta de mejora del rendimiento académico”, enero 2014, Conalep,
114 Puebla.

115

116 2.3 Fundamento teórico

117 En 1987, Tinto describió la deserción como un proceso compuesto por varios factores
118 tales como: una fallida integración al ámbito académico, compromiso del estudiante
119 con metas trazadas a nivel personal e institucional y las experiencias ganadas en la
120 institución educativa. Por este el último factor, es que esta investigación se enfoca a la
121 problemática del rendimiento académico en los estudiantes del ITS de Ciudad Serdán,
122 entendiendo este último como:

123

124 Según el diccionario de la Real Academia Española (RAE) “rendimiento” es la
125 proporción entre el resultado obtenido y los medios utilizados. Por otra parte,
126 académico de acuerdo con la RAE, es lo relativo a las academias. Por lo tanto,
127 podemos deducir que rendimiento académico es una medida de las capacidades del
128 alumno, que expresa lo que éste ha aprendido a lo largo del proceso formativo.

129

130 Según Jiménez (2000) lo define como “el nivel de conocimientos demostrados en un
131 área o materia comparado con la norma de edad y nivel académico”.

132 Considerando los conceptos anteriores hay que aclarar que se puede tener capacidad
133 intelectual, habilidades e incluso una buena actitud y no por ello estar obteniendo un
134 rendimiento académico adecuado.

135 Hablar de rendimiento académico es hablar de una conducta en un determinado
136 contexto; pero esta se construye al igual que las maneras de interpretar y significar la
137 realidad, y se da a partir de la dialéctica con otros sujetos y con la naturaleza (Pichon-
138 Rivière, 1985; Ana P. de Quiroga 1984,1991; J Racedo, 1997). En tal virtud, el
139 problema no es sólo del que aprende, de lo que aprende, ni de cómo lo aprende, si no
140 del que enseña, de lo que enseña (por qué y para qué) y de cómo lo enseña. El sujeto,
141 dice Pichon-Rivière, se construye en el interjuego dialéctico con el contexto que es
142 fundamentalmente social. Extraído del manual del taller “Estrategias activas y
143 participativas, propuesta de mejora del rendimiento académico”, enero 2014, Conalep,
144 Puebla.

145
146 Conocer los factores que influyen en el rendimiento académico no es tan sencillo, dado
147 que son multifactoriales e incluyen a los diferentes personajes que intervienen en el
148 proceso enseñanza aprendizaje: alumno, institución, docentes, contexto familiar y
149 social.

150
151 Así mismo Cascón, refiere que “el factor psicopedagógico que más peso tiene en la
152 predicción del rendimiento académico es la inteligencia.

153 Sin embargo, la inteligencia tiene diferentes connotaciones según (Pizarro y Crespo
154 2000) “la inteligencia humana no es una realidad fácilmente identificable, es un
155 constructo utilizado para estimar, explicar o evaluar algunas diferencias conductuales
156 entre las personas: éxitos / fracasos académicos, modos de relacionarse con los
157 demás, proyecciones de proyectos de vida, desarrollo de talentos, notas educativas,
158 resultados de test cognitivos, etc.”

159
160 El rendimiento académico integra diversos factores que inciden en el aprendiz y que
161 tiene que ver con el logro del estudiante en las tareas académicas, midiéndose en
162 términos de las calificaciones obtenidas por el estudiante en un período escolar.
163 (Garbanzo 2007).

164
165 Como podemos inferir el rendimiento académico no es lo mismo que la reprobación
166 escolar. Monge (2006) refiere que la reprobación consiste en no aprobar un
167 determinado grado o nivel. La reprobación se manifiesta en la calificación, es entonces
168 una representación numérica en la que se aparenta el logro real de las competencias
169 alcanzadas por un estudiante. Sin embargo, acreditar no significa necesariamente
170 aprender y reprobar no siempre es igual a no aprender, ya que en muchos casos los
171 maestros carecen de la preparación, el tiempo y los medios necesarios para hacer
172 buenas evaluaciones, por lo que la confiabilidad y validez de las que llevan a cabo
173 dejan mucho que desear, con la consecuencia inevitable de que es muy probable que
174 las decisiones basadas en tales evaluaciones no estén sólidamente sustentadas.

175
176 2.4 Factores relacionados con el rendimiento y fracaso escolar

177 Según Benítez, Giménez y Osicka, (2000) se consideran, entre otros, factores
178 socioeconómicos, la amplitud de los programas de estudio, las metodologías de
179 enseñanza utilizadas, la dificultad de emplear una enseñanza personalizada, los
180 conceptos previos que tienen los alumnos, así como el nivel de pensamiento formal de
181 los mismos.

182 Los resultados escolares se deben a factores internos a las escuelas, tales como:
183 características de los planteles y de personalidad de los maestros y alumnos, así como
184 a diversos procesos que se desarrollan en los centros escolares. (Schiefelbein y Farell,
185 1982 y 1984).

186 Durón y Oropeza (1999) mencionan la presencia de cuatro factores, los cuales son:
187

- 188 •Factores fisiológicos. Se sabe que afectan, aunque es difícil precisar en qué medida
189 lo hace cada uno de ellos, ya que por lo general están interactuando con otro tipo de
190 factores. Entre los que se incluyen en este grupo están: cambios hormonales por
191 modificaciones endocrinológicas, padecer deficiencias en los órganos de los sentidos,
192 desnutrición y problemas de peso y salud.
- 193 •Factores pedagógicos. Son aquellos aspectos que se relacionan con la calidad de la
194 enseñanza. Entre ellos están el número de alumnos por maestro, los métodos y
195 materiales didácticos utilizados, la motivación de los estudiantes y el tiempo dedicado
196 por los profesores a la preparación de sus clases.
- 197 •Factores psicológicos. Entre estos se cuentan algunos desórdenes en las funciones
198 psicológicas básicas, como son la percepción, la memoria y la conceptualización, los
199 cuales dificultan el aprendizaje.
- 200 •Factores sociológicos. Son aquellos que incluyen las características familiares y
201 socioeconómicas de los estudiantes, tales como la posición económica familiar, el nivel
202 de escolaridad y ocupación de los padres y la calidad del ambiente que rodea al
203 estudiante.

204 Podemos apreciar que la pedagogía juega un papel sumamente importante en el
205 desempeño docente. De acuerdo al Diccionario de la Lengua Española define a la
206 pedagogía como la ciencia que se ocupa de la educación y la enseñanza, cuyo objetivo
207 es proporcionar guías para planificar, ejecutar y evaluar procesos de enseñanza y
208 aprendizaje, aprovechando las aportaciones e influencias de diversas ciencias, como
209 la psicología, la sociología, la antropología, la filosofía, la historia y la medicina, entre
210 otras. Por lo tanto, el pedagogo es el profesional que ayuda a organizar mejores
211 sistemas y programas educativos, con el objeto de favorecer al máximo el desarrollo
212 de las personas y las sociedades. Estudia la educación en todas sus vertientes:
213 escolar, familiar, laboral, social y cultural.

214

221 Con base en los factores que presentan Durón y Oropeza, para esta investigación se
 222 decide enfocarse únicamente los factores socioeconómicos como tema de
 223 investigación.

224

225 3. Resultados y análisis

226

227 Se analizó la información obtenida de los resultados de la entrevista para el trámite de
 228 baja, en el periodo enero – diciembre 2015, encontrando que desertaron 153 alumnos,
 229 de los cuáles 54 son mujeres y 99 son hombres.

230

231 Tomando en consideración los semestres en los que los jóvenes tramitaron su baja se
 232 encontró que la mayoría desertó en los primeros semestres de la carrera, el 50%
 233 trámito su baja en el primer semestre, el 18% en segundo semestre, el 7% en tercer
 234 semestre, así mismo se observa que conforme avanzan los semestres la tendencia a
 235 desertar es menor.



236 Gráfica 2 Registro de alumnos que presentaron baja en el semestre Enero - Diciembre 2015,
 237 exemplificando el semestre que cursaban en el momento de ello.
 238

239



240 Gráfica 3 Registro de causas de baja en el periodo enero- diciembre 2016.
 241

242

243 En la gráfica 3 se puede observar las 3 causas que provocan la deserción escolar de
 244 los alumnos del ITS de Ciudad Serdán siendo la 3er causa la reprobación, dando pauta
 245 a poder ser investigada y analizada a fondo. Quedando en claro, que el rendimiento
 246 académico depende no sólo de las aptitudes intelectuales, sino de una serie de
 247 factores interrelacionados, tanto internos como externos al estudiante. Y que el
 248 rendimiento académico está condicionado de manera significativa por las
 249 características personales del estudiante, por variables de tipo académico,
 250 pedagógico, institucional, por el entorno social, familiar y cultural, entre otros, por lo
 251 que es necesario conocer si los factores socioeconómicos son la principal causa de

252 reprobación escolar; a fin de generar estrategias eficaces que se vean reflejados en
253 los indicadores de deserción escolar.

254

255 **4. Conclusiones**

256 Como se mencionó al inicio se realizó un análisis correlacional con respecto a los
257 factores de reprobación escolar vs factores socioeconómicos del alumno. Para dicho
258 análisis se realizó la segmentación por asignaturas en base a su homogeneidad,
259 quedando de la siguiente manera:

260 • Asignaturas de ciencias básicas.

261 • Asignatura de matemáticas para ingeniería.

262 De las 2 áreas de conocimiento, se detectó que en ellas existe una relación
263 estadísticamente significativa entre los factores socioeconómicos y la reprobación
264 escolar; siendo el área de conocimiento de las asignaturas de matemáticas, donde se
265 encontró una relación estadísticamente significativa; sin embargo, la motivación solo
266 influye en el 18.68% de la reprobación escolar y la comunicación en un 15.64%.

267

268 El análisis de los 12 docentes y las asignaturas que implican el manejo de matemáticas
269 de manera generalizada, indica que los factores socioeconómicos en relación a la
270 reprobación escolar, si representa una relación estadísticamente significativa, debido
271 que, el modelo de regresión explica que el 58.16% muestra que los factores
272 socioeconómicos en los alumnos del Instituto Tecnológico Superior de Ciudad Serdán
273 son de gran impacto en su desempeño académico en materias de ciencias básicas y
274 matemáticas, así mismo, solo el 12.98% de la reprobación escolar es directamente
275 influida por la motivación y que solo el 14.39% de la reprobación escolar es
276 directamente influida por la comunicación.

277

278 Por lo anterior, establece que el Instituto Tecnológico Superior de Ciudad Serdán, debe
279 implementar las siguientes estrategias:

- 280 • Aplicar el test de factores socioeconómicos a alumnos de nuevo ingreso año
281 con año, con el fin de detectar casos con riesgo de deserción.
- 282 • Los casos detectados se canalizarán a los departamentos correspondientes
283 para un seguimiento correcto del problema (Dpto. psicopedagógico,
284 profesores tutores o Dptos. académicos correspondientes).
- 285 • Establecer un contrato de compromiso con los alumnos para incrementar su
286 estado de pertenencia con la institución.
- 287 • Propiciar convenios de colaboración con empresas de transporte público, para
288 aplicar acciones que permitan impactar el aspecto económico de los alumnos.
- 289 • Realizar un seguimiento preciso de los programas de becas para realizar los
290 trámites pertinentes en tiempo y forma.
- 291 • Establecer un programa de adaptación previo al ingreso de los alumnos.
- 292 • Brindar actividades atractivas a los alumnos que complementen su
293 personalidad y que incentiven su creatividad.

294 **Final del extenso**

295

296 **Agradecimientos**

297

- 298 • A los colaboradores por su esfuerzo, dedicación y trabajo, ya que, sin ellos, la
299 elaboración de esta investigación no hubiera sido posible.
- 300 • Al Instituto Tecnológico Superior de Ciudad Serdán por las facilidades prestadas
301 para la generación de este estudio.
- 302 • A los departamentos de Dirección académica y Desarrollo académico del
303 Instituto Tecnológico Superior de Ciudad Serdán, facilitadores para la
304 implementación de estrategias vitales para el trabajo realizado.
- 305 • A los docentes y alumnos del instituto por su valiosa colaboración y disposición.

306

307 **Nomenclatura**

308

ITSCS Instituto Tecnológico Superior de Ciudad Serdán

ITS Instituto Tecnológico Superior

309

310 **Índice de referencias**

311 Libros

- 312 • Whetten, D.& Cameron, K. "Desarrollo de Habilidades Directivas". Ed. Pearson,
313 México
- 314 • TINTO, V. "Definir la deserción: Una cuestión de perspectiva", agosto 2016.
315 Disponible en <https://www.researchgate.net/publication/252868573>
- 316 • Castro, S., Paternina, A., Gutiérrez, M. (2014) "Factores pedagógicos
317 relacionados con el rendimiento académico en estudiantes de cinco
318 instituciones educativas del distrito de Santa Marta, Colombia" Revista
319 Intercontinental de Psicología y Educación, vol. 16, núm. 2, julio-diciembre,
320 2014, pp. 151-169, Universidad Intercontinental, Distrito Federal, México
- 321 • Avendaño O.W. 1990. "La Reprobación Escolar ". Ed. DESE. Madrid,
322 España.Pg.143

323

324 Tesis

- 325 • Cota, L. & Pérez, A. (2002). Comprobación de estrategias didácticas para elevar
326 el rendimiento académico de la asignatura de matemáticas, específicamente en
327 el tema del álgebra. Tesis de Licenciatura. Instituto Tecnológico de Sonora.
328 Ciudad Obregón, México.
- 329 Manual "Estrategias Activas y Participativas. Propuesta de Mejora del Rendimiento
330 Académico". Enero 2014, Conalep, Puebla. del álgebra. Tesis de Licenciatura.
331 Instituto Tecnológico de Sonora. Ciudad Obregón, México.

APLICACIÓN DEL CÁLCULO DIFERENCIAL PARA MODELAR EXPERIMENTOS EN INGENIERÍA QUÍMICA

Rodolfo Guadalupe Alcántara Rosales^{1,*}, Hugo Moreno Reyes²

¹Tecnológico de Estudio Superiores de Jilotepec adscrito a la Div. Ing. Química.

²Centro Interdisciplinario en Investigación y Docencia en Educación Técnica.

IN-POAM059

Resumen

Los objetivos actuales en la didáctica para la enseñanza de las matemáticas, es lograr que los estudiantes de las carreras de ingeniería sean capaces de entender y resolver problemas científicos y propias de su profesión; desarrollar las habilidades de un pensamiento lógico y matemático, de un pensamiento crítico, intuición y abstracción, así como comprensión y expresión mediante la utilización de símbolos matemáticos.

En el modelo educativo basado en competencias profesionales, el papel del docente se centra en promover aprendizajes significativos y duraderos en sus estudiantes, eligiendo para ello las estrategias, medios y actividades de aprendizaje adecuadas. En el caso del estudiante, su propósito es la construcción de conocimiento con sentido y significado propio que le permitan, en un momento dado, utilizarlo de manera concreta en la solución de situaciones que le demande su formación y vida profesional.

El presente trabajo, muestra el uso de la modelación matemática como la transformación de un problema real a notaciones y representaciones matemáticas, donde la función obtenida a partir de datos experimentales, permiten conocer el comportamiento térmico de tres sustancias cuando son calentadas hasta el punto de ebullición. Para la elaboración de esta práctica en la asignatura de Cálculo Diferencial en el tema de funciones, se basó en el modelo de los cuadrantes cerebrales y la forma como se aprende de Kolb (1984), que se relaciona con los estilos de aprendizaje de los estudiantes y el de Van Hiele (1957) basada en la psicología de la Gestalt, que nos dice en forma sencilla que el todo es más que la simple suma de sus partes; la cual a su vez se basa en la teoría de las percepciones, porque consideran que el conocimiento matemático entra por los sentidos.

Palabras clave: Didáctica, enseñanza, aprendizaje, modelación, cuadrantes, percepciones.

1. Introducción

Los objetivos actuales en la didáctica para la enseñanza de las matemáticas, es lograr que los estudiantes de las carreras de ingeniería sean capaces de entender y resolver problemas científicos y propias de su profesión; desarrollar las habilidades de un pensamiento lógico y matemático, de un pensamiento crítico, intuición y abstracción, así como comprensión y expresión mediante la utilización de símbolos matemáticos. Este artículo presenta una aplicación de la modelación matemática en experimentos de ingeniería química, como resultado de la investigación educativa que se ha desarrollado en el campo de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, particularmente del cálculo diferencial.

Aprender matemáticas es diferente con respecto a otras áreas del conocimiento, como las sociales o de la salud. El aprendizaje de las matemáticas requiere de un vocabulario especial donde se usan símbolos y conceptos que son necesarios aplicar en la solución de problemas. El aprendizaje de las matemáticas no se simplifica a leer, asistir a clases y estudiar; es necesario desarrollar las capacidades del pensamiento que permitan transitar de la realidad a la abstracción y nuevamente a la realidad.

¹* Autor para la correspondencia. E-mail: roaltep@gmail.com

50

51 Donde se ha analizado un problema o sistema físico, químico o de ingeniería, que
52 permita relacionar las variables involucradas mediante modelos matemáticos y con las
53 metodologías adecuadas, llegar a resultados numéricos para su interpretación y de
54 esta forma entender o cambiar esa realidad en estudio. Realmente, el alumno no es
55 un receptor pasivo, sino que se debe considerar, en esta perspectiva, como un
56 constructor activo del conocimiento.

57 Sin embargo, en nuestro sistema educativo, desde el nivel básico se aprecian
58 dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, repercutiendo en el nivel superior,
59 sobre todo en las áreas de ingeniería. De acuerdo con la OCDE (2015), los resultados
60 PISA ubican a nuestro país con un puntaje promedio de 416 puntos, por debajo de los
61 493 promedio que establece la OCDE.

62 Si bien en el nivel superior, no es posible ahondar en corregir deficiencias de
63 aprendizaje de los niveles anteriores, el profesor debe conocer las causas y
64 características de las dificultades para poder tratarlas adecuadamente, tal como lo
65 establece Fernández (2013). El aprendizaje matemático implica un diálogo entre los
66 conocimientos previos y los nuevos, como lo refiere Riviere (1990).

67 De acuerdo con la información de la revista digital para profesionales de la enseñanza
68 (2018) "Las dificultades aritméticas se caracterizan por un rendimiento en el cálculo o
69 el razonamiento matemático que está por debajo de lo esperado en función de la edad
70 cronológica, el coeficiente intelectual y la escolaridad que ha seguido un estudiante".

71 En un modelo por competencias de acuerdo con Fernández (2013), "en el aprendizaje
72 de las Matemáticas, la idea es partir de actividades simples que los alumnos puedan
73 manipular para poder descubrir por sí mismos las posibles soluciones; por tanto, el
74 aprendizaje iría de lo concreto y manipulativo a lo abstracto. Este nuevo método está
75 enfocado al razonamiento y a la comprensión; los alumnos antes de resolver un
76 determinado problema van a tener que razonar, extraer los datos fundamentales y
77 luego pensar en las operaciones que pueden ayudarles a resolver la situación".

78 De acuerdo con el modelo educativo que prevalece en el Tecnológico Nacional de
79 México (TECNM) al cual pertenece el Tecnológico de Estudios Superiores de Jiutepec
80 (TESJI), se destaca la importancia del desarrollo de las competencias matemáticas.

81 Para cursar la asignatura de Cálculo Diferencial, las competencias previas que debe
82 tener el estudiante son: Manejar operaciones algebraicas y trascendentales básicas,
83 productos notables y factorización, resolver ecuaciones de primer y segundo grado
84 con una incógnita, resolver ecuaciones simultáneas con dos incógnitas, manejar
85 razones e identidades trigonométricas, identificar los lugares geométricos que
86 representan rectas o cónicas.

87 El proceso de modelación involucra una serie de procedimientos, como lo muestra la
88 figura 1, a saber: elección del tema; reconocimiento de la situación/problema
89 (delimitación del problema); familiarización con el tema que va a ser modelado
90 (referencial teórico); formulación del problema (hipótesis); formulación de un modelo
91 matemático (desarrollo); resolución del problema a partir del modelo (aplicación);
92 interpretación de la solución y validación del modelo (evaluación).

93

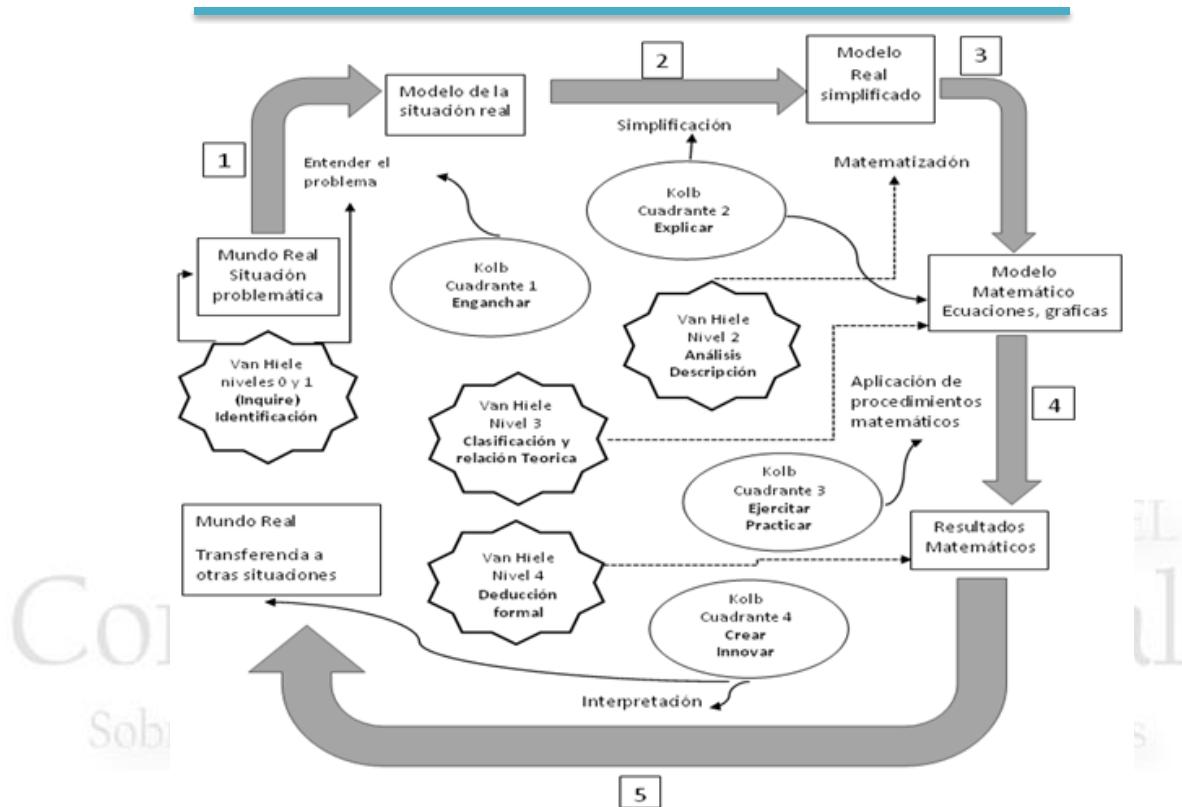


Figura 1. Modelo de los cuatro cuadrantes

2. Metodología o desarrollo

2.1 Aplicación del modelo de los cuatro cuadrantes

2.1.1 Entendiendo el problema

Problema. Se requiere construir el modelo matemático del comportamiento térmico de cuatro sustancias hasta el punto de ebullición. Las sustancias empleadas son:

- ALCOHOL
- ACEITE COMESTIBLE
- ACEITE AUTOMÓVIL
- AGUA

Para determinar la temperatura de ebullición, se utiliza una parrilla eléctrica, se calientan las sustancias en un vaso de precipitados en intervalos de tiempo establecidos por el alumno hasta llegar al valor máximo de temperatura.



115

116

117

118

119 2.1.2 Simplificar

120

121 En este sentido el alumno simplifica el problema al considerar que la temperatura de
122 ebullición es aquella a la cual la presión de vapor del líquido es igual a la presión
123 externa. En este punto, el vapor no solamente proviene de la superficie, sino que
124 también se forma en el interior del líquido produciendo burbujas y turbulencia que es
125 característica de la ebullición. La temperatura de ebullición permanece constante hasta
126 que todo el líquido se haya evaporado. El punto de ebullición que se mide cuando la
127 presión externa es de 1 atm (atmósfera que es la presión al nivel del mar) se denomina
128 temperatura normal de ebullición y se sobreentiende que los valores que aparecen en
129 las tablas son puntos normales de ebullición.

130 2.1.3 Matematizar

131 En esta etapa, el estudiante empieza a experimentar para capturar datos que le
132 permitan obtener la información necesaria para elaborar el modelo matemático que
133 describa el sistema en estudio. El procedimiento es determinar la temperatura de
134 ebullición, calentando las sustancias y registrando la temperatura de cada una de ellas,
135 tal como lo muestra la figura 3 y las tablas mostradas. En este caso, el dominio es el
136 tiempo (t) y el contra dominio la temperatura medida (T).
137
138



Figura 3. Calentamiento de sustancias Fuente: propia

Tabla 1. Temperaturas obtenidas para el agua Fuente: Elaboración propia.

| | | | | | | | | | | | |
|---------------|----|-----|-----|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|
| <i>t(min)</i> | 0 | 2.2 | 4.3 | 5.49 | 6.35 | 7.23 | 8.15 | 9.22 | 10.07 | 10.66 | 13.42 |
| <i>T(°C)</i> | 21 | 37 | 50 | 62 | 65 | 77 | 80 | 84 | 88 | 90 | 91 |

Tabla 2. Temperaturas obtenidas para el alcohol. Fuente: Elaboración propia.

| | | | | | | | |
|---------------|----|------|------|------|------|------|---------------------|
| <i>t(min)</i> | 0 | 1.52 | 3.12 | 3.41 | 3.58 | 4.23 | 5.35 ¹⁴⁷ |
| <i>T(°C)</i> | 21 | 30 | 45 | 60 | 70 | 70 | 70 |

Tabla 3. Temperaturas obtenidas para el aceite de cocina. Fuente: Elaboración propia.

| | | | | | | | | | | | |
|---------------|------|------|------|------|------|------|------|-----|------|------|-------|
| <i>t(min)</i> | 0 | 3.35 | 3.42 | 4.46 | 4.50 | 5.12 | 5.30 | 6.8 | 10.7 | 13.1 | 16.02 |
| <i>T(°C)</i> | 22.5 | 32 | 50 | 62 | 70 | 80 | 90 | 100 | 150 | 170 | 192 |

Tabla 4. Temperaturas obtenidas para el aceite de automóvil. Fuente: Elaboración propia

| | | | | | | | | | | | |
|---------------|----|-----|-----|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|
| <i>t(min)</i> | 0 | 2.2 | 4.3 | 5.49 | 6.35 | 7.23 | 8.15 | 9.22 | 10.07 | 10.66 | 13.42 |
| <i>T(°C)</i> | 21 | 37 | 50 | 62 | 65 | 77 | 80 | 84 | 88 | 90 | 91 |

2.1.4 Elaboración del modelo matemático

Para obtener el modelo matemático, se utilizó el método de interpolación, ya que al tener un conjunto de pares (t_k, T_k) los cuales permiten obtener una función $f(t_k) = T_k$, de tal manera que se pueden determinar valores de temperatura en tiempos intermedios no obtenidos experimentalmente. Por otro lado, con la interpolación es posible

163 construir el modelo matemático en forma analítica y gráfica; los alumnos procedieron
 164 a utilizar el método de Lagrange de grado $n=10$ para cada sustancia en estudio,
 165 utilizando:

166

167 $T(t) = \sum_{j=0}^n f(t_j)L_j(t)$ para obtener el polinomio de la Temperatura y

168

169 $L_j(t) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^n (x - x_j)/(x_j - x_k)$ que permite determinar los coeficientes de Lagrange.

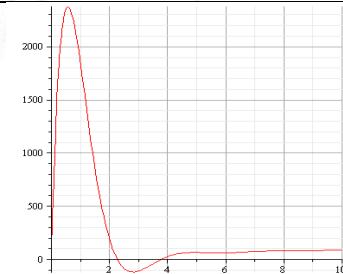
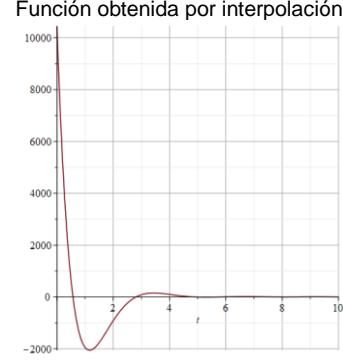
170

Así es posible construir la función de comportamiento de temperatura de cada sustancia hasta llegar a su punto de ebullición. En la tabla 5, se muestran los modelos obtenidos con sus respectivas gráficas, la derivada, los puntos críticos igualando la derivada obtenida a cero y con el criterio de la segunda derivada comprobar cual es máximo y mínimo para cada sustancia, apoyados con el uso del software Maple®. A partir de estos resultados se puede conocer la razón de cambio en los instantes de tiempo que se ubiquen dentro del rango con la aplicación de la derivada y en su caso el punto máximo de ebullición con el criterio de los máximos y mínimos.

171

172

173 **Tabla 5. Modelo matemático y gráfica de cada sustancia. Fuente: Elaboración propia.**

| MODELO ANALÍTICO | | GRÁFICA | |
|--|------------------------------|---|---------------------------|
| Tempagua=10451.18622*t + 21.00000000 - 0.0002625263999*t^10 + 9988.614231*t^3 - 3529.228178*t^4 + 771.7405343*t^5 - 108.8678533*t^6 + 9.945044500*t^7 - 0.5689227829*t^8 + 0.01853616268*t^9 - 15760.42485*t^2 | |  | |
| PUNTOS CRÍTICOS (CRITERIO PRIMER DERIVADA) | | Función obtenida por interpolación | |
| Tempagua'=10451.18622 - 0.002625263999*t^9 + 29965.84269*t^2 - 14116.91271*t^3 + 3858.702672*t^4 - 653.2071198*t^5 + 69.61531150*t^6 - 4.551382263*t^7 + 0.1668254641*t^8 - 31520.84970*t = 0 | |  | |
| MÁXIMO Y MÍNIMOS (CRITERIO SEGUNDA DERIVADA) | | Representación de la primera derivada | |
| Se evalúa cada punto crítico en la segunda derivada dada por | | | |
| Tempagua''= 59931.68538*t - 42350.73813*t^2 + 15434.81069*t^3 - 3266.035599*t^4 + 417.6918690*t^5 - 31.85967584*t^6 + 1.334603713*t^7 - 0.02362737599*t^8 - 31520.84970 | | | |
| Punto crítico | Máximo o mínimo | Punto crítico | Máximo o mínimo |
| 0.5672344707 | -8649.70462 MÁXIMO | 8.256528887 | 4.16530 mímimo |
| 2.805268204 | 572.45920 mímimo | 10.02237151 | -11.48370 MÁXIMO |
| 4.928149836 | -46.04166 MÁXIMO | 10.31065511 | 16.63430 mímimo |
| 5.781287608 | 25.87666 mímimo | 12.89082586 | -3108.90970 MÁXIMO |
| 7.983845356 | -4.30570 MÁXIMO | | |

Tempalcohol=-1486.743895*t+21.00000001 -1754.134409*t^3+557.8185192*t^4-
 5.02202071*t^5+4.987559673*t^6+ 2631.474480*t^2

PUNTOS CRÍTICOS (CRITERIO PRIMER DERIVADA)

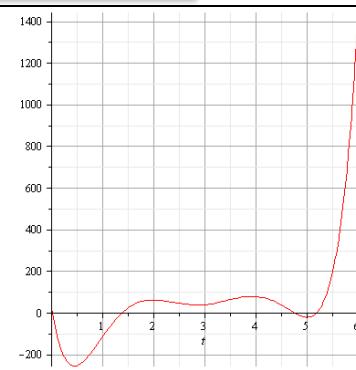
Tempalcohol'=-1486.743895 - 5262.403227*t^2 + 2231.274077*t^3 - 425.1101036*t^4 +
 29.92535804*t^5 + 5262.948960*t = 0

MÁXIMO Y MÍNIMOS (CRITERIO SEGUNDA DERIVADA)

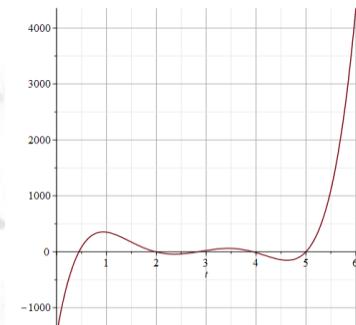
Se evalúa cada punto crítico en la segunda derivada dada por

Tempalcohol'' = 5262.948960 - 10524.80645*t + 6693.822231*t^2 - 1700.440414*t^3 +
 149.6267902*t^4

| Punto crítico | Máximo o mínimo | Punto crítico | Máximo o mínimo |
|---------------|-----------------------|---------------|----------------------|
| 0.4486234676 | 1741.018551mínimo | 3.933630750 | - 236.86657MÁXIMO |
| 1.980545751 | - 233.154333MÁXIMO | 4.999884793 | 945.73905mínimo |
| 2.842996687 | 145.369181mínimo | | |



Función obtenida por interpolación



Representación de la primera derivada

Tempaceitecas = 22.50000000 + 106.9178961*t^8 - 3.667812531*t^9 +
 0.05366697628*t^10 - 1.243335604*t^10*t^3 + 477833.9587*t^4 - 114345.8439*t^5 +
 17626.04248*t^6 - 1745.876927*t^7 + 1.832089689*t^10*t^2 - 1.167233461*t^10*t

PUNTOS CRÍTICOS (CRITERIO PRIMER DERIVADA)

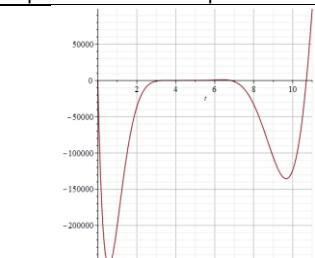
Tempaceitecas'= 855.3431688*t^7 - 33.01031278*t^8 + 0.5366697628*t^9 -
 3.730006812*t^10*t^2 + 1.911335835*t^10*t^3 - 571729.2195*t^4 + 105756.2549*t^5 -
 12221.13849*t^6 + 3.664179378*t^10*t^2 - 1.167233461*t^10

MÁXIMO Y MÍNIMOS (CRITERIO SEGUNDA DERIVADA)

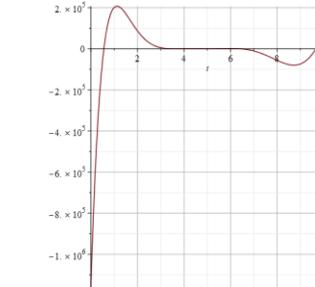
Se evalúa cada punto crítico en la segunda derivada dada por

Tempaceitecas''= 5987.402182*t^6 - 264.0825022*t^7 + 4.830027865*t^8 -
 7.460013624*t^10*t^2 + 5.734007505*t^10*t^3 - 2.286916878*t^10*t^4 +
 528781.2745*t^14 - 73326.83094*t^5 + 3.664179378*t^10

| Punto crítico | Máximo o mínimo | Punto crítico | Máximo o mínimo |
|---------------|---------------------|---------------|--------------------|
| 0.5601361863 | 930893.711mínimo | 5.156990447 | 790.878mínimo |
| 3.445557668 | - 3340.202MÁXIMO | 6.401358786 | -7869.922MÁXIMO |
| 3.937304904 | 1221.488mínimo | 9.663612270 | 184646.378mínimo |
| 4.777776028 | -601.522MÁXIMO | 12.30164100 | -1157410.622MÁXIMO |
| | | 15.26516744 | 16481759.38mínimo |



Función obtenida por interpolación



Representación de la primera derivada

Tempaceiteauto = -15760.42485*t^2 + 10451.18622*t + 9988.614231*t^3 - 3529.228178*t^4 + 771.7405343*t^5 - 108.8678533*t^6 + 9.945044500*t^7 - 0.5689227829*t^8 + 0.01853616268*t^9 - 0.0002625263999*t^10 + 21.000000000

PUNTOS CRÍTICOS (CRITERIO PRIMER DERIVADA)

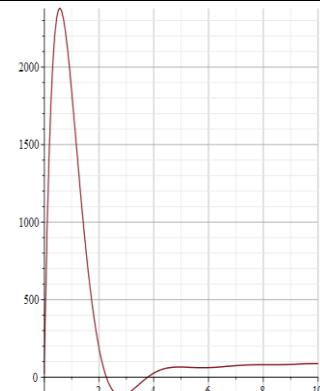
Tempaceiteauto' = -31520.84970*t + 10451.18622 + 29965.84269*t^2 - 14116.91271*t^3 + 3858.702672*t^4 - 653.2071198*t^5 + 69.61531150*t^6 - 4.551382263*t^7 + 0.1668254641*t^8 - 0.002625263999*t^9

MÁXIMO Y MÍNIMOS (CRITERIO SEGUNDA DERIVADA)

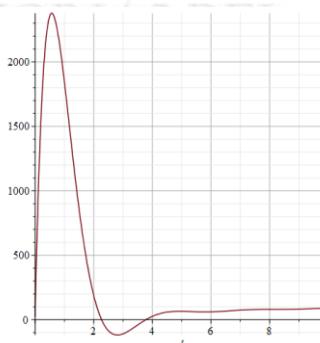
Se evalúa cada punto crítico en la segunda derivada dada por

Tempaceiteauto'' = -31520.84970*t + 10451.18622 + 29965.84269*t^2 - 14116.91271*t^3 + 3858.702672*t^4 - 653.2071198*t^5 + 69.61531150*t^6 - 4.551382263*t^7 + 0.1668254641*t^8 - 0.002625263999*t^9

| Punto crítico | Máximo o mínimo | Punto crítico | Máximo o mínimo |
|---------------|----------------------|---------------|-----------------|
| 0.5672344707 | -.288419442e-5MÁXIMO | 8.256528887 | 0.16e-2mínimo |
| 2.805268204 | -.5183e-4MÁXIMO | 10.02237151 | -.49e-1MÁXIMO |
| 4.928149836 | -.139e-3MÁXIMO | 10.31065511 | -.35e-1MÁXIMO |
| 5.781287608 | -.35e-3MÁXIMO | 12.89082586 | 0.108mínimo |
| 7.983845356 | 0.64e-2mínimo | | |



Función obtenida por interpolación



Representación de la primera derivada

180

3. Resultados y análisis

181 En esta etapa final, el estudiante debe interpretar cada una de las gráficas, en las que
 182 se observa un comportamiento propio de cada sustancia debido a sus propiedades
 183 químicas, como la densidad. Al calentarlas y llegar a la temperatura máxima medida,
 184 se observa que en unas es más rápido su incremento y en otras es mayor la
 185 temperatura de ebullición, como es el caso del aceite de motor.

186 Al obtener la derivada del modelo analítico para obtener el máximo valor de
 187 temperatura de cada sustancia se aplicó el criterio de la primera y segunda derivada,
 188 y con ayuda del software Maple, se obtuvieron los puntos críticos, que se comparan
 189 con las gráficas.

190

4. Conclusiones

191 Como se puede apreciar la modelación, tanto considerada de forma general, tomando
 192 de referencia a Blum, Henn y Nis [10] (2007); desde el punto de vista cognitivo, de
 193 acuerdo al modelo cerebral de Kolb [7] (1984) o considerando el modelo específico
 194 matemático de Van Hiele [13] (1957); es de suma importancia su utilización para
 195 apoyar, en parte, a la compleja labor docente de los profesores y es aún más
 196 importante en el proceso enseñanza aprendizaje, ya que para el entendimiento de las
 197 matemáticas es esencial el recorrido constante entre la realidad y la abstracción de los
 198

199 modelos matemáticos. Con el apoyo de software de simulación se pueden construir
200 gráficas que muestren la relación entre las variables involucradas, resultando en un
201 gran apoyo los programas y herramientas digitales en el proceso de enseñanza y
202 aprendizaje.

203
204 **Nomenclatura (Opcional)**
205

T Temperatura, °C
 t Tiempo, min

206
207 **5. Índice de referencias**
208

209 Fernández Carreira Consuelo (2013). Principales dificultades en el aprendizaje de las
210 Matemáticas. Pautas para maestros de Educación Primaria. Universidad Internacional
211 de la Rioja, Barcelona, España.

212 Lara Bacilio Baudelio (2009). La tutoría académica en educación superior: modelos,
213 programas y aportes. Unidad Editorial Universidad de Guadalajara.

214 PISA (2015). Programa para la evaluación Internacional de alumnos. OCDE.

215 Romero Pérez Juan Francisco, Lavigne Cerván Rocío. (2003). Dificultades en el
216 aprendizaje: unificación de criterios diagnósticos. Andalucía, España: Tecnographic,
217 S.L.

218 Información en línea

219 Aranda Zafra. Dificultades en el aprendizaje matemático, pp. 27 – 28
220 https://www.academia.edu/17511760/Dificultades_Matematicas_Lenguaje1
221 [Consultado 26 enero, 2018].

222 Revista Digital para profesionales de la enseñanza (2012).
223 <https://www.feandalucia.ccoo.es/plantillai.aspx?p=10&d=22> pp 2-4 [Consultado 19 de
224 enero 2018].

225 Capítulo de libros

226 Arancibia Violeta, Herrera Paulina, Strasser Katherine. (1999). Teorías cognitivas del
227 aprendizaje. En: Psicología de la educación. México, Alfaomega. pp 75-96 y 99-101.

228 Riviere Ángel (1990). Problemas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas:
229 una perspectiva cognitiva. Desarrollo psicológico y educación, III. Necesidades
230 educativas especiales y aprendizaje escolar. pp 155-182. Madrid, España.

DESARROLLO DE UN LIBRO ELECTRÓNICO CON MATERIAL INTERACTIVO DEL TEMA DE PRUEBAS DE HIPÓTESIS

Miguel de Nazareth Pineda Becerril^{1*}, Omar García León², Armando Aguilar Márquez³, Frida León Rodríguez⁴ y Rosalba Nancy Rosas Fonseca⁵

^{1,2,3,4,5}Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM. Carretera Cuautitlán-Teoloyucan Km. 2.5, Colonia San Sebastián Xhala. Cuautitlán Izcalli, Estado de México, C. P. 54714

IN-POIT062

Resumen

El libro multimedia del tema de pruebas de hipótesis, el objetivo principal de este libro electrónico es que el alumno aprenderá a hacer inferencias acerca de un parámetro poblacional mediante el análisis de las diferencias entre los resultados observados, el estadístico y los resultados que esperaría obtener si una hipótesis fuera verdadera, además este material actuará como un elemento catalizador de la integración de las TICs en el proceso educativo de enseñanza-aprendizaje de las asignaturas de Estadística. Este libro ofrecerá a los estudiantes una experiencia a pantalla completa con galerías, videos, diagramas interactivos, expresiones matemáticas y más; este libro da vida al contenido en formas que una página impresa no lo puede hacer. Los alumnos podrán hojear el libro con sólo deslizar un dedo en la pantalla.

En resumen, los contenidos audiovisuales de estos libros aportarán ventajas a la hora de las explicaciones y de la comprensión de los conceptos. Al ser interactivos, se aprovecharán todas las ventajas de la red y sus aplicaciones. Se adaptarán a los cambios curriculares y aprovechando la flexibilidad digital, los profesores podrán seleccionar contenidos, añadir, modificar, etc., es decir, serán libros de textos que estarán en continua revisión.

Palabras clave: libro interactivo, prueba de hipótesis, inferencia estadística

1. Introducción

Una hipótesis estadística es una afirmación acerca de un conjunto de parámetros de la distribución poblacional. Cuando se realiza una prueba de hipótesis se empieza por hacer una suposición tentativa acerca de un parámetro poblacional. Estas pruebas se basan en el resultado obtenido de una muestra aleatoria, y su objetivo es probar si este resultado es significativamente diferente o no de lo que se afirma acerca de un parámetro de la población. Si se puede probar que la diferencia observada se debe al carácter aleatorio de la muestra, diremos que la diferencia no es significativa y que la

^{1*}Autor para la correspondencia. E-mail: mnazarethp@gmail.com

41 conjectura no debe ser rechazada; si la diferencia observada no se debe a la
42 aleatoriedad de la muestra, se dirá que la diferencia observada es significativa y la
43 conjectura deberá ser rechazada. A estas suposiciones se le llaman hipótesis nula e
44 hipótesis alternativa. En algunas aplicaciones no parece obvio cómo formular la
45 hipótesis nula y la hipótesis alternativa; por lo cual se debe tener cuidado en estructurar
46 las hipótesis apropiadamente de manera que la conclusión de la prueba de hipótesis
47 proporcione la información que el investigador o la persona encargada de tomar las
48 decisiones desea. Existen lineamientos para establecer la hipótesis nula y la hipótesis
49 alternativa en tres tipos de situaciones en las cuales se suele emplear el procedimiento
50 de prueba de hipótesis.

51
52 Este libro electrónico interactivo fue diseñado para ayudar a captar el sentido de las
53 medidas de tendencia central, variabilidad, posición y forma, es decir, cómo y cuándo
54 aplicar las técnicas estadísticas en situaciones en las que haya que tomar decisiones,
55 y lo más importante cómo interpretar los resultados obtenidos. Puesto que no se
56 escribió para estadísticos profesionales, nuestro texto está adaptado a los
57 conocimientos y las necesidades de estudiantes universitarios que, quizás, acepten el
58 hecho de que la estadística puede serles de considerable utilidad en su desempeño
59 profesional.

60
61 Con el contenido del libro el estudiante será guiado a lo largo del proceso de
62 aprendizaje mediante recordatorios de lo que ya debería saber, por medio de widget
63 de galerías, imágenes interactivas o imágenes en html, así como ejemplos con los
64 que puede identificarse y con procesos desarrollados paso a paso o con un video
65 utilizando un software especializado en estadística.

66

67

68 **2. Metodología o desarrollo**

69

70 Se muestra en la figura 1 la portada del libro multimedia elaborado del tema de pruebas
71 de hipótesis, este tema se imparte en las asignaturas de probabilidad y estadística de
72 las diferentes licenciaturas de la Facultad de estudios Superiores Cuautitlán.

73

74

75

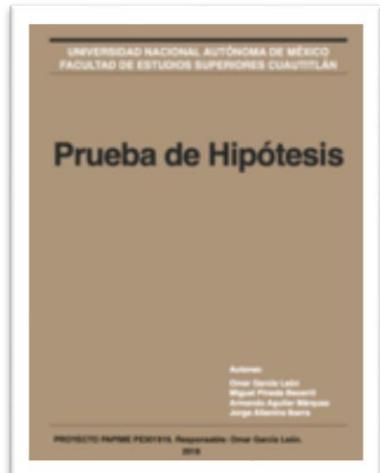


Figura 1. Portada del libro multimedia del tema de Prueba de Hipótesis.

El contenido del libro interactivo del tema de pruebas de hipótesis es el siguiente: Video de introducción, Capítulo 1 Conceptos y terminología de la prueba de hipótesis, Capítulo 2 Prueba de hipótesis para una sola media. Varianza conocida, Capítulo 3 Prueba de hipótesis para una sola media. Varianza desconocida, Capítulo 4 Prueba de hipótesis sobre una proporción, Capítulo 5 Comparación de dos media de poblaciones, Capítulo 6 Comparación de dos medias. Muestras independientes, Capítulo 7 Comparación de dos medias. Muestras apareadas, Capítulo 8 Calculadoras, Capítulo 9 Formulario, Capítulo 10 Actividades I. Ejercicios Propuestos y Capítulo 11 Actividades II. Preguntas de repaso. La figura 2 nos muestra el contenido del capítulo 6.

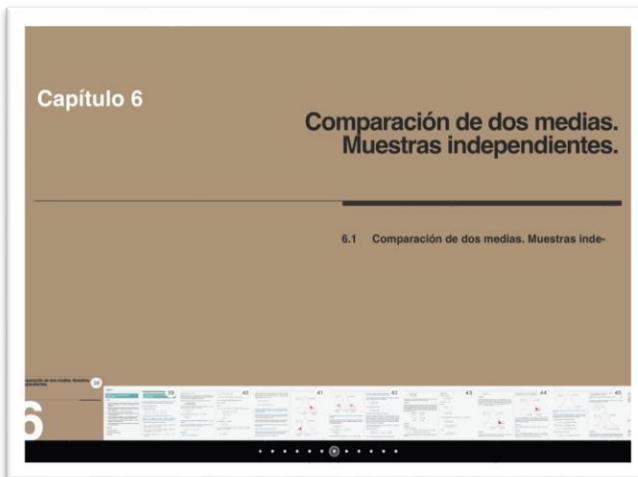


Figura 2. Capítulo 6 del libro electrónico

Los videos cada día ganan más atención por parte de los docentes como herramienta de contenidos e información, dentro de este contexto al libro digital se realizó un video

95 de introducción del tema de prueba de hipótesis. La figura 3 nos muestra como se ve
 96 en libro electrónico interactivo el video de introducción.
 97

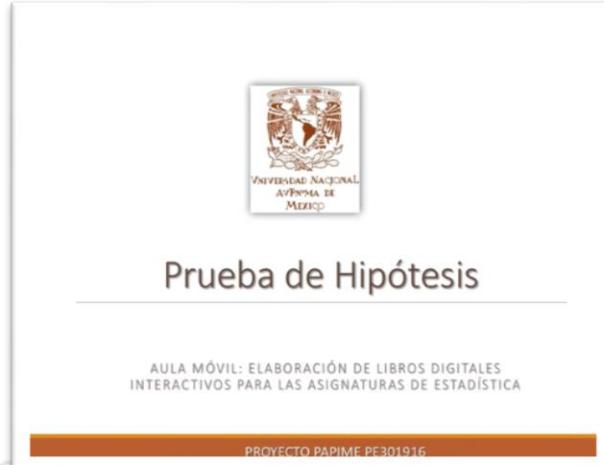


Figura 3. Video de introducción

98
 99
 100 En cada capítulo se desarrolló la parte teórica en forma de preguntas y respuestas,
 101 con la finalidad de a los alumnos se les haga de más fácil comprensión cada uno de
 102 los temas. La figura 4 nos muestra la forma de preguntas y respuestas del capítulo de
 103 pruebas de hipótesis para una sola media con la varianza desconocida.
 104
 105

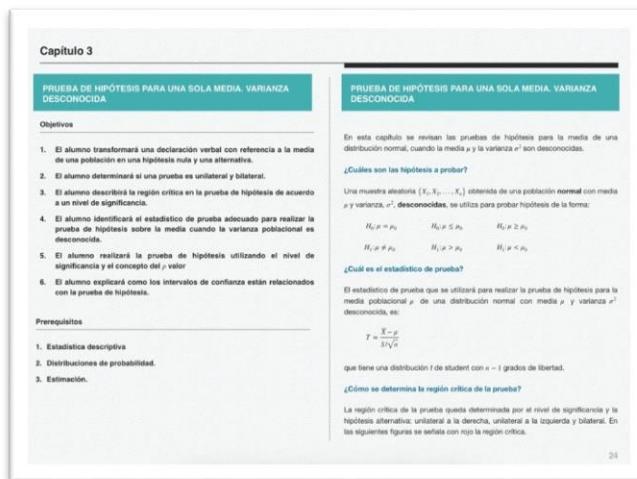


Figura 4. Desarrollo del tema de prueba de hipótesis.

106
 107 Como apoyo al contenido del libro se añadieron widgets HTML 5. La herramienta
 108 “widgets” consta de pequeñas aplicaciones que permiten integrar contenido interactivo
 109 en el libro digital. Los widgets que se utilizaron en este libro fueron para resaltar algún
 110 concepto importante en cada uno de los diferentes capítulos. En la figura 5 podemos
 111
 112

113 ver el widget o imagen interactiva realizada para comprender el concepto de en la
 114 decisión de la prueba de hipótesis y los tipos de errores que se pueden presentar.
 115

¿Qué es el error tipo I?

Supongamos ahora que al realizar 10 ensayos específicos Garibay por "mala suerte", aciertó sólo 12 veces. Considera que en la realidad si tiene algún grado de habilidad para distinguir las sopas. Considera acertó 12 veces nuevamente decimos que no rechazó H_0 , y esto es cierto porque la hipótesis nula es que ya que el error tipo I no cae en la región crítica. Esta decisión será errónea ya que la realidad es que si tiene algún grado de habilidad en distinguir las sopas. Se dice que estamos cometiendo un error tipo II que consiste en no rechazar H_0 cuando H_0 es falsa.

La probabilidad de cometer un error tipo II se denota con:

$\alpha = \text{P}(\text{error tipo I}) = \text{P}(\text{no rechazar } H_0 / H_0 \text{ es falsa})$

En la siguiente imagen se resumen las cuatro decisiones que se pueden tomar con el procedimiento de la prueba de hipótesis. Clic en la Imagen

IMAGEN INTERACTIVA 1.4 Decisión en la prueba de hipótesis.
Típos de error.

Diagrama de flujo:

- Decisiones:
 - No rechazar H_0 (verde)
 - Rechazar H_0 (roja)
- Resultados observados:
 - No falsa (verde)
 - Falsa (roja)

Consecuencias:

- No falsa: correcta
- Falsa: error tipo I (α)

¿Cómo se calcula el error tipo I?

En nuestro ejemplo el error tipo I sucedería si el número de aciertos de Garibay son 13 o más cuando H_0 es cierta, es decir cuando $x = 13$.

$\alpha = \text{P}(\text{error tipo I}) = \text{P}(\text{rechazar } H_0 / H_0 \text{ es verdadera}) = P(X \geq 13 | \mu = 0.5)$

$$\alpha = \sum_{x=13}^{\infty} \binom{10}{x} 0.5^{10} 0.5^{x-10} \approx 0.0106$$

Se dice que la prueba se realizó con un nivel de significancia $\alpha = 0.0106$.

La probabilidad de cometer el error tipo I es muy pequeña y por lo tanto es muy poco probable suceder en él. Es muy poco probable que Garibay acierte 13 veces o más si no tiene ninguna habilidad. Clic en la Imagen

IMAGEN INTERACTIVA 1.5 Error tipo I.

Este cuadro de diálogo muestra una gráfica de una distribución normal centrada en 570. Una recta horizontal marca el intervalo de confianza entre 570 - 2.111($\frac{50}{\sqrt{16}}$) y 570 + 2.111($\frac{50}{\sqrt{16}}$). Una flecha apunta a la parte derecha de la recta con la etiqueta "Si H_0 es cierta".

116 Figura 5. Imagen interactiva elaborada para el tema de prueba de hipótesis
 117
 118
 119 Los contenidos audiovisuales dan vida a cualquier tema en cualquier parte de la
 120 página. Ya no se trata solo de ver y leer: ahora es posible interactuar con el texto y las
 121 imágenes. Los videos pueden reproducirse automáticamente, o la veces que el alumno
 122 quiera, con la finalidad de entender mejor un tema o ver como se resuelve un ejercicio
 123 práctico con el uso de software. Al final de cada capítulo se elaboró un video, en el
 124 cual se muestra cómo resolver un problema práctico haciendo uso de un software
 125 estadístico. En la figura 6 se muestra como aparece el video al final del capítulo 3 de
 126 de pruebas de hipótesis para una sola media con la varianza desconocida.
 127

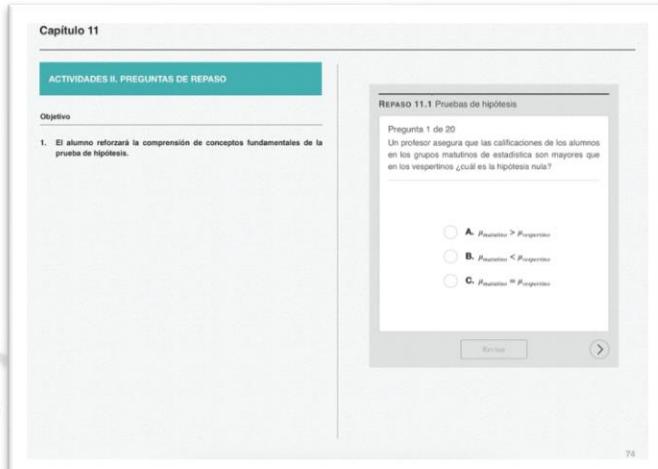
AHORA CON EL USO DE SOFTWARE

VÍDEO 3.1 Prueba de hipótesis para una sola media. Varianza desconocida

Este cuadro de diálogo muestra una gráfica de una distribución normal centrada en 570. Una recta horizontal marca el intervalo de confianza entre 570 - 2.111($\frac{50}{\sqrt{16}}$) y 570 + 2.111($\frac{50}{\sqrt{16}}$). Una flecha apunta a la parte derecha de la recta con la etiqueta "Si H_0 es cierta".

128 Figura 6. Video del capítulo 3
 129
 130

131 Para evaluar sus conocimientos, los lectores pueden realizar actividades de repaso:
 132 responder a un cuestionario de selección múltiple, elegir la foto correcta, poner nombre
 133 a una imagen o una mezcla de todos. En el capítulo 11 referente a actividades 2, se
 134 realizaron 20 preguntas de repaso respecto al tema de Prueba de Hipótesis. En la
 135 figura 7 podemos observar las preguntas de repaso.
 136



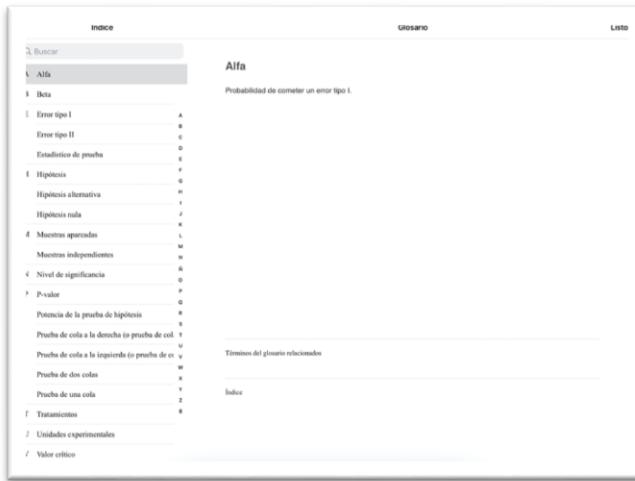
The screenshot shows a digital document interface. At the top left is a header 'Capítulo 11' and a teal bar labeled 'ACTIVIDADES II. PREGUNTAS DE REPASO'. Below this is a section titled 'Objetivo' with the text: '1. El alumno reforzará la comprensión de conceptos fundamentales de la prueba de hipótesis.' To the right is a 'REPASO 11.1 Pruebas de hipótesis' section. It contains a question: 'Pregunta 1 de 20 Un profesor asegura que las calificaciones de los alumnos en los grupos matutinos de estadística son mayores que en los vespertino. ¿Cuál es la hipótesis nula?' Below the question are three multiple-choice options: A. $\mu_{matutino} > \mu_{vespertino}$, B. $\mu_{matutino} < \mu_{vespertino}$, and C. $\mu_{matutino} = \mu_{vespertino}$. At the bottom right of the page is the number '74'.

Figura 7. Preguntas de repaso

137
 138 En este libro electrónico se desarrolló un formulario, también un capítulo de ejercicios
 139 propuestos con la finalidad de que los alumnos refuerzen los conocimientos adquiridos
 140 en el tema de pruebas de hipótesis. Además se realizó un glosario para resaltar los
 141 conceptos que se consideran importantes en la realización de una prueba de hipótesis.
 142 En la figura 8 se muestra el glosario referente a este libro electrónico.
 143

144

145



The screenshot shows a digital document interface with a sidebar on the left containing an 'Índice' (Index) with sections like 'Alfa', 'Beta', 'Error tipo I', 'Error tipo II', 'Estadístico de prueba', 'Hipótesis', 'Muestras apuradas', 'Muestras independientes', 'Nivel de significancia', 'P-value', 'Prueba de colas a la derecha (o prueba de col. 1)', 'Prueba de colas a la izquierda (o prueba de col. 2)', 'Prueba de dos colas', 'Prueba de una cola', 'Tratamientos', 'Unidades experimentales', and 'Valor crítico'. The main content area has tabs for 'Alfa' (selected), 'Glosario', and 'Lista'. Under 'Alfa', it says 'Probabilidad de cometer un error tipo I.' and lists terms from 'A' to 'Z'. At the bottom right are links for 'Términos del glosario relacionados', 'Índice', and 'Lista'.

Figura 7. Glosario del tema de Pruebas de hipótesis.

146

147

148

149

150 3. Conclusiones

151

152 La tecnología que se ha integrado al proceso educativo está cambiando los
153 paradigmas de enseñanza. Esto lo podemos ver hasta en escuelas de bajo recursos.
154 Los cambios son en términos generales, buenos. Gracias a la tecnología los libros
155 también están cambiando la forma de enseñanza. Consideramos que el alumno al
156 hacer uso del libro electrónico desarrollado del tema de Pruebas de Hipótesis, este
157 tendrá una mejor forma de aprendizaje al considerar el libro como un material
158 complementario para los temas del curso normal.

159

160 También se considera que al hacer uso del libro electrónico el alumno se puede
161 enfocar a la interpretación de los resultados y a la comprensión de los temas, más que
162 a la memorización de fórmulas; ya que con el uso de software propuesto los resultados
163 se obtienen de una manera más rápida y el alumno se debe enfocar a la interpretación
164 de estos con un pensamiento crítico que ayude a la toma de decisiones.

165

166

167 Agradecimientos

168

169 Agradecemos el apoyo al proyecto PAPIME PE 104420.para la realización de este
170 trabajo

171

172

173 Índice de referencias

174

- 175 • Anderson. D. R., (2011) *Statistics for Business and Economics*, México: South-
176 Western College Pub.
- 177 • Devore, J. (2011) *Probability and Statistics for Engineering and the Sciences*.
178 México: CENGAGE Learning, 8 edition
- 179 • Levin, R. I., Rubin, D.S., (2010). *Estadística para Administración y Economía*.
180 México: Ed. Pearson Prentice Hall, 7^a. Edición
- 181 • Kenneth, C.L., (2012) *Sistemas de Información Gerencial*, México: Always
182 Learning Pearson, 12 edición
- 183 • McClave, T., Benson, P., (2010) *Statistics for Business and Economics*, México:
184 Prentice Hall; 11 edition.
- 185 • Triola, M. (2010). *Estadística*, México: Pearson Educación 11 edición.

186

USO DE UNA APLICACIÓN MÓVIL PARA LA EVALUACIÓN DEL TEMA DE PROBABILIDAD

Miguel de Nazareth Pineda Becerril^{1*}, Omar García León², Armando Aguilar Márquez³, Frida León Rodríguez⁴, Ana Karen De La Luz Oliva⁵
^{1, 2, 3, 4, 5} Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM. Carretera Cuautitlán-Teoloyucan Km. 2.5, Colonia San Sebastián Xhala. Cuautitlán Izcalli, Estado de México, C. P. 54714

IN-POID065

Resumen

Utilizar un sistema de evaluación podrá ser un instrumento eficaz de aprendizaje, si no se limita sólo a evaluar, sino también incluye retroalimentación tan detallada como los reactivos lo ameriten, de tal forma que el mismo reactivo sea fuente de aprendizaje significativo. Un ejercicio o reactivo bien diseñado y su correspondiente retroalimentación es una herramienta de motivación al alumno. Los estudiantes de hoy han crecido inmersos en la tecnología, donde la computadora, las tabletas y los celulares, etc., son formas en que interactúan con su mundo, por lo que necesitan material de estudio que se ajuste a la forma en como aprenden, razón por la cual la retroalimentación de los reactivos, se desarrollará mediante material multimedia: explicaciones visuales, imágenes interactivas, audio y vídeo, etc., según se requiera. En el presente trabajo se propone el uso de la aplicación para Android y para IOS Socrative, la cual es una aplicación nacida en 2010 en el MIT, EEUU, de la mano de un profesor que decidió utilizar los dispositivos móviles en el aula como soporte para las clases y no luchar por erradicarlos de las manos de sus estudiantes durante sus horas lectivas. Socrative es una herramienta multimedia que permite crear encuestas y cuestionarios conociendo la respuesta de los alumnos en tiempo real a través tanto de ordenadores como de dispositivos móviles. Se realizaron preguntas para el tema de probabilidad que se imparte en la asignatura de probabilidad y estadística. Con el uso de esta aplicación se promoverá la participación en la clase integrando la tecnología en el aula: tablets, smartphones, portátiles, etc. Además, se podrá evaluar a los alumnos de forma automática pudiendo acceder a sus respuestas rápidamente y conocer las opiniones de los alumnos realizando encuestas sobre actividades, tareas o trabajos.

Palabras clave: Probabilidad, Evaluación, Socrative.

1. Introducción

Las tecnologías de la información y la comunicación forman parte de nuestra sociedad y están presentes en todos los ámbitos de nuestra vida cotidiana. Por ello, sociedad y tecnología no deben ser consideradas como entidades independientes. La presencia de los dispositivos móviles en la vida cotidiana de niños, jóvenes y

^{1*} Miguel de Nazareth Pineda Becerril. mnazarethp@gmail.com

adultos es una realidad innegable. Es necesario explotar todo su potencial educativo con el fin mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje para las asignaturas de Probabilidad y Estadística impartidas en la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, con la finalidad de mejorar este proceso se hizo uso de la aplicación Socrative al final de una clase del tema de Probabilidad. Esta aplicación es un gestor de la participación de los estudiantes en el aula en tiempo real. Permite realizar test, evaluaciones, actividades, etc. y manejar los datos por el docente. Así, Socrative tiene una app específica para el docente y otra para el alumno. Está disponible en la App Store, Chrome Web Store, Google Play y Amazon, así como en la web www.socrative.com con acceso diferenciado para ambos, lo que permite adaptarse a los dispositivos y recursos de cada persona. Si se está trabajando en remoto con los estudiantes también es posible utilizarlo para crear clases específicas y recoger la información. Mientras que el docente necesita crear una cuenta en Socrative, los estudiantes se unen a las clases (rooms como se llaman en la plataforma) sin necesidad de crearla. La herramienta es gratuita, aunque este verano han lanzado una versión de pago con más opciones de personalización y que aumenta los límites de estudiantes por clase.

2. Metodología o desarrollo

Se desarrolló en la aplicación Socrative Teacher preguntas respecto a la comprensión de los conceptos del tema de Probabilidad, se utilizó esta app porque es una aplicación que permite realizar preguntas y visualizar las respuestas que dan los alumnos en el momento. Además, permite que los alumnos las realicen a través de sus teléfonos móviles, tabletas, portátiles en tiempo real. Otra de las ventajas es que permite realizar preguntas de opción múltiple, preguntas de verdadero o falso, preguntas de respuesta corta, Quiz rápido.

Lo primero que se realizó fue crear una cuenta como profesor, como se muestra en la figura 1. En este caso el usuario que se dio de alta fue PINEDA5872

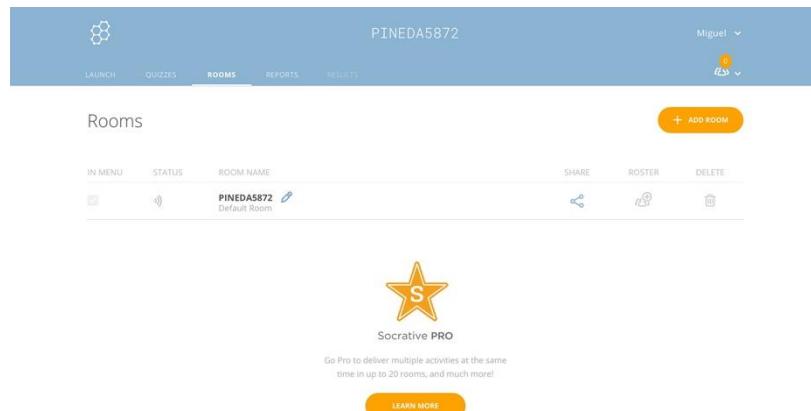


Figura 1. Usuario de Socrative

73
 Una vez registrado como docente, se te asigna una habitación (room)
 74 automáticamente, donde el alumno podrá acceder a ella, simplemente escribiendo el
 75 código de la habitación o room. Por ese motivo, se recomienda cambiarlo por uno
 más sencillo, que el alumno pueda recordar fácilmente. Como siguiente paso se creó
 76 la carpeta o habitación del tema de probabilidad, se muestra en la figura 2
 77
 78
 79
 80
 81

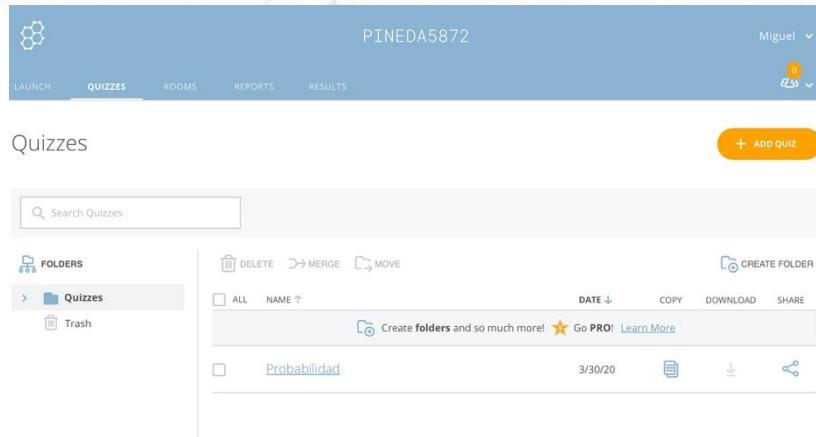
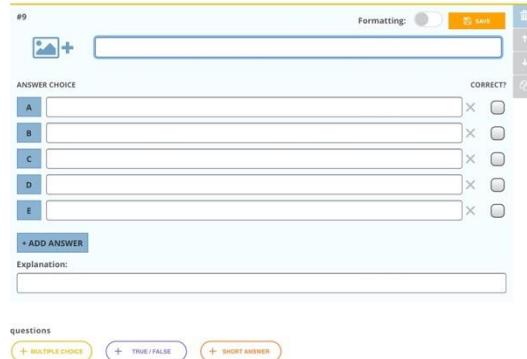


Figura 2. Carpeta del tema de Probabilidad.

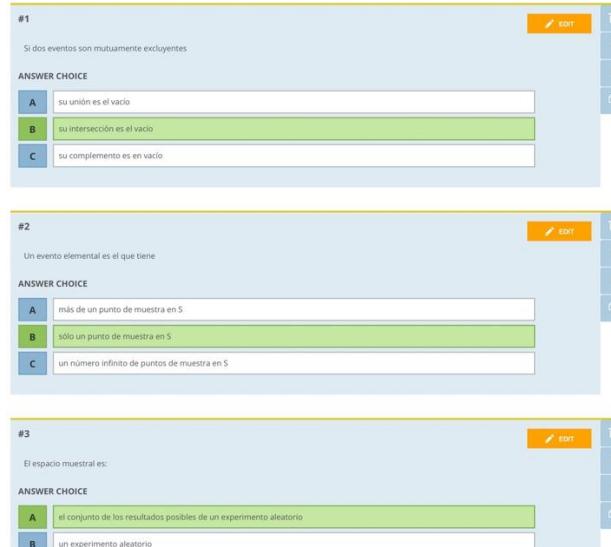
82
 83 En la figura 3 se puede visualizar como se dan de alta las preguntas, en el caso de
 84 los conceptos del tema de probabilidad se realizaron preguntas con opción múltiple,
 85 también se pueden añadir imágenes, en este caso no fue necesario.
 86
 87
 88



89
90
91

92 En la figura 4 se muestran algunas de las preguntas que se plantearon, estas fueron:
 93 ¿Sí dos eventos son mutuamente excluyentes? ¿Un evento elemental es el que
 94 tiene? ¿El espacio muestral es?, estas preguntas se realizaron con la finalidad de
 95 conocer, por parte del profesor si los alumnos comprendieron estas definiciones y así
 96 poder continuar con la siguiente parte, que son los ejercicios numéricos. Un objetivo
 97 secundario que se tiene es desarrollar las habilidades básicas necesarias para
 98 determinar los valores de probabilidad en una variedad de circunstancias
 99 importantes.

100



101
102
103

Figura 4. Preguntas de los conceptos de Probabilidad.



104 Una vez que los alumnos contestan las preguntas planteadas, estas se pueden
 105 visualizar las respuestas generándose un informe con las calificaciones en formato
 106 Excel, que se te envía por correo o se puede usar como hoja de cálculo que puede
 107 descargarse desde el correo o puede consultarse online como hoja de cálculo de
 108 Google: puedes utilizarla para obtener una calificación rápida. En la figura 5 se puede
 109 observar como se exportan las respuestas en formato excel.
 110

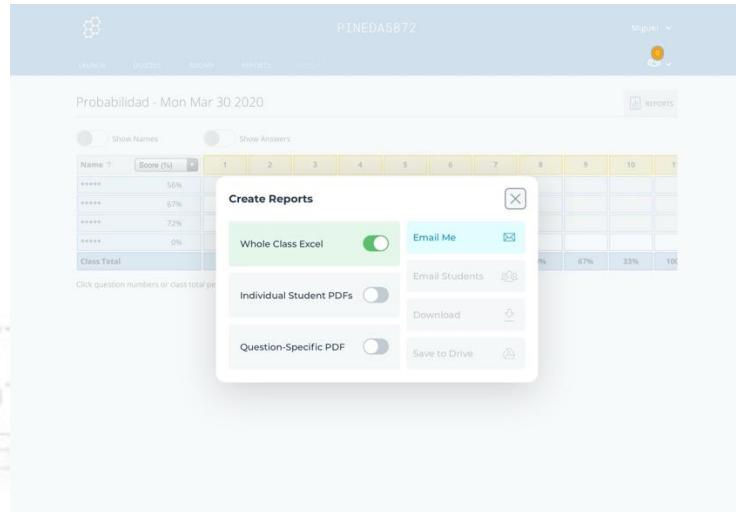
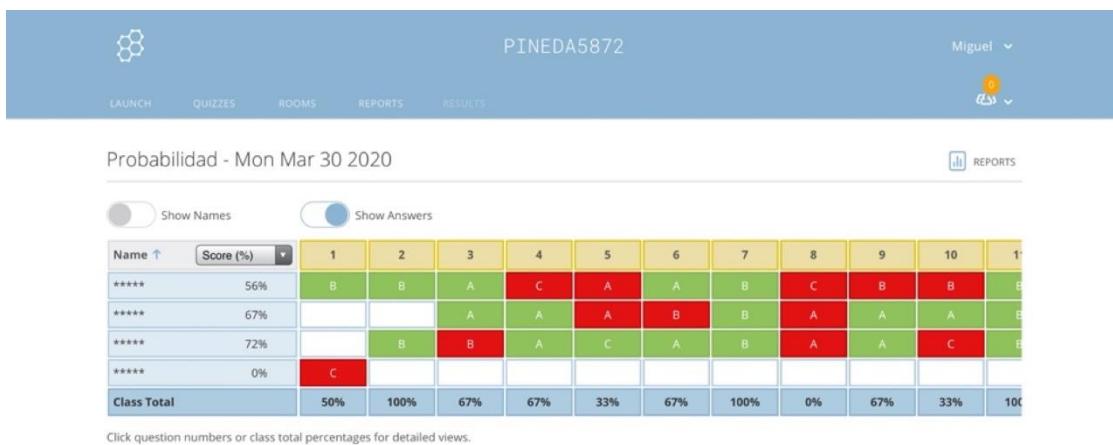


Figura 5. Como exportar las respuestas obtenidas.

111
 112 Los resultados de las preguntas se muestran instantáneamente como lo muestra la
 113 Figura 6. Los recuadros que aparecen en rojo son las respuestas incorrectas y los de
 114 color verde son las correctas.
 115
 116
 117



118
 119 **Figura 6. Resultados obtenidos de la preguntas de conceptos de probabilidad.**
 120

121 4. Conclusiones

122

123 La evaluación es una etapa muy importante del proceso de enseñanza aprendizaje;
124 su objetivo principal es retroalimentar al mismo proceso. Con base a los resultados
125 obtenidos se podrán realizar ajustes y mejorar deficiencias, lo que necesariamente
126 impactará en la calidad de la enseñanza. Gracias a la evaluación inmediata, se
127 podrán tomar decisiones acerca de las áreas de oportunidad de mejoramiento
128 detectadas, del grado de avance del aprendizaje en el tema de probabilidad, de la
129 pertinencia de los materiales y métodos de enseñanza utilizados, etc., por mencionar
130 algunos beneficios. El valor de un sistema de evaluación en un entorno
131 computacional que nos permita evaluar al instante los conocimientos adquiridos por
132 el alumno en forma diagnóstica, continua y final.

133

134 Realizar la evaluación mediante esta app nos permite detectar oportunamente áreas
135 de oportunidad de mejoramiento de la enseñanza en el desarrollo del cursos,
136 detectar las causas posibles que pueden causar deficiencias en el aprendizaje en el
137 tema de probabilidad, determinar los resultados obtenidos en la enseñanza con los
138 métodos y materiales empleados, realizar actividades de retroalimentación, decidir
139 acerca de los objetivos planteados en los programa de estudio, entre otros
140 beneficios.

141 Agradecimientos

142

143 Los autores agradecemos el apoyo al proyecto PAPIME PE-104420 para la
144 realización de este trabajo.

145

146 Referencias

147

- 148 • Anderson. D. R., (2011) *Statistics for Business and Economics*, México: South-
149 Western College Pub.
- 150 • Devore, J. (2011) *Probability and Statistics for Engineering and the Sciences*.
151 México: CENGAGE Learning, 8 edition
- 152 • Levin, R. I., Rubin, D.S., (2010). *Estadística para Administración y Economía*.
153 México: Ed. Pearson Prentice Hall, 7^a. Edición
- 154 • Kenneth, C.L., (2012) *Sistemas de Información Gerencial*, México: Always
155 Learning Pearson, 12 edición
- 156 • McClave, T., Benson, P., (2010) *Statistics for Business and Economics*,
157 México: Prentice Hall; 11 edition.
- 158 • Triola, M. (2010). *Estadística*, México: Pearson Educación 11 edición.
159

LA IMPORTANCIA DEL BIOMODELADO EN ANÁLISIS NUMÉRICOS CON MÉTODO DEL ELEMENTO FINITO

Martín Eduardo Villanueva Piñón^{1*}, Guillermo Urriolagoitia Sosa², Beatriz Romero
Ángeles^{3**}, Guillermo Manuel Urriolagoitia Calderón⁴

^{1,2,3,4}*Instituto Politécnico Nacional, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y
Eléctrica, Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, Unidad Profesional
Adolfo López Mateos, Col. Lindavista, Del. Gustavo A. Madero, C.P. 07320, Ciudad
de México, México*

AI-POAI066

Resumen

Estudiar el comportamiento de las estructuras anatómicas del cuerpo humano ha sido uno de los mayores focos de interés para los investigadores. Sin embargo, es muy complicado de realizar, debido a que sería necesario realizar técnicas invasivas en pacientes. Por este motivo, se han desarrollado alternativas para poder lograr este cometido sin comprometer la salud de las personas. Una de las maneras más importantes y con múltiples beneficios es la reconstrucción de estructuras anatómicas en 3D utilizando un programa computacional CAD (Diseño Asistido por Computadora) con ayuda de imágenes obtenidas por medio de la Tomografía Computarizada. Por ejemplo, el desarrollo de modelos de estructuras óseas ha cobrado mucha importancia en la actualidad, ya que, gracias a estas herramientas computacionales, se pueden llegar a implementar biomodelos de huesos con geometría compleja, para su posterior visualización tridimensional. Esto podría ser de utilidad para los médicos, para diagnósticos de distintos padecimientos, y no sólo eso, ya que el modelado de esta clase de tejido puede ser también utilizado para analizar el comportamiento de una estructura en determinadas condiciones, realizando simulaciones en programas que hagan uso del Método del Elemento Finito (MEF). En el presente trabajo se abordará, de manera general, el procedimiento para la generación de modelos computacionales de sistemas biológicos, las múltiples ventajas que ofrece el utilizar el biomodelado para análisis numéricos, así como las generalidades del Método del Elemento Finito para su aplicación en este tipo de problemas.

Palabras clave: biomodelado, reconstrucción, tomografía, simulación, anatomía, Método del Elemento Finito

1. Introducción

A medida que transcurre el tiempo, los avances en la tecnología han permitido que la medicina sea cada vez menos invasiva, permitiendo a los investigadores estudiar diferentes estructuras anatómicas sin comprometer la salud del paciente. Una prueba de ello, son los distintos equipos médicos, como la Tomografía Computarizada (TC) o la Imagen por Resonancia Magnética (IRM), los cuales ayudan a obtener imágenes del interior del cuerpo humano utilizando distintos métodos (Figura 1); radiación ionizante en el caso de la TC y la generación de campos magnéticos para el caso de la IMR. De esta manera, los médicos son capaces de visualizar órganos o tejidos, sin necesidad de intervenir quirúrgicamente, para emitir un diagnóstico preciso (Bosch et

¹ * Autor para la correspondencia. E-mail: m.eduardo2592@gmail.com

44 al., 2017).



45
46 **Figura 1. Equipos de Resonancia Magnética y Tomografía Computarizada. Comparación de**
47 **cortes realizadas en ambas modalidades.**

48
49 La invención y mejoramiento de estos equipos mejoró en gran medida los diagnósticos
50 y tratamientos que se les dan a las personas. Sin embargo, en la actualidad hay una
51 rama de la biomecánica que se está explorando cada vez más, y es el estudio de
52 modelos de estructuras anatómicas en programas computacionales, cuando están
53 bajo ciertas condiciones de carga o de algún otro agente externo. Observar el
54 comportamiento de tejidos, como el óseo, ha sido muy importante, ya que se han
55 podido realizar análisis numéricos de distintos modelos de hueso desarrollados a partir
56 de imágenes tomográficas, para observar su comportamiento cuando son sometidos
57 a distintos tipos de carga, y estudiar las áreas críticas que podrían ser más susceptibles
58 a alguna fractura (Gavidia at al., 2011).

59
60 Incluso, se han realizado trabajos de investigación de simulación de tumores en
61 cuerpos vertebrales, para observar cómo se distribuyen los distintos esfuerzos dentro
62 de una estructura vertebral (Mastache, O., 2016).

63
64 En el presente trabajo se presentará, de manera general, el desarrollo del biomodelado
65 de estructuras, para su posterior análisis utilizando el Método de Elemento Finito
66 (MEF), así como las ventajas que presenta este tipo de estudios.

67 **2. Metodología**

68 **2.1 Metodología para el desarrollo de un biomodelo**

71
72 Este es un procedimiento general para el desarrollo de cualquier modelo del sistema
73 biológico, en el que se describen las distintas etapas de él y haciendo mención de
74 algunos programas computacionales que se utilizan poder ejecutar esa tarea en
75 específico, pero sin limitarse a los mismos.

76 77 **2.1.1 Obtención de imágenes**

78
79 El realizar un modelo CAD (Diseño asistido por computadora) de alguna estructura del
80 cuerpo humano no es una tarea sencilla, debido a que presentan geometrías
81 complejas. Sin embargo, gracias a la TC o IMR, podemos obtener imágenes de
82 cualquier órgano o tejido, obteniendo cortes transversales de la zona a analizar (Bosch

et al., 2017). Además, se tiene la ventaja de que puede ser seleccionada la distancia a la cual se ejecutan los cortes, lo que ayuda a que la reconstrucción sea una mejor aproximación al órgano o tejido real. Las imágenes se generan en un formato especial utilizado para las imágenes médicas, llamado DICOM (*Digital Imaging and Communication on Medicine*), y pueden visualizarse desde 3 perspectivas distintas, que son: vista coronal, sagital y transversal.

89
90 2.1.2 Desarrollo del modelo tridimensional
91

92 Después de tener las imágenes en formato DICOM, tienen que ser exportadas a algún
93 otro programa que permita la generación del modelo y el procesamiento de la imagen
94 en 3D. Un ejemplo de estos programas es ScanIP®, en el cual se importan las
95 imágenes obtenidas en el paso anterior, y se procede a contornear y rellenar la
96 estructura anatómica en cada una de los cortes que se tienen, teniendo libertad de
97 escoger la visualización en cualquiera de las 3 vistas descritas en el paso anterior. Lo
98 que se está realizando es, básicamente, la reconstrucción del modelo, ya que se está
99 seleccionando el área de interés en cada uno de los cortes, que dará como resultado
100 un modelo tridimensional (Hernández-Vázquez et al., 2020).

101
102 Cuando se finalice con el proceso descrito anteriormente, se tendrá un modelo del
103 órgano o tejido deseado, aunque sólo será una nube de puntos sin opción a
104 modificación de su geometría. Además, este biomodelo estará en un formato .STL
105 (*STereoLithography*).

106
107 2.1.3 Preparación del modelo
108

109 En esta etapa, el archivo .STL se exporta a un programa llamado PowerShape®, que
110 permite generar un discretizado en toda la superficie, a partir del modelo de nube de
111 puntos, dando lugar a una superficie cerrada de la estructura.

112 Se escanea la superficie del modelo de nube de puntos, buscando errores, que pueden
113 ser corregidos de manera manual o automática, además de que puede realizarse un
114 suavizado de la superficie. Por ejemplo, estos modelos pueden ser discretizados de
115 manera manual para identificar algún error, proveniente de la importación del archivo,
116 y de esta manera, corregirlos, para evitar discontinuidades en los nodos y problemas
117 en el discretizado que se realizará para el análisis numérico (Hernández-Vázquez et
118 al., 2020).

119
120 2.1.4 Solidificación del modelo
121

122 Posteriormente, el modelo, siendo ya una superficie cerrada, es exportado a algún
123 programa CAD, que permitirá la conversión del discretizado a un sólido, para ser
124 utilizado en el análisis numérico. En esta etapa, le serán asignadas las propiedades
125 mecánicas de los materiales que constituyen el modelo (Hernández-Vázquez et al.,

127 2020). Dos de los programas más utilizados para esta tarea son SolidWorks® y
 128 CopyCAD®.

129

130 El modelo solidificado que se exportará estará en formato *Parasolid (*.x_t)* o *IGES*
 131 (*Initial Graphics Exchange Specification*) y estará listo para ser enviado a algún
 132 programa computacional MEF.

133

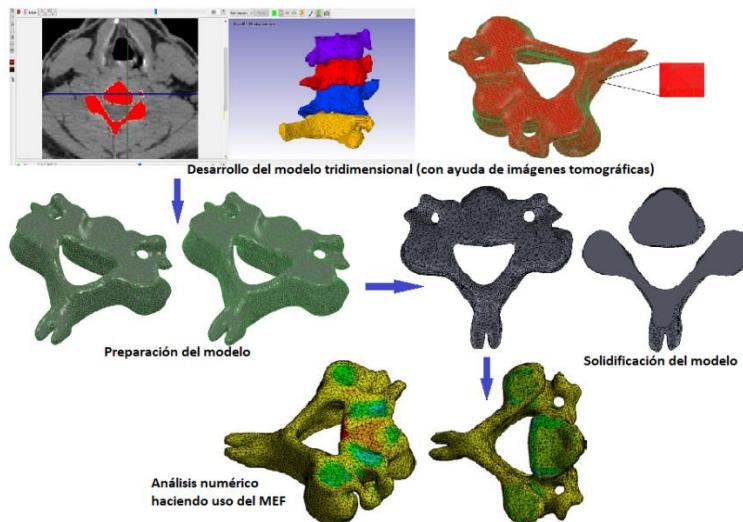
134 2.1.5 Análisis numérico del modelo

135

136 El último paso es la importación del biomodelo en un software para realizar el análisis
 137 haciendo uso del MEF, el cual es un método numérico utilizado para la resolución de
 138 problemas regidos por ecuaciones diferenciales parciales, y consiste en la realización
 139 de un discretizado de un continuo en un número finito de elementos, conformados por
 140 nodos, donde se establecen ecuaciones diferenciales parciales y se calcula el campo
 141 de desplazamientos. Ejemplo de programas que trabajan con MEF son ANSYS® o
 142 Abaqus. La importancia en este tipo de programas es el de resolver problemas que
 143 involucran estructuras con geometrías complejas, los cuales sería extremadamente
 144 complicado de realizar de manera analítica (Fuerte et al., 2014).

145

146 En este programa se realiza el análisis declarando las condiciones de frontera, se
 147 realiza el discretizado que sea conveniente para la estructura, y, por último, se
 148 obtienen los resultados numéricos y gráficos para su interpretación.



150
 151 **Figura 2. Metodología para el desarrollo de un biomodelo**

152

153 2.2 Importancia del biomodelado de estructuras biológicas

154

155 Los análisis por medio del MEF han ayudado, en gran medida, a estudiar el
 156 comportamiento de diversas estructuras del cuerpo humano. Aunque los resultados
 157 obtenidos son únicamente una aproximación, son una buena estimación para predecir
 158 cómo se comportará una estructura anatómica.

159

160 El desarrollo del biomodelado, aunque implica ciertas limitantes, será cada vez más
161 preciso, si puede lograrse que el modelo generado pueda representar de manera
162 adecuada, la anatomía del mismo, algo que cada vez va mejorando con la
163 implementación de la Imagenología Médica.

164

165 El biomodelado ha surgido como solución para el estudio órganos y tejidos del ser
166 humano, ya que el realizar análisis experimentales sería, no solamente difícil, sino que
167 involucraría cuestiones éticas, debido a que la realización de algo así perjudicaría la
168 salud de alguna persona. Además de esto, el ahorro de tiempo y de recursos
169 económicos y materiales, hace del biomodelado una solución adecuada para este tipo
170 de problemas (Fuerte et al., 2014).

171

172 Otra cuestión que fortalece el estudio de análisis de modelos biológicos, es el estudio
173 de estructuras que ayudarán al desarrollo de alguna órtesis, prótesis, o algún
174 dispositivo que ayude a mejorar la salud del paciente. Un ejemplo de ello, es el estudio
175 del comportamiento de una prótesis de disco lumbar, la cual se modeló y analizó junto
176 con biomodelos de vértebras de la misma zona, para observar el comportamiento de
177 la prótesis bajo cierto tipo de cargas y observar si era óptima y podría cumplir con la
178 función de un disco intervertebral biológico (Arroyo, 2017).

179

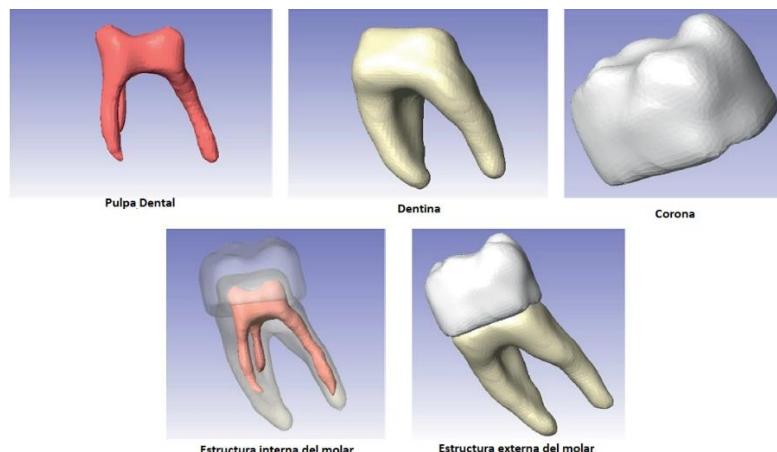
180 **3. Resultados y análisis**

181

182 Sin duda, el desarrollo del biomodelado ha traído consigo un sinnúmero de beneficios
183 al área de la medicina y la biomecánica. Aún se siguen realizando mejoras en cada
184 uno de los puntos que llevan a la generación de modelos tridimensionales, como la
185 mejora en la resolución en los equipos de imagenología, en los paquetes
186 computacionales, y en las técnicas para la realización de análisis numéricos.

187

188 Cada vez más, los biomodelos desarrollados son más precisos y su estructura y
189 propiedades mecánicas son simuladas de una manera más exacta. Por ejemplo, el
190 hueso es un material compuesto natural, que no es homogéneo, ni isotrópico, y,
191 básicamente está compuesto por dos tipos de tejidos, el tejido cortical (hueso
192 compacto) y el tejido trabecular (hueso esponjoso). Los primeros análisis efectuados
193 por investigadores, para simplificación de los mismos, trataban al tejido óseo como un
194 sólido homogéneo e isotrópico. Sin embargo, los análisis han ido mejorando de
195 manera considerable, otorgándole al hueso propiedades mecánicas más parecidas a
196 las que tiene en la vida real, haciendo modelos que contienen ambos tipos de tejidos,
197 e incluso simulando ortotropía. Por ejemplo, la simulación de un molar de ser humano,
198 conformado por distintas estructuras con propiedades mecánicas diferentes (Figura 3).



199
 200 **Figura 3. Biomodelo formado a partir de las distintas estructuras que conforman un molar**
 201

202 Respecto a la homogeneidad, existen ya estudios donde se realizan análisis de
 203 esfuerzos en implantes dentales de titanio con distintos grados de porosidad (del 40%
 204 al 70%) (Pérez et al., 2015). Gracias a esto, muy pronto podría aplicarse una
 205 metodología parecida para examinar porosidad en hueso, ya que sería de gran
 206 importancia poder determinar las zonas más probables donde podría ocurrir alguna
 207 fractura, y como es que el aumento de la porosidad afecta de manera negativa la
 208 estructura del hueso, haciéndolo más frágil y propenso a algún daño. Este tipo de
 209 investigación pretende indagar acerca de cómo es que padecimientos, como la
 210 osteoporosis, han afectado a muchas personas y por qué hay zonas que sufren un
 211 mayor desgaste que otras.

212 Es importante mencionar que los modelos que se generan, representan solamente a
 213 un único paciente, por lo que no puede generalizarse las predicciones que se obtienen
 214 de un solo biomodelo. Además, características como la edad, el género y la raza
 215 también están involucrados en la forma de ciertas estructuras en el cuerpo. Sin
 216 embargo, los análisis ejecutados pueden considerarse como un primer paso para el
 217 estudio de ciertas estructuras.

218 Además, aunque cada vez son más exactas las simulaciones de estos biomodelos,
 219 también tiene que tenerse en consideración que cada vez se necesita de mayor
 220 recurso computacional para realizar los modelos y para ejecutar cierto tipo de análisis,
 221 por lo que el mejoramiento en el proceso de estos datos también influye. Y, aunque
 222 dos o más programas computacionales permitan ejecutar alguna tarea en específico,
 223 pudiese haber razones para escoger un programa por encima de otro, como la facilidad
 224 para declarar las condiciones de frontera o escoger los tipos de contacto entre varias
 225 estructuras.

226
 227
 228
 229
 230
 231
 232

233 4. Conclusiones

234

235 A pesar de limitaciones que pudiese tener, el biomodelado aporta grandes ventajas al
236 estudio de órganos y tejidos de seres vivos, ya que, incluso, se han realizado estudios
237 de estructuras de animales. La geometría compleja de algunas estructuras
238 anatómicas, y la diversidad de tejidos existentes que pueden encontrarse en un mismo
239 órgano, dificulta un poco el estudio, pero conforme avanza el tiempo, las técnicas para
240 simular distintos órganos va incrementándose. Además, es una opción no invasiva y
241 de bajo costo, comparada con análisis experimentales.

242

243 Siempre será importante, si existe la posibilidad, hacer una comparación entre dos
244 tipos de análisis, para corroborar si los resultados son fiables. Sin embargo, el estudiar
245 órganos y tejidos es una tarea complicada, considerando que el experimentar,
246 comprometiendo la salud de alguna persona, involucra temas éticos. También, no
247 existiría un escenario idóneo para realizar análisis experimentales de estructuras
248 anatómicas, ya que, una vez que estas se encuentran fuera del ser humano, su
249 estructura tenderá a cambiar, ya que no habrá irrigación sanguínea.

250

251 De cualquier manera, ya hay análisis experimentales de fémur donde se comparan
252 con resultados provenientes de análisis numéricos, arrojando resultados muy
253 parecidos para ambos casos, lo que indica que los análisis numéricos pueden llegar a
254 ser una buena aproximación para predecir los esfuerzos de ciertas estructuras (Marco
255 et al., 2016).

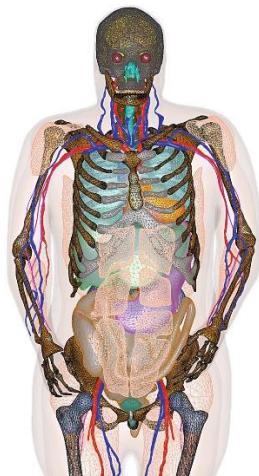


Figura 4. Biomodelo del cuerpo humano

256

257

258

259 En un futuro, la simulación de músculos, nervios y vasos sanguíneos, junto con
260 estructuras óseas, hará que las simulaciones de alguna extremidad o zona del cuerpo
261 pueda ser reproducida con mayor exactitud (Figura 4).

262

263 Aunque no existe una metodología única para la generación de modelos de estructuras
264 anatómicas, cada una comparte ciertas similitudes con otras, y pueden emplearse
265 ciertas cosas que son útiles para cada caso.

266 Agradecimientos

267

268 Los autores agradecen al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), al
269 Instituto Politécnico Nacional y a la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación
270 de la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica Unidad Zácatenco, las
271 facilidades para la redacción de este trabajo.

272 Índice de referencias

- 273 • Arroyo, S. (2017). *Diseño y análisis de una prótesis de disco lumbar por invasión*
274 *lateral* (Tesis de maestría). Instituto Politécnico Nacional.
- 275 • Beltrán-Fernández, J.A., Hernández-Gómez, L.H., Urriolagoitia Calderón, G.M.,
276 González-Rebatú, A. y Urriolagoitia-Sosa, G. (2010). Biomechanics and numerical
277 evaluation of cervical porcine models considering compressive loads using 2-D
278 classic computer tomography CT, 3-D scanner and 3-D Computed Tomography.
279 *Applied Mechanics and Materials*, Vol. 24-25, 287-295.
- 280 • Bosch, J., Ramos, Y., Estrada, R., Morales, Y. y Beltrán R. (2017). Obtención de
281 modelos CAD personalizados de las superficies cortical y trabecular de un fémur
282 humano a partir de imágenes tomográficas. *Revista Iberoamericana de Ingeniería*
283 *Mecánica*, 21(1), 45-51.
- 284 • Gavidia, G., Soudah, E., Martín-Landrove, M. y Cerrolaza, M. (2011). Generación
285 de modelos discretos de tejidos del ser humano a través del preprocesamiento y
286 segmentación de imágenes médicas. *Revista Internacional de Métodos Numéricos*
287 *para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, 27(3), 200-226.
- 288 • Marco M., Giner E., Larraínzar R., Caeiro J. y Miguélez H. (2016). Análisis de la
289 variación del comportamiento mecánico de la extremidad proximal del fémur
290 mediante el método XFEM (eXtended Finite Element Method). *Revista de*
291 *Osteoporosis y Metabolismo Mineral*, 8(2), 61-69.
- 292 • Fuerte, A., Rodríguez, R., Susarrey, O., Merchán E., Pineda, J. y Hernández, E.
293 (2014). Aplicación de metodología de modelado 3D utilizando Tomografías
294 Computarizadas para su análisis numérico. *Revista Facultad de Ingeniería*
295 *Universidad de Antioquia*, 72, 116-126.
- 296 • Hernández-Vázquez, R.A., Urriolagoitia-Sosa, G., Marquet-Rivera, R.A., Romero-
297 Ángeles, B., Mastache-Miranda, O.A., Vázquez-Feijoo, J.A. y Urriolagoitia-
298 Calderón, G.M. (2020). High-Biofidelity Biomodel Generated from Three-
299 Dimensional Imaging (Cone-Beam Computed Tomography): A Methodological
300 Proposal. *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, Vol. 2020, 1-14.
- 301 • Mastache. O. (2016). *Modelado mediante tomografías de volúmenes de*
302 *estructuras óseas para la simulación numérica bajo la acción de cargas y/o agentes*
303 *externos* (Tesis de maestría). Instituto Politécnico Nacional.
- 304 • Pérez, L., Briones, F., Lazcano, S. y Aguilar, A. (2015). Análisis de esfuerzos
305 mediante el método de elementos finitos en implantes dentales de titanio poroso.
306 *Ingeniería y Desarrollo. Universidad del Norte*, 33(1), 80-97.

LAS TIC EN LA DIDÁCTICA DE LOS MÉTODOS NUMÉRICOS

Rogelio Ramos Carranza^{1*}, Armando Aguilar Márquez², Frida M. León Rodríguez³,
Omar García León⁴ y Juan R. Garibay Bermúdez⁵

^{1,2,3,4,5} Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. Km. 2.5 Carretera Cuautitlán
Teoloyucan, San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcalli, C.P. 54740.

EN-POIT067

Resumen

En esta propuesta se describe el diseño de una situación didáctica para la asignatura de Métodos Numéricos. Las herramientas y recursos con los que se cuenta en la actualidad obligan a diseñar material de apoyo para mejorar las actividades realizadas en el curso presencial; para describir la experiencia en el aula apoyada por TIC; cuyo objetivo fundamental es propiciar que el estudiante haga uso de conjeturas a partir de pruebas realizadas en la computadora con software propio para los métodos considerados, además de motivar en el estudiante el desarrollo o creación de las estrategias o lógicas para resolver problemas de ingeniería, mediante el uso de los métodos considerados; específicamente se motivara al estudiante a crear los distintos tipos de diagramas que existen para representar una estrategia que será llevada a la computadora; así mismo se motivara al estudiante a la aplicación de algún lenguaje de programación para resolver casos de estudio aplicando los métodos numéricos incluidos en el programa de la asignatura de Métodos Numéricos, usando la computadora. Algunos de los recursos que serán utilizados son: computadora personal con características indispensables para utilizar herramientas tales como ofimática, aplicaciones para la evaluación y seguimiento de alumnos, ambientes virtuales de aprendizaje, redes sociales, comunicación, repositorios, medios, catálogos y recursos electrónicos con los que se cuenta en la UNAM; además se utilizaran herramientas de software libre para graficación y cálculo simbólico y numérico; así como un paquete de programas creado y desarrollado en FES Cuautitlán Así pues, el objetivo de la propuesta es promover las habilidades digitales en los estudiantes para dominar el acceso a la Información, adquirir la capacidad de Comunicación y Colaboración en línea, lograr la motivación para participar en Ambientes Virtuales de Aprendizaje entre otras.

Palabras clave: Aplicación de las TIC, Enseñanza, Métodos Numéricos.

1. Introducción

En todo proyecto de investigación, para la implementación de las TIC en los programas de formación docente, se deben de considerar los factores necesarios para el buen funcionamiento del proyecto. Por tanto, en esta indagatoria se describe brevemente un marco conceptual para apoyar la integración de las tecnologías de la información y la comunicación en la formación docente. El marco deberá ser coherente con el contexto de nuestra sociedad actual y habrá de proyectar el conocimiento de actualidad acerca de la naturaleza del aprendizaje tomando en cuenta conceptos de las teorías para el aprendizaje durante el periodo escolar y así

* Autor para la correspondencia .Email: egorrc@gmail.com

46 mismo, los conceptos necesarios para el aprendizaje a lo largo del ejercicio
47 profesional y de la vida.

48 Este marco es coherente con el contexto de las sociedades actuales y refleja los
49 conocimientos más recientes acerca de la naturaleza del aprendizaje, tomando en
50 cuenta aspectos del aprendizaje durante el período escolar, y la continuidad del
51 aprendizaje a lo largo de toda la vida. Este enfoque permitiría a los educadores de
52 docentes y a los administradores de los centros educativos tener en cuenta el
53 contexto cultural que corresponde al sistema educativo; así como, los recursos
54 tecnológicos y otros factores de importancia al proyectar la integración de las TIC a
55 los programas y planes de estudio de la institución educativa. Así mismo se
56 describirán los elementos requeridos para la implementación del proyecto en un
57 curso de métodos numéricos, como son las herramientas tecnológicas que se
58 ofrecen en la actualidad. Se describirá la estrategia a seguir para su aplicación con
59 un grupo de estudiantes que estén cursando actualmente la asignatura objeto de
60 estudio de esta investigación. Finalmente se darán los hallazgos, propuestas y
61 conclusiones de la presente indagatoria. Se considera pertinente mencionar que la
62 investigación acerca de la que se está reportando se encuentra en curso; es decir,
63 aun no se concluye.

64

65 **2. Marco teórico metodológico**

66 Las prácticas pedagógicas y sus regulaciones podrán comprenderse en su
67 complejidad considerando a los diferentes actores sociales que intervienen en el
68 proceso educativo; como son el institucional, lo curricular, lo tecnológico y el
69 didáctico.

70 **2.1 Dimensión institucional**

71 La aplicación y uso de las TIC podría ser una respuesta a las necesidades de un
72 cambio, que, por lo general, se refiere a la inclusión en las estructuras tradicionales
73 de un campus virtual o de una plataforma de gestión de contenidos, cualquiera que
74 ésta sea, como sumatoria a las propuestas de actualidad, se requiere de una
75 participación activa por parte de los directivos de las instituciones a fin de propiciar la
76 práctica del uso de ambientes virtuales en la formación de recursos docentes.

77 **2.2 Dimensión curricular**

78 El estudio y análisis de las características de los planes y programas de estudio que
79 componen la currícula de cada carrera, permiten hacer un buen diseño en la
80 implementación de tecnologías; las cuales podrían mejorar las prácticas docentes en
81 la enseñanza de la ciencia básica y aplicada.

82 **2.3 Dimensión Tecnológica y Didáctica**

83 En estos aspectos se deberá tener especial cuidado en la selección de los recursos y
84 herramientas computacionales que se pueden usar en las prácticas docentes; debido
85 a que el uso de tecnología no garantiza buenos resultados por sí misma, en el

90 proceso enseñanza aprendizaje; es decir, el uso de la tecnología deberá de ir
91 acompañada por los elementos conceptuales de la didáctica y de la pedagogía.
92

93 2.3.1 Marco teórico conceptual en el uso de tecnología

94 Los matemáticos, los educadores matemáticos, estudiantes y público en general
95 son influenciados y están siendo influenciados por publicaciones acerca de la
96 enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas puestas en línea de diferentes
97 maneras en medios sociales (Freiman, 2008). Esta particular forma de la cultura
98 de la educación permite una más rápida movilidad y difusión que la forma
99 tradicional; sin embargo, las implicaciones de los medios sociales en el campo de
100 la matemática educativa aún están siendo explorado. Así que, el propósito de
101 esta investigación consiste en explorar las posibilidades que los multimedios y
102 herramientas computacionales presentan para la comunidad de los matemáticos
103 educativos. Luego entonces se pueden plantear varias preguntas de investigación
104 tales como: ¿Cuál es la naturaleza de las TIC en el contexto de la matemática
105 educativa?, ¿Cuáles podrían ser las implicaciones en el uso de las TIC para la
106 enseñanza y aprendizaje de las matemáticas o en particular en el caso de los
107 métodos numéricos?, ¿Cuáles son las consideraciones respecto a las TIC para
108 los investigadores de la matemática educativa?

109 Algunos temas que surgieron de las discusiones de algunos grupos de
110 investigadores incluyeron identidad, comunidad, investigación, accesibilidad, fuente
111 de datos enriquecida y oportunidades de colaboración. Sin embargo, en términos
112 más generales, nuestros aprendizajes clave se pueden resumir en tres áreas: la
113 naturaleza de las redes sociales, las implicaciones para enseñar y aprender
114 matemáticas, y las implicaciones para los investigadores de educación matemática.
115 Estos se describen a continuación (Larsen, 2016).

116

117 2.3.1.1 La naturaleza de los medios sociales.

118 Esta consiste en muchas y variadas herramientas que permiten la interacción de una
119 cantidad de usuarios en un medio o plataforma virtual. La estructura de varias
120 plataformas de medios puede afectar la forma en que los usuarios interactúan. Por
121 ejemplo, Twitter está menos estructurado y los blogs están más estructurados, pero
122 Twitter permite una mayor interactividad. Es importante destacar que las redes
123 sociales no solo se utilizan para capturar y compartir momentos, sino también para
124 colaborar sobre ideas. Por lo tanto, las redes sociales (Social media, 2017) permiten
125 la contribución y la colaboración. Las redes sociales también pueden apoyar la
126 creación de redes y comunidades de aprendizaje. Además, el anonimato parece
127 jugar un papel importante en cómo se comparte el contenido en las redes sociales.
128 Así mis, encontrar y buscar conexiones con otros que comparten propósitos
129 comunes, incluso si tienen ideas diversas, lo convierte en un espacio más útil
130 personalmente.

131

132

133 2.3.1.2 Implicaciones para el proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.
134 La comunidad virtual de maestros de matemáticas (por ejemplo, el Comité
135 Latinoamericano de Matemática Educativa CLAME) puede ser muy solidaria y
136 generativa en términos de construir ideas para enseñar matemáticas. Los métodos
137 de enseñanza se acumulan en las redes sociales y se encuentran en las
138 publicaciones realizadas por los educadores de matemáticas. Las conferencias en
139 persona, incluso se han desarrollado a partir de las redes sociales entre los
140 educadores de matemáticas en relación con las conversaciones sobre la enseñanza
141 de las matemáticas. Las historias inspiradoras de experiencias vividas relacionadas
142 con la enseñanza de las matemáticas se comparten en las redes sociales, y los
143 autores están disponibles para conectarse sobre estas experiencias, lo que brinda
144 una gran oportunidad para establecer contactos y dialogar. Dado que se puede
145 alcanzar el "estrellato" a partir de cosas simples como dibujar un círculo perfecto,
146 existe una poderosa oportunidad de influencia dentro de los ámbitos de las redes
147 sociales.

148
149 2.3.1.3. Implicaciones para los investigadores en matemática educativa.
150 Los medios sociales proporcionan una mina de oro rica en datos para la
151 investigación y la enseñanza y también permiten poner la investigación en manos de
152 los maestros. Es decir, el Twitter es un lugar rico para el diálogo entre educadores de
153 matemáticas en redes sociales e investigadores de educación matemática. Las redes
154 sociales permiten el diálogo, mientras que los trabajos de investigación son estáticos.
155 Las redes sociales también son más actuales y permiten discusiones en tiempo real
156 y asincrónicas. Por ejemplo, los maestros publican problemas y sus colegas les
157 responden con ideas, a menudo compartiendo videos de estudiantes que resuelven
158 los problemas. Este tipo de interacción ofrece oportunidades similares a las que se
159 encuentran en los enfoques de "estudio de lección". También constituye una rica
160 fuente de datos que ofrece información sobre el estado de la pedagogía en la
161 educación matemática. No podemos detener el tren de las redes sociales. Entonces,
162 ¿cómo lo utilizaremos en todo su potencial?
163 Por tanto, de acuerdo con lo expuesto líneas arriba nuestro trabajo consistirá en
164 responder a las distintas preguntas o cuestionamientos hechos en este breve marco
165 teórico junto con las cuales podemos establecer la forma o método más apropiado y
166 efectivo para usar las TIC en el proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas
167 en general y en particular en esta investigación de los métodos numéricos.

168 169 3. Experimentación

170 En esta etapa es importante destacar los aspectos fundamentales para la puesta en
171 marcha de un curso de métodos numéricos en el que se utilizaran las TIC. Uno de
172 los principales aspectos es el relacionado con las características que debe de poseer
173 el profesor. Otro aspecto fundamental es el que se refiere a las habilidades que se
174 espera que el estudiante adquiera en un curso con esta modalidad; es decir las
175 habilidades digitales a promover en los estudiantes. Y finalmente cuáles son las

177 herramientas de información y comunicación a utilizar en esta indagatoria, las cuales
178 han sido seleccionadas de un número considerable de las que se encuentran a
179 disposición y que en su mayoría son de uso libre.

180

181 3.1. Características de un profesor que usa las TIC en su actividad docente (Peña,
182 2006).

183 Una de las características que se consideran fundamentales es la apertura por parte
184 del docente a la presencia de la RED y su uso de manera adecuada. La WEB facilita
185 el uso de internet como una extensión del aula convirtiéndola en una herramienta
186 para el proceso de enseñanza y aprendizaje y potenciando las posibilidades del
187 docente con lo que logra más dinamismo en su actividad. Un aspecto fundamental en
188 la actividad docente es el hecho de mantenerse actualizado, de manera que esta le
189 permita tener una educación continua y adecuada para el aprovechamiento de los
190 recursos de comunicación e información disponibles; de entre los que se pueden
191 mencionar a los gestores de contenido; tales como blogs y wikis, que le permitirán al
192 profesor:

- 193 a) Estimular la lectura en los estudiantes, propiciando una mejor comprensión de
194 los temas vistos en el aula
195 b) Motivar a los estudiantes a la búsqueda de información de manera
196 independiente y usando distintas fuentes
197 c) Propiciar el pensamiento crítico y la reflexión en los estudiantes
198 d) Mejorar el nivel de conversación entre estudiantes y profesor y estudiantes
199 e) Facilitar la participación de todos los estudiantes

200 Así mismo, se tendrán estas características del profesor para sus labores de
201 investigación; lo cual redundara en un mejor aprovechamiento de recursos como
202 repositorios de artículos en línea (BIDI UNAM); libros digitales, foros de discusión
203 que permiten acceder de una manera más efectiva y económica en su actividad, lo
204 cual podría beneficiar al profesor manteniéndolo al día en los conocimientos de
205 frontera, en su área de acción.

206

207 3.2. Habilidades digitales para promover en los estudiantes. (DGTIC UNAM,2014)

208 Dominar el acceso a la Información, adquirir la capacidad de Comunicación y
209 Colaboración en línea, Lograr la motivación para participar en Ambientes Virtuales de
210 Aprendizaje, Adquiera la capacidad para hacer uso de las herramientas tecnológicas
211 de apoyo a la enseñanza-aprendizaje; específicamente que el alumno adquiera la
212 capacidad para utilizar algoritmos y sea capaz de llevarlos a la computadora
213 utilizando un lenguaje de programación en la solución de problemas de ingeniería
214 mediante el uso de métodos numéricos.

215

216 3.3. Herramientas y Plataformas de trabajo

217 Computadora personal con características indispensables para utilizar herramientas
218 tales como la ofimática, recursos para la evaluación y seguimiento de alumnos,
219 ambientes virtuales de aprendizaje, Redes Sociales, Comunicación, Repositorios,
220 Medios, Catálogos y Recursos Electrónicos de la UNAM; específicamente se

221 utilizarán herramientas de software libre para graficación y cálculo simbólico y
222 numérico; así como un paquete de programas de métodos numéricos creado y
223 desarrollado en la FES Cuautitlán. Además de utilizar un lenguaje de programación
224 de uso libre seleccionado por el alumno y alguna aplicación para la elaboración de
225 mapas conceptuales y diagramas de flujo.
226

227 3.4. Descripción de las actividades a desarrollar

228 Constará de tres sesiones, dos de ellas con duración de 1.5 y la tercera de 2.0 horas.

229 Primera sesión:

230 El estudiante realizará un reporte o presentación del método, por escrito en una
231 cuartilla y se comentará al iniciar la clase en el aula, motivando así a la participación
232 de los estudiantes. Para llevar a cabo esta actividad el estudiante se apoyará en la
233 información y contenidos puestos a su alcance en una plataforma. Con la
234 participación del estudiante se construirá la formulación del método en estudio y se
235 resolverá un problema de ejemplo contextualizado; después de esta actividad en el
236 aula, el estudiante resolverá un caso de estudio en el escritorio y lo acompañará con
237 un programa por computadora (actividades extra-clase), para el desarrollo del caso y
238 programa los estudiantes podrán interactuar entre ellos y con el profesor en un foro
239 que estará disponible durante las tres sesiones en la plataforma.

240 Segunda sesión:

241 La siguiente actividad en el aula consistirá en el repaso del tema mediante la
242 solución de un ejemplo en equipo y se resolverán las dudas posibles.

243 Tercera actividad:

244 El estudiante entrega el caso de estudio y su programa correspondiente y resolverá
245 un problema utilizando el método estudiado en las sesiones anteriores haciendo uso
246 de la computadora y de las herramientas puestas a su alcance, como son software
247 para graficación, programas ejecutables de tipo conversacional para resolver
248 problemas, utilizando distintos métodos numéricos.
249

250 4. Resultados esperados y Conclusiones

251

252 Realmente es sorprendente que con un tema tan nuevo y cada vez mayor,
253 pudieramos responder a todas las preguntas planteadas a lo largo de la
254 investigación; quedan muchas preguntas sin responder. Solo se ha tocado
255 superficialmente la corteza de posibilidades que pueden resultar en una mayor
256 exploración de la relación que existe entre las redes sociales y la educación
257 matemática. Nos quedamos entonces con la idea de que la esperanza matemática
258 pueda ser significativa cuando se utilicen los recursos informáticos de manera
259 adecuada y pertinente; con lo que estaríamos buscando como resultado de la
260 investigación que se encuentra en curso; es decir la pondremos a prueba con un
261 grupo de estudiantes en el mes de mayo ante los expertos de nuestra Universidad y
262 nos referimos a los asesores de la Dirección General de Tecnologías de la
263 Información y Comunicación (DGTIC); por lo que esperamos una vez concluida la
264 investigación poder responder a preguntas como las siguientes: ¿Cómo pueden los

265 profesores y los investigadores utilizar las TIC para ayudar a los estudiantes a
266 aprender Métodos Numéricos? ¿Cómo usamos las redes sociales con los
267 estudiantes en las aulas? ¿Qué mejoras ofrece? ¿Y cuál es el impacto potencial de
268 las redes sociales en el aprendizaje? ¿Quién está usando las TIC para la educación
269 matemática? ¿Cómo podemos investigar el fenómeno de las TIC?
270 Concluyendo así, que podemos ver estas preguntas como fuentes de inspiración
271 para responderlas, una vez realizada y puesta en marcha la indagatoria objeto de
272 estudio de este reporte; así como, oportunidades para futuras exploraciones.
273 Además de aclarar que el rol que juegan las TIC en la enseñanza de los métodos
274 numéricos es la motivación y el facilitar el acceso a la información usando los medios
275 que estas ofrecen; incluidos en los objetivos de esta indagatoria y que están bien
276 definidos en el resumen y a lo largo de este documento.
277

278 5. Índice de Referencias

- 280 Freiman, V. (2008). Virtual problem solving opportunities to meet the needs of the net
281 generation: Knowledge building, knowledge sharing and being part of the community.
282 In P. Liljedahl, S. Oesterle, & C. Bernèche (Eds.), *Proceedings of the 2008 annual*
283 *meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group/Groupe Canadien*
284 *d'Étude en Didactique des Mathématiques*(pp. 85-94).
- 285
- 286 Social media. (2017). In Merriam-Webster online [En linea]. Disponible en:
287 <https://www.merriam-webster.com/dictionary/social%20medi>
- 288
- 289 Larsen, J. (2016). Negotiating meaning: A case of teachers discussing mathematical
290 abstraction in the blogosphere. In M. B. Wood, E. E. Turner, M. Civil, & J. A. Eli
291 (Eds.), *Proceedings of the 38th annual meeting of the North American Chapter of the*
292 *International Group for the Psychology of Mathematics Education*(pp. 331-338).
293 Tucson, AZ: The University of Arizona.
- 294
- 295 DGTIC, UNAM. (2014). Matriz de habilidades digitales. Recuperado de
296 <http://www.educatic.unam.mx>
- 297
- 298 PEÑA, Ismael; CÓRCOLES, César Pablo; CASADO, Carlos (2006). *El Profesor 2.0:*
299 *docencia e investigación desde la Red. UOC Papers.* [En línea]. N.º 3. UOC.
300 Obtenido en febrero de 2020 en:
301 http://www.uoc.edu/uocpapers/3/dt/esp/pena_corcoles_casado.pdf ISSN 1885-1541
- 302

257 aprendizaje. A través del aprendizaje colaborativo los alumnos tuvieron que aprender a
258 escuchar las opiniones de sus pares y tomar decisiones para explicarse ante sus pares
259 y representar ante sus compañeros el trabajo realizado por todo su equipo. Esta forma
260 de aplicar el aprendizaje colaborativo, genero una la responsabilidad individual, una
261 interdependencia positiva, y el uso de las habilidades de colaboración, para el bien
262 común y con la finalidad de motivar y promover diversos aprendizajes que sean
263 significativos.

264

265 Referencias

- 266 Correa, L. M. Z. (2003). Aprendizaje colaborativo: una nueva forma de Diálogo
267 Interpersonal y en Red. *Contexto Educativo*, 28, 1-citation_lastpage.
268 Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA.
269 Stone Wiske, M. (1999). La Enseñanza para la Comprensión. Vinculación entre la
270 investigación y la práctica. Argentina: Paidós
271 Zill, D. (2011). Cálculo de una variable. Trascendentes Tempranas. México: Mc Graw
272 Hill.

Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

1 MODELACIÓN MATEMÁTICA EN ECOLOGÍA DEL JUEGO 2 MEDIANTE EL “FRIJOLARIUM” AL USO DE LAS TIC

3
4 Martínez Reyes Lourdes Noemi¹, Cervantes Sandoval Armando^{1*} y Rivera García
5 Patricia¹

6 *Facultad de Estudios Superiores Zaragoza. Batalla 5 de Mayo, S/n esquina Fuerte
7 de Loreto, Colonia Ejército de Oriente, Iztapalapa.*

8
9
10 EN-POAV069

11 Resumen

12
13
14 *En la carrera de Biología se cuenta con diversas asignaturas de índole matemático, entre las cuales
15 se encuentra la asignatura de Ecología cuantitativa, la cual se tiene como principal elemento de
16 enseñanza la aplicación de los modelos matemáticos. De los cuales es importante conocer su uso y
17 aplicación dentro de esta disciplina debido a que permiten mediante simulaciones el estudio del
18 comportamiento de los sistemas o fenómenos ecológicos, por ejemplo, las condiciones de crecimiento
19 en las poblaciones de peces de uso alimenticio, la capacidad de un bosque para que pueda ser
20 talado, entre otras. Se encuentran algunas dificultades que representa conocer y manejar los
21 fundamentos de la modelación matemática a los alumnos, así como el poco material diseñado para el
22 área, por lo cual, como propuesta de herramienta lúdica para la enseñanza de los modelos
23 matemáticos es posible encontrar al frijolarium. Esta herramienta presenta dos grandes ventajas, la
24 primera es permitir la obtención de datos en poco tiempo y de forma sencilla siguiendo una serie de
25 reglas o algoritmos, la segunda, que permite introducirse a la modelación matemática de una forma
26 más amena. Se generó un edublog con la información necesaria para la comprensión de los modelos
27 básicos: el modelo exponencial, el modelo logístico y el modelo de interacción presa-depredador,
28 presentando las bases necesarias para su comprensión, como lo es la resolución de las respectivas
29 ecuaciones, el manejo de los modelos utilizando softwares como Excel y Stella. El edublog se está
30 utilizando como material de apoyo al curso presencial de ecología cuantitativa de la carrera de
31 Biología en la FES Zaragoza, encontrando buena aceptación y uso por parte de los estudiantes, así
32 como por otras instituciones del país y del extranjero. Al estar en línea es posible que los usuarios
33 puedan consultar los diferentes temas sin restricción.*

34 **Palabras clave:** edublog, frijolarium, modelación matemática, simulación, ecología.
35
36

37 1. Introducción

38
39 Actualmente las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) se
40 encuentran en un periodo de auge al grado que se han expandido como una
41 herramienta de apoyo para el aprendizaje, siempre que sean bien empleadas,
42 modificando y mejorando las viejas prácticas de la enseñanza (Universidad del
43 Salvador, 2014). Teniendo principalmente a las aulas virtuales y los edublog como
44 elementos de apoyo especializados a la enseñanza.

*Armando Cervantes Sandoval .e-mail: arpacer@unam.mx Tel. 5556230754

45 Cabe señalar que al momento de emplear recursos TIC se debe ser consciente
46 que el uso de la tecnología por sí misma no resuelve ningún problema, en el caso de
47 la enseñanza siempre es importante tener la guía de un profesor o especialista que
48 permita guiar el aprendizaje (Llorente, 2012). Un material necesario, basado en el
49 uso de las TIC, es el de modelación matemática de procesos biológicos, tema que al
50 ser de bases matemáticas puede generar dificultades a los alumnos. Con los
51 modelos es posible estudiar los crecimientos de las poblaciones en un ambiente, el
52 crecimiento de un organismo, resistencia de los medicamentos, entre otras
53 aplicaciones (Ulloa, 2010).

54 Por la importancia de la modelación matemática, en el ámbito biológico, se
55 muestra lo necesario que resulta su enseñanza, teniendo como base el uso de los
56 modelos de estudios poblacionales. Siendo tres los modelos principales, el primero
57 es el modelo exponencial, propuesto por Robert Malthus, donde la población en
58 cuestión crecerá de manera indeterminada bajo el supuesto de que los recursos son
59 inagotables. El siguiente es el modelo logístico planteado por Pierre-François
60 Verhulst, cuyo modelo se basó en el propuesto por Malthus, con la diferencia de que
61 el plantea que los recursos no son infinitos y cuando se alcance su límite la población
62 seguirá creciendo pero a un ritmo cada vez más lento, a este límite en los recursos
63 se le conoce como capacidad de carga.

64 El tercero es el modelo de interacción presa-depredador, también conocido
65 como modelo Lotka-Volterra, que plantea la interacción de dos poblaciones, una de
66 presas y la otra de depredadores, mientras la población presa crezca la población
67 depredador también lo hará, al aumentar la población de depredadores la población
68 de presas disminuirá, al disminuir la población de presas la población de
69 depredadores comenzara a decaer.

70 Una herramienta que facilita tanto la enseñanza de los modelos, así como la
71 obtención de datos que puedan emplearse es el *frijolarium*, esta herramienta fue
72 propuesta por Luis Bojórquez, consiste en un tablero parecido al de ajedrez de 60x60
73 cm en el cual se arrojarán frijoles para ser contabilizados mediante ciertas reglas de
74 acuerdo al modelo con el que se desee trabajar.

75 De esta forma se propuso el desarrollo de un blog, como apoyo al proceso de
76 enseñanza-aprendizaje, que conjunte los conocimientos necesarios para la
77 enseñanza de la modelación, combinados con una herramienta que permite la
78 obtención de datos semejantes a la realidad, así como de elementos
79 computacionales para el manejo de los modelos.

80 2. Método o desarrollo

83 El método se compone de cinco fases: i) análisis, ii) diseño, iii) desarrollo, iv)
84 implementación y v) evaluación.

86 2.1. Fase de análisis.

87 Se llevó a cabo una búsqueda de información relacionada con la modelación
88 matemática. Se revisaron diversas fuentes bibliográficas tanto físicas como en

89 formato electrónico, además de sitios web especializadas en el tema. Con la
90 información recabada se generó un temario para el diseño instruccional, el cual
91 presenta los recursos necesarios que se deben abarcar en el edublog. La
92 información también permitió diseñar y elaborar un tablero de *frijolarium*, el cual se
93 utilizó para generar conjuntos de datos de los modelos a utilizar. Estos conjuntos de
94 datos permitieron realizar el proceso de parametrización de los tres respectivos
95 modelos, usando Excel como herramienta de cálculo. Posteriormente se realizaron
96 simulaciones con el software de programación visual Stella.
97

98 **2.2. Fase de diseño.**

99 Siguiendo el diseño instruccional, se recabo la información teórica necesaria para
100 cubrir los conceptos necesarios de la modelación matemática. Utilizando esta
101 información se generaron en total de 14 archivos explicativos, el primero con la
102 información de los conceptos básicos de la modelación matemática, el segundo
103 describiendo los modelos que se emplearían (modelo exponencial, modelo logístico y
104 modelo de interacción presa-depredador), el tercer archivo presenta la descripción
105 del material y método que se siguió para su elaboración. Los archivos cuatro al ocho
106 son las reglas de los modelos para generar los conjuntos de datos utilizando el
107 *frijolarium*. Los archivos nueve al once contienen la descripción del proceso de
108 parametrización de cada uno de los modelos utilizando el programa de Excel, los
109 últimos tres archivos contienen la descripción del proceso para generar los modelos
110 utilizado el programa Stella.

111
112 **2.3. Fase de desarrollo.**

113 Se generó un blog utilizando la plataforma blogger, donde se le asignó un nombre y
114 dirección web para el sitio. Para plantear el orden que tendría la información dentro
115 del blog se generó un diagrama de flujo de datos, marcando las páginas principales y
116 el cómo se conectan con las páginas secundarias.

117
118 **2.4. Fase de implementación.**

119 Se generaron las páginas necesarias, en las cuales se agregó la información de los
120 archivos explicativo. Se seleccionaron las imágenes, videos y graficas que
121 acompañaron las explicaciones. Las páginas se enlazaron por medio de hipervínculo
122 siguiendo el diagrama de flujo de datos. Al finalizar se llevó a cabo una prueba del
123 sitio para revisar que la información estuviera organizada de forma correcta y
124 revisando que los enlaces e hipervínculos funcionaran de forma correcta.

125
126 **2.5. Fase de usabilidad.**

127 Para corroborar si el entorno cumple con su función como material de apoyo para un
128 curso de modelación matemática se utilizó a lo largo de un semestre en un curso de
129 la asignatura de ecología cuantitativa dentro de la carrera de Biología en la Facultad
130 de Estudio Superiores Zaragoza, al finalizar dicho curso se les presentó un
131 cuestionario a los alumnos que tomaron el curso. Además de eso se hizo una

132 revisión de información que presenta blogger sobre las visitas presentadas, tomando
133 los datos de visitas en tres periodos de tiempo desde la elaboración del entorno.

134

135 **3. Resultados y análisis**

136

137 Dentro de la plataforma Blogger se generó un blog que lleva por título “Modelación
138 Matemática Aplicada en Biología, FES Z” y cuya dirección web es
139 <http://modmatbiol.blogspot.mx>. El blog cuenta con diecinueve páginas, en las cuales
140 se divide la información del sitio. Siete de las páginas conforman los temas
141 principales mientras que el resto se encuentran conectadas por medio de
142 hipervínculos.

143 La primera página que presenta el blog es la de Bienvenida, donde se describe el
144 contenido con el que se cuenta. La segunda página es “Modelación Matemática”
145 donde se describen los principales conceptos que es necesario conocer para poder
146 empezar a aprender sobre la modelación. La tercera página que lleva por título
147 “Principales modelos” donde se presenta la descripción teórica de los modelos
148 básicos que se aplican para el estudio de poblaciones. Este es un tema importante
149 de abarcar debido a que partiendo de dichos modelos (modelo exponencial, modelo
150 logístico y modelo de interacción presa-depredador) es posible comenzar a crear
151 modelo cada vez más complejos.

152 La cuarta página se titula “*Frijolarium*”, donde se presenta una breve descripción
153 sobre lo que es el *frijolarium* seguido de seis hipervínculos, el primero dirige hacia
154 una nueva página donde se presenta la descripción de cómo elaborar un tablero de
155 *frijolarium* junto con el material necesario para su elaboración. Los otros cinco
156 hipervínculos dirigen hacia las páginas donde se describen los procesos de tirada
157 para cada uno de los modelos junto con imágenes que complementen dicha
158 explicación.

159 La quinta página lleva por título “Parametrización en Excel”, en esta página se
160 presentan tres hipervínculos que dirigen hacia las páginas donde se encuentra la
161 descripción del proceso de parametrización para cada uno de los modelos, esto
162 explicado de una manera sencilla para que sea comprensible para cualquier
163 interesado en el tema. Explicado desde una perspectiva de un alumno describiéndolo
164 a un alumno.

165 La sexta página titulada “Modelación es Stella”, se encuentra en un inicio una
166 introducción sobre el programa debido a la poca difusión del mismo, describiendo las
167 herramientas que más se usan. Después se encuentran tres hipervínculos donde se
168 describe el proceso de simulación de cada uno de los modelos utilizando el software,
169 donde al final se presenta el proceso hasta generar la gráfica. Se eligió presentar la
170 descripción de este programa debido a que presenta de una manera más sencilla la
171 modelación, el programa es más visual que matemático. La última página del blog es
172 “Créditos”, donde se presentan los créditos para los autores.

173 Para conocer la utilidad del entorno y su funcionalidad como un elemento de apoyo a
 174 alumnos se usó el blog a lo largo de un curso de ecología cuantitativa dentro de la
 175 carrera de Biología en la Facultad de Estudios Superiores Zaragoza. El cuestionario
 176 contenía nueve preguntas de percepción donde se presentaba una escala del 1 al 5
 177 donde: 1= muy malo/pésimo, 2=malo, 3=regular/más o menos, 4=bien/bueno, 5=muy
 178 bien/excelente.

179

CUESTIONARIO DE PERCEPCIÓN DEL BLOG DE MODELACIÓN MATEMÁTICA

Link del blog: modmatbiol.blogspot.com

Propósito: Se desea conocer la percepción que se tiene del Blog de "modelación matemática aplicada en biología", con el fin de mejorarlo para hacerlo más útil y atractivo, por lo cual se le pide contestar el presente cuestionario.

Nombre _____

INSTRUCCIONES: Marque con una X según considere, tomando en cuenta el 1 como Nada/Muy malo y el 5 como Excelente/muy bueno.

¿Cómo percibe la calidad de la portada del blog? 1 2 3 4 5

¿Considera que la introducción le motiva a leer el contenido del blog? 1 2 3 4 5

¿Considera que la barra del menú y los hipervínculos facilitan el acceso y seguimiento del tema? 1 2 3 4 5

¿Qué tan útil le resultó la información? 1 2 3 4 5

¿Cómo considera el desarrollo de cada tema? 1 2 3 4 5

¿Cómo considera los ejemplos presentados en cada tema? 1 2 3 4 5

¿Quié tan claras considera las explicaciones? 1 2 3 4 5

¿Considera apropiadas las imágenes que se presentan para cada explicación? 1 2 3 4 5

¿Cómo considera las imágenes en base a la resolución, colores, entre otras cuestiones técnicas que se presentan?

Instrucciones: Responda brevemente los siguientes cuestionamientos.

¿Qué mejoraría del blog en contenido teórico?

¿Qué mejoraría del blog en aspectos como imágenes, colores, letra, etc., para hacerla más atractiva?

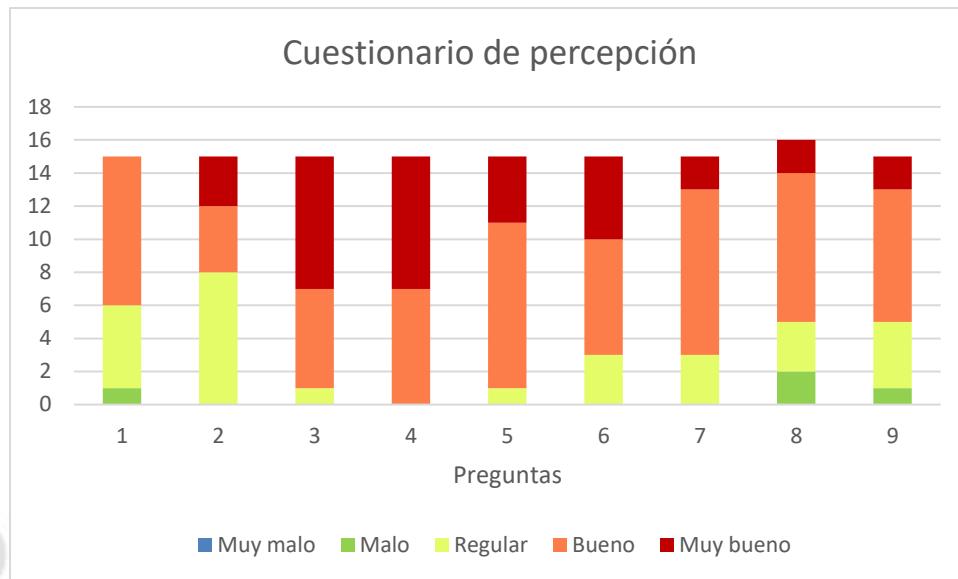
¿Recomendaría el uso del blog a alguien interesado en el tema o que necesite este tipo de información?

181

Fig. (1) Cuestionario de percepción.

180





182

Fig. (2) Respuesta del cuestionario de percepción.

183

184 En cuanto a las explicaciones, ejemplos y la información en general dentro del
 185 entorno se consideró entre buena y muy buena en su mayoría, mientras que algunas
 186 de las cuestiones técnicas, principalmente en el caso de la calidad de la imagen
 187 responden que no es muy buena, pese a que los autores consideran que si son
 188 buenas acompañando las explicaciones. Por lo cual los alumnos del curso
 189 percibieron al blog como un buen material que les permitió apoyar su curso y les fue
 190 útil dentro del mismo.

191 Blogger también permite revisar el número de visitas que ha presentado el sitio, por
 192 lo cual se optó el ir tomando las visitas del blog a lo largo de diferentes tiempos.
 193 Principalmente se revisaron las visitas por página del edublog y las visitas que se
 194 dieron por países. Los resultados se muestran en la siguiente tabla.

195

Tab. 1 Datos de visitas por página

| 16/04/2018 | 12/04/2019 | 04/10/2019 |
|--|---|---|
| Visitas totales: 1,148 | Visitas totales: 2,279 | Visitas totales: 2,686 |
| -Visitas por página: | -Visitas por página: | -Visitas por página |
| 1.Frijolarium:272 | 1.Frijolarium: 503 | 1. Frijolarium: 567 |
| 2. Principales modelos: 112 | 2. Principales modelos: 230 | 2. Principales modelos: 284 |
| 3. Parametrización en Excel: 100 | 3. Parametrización en Excel: 184 | 3. Parametrización en Excel: 203 |
| 4. Reglas de crecimiento exponencial: 79 | 4. Modelación en Stella: 133 | 4. Modelación en Stella: 161 |
| 5. Reglas de presa-depredador: 70 | 5. Reglas de crecimiento exponencial: 128 | 5. Reglas de crecimiento exponencial: 152 |

196 El edublog se creó a inicios del 2017, en poco más de un año (abril del 2018) las
 197 visitas que se tenían registradas en el sitio fueron 1148, un año después las visitas
 198 registradas del blog subieron a 2279, es decir, en ese lapso se presentaron 1131
 199 visitas al edublog. Posteriormente en cuatro meses se tuvieron otras 407 visitas
 200 generando un total de 2686 visitas en el blog en octubre del 2019, a enero de 2021
 201 se tienen 4,340 visitas con 1570 visitas en los últimos doce meses. De todas las
 202 visitas se puede ver que el tema por el cual se accede más al sitio es por la
 203 información del *frijolarium*, lo cual indica que efectivamente si era necesaria esta
 204 información dentro de un entorno de fácil acceso, al haber revisado la información
 205 disponible solo se encontraba el libro de Soberón donde se describían las reglas del
 206 *frijolarium*, mientras que en el blog se procuró realizar de una forma más sencilla esta
 207 descripción junto con las imágenes que puedan apoyar, la siguiente página más
 208 visitada es la de los principales modelos, donde se presenta la descripción de los
 209 modelos básicos.

210 **Tab. 2 Datos de visitas por país.**

| 16/Abril/2018 | 12/Abril/ 2019 | 04/Octubre/2019 | 20/Enero/2021 |
|--|--|--|---|
| Visitas totales: 1,148 1. México 1,094 2. Colombia 16 3. EU 16 4. Chile 3 5. Cuba 3 | Visitas totales: 2,279 1. México 1,982 2. Colombia 89 3. España 43 4. Chile 33 5. EU 26 | Visitas totales: 2,686 1. México 2,292 2. Colombia 113 3. España 57 4. Argentina 41 5. Chile 38 | Visitas totales: 4,340 1. México 3,690 2. Colombia 120 3. Canadá 108 4. EU 91 5. España 93 |

211
 212 En los datos de las visitas por países se tiene a México con un mayor registro debido
 213 a que se ha utilizado a lo largo del curso de Ecología cuantitativa. Contando a las
 214 visitas extranjeras Colombia es el país del que más visitas se registran, en un inicio
 215 se registraron visitas de Estados Unidos pero estas visitas disminuyeron, siendo
 216 España el segundo país del que se tienen más registros de visitas. El edublog es un
 217 recurso de apoyo que no solo se emplea dentro de la FES Zaragoza, también ha
 218 resultado ser un elemento útil fuera del país.
 219

220 **4. Conclusiones**

221
 222 El edublog “Modelación Matemática Aplicada en Biología, FES Z” es un recurso que
 223 permite apoyar el curso presencial de Ecología cuantitativa e incluso de otras
 224 asignaturas relacionadas con el tema, debido a que presenta los recursos teóricos y
 225 prácticos necesarios para la comprensión de modelos matemáticos. Incluso es

226 posible utilizarlo por sí mismo para quienes se encuentren interesados en el tema,
227 debido al orden en el cual se encuentran cada uno de los temas, iniciando con los
228 conceptos bases hasta el manejo de modelos con el uso de programas de
229 computadora.

230 No solo se está cubriendo una necesidad de la información dentro de la asignatura
231 de ecología cuantitativa, sino también en una comunidad externa, tanto fuera de la
232 institución como del país. Principalmente en cuanto a la herramienta *frijolarium*, la
233 cual fue el tema principal de búsqueda, es una herramienta que permite obtener
234 datos de manera más sencilla y rápida, los datos pueden ser usados para practicar el
235 manejo de los modelos.

236
237 Patricia Rivera García e-mail: patiriv@unam.mx Tel: 5556230754
238 Lourdes Noemí Martínez Reyes e-mail: noemimtzr90@gmail.com Tel. 5556230754
239 Armando Cervantes Sandoval .e-mail: arpacer@unam.mx Tel. 5556230754

240 241 Agradecimientos

242 Al apoyo del proyecto PAPIME PE215519.

243 244 Tesis

- 245 246 247 • Llorente, O. (2012). Estudio, evaluación y optimización de los procesos
248 249 250 educativos en formación obligatoria. Tesis de doctorado. Universidad
251 252 Autónoma de Madrid, España.

253 Revistas

- 254 255 256 • Ulloa, J. y Rodriguez, J. (2010). El modelo logístico: una alternativa para el
257 258 estudio del crecimiento poblacional de organismos. *REDVET. Revista
259 260 Electronica de Veterinaria* 11(3).

261 262 Información en línea

- 263 264 • Universidad del Salvador (2014). Universidad del Salvador, Facultad de
265 Ciencias Económicas, Unidad de Informática. [En línea] Disponible en:
<http://www.fce.ues.edu.sv/uploads/pdf/pizarra-digital-material.pdf>

ENTORNO VIRTUAL PARA LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO INTEGRAL Y ECUACIONES DIFERENCIALES EN BIOLOGÍA

Peña López Giovanny Fernando^{1*}, Cervantes Sandoval Armando¹ y Rivera García Patricia¹

FES Zaragoza UNAM Carrera de Biología. Batalla 5 de Mayo s/n esquina Fuerte de Loreto, Colonia Ejército de oriente, Iztapalapa C.P. 09230, Ciudad de México, México.

EN-POAV070

Resumen

Se está desarrollando un entorno virtual de aprendizaje que apoye a la asignatura de matemática II de la carrera de Biología, considerada de alto índice de reprobación por la complejidad de los temas y la actitud de los alumnos al considerarla muy difícil o innecesarias en la formación de un Biólogo. En un primer acercamiento se desarrolló un aula virtual en la plataforma Moodle que funciona como reservorio de materiales, esto es de apuntes de cada tema presentado en la clase presencial y de ejemplos resueltos paso a paso. Ante las restricciones de acceso y a partir de la experiencia de asesorías y la impartición de cursos remediales se optó por la implementación de un blog, acorde al temario de la materia, para la enseñanza del cálculo integral enfatizando en las técnicas de integración; cálculo diferencial en tres dimensiones y ecuaciones diferenciales de primer orden, buscando explicar los contenidos desde la perspectiva del alumno. Este blog se está desarrollando en WordPress y hasta el momento consiste en diecinueve páginas en las cuales se desarrollan los temas de integral definida y técnicas de integración directa, por partes y por fracciones parciales, así como aplicaciones, la fortaleza del blog está en los vínculos que permiten al estudiante consultar otros materiales y acceder a herramientas como las calculadoras de integrales que están disponibles en línea, pero sobre todo a la presentación de ejemplos resueltos paso a paso indicando la estrategia de solución. Se está utilizando como apoyo al curso curricular presencial que se imparte en el segundo semestre, mostrando buen nivel de aceptación por parte de los alumnos.

Palabras clave: edublog, cálculo, biología, entorno virtual, WordPress, integración, ejemplos.

1. Introducción

En el ámbito mundial es reconocida la problemática que enfrentan los estudiantes de todos los niveles educativos con el aprendizaje de la matemática, asignatura que en general, no es de su agrado (Camarena, 2014). En la Facultad de Estudios Superiores Zaragoza se observa un alto índice de reprobación en las asignaturas que se relacionan a las matemáticas.

* Autor para la correspondencia.. E-mail: giovanny.plopez@hotmail.com Tel. 55 29 59 03 58.

¹Cervantes Sandoval Armando. E-mail: arpacer@unam.mx Tel. 55 18 69 82 71.

¹Rivera García Patricia. E-mail: patyriv@unam.mx Tel. 55 17 63 49 47.

41 Estas dificultades en el aprendizaje de las matemáticas pueden ser una de las
42 causas de fracaso escolar y, en ocasiones, pueden incluso llevar a los alumnos al
43 abandono escolar (Fernández-Carreira, 2013).
44 Entre las principales causas de la dificultad en el aprendizaje de materias
45 relacionadas a las matemáticas como lo son el cálculo integral y diferencial, está el
46 que los alumnos no les encuentran aplicación, creyendo que no tienen relevancia
47 para su carrera o su vida cotidiana, por lo que no le dan la importancia necesaria o
48 tienen la idea de que son muy complicadas.
49 Las matemáticas, como parte de las ciencias básicas son formativas, lo cual implica
50 que independientemente de la carrera en la que se imparta, el objetivo de incluirla en
51 un plan de estudios deberá estar encaminado a desarrollar en el alumno la
52 capacidad de razonamiento lógico, de abstracción y de análisis, que es fundamental
53 para que dentro de su disciplina pueda hacer uso de las habilidades desarrolladas y
54 así integrar los conocimientos de su área con mayor facilidad.
55 En la carrera de Biología, esta área está bien justificada, ya que los sistemas
56 vivientes son sumamente complejos. Por tanto, la utilización adecuada de
57 procedimientos matemáticos y estadísticos resulta un requisito muy importante para
58 el avance en la comprensión de estos sistemas a varios niveles de estudio.
59 Las posibilidades de las tecnologías de la información y la comunicación en la
60 educación se han ido haciendo cada vez más patentes con la aparición de
61 experiencias educativas (Cabero, 2007).
62 Los cambios tangibles en el siglo XXI, con respecto a las Tecnologías de la
63 Información y la Comunicación, obligan a modificar y ampliar la forma de
64 comunicarnos, de aprender y de enseñar (Trujillo, 2011).
65 En Internet se encuentran múltiples y variadas definiciones de Blog, casi todas
66 coinciden en que éste, también conocido como Weblogs, procede de la contracción
67 entre la palabra web y el sintagma *look book* (término en inglés, utilizado para
68 designar los diarios o bitácoras de viaje empleados por los capitanes de barco)
69 (Morales, 2007).
70 Existen diversas herramientas de publicación en línea de Weblogs, en el presente
71 trabajo se utiliza WordPress. Este es un sistema de gestión de contenido para la
72 creación de blogs que más desarrollo está teniendo en los últimos tiempos.
73 Altamente personalizable con una gran variedad de plugin y diseños. De fácil
74 instalación y uso.

75

76 2. Método o desarrollo

77

78 En un primer acercamiento se desarrolló un aula virtual en la plataforma Moodle que
79 funciona como reservorio de materiales, esto es de apuntes de cada tema
80 presentado en la clase presencial y de ejemplos resueltos paso a paso.
81 Ante las restricciones de acceso y a partir de la experiencia de asesorías y la
82 impartición de cursos remediales se optó por la implementación de un blog, acorde al
83 temario de la materia, para la enseñanza del cálculo integral enfatizando en las
84 técnicas de integración; cálculo diferencial en tres dimensiones y ecuaciones

85 diferenciales de primer orden, buscando explicar los contenidos desde la perspectiva
86 del alumno.

87 Para el contenido del blog se realizó una revisión de bibliografía diversa para el
88 cálculo, de un mismo tema revisando varios autores para hacer una síntesis de las
89 explicaciones más breves y sencillas.

90 El blog está desarrollado por temas; Área bajo la curva, Definición de integral
91 definida, Teoremas del Cálculo integral y Métodos de integración. Cada tema tiene
92 un apartado de teoría y otro con ejemplos resueltos y explicados paso a paso, con
93 base en el temario de Matemáticas II de la carrera de Biología de la FES Zaragoza.

94 El principal criterio para definir los límites de los temas fue principalmente la sección
95 de ejercicios de cada libro, donde hay ejercicios sencillos y complejos sin tocar otros
96 temas futuros.

97

98 3. Resultados y análisis

99

100 Este blog hasta el momento consiste en diecinueve páginas en las cuales se
101 desarrollan los temas de integral definida y técnicas de integración directa, por partes
102 y por fracciones parciales, así como aplicaciones, la fortaleza del blog está en los
103 vínculos que permiten al estudiante consultar otros materiales y acceder a
104 herramientas como las calculadoras de integrales que están disponibles en línea,
105 pero sobre todo a la presentación de ejemplos resueltos paso a paso indicando la
106 estrategia de solución. Se puede consultar en la siguiente dirección:
107 <https://blogceta.zaragoza.unam.mx/cintegral/>

108

109

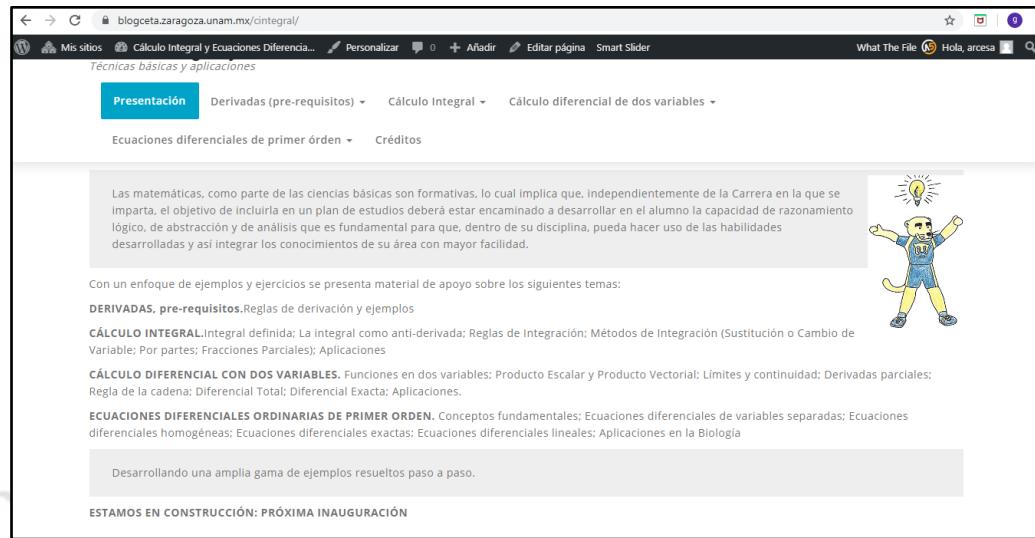


110

111

Fig. (1) Pantalla principal, con identificadores institucionales.

112



The screenshot shows a web browser window with the URL blogceta.zaragoza.unam.mx/integral/. The menu bar includes 'Mis sitios', 'Cálculo Integral y Ecuaciones Diferenciales...', 'Personalizar', 'Añadir', 'Editar página', 'Smart Slider', 'What The File', and 'Hola, arcesa'. The main menu has three items: 'Presentación', 'Derivadas (pre-requisitos)', and 'Cálculo Integral'. The 'Derivadas (pre-requisitos)' item is currently selected. Below the menu, there are several sections of text and a cartoon character of a boy holding a lightbulb.

113
114

Fig. (2) Menú de contenidos.

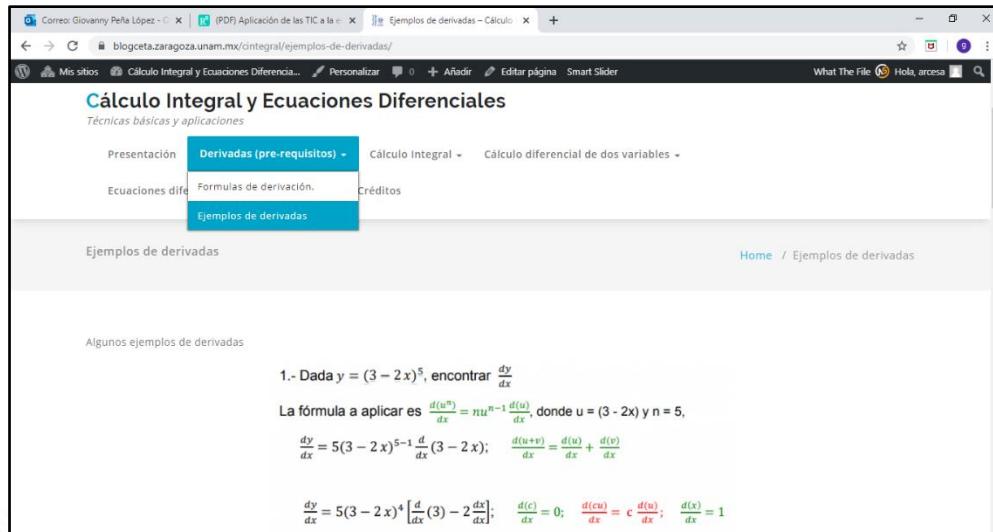
115 Está ubicado en el sitio de la FES Zaragoza, con acceso a él desde cualquier
116 dispositivo conectado a Internet.



The screenshot shows a web browser window with the URL blogceta.zaragoza.unam.mx/integral/derivadas-2/. The menu bar and main menu are identical to Fig. (2). The 'Derivadas (pre-requisitos)' menu item is selected. The page content is titled 'Calculo Integral y Ecuaciones Diferenciales' and contains a section titled 'Formulas de derivación.' which lists five formulas of differentiation.

117
118
119

Fig. (3) Pre requisitos: Fórmulas de derivación.



Cálculo Integral y Ecuaciones Diferenciales
 Técnicas básicas y aplicaciones

Presentación Derivadas (pre-requisitos) Cálculo Integral Cálculo diferencial de dos variables

Ecuaciones dife Formulas de derivación Créditos

Ejemplos de derivadas Home / Ejemplos de derivadas

Algunos ejemplos de derivadas

1.- Dada $y = (3 - 2x)^5$, encontrar $\frac{dy}{dx}$

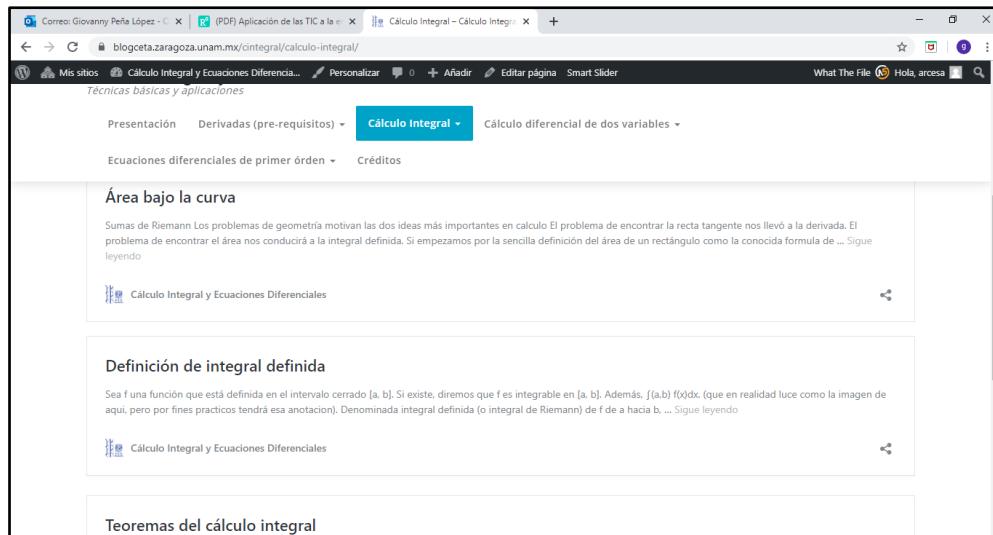
La fórmula a aplicar es $\frac{d(u^n)}{dx} = nu^{n-1} \frac{d(u)}{dx}$, donde $u = (3 - 2x)$ y $n = 5$,

$$\frac{dy}{dx} = 5(3 - 2x)^{5-1} \frac{d}{dx}(3 - 2x); \quad \frac{d(u+v)}{dx} = \frac{d(u)}{dx} + \frac{d(v)}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = 5(3 - 2x)^4 \left[\frac{d}{dx}(3) - 2 \frac{d}{dx}x \right]; \quad \frac{d(c)}{dx} = 0; \quad \frac{d(cu)}{dx} = c \frac{d(u)}{dx}; \quad \frac{d(x)}{dx} = 1$$

Fig. (4) Pre requisitos: Ejemplos de derivadas.

La sección de pre requisitos permite iniciar el curso recuperando el tema de derivadas que se ve en el curso de matemática I. Y que es fundamental para entender el concepto de integral como antiderivada.



Cálculo Integral - Cálculo Integral

Presentación Derivadas (pre-requisitos) Cálculo Integral Cálculo diferencial de dos variables

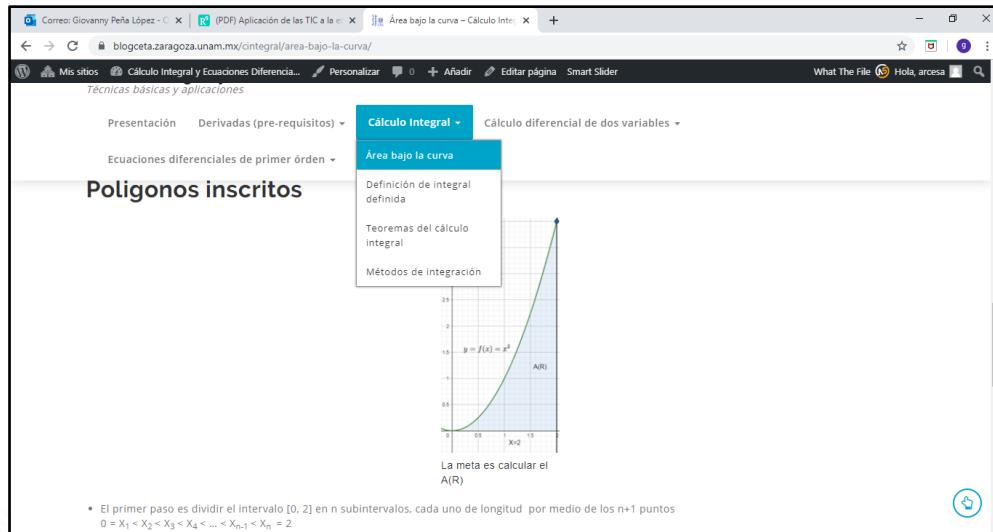
Ecuaciones diferenciales de primer orden Créditos

Área bajo la curva

Definición de integral definida

Teoremas del cálculo integral

Fig. (5) Temas de la Unidad I: Cálculo Integral.



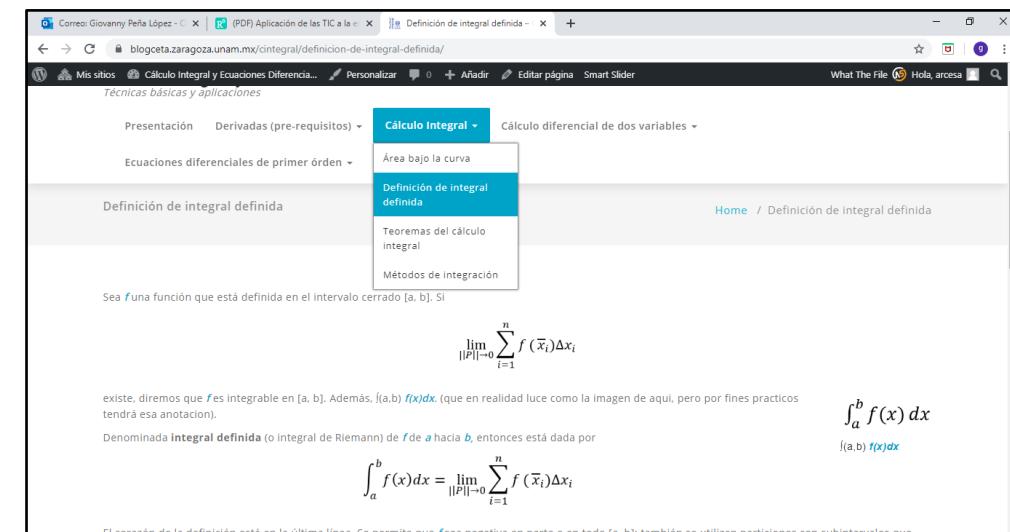
128

129

130

131 El tema de área bajo la curva permite avanzar hacia el concepto de integral y
 132 recuperar herramientas y habilidades para el manejo de sumatorias.

Fig. (6) Tema: Área bajo la curva.

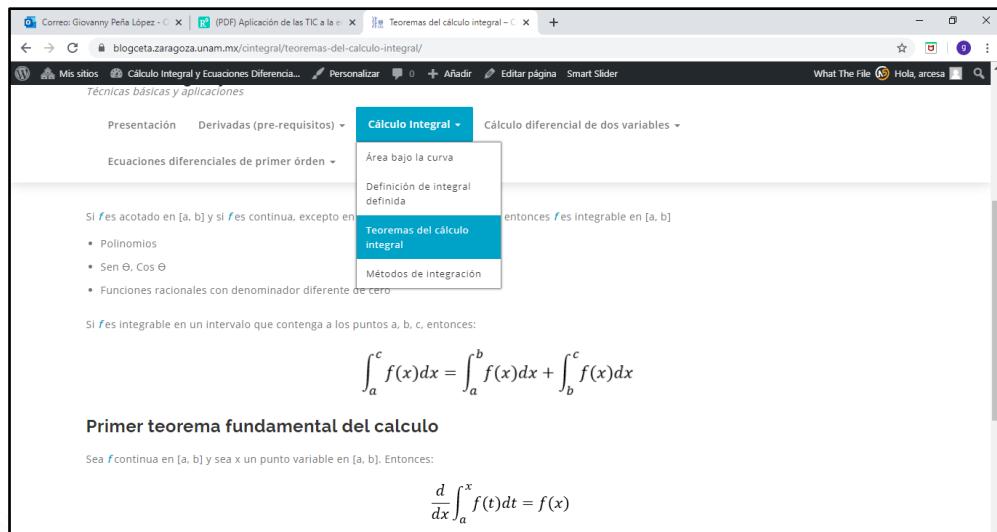


133

134

135

Fig. (7) Definición de integral definida.



The screenshot shows a dropdown menu from a website. The main menu items are 'Presentación', 'Derivadas (pre-requisitos)', 'Cálculo Integral' (which is highlighted in blue), 'Cálculo diferencial de dos variables', 'Área bajo la curva', 'Definición de integral definida', 'Teoremas del cálculo integral' (which is also highlighted in blue), and 'Métodos de Integración'. Below the menu, there is some text about Riemann integrability and the Fundamental Theorem of Calculus, followed by the formula $\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx$.

136

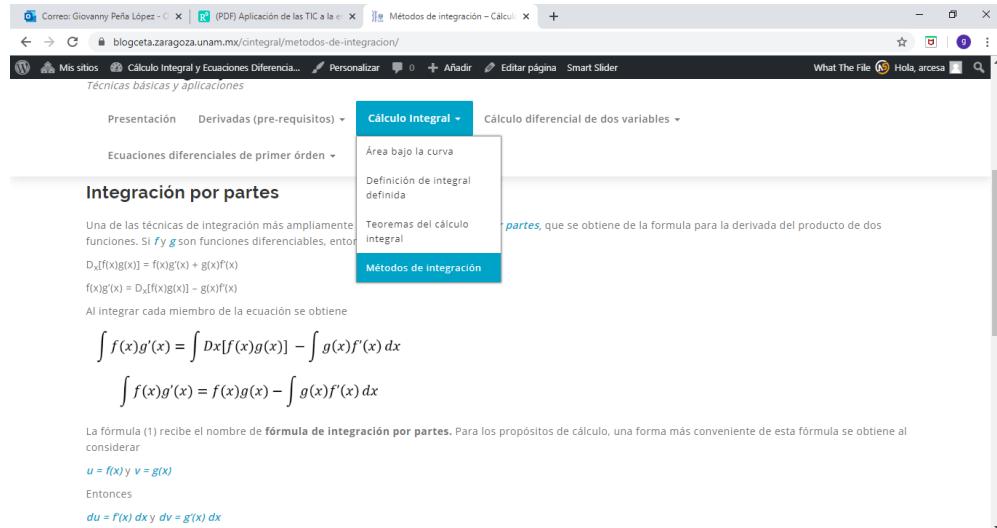
137

Fig. (8) Teoremas del cálculo integral.

138

Entendiendo el primer y segundo teorema fundamental del cálculo se tienen las bases para revisar las técnicas de integración, que a su vez permiten trabajar con soltura la solución de ecuaciones diferenciales de primer orden, así como las aplicaciones de modelos de crecimiento poblacional: exponencial y logístico.

142



The screenshot shows a dropdown menu from a website. The main menu items are 'Presentación', 'Derivadas (pre-requisitos)', 'Cálculo Integral' (which is highlighted in blue), 'Cálculo diferencial de dos variables', 'Área bajo la curva', 'Definición de integral definida', 'Teoremas del cálculo integral', and 'Métodos de integración' (which is also highlighted in blue). Below the menu, there is some text about integration by parts, followed by the formula $\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int g(x)f'(x)dx$.

143

144

Fig. (9) Menú de Métodos de Integración.

145

146

147

148

149 **4. Conclusiones**

150

151 Se emplea como una herramienta de apoyo al curso presencial que se imparte en
152 segundo semestre, con un dinamismo que promueva la actualización y mejora
153 permanente. Inclusive explorando otras opciones como Edmodo.

154 Se requirió capacidad de síntesis de la información para resumir la teoría y abarcar
155 todos los temas de la manera más concisa posible.

156 El blog presenta una página por cada tema, complementada con ejemplos
157 desarrollados paso a paso. Con una secuencia acorde al temario de la asignatura,
158 para que los usuarios puedan encontrar más fácilmente los temas que requieren
159 estudiar.

160 En cuanto a la sección de ejercicios se realizó una explicación desde un punto de
161 vista de estudiante explicándole a otros estudiantes, de una forma más sencilla y
162 amigable con el fin de tratar de aumentar la comprensión por parte de los alumnos.

163 Se tienen vínculos para que los alumnos puedan consultar los sitios que
164 proporcionan más información, en caso de querer profundizar más en temas
165 específicos.

166 Hasta el momento ha mostrado su utilidad y relevancia como depósito de materiales
167 y como una forma de estar en permanente comunicación profesor-alumno.
168 Generando una opción de acercamiento al cálculo integral y las ecuaciones
169 diferenciales más agradable y acorde a la manera en que los estudiantes aprenden
170 actualmente.

171

172 **Agradecimientos**

173

174 Al apoyo del proyecto PAPIME PE215519

175

176 **Índice de referencias**

177

178 Libros

- 179 - Purcell, E; Varberg, D; Rigdon, S. (2007). *Cálculo*. México: Pearson educación.
180 872 pp.
- 181 - Leithold, L. (2014). *El cálculo* (7^a edición). México: Oxford University Press México.
182 1360 pp.
- 183 - Borrelli, R; Coleman, C. (2014). *Ecuaciones diferenciales*. México: Oxford
184 University Press México. 1360 pp.
- 185 - Lomen, D; Lovelock, D. (2000). *Ecuaciones diferenciales a través de gráficas,
186 modelos y datos*. México: Compañía Editorial Continental. 682 pp.

187 Artículos electrónicos

- 188 - Camarena-Gallardo, P. (2014), *La matemática social en el desarrollo integral del
189 alumno*. Innovación Educativa, Vol. 14, núm.65, pp. [Consultado: 4 de Diciembre

190 de 2019]. ISSN: 1665-2673. Disponible en:
191 <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=1794/179431512010>

- 192 - Trujillo, N. (2011). *El uso educativo de los blogs*. Cognición, Fundación
193 Latinoamericana para la Educación a Distancia. Recuperada de
194 http://www.cognicion.net/images/articulos/Cog32/32_uso_educativo_de_los_blogs.pdf.
- 195 - Morales, D. (2007). *Se cumplen 10 años del nacimiento de los Blogs*. LiteraTurate.
196 [Blog en línea]. Recuperado de [http://www.literaturate.com/se-cumplen-10-anos-](http://www.literaturate.com/se-cumplen-10-anos-del-nacimiento-de-los-blogs/)
197 [del-nacimiento-de-los-blogs/](#)
- 198

199 Artículos

- 200 - Fernández-Carreira, C. (2013). *Principales dificultades en el aprendizaje de las*
201 *Matemáticas. Pautas para maestros de Educación Primaria*. Barcelona:
202 Universidad Internacional de La Rioja. Facultad de Educación.
- 203 - Gómez, M; Oyola, M. (2012). *Estrategias didácticas basadas en el uso de las TIC*
204 *aplicadas en la asignatura de física en educación media*. Escenario. 10(1), pp 17-
205 28.

206

USO DE LAS TIC PARA EL ANÁLISIS DE VALORES RESIDUALES EN EL ANDEVA

Omar García León^{1,*2}, Pedro Ivan Ramirez Montes³, Frida María León Rodríguez⁴,
^{2,3,4} Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, Universidad Nacional Autónoma de
México. Carr. Cuautitlán-Teoloyucan Km. 2.5, San Sebastian Xhala, 54714 Cuautitlán
Izcalli, Edo. de Méx.

EN-POIT072

Resumen

En este trabajo se presentan una serie de actividades para realizar análisis de varianza de un factor y análisis de variancia para una regresión polinomial, el uso de un programa de computadora estadístico permite explorar de manera intuitiva y visual los supuestos de las pruebas, empleando la salida, se aceptan o rechazan las respectivas hipótesis, la secuencia propuesta permite adquirir cierta familiaridad con el análisis de residuales antes de estudiar procedimientos con resultados más cargados de información.

Palabras clave: software, estadístico, ANOVA, ANDEVA, Minitab.

1. Introducción

La estadística, que es a menudo descrita como la ciencia de los datos. Los datos de acuerdo con Cobb y Moore (1997) pueden ser definidos como “números con un contexto”. Algunos de los avances más importantes en Medicina, Ciencia o Economía se han hecho usando técnicas avanzadas de modelado de datos (Weiland, 2019). En sociedades basadas en datos, es crucial contar con ciudadanos críticos capaces de interpretar datos cuantitativos y estadísticas, definiendo así la llamada alfabetización estadística (Eudave Muñoz, 2007). En el contexto particular de la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, el aprendizaje de los contenidos de Probabilidad y Estadística incluidos en los diversos Planes de Estudio, además de contribuir en la formación de ciudadanos críticos, aportan técnicas y procedimientos útiles en la posterior práctica profesional de los estudiantes, como Control de Calidad e Inferencia Estadística. Prácticamente en cada libro de texto de Probabilidad y Estadística (por ejemplo, vea Daniel, 2010) se menciona como la “revolución de las computadoras” ha transformado la forma de realizar análisis estadísticos, dejando en el pasado, los largos cálculos que algunos procedimientos requieren. Tampoco es raro encontrar que se empleen listas, tablas o gráficas generadas mediante paquetes de software estadístico como Minitab, SPSS, SAS, R, e incluso EXCEL. Se considera importante que el futuro profesionista sea capaz de leer e interpretar impresiones de listas de resultados y gráficas generadas por computadora, incluso si el software no coincide con el empleado en el curso o con el que el estudiante tendrá que utilizar en la práctica (Walpole et al., 2012).

¹ *Autor para la correspondencia. E-mail: caronte4509@yahoo.com Tel. 5521358362.

44 2. Desarrollo

45

46 En el presente trabajo se presenta el uso de las TIC como una herramienta útil en el
47 análisis de valores residuales en el Análisis de Varianza (ANDEVA) de un solo factor
48 y en el Análisis de Regresión, entendido en general como el proceso de encontrar la
49 mejor relación entre "y" y "x₁" o x₂, o (x₁)², etc. El ANDEVA no es robusto respecto a la
50 suposición de varianza homogénea (Homocedasticidad), supone también que las
51 muestras son obtenidas de poblaciones que siguen una distribución normal. De
52 manera adicional se considera que el término del error (residuos) en el modelo, tiene
53 una varianza igual a la de la población de la que se extraen las muestras y que sigue
54 una distribución normal (e independiente). Por lo que su análisis es de particular valor
55 para detectar violaciones de los supuestos.

56

57 2.1 Análisis de Varianza de un Factor

58 Esta clase de procedimiento busca obtener evidencia sobre la equivalencia o no de
59 diversos tratamientos sobre una variable de respuesta. Es así una prueba para
60 determinar la igualdad de medias para más de dos muestras. Este procedimiento surge
61 debido a que la aplicación de múltiples pruebas t, para k grupos independientes
62 requeriría de $\frac{k(k-1)}{2}$ comparaciones. Para un nivel de confianza de 95% se esperaría una
63 probabilidad $1-(0.95)^k$ para el error total (Kim, 2014). Los datos se muestran en la Tab.
64 (1). Con el objetivo de facilitar la lectura de la salida del software estadístico Minitab
65 empleado en este trabajo, se presentan algunos de los principales resultados y
66 cálculos de manera simultánea con la correspondiente nomenclatura en la salida del
67 software.

68

69 3. Resultados y análisis

70

71 De acuerdo con la información mostrada en la Tab. (1) la suma de los cuadrados del
72 error ("SC Ajust" en la fila correspondiente al error en salida de Minitab) es:

73 **Ecuación 1.** $SCAjust(\text{Error}) = SCE = \sum_k \sum (y_{ik} - \bar{y}_i)^2 = 69.68$

74

75 La gran media de $\bar{y} = 79.62$ permite calcular la suma de los cuadrados del tratamiento,
76 ("SC Ajust" en la fila correspondiente a factor en salida de Minitab) de la siguiente
77 manera:

78 **Ecuación 2.** $SCAjust(\text{Factor}) = SCT = \sum_k \sum (y_i - \bar{y})^2 = 4674.11$

79

80 La media cuadrática del tratamiento, "MC Ajust" en la fila correspondiente al factor en
81 salida de Minitab, es:

82 **Ecuación 3.** $MCAjust = s_1^2 = \frac{SCT}{k-1} = \frac{4674.11}{4-1} = 1558.04$

83

84 El cuadrado medio del error, "MC Ajust" en la fila correspondiente al error en salida de
85 Minitab, se calcula como:

86 **Ecuación 4.** $s^2 = \frac{SCE}{n-k} = \frac{69.68}{20-4} = 4.35$

87



88
89
90

Tabla 1. Datos y resultados desglosados para el ejemplo 1 del Análisis de Varianza de un Factor

| Nivel del Factor | 1 | Residuo | 2 | Residuo | 3 | Residuo | 4 | Residuo |
|------------------|-------------------------------|---------|-------|---------|--------|---------|-------|---------|
| | 61.5 | 0.12 | 71.2 | -0.94 | 99.6 | 2.26 | 89.6 | 2.26 |
| | 63.8 | -3.58 | 66.8 | -1.54 | 100.1 | 1.86 | 88.8 | 1.86 |
| | 62.1 | 4.32 | 70.5 | 4.76 | 103.1 | 0.16 | 83.4 | 0.16 |
| | 59.1 | -1.98 | 67.7 | -2.94 | 102 | -2.84 | 85.2 | -2.84 |
| | 60.6 | 1.12 | 70.4 | 0.66 | 98.4 | -1.44 | 88.4 | -1.44 |
| \bar{y}_k | 61.42 | | 69.32 | | 100.64 | | 87.08 | |
| | $\sum (y_{ik} - \bar{y}_k)^2$ | 12.19 | | 15.07 | | 14.29 | | 28.13 |

91
92
93
94

La razón “f” (Valor F en la salida de Minitab) es un valor de la variable aleatoria con distribución F con $k - 1$ y $n - k$ grados de libertad en el numerador y denominador respectivamente, “df” en la salida de Minitab.

95
96

$$\text{Ecuación 5. } f = \frac{s_1^2}{s^2} = \frac{1558.04}{4.35} = 357.58$$

97
98
99
100
101
102
103
104
105
106
107

Como s_1^2 sobreestima a la varianza poblacional común σ^2 cuando la hipótesis nula es falsa ($H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$), se tendrá una prueba de una cola derecha. Empleando Minitab se puede buscar el valor de $f_\alpha(k-1, n-k)$ para un nivel de significancia del 95% se obtiene la Fig. (1a). Como nuestro valor de “f” cae a la derecha, rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la hipótesis alternativa de que al menos dos de las medias no son iguales ($H_1: \mu_1 = \mu_2 = \dots \neq \mu_k$). De manera alternativa y como el método por defecto de la mayoría de los programas estadísticos se puede proponer que la evidencia a favor o en contra de la H_0 es $P = P\{ f < f_\alpha\}$. Empleando Minitab para calcular la probabilidad a la derecha para nuestro valor, se obtiene la Fig. (1b). Como nuestro valor “p” es mucho más pequeño que nuestro nivel de significancia ($\alpha = 0.05$) rechazamos la hipótesis nula. la salida de Minitab se muestra en la Fig. (2).

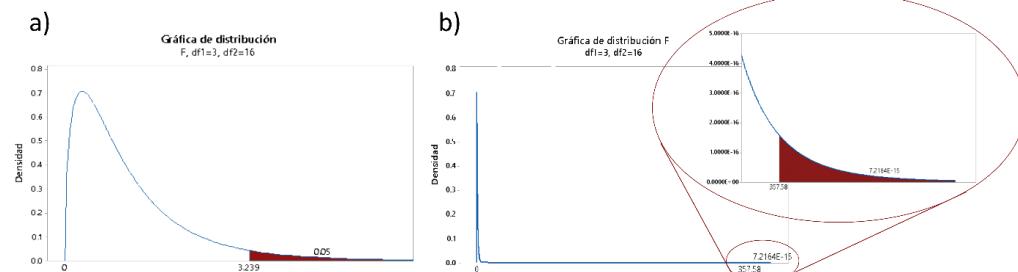
108

3.1 Gráficas de “Residuos vs. Ajustes” y “Gráfica de Probabilidad Normal de los Residuos”

111
112
113
114
115
116
117
118
119
120
121
122
123
124

La gráfica de Residuos vs. Ajustes y la gráfica de Probabilidad Normal de los Residuos para el ejemplo, se muestran en la Fig.(3). Podemos emplear esta gráfica para verificar que la varianza no varía con los valores ajustados, esto puede delatarse por observación de valores atípicos o un incremento o disminución de la varianza de los residuos, con un incremento en los valores ajustados o dispersión en abanico. En el caso de la Fig. (3a) puede apreciarse que la dispersión para cada tratamiento es relativamente constante; en la Fig.(4) se muestran dos gráficas, en las cuales se observa para la Fig. (4a) que la dispersión no es constante para cada uno de los tratamientos, lo que probablemente indica una violación a la suposición de Homocedasticidad y en la Fig. (4b) se observa que la dispersión para cada tratamiento es relativamente constante salvo para algunos puntos en el último grupo, lo que podría indicar la presencia de valores atípicos. La Fig. (3b) puede emplearse para verificar de manera visual que los residuos están distribuidos normalmente. Las gráficas de Probabilidad Normal o “Q-Q” se construyen calculando la distribución de probabilidad

125 acumulada empírica de los residuales. Con el valor de la probabilidad acumulada, la
 126 desviación estándar y la media de los residuales, se calcula el cuantil al que
 127 corresponde esa probabilidad acumulada para una distribución normal estándar. Se
 128 gráfica en el eje “x” el cuantil normal estándar y en el eje “y” el valor del residuo; para
 129 datos que siguen una distribución normal, se obtiene aproximadamente una línea
 130 recta.
 131



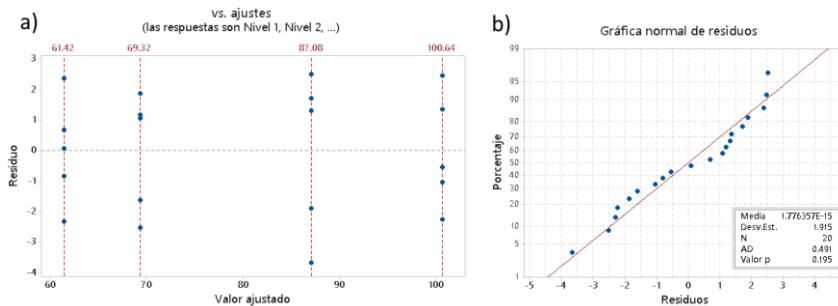
132 Figura 1. Distribución de Probabilidad F con $v_1 = 3$ $v_2=16$. a) para obtener el valor crítico para una
 133 $\alpha = 0.05$ y b) para obtener el valor de probabilidad a la derecha asociado al valor de la razón f
 134 encontrada para el ejemplo.
 135
 136

ANOVA de un solo factor: Nivel 1, Nivel 2, Nivel 3, Nivel 4

| Método | | Resumen del modelo | | | | | | | |
|--|---------|------------------------------------|-----------|-------------------|---------|--|--|--|--|
| Hipótesis nula | | Todas las medias son iguales | | R-cuad. | | | | | |
| Hipótesis alternativa | | No todas las medias son iguales | | (ajustado) (pred) | | | | | |
| Nivel de significancia | | $\alpha = 0.05$ | | 2.08680 98.53% | | | | | |
| Se presupuso igualdad de varianzas para el análisis. | | | | | | | | | |
| Información del factor | | | | | | | | | |
| Factor | Niveles | Valores | | | | | | | |
| Factor | 4 | Nivel 1, Nivel 2, Nivel 3, Nivel 4 | | | | | | | |
| Análisis de Varianza | | | | | | | | | |
| Fuente | GL | SC Ajust. | MC Ajust. | Valor F | Valor p | | | | |
| Factor | 3 | 4674.11 | 1558.04 | 357.78 | 0.000 | | | | |
| Error | 16 | 69.68 | 4.35 | | | | | | |
| Total | 19 | 4743.79 | | | | | | | |
| Desv.Est. agrupada = 2.08680 | | | | | | | | | |
| Medias | | | | | | | | | |
| Factor | N | Media | Desv.Est. | IC de 95% | | | | | |
| Nivel 1 | 5 | 61.420 | 1.746 | (59.442, 63.398) | | | | | |
| Nivel 2 | 5 | 69.320 | 1.941 | (67.342, 71.298) | | | | | |
| Nivel 3 | 5 | 100.640 | 1.890 | (98.662, 102.618) | | | | | |
| Nivel 4 | 5 | 87.08 | 2.65 | (85.10, 89.06) | | | | | |

137 Figura 2. Salida del software Minitab para el ANDEVA de un solo factor del ejemplo 1.
 138
 139

140 Esta gráfica puede construirse para comparar la distribución de los datos contra
 141 cualquier distribución deseada, en el caso de Minitab
 142

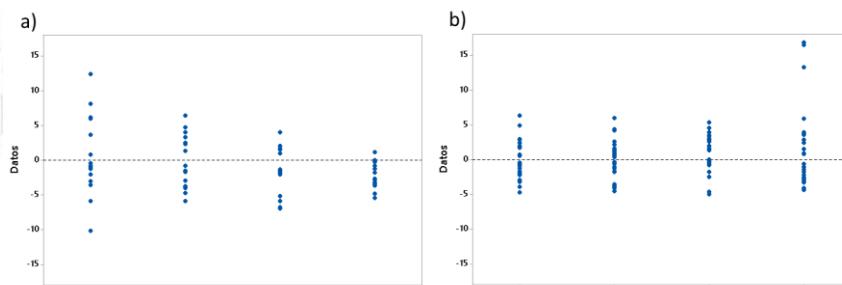


143 Figura 3. a) Gráfica de “Residuos vs. Ajustes” y b) “Gráfica normal de los
 144 Residuos” para el ANDEVA de un solo factor del ejemplo 1.
 145
 146

147

148 Se gráfica el porcentaje de la distribución contra los valores de los residuales,
 149 dependiendo de la distribución teórica. El eje "y" o tanto el eje "y" como el eje "x", se
 150 transforman para que los valores se approximen a una línea recta si la distribución de
 151 los datos y la distribución teórica son iguales. En el ejemplo mostrado en la Fig. (5a)
 152 puede apreciarse que los datos están razonablemente sobre la línea, indicando que la
 153 suposición de la distribución normal en los residuos se cumple de manera razonable;
 154 en la Fig. (5b) se muestra una distribución muy asimétrica para ejemplificar una
 155 violación del supuesto de normalidad en los residuales, es decir, los datos caen fuera
 156 de la línea, se añadió un dato adicional para ejemplificar el uso de esta gráfica para
 157 detectar valores atípicos.

158 Adicionalmente y también mediante el uso de algún paquete de software estadístico
 159 puede realizarse una prueba de normalidad, en ambos casos se muestra el valor para
 160 la prueba de Anderson–Darling, concluyéndose en el primer caso que la hipótesis nula
 161 de que la muestra proviene de una distribución normal no puede rechazarse, en el
 162 segundo caso se rechaza la hipótesis nula.



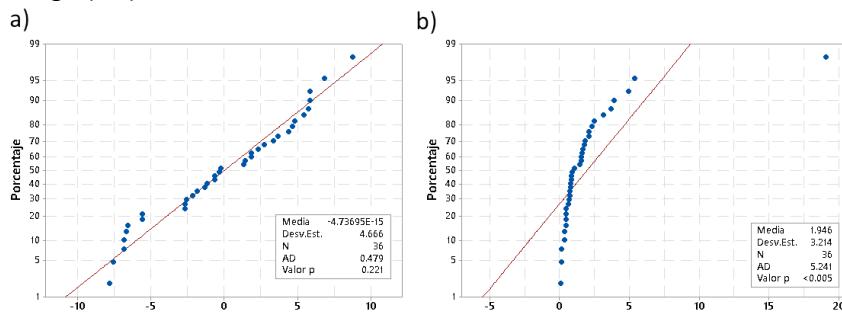
163

164 **Figura 4. Gráficas de valores individuales agrupados de manera similar a la Figura 3. a).** para
 165 ejemplificar graficas de “Residuos vs. Ajustes” señalando violaciones a los supuestos del
 166 ANDEVA.
 167

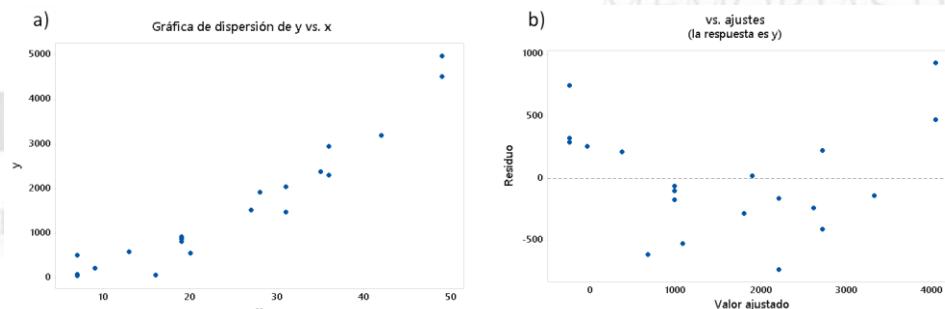
168 3.2 Análisis de ajuste de un Modelo de Regresión

169 Un problema común consiste en la evaluación de la validez del ajuste de datos
 170 experimentales, Walpole *et al.* señalan que “es frecuente que se utilice el modelo de
 171 regresión lineal simple aun cuando se sepa que el modelo no es lineal o que se
 172 desconozca la estructura verdadera”. En el caso de una recta de regresión se puede
 173 estimar el llamado coeficiente de correlación producto-momento de Pearson, o sólo
 174 como coeficiente de correlación (*r*), sin embargo, más comúnmente los programas de
 175 software estadístico proporcionan directamente en la salida el coeficiente de
 176 determinación *r*². Para evaluar el ajuste, cuando se emplean por ejemplo regresiones
 177 polinomiales puede calcularse el llamado coeficiente de determinación múltiple *R*², en
 178 ambos casos la salida de Minitab y otros softwares estadísticos frecuentemente los
 179 entregan como porcentaje “R-cuad*100” o “R-cuad”. De manera simplificada puede
 180 decirse que estos coeficientes muestran el porcentaje de variación de la variable de
 181 respuesta que es explicado por el modelo ajustado. El coeficiente de determinación
 182 ajustado (*R*²_{ajus}) por los grados de libertad o la suma de los cuadrados de la predicción
 183 PRESS también proporcionan información sobre el ajuste de los datos. En esta
 184 sección se consideran un único conjunto de datos consistente en veinte parejas de

185 datos que se intentara ajustar a distintos modelos. El diagrama de dispersión se
 186 muestra en la Fig. (6a).



187
 188 **Figura 5. Gráfica de Probabilidad Normal. a) N = 36, los residuos para un ANDEVA. b) N = 36**
 189 **datos aleatorios de una distribución χ^2 con 3 grados de libertad.**
 190



191
 192 **Figura 6. a). Gráfica de dispersión de las veinte parejas de datos del ejemplo 3 y b). Gráfica de**
 193 **residuales para el modelo 1.**
 194

195 En las Ecs. (6) - (10) se presentan las cinco ecuaciones de regresión, generadas
 196 usando Minitab y en la Tabla 2. las métricas de bondad de ajuste.
 197

198 **Ecuación 6.** $y = 102.01 x - 955.0$

199
 200 **Ecuación 7.** $y = 2.030 x^2 - 6.4 x + 138$

201
 202 **Ecuación 8.** $y = 1.9155 x^2 + 67.6$

203
 204 **Ecuación 9.** $y = 1.9621 x^2$

205
 206 **Ecuación 10.** $y = -0.0001 x^3 + 2.04 x^2 - 6.7 x + 139$

207
 208 **Tabla 2. Métricas de bondad de ajuste para las ecuaciones de regresión.**
 209

| Modelo | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-----------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| R-cuad. (%) | 90.93 | 96.80 | 96.78 | 98.55 | 96.80 |
| PRESS | 4,816,691 | 1,778,733 | 1,588,693 | 1,482,912 | 2,057,072 |
| R-cuad.(ajustado) (%) | 90.42 | 96.43 | 96.61 | 98.47 | 96.20 |
| R-cuad.(pred) (%) | 87.81 | 95.50 | 95.98 | 98.36 | 94.80 |

210

211

212

213 En la salida de Minitab típicamente se incluyen pruebas de hipótesis del tipo $H_0: \beta_i = 0$,
 214 $H_1: \beta_i \neq 0$, donde β_i corresponde a los coeficientes del modelo ajustado, por ejemplo,
 215 se calcula la razón “f” como:

216 **Ecuación 11.** $f = \frac{R(\beta_i | \beta_{i+1}, \dots, \beta_n)}{s^2}$

217 $R(\beta_{i+1}, \dots, \beta_n)$ corresponde con la suma de cuadrados de regresión del modelo
 218 restringido, la suma de cuadrados de la regresión con β_i eliminado se calcula como:

219 **Ecuación 12.** $R(\beta_i | \beta_{i+1}, \dots, \beta_n) = SCR - R(\beta_{i+1}, \dots, \beta_n)$

220 la razón “f” tiene una zona de rechazo que se encuentra a la derecha del valor crítico
 221 $f_\alpha(1, n - k - 1)$ para el nivel de significancia elegido, como se mencionó en la sección
 222 anterior, el método por defecto de programas como Minitab es calcular la probabilidad
 223 $P = P\{f < f_\alpha\}$.

| Análisis de Varianza | | | | | | | |
|----------------------|----|----------|--------------|-----------|-----------|---------|---------|
| Fuente | GL | SC Sec. | Contribución | SC Ajust. | MC Ajust. | Valor F | Valor p |
| Regresión | 2 | 38264434 | 96.80% | 38264434 | 19132217 | 257.42 | 0.000 |
| x | 1 | 35941079 | 90.93% | 7760 | 7760 | 0.10 | 0.751* |
| x*x | 1 | 2323355 | 5.88% | 2323355 | 2323355 | 31.26 | 0.000 |
| Error | 17 | 1263487 | 3.20% | 1263487 | 74323 | | |
| Falta de ajuste | 10 | 655120 | 1.66% | 655120 | 65512 | 0.75 | 0.669 |
| Error puro | 7 | 608367 | 1.54% | 608367 | 86910 | | |
| Total | 19 | 39527922 | 100.00% | | | | |

| Análisis de Varianza | | | | | | | |
|----------------------|----|----------|--------------|-----------|-----------|---------|---------|
| Fuente | GL | SC Sec. | Contribución | SC Ajust. | MC Ajust. | Valor F | Valor p |
| Regresión | 1 | 38256675 | 96.78% | 38256675 | 38256675 | 541.69 | 0.000 |
| x*x | 1 | 38256675 | 96.78% | 38256675 | 38256675 | 541.69 | 0.000 |
| Error | 18 | 1271247 | 3.22% | 1271247 | 70625 | | |
| Falta de ajuste | 11 | 662880 | 1.68% | 662880 | 60262 | 0.69 | 0.718 |
| Error puro | 7 | 608367 | 1.54% | 608367 | 86910 | | |
| Total | 19 | 39527922 | 100.00% | | | | |

| Análisis de Varianza | | | | | | | |
|----------------------|----|----------|--------------|-----------|-----------|---------|---------|
| Fuente | GL | SC Sec. | Contribución | SC Ajust. | MC Ajust. | Valor F | Valor p |
| Regresión | 1 | 89135047 | 98.55% | 89135047 | 89135047 | 1290.41 | 0.000 |
| x*x | 1 | 89135047 | 98.55% | 89135047 | 89135047 | 1290.41 | 0.000 |
| Error | 19 | 1312427 | 1.45% | 1312427 | 69075 | | |
| Falta de ajuste | 12 | 704061 | 0.78% | 704061 | 58672 | 0.68 | 0.738 |
| Error puro | 7 | 608367 | 0.67% | 608367 | 86910 | | |
| Total | 20 | 90447475 | 100.00% | | | | |

224

225 **Figura 7. Salida del software estadístico Minitab para las 20 parejas de datos ajustadas a los**
 226 **modelos 2,3 y 4 en la sección de ANDEVA.**

227 En la Fig. (7) se resumen los resultados del ANDEVA para los modelos (2 - 4). Aun
 228 antes de comparar las métricas de ajuste, se observa en la gráfica de valores
 229 residuales para el modelo 1 en la Fig. (6a) que en el centro de la gráfica, los residuos
 230 son todos negativos indicando un modelo incorrecto. Con respecto a los de la Tab. (2)
 231 puede verse que el modelo que tiene un coeficiente de determinación mayor
 232 corresponde con el modelo mostrado en la Ec. (9). De la tabla ANDEVA para el modelo
 233 2 puede verse que el valor p, marcado con un asterisco en la Fig. (7) sugiere rechazar
 234 la hipótesis nula y quitar el regresor correspondiente al término lineal del modelo. Si se



235 compara el porcentaje de variación con respecto al modelo de regresión, líneas rojas
236 punteadas en la Fig. (7) puede verse que la eliminación del término constante
237 solamente modifica marginalmente la variación explicada por el modelo. Esta situación
238 servirá al profesor para iniciar la discusión sobre lo problemático de la selección de un
239 modelo, basándose en las métricas de ajuste únicamente y el sobre ajuste.

240 **4. Conclusiones**

241 Se muestra como el uso de las TIC particularmente los métodos gráficos
242 implementados en Minitab para el análisis de los residuales, ayudan a una evaluación
243 visual e intuitiva de los supuestos en los que se basan los métodos de ANDEVA. Esta
244 propuesta de actividades en el aula permite demostrar el beneficio de examinar con
245 los estudiantes primero el ANDEVA de un solo factor, ya que al consistir en una única
246 prueba de hipótesis la salida de datos es más contenida que en el caso de la regresión,
247 ya que como pudo mostrarse se examina además de la hipótesis de la regresión, cada
248 una de la hipótesis de las variables regresoras, por último el análisis de los residuales
249 contra otras variables no incluidas permite verificar de manera intuitiva y gráfica la
250 necesidad de incluirlas en el modelo.

251 **Índice de referencias**

- 254 • Cobb, G. W., & Moore, D. S. (1997). Mathematics, Statistics, and Teaching. *The
255 American Mathematical Monthly*, 104(9), 801-823.
- 256 • Daniel, W. W. (2010). Bioestadística: Base para el análisis de las ciencias de la
257 salud (4a. ed.). México: Limusa Wiley.
- 258 • Eudave Muñoz, D. (2007). El aprendizaje de la estadística en estudiantes
259 universitarios de profesiones no matemáticas. *Educación Matemática*, 19(2), 41–66.
- 260 • Weiland, T. (2019). Critical Mathematics Education and Statistics Education:
261 Possibilities for Transforming the School Mathematics Curriculum. En G. Burrill & D.
262 Ben-Zvi (Eds.), *Topics and Trends in Current Statistics Education Research: International
263 Perspectives* (pp. 391-411).
- 264 • Walpole, R., Myers, R., Myers, S. and Ye, K. (2012). Probabilidad y estadística para
265 ingeniería y ciencias. 9th ed. México: Pearson Educación.
- 266 • Interpretar los resultados clave para ANOVA balanceado [MINITAB]. Recuperado
267 el 1 de enero de 2019, de <https://support.minitab.com/es-mx/minitab/18/help-and-how-to/modeling-statistics/anova/how-to/balanced-anova/interpret-the-results/key-results/>
- 268 • Kim, H.-Y. (2014). Analysis of variance (ANOVA) comparing means of more than
269 two groups. *Restorative Dentistry & Endodontics*, 39(1), 74-77.

1

2 DESAFÍOS DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS Y LA 3 IMPRESIÓN 3D

4

5 Belem Hernandez Morgado^{1*}, Miguel de Nazareth Pineda Becerril², Juan Rafael
6 Garibay Bermúdez³, Pedro Ivan Ramirez Montes⁴

7

8 ^{1,2,3,4} Universidad Nacional Autónoma de México Facultad de Estudios Superiores
9 Cuautitlán. Campo Cuatro Km. 2.5 carretera Cuautitlán-Teoyoyucan, San Sebastián
Xhala, Cuautitlán Izcalli, Edo. de Méx. C.P. 54714.

10

11 IM-POSM073

12

Resumen

13

14 *En este trabajo se analizan los principales retos para la enseñanza desde la perspectiva de la educación*
15 *maker, en particular para la implementación la Impresión 3D para el mejoramiento de la enseñanza del*
16 *cálculo en la FES Cuautitlán. Las actividades realizadas tendrán que evaluarse tarde o temprano en*
17 *relación con metas curriculares específicas, lo cual representa un potencial punto de conflicto, ya que,*
18 *aunque existen propuestas para capturar los progresos en el aprendizaje empleando dichas*
19 *tecnologías, su uso requiere enfoques diametralmente opuestos.*

20

21 **Palabras clave:** Educación, maker, Impresión, 3D, Matemáticas, Cálculo.

22

1. Introducción

23

24 1.1 La impresión 3D como paradigma de la educación maker.

25

26 De manera relativamente reciente la etiqueta *maker* con relación a la educación ha
27 sido reivindicada por todo tipo de actividades educativas desde la enseñanza de
28 programación (Godhe et al., 2019) a través de cursos de cocina o jardinería hasta
29 esfuerzos más estructurados para promover la cultura emprendedora como el
30 *Makerspace* del centro de emprendimiento de la Universidad de California en Davis.
31 Numerosas universidades han abierto esta clase de espacios, gestionados por los
32 estudiantes, profesores, personal especializado o una combinación de los anteriores
33 (Barrett et al., 2015) para dar cabida a proyectos educativos muy diversos. Para
34 propósitos de este trabajo la educación *maker* se entiende únicamente como el
35 desarrollo de proyectos dentro o fuera del aula usando tecnologías de impresión 3D
36 para el aprendizaje de conceptos de matemáticas. De manera adicional consideramos
37 que el desarrollo de estos proyectos pudiera estar acompañado o no por las
38 respectivas tareas de diseño asistido por computadora (CAD).

39

1.2 Educación *maker* y el contenido curricular.

40

La separación disciplinar típica (departamentos, secciones, asignaturas, temas) de las
41 escuelas en general y de las universidades en particular tiende promover estándares,

¹ *Autor para la correspondencia. E-mail: caronte4509@yahoo.com Tel. 5521358362.

41

42 planes de estudio y evaluaciones específicas para cada uno de estas disciplinas,
43 trabajos precedentes sugieren que esta partición de los conocimientos no son
44 auténticas en los espacios de creación *maker* (Sheridan et al., 2014) y se presentan
45 como potenciales obstáculos para la adopción en las escuelas de estas prácticas de
46 aprendizaje.

47 **1.3 Evaluación académica de actividades educativas *maker*.**

48 En el aspecto de la evaluación la incorporación de la educación *maker* también implica
49 algunos desafíos señalados previamente en la literatura (Godhe et al., 2019), por
50 ejemplo, si el énfasis es en evaluar a el individuo, como ocurre tradicionalmente en un
51 contexto universitario, el compartir información es considerado como trampa aunque
52 es una práctica común en un contexto *maker* genuino, los esquemas de evaluación
53 individuales propuestos hasta el momento que son respetuosos en ese sentido,
54 requieren de formas de evaluación radicalmente distintas e intrínsecamente más
55 tardadas(Y. Kafai et al., 2014), que incluyen la grabación y posterior análisis de vídeos,
56 fotografías de los proyectos en distintas etapas, notas de observación, y entrevistas
57 con los estudiantes al final de las sesiones. La selección personal sobre las
58 características de cada proyecto a desarrollar hace difícil plantear un estándar único
59 para la evaluación.

60 **1.4 Exposición previa.**

61 Un elemento clave de la implantación exitosa de proyectos educativos *maker*, consiste
62 en una participación continua de los facilitadores del aprendizaje (profesores) para
63 proponer, diseñar y mejorar el espacio y actividades con base en las experiencias y
64 las respuestas de todos los participantes (aprendices y facilitadores). En este sentido
65 consideramos apropiado señalar que algunos espacios *maker* se derivan de proyectos
66 de investigación que han tenido continuidad a lo largo de décadas (Petrich et al., 2013).

67

68 **2. Desarrollo**

69

70 Para obtener información sobre los potenciales conflictos de la implementación de
71 proyectos de educación *maker* señalados anteriormente en la literatura se decidió
72 realizar una encuesta sobre las posibles oportunidades para relacionar los proyectos
73 y actividades usando impresión 3D con contenidos curriculares específicos (cálculo).
74 La evaluación individual de actividades grupales, la actitud de los profesores con
75 respecto a la evaluación empleando herramientas distintas a las comúnmente
76 empleadas en su práctica docente. También se trató de obtener una valoración hecha
77 por los propios docentes sobre la necesidad de experiencia previa en la realización de
78 proyectos de impresión 3D antes de la implantación en las aulas o su opinión con
79 respecto a la disponibilidad de programas adecuado para la formación continua de los
80 profesores relacionada con estos aspectos. Finalmente, se les solicitó a los profesores
81 interesados emitir algún comentario respecto del tema (respuesta no obligatoria).

82

83 La encuesta se realizó vía internet, empleando la aplicación Google Forms. La
84 encuesta fue enviada a profesores del departamento de Matemáticas de la Facultad
85 de Estudios Superiores Cuautitlán, aunque la encuesta está dividida en diferentes
86 secciones que no cambiaron de orden, para las preguntas individuales se empleó la
87 opción de presentar las preguntas en orden aleatorio disponible en Google Forms.
88 Se obtuvo la participación de 14 profesores, dado que la encuesta recibió la respuesta
89 de manera completamente anónima, no se sabe si los participantes eran profesores
90 hombres o mujeres, sus años de experiencia docente, etc. cabe señalar que se
91 observó una tasa elevada de no respuesta a la encuesta, por lo que la interpretación
92 de los datos es de naturaleza únicamente exploratoria. Dos secciones de la encuesta
93 (cuadriculas con opción múltiple) eran preguntas obligatorias, el resto no eran
94 preguntas obligatorias. La mayoría de los profesores contesto la totalidad de las
95 preguntas, algunos profesores no contestaron preguntas específicas, cada uno de
96 estos casos se señala en la sección correspondiente, sin embargo, considerando la
97 cantidad de respuestas descartamos que las preguntas hayan sido confusas y que la
98 acción de no contestar se debió a una decisión personal o errores al pasar la página.

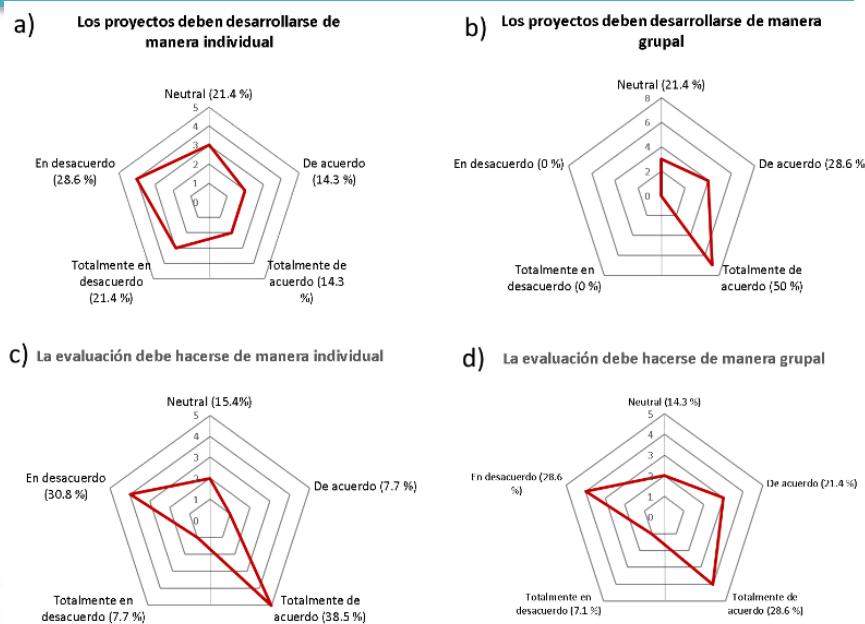
99 Con relación a las afirmaciones destinadas a conocer cuál es la preferencia de los
100 profesores respecto a que los proyectos empleando impresión 3D se lleven a cabo de
101 manera individual o grupal (tamaño de equipo no especificado) Fig. (1). Un 35.7 %
102 estuvo de acuerdo (14.3 %) o totalmente de acuerdo (14.3 %) en que las actividades
103 deberían llevarse a cabo de manera individual mientras que un 50 % estuvo en
104 desacuerdo (28.6 %) o totalmente en desacuerdo (21.4%), un 21.4 % tuvo una actitud
105 neutral hacia esta afirmación. A la afirmación “Los proyectos deben desarrollarse de
106 manera grupal” un 78.6 % estuvo totalmente de acuerdo (50.0 %) o de acuerdo (28.6
107 %), un 21.4 % mostró una actitud neutral con respecto a esta afirmación.

108 Se pidió a los profesores indicar su grado de afinidad respecto a dos afirmaciones,
109 para revelar sus preferencias para evaluar actividades realizadas de manera grupal.
110 Un 46.2 % se mostró de acuerdo (7.7%) o completamente de acuerdo (38.5 %) a la
111 afirmación “La evaluación debe hacerse de manera individual”. Un 15.4 % mostró una
112 actitud neutral con respecto a esta afirmación y un 38.5 % se mostró totalmente en
113 desacuerdo (7.7 %) o en desacuerdo (30.8 %). A la afirmación opuesta “La evaluación
114 debe hacerse de manera grupal” un 50 % de los profesores demostró totalmente de
115 acuerdo (28.6 %) o de acuerdo (21.4%), mientras que un 35.7 % se mostró en
116 desacuerdo (28.6 %) o totalmente en desacuerdo (7.1 %), mientras que un 14.3 %
117 mostró una actitud neutral con respecto a esta afirmación, confirmando la anterior Fig.
118 (1). Un profesor no contestó a cuál era su opinión con respecto a si las actividades que
119 se realicen de manera grupal deberán evaluarse de manera individual.

120

121

122



123

124 **Figura 1. Grado de afinidad con las afirmaciones a) Los proyectos deben desarrollarse de**
 125 **manera individual, b) Los proyectos deben desarrollarse de manera grupal, c) La evaluación**
 126 **debe hacerse de manera individual, d) La evaluación debe hacerse de manera grupal.**

127 Para revelar la preferencia de los profesores respecto a la frecuencia y complejidad
 128 con la que deben realizarse los proyectos empleando impresión 3D, de manera
 129 individual o grupal, se les solicito a los profesores señalar que tan afines eran con las
 130 siguientes afirmaciones “Debe realizarse un único proyecto durante el semestre”,
 131 “Debe realizarse un proyecto por parcial” y “Debe realizarse un proyecto por unidad
 132 del temario” Fig. (2). Un 35.7 % estuvo de acuerdo (7.1 %) o totalmente de acuerdo
 133 (28.6 %) con la afirmación “Debe realizarse un único proyecto durante el semestre”,
 134 de manera similar un 35.7 % estuvo en desacuerdo (28.6 %) o totalmente en
 135 desacuerdo (7.1%). Un 28.6 % tuvo una actitud neutral con respecto a esta afirmación.
 136 Con respecto a la afirmación “Debe realizarse un proyecto por parcial”, un 42.9 %
 137 estuvo en desacuerdo (14.3 %) o totalmente en desacuerdo (28.6 %), mientras que un
 138 35.7 % estuvo de acuerdo (7.1 %) o totalmente de acuerdo (28.6 %). Un 21.4 % tuvo
 139 una actitud neutral con respecto a esta afirmación. Un 21.4 % estuvo de acuerdo (14.3
 140 %) o totalmente de acuerdo (7.1 %) con la afirmación “Debe realizarse un proyecto por
 141 unidad del temario”, mientras que un 35.7 % estuvo en desacuerdo (21.4 %) o
 142 totalmente en desacuerdo (14.3 %). Un 42.9 % tuvo una actitud neutral con respecto
 143 a esta afirmación.

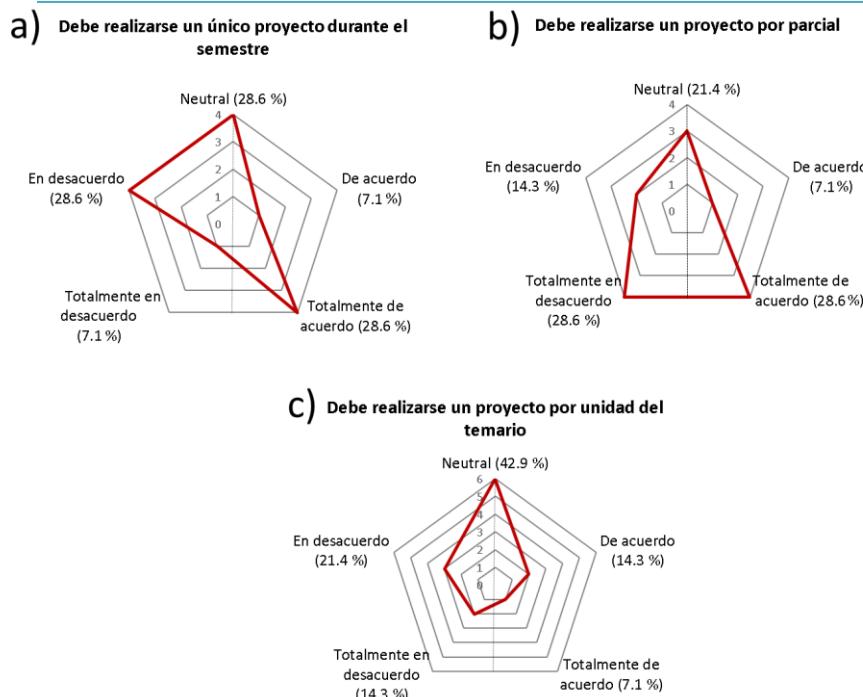


Figura 2. Grado de afinidad con las afirmaciones a) Debe realizarse un único proyecto durante el semestre, b) Debe realizarse un proyecto por parcial, c) La evaluación debe hacerse de manera individual, d) Debe realizarse un proyecto por unidad del temario.

Tabla 1. Respuestas a las preguntas 1 y 2 de la encuesta a profesores de matemáticas, para diversos recursos para la evaluación del aprendizaje.

| Pregunta | 1* | | 2** | |
|------------------------------------|--------|--------|--------|--------|
| | Sí (%) | No (%) | Sí (%) | No (%) |
| Grabaciones de video (actividades) | 92.9 | 7.1 | 100 | 0 |
| Fotografías (de actividades) | 78.6 | 21.4 | 92.9 | 7.1 |
| Entrevistas | 85.7 | 14.3 | 100 | 0 |
| Notas de evaluación | 78.6 | 21.4 | 92.9 | 7.1 |

*Pregunta 1: ¿Se encuentra familiarizado con los siguientes recursos para realizar evaluaciones?

**Pregunta 2: ¿Cree usted qué sea posible implementar dichas formas de evaluación en su contexto de enseñanza actual?

Se les preguntó a los docentes si tenían familiaridad, con algunos recursos previamente señalados en la literatura como medio para llevar a cabo la evaluación de actividades educativas *maker*, las respuestas a las preguntas de ¿Se encuentra familiarizado con los siguientes recursos para realizar evaluaciones? Y ¿Cree usted qué sea posible implementar dichas formas de evaluación en su contexto de enseñanza actual? Se encuentran resumidas en la Tab. (1). Uno de los profesores no

160

161 contesto a la pregunta de si se encontraba familiarizado con las grabaciones de video
 162 (actividades) para realizar evaluaciones del aprendizaje.

163 Con respecto a la pregunta ¿Qué tan dispuesto estaría a usar las siguientes
 164 herramientas de evaluación?, el con posibles respuestas 1 nada dispuesto, 2 poco
 165 dispuesto, 3 neutral, 4 Dispuesto y 5 muy dispuesto, los resultados se resumen en la
 166 Tab. (2).

167 **Tabla 2. Respuestas a la pregunta ¿Qué tan dispuesto estaría a usar las siguientes**
 168 **herramientas de evaluación?**

| | Muy dispuesto (%) | Dispuesto (%) | Neutral (%) | Poco dispuesto (%) | Nada dispuesto (%) |
|------------------------------------|-------------------|---------------|-------------|--------------------|--------------------|
| Grabaciones de video (actividades) | 71.4 | 7.1 | 14.3 | 7.1 | 0 |
| Fotografías (de actividades) | 71.4 | 14.3 | 14.3 | 0 | 0 |
| Entrevistas | 71.4 | 14.3 | 0 | 7.1 | 7.1 |
| Notas de evaluación | 78.6 | 14.3 | 0 | 0 | 7.1 |

169

170 A la pregunta de ¿Considera usted qué requiere experiencia previa en el desarrollo de
 171 proyectos *maker* antes de incorporar dichas tecnologías en su práctica docente? El
 172 100% de los profesores encuestados contesto que sí, mientras que a la pregunta
 173 ¿considera qué los programas actuales de formación continua para profesores son
 174 adecuados para introducirse al mundo de la educación *maker*? Solamente un 46.7 %
 175 dijó que si mientras que el 53.3 % dijo que no.

176

177 **3. Resultados y análisis**

178 La mayoría de los profesores consideran que los proyectos para mejorar la enseñanza
 179 del cálculo empleando impresión 3D debería hacerse de manera grupal. Cabe aclarar
 180 que no se especificó el tamaño de los grupos o equipos y esta observación debería
 181 considerarse de la manera amplia. Esto contrasta con la observación que los
 182 profesores no muestran una preferencia clara con respecto de si el aprendizaje que en
 183 su mayoría consideran debe hacerse en grupo debería evaluarse de manera individual
 184 o grupal. Respecto a la pregunta de la cantidad de proyectos educativos, no se observó
 185 una tendencia clara, cabe resaltar que la menor afinidad se mostró respecto a
 186 desarrollar un proyecto por cada unidad del temario. Consideramos que este resultado
 187 refleja el complejo balance entre la complejidad y la cantidad de proyectos que los
 188 profesores estarían dispuestos a realizar, evaluar y al valor con respecto a la mejora de
 189 la enseñanza que estas tres clases de proyecto pudieran proporcionar. Esto es

190 consistente con el elevado porcentaje de actitudes neutrales con respecto a dicha
191 afirmación. Cabe señalar que, pese a mostrar un mismo porcentaje de afinidad o
192 rechazo a la realización de un único proyecto por semestre, el rechazo es en menor
193 magnitud, una situación similar se observó para la realización de un proyecto por
194 parcial sin embargo la magnitud del rechazo y afinidad son similares. El primer
195 resultado podría deberse a un sesgo inducido por la redacción de la pregunta o por un
196 motivo con un origen de mayor relevancia para el estudio del potencial para incorporar
197 tecnología como la impresión 3D en cursos de corte teórico.

198 Con respecto a la familiaridad y disposición para emplear medios como la entrevista o
199 las grabaciones en video, la mayoría de los profesores se encuentran familiarizados
200 con estos recursos de evaluación del aprendizaje y dispuestos a emplearlos en su
201 práctica docente.

202 Es importante señalar que todos los profesores señalan que la implementación de
203 proyectos educativos empleando impresión 3D deberá ser precedida por una
204 asimilación previa, sin embargo, menos de la mitad considera que los programas de
205 capacitación en su formato actual sean adecuados para este fin.

206 MEMORIAS DEL 207 Congreso Internacional Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

4. Conclusiones

208 Cabe señalar que otros potenciales conflictos para la incorporación de proyecto
209 empleando la impresión 3D y en general de educación *maker*, como un periodo de
210 tiempo limitado, o la falta de familiaridad de los estudiantes con el aprendizaje basado
211 en proyectos, no pueden ser abordadas en este trabajo y se proponen para una posible
212 extensión del proyecto.

213 De las áreas identificadas previamente en la literatura como un punto de conflicto la
214 evaluación fue el mayor conflicto, en particular el elevado porcentaje de actitudes
215 neutrales respecto a la cantidad y complejidad de proyectos empleando impresión 3D
216 señala la necesidad de contar con más información para discernir alguna preferencia.
217 Específicamente respecto a las herramientas para llevar a cabo dicha evaluación los
218 resultados muestran principalmente la actitud positiva de los profesores encuestados
219 en emplear dichas herramientas.

220 Los resultados señalan que el desarrollo de iniciativas de este tipo requiere de un
221 acompañamiento institucional para que los propios docentes adopten tecnologías
222 como la impresión 3D, de no hacerse se corre el riesgo que, en lugar de ser resultado
223 de una planificación continua, producto de un liderazgo institucional, la implementación
224 de estas tecnologías se haga de manera esporádica principalmente por esfuerzos
225 individuales

226 Como se ha señalado anteriormente muchas de las prácticas realizadas en espacios
227 *maker* originales no son del todo compatibles con la práctica escolar actual, si se desea
228 introducir este tipo de experiencias deberá considerarse una cierta adaptación de las
229 prácticas *maker* a la universidad y no de las universidades a las prácticas *maker*.
230

231 **Agradecimientos**

232

233 Trabajo realizado con el apoyo del Programa FESC-PIAPIME **5.32.21.19.**
234 Agradecemos el tiempo de los profesores del Departamento de Matemáticas de la
235 Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán que generosamente aceptaron contestar
236 la encuesta.

237

238

239 **Índice de referencias**

240

241 Barrett, M., Pizzico, M., Levy, B., & Nagel, R. (2015). *A Review of University Maker*
242 *Spaces*. 2015 ASEE Annual Conference & Exposition, Seattle, USA: ASEE
243 Conferences.

244

245 Godhe, A., Lilja, P., & Selwyn, N. (2019). Making sense of making: Critical issues in the
246 integration of maker education into schools. *Technology, Pedagogy and Education*
28(3), 317–328.

247

248 Kafai, Y., Fields, D., & Searle, K. (2014). Electronic Textiles as Disruptive Designs:
249 Supporting and Challenging Maker Activities in Schools. *Harvard Educational Review*
84(4), 532–556.

250

251 Petrich, M., Wilkinson, K., & Bevan, B. (2013). It Looks Like Fun, but Are They
252 Learning? En M. Honey & D. Kanter (Eds.). *Design, Make, Play: Growing the Next*
Generation of STEM Innovators (pp. 68–88). New York, USA: Routledge.

253

254 Sheridan, K., Halverson, E., Litts, B., Brahms, L., Jacobs-Priebe, L., & Owens, T.
255 (2014). *Learning in the Making: A Comparative Case Study of Three Makerspaces*.
Harvard Educational Review 84(4), 505–531.

1

2 LA EDUCACIÓN MAKER Y EL MEJORAMIENTO DE LA ENSEÑANZA 3 DE LAS MATEMÁTICAS

4

5 Pedro Ivan Ramirez Montes^{1,2}, Armando Aguilar Márquez³, J. del Carmen Ramirez
6 González⁴, Omar García León⁵, José Luz Hernández Castillo.⁶
7 ^{2,3,4,5,6} Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, Universidad Nacional Autónoma
8 de México. Carr. Cuautitlán-Teoloyucan Km. 2.5, San Sebastian Xhala, 54714
9 Cuautitlán Izcalli, Edo. de Méx.

10

IM-POER074

11

12 Resumen

13

14 Quizá una de las ideas más inspiradoras para la introducción de la llamada educación Maker en los
15 países en vías de desarrollo es que la introducción de experiencias educativas (como el uso de la
16 impresión 3D) que permitan la formación de profesionales capaces de emprender y proponer
17 soluciones de ingeniería mientras colaboran unos con otros (Godhe et al., 2019) conseguirá en última
18 instancia desafiar la visión dominante de que aquellos grupos con mayor poder, producen tecnologías,
19 mientras que aquellos con menor poder las consumen. En este trabajo se buscó describir la actitud de
20 un grupo de profesores de matemáticas con respecto al desarrollo de actividades empleando la
21 impresión 3D.

22

23 **Palabras clave:** Educación, Maker, Impresión, 3D, Matemáticas, Cálculo.

24

25 1. Introducción

26

27 En los últimos cinco años la producción y uso de impresoras 3D ha sido enorme,
28 motivado en parte por la disponibilidad de tecnologías de cómputo y electrónicas de
29 bajo costo, generando un interés muy extendido por incorporar la educación Maker
30 en diversos niveles educativos fig. (1). Instituciones en todos los niveles académicos
31 comienzan a reconocer el valor de la impresión 3D y comienzan a incorporarla en
32 sus laboratorios de enseñanza (Martin et al., 2014). La incorporación en el ámbito de
33 la investigación es mucho más antigua, por ejemplo, el Laboratorio Nacional de
34 Manufactura Aditiva y Digital (MADiT) de la UNAM se fundó en 2010, pero el germen
35 de la línea de investigación puede remontarse hasta 1996 (ICAT, 2019).

36

37 Estudios realizados previamente en la Facultad de Ingeniería Aeroespacial del Israel
38 Institute of Technology (Haifa), sobre el potencial de la impresión 3D en la enseñanza
39 de la ingeniería, constataron que incorporar pruebas físicas contribuyen
40 significativamente a la experiencia educativa de los alumnos de ingeniería sobre todo
41 al contrastar la experiencia con predicciones analíticas (Artzi y Kroll, 2011).

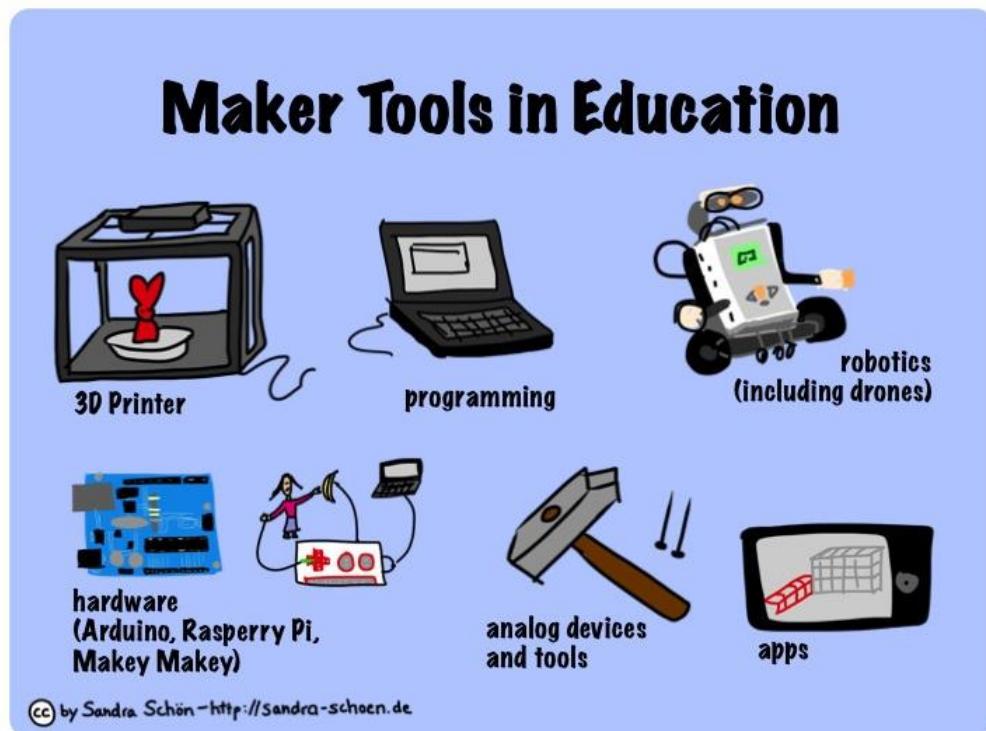
42

43 Un referente obligado sobre como la tecnología puede emplearse para mejorar la
44 enseñanza de las matemáticas (en particular de cálculo) es el uso sistemas
computacionales de álgebra simbólica (CAS por sus siglas en inglés).

¹ *Autor para la correspondencia. E-mail: pedroivan_86@hotmail.com Tel. 5521358362.

45

46 En la sección 3 de este trabajo se compara las actitudes de los profesores de
 47 matemáticas encuestados con respecto a la tecnología de impresión 3D, como
 48 ejemplo de educación Maker, con lo observado (éxitos, oportunidades y fracasos)
 49 previamente en la literatura para el uso de sistemas CAS.



50

51 Fig. (1) Algunas Herramientas *Maker* en la educación, Impresión 3D, Programación, Robótica,
 52 Hardware (Arduino, Raspberry Pi, Makey Makey), dispositivos analógicos y herramientas,
 53 aplicaciones.

54

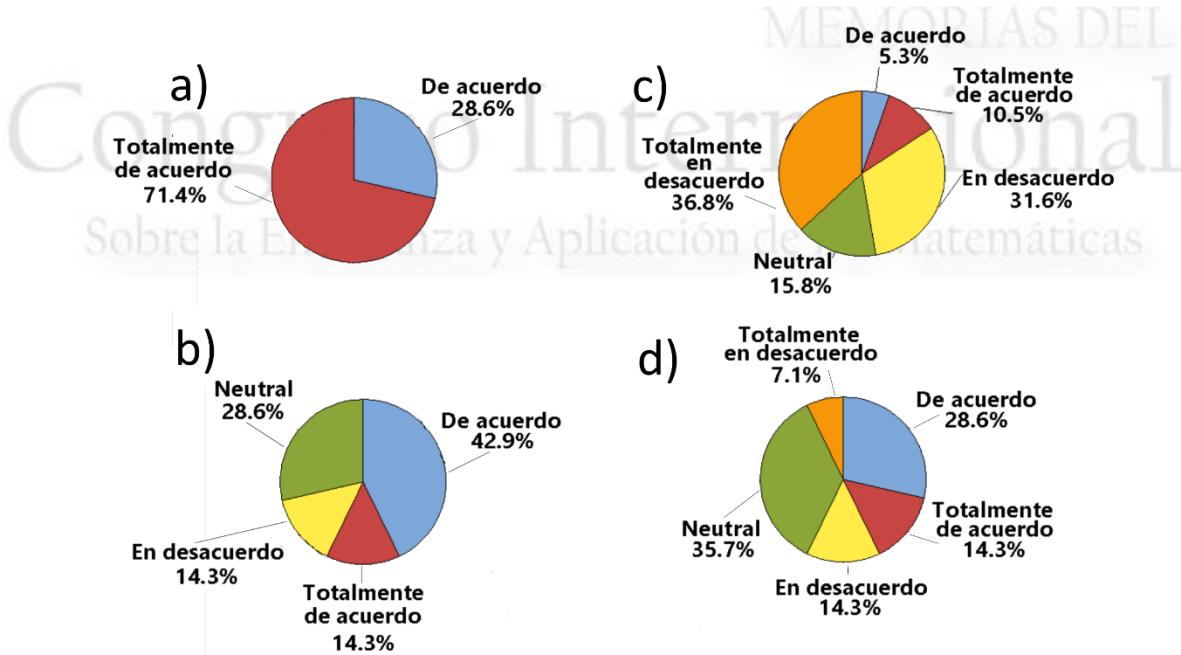
55 2. Desarrollo

56

57 Para obtener información sobre la actitud de los profesores del departamento de
 58 matemáticas con respecto a la educación *Maker* se decidió llevar a cabo una
 59 encuesta vía internet, sobre su opinión del uso de la educación *Maker* para la
 60 enseñanza de conceptos de matemáticas de Ingeniería (en particular cálculo).
 61 Aunque la encuesta está dividida en diferentes secciones que no cambiaron de
 62 orden, las preguntas individuales se presentaron en orden aleatorio. se obtuvo la
 63 participación de 14 profesores, cabe señalar que se observó una tasa elevada de no
 64 respuesta a la encuesta.

65 En cuanto a la imagen de la impresión 3D los profesores tiene claro que el
 66 desarrollar proyectos educativos empleando esta tecnología pose el potencial para
 67 mejorar la enseñanza de las matemáticas como se muestra en la fig. (2). En la fig. (3)
 68 se muestra las respuestas a las preguntas respecto a cuál consideran los profesores,
 69 que es el mejor ambiente para el aprendizaje empleando tecnologías *Maker*, por
 70 ejemplo, un *Maker Lab* dentro o fuera de la propia Universidad.

71
 72 Las respuestas recolectadas con respecto a la opinión de los docentes con respecto
 73 a si los proyectos generarían distracciones, son similares a otras tendencias
 74 educativas, o si reflejan cambios que serán duraderos en la forma de apropiación de
 75 conocimiento se resumen en la fig. (4). Con relación a herramientas tecnológicas
 76 útiles para mejorar la enseñanza de las matemáticas, se obtuvieron una variedad de
 77 respuestas como el uso de sistemas CAS (Mathematica, Maple, Matlab), programas
 78 para realizar operaciones específicas (R, C++), programas con orientación a los
 79 gráficos (GeoGebra, Sketchup), material multimedia (videos), recursos relacionados
 80 con la educación Maker (Makeblock, Arduino, Sketchup), estrategias didácticas como
 81 aula invertida (videos) o dinámicas grupales. Uso de diversos ambientes de
 82 aprendizaje (realidad virtual) y el uso de dispositivos móviles y el uso de ábacos.
 83



84
 85 **Fig (2). Grado de afinidad con las afirmaciones a) El desarrollo de este tipo de actividades**
 86 **podría favorecer a la enseñanza de la asignatura, b) El desarrollo de este tipo de actividades no**
 87 **es adecuado para la asignatura, c) El desarrollo de este tipo de proyectos debe hacerse**
 88 **durante un curso obligatorio, d) El desarrollo de este tipo de proyectos debe hacerse durante**
 89 **un curso optativo.**

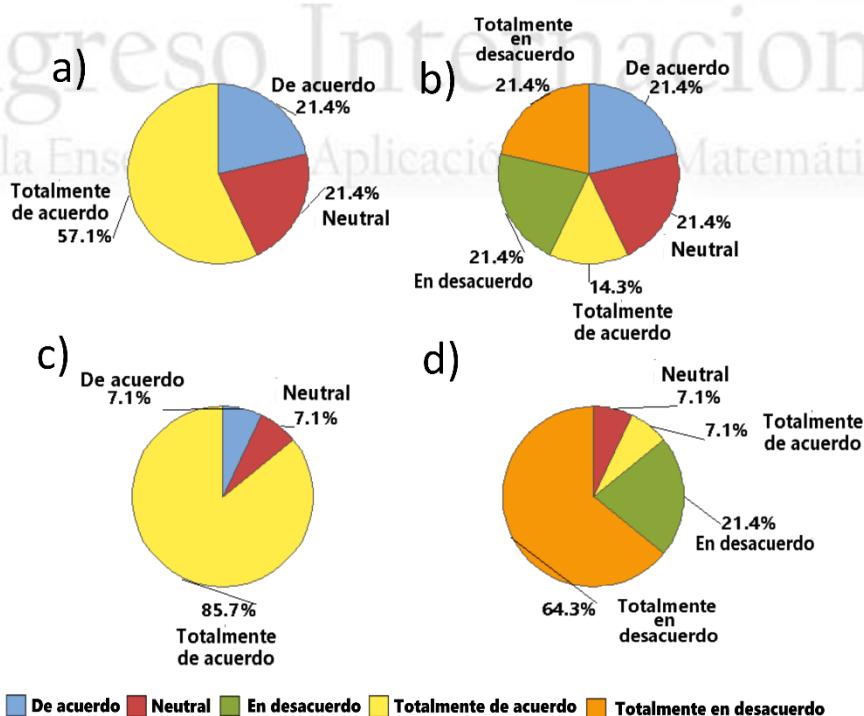
90
 91 A la pregunta de cuáles temas podrían beneficiarse mediante proyectos educativos
 92 *Maker*, la mayoría de los profesores encuestados (85.7 %) mencionaron al menos un
 93 tema de su práctica docente que consideran podría beneficiarse. En general los
 94 temas pueden dividirse en dos clases aquellos directamente relacionados a materias
 95 de matemáticas impartidas en los primeros ciclos formativos como curvas de nivel,
 96 superficies de revolución, máximos y mínimos, superficies, visualización de
 97 conceptos de funciones, cálculo de áreas y volúmenes, vectores, modelos
 98

99

100 matemáticos, Interés simple y compuesto.

101 La otra clase de temas pertenecen a asignaturas que corresponden a ramas
 102 específicas de la Ingeniería: prototipos electrónicos, domótica, instrumentación,
 103 Inteligencia artificial I y II, redes de computadoras, aplicaciones móviles, diseño de
 104 chips de computadoras, sistemas de calidad. Para intentar conocer la actitud de los
 105 profesores con respecto a el aprendizaje en grupos homogéneos o heterogéneos se
 106 le pidió al docente que considerar un curso optativo de duración de un semestre y se
 107 le preguntó qué tan de acuerdo estaban con las siguientes afirmaciones “La
 108 realización de este tipo de proyectos debe ocurrir con estudiantes de la misma
 109 carrera y mismo semestre”, “La realización de este tipo de proyectos debe ocurrir con
 110 estudiantes de distintas carreras, pero semestre similar”, “La realización de este tipo
 111 de proyectos debe ocurrir con estudiantes de la misma carrera, pero de diferentes
 112 semestres” las respuestas se muestran en la fig. (5).

113



█ De acuerdo █ Neutral █ En desacuerdo █ Totalmente de acuerdo █ Totalmente en desacuerdo

114

115 Fig. (3) Grado de afinidad con las afirmaciones a) El desarrollo de este tipo actividades debe
 116 hacerse en un espacio especialmente dedicado para estas actividades (ej. *Maker Lab*) dentro
 117 de la Universidad, b) El desarrollo de este tipo actividades debe hacerse en un espacio
 118 especialmente dedicado para estas actividades (ej. *Maker Lab*) fuera de la Universidad, c) El
 119 desarrollo de este tipo de proyectos aumentaría el interés de los estudiantes en la materia, d) El
 120 desarrollo de este tipo de proyectos no aumentaría el interés de los estudiantes en la materia.

121

122 3. Resultados y análisis

123

124 El resultado de la impresión sobre el potencial de la educación *Maker* es muy similar
 125 al de otras tecnologías educativas particularmente el uso de sistemas CAS donde la

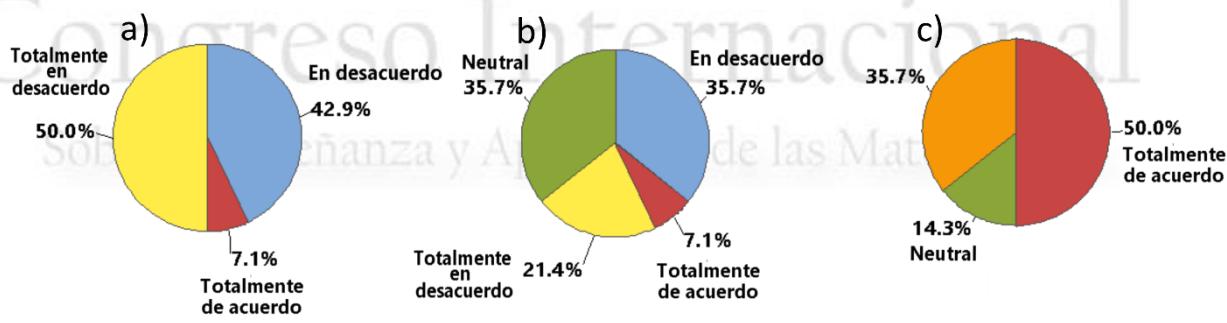
126

127

128 tecnología se ve como un aliado para remover tareas tediosas, pero por el otro lado
 129 no sustituye tareas de pensamiento abstracto (Leinbach *et al.*, 2002) o el uso de
 130 tecnologías de la información y comunicación (TIC) para la enseñanza del cálculo
 131 (Takači *et al.*, 2015).

132 De manera similar al debate sobre la incorporación de otras tecnologías en la
 133 enseñanza de las matemáticas se observa que algunos profesores no están
 134 interesados e incluso están en contra de incorporar proyectos usando tecnologías de
 135 impresión 3D. En la literatura existen diversas interpretaciones para este rechazo en
 136 particular con respecto al uso de sistemas CAS Leinbach, Pountney y Etchells (2020)
 137 consideran que la habilidad de realizar cálculos complicados y manipulaciones
 138 algebraicas complejas es visto como hacer matemáticas por algunos, mientras que
 139 ellos enfatizan que el hacer matemáticas consiste en razonar y resolver problemas
 140 empleando las herramientas tecnológicas a su disposición.

141



142 Fig. (4) Grado de afinidad con las afirmaciones a) Los proyectos generarán distracciones
 143 innecesarias para los estudiantes, b) La educación Maker es una moda similar a otras
 144 tendencias educativas que no trascendieron, c) La educación Maker refleja cambios que serán
 145 duraderos en la forma de apropiación de conocimiento y producción de bienes.
 146

147

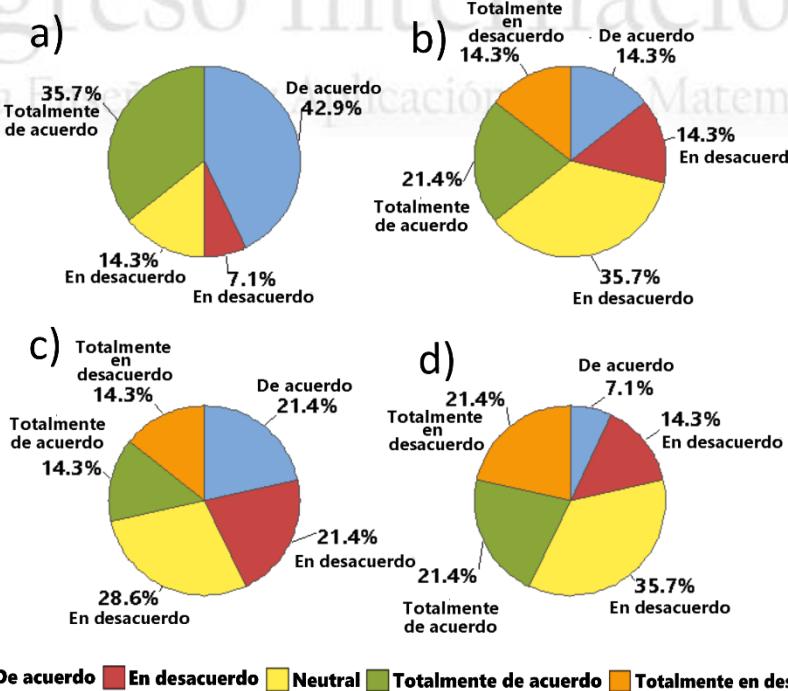
148 De la misma manera en que otras que tecnologías, como la calculadora electrónica o
 149 los softwares CAS, no han solucionado del todo los problemas de la enseñanza de la
 150 matemática, se corre el riesgo de que algunos estudiantes y profesores usen la
 151 tecnología de manera inapropiada y que se usen incentivos, como la novedad, para
 152 implementar tecnologías como la impresión 3D (por parte de las autoridades
 153 educativas a cualquier nivel) para intentar subsanar las deficiencias en la educación
 154 matemática. En cuanto el tipo de curso, los docentes no están particularmente
 155 inclinados a que las actividades se desarrolle en un curso optativo o en un curso
 156 obligatorio. Respecto al ambiente de aprendizaje en el que se desarrollen los
 157 proyectos, las respuestas revelan que de existir un *Maker Lab* dentro de la
 158 universidad sería el espacio idóneo. Sin embargo un grupo importante de profesores
 159 también considero que las actividades pueden desarrollarse en espacios ubicados
 160 fuera de la universidad. Cabe señalar que en muchos casos la extensión de las
 161 actividades de aprendizaje a lugares diferentes al salón de clases se concibe como
 162 una ventaja para la mayoría de las TIC y por ejemplo existe una importante actividad
 163 de investigación sobre el diseño de ambientes de aprendizaje.

164

165 Si bien la actitud inicial de los estudiantes hacia proyectos de aprendizaje empleando
 166 impresión 3D requiere de la obtención de información directamente de ese grupo,
 167 consideramos importante señalar que la expectativa de la mayoría de los profesores
 168 es que los estudiantes podrían interesarse más en la asignatura si se incorporaran
 169 actividades *Maker*. Existe la posibilidad de confundir los resultados con el efecto de
 170 novedad, que ha sido documentado previamente.

171 Es importante señalar que el tiempo requerido para familiarizare con la tecnología de
 172 impresión 3D no es señalado como una distracción innecesaria de la asignatura por
 173 la mayoría de los profesores, en este sentido cabe señalar que el fracaso de la
 174 adopción masiva de sistemas CAS se origina en que la adopción de dicho sistema es
 175 percibida como una carga tanto en estudiantes (Lopez, 2019) como en profesores y
 176 únicamente “se paga el precio” de la curva de aprendizaje si se observan beneficios
 177 en la enseñanza (Karadeniz y Thompson, 2018). Por lo que consideramos que esté
 178 es un factor a tomar en cuenta para una posible implementación.

179



█ De acuerdo █ En desacuerdo █ Neutral █ Totalmente de acuerdo █ Totalmente en desacuerdo

180

181 Fig. (5) Grado de afinidad con las afirmaciones a) La realización de este tipo de proyectos debe
 182 ocurrir con estudiantes de la misma carrera y mismo semestre, b) La realización de este tipo de
 183 proyectos debe ocurrir con estudiantes de distintas carreras, pero semestre similar, c) La
 184 realización de este tipo de proyectos debe ocurrir con estudiantes de la misma carrera, pero de
 185 diferentes semestres, d) La realización de este tipo de proyectos debe ocurrir con estudiantes
 186 de distintas carreras y diferentes semestres.

187

188 La amplia variedad de recursos para mejorar la enseñanza de las matemáticas que
 189 fueron señalados por los docentes muestra quizás indirectamente que existe una
 190 velocidad elevada de incorporación de nuevas tecnologías a la enseñanza (Escueta
 191 et al., 2017). Es importante señalara que en el caso de sistemas CAS los únicos a los

192

193 que se hizo mención fueron sistemas propietarios, aunque existen múltiples sistemas
194 de código abierto.

195 El aprendizaje colaborativo ha sido señalado en numerosas ocasiones como un
196 excelente método de enseñanza para las matemáticas (Rosa-María Pons et al.,
197 2014), de manera general se considera que un parámetro importante es el de
198 igualdad, con respecto a este (y a la mutualidad) tres clases de interacción pueden
199 diferenciarse de manera clásica descritas por Damon y Phelps (1989), la de tutor , la
200 de cooperación y la de colaboración, las respuestas proporcionadas por los
201 profesores revelan una actitud positiva hacia el trabajo con grupos de estudiantes
202 relativamente homogéneos, sin embargo alrededor de un tercio de los profesores se
203 muestran receptivos con respecto a integrar grupos de distintos semestres o incluso
204 de distintas carreras.

205

206 **4. Conclusiones**

207

208 La encuesta realizada a profesores del departamento de Matemáticas respecto a la
209 actitud de estos a la potencial incorporación de proyectos de enseñanza usando la
210 impresión 3D, muestra que la mayoría se encuentra interesada en emplear este
211 recurso de estar disponible. Las respuestas a algunas de las preguntas señalan que
212 al igual que con otras tecnologías aplicadas a la educación la educación *Maker* tiene
213 retos serios para convertirse en una alternativa real.

214 La institución deberá contemplar la creación de un espacio *Maker Lab* dentro de la
215 universidad como alternativa ideal, o garantizar de alguna manera el acceso a estos
216 servicios fuera de la universidad.

217 Al igual que con otras tecnologías (calculadoras, graficadoras, sistemas CAS, etc.)
218 cualquier evaluación del beneficio potencial de aplicar estas tecnologías deberá
219 considerar el efecto de novedad a fin justificar a mediano y largo plazo la inversión de
220 los recursos materiales y humanos de la institución

221 La tecnología de impresión 3D tiene el potencial de permitir incorporar actividades de
222 diseño de ingeniería en cursos de corte principalmente teórico, sin embargo también
223 debe buscar maneras de reconciliar la actitud de los docentes a grupos
224 heterogéneos (Ingeniería y otras áreas del conocimiento impartidas en la Facultad de
225 Estudios Superiores Cuautitlán) con el fin de promover oportunidades para que los
226 estudiantes desarrollen habilidades profesionales como la capacidad de desarrollarse
227 en equipos multidisciplinarios y una efectiva habilidad de comunicación.

228 En cuanto a la implementación del aprendizaje colaborativo también deberá
229 investigarse cuidadosamente las actividades para desarrollar proyectos empleando la
230 impresión 3D que permitan balancear actividades de tipo abierto y poco
231 estructuradas que han mostrado éxito anteriormente con la clase de proyectos
232 orientados que requieren los estudiantes en sus primeros ciclos formativos.

233

234

235

236

237

238 Agradecimientos

239

240 Trabajo realizado con el apoyo del Programa FESC-PIAPIME 5.32.21.19.

241 Agradecemos el tiempo de los profesores del Departamento de Matemáticas de la
242 Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán que generosamente aceptaron contestar
243 la encuesta.

244

245 Índice de referencias

246

- 247 • Artzi, D.; Kroll, E. Enhancing Aerospace Engineering Students' Learning with 3D
248 Printing Wind-tunnel Models. *Rapid Prototyping Journal* 2011, 17 (5), 393-402.
- 249 • Damon, W., y Phelps, E. (1989). Critical distinctions among three approaches to
250 peer education. *International Journal of Educational Research*, 13(1), 9-19.
- 251 • Escueta, M., Quan, V., Nickow, A. J., y Oreopoulos, P. (2017). *Education*
252 *technology: An evidence-based review* (Núm. 0898-2937). National Bureau of
253 Economic Research.
- 254 • ICAT <http://www.icat.unam.mx/secciones/labs/sub1/madit.html> (accedido en enero
255 16, 2019).
- 256 • Jacobson, M.; Reimann, P. Designs for Learning Environments of the Future:
257 International Perspectives from the Learning Sciences; Springer Science &
258 Business Media, 2010.
- 259 • Karadeniz, I., y Thompson, D. R. (2018). Precalculus teachers' perspectives on
260 using graphing calculators: An example from one curriculum. *International Journal*
261 *of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(1), 1-14.
- 262 • Leinbach, C., Pountney, D. C., y Etchells, T. (2002). Appropriate use of a CAS in
263 the teaching and learning of mathematics. *International Journal of Mathematical*
264 *Education in Science and Technology*, 33 (1), 1-14.
- 265 • Lopez, R. (2019). *The Next Phase of Technology-Maplesoft*. Recuperado el 17 de
266 marzo de 2020, de
267 https://www.maplesoft.com/contact/webforms/whitepapers/The_Next_Phase_of_Technology_download.aspx
- 268 • Martin, R. L.; Bowden, N. S.; Merrill, C. 3D Printing in Technology and Engineering
269 Education. *Technology and Engineering Teacher* 2014, 73 (8), 30-35.
- 270 • Rosa-María Pons, María D. Prieto, Clotilde Lomeli, María R. Bermejo, & Sefa
271 Bulut. (2014). Cooperative learning in mathematics: A study on the effects of the
272 parameter of equality on academic performance. *Anales de Psicología*, 30 (3).
- 273 • Takači, D., Stankov, G., y Milanovic, I. (2015). Efficiency of learning environment
274 using GeoGebra when calculus contents are learned in collaborative groups.
275 Computers & Education, 82, 421-431.
- 276 • Tokpah, C. L. (2008). *The effects of computer algebra systems on students' achievement in mathematics*. Kent State University.

ENSEÑANZA DEL CÁLCULO DE ÁREAS LATERALES Y TOTALES DE PRISMAS EMPLEANDO CABRI 3D

Luis Ángel Rodríguez Hernández,^{1*} y Salma García Zavaleta²

¹Escuela Secundaria General 40 “Base Aérea”. Carretera México - Pachuca, km 31.5
Tecámac, Estado de México.

²Escuela Secundaria General 164 “Emiliano Zapata Salazar”. Av. Juana María Pavón
s/n, San Francisco Coacalco, Estado de México.

IM-POIT075

Resumen

El objetivo del presente trabajo es emplear Cabri 3D para la enseñanza del cálculo de áreas laterales y totales de prismas en segundo de secundaria para lograr el desarrollo de competencias propias de la asignatura. Para el trabajo se empleó el modelo Van Hiele. En este se identifican diversas formas de razonamiento, valorando el progreso a través de niveles. Además, se utilizó el software Cabri 3D que permite explorar y mejorar el estudio de la geometría del espacio.

Se demostró por medio del software cuales son las figuras geométricas de las que parte la construcción de determinados prismas, para ello se generaron preguntas que guiaran a los alumnos a deducirlo. Posteriormente, a través de la manipulación de las construcciones se dirigió a los estudiantes a establecer relaciones entre las características de una figura y un cuerpo.

A partir de lo trabajado en las sesiones anteriores se propone una sesión de retroalimentación, donde se cuestiona a los alumnos lo aprendido, se establecen pautas y se corrige el lenguaje.

Una vez establecido el avance, se propone un problema donde obtenga el área del desarrollo plano de un cuerpo geométrico planteándolo como una figura compuesta que puede dividir para obtener su área. Finalmente, con ayuda de los problemas resueltos, los alumnos llegan a la conclusión de que a través del cálculo del área de los rectángulos que conforman el desarrollo plano del prisma se obtiene su área lateral y que aunados al cálculo del área de las figuras que conforman sus bases se obtiene el área total. En conclusión el uso de Cabri 3D con apoyo del modelo Van Hiele fomentó el trabajo autónomo, la validación de los procedimientos y se instó a los alumnos a manejar técnicas de manera eficiente para dar respuesta a un mismo problema.

Palabras clave: figuras, cuerpos, áreas, geometría, Cabri.

1. Introducción

A lo largo de las prácticas realizadas en las escuelas secundarias durante nuestra formación académica y el tiempo de servicio al frente de grupos de matemáticas, pudimos observar que los contenidos referentes a geometría en segundo grado han sido de dificultad para los alumnos, sobre todo aquellos enfatizados en la diferenciación de figuras y cuerpos geométricos. A los alumnos se les dificulta relacionar y diferenciar las figuras geométricas, con respecto a los cuerpos geométricos, como parte del enfoque didáctico de la materia, de acuerdo con SEP (2011) “consiste en utilizar secuencias de situaciones problemáticas que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de

¹ ¹ *Autor para la correspondencia. E-mail: luis.rodriguez.her@edomex.nuevaescuela.mx Tel. 5543427513

42 resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados" (p.19), se
43 tiene la necesidad de buscar dichas situaciones para la enseñanza de la geometría.

44 **2. Metodología**

45 **2.1 Tema de estudio**

46 En la materia de matemáticas los contenidos se ven de forma particular, pasando de
47 temas más simples a los más complejos; pero la organización de estos no siempre le
48 permite al docente identificar el grado de profundidad que se tiene del conocimiento
49 adquirido. Por lo anterior se emplea el modelo Van Hiele que de acuerdo con Jaime y
50 Gutiérrez (1990) menciona lo siguiente:

51 Está constituido por la idea de que, a lo largo del proceso de aprendizaje de la
52 geometría, el razonamiento de los estudiantes pasa por una serie de niveles de
53 razonamiento, que son secuenciales, ordenados y tales que no se puede saltar
54 ninguno (p. 4).

55 **2.2 Propósito de estudio**

56 Diseñar una secuencia didáctica de enseñanza para el cálculo de áreas laterales y
57 totales de prismas con Cabri 3D en segundo grado de secundaria para lograr que los
58 alumnos desarrollen competencias propias de la asignatura.

59 **2.3 Tipo y método de investigación**

60 El método de estudio para la elaboración del documento corresponde al descriptivo
61 para detallar las situaciones contextuales que de acuerdo con Hernández, Fernandez
62 y Baptista (2014):

63 Se busca especificar las propiedades, las características y los perfiles de
64 personas, grupos, comunidades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno
65 que se someta a un análisis. Es decir, únicamente pretenden medir o recoger
66 información de manera independiente o conjunta sobre los conceptos o las
67 variables a las que se refieren, esto es, su objetivo no es indicar cómo se
68 relacionan estas (p.92).
69

70 **2.3.1 Pregunta general**

71 ¿Qué estrategia didáctica permitirá lograr el proceso de aprendizaje del contenido,
72 cálculo de áreas laterales y totales de prismas con apoyo de la construcción y
73 transformación de figuras y cuerpos geométricos en un grupo de segundo grado?

74 **2.3.2 Preguntas específicas**

75 ¿Cómo distinguen los alumnos la diferencia entre figuras y cuerpos geométricos?

76 ¿Qué actividades en su conjunto, pueden resultar interesantes a los estudiantes para
77 trabajar el cálculo de áreas laterales y totales de prismas, a través de la construcción
78 y transformación de figuras y cuerpos geométricos?

79 ¿Cómo se puede implementar el uso de un software educativo, dentro del aula, para
80 la enseñanza del cálculo de áreas laterales y totales de prismas y pirámides?

81 **2.3.3 Hipótesis general**

82 Parte fundamental para la elaboración del trabajo es el planteamiento de las hipótesis
83 que de acuerdo con Hernández, Fernandez y Baptista (2014):

84 Son las guías de una investigación o estudio. Las hipótesis indican lo que
85 tratamos de probar y se definen como explicaciones tentativas del fenómeno
86 investigado, por lo que de estos se derivan de la teoría existente y deben
87 formularse a manera de proposiciones (p.104).

88 Si se diseña una secuencia didáctica para un grupo de segundo de secundaria, con el
89 uso de un software educativo Cabri 3D, se logrará el proceso de enseñanza-
90 aprendizaje del cálculo de áreas laterales y totales de prismas con apoyo de la
91 construcción y transformación de figuras y cuerpos geométricos.

92 **2.3.4 Población**

93 La población es de acuerdo con Hernández, Fernandez y Baptista (2014) “el conjunto
94 de todos los casos que concuerdan con una serie de especificaciones” (p.174).

95 Los individuos que se sujetan a esta investigación son alumnos de segundo grado de
96 secundaria. Es importante mencionar que de acuerdo a la metodología de estudio se
97 realizó un diagnóstico e investigación puesto que Jaime y Gutiérrez (1990) mencionan
98 que “si un profesor quiere basarse en el modelo Van Hiele para la organización y el
99 desarrollo de sus clases, deberá, en primer lugar, tener una idea lo más exacta posible
100 del nivel de razonamiento de sus alumnos” (p.319).

101 **3. Resultados y análisis**

102 En el presente apartado se presentan los avances que se tuvieron por sesión los
103 alumnos durante la aplicación de la secuencia didáctica, asimismo los resultados de la
104 prueba objetiva final y con ello dar respuestas a las preguntas establecidas al inicio de
105 la investigación.

106 **3.1 Análisis de la prueba objetiva (examen)**

107 Al terminar la ejecución de la propuesta didáctica se amplió una prueba con el objetivo
108 de medir y analizar el grado de avance de los estudiantes con respecto a los
109 conocimientos antes de la secuencia didáctica y posterior a ella.

110 3.1.1 Análisis por reactivo

111 En el apartado siguiente se muestra el análisis por reactivo de la prueba final, se
112 considera a los alumnos que asistieron el día de la aplicación, aquellos que no
113 colocaron procedimiento en sus resultados se considera como no contestó.

114 3.1.1.1 Reactivo 1

115 El primer reactivo se diseñó para que los estudiantes apliquen las fórmulas de área de
116 dos figuras geométricas regulares y observar el progreso de estos con respecto a la
117 prueba diagnóstica, los resultados se muestran en la Tabla 1.

118 **Tabla 1. Resultados del reactivo 1.**

| Nivel | Alumnos | % |
|-----------------|---------|--------|
| Excelente (3) | 14 | 50% |
| Adecuado (2) | 9 | 32.14% |
| Mejorable (1) | 3 | 10.72% |
| No contestó (0) | 2 | 7.14% |
| Total | 28 | 100% |

119

120 3.1.1.2 Reactivo 2

121 El segundo reactivo se compone de una figura geométrica irregular para la cual se
122 solicita calcular el área, los resultados se observan en la Tabla 2.

123 **Tabla 2. Resultados del reactivo 2.**

| Nivel | Alumnos | % |
|-----------------|---------|--------|
| Excelente (3) | 10 | 35.72% |
| Adecuado (2) | 8 | 28.57% |
| Mejorable (1) | 8 | 28.57% |
| No contestó (0) | 2 | 7.14% |
| Total | 28 | 100% |

124

125 **3.1.1.3 Reactivo 3**

126 El tercer reactivo muestra diversos conceptos básicos de dominio entre los alumnos
 127 que deben relacionarse correctamente con su respectiva definición, los resultados se
 128 observan en la Tabla 3.

129 **Tabla 3. Resultados del reactivo 3.**

| Nivel | Alumnos | % |
|-----------------|-----------|-------------|
| Excelente (3) | 16 | 57.14% |
| Adecuado (2) | 8 | 28.57% |
| Mejorable (1) | 3 | 10.72% |
| No contestó (0) | 1 | 3.57% |
| Total | 28 | 100% |

130

131 **3.1.1.4 Reactivo 4**

132 El cuarto reactivo presenta la imagen de un prisma hexagonal recto con el cual los
 133 alumnos deben calcular el área lateral, los resultados se observan en la Tabla 4.

134

Tabla 4. Resultados del reactivo 4.

| Nivel | Alumnos | % |
|-----------------|-----------|-------------|
| Excelente (3) | 16 | 57.14% |
| Adecuado (2) | 9 | 32.14% |
| Mejorable (1) | 2 | 7.14% |
| No contestó (0) | 1 | 3.58% |
| Total | 28 | 100% |

135

136 **3.1.1.5 Reactivo 5**

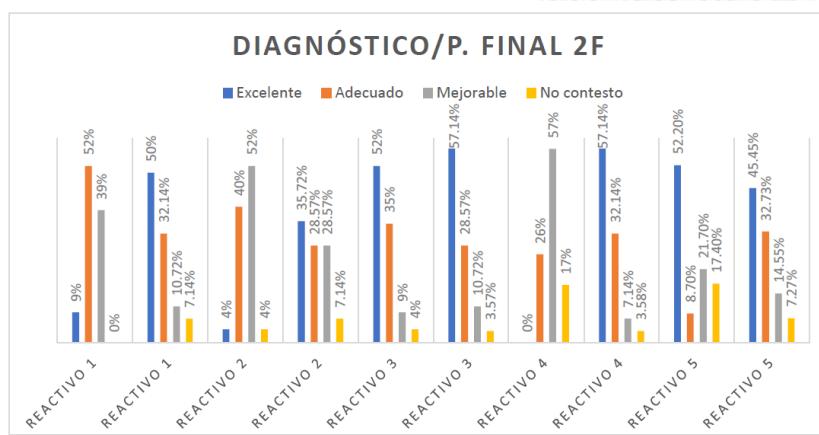
137 El quinto y último reactivo es uno de los más importantes puesto que refiere
 138 propiamente al cálculo de áreas totales de prismas. Para lo cual los alumnos conocen
 139 y definen un cuerpo geométrico en general, que de acuerdo con Landaverde (1970)
 140 “es toda proporción limitada del espacio, este ocupado o no por materia” (p.3). Los
 141 resultados se observan en la Tabla 5.

142

143
144

Tabla 5. Evidencias del reactivo 5.

| Nivel | Alumnos | % |
|-----------------|-----------|-------------|
| Excelente (3) | 14 | 50 |
| Adecuado (2) | 8 | 28.57% |
| Mejorable (1) | 4 | 14.29% |
| No contestó (0) | 2 | 7.14% |
| Total | 28 | 100% |



145

Gráfico 1. Comparativo de reactivos en 2F

147 En el Gráfico 1 se muestra un comparativo de los resultados de cada reactivos del
 148 examen diagnóstico aplicado al grupo 2°F donde se observa el porcentaje de alumnos
 149 que contestaron de forma excelente, adecuada, mejorable o que no contestaron.

150 **4. Conclusiones**

151 Las preguntas rectoras fueron respondidas a partir de los resultados que se obtuvieron
 152 durante la aplicación de la propuesta didáctica y su respectivo análisis.

153 Al emplear la estrategia para la enseñanza del cálculo de áreas totales y laterales de
 154 prismas con el software Cabri 3D permitió a los estudiantes realizar diversas
 155 actividades de aprendizaje.

156 **5. Referencias**

157 Libros

- 158 • Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2014). *Metodología de la*
159 *investigación.* (6ta Ed.) México, CDMX: McGraw-Hill.
160 • Jaime, A. y Gutiérrez, A. (1990). *Una propuesta de fundamentación para la*
161 *enseñanza de la geometría: El modelo de van Hiele.* España, Sevilla: Alfar.
162 • Landaverde, J. (1970). *Curso de geometría.* (6ta Ed) México, CDMX: Editorial
163 Progreso S.A.
164 • SEP (2011). *Programa de estudios 2011. Guía para el maestro. Educación*
165 *Básica. Secundaria. Matemáticas.* Secretaría de Educación Pública. México,
166 CDMX: Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

LAS TIC'S: HERRAMIENTAS ESENCIALES EN LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO

Fernando René Barbosa Morales^{1*}, Esteban Sánchez Escarriola²,
Elva Bernal Rodríguez³

Tecnológico de Estudios Superiores de Cuautitlán Izcalli. Av. Nopaltepec s/n
Fracción la Coyotera del Ejido de San Antonio Cuamatla, C.P. 54748
Cuautitlán Izcalli, Estado de México.

EN-POAC076

Resumen

La educación basada en competencias es un modelo que llegó para adaptarse a los cambios tan revolucionados que la tecnología está provocando en la vida actual, así como el intercambio masivo de la información, por lo que el aprendizaje y el conocimiento actualmente está al alcance a través de cualquier teléfono inteligente; las matemáticas por su puesto no están alejadas de esta actualidad ya que se cuenta con diferentes herramientas tecnológicas para conocerlas y estudiarlas, dentro de ellas se encuentran: video cursos y otras herramientas que son las que permiten resolver casi cualquier tipo de ejercicio matemático de casi cualquier nivel, nos referimos a Symbolab, Wolfram Mathematica, Mathway, PhotoMat, Mathlab y en particular Geogebra .

El objetivo de este trabajo es demostrar que el uso de las TIC'S en el cálculo promueve el aprendizaje, el análisis, la comprensión, la observación e interpretación de los resultados de un modelo matemático en su forma gráfica; es un recurso didáctico que contribuye a mejorar el conocimiento, así como las competencias genéricas de cualquier materia relacionada con las matemáticas; de igual manera, fomenta el aprendizaje, amplia y motiva el interés por la investigación e innovación, mejora en la práctica y desempeño; su uso es obligatorio en cualquier disciplina científica y tecnológica para fortalecer las competencias antes mencionadas, el uso constante de estas herramientas en las generaciones futuras permitirá que se vayan actualizando y mejorando. El proceso de aprendizaje de las TIC'S comienza en el aula donde se analizan y resuelven ejercicios y problemas, posteriormente se implementa en una herramienta como Geogebra el resultado es una mejor comprensión concluyendo en un aprendizaje significativo.

Palabras clave: tecnología, aprendizaje, herramientas, análisis, comprensión, investigación.

1. Introducción

La década de los noventas se caracterizó por el surgimiento en gran escala de nuevos proyectos de reforma curricular para adaptar los modelos académicos a determinadas demandas educativas bajo un contexto de globalización y en la búsqueda de la certificación y homologación de programas educativos y profesiones. Ramírez, L., & Medina, G. (2008). La UNESCO, señala que las generaciones del siglo XXI, deben estar preparadas con nuevas competencias y conocimientos por lo que la educación superior se enfrenta a la formación basada en competencias y que los planes de estudio se adapten constantemente a las necesidades presentes y futuras.

*Fernando René Barbosa Morales E-mail: ferbarbosa@live.com.mx Tel. 55-38-93-38-18

49 La educación basada en competencias es una propuesta educativa que se presenta
50 como una opción alternativa para mejorar los procesos de formación académica desde
51 la educación básica hasta la formación profesional superior, Díaz Barriga, Ángel
52 (2006), por ello la formación profesional se ha tenido que ir adaptando a los cambios
53 tecnológicos e incorporando los mismos al modelo de enseñanza-aprendizaje de los
54 estudiantes.

55
56 Diseñar un modelo de formación en línea (online) o dentro del aula en el que lo
57 importante sea el desarrollo y adquisición de una serie de competencias, obliga a
58 realizar cambios estructurales en las metodologías didácticas utilizadas hasta el
59 momento y proponer una forma adecuada de alcanzar los objetivos de aprendizaje,
60 Buzón-García, O. (2005), además no solamente es acortar la distancia geográfica y
61 tener una cobertura más amplia, sino suministrar la información eficiente y efectiva y
62 debido a esto se promoverán mejores aprendizajes Díaz Barriga, F. (2005).

63
64 Los diferentes métodos que se han implementado han sido bajo la práctica y la
65 construcción de experiencias, aplicando definiciones, teoremas, corolarios y ejercicios
66 prácticos, que siguen siendo importantes, solo que ahora hay que evolucionar en el
67 contexto de la enseñanza con el uso de las nuevas tecnologías aplicadas a mejorar el
68 aprendizaje y a la obtención de mejores resultados.

69
70 El e-learning es un recurso para facilitar el aprendizaje el uso de esta herramienta en
71 las matemáticas tiene poco desarrollo y aunque hay proyectos con buenos resultados,
72 no siempre es bien aprovechado y sobre todo existe la desconfianza por parte de los
73 profesores en el uso de las TIC, Peraza, L. J. C. (2019), aunado a que se requiere la
74 capacitación adicional para usarlas e implementarlas de manera eficiente.

75
76 La utilización de la computadora en el aprendizaje de las matemáticas tiene muchas
77 ventajas y una de ellas es que viene a simplificar de manera importante la realización
78 de ejercicios y problemas propios de la materia, así como de la ingeniería y en la
79 educación basada en competencias una de las recomendaciones es usarlas, como
80 parte del fortalecimiento y desarrollo de las competencias, por lo Reyes, C. E. G. (2020)
81 menciona resume que en el uso de la tecnología los estudiantes perciben un cambio
82 en el entendimiento de las matemáticas reducen el obstáculo de aprendizaje por lo
83 que es importante su implementación siempre que se acompañe del conocimiento
84 disciplina del docente.

85
86 **2. Metodología o desarrollo**

87
88 El papel del docente desde hace mucho tiempo se ha vuelto el de facilitador, el de ser
89 una guía, no olvidando que también es el proveedor de la enseñanza y el conocimiento,
90 también actualmente juega un rol importante aplicando los diferentes métodos de
91 enseñanza debido a que no todos los alumnos aprenden con una sola técnica, aquí es
92 donde las nuevas tecnologías juegan un papel importante.

93

2.1 La enseñanza tradicional de las matemáticas

95

96 Desde la educación básica hasta la superior siempre se han enseñado las
97 matemáticas a través del proceso de escritura, del pensamiento y por supuesto del
98 razonamiento, aplicando reglas y algoritmos algebraicos a una serie de ejercicios en
99 sus diferentes niveles.

100

101 En el presente trabajo, se mostrará el desarrollo de diferentes ejercicios, usando las
102 propiedades algebraicas correspondientes para llegar a un resultado luego se
103 comparará con las herramientas tecnológicas existentes o por lo menos con aquellas
104 que estén al alcance de este estudio, debido a que muchas tienen algún costo y por lo
105 tanto estarán limitadas en mostrar todo o la mayor parte de un desarrollo.

106

107 Posteriormente, en algún ejercicio que se exemplifique, se manipulará alguno de sus
108 términos con el fin de mostrar una familia de funciones y sus respectivas
109 representaciones gráficas, con el fin de analizar el comportamiento de la función.

110

111 Como se mencionó anteriormente y como lo dicen Mendoza, H. H., Burbano, V. M., &
112 Valdivieso, M. A. (2019), el rol del docente es ser un experto en la materia que imparte
113 sus funciones principales son las de guiar, estimular y colaborar con el estudiante en
114 su proceso de aprendizaje, es un mediador y facilitador en la asimilación y construcción
115 del conocimiento estudiantil; por lo que el uso de estas nuevas tecnologías contribuye
116 al fortalecimiento del aprendizaje visual y un aumento en la capacidad de cognición.

117

118 Se considerarán temas de distintos niveles de cálculo con la finalidad de que la
119 herramienta tecnológica a usar no se límite a uno sólo.

120

2.1.1 Uso de TIC'S

2.1.1.1 Cálculo Diferencial (puntos de inflexión y concavidad)

123

124 **Definición:** Un punto P sobre una curva $y = f(x)$ se llama **punto de inflexión** si f es
125 allí continua y la curva cambia de cóncava hacia arriba a cóncava hacia abajo o de
126 cóncava hacia abajo a cóncava hacia arriba en P . Stewart, J (2012).

127

128 **Definición:** Si la gráfica de f queda por arriba de todas sus rectas tangentes sobre un
129 intervalo I , entonces se dice que es cóncava hacia arriba sobre I . Si la gráfica de f
130 queda por abajo de todas sus rectas tangentes, se dice que es cóncava hacia abajo
131 sobre I .

132

133

134 Se tiene la siguiente función

135

136 **Ecuación 1.** $f(x) = x^3 - 9x^2 + 1$

137
 138 Se resuelve paso a paso el ejercicio
 139

- 140 1. Se obtiene la derivada de $f(x)$
 141 **Ecuación 2.** $f'(x) = 3x^2 - 18x$
 142
 143 2. Posteriormente la segunda derivada de $f(x)$
 144

145 **Ecuación 3.** $f''(x) = 6x - 18$
 146
 147 3. Se iguala a cero $f''(x)$

148 **Ecuación 4.** $6x - 18 = 0$
 149
 150 4. Se despeja x de la ecuación y tenemos

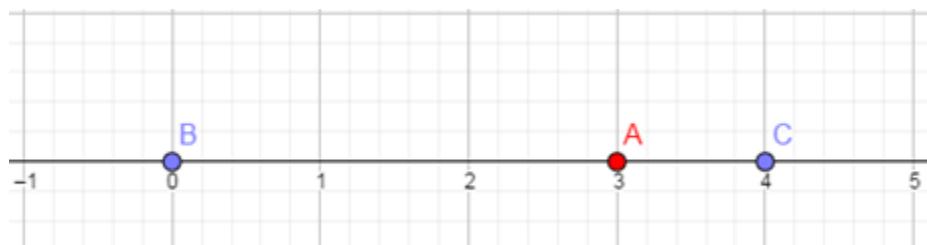
151 **Ecuación 5.** $x = 3$

152 Ahora se calculará “y” cuando $x=3$ por lo que tenemos

153 **Ecuación 6.** $f(3) = 3^3 - 9(3)^2 + 1 = -53$

154
 155 Por lo tanto, la coordenada del **punto de inflexión** es **(3, -53)** lo que significa que en
 156 este punto va a cambiar la concavidad de la función.

157 Ahora se determinarán los intervalos de concavidad, para lo cual se requiere el valor
 158 de x del punto de inflexión y la segunda derivada $f''(x)$, por lo que si al sustituir un
 159 valor en $f''(x)$ y el resultado es positivo significa que es cóncavo hacia arriba, si por el
 160 contrario al sustituir un valor en $f''(x)$ y el resultado es negativo significa que es
 161 cóncavo hacia abajo, a continuación se representan los puntos en $x=0$ y $x=4$ en la
 162 figura 1.



163
 164 Fig. (1) Punto de inflexión A y puntos B y C aleatorios para evaluar
 165
 166 Se evalúa cada uno de esos puntos en $f''(x) = 6x - 18$

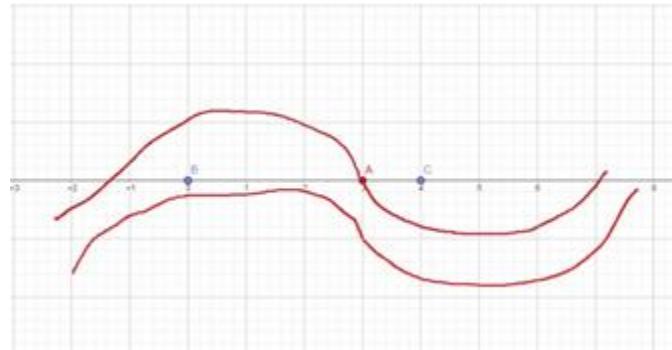
180 $f''(0) = 6(0) - 18 = -18$, quiere decir que cuando x viene desde menos infinito a 3 es
 181 cóncavo hacia abajo y en $f''(4) = 6(4) - 18 = 24 - 18 = 6$, tenemos que es cóncavo hacia
 182 arriba, por lo que la figura 2 nos muestra aproximadamente la forma de la gráfica

183

184

185

186



187

188

189

190

191

192

193

194 Fig. (2) Gráfica aproximada de una función por arriba o abajo del eje X

195

196 Ahora se resolverá el ejercicio usando la herramienta Symbolab, en la figura 3 se
 197 observa la solución de la primera derivada

198

199

200

201

202

203

204

205

206

207

208

$$(x^3 - 9x^2 + 1)'$$

[Gráfica](#) [Ejemplos](#)

[Solución](#)

$$(x^3 - 9x^2 + 1)' = 3x^2 - 18x$$

Fig. (3) Primera de derivada de una función

209

En la figura 4 se observa la segunda derivada y en figura 5 la gráfica

210

211

212

213

214

215

216

217

218

219

220

221

222

223

$$((x^3 - 9x^2 + 1)')'$$

[Ejemplos](#)

Resolviendo $(x^3 - 9x^2 + 1)''$

[Solución](#)

$$(x^3 - 9x^2 + 1)'' = 6x - 18$$

Fig. (4) Segunda derivada de la función

224
 225
 226
 227
 228
 229
 230
 231
 232
 233
 234
 235
 236
 237
 238
 239
 240
 241
 242

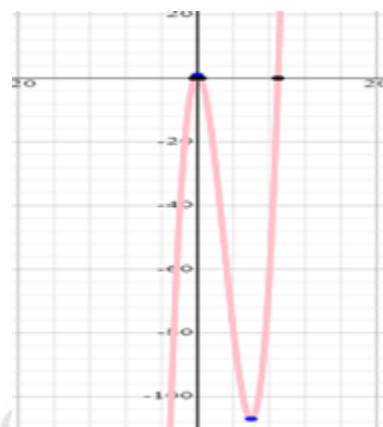
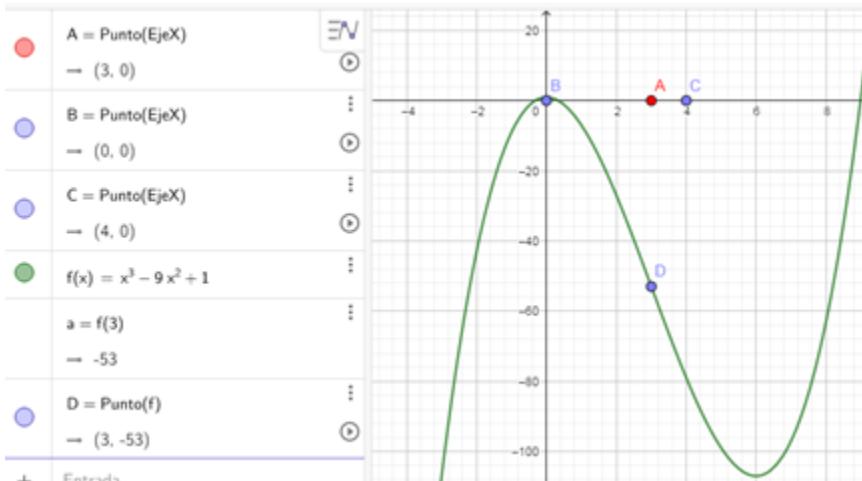


Fig. (5) Gráfica de la función

243 En la figura 6 se tiene la gráfica en Geogebra con el punto de inflexión y los datos del
 244 ejercicio



259 Fig. (6) Grafica de la función con Geogebra con coordenada de punto de inflexión
 260

2.1.1.2 Cálculo Integral Suma de Riemann

263 El siguiente ejemplo figura 7 y figura 8 se muestra el resultado resuelto a mano donde
 264 primeramente se obtiene el valor del intervalo Δx que viene siendo el equivalente a la
 265 base del rectángulo porque la altura corresponde a la función $f(x) = x^2$, posteriormente
 266 se especificará como se componen los subintervalos y en este caso se utilizarán los
 267 puntos izquierdos de los subintervalos mismos que están señalados con flechas rojas,

268 los cuales crean una gráfica con rectángulos por debajo de la función, como se puede
 269 observar en la gráfica hecha con Geogebra, el resultado del área aproximada es 0.24
 270 unidades cuadradas.

271

272

273 Área de una región plana

274 $f(x) = x^2$ intervalo $x=0$ y $x=1$

275 con 5 subintervalos

277 $\Delta x = \frac{b-a}{n} \Rightarrow x=0=a, x=1=b, n=5$

278 $\Delta x = \frac{1-0}{5} = \frac{1}{5} = 0.2$

279 $[0, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 1]$
 280 ↑ ↑
 281 a b

282 $[0, \frac{1}{5}], [\frac{1}{5}, \frac{2}{5}], [\frac{2}{5}, \frac{3}{5}], [\frac{3}{5}, \frac{4}{5}], [\frac{4}{5}, 1]$
 283 ↑ ↑ ↑
 284 puntos extremos extremos izquierdos.

285 $\sum_{i=0}^{n-1} f(x_i) (\Delta x_i) = (0)^2 \frac{1}{5} + (\frac{1}{5})^2 \frac{1}{5} + (\frac{2}{5})^2 \frac{1}{5} + (\frac{3}{5})^2 \frac{1}{5} + (\frac{4}{5})^2 \frac{1}{5}$
 286 altura base
 287 = 0 + \frac{1}{125} + \frac{4}{125} + \frac{9}{125} + \frac{16}{125} = \frac{30}{125} = \frac{6}{25}

288 CS Scanned with
 289 CamScanner
 290 $= 0.24$

291

292

293 Fig. (7) Suma de Riemann resuelto de forma tradicional

294

295

296 Y resuelto en Geogebra

297

298 ● $f(x) = x^2, (0 \leq x \leq 1)$



299

300 ● $a = \text{SumaInferior}(f, 0, 1, 5)$



301 → 0.24

302

303 + Entrada...

304

305

306

307

308

309

310

311

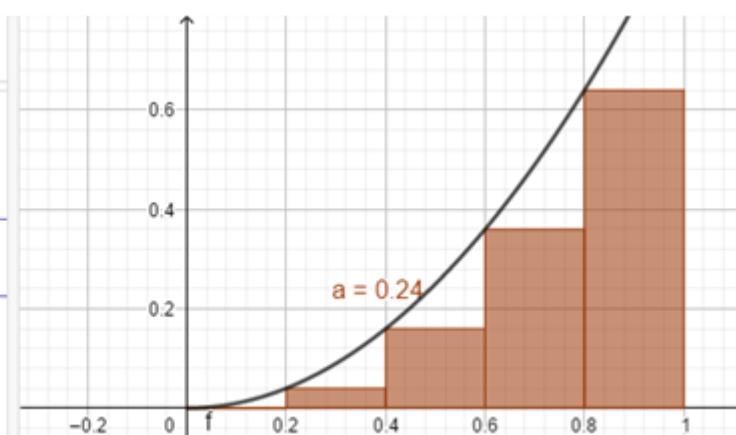


Fig. (8). Suma de Riemann usando TIC's

312 2.1.1.3 Cálculo Vectorial Coordenadas Polares

313

314 En cálculo vectorial se trabaja con coordenadas paramétricas y polares, esta últimas
 315 el graficarlas suele ser extenso y no muy simple, pero con la aplicación Geogebra
 316 resulta muy sencillo, solo que la aplicación no lo hace solo, el usuario tendrá que hacer
 317 previamente una derivación paramétrica de la función a graficar conforme a las
 318 fórmulas correspondientes

319

320 **Ecuación 7.** $r(x)=3 \operatorname{sen}(5x)$

321

322 la derivación quedaría para x y y respectivamente

323

324 **Ecuación 8.** $x=r \cos \theta=3 \operatorname{sen}(5t) \cos t$

325

326 **Ecuación 9.** $y=r \operatorname{sen} \theta=3 \operatorname{sen}(5t) \operatorname{sen} t$

327

328 estas últimas funciones son las derivadas de la ecuación 7 anteriormente escrita, el
 329 resultado es la figura 9, donde se ingresan los valores en la “entrada” de la aplicación
 330 la utilizando la función Curva

331

332 *Curva(<Expresión>, <Expresión>, <Parámetro>, <Valor inicial>, <Valor final>)*

333

334 En la Expresión de la izquierda se ingresará la ecuación 8 x , en la Expresión de la
 335 derecha la ecuación 9 y , en parámetro se ingresará la letra t , en “Valor inicial” se
 336 recomienda poner cero y en “Valor final” se recomienda poner un número que permita
 337 que la gráfica una el punto final con el punto inicial para dar forma a la figura, por lo
 338 tanto, este “Valor final” se modificará hasta hacer que la figura forme una flor de cinco
 339 hojas como se muestra en la figura 9.

340

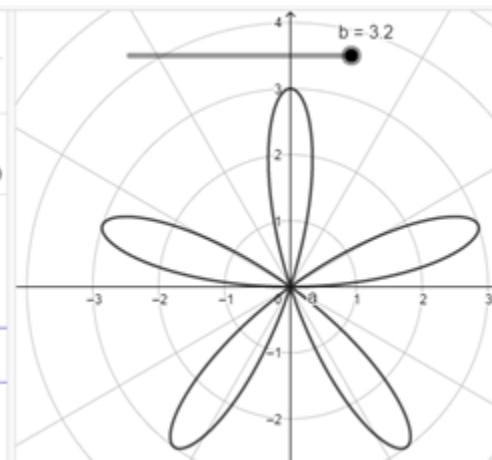
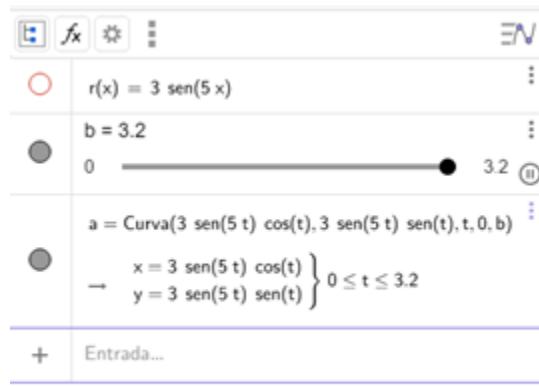


Fig. (9) Grafica de coordenada polar de la función $f(x)$

354

355

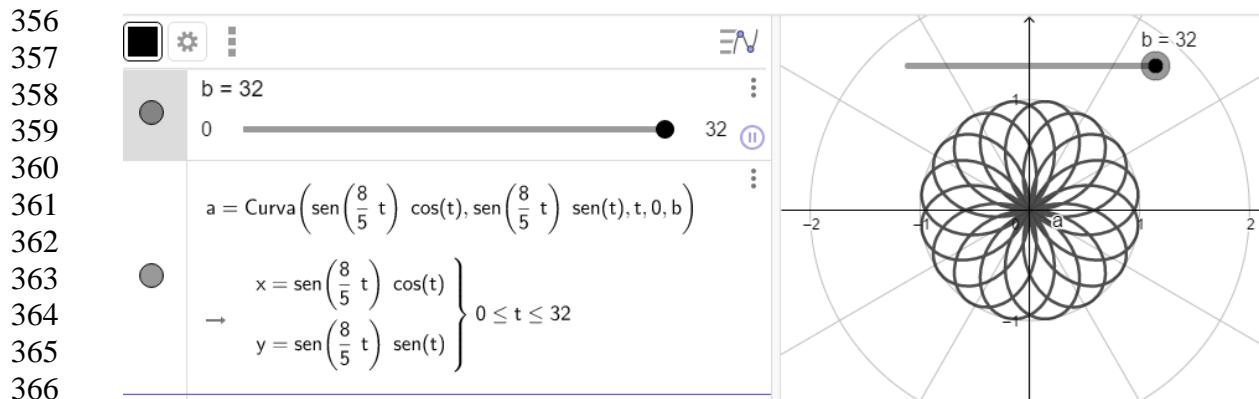


Fig. (10). Otro ejemplo de coordenadas polares

3. Resultados y análisis

373 Se puede observar en los ejemplos anteriores como las TIC's empleadas mostrarán
 374 una solución correcta y en la práctica es mucho más rápido a diferencia de cuando se
 375 resuelven de escrita, cabe mencionar que en ningún momento se deben sustituir estas
 376 herramientas por el ejercicio práctico dentro y fuera del aula, por el contrario se
 377 recomiendan usarlas en problemas que requieran una solución rápida o sean muy
 378 complejas para ser más eficientes, en particular se recomienda Geogebra, ya que es
 379 una herramienta gratuita y está al alcance de todos, tiene una característica que le
 380 permite graficar de manera animada, gracias a la utilería llamada deslizador, el
 381 estudiante podrá ir "jugando" con los parámetros de una función dada e ir
 382 experimentando y creando alternativas de aprendizaje lo que permite ser creativo y
 383 analítico en esta rama tan increíble como lo son las matemáticas.

384 Lo anterior son algunos de los muchos ejemplos que se pueden realizar con las
 385 tecnologías de la información y no deberá ser una sorpresa que habrá grandes mejoras
 386 en un futuro no muy lejano de todas estas herramientas.

389 4. Conclusiones

391 Las Tic's llegaron para quedarse, tendrán que evolucionar conforme así también
 392 avancen la ciencia y la tecnología lo requieran, de igual manera la enseñanza
 393 pedagógica se adaptará cuando lo necesite, se crearan nuevas competencias que se
 394 perfilarán y adaptarán a dichos cambios para así encaminar al estudiante a demostrar
 395 su potencial, tener el máximo de aprovechamiento, explotar la creatividad y mejorar el
 396 desarrollo personal y profesional.

397

398 Es importante incluir gradualmente en los planes de estudios a nivel profesional el uso
399 de las TIC's para motivar e incentivar a los estudiantes el usarlas en otras asignaturas
400 y así fortalecer su crecimiento académico.

401

402 **Agradecimientos**

403

404 El autor agradece el apoyo a sus coautores, Elva Bernal Rodríguez y Esteban Sánchez
405 Escarriola por motivar el seguir creciendo en el ámbito de la investigación y en la
406 formación de futuros profesionales en el área de las Tic's.

407

408 **Índice de referencias**

409

- 410 • Ramírez, L., & Medina, G. (2008). Educación basada en competencias y el proyecto
411 Tuning en Europa y Latinoamérica. *Su impacto en México. Ide@ s*
412 CONCYTEG, 3(39), 8.
- 413 • Díaz Barriga, Ángel (2006). El enfoque de competencias en la educación. ¿Una
414 alternativa o un disfraz de cambio?. Perfiles Educativos, XXVIII(111),7-36.[fecha de
415 Consulta 12 de Febrero de 2020]. ISSN: 0185-2698. Disponible en:
416 <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=132/13211102>
- 417 • Buzón-García, O. (2005). La incorporación de plataformas virtuales a la enseñanza:
418 una experiencia de formación on-line basada en competencias. RELATEC: Revista
419 Latinoamericana de Tecnología Educativa, 4(1), 77-100.
- 420 • Díaz Barriga, F. (2005). Principios de diseño instruccional de entornos de aprendizaje
421 apoyados con TIC: un marco de referencia sociocultural y situado. Tecnología y
422 comunicación educativas, 20(41), 4-16.
- 423 • Peraza, L. J. C., Santillán, J. M. C., Zúñiga, J. D. J. G., & Peraza, J. J. U. (2019). Uso
424 de tecnología en el aprendizaje de matemáticas universitarias. Revista de
425 Investigación en Tecnologías de la Información: RITI, 7(13), 77-82.
- 426 • Reyes, C. E. G. (2020). Reducción de obstáculos de aprendizaje en matemáticas con
427 el uso de las TIC. IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH, 11, 697.
- 428 • Mendoza, H. H., Burbano, V. M., & Valdivieso, M. A. (2019). El Rol del Docente de
429 Matemáticas en Educación Virtual Universitaria. Un Estudio en la Universidad
430 Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Formación universitaria, 12(5), 51-60.
431 <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062019000500051>
- 432 Stewart, J (2012). Cálculo de una variable trascendentes tempranas, Cengage
433 Learning

APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LA ESTADÍSTICA EN EL BACHILLERATO

Anakaren Vega Rodríguez^{1,*}, ¹Juana Castillo Padilla²
^{1,2}Colegio de Ciencias y Humanidades Plantel Vallejo.

IM- POAP077

Resumen

En el grupo de investigación en matemática educativa Hipatia de Alejandría contamos con nuestra propia concepción del Aprendizaje Significativo, basado en el Método Histórico Cultural de Vygotski y la Teoría de la Actividad de Leontiev y así, hemos elaborado una guía para el profesor dándole un desarrollo amplio y profundo a los significados conceptuales y metodológicos de la estadística debido a que a enseñanza de la Estadística y Probabilidad en el Bachillerato suele quedarse en el nivel de los algoritmos o la simple memorización de fórmulas. La gran importancia del papel del maestro radica en que debe diseñar las actividades, orientadas por las acciones, los medios y las condiciones para que el estudiante, como sujeto activo en la adquisición de los conocimientos, construya, reconstruya y utilice adecuada y conscientemente sus propias mediaciones y estrategias de aprendizajes, logrando así el tránsito del plano externo al plano interno en cada una de estas actividades lo que le permitirá una mayor solidez de lo aprendido y por tanto una mayor eficiencia en la recuperación de la información.

Palabras clave: Aprendizaje Significativo, Método Histórico Cultural de Vygotski, Teoría de la Actividad de Leontiev, Estadística y Probabilidad, Aprendizaje, Proceso Metodológico.

1. Introducción

El aprendizaje debe ser un proceso metodológico, didáctico, que comience con los sentidos personales del alumno, es decir con los conocimientos previos para ir avanzando a niveles cada vez más abstractos, sin embargo, se observa que la enseñanza de la estadística suele quedarse en el nivel de la memorización y la simple aplicación de los algoritmos. De lo anterior el presente trabajo tiene como finalidad presentar una propuesta educativa con el fin de transformar la forma de enseñanza-aprendizaje de la estadística, que actualmente suele ser siguiendo la memorización mecánica de los algoritmos sin ver sus significados conceptuales y sin contextualizar los problemas, ejemplos y ejercicios dentro del marco de las experiencias e intuiciones accesibles a los alumnos de nuestro medio social.

2. Metodología o desarrollo

2.1 Mediaciones o herramientas semióticas.

¹* Anakaren Vega Rodríguez. E-mail:karenvega051588@gmail.com Tel.55-43-94-63-40.

43 El uso de los sistemas de símbolos y signos, culturalmente establecidos a lo largo de
44 cientos de miles de años de evolución socio-histórica de la especie humana, entre los
45 cuales el más importante es el lenguaje. Según Vygotsky, L. S. (1995) el lenguaje se
46 compone de dos planos fundamentales, el fonético o expresivo y el significativo. La
47 significación de las palabras es producto o resultado de la generalización, con la que
48 se llega a la formación de los conceptos. Sin embargo, pensamiento y lenguaje
49 mantienen su relativa independencia, aunque ambos se apoyan mutuamente. La
50 función primaria del lenguaje es la comunicación, es decir el intercambio social.
51 Vigotsky no solo examina el aspecto de las funciones desde el punto biológico también
52 examina el aspecto cultural tomando al lenguaje como una herramienta para el
53 humano de comunicación social. Al aprender a hacer algo las personas pueden
54 desarrollar tanto sus funciones psicológicas superiores como sus capacidades de
55 aprendizaje y, en ciertos casos, hasta su conciencia de asumirse como sujetos del
56 aprendizaje mismo, lo que ocurre cuando se está en el nivel del aprendizaje
57 significativo. Así llegamos al postulado fundamental de la teoría del signo de Vigotsky:
58 el concibe los sistemas semióticos (de signos) en calidad de herramientas o
59 mediaciones semióticas cuya función fundamental en el aprendizaje consiste en ir
60 aproximando gradualmente o en saltos cualitativos, según sea el caso los significados
61 o sentidos personales de los conceptos.

62 *Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas*

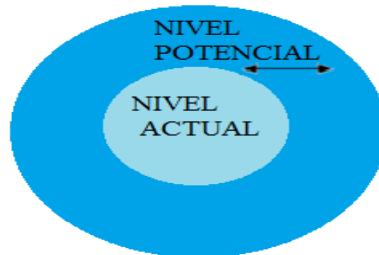
63 2.1.2 Zona de Desarrollo Próximo (ZDP)

64

65 El estudio de la relación entre desarrollo y aprendizaje Vigotsky señala que todo
66 aprendizaje en la escuela siempre tiene una historia previa, todo niño ya ha tenido
67 experiencias antes de entrar en la fase escolar, por tanto, aprendizaje y desarrollo
68 están interrelacionados desde los primeros días de vida del niño. Vygotsky, L. S.
69 (1995) refiere dos niveles de desarrollo al primero lo llama nivel de *desarrollo actual*
70 (NA) y al segundo nivel de desarrollo potencial. El nivel de desarrollo actual comprende
71 lo que puede realizar de manera independiente con los procesos que ya han sido
72 completados es decir puede resolver los problemas utilizando los significados que ya
73 han sido interiorizados. Por otro lado, si requiere ayuda o acompañamiento de otras
74 personas para resolver una determinada tarea constituye su nivel de *desarrollo*
75 *potencial* (NP).

76 Diferenciar en una persona su NA y su NP es lo que Vigotsky denominó su *Zona de*
77 *Desarrollo Próximo* (ZDP) Fig. (1), Vigotsky muestra con la zona de desarrollo próximo
78 que existe un camino por el cual se puede avanzar, partiendo del NA a través del
79 andamiaje.

80



81

82

83

Fig. 1. Zona de Desarrollo Próximo.

84

85 De acuerdo con Azcárate, P., & Cardeñoso, J. M. (2011). El conocimiento estadístico
86 no puede ser comprendido separado de su contexto de aplicación, ni aplicado
87 únicamente a problemas abstractos que no se encuentran en la vida real.

88

89 La función de las actividades diseñadas para el aprendizaje es, que el estudiante
90 desarrolle los sentidos personales que tiene sobre el concepto u objeto de estudio,
91 para ir aproximando a los significados teóricos que el profesor considere apropiados,
92 para convertir los sentidos personales en herramientas semióticas.

93

94 2.2 Didáctica concreta para generar motivos para el aprendizaje

95

96 En el grupo de investigación en matemática educativa Hipatia de Alejandría hemos
97 elaborado una Guía para el profesor con actividades diseñadas para el aprendizaje de
98 la Estadística y Probabilidad I y II. La metodología del presente trabajo tiene bases en
99 el aprendizaje significativo como la transformación de la conciencia a través de la
100 unidad que existe entre pensamiento y lenguaje y que buscará generarse a través de la
101 principios pedagógicos y didácticos como son la actividad, la zona de desarrollo
102 próximo, las mediaciones o herramientas semióticas.

103 A continuación, se presentan los datos generales de la actividad.

104

105 **Propósito:** El alumno descubre que el modelo de regresión lineal permite modelar el
106 comportamiento de las variables siempre y cuando tengan una correlación lineal

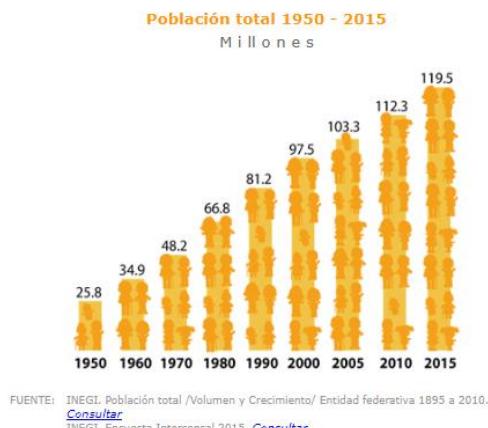
107 **Aprendizaje:** Descubre que la recta de mínimos cuadrados es la que mejor modela la
108 correlación entre dos variables, cuando ésta se presenta de manera aproximadamente
109 lineal.

110 **Temática:** Regresión lineal y correlación.

111

112 La actividad está dedicada a desarrollar el sentido personal en los alumnos de
113 conceptos y métodos de la estadística muy distorsionados o inexistentes en el medio
114 común, es decir, el fin general de la actividad es: desarrollar en los alumnos el nivel
115 actual de su Zona de Desarrollo Próximo con elementos significativos conceptuales
116 que serán objetos de aprendizaje en el transcurso del año escolar.

117 El fin general de la actividad es: Que los alumnos desarrollen los sentidos personales
 118 de los conceptos básicos de la probabilidad y la estadística inferencial.
 119
 120 La lógica de la actividad estará integrada con la lógica del aprendizaje, de modo que
 121 el alumno pueda darle significado a los conceptos y a las operaciones realizadas.
 122
 123 La primera acción consiste en trabajar el ejercicio tomado de Castillo, J., Gómez, J.
 124 (2000) donde se solicita visualizar la población en México desde 1950 al 2015 en una
 125 Estadística realizada por INEGI y las proyecciones presentes desde 2020 al 2100 en
 126 las que resulta oportuno cuestionar al alumno sobre su obtención, ¿Cómo es que
 127 INEGI conoce estas cantidades?, la siguiente acción permitirá organizar la información
 128 en tablas así como su representación gráfica para realizar un análisis de los datos,
 129 finalmente en la tercera acción el alumno calcula y determina la recta de mínimos
 130 cuadrados y realiza un análisis comparativo que le permita reflexionar sobre las
 131 proyecciones determinadas por INEGI.
 132
 133 En síntesis, esta actividad está estructurada para lograr una transformación interna en
 134 los alumnos con respecto a los conceptos de la probabilidad y la estadística. Partimos
 135 del nivel actual dentro de su ZDP y en el transcurso de esta actividad se desarrollarán
 136 sus sentidos personales que los alumnos tienen de dichos conceptos a través de tres
 137 acciones con sus respectivos fines parciales y operaciones realizadas para cumplirlos.
 138
 139 **3. Resultados y análisis**
 140
 141 Se presenta la actividad correspondiente a la Unidad II de Estadística y probabilidad I.
 142 La primera acción consiste en observar el gráfico Fig. (2) obtenido en INEGI y elaborar
 143 una tabla donde pueda visualizarse el año y la población e México.
 144



145
 146

147

Fig. 2. Población en México

148 Así mismo observan la página de proyecciones de INEGI para la población en México
 149 Fig. (3).

Proyección de población (2020-2100)

| Año | Población | Tasa de crecimiento |
|------|-------------|---------------------|
| 2020 | 133 870 037 | N/A % |
| 2025 | 141 131 505 | 5.42 % |
| 2030 | 147 540 126 | 4.54 % |
| 2035 | 153 060 605 | 3.74 % |
| 2040 | 157 689 665 | 3.02 % |
| 2045 | 161 436 235 | 2.38 % |
| 2050 | 164 279 303 | 1.76 % |
| 2055 | 166 206 147 | 1.17 % |
| 2060 | 167 182 201 | 0.59 % |
| 2065 | 167 249 642 | 0.04 % |
| 2070 | 166 496 007 | -0.45 % |
| 2075 | 165 059 418 | -0.86 % |
| 2080 | 163 097 661 | -1.19 % |
| 2085 | 160 659 847 | -1.49 % |
| 2090 | 157 825 851 | -1.76 % |
| 2095 | 154 729 409 | -1.96 % |
| 2100 | 151 491 049 | -2.09 % |

150
 151
 152
 153

Fig. 3. Proyecciones de la población en México

154 Se realizan cuestionamientos sobre las proyecciones encontradas y posteriormente se
 155 trabaja sobre la tabulación de datos, cálculo y análisis de la recta de mínimos
 156 cuadrados Fig(4).
 157

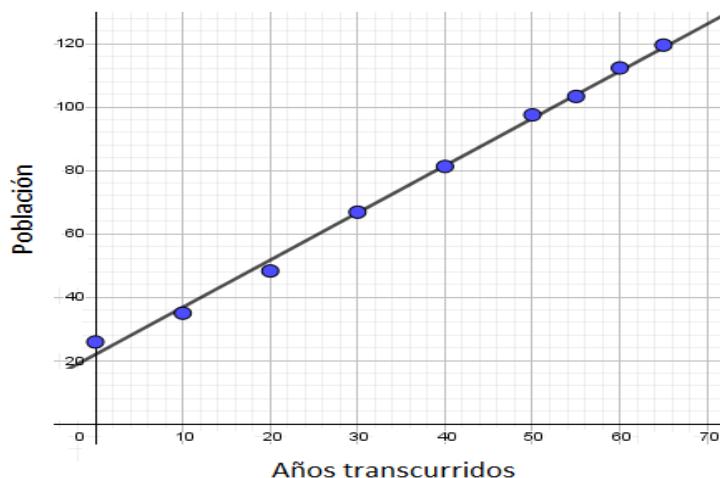


Fig. 4. Recta de mínimos cuadrados

158
159
160
161
162
163
164
165

Finalmente, en la última acción se realizan cuestionamientos para que el alumno utilice la recta de mínimos cuadrados para dar respuesta a los cuestionamientos presentados.

166 4. Conclusiones

167
168 Nuestra Propuesta Educativa contribuye al mejoramiento del marco pedagógico del
169 CCH y reformula el Sentido y Orientación del Área de Matemáticas y abre la posibilidad
170 de acercarnos al gran principio del CCH, que es la de Aprender a aprender.
171

172 La actividad con su orientación hacia el Aprendizaje Significativo y su concepción del
173 significado Aprender a aprender, fueron posibles debido a que logramos adaptar una
174 gran teoría del conocimiento como lo es el Método Histórico Cultural y una Teoría de
175 la Actividad, a las características muy particulares de los alumnos del CCH,
176 proponiendo comenzar la enseñanza aprendizaje con sus sentidos personales y no
177 por el algoritmo en su sentido clásico, como suele hacerse todavía, eliminando las
178 capacidades de decisión y creatividad de los alumnos.

179
180
181
182
183
184
185
186
187
188

189 **5. Índice de referencias**

190

191 Libros

192

- 193 • Azcárate, P., & Cardeñoso, J. M. (2011). La Enseñanza de la Estadística a través
194 de Escenarios: implicación en el desarrollo profesional. Boletim de Educação
195 Matemática, 24(40), 789-810.
- 196 • Castillo, J., Gómez, J. (2000). Estadística inferencial básica. México: Grupo
197 Editorial Iberoamérica.
- 198 • Vygotsky, L. S. (1995). Pensamiento y lenguaje (pp. 97-115). A. Kozulin (Ed.).
199 Barcelona: Paidós.

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

NEUROIMAGEN UTILIZANDO EMOTIV EPOC, EEGLAB Y MATLAB

Griselda Cortés Barrera^{1,*}, Temolzin Itzae Roldan Palacios², Lucero Carolina Ortiz Larios³, Mercedes Flores Flores⁴, Edgar Corona Organiche⁵
^{1,2,3,4,5}Tecnológico de Estudios Superiores de Ecatepec. Av. Tecnológico S/N C.P. 55210 Col. Valle de Anáhuac, Ecatepec de Morelos, Estado de México.

IM-POAD078

Resumen

La Neurociencia, la ingeniería biomédica y la neuromodulación afrontan el desafío del procesamiento, análisis y modelado de los datos neurofisiológicos, mapeo e interpretación imágenes (estructurales y funcionales) en la actividad bioeléctrica cerebral (EEG), en el proceso patológico o actividad cognitiva (en condiciones basales de reposo, vigilia, sueño, entre otros); ya que proporcionan información significativa de los patrones fisiológicos de determinados parámetros morfológicos con evidente precisión, que son afectados en diferentes estados a causa de padecimiento de alguna enfermedad, medicación, traumatismo o terapias de estimulación cognitiva (Neurofeedback). La técnica de neuroimagen funcional es considerada una técnica no invasiva útil en el diagnóstico y valoración del tratamiento de trastornos que han ido modificando el Sistema Nervioso Central, esta modificación surge en base a la interacción dinámica entre la identidad genética-fenotípica y su entorno en el que se desenvuelve cada individuo; alcanzando con esto la neuroplasticidad cerebral. La evolución tecnológica ha permitido el uso de equipo portátil y sofisticado para producir señales de EEG limpias en cualquier momento y lugar, con sensores de movimiento que soportan diferentes plataformas (Windows, MAC, iOS, Android). El presente artículo utiliza un auricular Emotiv Epoc, EEGLAB y Matlab para generar una tomografía por señales eléctricas, que sirva de apoyo a los especialistas en su interpretación.

Palabras clave: Tomografía, EEG, Neuroimagen.

1. Introducción

El cerebro humano es el órgano central del sistema nervioso, que consiste en billones de neuronas, además es el órgano más desconocido del cuerpo humano y la intención por varios especialistas es tener una explicación científica de su funcionamiento (Pavan, Usha, Swati, & Ajay, 2018).

La Neurociencia estudia los módulos corticales para ver el funcionamiento y las habilidades de la mente humana, esta ciencia se apoya de la neuroimagen, esta técnica utiliza electrodos para registrar la actividad eléctrica de la neurona mientras el humano realizar tareas habituales (recodar sucesos de la niñez, memorizar números, imaginar una escena familiar, buscar palabras, hacer cálculos, comprender frases, entre otras) sin interferir en ellas y con ello estudiar fenómenos como la memoria, percepción y razonamiento, con funciones neurocognitivas que permiten memorizar, razonar y planificar acciones (Iván et al., 2018), (Pavan, Usha, Swati, & Ajay, 2018).

* Autor para la correspondencia. E-mail: gcorutes@tese.edu.mx Tel. 55-45-44-93-63

44 Hace unas décadas se realizaban estudios del cerebro a partir de la autopsia en
45 paciente con lesiones cerebrales (post-mortem). Ahora, se inician experimentos con la
46 técnica de lesionar animales y destruir ciertas partes de tejido cerebral (Jeffrey, Muna,
47 Qian, Daivik, & Raag, 2018). Actualmente los Neurocientíficos utilizan una técnica no
48 invasiva de mayor aceptación que consiste en registrar la actividad eléctrica (EEG)
49 (Thomas et al., 2019) de la mente humana.

50 Las neuronas son generadores eléctricos bioquímicos y pueden ser representados
51 gráficamente (Neuroimagen), esta técnica es descubierta por el Neurobiólogo Rafael
52 Yuste, también conocido como mapa de la actividad cerebral y afirma que es aquí
53 donde surge la percepción la imaginación, el pensamiento, el juicio y la decisión, y
54 mediante la Neurometría se pude realizar un análisis funcional para poder comparar la
55 actividad la electrofisiológica con datos obtenidos a lo largo del ciclo vital del ser
56 humano, precisando con ello el funcionamiento del sistema nervioso e identificando la
57 mayoría de desórdenes psiquiátricos (depresión, demencia, esquizofrenia, entre otros
58 (Sánchez Fernández & Loddenkemper, 2015), (Iván & Tobias, aEEG y cEEG: dos
59 técnicas complementarias para evaluar las convulsiones y la encefalopatía en
60 neonatos : Editorial sobre "EEG de amplitud integrada para la detección de
61 convulsiones neonatales: una revisión sistemática" por Rakshasbhuvankar et al.,
62 2015)), malformación de la estructura anatómica y reacciones neuroquímicas
63 (Giridhar, Long, & Mircea, 2020) y medición problemas cognitivos.

64 Este documento se centra en atender necesidad de utilizar una herramienta
65 complementaria de bajo costo que permita lograr la cartografía cerebral en 2D o 3D
66 mediante el EEG funcional que sirva de apoyo a neurólogos para lograr la neurometría
67 de diferentes individuos y revelar las etapas mentales que atraviesa el humano cuando
68 resuelven problemas neurocognitivos matemáticos difíciles de acuerdo con la edad de
69 la persona, entre otras que se mencionaron al inicio de esta sección.

70 El objetivo de la propuesta es generar una cartografía de los módulos corticales del
71 cerebro utilizando como dispositivo lector de ondas cerebrales un auricular Emotiv
72 Epoc de 14 sensores, Emotiv PRO y Matlab con la caja de herramientas EEGLAB para
73 representar gráficamente las ondas cerebrales en base al sistema internacional 10-20.

74 El resto de este artículo está estructurado de la siguiente manera: Sección 2. Estado
75 del arte, se da un panorama general de las investigaciones recientes encontradas en
76 la literatura y el enfoque principal y relevante de la propuesta de este artículo, al mismo
77 tiempo se resaltan las problemáticas recientes y como han sido atendidas por los
78 autores; Sección 3. Se presenta la metodología para generar una cartografía neuronal
79 apoyada de la neuroimagen, donde se dan a conocer sus fases y los componentes
80 principales del método para construir un mapeo electroencefalográfico utilizando una
81 auricular portátil de 14 canales; Sección 4. Se presentan los resultados que
82 demuestran la funcionalidad de la propuesta, Finalmente, en la última sección,
83 Conclusiones del documento, con direcciones de trabajos a futuro.

84 2. Revisión de la literatura

85 Diversos documentos publicados demuestran la necesidad de utilizar técnicas de
86 procesamiento de señales biomédicas, con la finalidad de detectar o diagnosticar
87 afecciones patológicas o fisiológicas específicas, además de analizar y modelar
88 sistemas biológicos que sean de apoyo al campo de la medicina (Abdulhamit, 2019).

89 Investigaciones recientes han demostrado que las señales emitidas por el cerebro
90 pueden ser extraídas a través de un electroencefalograma (EEG) del área del cuero
91 cabelludo (Katerina et al., 2018). Las ondas cerebrales se producen sincronizando los
92 pulsos eléctricos de las neuronas que se comunican entre sí. La velocidad de las ondas
93 cerebrales se mide en Hz y se divide en delta, theta, alfa, beta y gamma.

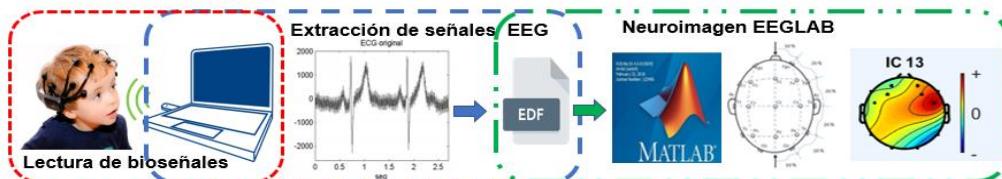
94 También, se encontró en la literatura que el uso de la neurociencia permite medir el
95 factor de riesgo electroencefalográfico, ya que no es solo un predictor sino también un
96 indicador de deterioro cognitivo actual; donde examinan los efectos de la carga de
97 memoria de trabajo y la concordancia de género de un procesamiento de oraciones
98 (Graciela Catalina, Juan, Thalía, & Mario, 2019), (Castellanos et al., 2019).

99 Diversos trabajos han utilizado las técnicas de neuroimagen tales como Tomografía
100 por emisión de fotón único (SPECT) (Luquin et al., 2014), por emisión de positrones
101 (PET) y emisión de señales bioeléctricas provenientes de un EEG funcional,
102 trabajando con pacientes con criterios clínicos de diagnóstico de enfermedades
103 neurodegenerativas que cursan con un síndrome parkinsoniano. La Interfaz Cerebro
104 Computadora (BCI, por sus siglas en inglés) apuntala al uso de tecnologías de
105 auriculares EEG para monitorear la actividad cerebral de forma directa y no invasiva,
106 utilizando auriculares EEG como:

- 107 • Neurosky con un canal EEG y electrodos secos, atendiendo problema motores,
108 cognitivos, enfermedades degenerativas, entre otras (Valencia García, Juarez
109 Santiago, Cortés García, & Velazquez Gachuzo, 2016), (Rodríguez Miranda,
110 Santos Osorio, Ledesma Uribe, & Camacho Ramírez, 2016), (Rivera & Rivas
111 Llamas, 2016).
- 112 • La familia de *EMOTIV* también atiende problemáticas similares usando
Emotiv+, *Insight* y *MN8*: auriculares inalámbricos con 14 y 5 sensores de
polímero y otra de 2 canales con tecnología de sensor seco. La *Flex*: capa
inalámbrica y flexible de 32 canales (Emotiv, 2020). El Auricular Emotiv+ es una
tecnología de las más usadas en diferentes proyectos de investigación (Hernán
et al., 2015), (Katerina et al., 2018).

118 3. Metodología

119 La Figura 1, muestra las fases de la metodología a seguir para obtener la cartografía
120 de un EEG, las cuales se describe a continuación:



121
122

Figura 1 Metodología para obtener neuroimagen EEG.

123 **3.1 Lectura de bioseñales**

124 Esta fase utilizar un lector de bioseñales (auricular portable “EMOTIV EPOC+”):
 125 herramienta de conectividad inalámbrica utilizada para explorar el cerebro humano y
 126 proporcionar acceso a datos cerebrales de manera sencilla con 14 sensores (AF3, F7,
 127 F3, FC5, T7, P7, O1, O2, P8, T8, FC6, F4, F8, AF4) distribuidos mediante el sistema
 128 internacional 10-20. Este equipo será conectado vía bluetooth a una PC y mediante la
 129 licencia “EMOTIVPRO” adquirir, transmitir datos en tiempo real y EEG sin procesar.

130 **3.1 Extracción de señales EEG**

131 Una vez extraídas las bioseñales, utilizar la licencia de EMOTIVPRO: Software
 132 distribuido bajo licencia para la importación, exportación de datos en diferentes
 133 formatos (csv y edf), convertir grabaciones, marcar eventos y análisis rápido para
 134 guardar las grabaciones en la nube. Para la técnica de neuroimagen de este artículo
 135 se generará un .edf: es un archivo de datos utilizado para almacenar, editar y analizar
 136 datos científicos de imágenes recogidas a partir de experimentos de laboratorio.

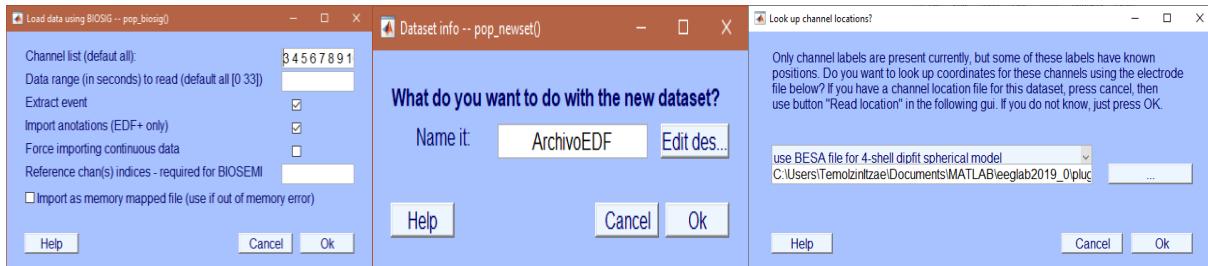
137 **3.1 Neuroimagen EEGLAB**

138 La neuroimagen funcional del cerebro está directamente relacionada con la
 139 neurociencia cognitiva y es útil para mapear la anatomía del cerebro normal (amígdala,
 140 hipocampo) y anormal (afecciones patológicas o fisiológicas), y son utilizadas para
 141 analizar y modelar sistemas biológicos en la investigación biomédica. Para generar la
 142 neuroimagen, requiere lo siguiente:

- 143 • MATLAB: es un sistema de cómputo numérico que ofrece un entorno de
 desarrollo integrado con un lenguaje de programación propio.
- 144 • EEGLAB: es una caja de herramientas interactiva de MATLAB distribuida bajo
 la licencia gratuita GNU GPL para procesar datos, graficar señales EEG y hacer
 un análisis espectral de tareas mentales.

148 Ahora, ejecuta EEGLAB en Matlab, ir a menú File->Import, Data->Using, EEGLAB
 149 functions and plugins -> from EDF FILE/EDF+ (BIOSIG toolbox), se desplegará una
 150 ventana para seleccionar el archivo .edf. Después, colocar la lista de los sensores
 151 (canales) de la diadema en el siguiente orden 3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16;
 152 estos corresponden a los 14 electrodos de la diadema Emotiv Epoc+ (Figura 2a). Al
 153 dar clic en Ok, se muestra otra ventana donde se coloca el nombre del mapeo cerebral

154 (Figura 2b) para identificar la cartografía generada. Posteriormente, se abrirá el menú
 155 en la pestaña Edit->Channel locations para indicar la posición de los 14 electrodos
 156 (Figura 2c).



157

Figura 2 a) Registro de canales, b) Asignar nombre y c) Localización de canales

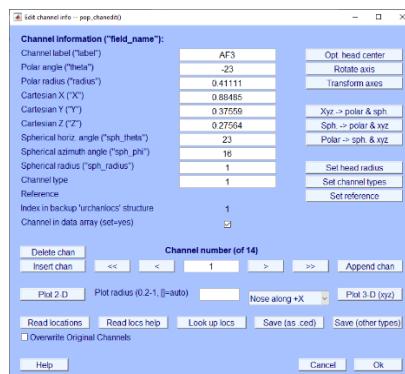
159 En el siguiente apartado se cargará el archivo donde se encuentra una matriz que
 160 muestra la colocación de los 14 electrodos de la diadema (**¡Error! No se encuentra el**
 161 **origen de la referencia.**).

Tabla 1 Matriz de los 14 electrodos de la diadema Emotiv Epoch.

| | | | | | | | | | | |
|----|-----|------|-------|----------|--------|---------|------|----|---|----|
| 1 | AF3 | -23 | 0.411 | 0.885 | 0.376 | 0.276 | 23 | 16 | 1 | 1 |
| 2 | F7 | -54 | 0.511 | 0.587 | 0.809 | -0.0349 | 54 | -2 | 1 | 2 |
| 3 | F3 | -39 | 0.333 | 0.673 | 0.545 | 0.5 | 39 | 30 | 1 | 3 |
| 4 | FC5 | -69 | 0.394 | 0.339 | 0.883 | 0.326 | 69 | 19 | 1 | 4 |
| 5 | T7 | -90 | 0.511 | 6.12E-17 | 0.999 | -0.0349 | 90 | -2 | 1 | 5 |
| 6 | P7 | -126 | 0.511 | -0.587 | 0.809 | -0.0349 | 126 | -2 | 1 | 6 |
| 7 | O1 | -162 | 0.511 | -0.95 | 0.309 | -0.0349 | 162 | -2 | 1 | 7 |
| 8 | O2 | 162 | 0.511 | -0.95 | -0.309 | -0.0349 | -162 | -2 | 1 | 8 |
| 9 | P8 | 126 | 0.511 | -0.587 | -0.809 | -0.0349 | -126 | -2 | 1 | 9 |
| 10 | T8 | 90 | 0.511 | 6.12E-17 | 0.999 | -0.0349 | -90 | -2 | 1 | 10 |
| 11 | FC6 | 69 | 0.394 | 0.339 | -0.883 | 0.326 | -69 | 19 | 1 | 11 |
| 12 | F4 | 39 | 0.333 | 0.673 | -0.545 | 0.5 | -39 | 30 | 1 | 12 |
| 13 | F8 | 54 | 0.511 | 0.587 | -0.809 | -0.0349 | -54 | -2 | 1 | 13 |
| 14 | AF4 | 23 | 0.411 | 0.885 | -0.376 | 0.276 | -23 | 16 | 1 | 14 |

169

170 Una vez cargado el archivo dar clic en *read locations*, finalmente dar clic en *Ok* para
 171 terminar la configuración del mapeo cerebral (Figura 3). Al término de esta
 172 configuración se pueden generar los mapeos cerebrales (generales o por electrodo)
 173 en 2D.



174

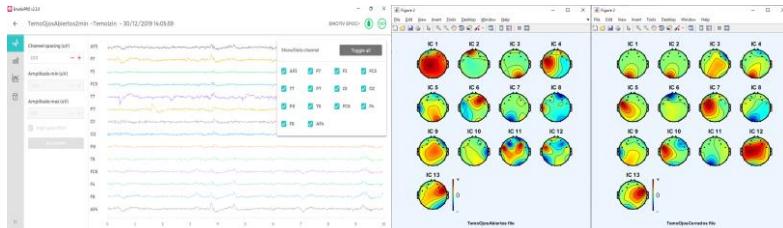
175

Figura 3 Carga del archivo con la matriz de posiciones por electrodo.

176 **3. Resultados y análisis**

177 A continuación, se presentan los resultados obtenidos correspondientes a la lectura
 178 de ondas cerebrales extraídas desde el cuero cabelludo de 15 individuos entre
 179 edades que oscilan desde 25 hasta 52 años. La colocación de los electrodos de
 180 diadema Emotiv EPOC+ están distribuidos bajo el sistema internacional 10-20 y con
 181 configurados respecto de los datos de la Tabla.

182 La Figura 4, muestra la recuperación de los 14 electrodos por onda (Delta, Theta,
 183 Beta y Gamma) y las conexiones entre las diferentes áreas del cerebro, el análisis
 184 digital computarizado de la actividad del cerebro humano y procesamiento de las
 185 señales de una imagen EEG, o también conocido como electroencefalografía
 186 cuantitativa (QEEG), véase Figura 4b y c.



187

Figura 4 a) Mapeo cerebral por electrodo, b) Cartografía de ojos abiertos y c) ojos cerrados.

189 El proceso cartográfico, consiste en digitalizar las lecturas para después transformar
 190 en formato numérico y proceder a la comparación de resultados.

191 Para ello se presentan el mapeo de dos individuos (25 y 52 años) en estado de reposo
 192 y se grabó la actividad durante 2 minutos con ojos cerrados (Figura 5b y d), al mismo
 193 tiempo con ojos abiertos (Figura 5a y c).

194

195 Como se puede observar los QEEG (Figura 5), utilizan colores: rojo, verde, azul, negro
 196 y blanco; estos representan las ondas y se activa en los pacientes; estos mapas son
 197 de gran ayuda para especialistas como los neurólogos para hacer interpretaciones de
 198 enfermedades, problema motriz, medición de aprendizaje, entre otros.

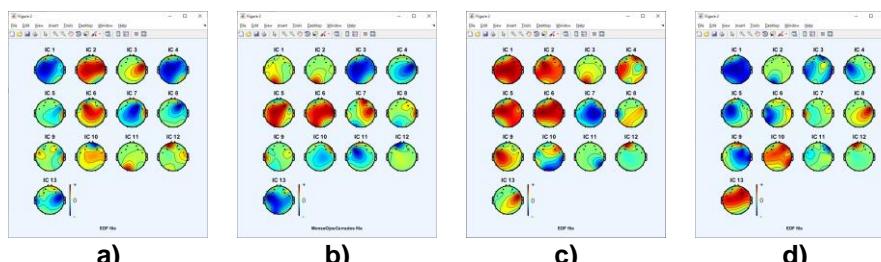


Figura 5 Mapeo cerebral de dos individuos a) y c) ojos abiertos, b) y d) ojos cerrados.

199

200

201 **4. Conclusiones**

202 El estudio y análisis del comportamiento cerebral humano, permite el desarrollo de
 203 distintos tipos de aplicaciones que progresivamente, se pueden convertir en ayuda
 204 para el desarrollo de labores diarias del ser humano. Con esta premisa, se utilizó una
 205 diadema Emotiv para monitorear las ondas cerebrales, para su análisis y posterior
 206 desarrollo de aplicaciones. Los resultados cuantitativos obtenidos fueron graficados
 207 utilizando la diadema EMOTIV EPOC+, el software EMOTIV PRO y la caja de
 208 herramientas de java (EEGLAB); en la cual permite visualizar el agrupamiento de un
 209 conjunto de datos por onda mediante un color en específico. Cada color está asociado
 210 a una onda y muestra un comportamiento diferente en ellas.

211

212

213 **Agradecimientos**

214

215

Los autores agradecen al Tecnológico de Estudios Superiores de Ecatepec y al
 COMECYT por el apoyo otorgado en el financiamiento del proyecto.

216

217

218 **Referencias**

219

- Abdulhamit, S. (2019). Chapter 3 - Biomedical Signal Processing Techniques. *Practical Guide for Biomedical Signals Analysis Using Machine Learning Techniques*, 89-192.
- Castellanos, M. E., Navazo, S. d., Bermejo, M. C., Morína, M. G., Martín, Y. R., Lozano, S., López, M. V. (2019). Asociación entre neuroimagen y secuelas neurológicas en pacientes con infección congénita por citomegalovirusAssociation between neuroimaging findings and neurological sequelae in patients with congenital cytomegalovirus infection. *Neurología*.
- Emotiv. (2020). *Emotiv*. Retrieved from <https://www.emotiv.com/extender/>
- Giridhar, P. K., Long, S., & Mircea, I. C. (2020). A neurophysiological brain map: Spectral parameterization of the human intracranial electroencephalogram. *Clinical Neurophysiology*, 131(3), 665-675.
- Graciela Catalina, A.-C., Juan, S.-P., Thalía, F., & Mario, A. R.-C. (2019). Poor working memory performance in healthy elderly adults with electroencephalographic risk of cognitive decline affects syntactic processing. *Clinical Neurophysiology*, 2222-2230.
- Hernán, D. M., Felisa, M. C., Lucío, C., Freddi, P., Fernando, C., Crystian, S., & Matías, H. (2015). Orden and chaos inthe Brain: fractal time series analysis of the EEG activity during a cognitive problem solving task. *Procedia* , 1410-1419.

- 236 • Iván, S. F., & Tobias, L. (2015). aEEG y cEEG: dos técnicas complementarias para
237 evaluar las convulsiones y la encefalopatía en neonatos : Editorial sobre "EEG de
238 amplitud integrada para la detección de convulsiones neonatales: una revisión
239 sistemática" por Rakshasbhuvankar et al. *Incautación*, 33, 88-89.
- 240 • Iván, S. F., Arnold, J. S., Marina, G.-L., Ersida, B., Robert, C. T., & Tobias, L. (2018).
241 Time to continuous electroencephalogram in repeated admissions to the pediatric
242 intensive care unit. *Seizure*, 54, 19-26.
- 243 • Jeffrey, B. W., Muna, A., Qian, Z., Daivik, B. V., & Raag, D. A. (2018). Noninvasive
244 Ultrasonic Drug Uncaging Maps Whole-Brain Functional Networks. *Neuron*, 100(3,7),
245 728-738
- 246 • Katerina, D. T., Ioannis, T., Thanasis, B., Alexandros, T. T., Markos, G. T., & Nikolaos,
247 G. (2018). Direct Assessment of Alcohol Consumption in Mental State Using Brain
248 Computer Interfaces and Grammatical Evolution. *Inventions*, 1-12.
- 249 • Luquin, J. A., Abella, J., Fuente-Fernández, R. d., Fernandez-Torrón, R., García-Solís,
250 D., Garrastachu, P., . . . Mir, P. (2014). Neuroimagen funcional en el diagnóstico de
251 pacientes con síndrome parkinsoniano: actualización y recomendaciones para el uso
252 clínico. *Revista Española de Medicina Nuclear e Imagen Molecular*, 215-226.
- 253 • Pavan, K. E., Usha, B. H., Swati, U. K., & Ajay, C. A. (2018). Analysis of Different
254 EEG Data Sets Extracted From Brain Using ICA. *International Journal of Scientific
255 Development and Research*, 528-534.
- 256 • Rivera, O., & Rivas Llamas, J. (2016). Control domótico por ondas cerebrales con apoyo
257 mediante comandos de voz. *Revista de Sistemas Computacionales y TIC's*, 29-35.
- 258 • Rodríguez Miranda, G., Santos Osorio, R., Ledesma Uribe, N., & Camacho Ramírez, J.
259 (2016). Estudio de las señales electroencefalográficas (EEG) desarrollando una
260 aplicación basada en interfaz cerebro-computadora (BCI), para el apoyo del aprendizaje
261 infantil. *Revista de Sistemas Computacionales y TIC's*, 1-4.
- 262 • Sánchez Fernández, I., & Loddenkemper, T. (2015). aEEG and cEEG: Two
263 complementary techniques to assess seizures and encephalopathy in neonates: Editorial
264 on "Amplitude-integrated EEG for detection of neonatal seizures: A systematic review"
265 by Rakshasbhuvankar et al. *Seizure*, 33, 88-89.
- 266 • Thomas, K., Axel, F., Karsten, B., Jesper, B., Frantz R., P., Troels W., K., & Hans, H.
267 (2019). The diagnostic value of continuous EEG for the detection of non-convulsive
268 status epilepticus in neurosurgical patients – A prospective cohort study. *Clinical
269 Neurophysiology Practice*, 4, 81-84.
- 270 • Valencia García, A., Juarez Santiago, B., Cortés García, A., & Velazquez Gachuzo, E.
271 (2016). Estudio del estado del arte para el desarrollo de un motor gráfico que utilice
272 Interfaz Cerebro-Computadora (BCI) para el aprendizaje de las TI. *Revista de Sistemas
273 Computacionales y TIC's*, 5-11.

LA MOTIVACIÓN EN EL AULA DE MATEMÁTICAS, UNA EFECTIVA ESTRATEGIA DE ENSEÑANZA

Silvia Guadalupe Canabal Cáceres^{1,*}, Laura Isabel Mora Reyes²
^{1, 2}Escuela Nacional Preparatoria No. 6 "Antonio Caso".UNAM
Corina #3 Col. Del Carmen, Coyoacán D.F.
C.P.04100 Tel.56 01 35 62

IN-POIE080

Resumen

Actualmente el aprendizaje de las Matemáticas requiere mucha atención, ya que los resultados son desalentadores, sigue siendo una asignatura con alto índice de reprobación, se convierte en un “círculo vicioso” en el que por no aprender, no acredita, por no acreditar forma parte de los jóvenes que no pueden avanzar en la escuela.

Las razones de que suceda este hecho son multifactoriales, desde personales hasta didácticos, lo que se identifica como un área de oportunidad y se convierte en un reto. De acuerdo con la práctica docente se identifica una problemática basada en la motivación; el aprendizaje es personal por lo que se requiere una motivación extrínseca que logre “mover” al discente y decida aprender.

Este trabajo es una propuesta que muestra que la motivación en la clase de Matemáticas con una intervención didáctica que incluya en la planeación, uso de TAC (Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento) que contribuyen al desarrollo de habilidades digitales en los discentes, y principalmente estrategias motivacionales que le permitan aprehender los contenidos que contribuyan al desarrollo del Pensamiento Matemático. Los recursos tecnológicos apoyan el desarrollo de un tema y les permiten a los alumnos desarrollar habilidades de visualización, interpretación, deducción y de conclusión.

Se propone emplear estrategias innovadoras que muestren los objetos matemáticos de forma accesible a los estudiantes, y logren construir su propio conocimiento a través del aprendizaje colaborativo. El docente facilita el aprendizaje del alumno, le ofrece acompañamiento y la posibilidad de trabajar de manera colaborativa, con las actividades propuestas construye su propio aprendizaje, se utilizan técnicas de aprendizaje centrado en el alumno que le permiten al profesor desarrollarse como facilitador.

Lo que es indispensable considerar es la urgente necesidad de lograr motivación y aprendizaje significativo en el aula, en lo que podemos avanzar si empleamos las nuevas herramientas tecnológicas que tenemos actualmente.

Palabras clave: motivación, estrategia, enseñanza, TAC, Matemáticas, tecnología.

1. Introducción

Desde hace décadas se han dedicado numerosas investigaciones al estudio de estrategias didácticas que a cargo del profesor, promuevan el aprendizaje de los

¹*Silvia Guadalupe Canabal Cáceres. E-mail: silcanabal@hotmail.com Tel. 55-27-44-01-09, 26-52-07-90

41 educandos; han sido búsquedas incansables por diferentes investigadores e
42 instituciones de América y Europa con el objetivo de indagar las posibles razones de
43 por qué el estudiante no se decide a aprehender, a construir su propio conocimiento y
44 ve en los objetos matemáticos un obstáculo, comete errores y no entiende las razones,
45 no las acepta y no las comprende por lo que le genera ansiedad y frustración.
46 Se espera que la educación matemática en el siglo XXI, en este mundo globalizado,
47 se espera romper barreras de todo tipo: ideológicas, culturales, científicas,
48 tecnológicas o de valores; esto conlleva a la necesidad de realizar modificaciones
49 estructurales que modifiquen a la educación, que las transformaciones estén
50 relacionadas con los procesos de aprendizaje y enseñanza.
51 Este trabajo se enfoca en el nivel medio superior enfocado a que los estudiantes
52 desarrollen habilidades de orden superior y resuelvan problemas, de acuerdo con
53 Camarena (2015) cuando las características de un bachillerato son propedéuticas y
54 terminales los enfoques en la enseñanza de la matemática son más evidentes. Hay
55 una tendencia al trabajo en equipo en el aula y a la aplicación de rúbricas u otros
56 instrumentos de evaluación que influyan en la motivación del aprendiz; pero para el
57 nivel superior se promulga el uso de la incorporación de la tecnología en el aula, como
58 mediador en el aprendizaje, siendo esta una herramienta motivacional que es cercana
59 para las generaciones actuales. Esta propuesta incluye la implementación de TAC en
60 una secuencia didáctica que incluye estrategias motivacionales con las que el alumno
61 trabaja de forma colaborativa y desarrolla habilidades comunicativas y competencia
62 matemática. (Camarena, 2015)

63

64

65 **2. Metodología o desarrollo**

66

67 Entre las teorías y elementos teóricos más utilizados como fundamento de las
68 investigaciones se localizan los registros de representación de Duval y las situaciones
69 didácticas de Brousseau entre otros, Camarena (2015), por esto se diseñó como
70 instrumento de enseñanza la secuencia didáctica compuesta de algunas situaciones
71 didácticas, en las que interviene la tecnología, la didáctica y por supuesto la motivación
72 en el aula.

73 **2.1 Ambientes innovadores de Aprendizaje**

74 Se propone generar “Ambientes Innovadores de Aprendizaje”, existe un documento de
75 la OCDE que incluye la importancia del aprendizaje, los rápidos avances en las TIC y
76 el énfasis en las habilidades que se necesitan para desenvolverse en una sociedad.
77 (Dumont, 2012)

78 Las aulas, las escuelas, los docentes y los alumnos no pueden cambiar de la noche a
79 la mañana, las metas se podrán alcanzar a mediano y largo plazo y mediante la
80 implementación de un plan de acción que incluya estrategias de evaluación continua
81 y también de evaluación formativa. Los innovadores diseños para las nuevas escuelas
82 consideran lograr aprovechar el conocimiento sobre el aprendizaje, las nuevas
83 generaciones tendrán posibilidades de desarrollar su potencial, gente productiva,

84 comprometida y con habilidades destinadas a incorporarse a la sociedad y responder
85 a las demandas actuales.

86

87

88 2.1.1 Habilidad adaptativa

89

90 Es la habilidad para aplicar en situaciones diversas y de forma creativa y flexible, los
91 conocimientos y habilidades adquiridos de manera significativa, involucra deseo y
92 capacidad de mejorar las competencias básicas, esta habilidad adaptativa es
93 necesaria en el aprendizaje para la vida.

94

95 2.1.2 Aprendizaje

96

97 El aprendizaje que contribuye a desarrollar la habilidad adaptativa, puede ser el
98 *Aprendizaje guiado*, el docente toma decisiones sobre las metas y estrategias de
99 aprendizaje, los resultados, la retroalimentación y las recompensas; en el *aprendizaje*
100 *acción* el alumno juega un rol más activo, planifica por sí mismo y se organiza.

101 El aprendizaje en el que el alumno se involucra más, y no hay control por el docente,
102 se determina por el contexto y el trabajo con sus pares, y por los descubrimientos,
103 donde se puede decir que el aprendiz construye su propio conocimiento, trabaja en
104 forma colaborativa y se compromete con su aprendizaje es el *Aprendizaje experiencial*.
105 En este aprendizaje son cruciales las motivaciones de los aprendices.

106

107 2.2 La emoción y la motivación

108

109 2.2.1 La emoción

110

111 Si interviene el trabajo colaborativo, aparece la cognición relacionada con la emoción
112 para que se dé el aprendizaje; las emociones positivas contribuyen al anclaje del
113 conocimiento, mientras que las negativas pueden y de hecho bloquean el aprendizaje,
114 en ocasiones esas emociones provocan un nivel de olvido elevado, nulifica los
115 recuerdos por lo que no hay aprendizaje significativo.

116 Como las emociones tienen implicaciones directas en el aprendizaje, en las
117 instituciones deben considerarse las emociones, para lograr la formación integral del
118 educando.

119

120 2.2.1 La motivación

121

122 Si existe motivación, de forma significativa los estudiantes adquieran conocimientos y
123 habilidades, como con las emociones, una motivación positiva hacia alguna actividad
124 de aprendizaje incrementa la posibilidad de que el alumno se responsabilice de su
125 propio aprendizaje. El manejo de emociones y la conciencia del sistema de
126 motivación en los estudiantes coopera para que se conviertan en aprendices más



127 eficaces. Los docentes deben formarse en el conocimiento y manejo de emociones y
128 motivación, con esto pueden guiar al estudiante para que identifique las estrategias de
129 aprendizaje que le funcionan, que realmente han impactado en su aprendizaje; que
130 identifique cuáles son las que han sido de experiencias negativas y que han
131 repercutido en su motivación.

132 Se pretende que en el ambiente de aprendizaje exista un adecuado reconocimiento de
133 cómo afectan las emociones y la motivación la disposición al aprendizaje. Dumont,
134 (2010)

135

136 2.3 Dimensiones afectivas

137

138 Estas dimensiones tendrán un impacto muy favorable en el desarrollo de estrategias
139 afectivas de la enseñanza que permitirá atender diversos problemas que se presentan
140 en el aula (bullying, discriminación, violencia), permiten impulsar mayores niveles de
141 autoeficacia de profesores y alumnos lo que repercutirá en la creación de mejores
142 ambientes de aprendizaje.

143 Rompelmann (2002) presenta 15 categorías organizadas en tres grandes
144 componentes: 1) La oportunidad para responder, 2) Realimentación, y 3)
145 Consideración hacia las personas.

146

147 Las dimensiones de la enseñanza afectiva son las siguientes: García, (2009)

148

149 2.3.1 Dimensión de oportunidad

150 - Equidad en la oportunidad de respuesta: nominar a alguien para que responda una
151 pregunta, demuestre, afirme o corrija algo que se ha dicho. Esto no equivale a generar
152 conflicto a un estudiante o entre estudiantes.

153 - Apoyo individual al estudiante: interacción cercana entre alumno-profesor, a través
154 de asistencia y apoyo a los alumnos mientras trabajan en grupo, pero también fuera
155 del salón, al término de la clase o en los recesos.

156 - Latencia: dar tiempo al estudiante para responder, ser paciente.

157 - Profundizar: dar pistas, reelaborar las aportaciones de los alumnos, ayudarlo a
158 reflexionar.

159 - Mantener altas expectativas en el razonamiento: generar opiniones propias, contribuir
160 a los hechos, evaluar ideas, explicar, descubrir conexiones entre hechos, aplicar
161 información previa a situaciones nuevas o diferentes, generar hipótesis, organizar
162 información, explicar información sobre algún símbolo, formar un todo a partir de las
163 partes, resumir, descubrir inconsistencias, etcétera.

164

165 2.3.2 Dimensión de realimentación

166 -Corregir: hacer saber al estudiante lo que piensa el maestro de su desempeño,
167 excluyendo el sarcasmo y las respuestas negativas.

168 - Elogiar el desempeño escolar y hacer críticas positivas.

169 - Dar razones de los elogios: no es suficiente con decir “Bien”, es necesario especificar
170 en qué sentido los avances muestran mejores desempeños.

171 - Escuchar activamente. implica devolver al estudiante con otras palabras lo que él ha
172 dicho de tal forma que la intervención del profesor invite al estudiante a seguir
173 hablando, porque él constata que el profesor lo ha estado escuchando. Oportunidad
174 de expresar y aceptar los sentimientos del otro.

175

176 2.3.2 Dimensión consideraciones hacia las personas

177 - Proximidad: cercanía, acercarse al estudiante.
178 - Cortesía/Respeto: expresados tanto de forma verbal, como no verbal.
179 - Intercambio de experiencias personales.
180 - Tocar de forma afectuosa, no amenazante o intimidante (por ejemplo, dar la mano o
181 una palmada en la espalda).
182 - Poner límites al comportamiento, la actuación o la intervención de los alumnos en
183 diferentes tareas: no de forma hostil, agresiva o amenazante. (García, 2009)

184

185 2.4 Método

186 Las secuencias didácticas, también llamadas Unidades didácticas, desde la teoría de
187 Díaz Barriga (2010) propone una estructura compuesta de situaciones didácticas las
188 cuáles han sido diseñadas con el fin de afianzar los conceptos sobre objetos
189 matemáticos para privilegiar las actividades cognitivas de problemas que promuevan
190 la construcción del conocimiento de éstos objetos, y que logren desarrollar habilidades
191 de orden superior; se privilegian la síntesis, la abstracción y la modelización. Al final
192 de las secuencias se enfrentan a la resolución de problemas que permitirá identificar
193 las relaciones existentes entre las emociones, la motivación, el desarrollo de
194 habilidades investigativas y el uso de tecnología con fines educativos y disciplinares.

195 Se diseña una secuencia didáctica con estrategias de enseñanza (flipped classroom),
196 de aprendizaje (gamification) y de motivación extrínseca que con el contenido de
197 *Gráficas que representan eventos en estadística descriptiva* y *Ecuación cuadrática vs*
198 *Función cuadrática* le permitieron al estudiante trabajar en forma individual y con
199 *aprendizaje colaborativo*, todo esto forma parte de actividades para desarrollar el
200 aprendizaje experiencial que es uno de los aprendizajes llamados “centrados en el
201 alumno”, él es el encargado de autorregularse, esta intervención se realizó en varias
202 sesiones, dos en el grupo de sexto y tres en el de quinto.

203 La muestra fue de 53 personas, dos grupos de estudiantes inscritos en la ENP Plantel
204 # 6, en quinto año y de sexto año. Respondieron las actividades y una entrevista semi
205 formal para reconocer algunos aspectos cualitativos de la investigación.

206

207 3. Resultados y análisis

208

209 Se realizó el análisis de la información sobre la percepción de los estudiantes con la
210 entrevista, así mismo, de las actitudes que muestra un docente en la participación en

211 diversas actividades de actualización para identificar y aprender a manejar sus
212 emociones y canalizarlas en el contexto de esta propuesta.

213 Los estudiantes manifestaron alegría, euforia, disposición, entusiasmo y satisfacción
214 por haber podido realizar las actividades, ya que si tenían alguna duda entre pares
215 podían resolverlas. Les pareció interesante el uso de tecnología con sus propios
216 dispositivos en el aula.

217 Se identifica la relación entre las emociones y la motivación con la disposición por
218 aprender.

219

220 **4. Conclusiones**

221

222 Se analizaron algunas dimensiones afectivas y cómo se podrían vincular con el
223 proceso de aprendizaje, en el aula se da una interacción afectiva entre docente y
224 estudiante, se relaciona con el clima social; si en esta interacción no existe motivación
225 positiva las actitudes hacia el aprendizaje no existirán o serán contraproducentes, lo
226 que le podría causar malestar al educando dentro del aula.

227 Estas asociaciones de experiencias poco gratas, logran convertirse en dificultades
228 para entender o relacionarse.

229 Abre la discusión hacia la pertinencia de incorporar, en las aulas de las instituciones
230 mismas, elementos pedagógicos que innoven la intervención didáctica en temas de
231 matemáticas.

232 De acuerdo con los resultados obtenidos y analizados se concluye que existe una
233 relación directa entre el aprendizaje de algunos objetos matemáticos y las emociones
234 positivas, la motivación extrínseca y el uso de tecnología.

235 Es indispensable la formación y actualización del docente en desarrollo humano, debe
236 conocer y reconocer sus emociones y sentimientos, descubrir la forma de motivarse y
237 mantener motivado al grupo constantemente.

238

239

240 **5. Índice de referencias**

241

242 Libros

- 243 • Camarena, P. (2015). *Educación en el siglo XXI*, IPN. Distrito Federal, México:
244 Colección PAIDEA.

245

246 Revistas

- 247 • Balacheff; Nicolás (2005). *Marco, registro y concepción. Notas sobre las*
248 *relaciones entre tres conceptos claves en la didáctica*. Revista EMA, 9(3), 181-
249 214.

- 250 • D' Amore, B. (2002). *La Complejidad de la Noética en Matemáticas como*
251 *causa de la falta de devolución.* *Tecné Episteme Y Didaxis TED*, (11).
252 <https://doi.org/10.17227/ted.num11-5603>
- 253 • Rompelmann, L. (2002). Affective Teaching. Lanham, MD: University Press of
254 America, Inc.
- 255
- 256

257 Información en línea

- 258 • Díaz Ángel, (2013). Guía para la elaboración de una secuencia didáctica. Consultado el 18 de
259 Agosto 2014
260 en: <https://docs.google.com/file/d/0B1fIBo0nFw4IUjlybWltZ3luMW8/edit?usp=sharing>
- 261
- 262 • Dumont, H. (2012). La naturaleza del aprendizaje.
263 OCDE. <http://www.oecd.org/education/ceri/The%20Nature%20of%20Learning.>
264 Practitioner%20Guide.ESP.pdf.
- 265 • García, B. (1 de Noviembre de 2009). LAS DIMENSIONES AFECTIVAS DE
266 LA DOCENCIA. 10(11).
267 (https://fortalecimientodocente.cuaed.unam.mx/moodleenp/pluginfile.php/941/mod_page/content/44/Las%20dimensiones%20afectivas%20de%20la%20docencia.pdf, Ed.)
- 268
- 269

270 Ponencia

- 271 Socas, Martín (2007). *Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico.* En Camacho, Matías; Flores, Pablo; Bolea, María Pilar (Eds.), *Investigación en educación matemática* (pp. 19-52). San Cristóbal de la Laguna, Tenerife: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- 272
- 273
- 274
- 275

276

277

1 EMPLEO DE ALGORITMOS DE LÓGICA DIFUSA COMO 2 ALTERNATIVA A LA PROBABILIDAD CLÁSICA

3
4 Jonathan Israel Hernández Hernández^{1*}, Agustín Alfredo Torres Rodríguez²,
5 José Miguel Pérez Lozano³ y Leo Fernely Castillo Cordóva⁴

6 Instituto Tecnológico de Atitalaquia. Av. Tecnológico No. 9. C. P. 42970. Colonia
7 Tezoquipa Atitalaquia, Hidalgo, México.

8
9 IM-POAM081

10
11 **Resumen**

12
13 Este trabajo presenta el estudio sobre el impacto de la lógica difusa mediante el empleo de las TIC y su
14 posible uso como alternativa a la probabilidad clásica, donde el uso de bifurcaciones (Verdadero-Falso
15 o Si-No) se pueden reemplazar por algoritmos difusos que permitan obtener resultados de un significado
16 más adecuado y de forma más simplificada. Se emplea el uso de técnicas numéricas como herramienta
17 complementaria para el análisis y comparación de las metodologías a implementarse y así mismo se
18 introduce el empleo de los conceptos de fuzificación, inferencia difusa y defuzificación en el ejemplo a
19 estudiar. Como resultado de este trabajo se presentan el caso de 2 metodologías (Mamdani-
20 TakagiSugeno) y sus respectivos procesos de aplicación así como sus características de cada uno. Por
21 último se presenta el impacto de esta estrategia didáctica como proceso de aprendizaje y enseñanza.
22

23 **Palabras clave:** Probabilidad, Lógica Difusa, TIC, Inferencia, Defuzificación.
24

25 **1. Introducción**

26 Conforme el ser humano fue evolucionando a lo largo de su existencia, fue adquiriendo
27 una capacidad de procesar una gran cantidad de información, así como la toma de
28 decisiones de manera efectiva. La experiencia y el conocimiento adquirido tuvieron un
29 gran impacto en el éxito de las acciones humanas a lo largo de la historia. El
30 pensamiento humano y los mecanismos para la toma de decisiones representan un
31 perfecto modelo que tanto científicos como ingenieros intentan imitar y transformar en
32 soluciones prácticas para los diversos problemas del día a día. La lógica difusa
33 representa una de las primeras metodologías en la inteligencia artificial, por lo cual es
34 imprescindible conocer nuevos métodos o metodologías que les permitan tanto a
35 profesores como alumnos el poder desarrollar mejores competencias al momento de
36 enfrentarse a problemas de la vida real, donde podemos explotar nuestra tolerancia a
37 la imprecisión. “*Toda lógica tradicional supone habitualmente que se emplean*
38 *símbolos precisos. Por lo tanto, no es aplicable a esta vida terrestre, sino solo a una*
39 *existencia celestial imaginada (Aarts, 2004)*”. En este trabajo se presentan 3
40 metodologías, basadas en el uso de los algoritmos de lógica difusa (Mamdani-
41 TakagiSugeno), los cuales le permitan al estudiante estimar un resultado más
42 significativo mediante soluciones prácticas.

1 *Autor para la correspondencia. E-mail: stm.jonathanhdez@gmail.com

43 **1.1 Fundamentación.**

44 En 1965, Zadeh publicó el primer documento sobre una nueva forma de caracterizar
45 las incertidumbres no probabilísticas, al cual llamó conjuntos difusos (Zadeh, 1965). A
46 partir de esa fecha fueron surgiendo distintos algoritmos que contienen elementos de
47 la forma del pensamiento humano para la solución de problemas, algunos de estos
48 algoritmos son las redes neuronales artificiales, la lógica difusa adaptativa, algoritmos
49 evolutivos o genéticos y sistemas expertos, en las formas básicas de inteligencia
50 artificial (Kovacic y Bogdan, 2006).

51

52 La lógica difusa es un proceso matemático que permite representar y manipular datos
53 que no pueden definirse en forma precisa por la incertidumbre que poseen, los datos
54 provienen del conocimiento de un fenómeno que se debe escribir (Santana, 2013). Los
55 algoritmos de lógica difusa son sencillos de implementar. Las aplicaciones, que son de
56 naturaleza multidisciplinaria, incluyen control automático, procesamiento de señales,
57 predicción de series de tiempo, recuperación de información, gestión de bases de
58 datos, visión por computadora, clasificación de datos, toma de decisiones, etc (Jang y
59 Sun, 1995).

60

61 La lógica difusa contiene varias disciplinas, como el cálculo de reglas difusas si-
62 entones, gráficos difusos, interpolación difusa, topología difusa, razonamiento difuso,
63 sistemas de inferencia difusos y modelado difuso (Ross, 2010)

64

65 La lógica difusa se basa en conjuntos difusos, los cuales son un desarrollo adicional
66 de la teoría matemática de conjuntos, primero estudiada formalmente por el
67 matemático alemán Georg Cantor (1845-1918) y con los cuales se puede representar
68 las variables de un problema como palabras del lenguaje natural, tales como
69 "pequeño", "grande", "nulo" etc.

70

71 Algunos trabajos que evalúan la estrategia de los algoritmos de lógica difusa son: el
72 de Argote-Cusi (2018), quienes proponen una nueva forma de proyectar los datos
73 poblacionales de México mediante conjuntos difusos para reducir el error de
74 comparación del método de regresión simple. Así mismo, Cruz y Alarcon (2017)
75 analizan una mejor estimación del riesgo bancario aplicado al Banco de Crédito y
76 Comercio (BANDEC) en Cuba. Por su parte, Ruvalca y Vermonden (2015) utilizan los
77 conjuntos difusos para la evaluación de personal en base a su perfil psicológico. Así
78 mismo Jensen y Baena (2011) muestran un estudio sobre diversas aplicaciones de
79 lógica difusa en enfermería, así como ha contribuido significativamente en esta área.
80 En torno al empleo del uso de la lógica difusa en la enseñanza de las matemáticas,
81 tenemos el estudio de Huapaya, Lizarralde y Arona en (2011), quienes hablan de las
82 ventajas encontradas al evaluar un diagnóstico cognitivo en estudiantes para encontrar
83 información adicional que evalúan mayor flexibilidad respecto a la rígida evaluación
84 tradicional. Por su parte, Asdrúbal y Antolinez (2015) muestran una aplicación de
85 lógica difusa en una valoración actitudinal en estudiantes universitarios en la
86 universidad politécnica territorial “José Félix Ribas”, en Barinas Venezuela.

87 **2. Metodología.**

88 Para llevar a cabo la implementación de la lógica difusa en este ejemplo de evaluación,
 89 se propusieron las siguientes fases.

90

91 Fase 1. En esta fase (Fuzificación) se eligieron dos variables de entrada, la primera
 92 de ellas es el desempeño y como segunda variable, la actitud.

93 Fase 2. Para realizar la implementación, se proponen 5 variables lingüísticas con
 94 funciones de membresía lineales para el método y 5 funciones no lineales
 95 (1-2). Para el método 3 solo se proponen funciones de membresía 2 lineales
 96 y 2 no lineales.

97 Fase 3. Inferencia, para esta fase en los primeros dos métodos se proponen 25
 98 reglas en el mecanismo de evaluación

99 Fase 4. Para el método 1, se propone el método de Mamdani, mediante el cálculo
 100 del centroide para la defuzzificación.

101 Fase 5. Para el método 2, se propone el método de Takagi-Sugeno para la
 102 defuzzificación mediante el uso de funciones singleton.

103 Fase 6. Evaluar los algoritmos empleados mediante una interfaz gráfica de usuario
 104 implementada en Matlab para evaluar los resultados obtenidos.

105

106 En todas las fases 3,4 y 5, se modifica el algoritmo de lógica difusa en la simulación,
 107 con la finalidad de que los alumnos realicen cada una de ellas, y así conocer la
 108 metodología de su uso e implementación de cada uno de los 2 métodos, asimismo sus
 109 variantes con funciones lineales y no lineales para posteriormente proponer otros
 110 ejemplos a simular más adelante. Cabe mencionar que para ello se utilizó el módulo
 111 de lógica difusa del Software Matlab.

112

113 **2.1 Desarrollo**

114 Un sistema difuso es un conjunto de etapas (Fuzificación-Inferencia-Defuzzificación),
 115 para el cual en este caso de estudio se propone un esquema en lazo abierto (Ver
 116 Figura 1), esto significa que no hay forma de retroalimentar el algoritmo.

117

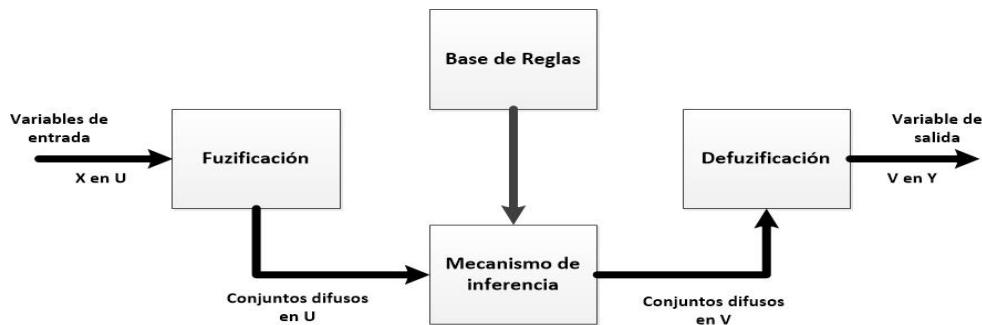


Figura 1. Sistema difuso

118

119

120

121

122

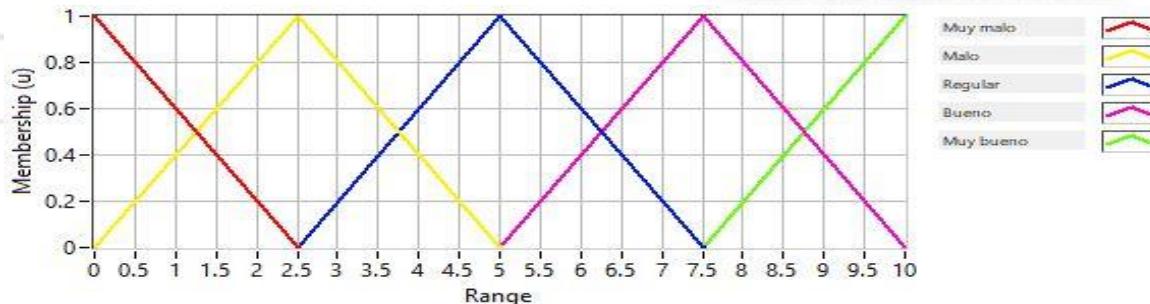
123 2.2 Fuzificación

124 Es la etapa empleada para manejar el concepto de verdad parcial, por el contrario de
 125 la lógica booleana, donde los valores de verdad de las variables solo pueden ser
 126 valores enteros (0-1 o Verdadero-Falso), en esta fase se usan variables lingüísticas
 127 difusas, donde los grados pueden administrarse mediante funciones específicas
 128 llamadas funciones de membresía (FM). Para el caso lineal se proponen FM de tipo
 129 triangular, cuya expresión viene dada por la ecuación (1)

130

131 **Ecuación 1.**
$$f(a, b, c, x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x < b \\ \frac{c-x}{c-b}, & b \leq x < c \\ 0, & x \geq c \end{cases}$$

132



133

134

135 **Figura 2. Funciones de membresía lineales.**

136

137 Donde el parámetro x es la valor de la variable de entrada y los demás valores los
 138 necesarios para crear la FM lineal. Para el caso no lineal se propusieron FM
 139 gaussianas, cuya expresión viene dada por la ecuación (2). Las variables lingüísticas
 140 (Muy malo, Malo, Regular, Bueno, Muy bueno) para ambas variables de entrada

141 **Ecuación 2.**
$$f(a, b, x) = e^{-\frac{(x-c)^2}{2a^2}}$$



142

143

144

Figura 3. Funciones de membresía no lineales.

145 2.3 Inferencia

146 El mecanismo de inferencia es un proceso de toma de decisiones, el cual a partir de
 147 un grupo o conjunto de alternativas se selecciona la mejor de estas mediante un criterio
 148 basado en reglas (Si-Entonces) cuya expresión viene dada por la ecuación (3).

149 **Ecuación 3.** *Si X es A entonces Y es B*

150

151 Donde, A y B son conjuntos difusos, definidos en los universos X e Y, respectivamente,
 152 que llevan etiquetas (bueno, regular, malo). Esto es una implicación, donde el lado
 153 izquierdo "x es A" es el antecedente, y el lado derecho "Y es B" es el consecuente,
 154 para nuestro ejemplo se define un conjunto difuso y sus reglas de la siguiente forma
 155 (Tabla 1).

156

157 **Tabla 1. Evaluación de reglas difusas.**

158

| Evaluación | | Desempeño | | | | |
|---------------------------------|-----------|-----------|------|---------|-------|-----------|
| | | Muy malo | Malo | Regular | Bueno | Muy bueno |
| A C T I T U D | Muy malo | MM | MM | M | M | R |
| | Malo | MM | M | M | R | B |
| | Regular | M | R | R | R | B |
| | Bueno | M | R | B | B | MB |
| | Muy Bueno | R | B | B | MB | MB |

159

160 2.4 Defuzzificación

161 El conjunto difuso μ_t resultante de la inferencia debe convertirse a un solo número
 162 para formar un valor real nuevamente, esto refiere a transformar el resultado en una
 163 forma que no sea difusa. Esto es el proceso de defuzzificación, existen varios métodos
 164 de defuzzificación (Kovacic, 2006). En este caso se usó el método del centroide de
 165 área (Jang, 1995) dado por la siguiente expresión.

166

167 **Ecuación 4.**
$$R = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_t(U_i) * U_m^i}{\sum_{i=1}^n \mu_t(U_i)}$$

168

169 Donde $\mu_t(U_i)$ es el valor calculado de la función de membresía para las variables de
 170 entrada del algoritmo, U_m^i el valor medio del intervalo y n es el número de variables
 171 lingüísticas dentro del universo de discurso. Para el caso del método de Mamdani en
 172 el caso lineal se usaron las mismas FM de (Figura 2) y en el no lineal lo mismo (Figura
 173 3). Sin embargo para el método de takagi sugeno, se propusieron las siguientes
 174 funciones singleton (Figura 4).

175

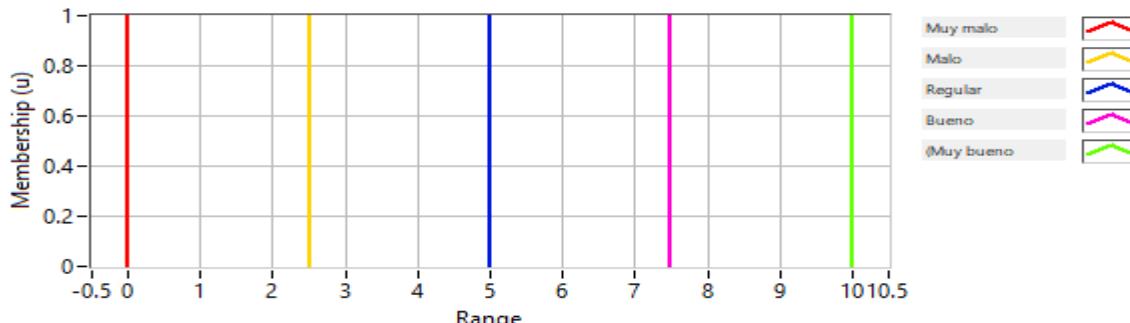


Figura 4. Funciones de membresía singleton.

176
177

178

179 2.5 Uso de las TIC

180 Se desarrolló una interfaz gráfica (HMI) se mediante el software Matlab por la facilidad
 181 de uso y los paquetes de “Fuzzy Logic” que posee (Ver Figura 5). En esta HMI el
 182 usuario (alumno o docente) podrá evaluar las dos metodologías propuestas para este
 183 trabajo (Mamdani y Takagi-Sugeno), así como poder seleccionar las FM a utilizar
 184 (Triangulares (Lineales) o Gaussianas (No Lineales)) para así ver el desempeño del
 185 algoritmo y poder determinar su eficiencia, así como sus posibles aplicaciones en sus
 186 problemas cotidianos en el ámbito de ingeniería y aplicación de las matemáticas.



Figura 5. Interfaz gráfica de usuario.

187
188

189

190 3. Resultados y análisis

191 La figura 6 muestra el resultado de la implementación de defuzzificación mediante el
 192 método de Mamdani, en la izquierda se muestra el caso de las FM lineales y en la
 193 derecha las FM no lineales, se puede apreciar que al comparar los resultados son muy
 194 aproximados ($L=8.4$ y $NL=8.5$), esto es porque es mucho más suave la evaluación en
 195 las FM gaussianas.

196

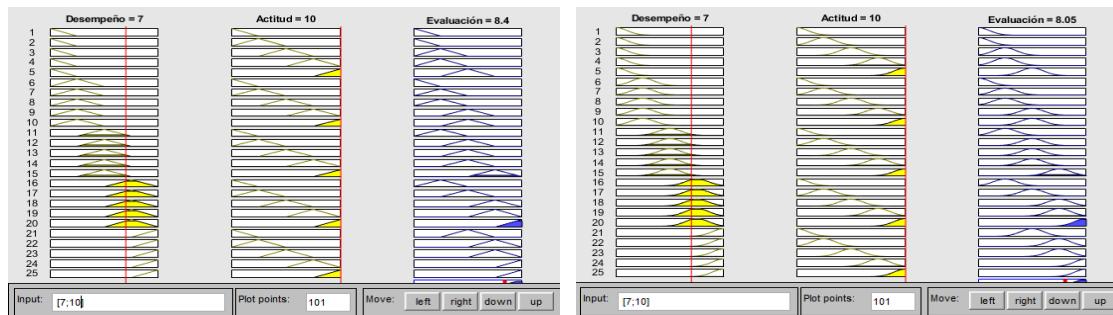


Figura 6. Resultados Mamdani.

197
198
199
200
201
202
203
204
205

La figura 7 muestra el resultado de defuzzificación mediante el método de Takagi-Sugeno, (Izquierda FM=L y Derecha FM=NL), se puede apreciar que al comparar los resultados son muy aproximados pero alejados de los obtenidos anteriormente ($L=9.5$ y $NL=9.45$), esto es porque la distribución de las FM de salida deben ser propuestas con un conocimiento del problema un poco mayor.

206
207

Figura 7. Resultados Takagi-Sugeno.

208

Como puede apreciarse en estos resultados, las dos metodologías propuestas permiten obtener resultados pertinentes para proporcionar una respuesta precisa (ya que las variables de salida son nuevamente de tipo numérico) al problema de evaluar las notas de un estudiante, considerando en este ejemplo un caso sencillo con únicamente 2 variables de entrada: el desempeño y la actitud. Puede apreciarse sin embargo, la mayor potencialidad del empleo de estas metodologías en aquellos casos donde la evaluación contempla una mayor cantidad y variedad de elementos o dimensiones de evaluación, y dónde además puedan tener distintas ponderaciones para considerarlas en el cálculo de una calificación o nota final.

218
219
220
221
222
223
224

En este punto es importante hacer notar que para los paradigmas actuales de la evaluación educativa, resulta importante tomar en consideración un conjunto mayor de dimensiones (o elementos de la evaluación) para ponderarlas en la búsqueda de una calificación final que pueda representar con mayor confiabilidad las distintas destrezas y conocimientos, pero además también elementos actitudinales o valórales que también desempeñan un rol preponderante en la formación del estudiante.

225
226

Con respecto al empleo de estas dos metodologías, resulta relevante precisar que ambas tienen ventajas y desventajas, como ejemplo de ello la metodología Mamdani

227 resulta más simple en su diseño pero más difícil en su implementación, caso contrario
228 para la metodología Takagi-Sugeno. El empleo de ambas permite realizar algunas
229 comparaciones y eventualmente adecuaciones para su mejora.
230

231 **4. Conclusiones.**

232 En primera instancia, los autores de esta contribución consideramos que el estudiante
233 y el profesor pueden hacer uso de estas metodologías de la lógica difusa, al momento
234 de abordar el análisis de algunos problemas de decisión que tienen su contexto en la
235 vida real, y que debido a su complejidad y subjetividad resultan muy adecuadas para
236 su estudio a través de este tipo de análisis alternativo a la probabilidad clásica. El
237 interés por abordar de esta forma el problema de la evaluación escolar, deriva de su
238 naturaleza subjetiva e incierta, y es por ello que hemos considerado la utilidad del
239 empleo de la lógica difusa en su solución.
240

241 En segundo lugar, que los estudiantes conozcan otras metodologías alternas para el
242 tratamiento de datos, y no solamente las reglas de la probabilidad clásica. Para ello
243 resulta pertinente que el profesor diseñe un conjunto de actividades que permitan
244 identificar otras aplicaciones de los sistemas de lógica difusa.
245

246 En tercer lugar, ponemos a consideración que el empleo de una interfaz gráfica permite
247 que el estudiante pueda no solamente ser partícipe al conocer los algoritmos
248 empleados por la lógica difusa para obtener los resultados a lo largo de todo el
249 proceso que incluye las etapas de fuzificación, inferencia y defuzificación, sino que
250 además identifique y evalúe el empleo de herramientas propias de las TIC (en este
251 caso del software matlab) que le ayudan al cálculo de diversos algoritmos de lógica
252 difusa, y poner su atención también a la presentación e interpretación de sus
253 resultados.

254 Por lo anterior, pensamos que el diseño general de esta secuencia de actividades
255 puede ejemplificar el uso que se le puede dar a estos algoritmos de lógica difusa en la
256 identificación, planeamiento y resolución de otros problemas que resulten importantes
257 para el aula. En este caso concreto, se analizó un problema con 2 variables de entrada,
258 pero se pudo identificar el potencial que este tipo de análisis tiene para el estudio de
259 problemas con múltiples variables de entrada.
260

261 **Agradecimientos**

262 Los autores agradecen el apoyo al Tecnológico Nacional de México (TECNM) y al
263 Instituto Tecnológico de Atitalaquia (ITAT), así como al Departamento de Ciencias
264 Básicas por el apoyo para la realización de este proyecto.
265

266 **Índice de referencias**

267 Libros

- 268 • Aarts B., Deninson D., Keiser E., Popova G. (2004). *Fuzzy Grammar. A*
269 *Reader.* USA: Oxford University Press.

- 270 • Kovacic Z., Bodgan S. (2006). *Fuzzy Controller Design. Theory and*
271 *Applications.* USA: CRC Press.
272 • Ross, T. J. (2010). *Fuzzy Logic With Engineering Applications*, 3 ed. USA: John
273 Wiley & Sons, Ltd.

274
275 **Revistas**

- 276 • Argote-Cusi, M. L. (2018). El uso de lógica difusa en proyecciones de población:
277 el caso de México. *Papeles de Población*, 5 CIEAP/UAEM, 273-301.
278 • Asdrubal, B. A., Antolinez, N. T. (2015). La lógica difusa como herramienta de
279 evaluación en el sector universitario. *Alteridad. Revista de Educación*. 10(2),
280 132-145.
281 • Cruz, M. A, Alarcon, A. A. (2017). La lógica difusa en la modelización del riesgo
282 operacional. Una solución desde la inteligencia artificial en la banca cubana.
283 *Cofin*,11(2), 122-136.
284 • Huapaya, C. R., Lizarralde, F. A., Arona, G. M. (2011). Modelo basado en la
285 lógica difusa para el diagnóstico cognitivo del estudiante. *Formación
286 Universitaria*. 5, 13-20.
287 • Jang J. R., Sun C. T. (1995). Neuro-Fuzzy Modeling and Control. *Proceedings
288 of the IEEE*. DOI: 10-1109/5.364486
289 • Jensen, R. Bahena, M. L. (2011). Enfermería y lógica difusa: una revisión
290 integradora. *Rev. Latino-Am. Enfermagem*, 19, 1.
291 • Ruvacalva, C. F, Vermonden, A. (2015). Lógica difusa para la toma de
292 decisiones y la selección de personal, *Universidad y Empresa*. 17(29), 239-256.
293 • Santana, L. (2013). Una aplicación de la lógica difusa a la evaluación del
294 balance de riesgos de la inflación y del crecimiento macroeconómico. *Revista
295 de Ingeniería e Investigación*. 45, 5-12.
296 • Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy Sets. *Information and Control* 8, 338-353.

PROPUESTA DE ESTRATEGIAS COMPUTACIONALES PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA ECONOMÍA

Víctor Manuel Ulloa Arellano^{1*}, Verónica del Carmen Quijada Monroy², Kenya García Cruz³ y Felipe Cruz Díaz⁴
^{1, 2, 3, 4}Facultad de Estudios Superiores Acatlán. San Juan Totoltepec s/n, Santa Cruz Acatlán, Naucalpan, Estado de México. C.P. 53150.

IM-POIT082

Resumen

Se presenta una propuesta de estrategia para la enseñanza de las matemáticas, en el campo de la economía. Primeramente, se clasifica el contenido matemático en función de sus aplicaciones. Posteriormente, se hace una presentación teórica de los conceptos y se acompaña de problemas. Finalmente se traducen dichos problemas a un entorno computacional para su resolución. Se incluyen ejemplos de aplicación práctica de temas de álgebra lineal, específicamente sobre matrices; optimización de funciones a través del método clásico; ecuaciones en diferencia de segundo orden, análisis y clasificación de sus soluciones y por último, las ecuaciones diferenciales y sistemas de ecuaciones diferenciales. La propuesta didáctica puede aplicarse a campos afines a la economía, como son la actuaria, las matemáticas aplicadas y las finanzas. Para la resolución computacional de los problemas, se utilizaron el sistema de álgebra computacional Maxima, mediante el entorno WxMaxima y el motor de conocimiento WolframAlpha.

Palabras clave: Enseñanza, Matemáticas, Economía, Estrategia, Computacional.

1. Introducción

Para Lomelí & Rumbos (2003) el conocimiento generado por las ciencias económicas debe ser descrito en lenguaje matemático. Anthony (2003) sostiene que los argumentos matemáticos son tanto lógicos como exactos y esto posibilita manejar con un elevado nivel de precisión las consecuencias de las hipótesis económicas. Así, en la enseñanza de la economía resulta fundamental la relación entre la teoría y su aplicación a casos prácticos, sin embargo, como señala Navarrete (2013), en muchas ocasiones, esta relación tiende a olvidarse incurriendo en el error de enseñar la teoría, olvidando abordar su aplicación. La presente propuesta de estrategia didáctica, además de vincular los conceptos teóricos con aplicaciones prácticas, incorpora el uso de tecnologías de la información y comunicación, específicamente un sistema de álgebra computacional y un motor de conocimiento. La inclusión de estas herramientas permite además dotar al estudiante con elementos que le posicionen de una mejor manera en el mercado laboral. Según Torres & Ochoa (2018) “La evidencia empírica presentada aquí a favor del premio salarial al uso de las TIC en México también muestra que los rendimientos individuales de la capacitación y el adiestramiento computacional existen y que son de dimensiones tan grandes como la propia escolaridad, variando entre las ocupaciones. Este trabajo, sin duda, aclara y dimensiona el efecto que tiene la habilidad informática sobre los salarios en México”.

¹ * Autor para la correspondencia. E-mail: victormu@acatlan.unam.mx Tel. 56-23-16-64

47

48 2. Metodología o desarrollo

49 Para el desarrollo de la estrategia se clasifican en cuatro temas los conceptos
 50 matemáticos: modelos lineales, modelos de optimización, modelos dinámicos
 51 discretos y modelos dinámicos continuos. Posteriormente, se expone el contexto de
 52 cada tema, se plantea en términos matemáticos y se presenta la solución
 53 computacional.

54

55 2.1 Modelos lineales

56

57 2.1.1 Contexto: Modelo abierto de insumo producto

58 De acuerdo con Bernardello (2004), el modelo abierto de insumo producto tiene por
 59 objetivo describir las relaciones interindustriales o intersectoriales para proyectar
 60 cambios en la demanda en función de los cambios en la demanda autónoma de los
 61 productos finales. Sydsaeter (2012) señala que de manera general, el modelo de
 62 Leontief se aplica en la descripción de una economía de n industrias interrelacionadas
 63 tal que cada una produce únicamente un bien, empleando solo un proceso de
 64 producción. Cada una de las industrias utiliza para producir su respectivo bien,
 65 materias primas elaboradas por las otras. Además de proveer su propio producto a las
 66 otras industrias que lo requieren, cada industria debe atender la demanda externa de
 67 su producto, es decir, la demanda de otros clientes.

68

69 2.1.2 Planteamiento matemático

70 Bernardello (2004) y Sydsaeter (2012) describen el planteamiento matemático en
 71 términos de una matriz. Dada una tabla de insumo producto:

72

73

74

Tabla 1. Productos/Insumos

| Productos / Insumos | 1 | 2 | ... | n |
|---------------------|----------|----------|-----|----------|
| 1 | a_{11} | a_{12} | ... | a_{1n} |
| 2 | a_{21} | a_{22} | ... | a_{2n} |
| : | ... | ... | ... | ... |
| n | a_{n1} | a_{n2} | ... | a_{nn} |

75

76 Se extrae la matriz de coeficientes técnicos

77

78 **Ecuación 1.** $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$

79



80 En donde a_{ij} representa el número de unidades del bien i que se necesitan para
 81 producir una unidad del bien j . Bajo el supuesto de que los requerimientos de materia
 82 prima son directamente proporcionales a la producción, se tiene que $a_{ij}x_j$ denota el
 83 número de unidades del bien i que se necesitan para producir x_j unidades del bien j .
 84 En este sentido se denomina vector de producción al vector:
 85

86 **Ecuación 2.** $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$

87
 88 Por otra parte, la demanda final se expresa mediante el siguiente vector
 89

90 **Ecuación 3.** $d = \begin{pmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_n \end{pmatrix}$

91
 92 Entonces el modelo general queda expresado como $x = Ax + d$ que equivale a
 93 $(I - A)x = d$. En esta expresión, a $(I - A)$ se le denomina matriz de Leontief. El modelo
 94 siempre tiene solución no negativa $x = (I - A)^{-1}d$ si d es un vector no negativo.
 95

96 2.1.3 Caso práctico

97 Suponga la siguiente matriz de coeficientes técnicos y el vector de demanda final:
 98

99 **Ecuación 4.** $A = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.5 & 0.0 \\ 0.3 & 0.0 & 0.2 \\ 0.2 & 0.1 & 0.4 \end{pmatrix}, d = \begin{pmatrix} 100 \\ 60 \\ 150 \end{pmatrix}$

100
 101 Obtenga el correspondiente vector de producción que resuelve el problema.
 102

103 2.2 Modelos de optimización

104 2.2.1 Contexto: Maximización del beneficio.

105 En una industria es posible variar el nivel del producto con la finalidad de maximizar
 106 los beneficios, determinados por la diferencia entre su ingreso total y su costo total.
 107 Para la maximización del beneficio, debe determinarse cuánto producir, en el
 108 entendido de que los beneficios por producir una unidad más únicamente aumentarán
 109 si el ingreso adicional derivado de la venta de dicha unidad es mayor que el costo de
 110 producirla. Es decir, la variación del ingreso total a causa de la venta de una unidad
 111 más es el ingreso marginal y el costo de producirla es el costo marginal.
 112

113 2.2.2 Planteamiento matemático

114 De acuerdo con Chiang (2006), denótese con I la función de ingreso total; con C la
 115 función costo total y la función beneficio con π . A su vez, estas funciones pueden
 116 expresarse en términos del nivel de producción Q de la siguiente forma:
 117

118

119

Ecuación 5. $I = I(Q)$

120

Ecuación 6. $C = C(Q)$

121

Ecuación 7. $\pi = I(Q) - C(Q)$

122

123 Entonces el nivel de producción que maximiza el beneficio siempre cumple la
 124 condición de primer orden para un máximo, misma que se denomina condición
 125 necesaria.

126

127 **Ecuación 8.** $\frac{d\pi}{dQ} = 0$

128

129 Ahora, al derivar la función de beneficio con respecto al producto y posteriormente
 130 igualando a cero, se tiene:

131

132 **Ecuación 9.** $\frac{d\pi}{dQ} = \pi'(Q) = I'(Q) - C'(Q) = 0, \text{ si } I'(Q) = C'(Q)$

133

134 Sin embargo, también debe cumplirse la denominada condición suficiente para un
 135 máximo.

136

137 **Ecuación 10.** $\frac{d^2\pi}{dQ^2} < 0$

138

139 Obteniendo la segunda derivada con respecto de Q :

140

141 **Ecuación 11.** $\frac{d^2\pi}{dQ^2} = \pi''(Q) = I''(Q) - C''(Q) < 0, \text{ si } I''(Q) < C''(Q)$

142

143 Consecuentemente si $I'(Q^*) = C'(Q^*)$ y $I''(Q^*) < C''(Q^*)$, entonces Q^* es nivel
 144 óptimo de producción que se busca.

145

146 2.2.3 Caso práctico

147 Considere las siguientes funciones de ingreso total y costo total

148

149 **Ecuación 12.** $I(Q) = 500Q - 0.5Q^2$

150

Ecuación 13. $C(Q) = Q^3 - 30Q^2 + 545Q + 300$

151

152 Obtenga el nivel de producción que maximiza el beneficio.

153

154 2.3 Modelos dinámicos discretos

155

156 2.3.1 Contexto. El modelo de inventarios de Metzler

157 Sotelo (2004) expone que es un modelo de multiplicador y acelerador para el ciclo de
 158 inventarios, desarrollado en 1941 por Lloyd Metzler. En general asume que los
 159 productores desean mantener un nivel de inventarios en una determinada proporción

160 de las ventas esperadas, sin embargo, en virtud de los retardos entre la producción y
161 la venta, el modelo de Metzler sostiene que la estrategia precisa de inventarios que se
162 elija tiene potenciales efectos en la economía lo que produce dinámicas diferentes.

163

164 2.3.2 Planteamiento matemático

165 Bajo el supuesto de que el nivel de inventarios S_t que se desea corresponde a una
166 proporción k del consumo del período anterior C_{t-1} , se tiene entonces que:

167

168 **Ecuación 14.** $S_t = kC_{t-1}, 0 < k < 1$

169

170 Bernardello (2004) señala que el modelo de inventarios de Metzler puede expresarse
171 como una ecuación en diferencia de orden dos.

172

173 **Ecuación 15.** $Y_{t+2} - c(2+k)Y_{t+1} + c(1+k)Y_t = I_0$

174

175 Sus raíces vienen dadas por

176

177 **Ecuación 16.** $r = \frac{c(2+k) \pm \sqrt{[c(2+k)]^2 - 4c(1+k)}}{2}$

178

179 Y la solución de equilibrio es

180

181 **Ecuación 17.** $Y_t^c = \frac{I_0}{1-c}$

182

183 2.3.3 Caso práctico

184 Suponga que el nivel de inventarios deseado es de 40% del consumo del período
185 anterior y la tendencia a consumir es de 0.6. Entonces $S_t = 0.4C_{t-1}$; $C_t = 0.6Y_t$. De
186 ambas expresiones se tiene $S_t = 0.4 \cdot 0.6Y_{t-1}$. Se observa que el inventario al
187 término del período $t - 1$ es

188

189 **Ecuación 18.** $S_{t-1} - 0.6(Y_{t-1} - Y_{t-2}) = 0.4 \cdot 0.6Y_{t-2} - 0.6(Y_{t-1} - Y_{t-2})$

190

191 Y se obtiene la ecuación en diferencias de segundo orden $Y_{t+2} - 1.44Y_{t+1} + 0.84Y_t =$
192 I_0

193

194 Analice las condiciones de estabilidad para esta ecuación.

195

196 2.4 Modelos dinámicos continuos

197

198 2.4.1 Contexto: Modelo de mercado con expectativa de precios

199 Chiang (2006) asevera que eventualmente, los compradores y los vendedores
200 pueden conducirse no únicamente con base en el precio corriente, sino además, en la
201 tendencia temporal del precio. Considerando al tiempo como variable continua, los

202 datos sobre la tendencia temporal del precio se obtienen fundamentalmente de la
 203 primera y segunda derivada con respecto del tiempo.

204

205 **2.4.2 Planteamiento matemático**

206 Se parte de dos ecuaciones diferenciales mismas que se igualan:

207

208 **Ecuación 19.** Cantidad demandada $Q_d = a + bp + cp' + dp''$

209 **Ecuación 20.** Cantidad ofertada $Q_s = e + fp + gp' + hp''$

210 **Ecuación 21.** Condición de equilibrio $Q_d = Q_s$

211 con

212

213 **Ecuación 22.** $a > 0, b < 0, e < 0, f > 0$

214

215 y a su vez

216

217 **Ecuación 23.** $p = p(t)$, $p' = \frac{dp}{dt}$ y $p'' = \frac{d^2p}{dt^2}$

218

219 **2.4.3 Caso práctico**

220 Sean $Q_d = 42 - 4p - 4p' + p''$ y $Q_s = -6 + 8p$. Obtenga la condición de equilibrio y
 221 resuelva su ecuación diferencial asociada.

222

223 **3. Resultados y análisis**

224 3.1 Solución computacional de modelos lineales

225 En WxMaxima se introduce el código

226

```
227 A: matrix([0.3,0.5,0],[0.3,0,0.2],[0.2,0.1,0.4]);  

228 I: matrix([1,0,0],[0,1,0],[0,0,1]);  

229 d: matrix([100],[60],[150]);  

230 L: I-A;  

231 LI: invert(L);  

232 x: round(LI.d);
```

233

234 que arroja el resultado que se muestra en la Fig (1).

235

| |
|--|
| (%i13) x:round(LI.d); |
| $\begin{pmatrix} x \\ (x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 307 \\ 230 \\ 391 \end{pmatrix}$ |

236

237

238

239

Figura 1. Vector de producción

240 El cual corresponde al vector de producción que resuelve el problema.

```

241
242 3.2 Solución computacional de modelos de optimización
243 En WxMaxima se introduce el código
244 I:500*Q-0.5*Q^2;
245 C:Q^3-30*Q^2+545*Q+300;
246 Pi:I-C;
247 e:diff(Pi,Q,1)=0;
248 solve([e], [Q]);
249
250 Esto da por resultado
251

```

```

(%i5) solve([e], [Q]);
rat: replaced 59.0 by 59/1 = 59.0
(%o5) [Q=-\frac{\sqrt{2941}-59}{6}, Q=\frac{\sqrt{2941}+59}{6}]

```

252
 253
 254 **Figura 2. Raíces reales**
 255
 256
 257 Lo que significa que $Q_1 = -0.70$ y $Q_2 = 18.87$. entonces se introduce el comando
 258 `diff(Pi,Q,2)`
 259 y se obtiene el resultado que se muestra en la Fig. (3).
 260

```

(%i6) diff(Pi,Q,2);
(%o6) 59.0-6 Q

```

261
 262
 263 **Figura 3. Segunda derivada de la función**
 264

265 Dado que $\frac{d^2\pi}{dQ^2} < 0$ para Q_2 , se tiene entonces que $Q^* = Q_2 = 18.87$ como valor
 266 óptimo.

267
 268 3.3 Solución computacional de modelos dinámicos discretos
 269 Se introduce en WxMaxima el código:

```

270
271 r^2-1.44*r+0.84=0
272 solve([%], [r]);
273

```

274 que arroja el resultado que se muestra en la Fig. (4).
 275

```
(%i1)  $r^2 - 1.44 \cdot r + 0.84 = 0;$ 
(%o1)  $r^2 - 1.44 r + 0.84 = 0$ 

(%i2)  $\text{solve}([\%], [r]);$ 
rat: replaced 0.84 by 21/25 = 0.84
rat: replaced -1.44 by -36/25 = -1.44
(%o2)  $[r = -\frac{\sqrt{201}}{25} \cdot \%i - 18, r = \frac{\sqrt{201}}{25} \cdot \%i + 18]$ 
```

276

277

278

279

280 Se observa que $r = 0.72 \pm 0.5677i$

281 Después se introducen las sentencias:

282

283 $q: 0.84$

284 $\text{rho}: q^{0.5}$

285

286 Con lo que se obtiene el resultado desplegado en la Fig. (5).

287

```
→ q: 0.84
(q) 0.84

(%i4) rho: q^0.5;
(rho) 0.916515138991168
```

288

289

290 **Figura 5. Cálculo de rho**

291

292 Dado que $\rho = 0.9165 < 1$, la solución es no monótona convergente.

293

294 3.4 Solución computacional de modelos dinámicos continuos

295 En WolframAlpha se introduce el comando

296

297 $\text{solve differential equation } p'' - 4p' - 12p = -48, p(0) = 6, p'(0) = 4$

298

299 Con lo que se obtiene el siguiente resultado de la ecuación diferencial de segundo orden para las condiciones iniciales dadas y que se muestra en la Fig. (6).

300

301

WolframAlpha computational intelligence.

solve differential equation $p''-4p'-12p=48$, $p(0)=6$, $p'(0)=4$

Input interpretation:
 $p''(x) - 4 p'(x) - 12 p(x) = -48$
 solve
 $p(0) = 6$
 $p'(0) = 4$

Result:
 $p(x) = e^{-2x} + e^{4x} + 4$
 Autonomous equation:
 $p''(x) = -48 + 12 p(x) + 4 p'(x)$

ODE classification:
 second-order linear ordinary differential equation

Alternate forms:

Plots of the solution:



POWERED BY THE WOLFRAM LANGUAGE

Figura 6. Motor de conocimiento WolframAlpha

302
 303
 304
 305

4. Conclusiones

306 Para comprender y explicar la compleja realidad de nuestro país, las ciencias
 307 económicas requieren de modelos formulados en lenguaje matemático, en virtud de
 308 que este permite un representación formal, exacta y rigurosa de diferentes problemas.
 309 En consecuencia, la enseñanza de técnicas matemáticas aplicadas a la economía
 310 requiere no únicamente la presentación teórica de los diferentes conceptos, sino
 311 además, debe ir acompañada de problemas prácticos que puedan resolverse de forma
 312 manual y además con apoyo de tecnología computacional, como son los sistemas de
 313 álgebra computacional y motores de conocimiento. La incorporación de herramientas
 314 de cómputo da a los estudiantes mejores prospectivas de ingresos en el campo laboral,
 315 de acuerdo al estudio de Torres & Ochoa (2018).

317

Agradecimientos

318

320 Los autores agradecen el apoyo a la Secretaría de Posgrado e Investigación de la
 321 Facultad de Estudios Superiores Acatlán, a través del Proyecto PAIDI/009/20.

322

Índice de referencias

Libros

- 325 • Anthony, M., & Biggs, N. (2001). *Matemáticas para la economía y las finanzas: Una introducción*. Madrid: Cambridge University Press.
- 326 • Bernardello, A. (2004). *Matemáticas para economistas con Excel y MATLAB*. Buenos Aires: Omicron System.
- 327 • Chiang, A., & Wainwright, K. (2006). *Métodos fundamentales de economía matemática*. México: McGrawHill.
- 328 • Lomelí, O. H. E., & Rumbos, P. I. B. (2003). *Métodos dinámicos en economía: Otra búsqueda del tiempo perdido*. México, D.F: Thomson.

- 333 • Sotelo, N. J. (2003). *Teorías y modelos macroeconómicos*. Madrid: Esic.
334 • Sydsaeter, K., & Hammond, P. (1998). *Matemáticas para el análisis económico*.
335 Madrid: Prentice Hall.

336 **Revistas**

- 337 • Torres García, A. J., & Ochoa Adame, G. L. (2018). Desigualdad salarial
338 asociada al uso de las TIC en México: un análisis por ocupaciones. *Cuadernos*
339 de *Economía*, 37(74), 353-390.

340

341 **Información en línea**

- 342 • Navarrete Pérez, Karina. (2013). Enseñanza teórica y aplicada de la economía.
343 *Economía UNAM*, 10(29), 124-130. Recuperado en 27 de febrero de 2020, de
344 http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-952X2013000200008&lng=es&tlang=es.

345

346

Congreso Internacional

Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

MÉTODO PREDICTIVO BASADO EN REGRESIÓN LINEAL IMPLEMENTADO EN R

Valentín Roldán Vázquez^{1*}, José Isaac Sánchez Guerra², Domingo Márquez Ortega³,
María Guadalupe Vázquez Salazar⁴, Hugo Sánchez Nava⁵.

^{1, 2, 3, 4, 5} Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM. Km 2.5 carretera
Cuautitlán-Teoloyucan, San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcalli, Estado de México.
C.P. 54714.

IM-POAV083

Resumen

El objetivo del análisis de regresión es determinar qué relación existe entre una variable dependiente y una o más variables independientes. Para poder determinar esta relación, se debe postular una relación funcional entre las variables. Después se debe estudiar la fuerza de esa relación mediante una medida de asociación denominada coeficiente de relación. Una distribución bidimensional es la más útil para la determinación de la dependencia funcional entre las dos variables X e Y. Si la función es lineal se llama regresión lineal, es decir, requiere la determinación de dos parámetros: la pendiente y la ordenada en el origen de la recta de regresión, $y = ax + b$.

La regresión sirve para determinar el grado de dependencia de las series de valores X e Y, prediciendo el valor Y estimado que se obtendría para un valor X que no esté en la distribución.

Para automatizar los cálculos necesarios se debe crear el algoritmo correspondiente e implementar en algún software, por lo cual se ha utilizado el lenguaje R.

Palabras clave: regresión, lineal, variable, dependiente, independiente, predicción.

1. Introducción

El concepto de regresión se utilizó por primera vez en Galton (1889). En sus estudios sobre genética, descubrió que los hijos de los padres altos tienden a ser más bajos que sus padres y los hijos de padres bajos, tienden a ser más altos que sus padres; a este fenómeno se le conoce como regresión hacia la medianía o a la media.

El propósito de la regresión es el poder predecir el valor de una variable dependiente a partir de una o varias variables independientes.

El análisis de regresión se utiliza para definir una ecuación de estimación; es decir, una fórmula matemática que permita relacionar las variables conocidas con las desconocidas que establezca un patrón de relación entre ellas, mientras que el

* Autor para la correspondencia. E-mail: valrvaz@gmail.com Tel. 55-41-44-45-25

42 análisis de correlación se usa para determinar el grado de relación que hay entre las
43 variables.

44
45 Existen diferentes tipos de regresión lineal, cuya clasificación se determina por el
46 número de sus parámetros:

- 47
- 48 • Regresión lineal simple. Establece una ecuación para encontrar el valor de
49 una variable dependiente a partir de una variable independiente: $Y = f(X)$.
 - 50
 - 51 • Regresión lineal múltiple. Permite establecer una ecuación que determina el
52 valor de una variable dependiente que está en relación al valor de dos o más
53 variables independientes: $Y = f(X, W, Z)$.

54
55 Este trabajo se enfoca en la Regresión lineal simple a partir de distribuciones
56 bidimensionales.

57
58 Distribuciones bidimensionales: Son aquellas en las que se estudian de manera
59 simultánea dos variables para cada individuo de una población, por ejemplo: peso y
60 estatura de los habitantes de una región, volumen y presión en un experimento
61 específico de química, etc. Cada par de variables se puede representar como un
62 punto en el plano cartesiano (x_i, y_i) y se obtiene como resultado un diagrama de
63 dispersión.

64
65 El diagrama de dispersión es una herramienta que se usa para obtener de manera
66 gráfica la forma en que se relacionan dos variables.

67
68 Existen diferentes coeficientes de correlación, entre otros se pueden mencionar:
69 coeficiente de Pearson, Rho de Spearman, y Tau de Kendall. Independientemente
70 del coeficiente de correlación, todos varían entre -1 y 1, donde -1 se interpreta como
71 una relación negativa perfecta, 1 es una relación positiva perfecta y 0 indica que no
72 existe relación entre las variables ver fig. (1).

73
74 El coeficiente de Pearson se usa con variables cuantitativas que preferentemente
75 tengan una distribución normal, el de Spearman se emplea con datos ordinales, de
76 intervalo (no es un método paramétrico), y el de Kendall es otro método no
77 paramétrico cuando se trabaja con rangos. En este trabajo se ocupa el coeficiente de
78 correlación de Pearson.

79

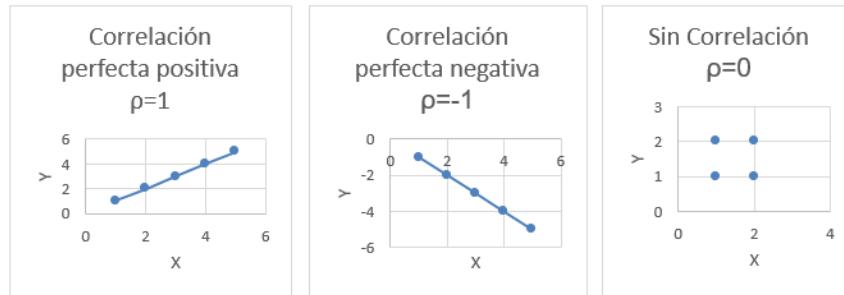


Figura 1. Tipos de correlación.

Por otro lado, R es un sistema para análisis estadísticos y gráficos creado por Ross Ihaka y Robert Gentleman (Ihaka y Gentleman, 1996), se distribuye gratuitamente bajo los términos de la “GNU Licencia Pública General”. Está disponible principalmente para Unix y Linux como código fuente, o como archivos binarios pre-compilados para Windows, ya sea desde las fuentes o binarios pre-compilados, se distribuyen desde el sitio de internet “The R Project for Statistical Computing” (The R Foundation, 2020) junto con las instrucciones de instalación.

R tiene muchas funciones para realizar análisis estadísticos y gráficas que se pueden guardar en varios formatos (jpg, png, bmp, ps, pdf, emf, pictex, xfig; dependiendo del sistema operativo). Los resultados de análisis estadísticos que se muestran en la pantalla y algunos resultados intermedios (coeficientes de regresión) se pueden guardar, exportar o ser utilizados en análisis posteriores, razón por la que se eligió para este trabajo.

2. Desarrollo

a) Se propone un caso de estudio en el que se proporciona una distribución bidimensional que consta de las calificaciones obtenidas en un examen diagnóstico aplicado a un grupo de nuevo ingreso de 15 alumnos en el cual se evaluó su habilidad verbal (x) y su habilidad matemática (y) ver fig. (2).

106
 107
 108
 109
 110
 111
 112
 113
 114
 115
 116
 117
 118
 119
 120
 121
 122
 123
 124
 125
 126

| Habilidad Verbal (x) | Habilidad Matemática (y) |
|----------------------|--------------------------|
| 1 | 4 |
| 2 | 1 |
| 3 | 3 |
| 4 | 2 |
| 4 | 4 |
| 5 | 4 |
| 5 | 7 |
| 6 | 4 |
| 6 | 6 |
| 7 | 4 |
| 7 | 6 |
| 8 | 7 |
| 9 | 10 |
| 10 | 9 |
| 10 | 10 |

Fig. (2) Distribución bidimensional.

b) Se obtiene la gráfica de dispersión con R fig. (3) y se muestran las instrucciones con las que se obtuvo fig. (4).

127
 128
 129

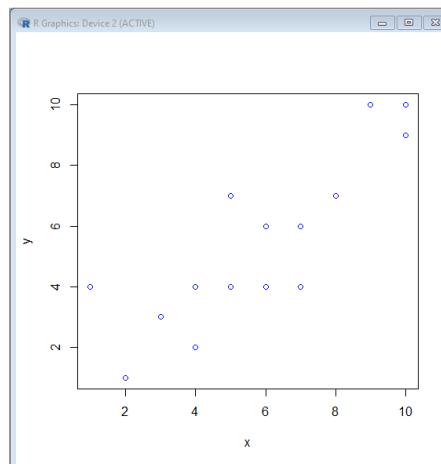


Fig. (3) Gráfica de dispersión obtenida en R.

```
> #-----  

> #      Descripción: Se obtiene la gráfica  

> #      de dispersión a partir de la distribución binomial  

> x<-c(1,2,3,4,4,5,5,6,6,7,7,8,9,10,10)  

> y<-c(4,1,3,2,4,4,7,4,6,4,6,7,10,9,10)  

> plot(x,col="blue",y)
```

130
 131
 132

Fig. (4) Instrucciones para obtener una gráfica de dispersión.

133 c) Se obtiene una función de regresión lineal usando instrucciones de R fig. (5),
 134 además de su gráfica fig. (6, en color rojo) y el coeficiente de correlación de Pearson
 135 fig. (7). Dicha función, para la distribución dada en la Figura 2, es: $y = 1.2732 +$
 136 $0.8383x$.

137

```
> reg_lin <- lm(x ~ y)
> lm(formula = x ~ y)

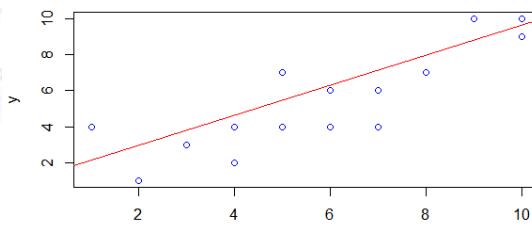
Call:
lm(formula = x ~ y)

Coefficients:
(Intercept)          y
1.2732        0.8383

## Se grafica la función y=1.2732+0.8383x
> abline(reg_lin, col="red")
```

138
139
140

Fig. (5) Instrucciones para obtener una función de regresión lineal.



141
142
143

Fig. (6) Gráfica de una función de regresión lineal.

144
145
146
147
148
149

```
# Se obtiene el coeficiente de Correlación de Pearson
> cor(x,y,method="pearson")
[1] 0.8430039
```

Fig. (7) Obtención del coeficiente de correlación de Pearson.

d) Se utiliza la función obtenida para hacer predicciones de valores que no se encuentran en la tabla de dispersión fig. (8).

```
# Se crea la función para la variable y
> y<-function(x)
{return(1.2732+.8383*x)}

# Se evalúa para valores de x que no están en la
# tabla de distribución binomial
> y(7.5)
[1] 7.56045
> y(7.5)
[1] 7.56045
> y(9.3)
[1] 9.06939
```

150
151
152

Fig. (8) Obtención de predicciones a partir de una función de regresión lineal.

153 3. Resultados y análisis

154

155 La regresión lineal es una herramienta matemática muy útil al momento de predecir
156 el valor de una variable que forma parte de una distribución bidimensional,
157 especialmente cuando dicho valor no se contiene en la distribución que sirve de base
158 para realizar dicha regresión. Esta predicción se complementa con el cálculo del
159 coeficiente de correlación correspondiente, que indica el grado de correlación que
160 existe entre dichas variables y da una medida de la fuerza de la predicción.

161

162 4. Conclusiones

163

164 El uso de software para la resolución de problemas matemáticos nos permite ahorrar
165 tiempo en el desarrollo de los algoritmos y permite ocupar ese tiempo en la
166 interpretación de los datos obtenidos por dichos algoritmos.

167

168 La elección del software para resolver un problema en particular también es
169 importante porque, a pesar de haber una gran variedad, hay software específico para
170 la resolución de cierto tipo de problemas. En nuestro caso se eligió el software R por
171 ser dedicado al análisis estadístico, siendo ésta la naturaleza de nuestro problema.

172

173 5. Referencias.

174

175 Libros

- 176 • Galton, F. (1889). *Natural Inheritance*. Londres: MacMillan.

177

178 Revistas

- 179 • Ihaka R. y Gentleman R. (1996). R: a language for data analysis and graphics.
180 *Journal of Computational and Graphical Statistics* 5, 299 – 314.

181

182 Información en línea

- 183 • The R Foundation (2020). *The R Project for Statistical Computing*. Recuperado
184 el 23 de enero de 2021, de: <https://www.r-project.org/>

ANÁLISIS ESTADÍSTICO PARA VALIDAR LA METODOLOGÍA ANALÍTICA DE SODIO Y POTASIO EN AGUA DE LLUVIA

Frida María León Rodríguez*, Armando Aguilar Márquez, Omar García León, Miguel
de Nazareth Pineda Becerril

Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán

¹Carretera Cuautitlán-Teoloyucan Km 2.5, Estado de México

AP-POAI087

Resumen

En este trabajo se presentan las pruebas de análisis estadístico para validar la metodología experimental de cuantificación de sodio (Na) y potasio (K) presentes en agua de lluvia ácida de la ZMCM, mediante el análisis instrumental por espectrofotometría de absorción atómica (EPA).

Para evaluar el método analítico se aplicaron algunos parámetros estadísticos; tales como linealidad, exactitud y precisión en la determinación de ambos cationes.

Para ambos elementos se cumplió con la condición de que el coeficiente de correlación fuera mayor de 0.98, lo que implica que el método es lineal. La precisión fue evaluada con soluciones estándares, encontrando en ambos casos que son reproducibles. Para evaluar la precisión, se prepararon 10 soluciones del tercer estándar de la curva de calibración, analizándolo el mismo día, mismo analista, equipo y laboratorio, encontrando para ambos analíticos que el método es preciso. En el caso de la exactitud se prepararon soluciones de Sodio cuya concentración fue de 0.0750 ppm, mientras que para el Potasio soluciones de concentración 0.250 ppm. Despues de la lectura de las muestras y realizar los cálculos estadísticos respectivos se encontró que el método es exacto.

Los límites de detección (LD) y cuantificación (LC) se obtuvieron a través de los intervalos de trabajo, encontrando confiabilidad debido a que se llevó a cabo el estudio de comportamiento de las curvas de calibración.

Con todo lo anterior se concluyó que se validó el método de análisis para los cationes sodio y potasio, contenidos en lluvia ácida por medio de espectrofotometría de absorción atómica.

Palabras Clave: Validación, iones, lluvia, exactitud, precisión, linealidad.

^{1*} Autor para la correspondencia. E-mail: fridam@unam.mx

40 **Introducción.**

41 El pH del agua de lluvia es en forma natural de 6.352 debido a la presencia de ácido
42 carbónico formado por el bióxido de carbono y humedad atmosférica. El término de
43 lluvia ácida se emplea para describir lluvia con pH menor a 5.
44 La lluvia es un mecanismo natural de limpieza de la atmósfera, que remueve; las
45 partículas, aerosoles, gases y casi todos los compuestos que han sido introducidos en
46 la atmósfera por diferentes fuentes de emisión.

47
48 La formación de lluvia ácida se debe principalmente a la presencia de ácido sulfúrico
49 generado primordialmente por erupciones volcánicas y el uso de combustibles fósiles,
50 mientras que la formación de ácido nítrico es causada por la contaminación
51 atmosférica del tránsito vehicular.

52
53 La lluvia ácida es un fenómeno que ha surgido alrededor de los centros urbanos e
54 industriales, no obstante, sus efectos no se limitan únicamente a esta área, sino que
55 se extienden a miles de kilómetros de su origen.

56
57 El sodio y potasio presentes en las partículas atmosféricas, pueden neutralizar las
58 cargas negativas de los iones Sulfato y Nitrato, para formar sales solubles que
59 finalmente son depositadas en los suelos.

60
61 En este trabajo se presentan las pruebas de análisis estadístico para validar la
62 metodología experimental y cuantificar sodio (Na) y potasio (K) presentes en agua de
63 lluvia ácida de la ZMCM, mediante el análisis instrumental por espectrofotometría de
64 absorción atómica (ASTM).

65
66 Para evaluar el método analítico en la determinación de ambos cationes se aplicaron
67 algunos parámetros estadísticos básicos, tales como linealidad, exactitud y precisión
(Miller).

68

69

70

71 **Metodología.**

72 La recolección de muestras se llevó a cabo con un embudo acoplado a botellas de
73 polietileno, se obtuvo un depósito húmedo y otro seco, cada botella con muestra de
74 agua de lluvia, se sellaron, etiquetaron y colocaron en una hielera, las muestras deben
75 refrigerarse durante su traslado al laboratorio. Para su análisis se procedió a filtrarlas
76 con papel filtro; conservándose en refrigeración a 4°C hasta su análisis.

77

78 Para poder realizar las lecturas en las muestras se procedió a construir una curva de
79 calibración, leyendo la absorbancia de las soluciones de diferentes concentraciones
80 para cada elemento, encontrando un coeficiente de correlación de 0.999.

81



82
83
84

Tabla1. Lecturas de absorbancia para curva de calibración

| Elemento | | 1 | 2 | 3 | 4 |
|----------|-----|------|------|------|------|
| Sodio | ppm | 0.25 | 0.50 | 0.75 | 1.00 |
| Potasio | ppm | 0.10 | 0.25 | 0.50 | 1.00 |

85

86 Previamente calibrado el equipo de absorción atómica, se verificó su estabilidad,
87 analizando 10 muestras con agua, para comprobar la línea base y tres lecturas con la
88 solución número 3 de la curva de calibración. Entre cada lectura se lavaron las celdas
89 con agua bidestilada. Si el promedio de lectura no varía más del 5% con el valor de
90 absorbancia obtenida en la curva, se continúa con el análisis.

91

92 1.- Linealidad.

93 Para evaluar la linealidad se prepararon 12 soluciones de diferentes concentraciones,
94 las cuales se analizaron el mismo día por el mismo analista. Se abarcó un intervalo de
95 concentraciones de 0.001 a 3.0 para Sodio y de 0.01 a 3 ppm para Potasio.

96

97 2.-Intervalo de Trabajo.

98 Para determinar el intervalo de trabajo, se prepararon 6 soluciones de cada estándar
99 de la curva de calibración para cada elemento, con 4 concentraciones diferentes, se
100 leyeron en el espectrofotómetro de Absorción Atómica, verificando que el coeficiente
101 de regresión fuera mayor de 0.999.

102

103 3.- Exactitud.

104 En el caso de la exactitud se prepararon 10 soluciones de Sodio cuya concentración
105 fue de 0.0750 ppm, mientras que para el Potasio se prepararon 12 soluciones de
106 concentración 0.250 ppm.

107

108 4.- Precisión.

109 Para evaluar la precisión se prepararon 10 soluciones del tercer estándar de la curva
110 de calibración con 4 estándares y un blanco. El mismo día se analizó con el mismo
111 equipo y laboratorio. El equipo se calibró previamente, se leyeron los estándares, y
112 verificó que el coeficiente de regresión fuera mayor de 0.999; al analizar los blancos y
113 muestras se realizaron tres lecturas para cada uno.

114

115 Los límites de detección y cuantificación se obtuvieron a través de los intervalos de
116 trabajo, se encontró confiabilidad ya que se llevó a cabo el estudio de comportamiento
117 de las curvas de calibración.

118

119



120 **Resultados y Análisis.**

121 El intervalo lineal y el de trabajo, arrojan un resultado confiable con el que se puede
122 trabajar, ya que cumple con la condición de un coeficiente de correlación mayor de
123 0.98 y una gran correlación entre la concentración y absorbancia para ambos cationes.

124
125 Con el sodio el intervalo más apropiado es de 0.25 a 1.0 ppm, con la posibilidad de
126 que si se requiere puede ser hasta de 1.5 ppm; en este intervalo se obtiene un
127 coeficiente de correlación de 0.999 y se generó la siguiente ecuación de la recta $0.0140 + 0.4472x$, con un coeficiente de correlación de $r^2=0.9998$.

128
129
130 Con el potasio, el intervalo de trabajo seleccionado es de 0.1 a 1.0 ppm, teniendo
131 flexibilidad de alcanzar 2.0 ppm. La ecuación de la recta que se generó en este
132 intervalo fue de $0.0014+0.25178x$ con un coeficiente de correlación de $r^2=0.9999$.

133
134 Como el coeficiente de correlación para ambos iones tiende a 1, se deduce que la
135 recta es casi perfecta y que existe una correlación directa entre la concentración y la
136 absorbancia que es lineal y muy significativa.

137
138 Los valores t_{cal} de ambos elementos para la ordenada al origen, para H_0 (donde $\alpha = 0$)
139 se rechaza, es decir que los datos son dependientes, que hay una relación que es
140 significativa y que los valores para la ordenada al origen no parten de cero.

141
142 Con la precisión se comprobó que, al analizar la desviación estándar y el porcentaje de
143 la misma, cumple con ser menor de 5%, en resumen, los resultados para ambos
144 elementos son precisos, ya que la desviación estándar y el porcentaje de la desviación
145 estándar relativa cumplen con esta condición.

146
147 Al evaluar la exactitud, de los dos cationes, los valores de t_{cal} se encuentran dentro del
148 intervalo del criterio de aceptación, por lo tanto la hipótesis H_0 donde m es 0.075 y
149 0.025 respectivamente, cumplen con un nivel de significancia del 95%.

150
151 Los límites de detección y cuantificación se obtuvieron a través de los resultados de
152 intervalo de trabajo, encontrando confiabilidad debido a que se lleva cabo el estudio
153 de comportamiento de las curvas de calibración.

154

155

156

157

158 **Tabla 2. Límites de detección y cuantificación de sodio y potasio**

159

| Ión | LD (ppm) | LC (ppm) |
|---------|----------|----------|
| Sodio | 0.015 | 0.052 |
| Potasio | 0.012 | 0.039 |

160 **Conclusiones**

161

162 Al valorar el diseño experimental anterior, se concluye que se validó el método de
163 análisis para los cationes sodio y potasio, contenidos en lluvia ácida por medio de
164 espectrofotometría de absorción atómica.

165

166 **Bibliografía**

- 167 • Miller James N., Miller Jane C.,(2002), Estadística y Quimiometría para
168 Química Analítica, Prentice Hall, 4^a Edición.

169 **Referencias**

- 170 • ASTM, Determination of Calcium, Magnesium, Potassium and Sodium in
171 Atmospheric Wet Deposition by Flame Atomic Absorption Spectrophotometry.
172 • EPA Method 273.1.- Sodium, Atomic Absorption Spectrophotometry.

Congreso Internacional

Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

1 APLICACIÓN DE UN SISTEMA DE FUERZAS, UNA OPORTUNIDAD 2 DE RELACIONAR ESTÁTICA Y ÁLGEBRA LINEAL

3
4 Eduardo Carrizales Ramírez¹, Carlos Oropeza Legorreta^{2,*} y Jorge Altamira Ibarra³
5
6 ¹Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, Km. 2.5 carretera Cuautitlán
Teoloyucan, San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcalli, Estado de México.

7
8 AP-POAV088
9

10 Resumen

11
12 *En ingeniería la experimentación es fundamental, donde la observación es considerada como un primer
13 nivel de ésta ya sea de un fenómeno reproducido en clase o laboratorio. Se alcanza un segundo nivel
14 cuando se incluye la medición de alguna variable del sistema para efectos de comprobación y un tercero
15 cuando se es capaz de elaborar el modelo matemático del fenómeno estudiado con base a datos
16 experimentales provenientes de mediciones directas e indirectas.*

17 *No obstante, la Estática como parte de la Mecánica clásica y el Álgebra Lineal, aún en el nivel
18 universitario (carreras de ingeniería), frecuentemente se imparten en un marco eminentemente teórico
19 y ocasionalmente alejado de toda práctica experimental que corrobora y consolida la comprensión y
20 dominio de dichas asignaturas.*

21 *Con el propósito de contribuir a la ruptura de dicha situación, nuestro trabajo tiene como objetivo
22 presentar la descripción y funcionamiento de un modelo físico que toma como base a la
23 experimentación, misma que es característica inherente a la ciencia física en particular de la estática,
24 quien a su vez estudia básicamente las fuerzas y sus efectos sobre los cuerpos. Mostramos el análisis
25 de descomposición de fuerzas con el apoyo de la herramienta matemática estudiada en álgebra lineal
26 y como resultado se obtiene un sistema de ecuaciones que describe el comportamiento para un caso
27 real en 3 dimensiones de un sistema de fuerzas en equilibrio. En el estudio se logran contrastar los
28 resultados teóricos y experimentales, es importante destacar que el modelo físico puede ser utilizado
29 por los estudiantes en el laboratorio y se plantea utilizar software matemático para la verificación de los
30 cálculos realizados.*

31
32 **Palabras clave:** aplicación, fuerzas, relacionar, estática, álgebra lineal.
33

34 1. Introducción

35
36 El ser humano ha estado sobre la Tierra desde hace miles de años y desde entonces
37 ha empezado a hacer ciencia. Desde un principio el ser humano descubrió las primeras
38 regularidades y relaciones en la naturaleza, así fue aprendiendo más y más acerca de
39 su comportamiento. Todos los conocimientos forman parte de la ciencia, pero la parte
40 principal está formada por los métodos que se usan para adquirir esos conocimientos.
41 Los planes de estudio para carreras de ingeniería contemplan la asignatura de
42 álgebra lineal y esta asignatura a su vez solicita el análisis de
43

¹ Autor para la correspondencia. E-mail: coropeza96@hotmail.com

44 aplicaciones. Por ello en este documento el reporte centra su atención específicamente
45 en la compresión y aplicación de fuerzas en un cuerpo o estructura rígida
46 conceptualizada como momento, para el estudio se define como el producto vectorial
47 de un vector fuerza por un vector brazo. Dependiendo la dirección de la fuerza, el
48 momento resultante será un vector el cual tendrá un sentido aplicado a un cuerpo o
49 superficie para mantenerlo en equilibrio, este concepto lo hemos visto en cursos de
50 bachillerato pero ahora se vuelve un tanto más complicado porque en ingeniería las
51 bases de física forman parte del estudio de la estática, mediante el equilibrio de fuerzas
52 en los sistemas físicos en equilibrio estático, también se incluye la representación
53 matricial del sistema de ecuaciones lineales interpretado como una combinación lineal.
54 Ahora bien, cuando tenemos una estructura que no se encuentra en equilibrio
55 aplicamos una serie de fuerzas con una cierta dirección y sentido implícito al punto de
56 apoyo para obtener un sistema de fuerzas. Es importante mencionar la importancia de
57 utilizar la tecnología para realizar los diagramas de cuerpo libre y la verificación de la
58 solución de los sistemas de ecuaciones por el método de Gauss Jordán.

Congreso Internacional Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

2. Metodología o desarrollo

Fundamentos Teóricos

63 La física más que una rama de las ciencias físicas, es la más fundamental de las
64 ciencias, estudia la naturaleza de realidades básicas como el movimiento. En
65 mecánica se tratan problemas relacionados con la descripción del movimiento de un
66 objeto en el espacio, por lo que se requiere un método para conocer la posición de ese
67 objeto.

68 Cuando se consideran problemas mecánicos bidimensionales en el que todas las
69 fuerzas y magnitudes vectoriales son coplanares, el cálculo de momentos se simplifica
70 notablemente considerando los aspectos siguientes. Según Pérez (2014), las bases
71 fundamentales para aplicar un momento a un cuerpo o estructura, se realiza mediante
72 las condiciones de equilibrio de un sólido, está por medio de una propiedad clave del
73 equilibrio basada en un punto de aplicación de las fuerzas, las cuales alteren el estado
74 de equilibrio del cuerpo, siempre que las fuerzas se mantengan en su línea de acción
75 original. El álgebra de vectores deslizantes es la herramienta básica a emplear cuando
76 se trata de analizar el equilibrio de un cuerpo. Las condiciones de equilibrio estático
77 son pocas y sencillas. Se reducen siempre y cuando exista un equilibrio en el sistema
78 de fuerzas que actúan es un sistema nulo. Es decir, el sistema de vectores deslizantes
79 que representa a las fuerzas debe tener resultante y presentar un momento nulo. Para
80 identificar si la fuerza aplicada es positiva o negativa se realiza mediante el sistema
81 derecho de coordenadas, esta teoría de álgebra vectorial se usa en un sistema de
82 coordenadas y se observa el sentido de rotación que tiende a producir un cuerpo. Si
83 la fuerza provoca que el cuerpo gire en sentido horario (movimiento de las manecillas
84 del reloj) la fuerza será

85
86

negativa, pero cuando el giro del cuerpo es en sentido anti horario (sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj) se le considerará con signo positivo.
Tercera ley de newton. Una fuerza intenta provocar un desplazamiento o deformación en el cuerpo sobre el que se aplica. La estructura tratará de impedir el movimiento o la deformación, contraponiéndole una fuerza del mismo valor (módulo), misma dirección y de sentido contrario. Sin embargo, en muchas ocasiones el punto de aplicación de la fuerza no coincide con el punto de aplicación en el cuerpo. En este caso la fuerza actúa sobre el objeto y su estructura a cierta distancia, mediante un elemento que traslada esa acción de esta fuerza hasta el objeto.

Metodología

Los alumnos de la carrera de Ingeniería Industrial de la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, conforme a su plan de estudios se llevaron a cabo ciertas actividades en las que se utilizan conceptos básicos de física retomados del bachillerato, mediante la aplicación de métodos y conceptos teóricos de las materias de física, álgebra y estática. Se realizaron un par de sesiones que sirvieron para recordar dichos conceptos, además de informar sobre las nuevas definiciones y métodos que se obtienen de dichas materias durante el proceso del estudio realizado, se empleó un sistema de ecuaciones lineales y este a su vez se resolvió mediante el método llamado Gauss Jordan, los diagramas de cuerpos libres realizados en diferentes softwares, ayudaron para tener una mejor perspectiva tanto cualitativa como cuantitativa sobre los conceptos relacionados con las materias referidas anteriormente de esta manera se espera alcanzar que los cursos tengan un significado más profundo al utilizar las ventajas del avance tecnológico actual, esto con el fin de hacer más didácticas las clases y aumentar el interés del estudiante.

Resultados o avances

Esta sección pretende proporcionar una descripción general de los procedimientos realizados por algunos de los estudiantes que han participado en el proyecto a través de ejercicios. En los desarrollos se puede apreciar la aplicación de conceptos de física, combinación lineal de matrices y ecuaciones lineales, para llevar a cabo el equilibrio de cuerpos o estructuras mediante la aplicación de momentos ejercidos sobre superficies rígidas, en el análisis se planteó el diagrama de cuerpo libre, se plantearon las ecuaciones de equilibrio con lo que se forma un sistema de ecuaciones lineales y finalmente se resuelve por el método de Gauss Jordan de manera tanto analítica como verificando los resultados con tecnología. Con respecto a la parte gráfica también se hizo uso de las herramientas tecnológicas.

Sistemas de fuerzas tridimensionales.

De manera general la condición necesaria y suficiente para el equilibrio de una partícula es:

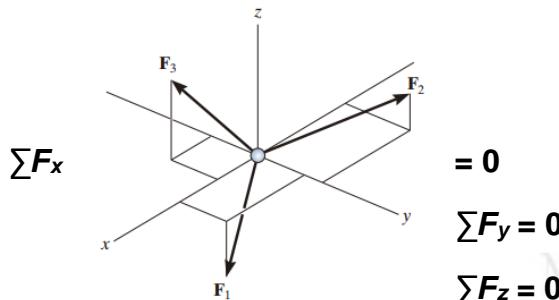
$$\sum \mathbf{F} = \mathbf{0}$$

129

130 En el caso de un sistema de fuerza tridimensional, como el de la fig. (1), podemos
 131 descomponer las fuerzas en sus respectivas componentes \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} , de manera que $\sum F_x \mathbf{i}$
 132 + $\sum F_y \mathbf{j} + \sum F_z \mathbf{k} = \mathbf{0}$. Para satisfacer esta ecuación se requiere que:

133

134



139

140

Fig. (1) Presentación de fuerzas en tercera dimensión.

141 Las tres ecuaciones establecen que la suma algebraica de las componentes de todas
 142 las fuerzas que actúan sobre la partícula a lo largo de cada uno de los ejes de
 143 coordenadas debe ser igual a cero.

144

145 En la fig. (2) se muestra un sistema de 4 fuerzas, de las cuales se conoce la masa (\mathbf{m})
 146 del cuerpo colgante y desconocen las tensiones \mathbf{TB} , \mathbf{TC} y \mathbf{TD} , por lo que el enunciado
 147 pide determinar la magnitud de dichas fuerzas de manera que la partícula se mantenga
 148 en equilibrio.

149

150

151

152

153

154

155

156



157 Fig. (2) Sistema de cuatro fuerzas elaborado por ingenieros del laboratorio de física.

158 Procedimiento para el análisis.

159 Los problemas de equilibrio de fuerzas tridimensionales para una partícula pueden
 160 resolverse bajo el siguiente procedimiento.

161

162 Diagrama de cuerpo libre.

- 163 ➤ Establezca los ejes x , y , z en cualquier orientación adecuada.
- 164 ➤ Rotule todas las magnitudes y direcciones de las fuerzas conocidas y
 165 desconocidas sobre el diagrama.
- 166 ➤ El sentido de una fuerza que tenga magnitud desconocida puede suponerse.

167

168 Ecuaciones de equilibrio.

- 169 ➤ Use las ecuaciones escalares de equilibrio, $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$, $\sum F_z = 0$, en los casos
 170 donde sea fácil descomponer cada fuerza en sus componentes x , y , z .
- 171 ➤ Si la geometría tridimensional le parece difícil, entonces exprese primero cada
 172 fuerza como un vector cartesiano en el diagrama de cuerpo libre, sustituya esos
 173 vectores en $\sum \mathbf{F} = \mathbf{0}$ y, después, iguale a cero las componentes i , j , k .
- 174 ➤ Si la solución para una fuerza da un resultado negativo, ello indica que el sentido
 175 de la fuerza es el inverso del mostrado en el diagrama de cuerpo libre.

176

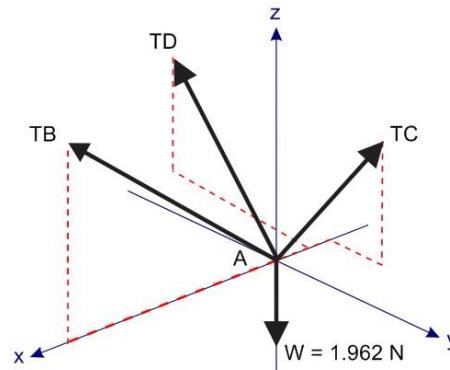
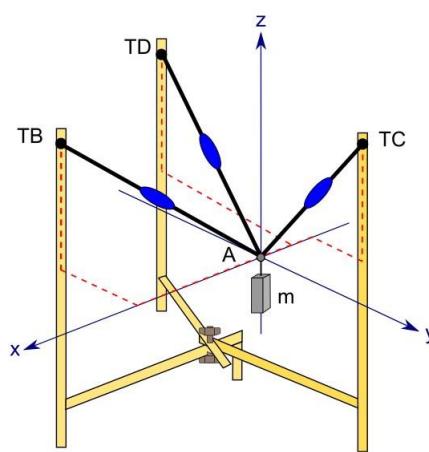
177 Durante la formación académica existen múltiples estrategias de trabajo, una de las
 178 más importantes, es cuando el estudiante tiene la libertad de plasmar sus ideas con la
 179 finalidad de tener una perspectiva más propia en el desarrollo de su trabajo, a base de
 180 pruebas y errores, que durante el proceso mejorara, con la finalidad de obtener los
 181 resultados deseados, en el ejemplo 1 se desarrolla la planificación de una estructura
 182 o cuerpo rígido, que por medio de ecuaciones mantendrán en equilibrio dicha
 183 estructura (Hibbeler, 2016).

184

185 **Ejemplo 1:** Determinar la tensión medida en los dinamómetros TB (20, 0.0, 16) cm,
 186 TC (-22, 18, 13) cm y TD (-15, -19, 21) cm, para mantener el equilibrio del cuerpo
 187 colgante de masa 200 gramos en el punto A (0.0, 0.0, 0.0) cm.

188

189



197 Fig. (3) Diagrama de cuerpo libre y la representación de las fuerzas que se proporcionan.

198

199

200 Solución:

- 201 • Realizamos el diagrama de cuerpo libre d.c.l. y anotamos tanto las tensiones
202 conocidas como las desconocidas.
- 203 • Convertir las coordenadas a metros y obtener el peso de la masa colgante en
204 Newton.

205 Tomamos un punto de referencia en este caso como origen de coordenadas en donde
206 concurren todas las fuerzas A (0.0, 0.0, 0.0)

207 Tab. 1 Análisis de la descomposición de las fuerzas que interviene en el sistema.

| | | Fuerza | Coordenadas (m) | | |
|---------------|----|--------|-----------------|-------|------|
| | | | x | y | Z |
| Origen | A | | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| Tensión en B | TB | ? | 0.20 | 0.00 | 0.16 |
| Tensión en C | TC | ? | -0.22 | 0.18 | 0.13 |
| Tensión en D | TD | ? | -0.15 | -0.19 | 0.21 |
| masa (gramos) | M | 200 | | | |
| Peso (Newton) | W | 1.962 | | | |

208

| | | Vector de posición | | |
|----------------|-------|--------------------|--------|-------|
| r ₁ | ? | 0.200 | 0.000 | 0.160 |
| r ₂ | ? | -0.220 | 0.180 | 0.130 |
| r ₃ | ? | -0.150 | -0.190 | 0.210 |
| W | 1.962 | | | |

| Cuadrado | | | Suma | Raíz |
|----------|-------|-------|--------|-------|
| 0.040 | 0.000 | 0.026 | 0.0656 | 0.256 |
| 0.048 | 0.032 | 0.017 | 0.0977 | 0.313 |
| 0.023 | 0.036 | 0.044 | 0.1027 | 0.320 |
| | | | | |

209

210 $\mathbf{TB} = TB \left[\frac{0.20i + 0.0j + 0.16k}{\sqrt{(0.20^2) + (0.0^2) + (0.16^2)}} \right] = 0.781 \mathbf{TBI} + 0.000 \mathbf{TBJ} + 0.625 \mathbf{TBK}$

211 $\mathbf{TC} = TC \left[\frac{-0.22i + 0.18j + 0.13k}{\sqrt{(-0.22^2) + (0.18^2) + (0.13^2)}} \right] = -0.704 \mathbf{TCI} + 0.576 \mathbf{TCJ} + 0.416 \mathbf{TCK}$

212 $\mathbf{TD} = TD \left[\frac{-0.15i - 0.19j + 0.21k}{\sqrt{(-0.15^2) + (-0.19^2) + (0.21^2)}} \right] = -0.468 \mathbf{TDi} + -0.593 \mathbf{TDj} + 0.655 \mathbf{TDk}$

213

214 $\mathbf{W} = (1.962\mathbf{k}) \text{ N}$

215 REORDENANDO: Obtenemos un sistema de ecuaciones lineales con tres incógnitas.

216 Al igualar a cero las respectivas componentes i, j, k se tiene:

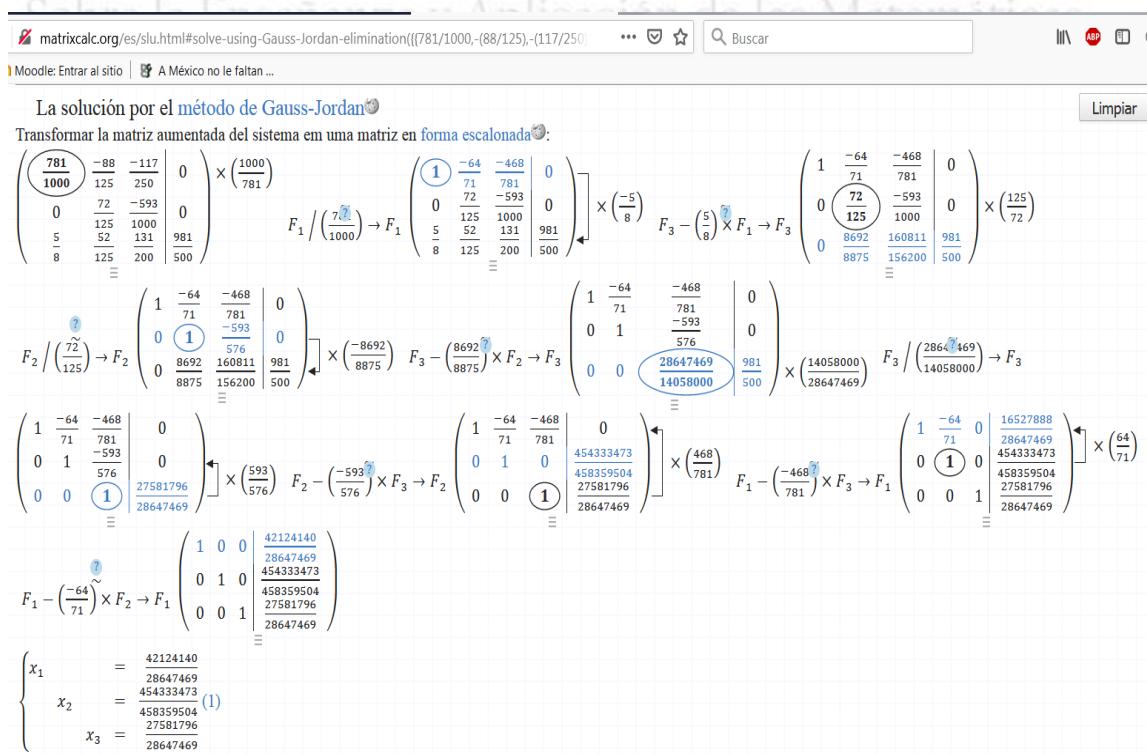
217

$$\sum F_x = 0 \quad 0.781 \mathbf{TBi} \quad -0.704 \mathbf{TCi} \quad -0.468 \mathbf{TDi} = 0.000$$

$$\sum F_y = 0 \quad 0.000 \mathbf{T Bj} \quad 0.576 \mathbf{TCj} \quad -0.593 \mathbf{TDj} = 0.000$$

$$\sum F_z = 0 \quad 0.625 \mathbf{TBk} \quad 0.416 \mathbf{TCk} \quad 0.655 \mathbf{TDk} = 1.962$$

218 Solución de un sistema de ecuaciones lineales con tres incógnitas por el método de
 219 Gauss-Jordan con el uso del software *matrixcalc.org*.



The screenshot shows the matrixcalc.org interface with the URL [matrixcalc.org/es/slu.html#solve-using-Gauss-Jordan-elimination\(\[\[781/1000, -88/125, -117/250\], \[0, 72/125, -593/250\], \[5/8, 52/125, 1000/250\], \[125/8, 131/20, 200/500\]\]\)](https://matrixcalc.org/es/slu.html#solve-using-Gauss-Jordan-elimination([[781/1000, -88/125, -117/250], [0, 72/125, -593/250], [5/8, 52/125, 1000/250], [125/8, 131/20, 200/500]]).). The page displays the step-by-step Gauss-Jordan elimination process for the given system of equations, showing the transformation of the augmented matrix into row echelon form and then reduced row echelon form to find the values of x_1, x_2, x_3 .

220

221

222

Fig. (4) Solución del sistema de ecuaciones con el uso de tecnología.

223 Actualmente la tecnología juega un papel muy importante en el aprendizaje de diversos
224 temas relacionados con matemáticas y sus aplicaciones en ingeniería, porque
225 promueve que el estudiante tenga una visión más amplia en el desarrollo de

226
227 su formación profesional y sus habilidades no solo se ven enmarcadas en ideas, si no
228 en una perspectiva más completa e integral.

229
230 **Análisis**
231

232 Para la solución de problemas de física en las condiciones de reposo de cuerpos bajo
233 la acción de fuerzas, se ha considerado una alternativa importante, relacionar las
234 materias de estática y álgebra lineal, con la finalidad de resolver problemas de
235 aplicación de momentos a un cuerpo o estructura, en el bachillerato llevamos cursos
236 para cada una de estas materias, en este trabajo retomamos esas bases e integramos
237 los conocimientos que se han impartido en la carrera de ingeniería industrial y
238 mecánica, con el objetivo de demostrar que al obtener un sistema de ecuaciones
239 lineales, podemos aplicar un método mucho más práctico llamado Gauss Jordan, para
240 encontrar de una forma más sencilla el valor de todas las fuerzas que se aplican a una
241 estructura o cuerpo rígido para que se mantenga en equilibrio, el software empleado
242 fue de gran utilidad para analizar de una forma más completa cada estructura, así
243 como visualizar y comprobar los resultados que deseábamos obtener.

244
245 **Conclusión:**
246

247 Durante el proceso de formación de un ingeniero específicamente en el área de
248 matemáticas, se estructuran las bases para comprender y analizar de una forma
249 integral las materias que se relacionan con esta área de conocimiento. En el ejemplo
250 proporcionado en este trabajo se pone de manifiesto que, a partir de un modelo real
251 elaborado por personal del laboratorio de física, la relación directa que guardan las
252 asignaturas de estática y álgebra lineal. Estas con frecuencia se imparten de manera
253 aislada y con un excesivo enfoque teórico; la propuesta que ofrecemos consiste en
254 potenciar su relación estrecha y llevar al laboratorio los conceptos afines para su
255 verificación con instrumentos de medición, es decir, conducir a los estudiantes a un
256 escenario de carácter experimental.

257 Un aspecto fundamental que se ha logrado con el desarrollo del proyecto es el trabajo
258 conjunto de varias disciplinas: matemáticas, física y cómputo entre otras. Así que
259 ahora los estudiantes pueden discutir sobre los resultados alcanzados implementando
260 diversas estrategias, conocer la forma de utilizar el prototipo construido y el equipo de
261 medición asociado para tal fin, hacer uso de software como instrumento verificador de
262 resultados analíticos y de corte gráfico.

263 Finalmente, los estudiantes opinan que al trabajar con proyectos multidisciplinarios el
264 interés aumenta, puesto que les resulta sencillo hacer variar los parámetros que
265 caracterizan el prototipo diseñado.

266

267

268 **Bibliografía.**

269

270 Pérez, H. (2014). Física General. México: Grupo Editorial Patria.

271

272 Hibbeler, R. C. (2016). Ingeniería Mecánica. Estática. México: Pearson Educación.

273

274

275

276

277

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

USO DE ARTEFACTOS Y GESTOS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE TIPO GEOMÉTRICO

4 José Luis López Hernández^{1*}
5 Escuela Nacional Preparatoria, Plantel 6.
6 Universidad Nacional Autónoma de México.

7
8 IN-POAP089
9

10 Resumen

11 El estudio de la geometría euclíadiana a nivel medio superior ha sufrido cambios, tanto de contenido
12 curricular, como de la manera en que se abordan dichos temas dentro del salón de clase. La forma
13 tradicional de enseñar conceptos básicos de geometría euclíadiana se apoya en figuras estáticas; sin
14 embargo, ahora con el uso de artefactos digitales en matemática educativa, es posible llevar a cabo el
15 estudio de figuras geométricas desde un enfoque dinámico.

16 En el programa de estudios Matemáticas V de la Escuela Nacional Preparatoria, se espera que el
17 alumno desarrolle habilidades de pensamiento geométrico por medio del análisis y la resolución de
18 problemas, plantea conjetas y valide resultados.

19 Tomando en cuenta las líneas precedentes, se reporta el presente trabajo llevado a cabo por estudiantes
20 de bachillerato al enfrentarse a Actividades en torno al problema de las cuadraturas, en ambientes de
21 lápiz-y-papel y tecnológico (e.g., GeoGebra). Esta investigación es de tipo cualitativo y está apoyada en
22 la Teoría de la Objetivación (Radford, 2015). Los resultados obtenidos del análisis de datos, cuyo acopio
23 se efectuó por medio de videogramaciones, hojas de trabajo y archivos generados con el software
24 GeoGebra, sugieren que el uso de artefactos y gestos ayuda en los procesos de enseñanza y
25 aprendizaje de la geometría, mediante la resolución de problemas de tipo geométrico.

26 **Palabras clave:** Cuadraturas, resolución de problemas, geometría, artefactos, gestos.
27
28

30 1. Introducción

31 El problema de las cuadraturas

32 Durante la Grecia Clásica, gran parte del estudio de la geometría se efectuó por medio
33 de la regla y el compás. Un ejemplo de ello es el problema de las cuadraturas que
34 consiste en construir un cuadrado de área igual a la de un polígono dado y construir,
35 en general, figuras de áreas iguales (Boyer, 1999; Boltanski, 1973; Collette, 2006,
36 entre otros). El problema de las cuadraturas ha despertado en diferentes épocas el
37 interés de investigadores en educación matemática, así como de profesores y
38 estudiantes. Llama la atención el estudio de figuras planas cuya área permanece
39 constante y cuyo perímetro varía (Frederickson, 1997; Galván, 2005; entre otros).

40 El uso de artefactos digitales

41 La utilización de artefactos digitales en el ámbito de la educación matemática ha sido
42 significativa, tanto para la práctica del profesor como para el aprendizaje de los
43 estudiantes. Entre los artefactos digitales en el estudio de figuras geométricas
44 destacan los Software de Geometría Dinámica (SGD), como Cabri o GeoGebra, por

1 Autor y expositor: José Luis López Hernández, jose.lopez@enp.unam.mx. Tel. 55 3728 1092.

45 mencionar algunos. De acuerdo con Moreno y Twigg (2012), estas herramientas
46 tecnológicas median la percepción y el aprendizaje del conocimiento matemático
47 cuando el estudiante aborda problemas de tipo geométrico y los resuelve.
48 En este artículo pretendemos responder la pregunta: ¿de qué manera influye el uso
49 de artefactos y gestos en la resolución de tareas, en ambientes de lápiz-y-papel y
50 tecnológico, en torno al problema de las cuadraturas por parte de los estudiantes?
51

52 **2. Marco Teórico**

53 Este estudio se apoya en la Teoría de la Objetivación (Radford, 2008,2014), para la
54 cual es primordial evidenciar cómo el sujeto aprende el saber cultural mediante la
55 interacción social y los *medios semióticos de objetivación* (Radford, 2005), tales como
56 artefactos y signos (escritos, verbales o gestuales), los cuales producen significados
57 (Radford, 2008). Entre los gestos destaca el que se lleva a cabo con las manos, que
58 se mueven en el tiempo y el espacio con el propósito de aclarar y comunicar ideas,
59 hecho que no siempre se logra por medio del lenguaje escrito o hablado.
60

61 **3. Metodología o desarrollo**

62 Esta investigación es de tipo cualitativo. Participaron 12 estudiantes (entre 16 y 17
63 años de edad) de distintos grupos, de bachillerato, en la Ciudad de México, que
64 cursaban en ese momento la asignatura de geometría analítica. Los estudiantes
65 trabajaron en equipos (seis) de dos integrantes cada uno; fueron video-grabados
66 mientras resolvían las Actividades. Éstas fueron resueltas en ambientes de lápiz-y-
67 papel y tecnológico (GeoGebra) de manera alterna con el propósito de contrastar sus
68 respuestas en ambos ambientes. El acopio de datos se llevó a cabo por medio de
69 videogramaciones, hojas de trabajo y archivos generados con el software. Debido a
70 limitaciones de espacio, en este artículo, sólo reportamos el trabajo de un equipo
71 resolviendo dos de las Actividades.

72 **4. Resultados y análisis**

73 En seguida, mostramos algunos extractos de la discusión y reflexión que llevaron a
74 cabo los estudiantes (E1 y E2) al resolver parte de las Actividades (A1 y A2), en
75 ambientes de lápiz-y-papel y tecnológico (GeoGebra) y se analizan los datos obtenidos
76 de su trabajo.
77

78 **Actividad A1 (ambiente de lápiz-y-papel).** En la Figura 1, las rectas l_1 , l_3 y l_5 son,
79 respectivamente, paralelas a las rectas l_2 , l_4 y l_6 , y H es punto medio de \overline{EG} . Prueba
80 que son iguales las áreas de $\blacklozenge ABCDE$, $\diamond CDEF$, $\triangle DEG$ y $\square EHML$. A continuación se
81 muestran sólo las pruebas para:

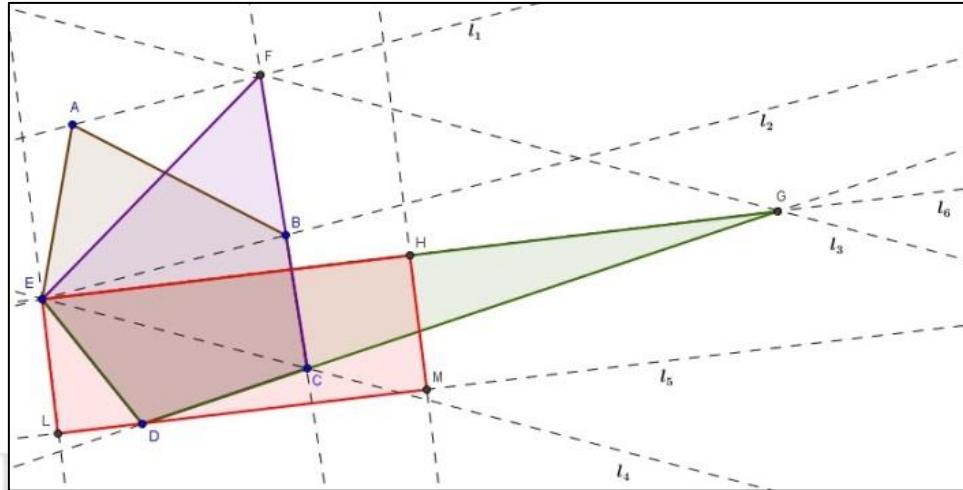
82 (a) $\blacklozenge ABCDE^2$ y $\diamond CDEF^3$,

² $\blacklozenge ABCDE$ se refiere a cualquier pentágono cuyos vértices son los puntos A, B, C, D y E.

³ $\diamond CDEF$ se refiere a cualquier cuadrilátero cuyos vértices son los puntos C, D, E y F.

83 (b) $\diamond CDEF$ y $\triangle DEG$ ⁴ y

84 (c) $\triangle DEG$ y $\square EHML$ ⁵.



85
 86 Figura 1. Polígonos de la misma área, pero de perímetro distinto.

87 (a) Igualdad de las áreas de $\blacklozenge ABCDE$ y $\diamond CDEF$.

88 E1: [$\blacklozenge ABCDE$ y $\diamond CDEF$] tienen esto de área en común [comienza señalando el punto E], [el cuadrilátero] EBCD es común, su área es común [$\diamond EBCD$ es común a $\blacklozenge ABCDE$ y a $\diamond CDEF$]. Y pues aquí, como l_1 y l_2 son paralelas, entonces, estos triángulos que sobran [se refiere a $\triangle ABE$ y $\triangle FBE$ y los señala con su dedo] tienen la misma base y la misma altura, entonces son iguales [se refiere a que $\triangle ABE$ y $\triangle FBE$ son iguales en área]. [Véase la Figura 2]

i) como $\diamond ABCDE$ y $\diamond CDEF$ tienen en común $\diamond BCDE$, teniendo en cuenta que l_1 y l_2 son paralelas, los triángulos $\triangle ABE$ y $\triangle FBE$ son iguales al compartir base y altura.

94
 95 Figura 2. Prueba escrita de que las áreas de $\blacklozenge ABCDE$ y $\diamond CDEF$ son iguales.

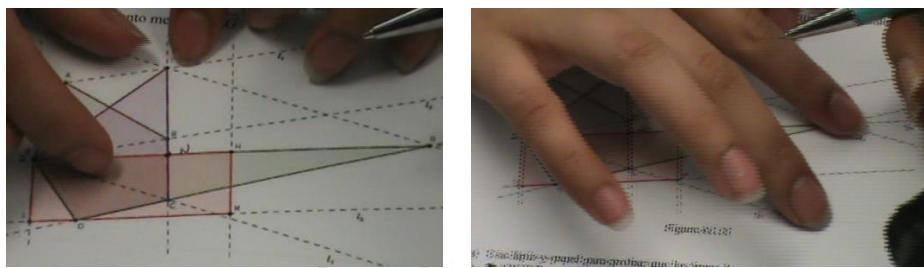
96 (b) igualdad de las áreas de $\diamond CDEF$ y $\triangle DEG$.

97 E1: [...] Su área común es ésta, ¿no? [Pasa la pluma por el área determinada por el cuadrilátero común a $\diamond CDEF$ y a $\triangle DEG$]

⁴ $\triangle DEG$ se refiere a cualquier triángulo cuyos vértices son los puntos D, E y G

⁵ $\square EHML$ se refiere a cualquier rectángulo cuyos vértices son los puntos E, H, M y L.

- 99 E2: [...] Podemos añadir un punto aquí [señala con su dedo la intersección del lado
 100 \overline{CF} de $\triangle CDEF$ con el lado \overline{EG} de $\triangle DEG$]. Sí... N. [Le llama N al punto de
 101 intersección de \overline{CF} y \overline{EG}]. [...] Pero, esta y esta son paralelas [señala y desliza
 102 sus dedos sobre las rectas l_3 y l_4]. [...] Ah, en vez de poner el cuadrilátero común
 103 [$\square CDEN$] mejor poner [$\triangle CDE$ [señala dicho triángulo con su pluma], y ya te
 104 queda esta [señala y recorre con la pluma el segmento \overline{CE}] como base de este
 105 triángulo [señala y recorre con la pluma $\triangle CFE$] y de este triángulo [señala y
 106 recorre con la pluma $\triangle CEG$].



107
 108 **Figura 3. Gestos utilizados por E2 para explicar que las rectas l_3 y l_4 son paralelas.**

- 109 E1: Ah, sí. Y como comparten base... [interrumpe E2 y dice: comparten base y
 110 altura], [...] las áreas totales son iguales. [Véase la Figura 4]

ii) $\triangle CDEF$ y $\triangle DEG$ tienen por área en común
 ~~$\square CDEN$~~ $\triangle CDE$, y como $\triangle CEF$ y $\triangle CEG$
 comparten base y altura, las áreas totales
 son iguales.

111
 112 **Figura 4. Prueba escrita de que las áreas de $\triangle CDEF$ y $\triangle DEG$ son iguales.**

- 113 (c) Igualdad de las áreas de $\triangle DEG$ y $\square EHML$.

- 114 E1: Son paralelas [se refiere a las rectas l_5 y l_6]
 115 E2: H es punto medio [del segmento \overline{EG}]. [E2 señala con su dedo el punto H. En
 116 seguida E1 señala con la pluma el punto G y E2 señala con su dedo el punto E]
 117 E1: Sí, el triángulo [$\triangle DEG$] tiene el doble de la base [se refiere al segmento \overline{LM} de
 118 $\square EHML$; el cual señala y recorre con su dedo], tienen la misma altura [se refiere
 119 al $\square EHML$ y a $\triangle DEG$]. [...] Sus áreas son iguales [de $\triangle DEG$ y $\square EHML$]. [Véase
 120 la Figura 5]

iii) ambos están entre rectas paralelas,
 con la misma altura, sólo que el $\triangle DEG$
 tiene el doble de la base del rectángulo,
 sus áreas son iguales.

121
 122 **Figura 5. Prueba escrita de que las áreas de $\triangle DEG$ y $\square EHML$ son iguales.**

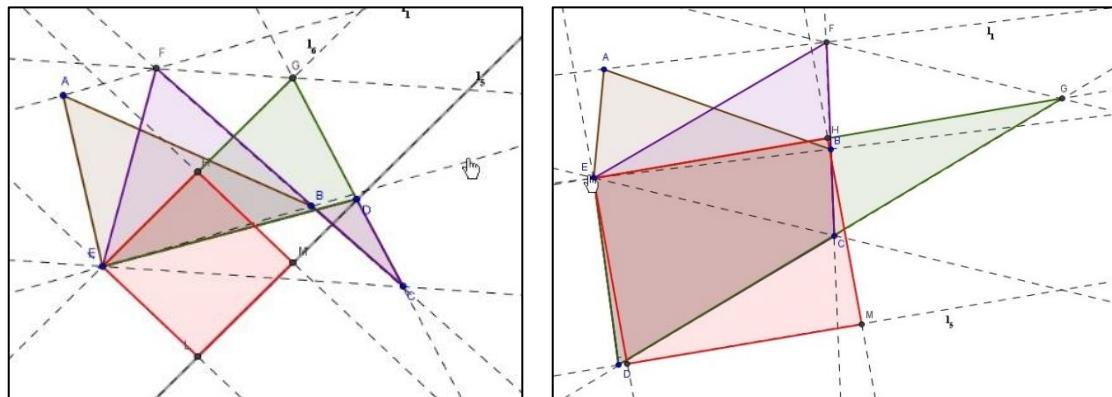
123 En (a), (b) y (c) de esta Actividad (A1), E1 y E2 discuten y reflexionan (interacción
 124 social) incorporando conocimientos previos relacionados con el área de un triángulo y
 125 con las propiedades de las rectas paralelas (resultado de la mediación de su saber)
 126 que desde un principio ponen en acción (como se muestra en sus diálogos y en las
 127 Figuras 3 y 5). Así mismo, en (b) y (c), E1 y E2 utilizan un gesto (medio semiótico de
 128 objetivación) al momento de señalar con su dedo para aclarar y comunicar sus ideas,
 129 así como para darle sentido a la igualdad de las áreas. En (b) para hablar del punto N
 130 y de las paralelas l_3 y l_4 (véase la Figura 3) y después en (c) haciendo notar que el
 131 segmento \overline{EH} (base de $\square EHML$) es la mitad de \overline{EG} (base de $\triangle DEG$). (Véase la
 132 Figura 5).

133 **Actividad A2 (ambiente tecnológico).** Se les proporcionó a los estudiantes un
 134 archivo denominado *A2.ggb* (de GeoGebra) en el que se ha reproducido la Figura 1
 135 de la Actividad A1. Se pidió a los estudiantes responder a las siguientes preguntas:

- 136 (a) ¿cómo hallar un cuadrado de área igual a la de un polígono dado?, y
 137 (b) ¿por qué todos estos polígonos son de igual área cada vez que se elimina uno de
 138 sus lados?, ¿por qué varía su perímetro?

139 **Respuesta de (a):**

140 E1: ¿Cómo hallar un cuadrado?... ¿Tiene que ver con la media proporcional? Sí,
 141 pero aquí no hay ningún cuadrado, a menos que hagamos este un cuadrado,
 142 por ejemplo. [se refiere a aproximar $\square EHML$ a un cuadrado, entonces mueve la
 143 construcción. Véase la Figura 6]



144

Figura 6. Aproximaciones de $\square EHML$ a un cuadrado.

- 145
 146 E2: Ah, sería tomar en cuenta las fórmulas y... Se calcula el área del polígono y
 147 luego su raíz. [E1 duda de la respuesta de E2]
 148 E1: [...] Pues sí, perímetro por apotema entre...
 149 E2: [...] Y te van a salir los lados de un cuadrado. [...]

150

151

Figura 7. Respuesta escrita de S1 y S2 a la sección (a) de A2.

152 **Respuesta de (b):**

153 E1: Ah, pues aunque vayas restándole como un lado, por ejemplo, el pentágono
 154 [■ABCDE] y este cuadrilátero [◇CDEF], [...] el trapecio [común a ■ABCDE y a
 155 ◇CDEF] siempre va a ocupar el mismo espacio y estos [señala con su dedo
 156 △ABE y △FBE] aunque estén en diferentes puntos, como son paralelas [l_1 y
 157 l_2], igual [se refiere a que △ABE y △FBE son iguales en área]. [...]

158 E2: [...] Y este triángulo [señala con su dedo △CEF] y este triángulo [señala con su
 159 dedo △CEG] están en paralelo. [...] Porque estas dos líneas son paralelas, l_3 y
 160 l_4 .

161 E1: Ah sí; [◇CDEF y △DEG] tienen [la misma área] y △DEG y □EHML también
 162 tienen [la misma área]. [...] Entonces como que no importa el pe... [perímetro] y
 163 cuántos lados tiene [se refiere a cualquier polígono dado], siempre y cuando
 164 puedas seccionar los polígonos en partes, en áreas comunes y el área restante
 165 que no comparten...[Interrumpe E2 y pregunta: ¿Sea igual?]

166

167

Figura 8. Respuesta escrita de S1 y S2 a la sección (b) de A2.

Porque sus lados son proporcionales de tal manera que van a tener la misma área y además están en líneas paralelas.
 Si tienen un área en común se facilita el proceso de comprobación

168

E1: Sí... con que estén entre líneas paralelas [los triángulos], [...] porque serán [de] la misma área. Sí, seccionas a los polígonos dependiendo del área común que tengan... y después, el área que no comparten, puedes demostrar que es igual en ambos casos, porque están, son triángulos en rectas paralelas o son, los lados [de un polígono] son proporcionales al otro polígono y te da lo mismo. Y ya.

174

E2: [...] Yo creo que es más bien como lo segundo que dijiste, que sus lados son proporcionales sin importar la forma [de los polígonos dados].

176

E1: Sí, porque se encuentran en líneas paralelas... [...]

177 En (a) y (b) de esta Actividad A2, E1 y E2 discuten y reflexionan (interacción social)
178 con ayuda del software. Incorporan, tanto los conocimientos utilizados como los
179 adquiridos en la actividad A1 (resultado de la mediación de su saber) que de nuevo
180 ponen en acción mientras manipulan la construcción con el software (artefacto como
181 medio semiótico de objetivación) para darle sentido a la igualdad de áreas de todos
182 los polígonos involucrados, y entender cómo hallar un cuadrado de igual área que el
183 polígono dado (Figuras 7 y 8) y para darse cuenta qué varía y qué permanece
184 constante en la construcción.

185

186 **5. Conclusiones**

187 Los gestos utilizados en la Actividad A1 permitieron a los estudiantes generar y aclarar
188 ideas para argumentar sus pruebas; mientras que con el software utilizado en la
189 Actividad A2 hicieron conjeturas, entendieron por qué es posible hallar un cuadrado de
190 igual área que un polígono (problema de las cuadraturas), lo cual se hace evidente
191 cuando dicen que siempre los polígonos mantienen sus áreas iguales entre sí porque
192 siempre sus lados [varían de manera proporcional] son proporcionales. El diseño de
193 las Actividades (primero con lápiz-y-papel y después con el software GeoGebra)
194 permitió a los estudiantes comparar sus resultados y validarlos.

195 Nuestros resultados sugieren que el uso de lápiz-y-papel y de artefactos digitales
196 (como GeoGebra), así como de gestos que expresa el estudiante de manera natural
197 durante la resolución de tareas de tipo geométrico, pueden ayudar (como mediadores)
198 a lograr resultados significativos en los procesos de enseñanza y aprendizaje

199

200 **Índice de referencias**

- 201 Boltyanskii, V. G. (1973). Figuras equivalentes y equidescomponibles. México.
202 Editorial Limusa.
- 203 Boyer, C. (1999). *Historia de la matemática*. Madrid, España: Alianza Editorial.
- 204 Collette, J. P. (2006). *Historia de las matemáticas I*. México: Siglo XXI Editores.
- 205 Frederickson, G. N. (1997). *Dissections: Plane and Fancy*. USA: Cambridge University
206 Press.
- 207 Galván, C. (2005). Cuadratura de polígonos. *Unión*, 1, 7-15.
- 208 Moreno, L. & Twigg, I. (2012). Tecnología digital y cognición matemática: Retos para
209 la educación. *Horizontes Pedagógicos*, Vol. 14, No. 1, pp. 21-29.
- 210 Radford, L. (2008). The ethics of being and knowing: towards a cultural theory of
211 learning. In Radford, L., Schubring, G. and Seeger, F. (eds.), *Semiotics in*
212 *mathematics education: epistemology, history, classroom, and culture*, Rotterdam,
213 NL, Sense Publishers, pp. 215–234.
- 214 Radford, L. (2014). De la teoría de la objetivación. *Revista Latinoamericana de*
215 *Etnomatemática*, 7(2), 132-150.
- 216 Radford, L. (2015). The Epistemological Foundations of the Theory of Objectification.
217 *Isonomia*, 127-149.

1 UNA EXPERIENCIA DIDÁCTICA EN EL ANÁLISIS NUMÉRICO 2 BÁSICO BAJO UN ENFOQUE ALGORÍTMICO

4 Domingo Márquez Ortega^{1,*}, Juan Carlos Axotla García ², Valentín Roldan Vázquez ³
5 Miguel de Nazareth Pineda Becerril⁴ y Mauro Isidoro Romero Acosta⁵
6 1,2,3,4,5 Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM
7 Km 2.5 carretera Cuautitlán-Teoloyucan
8 San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcalli
9 Estado de México. C.P. 54714.

10 IN-POSM090

13 Resumen

14 Existe una gran variedad de lenguajes de programación diseñados con estructuras complejas para los
15 profesionales en computación y que para el estudiante de la licenciatura en Informática representa una
16 alternativa para realizar soluciones a problemas de los métodos numéricos iterativos para calcular la
17 raíz en forma aproximada con una precisión controlada en la cantidad de dígitos. Con la finalidad de
18 comprender y sobre todo llevar al estudiante en la asignatura de matemáticas computacionales a una
19 reflexión en el aprendizaje se desarrolló un ambiente programable dinámico generando cambios al
20 utilizar los códigos de los algoritmos con los métodos que le permitió al estudiante adquirir la habilidad,
21 el conocimiento de forma profunda y representativa que estableció un referente por medio del
22 pensamiento algorítmico y la experiencia previa con la programación para aprovechar y aplicar los
23 métodos de manera efectiva e inmediata y pasar al análisis que genere un aprendizaje significativo con
24 aplicaciones prácticas.

25 **Palabras clave:** lenguajes de programación, pensamiento algorítmico, aprendizaje significativo.

28 1. Introducción

30 El desarrollo de los sistemas de cómputo y la capacidad de realizar miles o millones de operaciones por segundo le da a la implementación numérica el marco adecuado para su desarrollo. Primero, se introducen los conceptos fundamentales del cálculo computacional y del cálculo diferencial que son de particular importancia. Se aborda de manera amplia la solución de ecuaciones no lineales de una sola variable, haciendo una diferencia clara y precisa de los métodos adecuados para resolver las de tipo polinomial; para este tipo de ecuaciones no lineales se pone particular énfasis en la aritmética empleada, así como del tipo, alcance y limitaciones de cada método, de la misma forma se hace una revisión de los métodos para sistemas de ecuaciones no lineales.

40 El cálculo de los ceros o raíces de una función, o de un cierto conjunto de funciones, es un problema que aparece reiteradamente en la computación científica. Por otro lado, solo en un número realmente muy reducido de casos existen fórmulas que permiten expresar simbólicamente tales ceros. Desde un punto de vista

¹ Autor para la correspondencia. E-mail: marquez_od@yahoo.com.mx. Tel. 5521808263

44 computacional, la estrategia para resolver este tipo de problemas consiste en generar
45 sucesiones de valores que se aproximen tanto como uno desee a dichas raíces.
46 Es más, estas sucesiones suelen obtenerse combinando dos métodos numéricos: uno
47 muy eficiente pero localmente convergente y otro lento (o bastante menos eficiente)
48 pero con buenas propiedades de convergencia global. El conocido método de Newton
49 juega un papel crucial en todos esos métodos eficientes.
50

51 Otro tipo de problemas que también aparecen frecuentemente en la práctica son los
52 de optimización sin restricciones. Si bien el análisis teórico (en aritmética exacta) de
53 estos problemas y los mencionados en el párrafo anterior discurren en parte por
54 sendas distintas, desde un punto de vista computacional, hay estrechas relaciones
55 entre ambos. Como veremos, nuevamente, el método de Newton vuelve a jugar un
56 papel relevante.
57

58 En el lenguaje matemático los cálculos se realizan mediante algoritmos numéricos
59 estables. El tratado *Axiomatic Basis of Computer Programming* de Hoare (Wirth, 1987)
60 mostró en forma lúdica que los programas se prestan a un análisis riguroso basado en
61 el razonamiento matemático. No obstante, es evidente que un enfoque sistemático y
62 científico en la construcción de programas tiene conexión primaria en el caso de
63 programas grandes y complejos que incluyan conjuntos de datos complicados. Los
64 programas, después de todo, son formulaciones concretas de algoritmos abstractos
65 basados en ciertas representaciones y estructuras matemáticas
66

67 **2. Metodología o desarrollo**

68

69 El esfuerzo entonces se centra en encontrar nuevas formas y metodologías de
70 solución numérica para todo tipo de funciones o sistemas de funciones, sean lineales
71 o no lineales. En el presente trabajo, analizaremos algunas de las herramientas que
72 proporciona Java para la resolución de algunos ejemplos de funciones. En cualquier
73 caso, debemos subrayar que Java Existen distintos entornos de desarrollo de
74 aplicaciones Java.

75 Este tipo de productos ofrecen al programador un entorno de trabajo integrado para
76 facilitar el proceso completo de desarrollo de aplicaciones, desde el diseño, la
77 programación, la documentación y la verificación de los programas. Estos productos
78 se denominan IDE (Integrated Development Environment). Existen entornos de
79 distribución libre como: NetBeans, Eclipse o BlueJ. Entre los productos comerciales
80 están JBuilder o JCreatorPro.

81
82 **Ceros de Funciones de una Variable**

83
84 En esta sección, consideraremos siempre una función continua $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ tal que
85 $(f(a)f(b)) < 0$ lo cual, gracias al teorema de Bolzano, nos garantiza que f tiene al
86 menos un cero en (a, b) . El problema numérico que abordaremos será, lógicamente,
87 el cálculo numérico eficiente de ese cero (si es único) o de alguno de ellos.

88

89 Las técnicas computacionales para resolver este tipo de problemas combinan el
90 método de bisección, lento pero casi infalible, con ciertas variantes de (o el propio)
91 método de Newton que son algoritmos muy eficientes pero cuya convergencia es local.
92

93 El método de bisección (Burden, 1999). La estrategia del método de bisección consiste
94 en generar una sucesión de intervalos cada vez más pequeños de modo que siempre
95 contengan un cero de f . En concreto, denotemos $[a_1, b_1] := [a, b]$ y consideremos $c_1 :=$
96 $\frac{a+b}{2}$.

97
98 Pueden darse dos casos (recordemos que $f(a)f(b) < 0$):
99

- 100 1. $f(c_1) = 0$: En este caso, paramos pues hemos obtenido un cero de f .
101 2. $f(c_1) \neq 0$: En esta situación, elegimos aquel subintervalo $[a_1, c_1]$ o $[c_1, b_1]$ en
102 cuyos extremos la función f toma signos opuestos. Necesariamente, dicho
103 subintervalo contiene una raíz de f .

104 Este proceso se repite una y otra vez. Por tanto, o bien el proceso anterior proporciona
105 un cero de f en un número finito de pasos o bien genera una sucesión de puntos c_n
106 que converge a un cierto cero de f en (a, b) .
107

108
109 **Ecuación 1. Aproximaciones** $|c_n - \alpha| \approx \frac{b-a}{2^n}$

110 En particular, el método de bisección es muy robusto (converge en un contexto muy
111 general). Por otro lado, las acotaciones aproximadas con la Ec. (1). reflejan que la
112 convergencia de c_n al cero suele ser bastante lenta. De hecho, implantando el método
113 en Java, puede comprobarse que, en general, se necesitan unas 12 iteraciones para
114 conseguir unas 10 cifras decimales significativas correctas del correspondiente cero.
115 Se puede observar en la Fig. (1). El código en Java para el método de bisección.
116

```

1 import java.util.Scanner;
2
3 public class Bisección {
4     static double f(double x) {
5         return (math.pow(x, 3)) + (2 * (x)) + (1); // Cambia esto por tu función aquí se utiliza: x^3+2*x+1 como ej.
6     }
7
8     public static void main(String[] args) {
9         // TODO Auto-generated method stub
10
11         double a, b, m; // R
12         int iteración = 0; // Iteración
13         double error = 0; // Aquí se guarda el error
14         double mEd = 0; // Esta será la m de la iteración anterior para calcular el error
15         double tolerancia; // Tolerancia que ingresa el usuario
16
17         Scanner leer = new Scanner(System.in);
18
19         System.out.println("Ingrese el límite superior 'a'");
20         a = leer.nextDouble();
21         System.out.println("Ingrese el límite inferior 'b'");
22         b = leer.nextDouble();
23         System.out.println("Ingrese la tolerancia");
24         tolerancia = leer.nextDouble();
25
26         if ((a * f(a)) > 0) { // comprueba si existe raíz en el intervalo
27             System.out.println("La raíz no se encuentra en el intervalo");
28         } else {
29             do {
30                 m = (a + b) / 2; // se calcula m
31                 error = math.abs((m - mEd) / m); // se calcula el error
32                 mEd = m; // se guarda el valor de m para posteriormente calcular el error.
33
34                 System.out.println("Intervalo " + iteración);
35                 System.out.println("a: " + a);
36                 System.out.println("b: " + b);
37                 System.out.println("m: " + m);
38                 System.out.println("f(a): " + f(a));
39                 System.out.println("f(b): " + f(b));
40                 System.out.println("f(m): " + f(m));
41                 System.out.println("tolerancia: " + error);
42                 if ((f(a) * f(m)) < 0) {
43                     a = m;
44                 } else {
45                     b = m;
46                 }
47                 if (error == 0) {
48                     System.out.println("Raíz exacta");
49                 }
50             } while (tolerancia >= error);
51         }
52     }
53 }
```

Figura 1. Código en Java para el método de Bisección

119
 120 Interfaz gráfica para el usuario del algoritmo en Java. Primera vista



Figura 2. Interfaz gráfica de inicio

- 121
 122 1) El intervalo (a, b)
 123 2) Error de tolerancia $0 < \epsilon < 1$

124
 125 Ecuación Recursiva

126 **Ecuación 2. Recursiva del Método de Bisección** $x = \frac{a+b}{2}$

127 Punto medio del intervalo:

128 El punto medio del intervalo = Límite inferior del Intervalo + la mitad del intervalo
 129 $[a, b]$. Si el intervalo es $[a, b]$. Esto es:

130
 131
 132
 133
 134
 135
 136

137

138 **Ecuación 2.1. Punto medio** $x = a + \frac{b-a}{2}$

139 **Ecuación 2.2. Punto medio del intervalo** $x = \frac{2a+b-a}{2}$

140 **Ecuación 2. Recursiva del Método de Bisección** $x = \frac{a+b}{2}$

141 Convergencia

142

143 El Método de Bisección se detiene cuando al evaluar la función en x el valor absoluto
 144 es menor a un error de tolerancia.

145 $|f(x)| < \text{error}$ o bien $|b - a| < \text{error}$

146

147 Algoritmo

148

| Paso | Procedimiento | Observaciones |
|------|---|---|
| 1. | Leer el intervalo (a, b) y el error de la tolerancia | |
| 2. | Evaluar $f(a)$ y $f(b)$ | |
| 3. | Si $(f(a)f(b)) > 0$, entonces no hay raíz | Dar otro intervalo o terminar el método. |
| 4. | Si $ f(a) < \epsilon$, entonces la raíz es a | Se detiene el método |
| 5. | Si $ f(b) < \epsilon$, entonces la raíz es b | Se detiene el método |
| 6. | $x = \frac{a + b}{2}$ | |
| 7. | Evaluar $f(x)$ | |
| 8. | Si $(f(a)f(b)) < 0$, entonces $b = x$, $f(b) = f(x)$; | Si $f(a) * f(b) \geq 0$ $a = x$ $f(a) = f(x)$ |
| 9. | Regresar al paso 4 | |

149

150 Encontrar una aproximación de la raíz de $x^3 - x - 1 = 0$ en $I = [1,2]$, con una
 151 precisión de $\epsilon = 10^{-5}$.

152

- 153 (a) Utilizando el Método de Bisección.
 154 (b) Utilizando el Newton-Raphson.

155

- 156 a) Método de la Bisección

157



158

$$\text{Ecuación 3. Método de Bisección } x_{n+1} = \frac{a_n+b_n}{2}$$

159

160 3. Resultados y análisis

161

162 Diseñe un programa en Java que implemente el método de bisección y cuyos
 163 argumentos de entrada sean la correspondiente ecuación, los extremos del intervalo
 164 inicial y el número máximo de iteraciones. Obtenga cifras significativas correctas de la
 165 única raíz en [1,2] del ejercicio $x^3 - x - 1$.

166 En la Fig. (3) se ilustran los cálculos realizados en Java, cabe destacar que cuando el
 167 estudiante realiza dichas operaciones en este problema con 13 iteraciones suele
 168 llevarse aproximadamente entre 30 o 40 minutos y con una probabilidad alta de error.

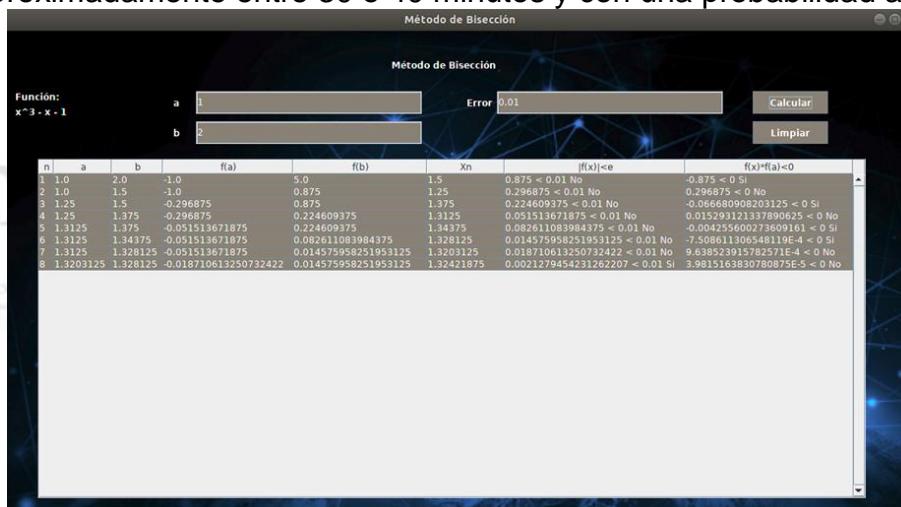


Figura 3. Valores por el Método de Bisección, creado por Mejía Castro Ian Orlando

169

170

171

172 a) Método de Newton-Raphson

173

$$\text{Ecuación 4. Recursiva de N-R } x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

174

Tabla. 1 valores por el Método de Newton-Raphson

| k | x_k | $f(x_k)$ | $f'(x_{k-1})$ | x_{k+1} | $ E_{k+1} $ |
|---|----------|-------------------------|---------------|-----------|-----------------------|
| 1 | 1.5 | 0.875 | 5.75 | 1.347826 | 0.15 |
| 2 | 1.347826 | 0.10068 | 4.4499 | 1.325201 | 0.02 |
| 3 | 1.325201 | 2.0609*10 ⁻³ | 4.2684 | 1.384718 | 4.83*10 ⁻⁴ |
| 4 | 1.324718 | 1.82*10 ⁻⁷ | 4.2646 | 1.324717 | 1*10 ⁻⁶ |

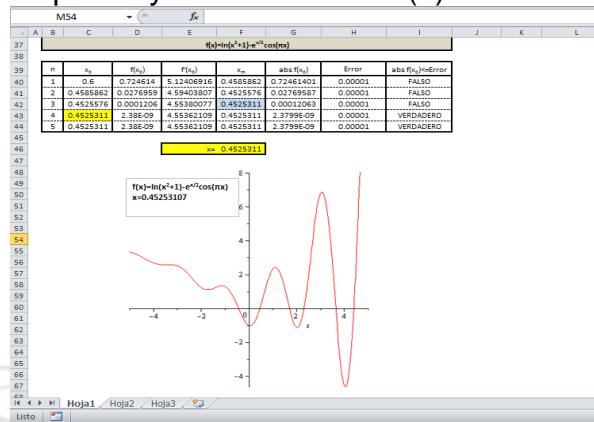
175

176

177

178

179 Así, el análisis numérico de las soluciones de la representación matemática de
 180 fenómenos físicos de gran complejidad toma enorme relevancia. En la Fig. (4) se
 181 muestra una función, donde el estudiante desarrolla su habilidad para poder analizar
 182 y obtener los resultados de forma rápida y simple, gracias al pensamiento numérico es
 183 capaz de diseñar las fórmulas, implementarlas, en el siguiente ejercicio lo resolvió por
 184 el método de Newton-Raphson y utilizando la Ec. (4).



185
 186 **Figura 4. Ilustración en Excel de la Función** $f(x) = \ln(x^2 + 1) - e^{\pi/2} \cos(\pi x)$
 187
 188 Luego de realizar cuatro iteraciones se obtiene el resultado de la función como se
 189 observa en la figura 4.

$$x = 0.4525311$$

$$error = 0$$

4. Conclusiones

194 El análisis numérico trata del estudio, análisis y desarrollo de algoritmos para obtener
 195 soluciones numéricas y computacionales de problemas expresados matemáticamente
 196 mediante modelos de diversos fenómenos estudiados en las ciencias de la ingeniería
 197 abarcando otros campos como las finanzas, la economía, la biología y la medicina
 198 entre otros. Frecuentemente el análisis numérico es considerado como las
 199 matemáticas de la computación científica. Por lo que al implementar los estudiantes
 200 los algoritmos les permitió el desarrollo de un código o programa para realizar los
 201 cálculos en algunos ejemplos que lo llevó a un proceso de aprendizaje de manera
 202 reflexiva para comprender el método de forma lúdica y didáctica. Lo cual permitió que
 203 el estudiante logre un conocimiento sólido y desarrolle habilidades que mejoren su
 204 aprendizaje.

Índice de referencias

- 208 • Burden, R. L. (1999). *Análisis Numérico*. México: Grupo editorial
 209 Iberoamericana, S. A.
- 210 • Wirth, N. (1987). *Algoritmos y Estructura de Datos*. México: Prentice Hall.

OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS EN LA CONSTRUCCIÓN Y REPRESENTACIÓN DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN.

Augus Edóc Zaira Molina Xerónimo^{1,*}, Noé Sanmartín Román²

¹Escuela Preparatoria anexa a la Normal 1 de Nezahualcóyotl. Cielito lindo y Feria de las flores s/n Col. Benito Juárez, Cd. Nezahualcóyotl, Estado de México, C.P. 57000.

²Instituto Superior de Ciencias de la Educación del Estado de México. C. Artes y oficios s/n, Col. Casco de San Juan, Chalco, Estado de México, C.P. 56600.

IN-POEC091

Resumen

Investigación centrada en identificación de obstáculos epistemológicos sobre la función con análisis de realidades constatables considerando la poca articulación entre representaciones, cómo se enseña y evalúa, a partir de la pregunta de investigación ¿Qué obstáculos epistemológicos enfrentan los alumnos de Educación Media Superior (EMS) para construir y representar el concepto de función? La importancia de la función generó interés por identificar obstáculos epistemológicos con el objetivo de identificar los obstáculos epistemológicos que enfrentan los alumnos de la EMS en la construcción y representación del concepto de función. Sustento apoyado en obstáculos epistemológicos que imposibilitan la construcción y representación de un objeto relacionado con la dimensión didáctica. El concepto de función sostiene interdependencia entre conceptos matemáticos y situaciones reales que implica representar como cambian las cosas y describir tales cambios a partir de funciones. Investigación cualitativa, de tipo descriptiva, no experimental, realizada con alumnos de EMS, seleccionados aleatoriamente. Se analizaron obstáculos epistemológicos en la construcción y representación de funciones y la generación de estos. Los instrumentos fueron cuestionario con situaciones relacionadas con la función y entrevistas no estructuradas centradas en el problema. Los obstáculos reconocidos se ligaron al origen del concepto, la dificultad para conceptualizarlo dependió del trabajo del profesor, se concluyó que tales obstáculos se circunscribieron en la generalización y el obstáculo verbal. Los resultados infieren esquemas que activaron y dirigieron acciones encaminadas a procesos exitosos, se analizó cognitivamente los problemas. Lo social determinó lo epistemológico, didáctico y cognitivo y transformó su relación, explicando fenómenos didácticos y la construcción del conocimiento matemático.

Palabras clave: obstáculos epistemológicos, función, representación, didáctica.

1. Introducción

Los problemas que cotidianamente enfrentan los docentes giran en torno al desarrollo de contenidos matemáticos con sus alumnos, en el caso de la Educación Media Superior (EMS), predominantemente están relacionados con la construcción y representación del concepto de función, sin embargo, a pesar de las investigaciones relacionadas con la noción de función, las relacionadas con el análisis de los obstáculos epistemológicos siguen siendo pocas, de ahí el interés por estudiar que obstáculos epistemológicos se dan cuando se construye y representa el concepto de función. La función es uno de los conceptos más controvertidos y estudiados histórica, epistemológica educativa y matemáticamente, por ello el interés se centró en dos

^{1,*}Autor para la correspondencia. E-mail: zairamolin@yahoo.com.mx

45 aspectos, analizar los obstáculos que enfrentaron los alumnos de EMS cuando
 46 construyeron y representaron a la función e identificar las razones que ocasionaron la
 47 carencia de comprensión del concepto para entender los posibles desarrollos de
 48 generalización que se evidenciaron en el seguimiento de patrones y la consolidación
 49 del pensamiento variacional. El desarrollo se centró en tres aspectos, la identificación
 50 de obstáculos epistemológicos durante la construcción y representación del concepto
 51 de función, la determinación de características relevantes en el aprendizaje de
 52 funciones y la categorización de niveles de comprensión del concepto. En esta
 53 investigación el análisis y reflexión partió de hechos y realidades constatables.
 54

55 **2. Metodología o desarrollo**

56 **2.1 Los obstáculos epistemológicos**

57 Bachelard (1987) establece que los obstáculos epistemológicos imposibilitan en los
 58 alumnos la construcción y representación de la función. El docente generalmente
 59 introduce a los alumnos en el tema a partir de 2 momentos, el formativo, donde el
 60 alumno entra en contacto con el objeto de estudio y el normativo, donde se validan los
 61 métodos y técnicas y se presentan problemas y sus correspondientes estrategias de
 62 solución.

63 Si el docente desconoce las implicaciones de la enseñanza, transferirá contenidos
 64 sobrentendidos que incidirán en la formación del alumno y generarán la creación de
 65 obstáculos en ellos, la tabla 1 muestra los obstáculos según Bachelar (1987)

66 Tabla 1. Obstáculos epistemológicos

| Obstáculo | Características |
|---|--|
| Experiencia primera. | Informaciones percibidas y alojadas en el espíritu durante los primeros años de la vida intelectual. |
| Generalización. | Predisposición a generalizar conceptos, aplicándolos en situaciones generales que se salen del ámbito del concepto. |
| Hábitos verbales utilizados cotidianamente. | Se convierten en obstáculos efectivos cuando un término claro y diáfano es tratado como axioma. |
| Conocimiento unitario y pragmático. | Se da más valor explicativo a lo que es útil, para el racionalismo pragmático una nota sin utilidad es irracional. |
| Obstáculo sustancialista. | Supone una realidad encerrada como sustancia, este sustancialismo de la realidad da lugar a una explicación simple e insecuramente sencilla. |
| Obstáculo realista | El entendimiento se descubre con lo real y se considera que no debe ser estudiado ni enseñado, la realidad lleva marcas de impresiones personales, la argumentación es agresiva frente a la que no lo es porque el primero cree poseer la realidad del fenómeno. |
| Obstáculo animista. | El sujeto pone mayor atención y valora superlativamente a los conceptos que se relacionen con la vida, siempre primará la vida porque otorga valor a los elementos que tienen |

| | |
|----------------------------|--|
| | posibilidad de contenerla, esta valoración ha acompañado al hombre en su desarrollo intelectual. |
| Mito de la digestión. | Este obstáculo se refuerza por el animista, haciéndolo más peligroso para la consecución del conocimiento objetivo. |
| Libido. | Interpretado desde la voluntad de poder o dominio hacia otros, es referencia de pensamientos que están presentes cuando el espíritu científico se enfrenta a situaciones nuevas. |
| Conocimiento cuantitativo. | Credencia de que el conocimiento cuantitativo está libre de errores, todo lo que se pueda contar tiene más validez frente a lo que no permita ese proceso. |

67 Los obstáculos en la producción de conocimientos son estancamientos, confusiones y
 68 retrocesos, los obstáculos epistemológicos son formas de pensar arraigadas, tanto
 69 conceptuales como metodológicas, que pudieron tener en el pasado cierto valor, pero
 70 que en su momento pueden obstaculizar el progreso del conocimiento científico. Los
 71 obstáculos están llenos de pensamientos empíricos, ideas equívocas y hechos mal
 72 interpretados, aunque, para Bachelard (1981) el error y el fracaso no tienen el rol
 73 simplificado que en ocasiones se les quiere asignar. El error no es efecto de la
 74 ignorancia o de creencias en teorías empiristas del aprendizaje, sino en el efecto de
 75 un conocimiento anterior que después puede revelarse como falso o inadaptado.
 76 Didácticamente los errores de este tipo no están constituidos de obstáculos, el error
 77 es constitutivo del sentido del conocimiento adquirido. Los obstáculos de origen
 78 epistemológico son aquellos donde el docente no escapa de su papel constitutivo en
 79 el conocimiento y pese a que pueden encontrarse en la historia de los conceptos
 80 mismos, no deben amplificarse su efecto ni reproducirse en el contexto escolar.
 81 Dado que los obstáculos están ligados al origen del concepto, surge la dificultad para
 82 lograr que los alumnos conceptualicen a la función. Los problemas sobre el desarrollo
 83 conceptual son obstáculos cotidianos en la enseñanza de la matemática, sin embargo,
 84 en la investigación se consideró el obstáculo de la generalización y el obstáculo verbal
 85 porque el sentido común que se le da al concepto función induce a concepciones
 86 persistentes de función como una relación entre 2 conjuntos, se sobre entiende la
 87 generalización de las propiedades de las funciones y lo abstracto en la función, está
 88 ligado a la representación gráfica.

89 **2.2 El concepto de función.**

90 Tall (1996) y Kieran (1995) señalaron que un propósito de la función es representar
 91 cambios y que descubrir el mundo es describir el cambio creando objetos viables. El
 92 concepto de función es importante para interpretaciones reales. Eisenberg (1992)
 93 señala que la función es un concepto crucial en la comprensión de la matemática y
 94 debe ser uno de los objetivos primordiales del currículum. Esta descripción, permite
 95 justificar la importancia de la función para expresar cambios mediante objetos
 96 variables.

97 Hablar de funciones y sus gráficas es hablar de dos sistemas simbólicos diferentes
 98 que se articulan, se construyen y definen conjuntamente. La gráfica y la función son
 99 sistemas comunicativos y al mismo tiempo son una construcción y organización de
 100 ideas. Existe un puente entre funciones y gráficas, a partir de la función se puede

101 explicar la gráfica y a partir de la gráfica se puede explicar la función. Un aspecto
102 importante de la función es que tiene que ver con una variedad de posibles enlaces
103 entre registros de representación, aunque la representación matemática generalmente
104 es a partir de una regla de correspondencia algebraica a parejas ordenadas y a una
105 gráfica, o a partir de una tabla de datos en forma de parejas ordenadas a una gráfica.
106 Sfard (1991) establece 2 formas de concebir un concepto.

107 Concebir una noción como un proceso implica considerarla como una entidad
108 potencial más que como entidad actual, que viene a nuestra existencia interior
109 en petición de una secuencia de acciones...la concepción operacional es
110 dinámica, secuencial y detallada. (Sfard, 1991; p. 4)

111 En tanto que

112 Concebir una entidad matemática como un objeto, significa referirse a ella como
113 si fuera una cosa real-una estructura estática, que existe en alguna parte en el
114 espacio y en el tiempo-. Significa también ser capaz de reconocer la idea “con
115 una mirada” y manipularla como una totalidad sin entrar en detalles. (ibid; p.4)

116 Aunque estas formas de concebir un concepto dan la impresión de ser incompatibles,
117 son complementarias, se enlazan hasta alcanzar un nivel de comprensión ideal. Si la
118 concepción de un objeto matemático está en el estado operacional, la evolución de la
119 comprensión se encontrará en un estado incipiente y el alumno no podrá afrontar con
120 éxito la resolución de problemas, por ello resulta importante caracterizar y definir
121 indicadores para los tipos de concepción.

122 **2.3 Planteamiento del problema**

123 Las funciones son importantes dentro y fuera del contexto matemático, el NCTM
124 (2000), las concibe como unificadoras de conceptos, para Freudenthal (1983) se
125 encuentran en toda la matemática. El concepto de función ha estado al centro del
126 pensamiento matemático, los alumnos de EMS no sólo necesitan entender qué es una
127 función, sino familiarizarse con sus gráficas y aplicaciones. Existen múltiples
128 representaciones sobre fenómenos naturales que pueden representarse con una
129 función simbólica (representación algebraica) numérica (tabla) y visualmente
130 (representación gráfica). La disponibilidad tecnológica, el uso de múltiples
131 representaciones se hizo importante para la perspectiva curricular en EMS, en general,
132 las calculadoras graficadoras, las computadoras y más recientemente los teléfonos
133 inteligentes representan el recurso que ayuda a visualizar las representaciones de una
134 función. Zimmermann y Cunningham (1991) le han dado gran importancia a la
135 visualización pese a que esta no se ha definido formalmente como la apreciación de
136 la matemática.

137 El aprendizaje de las funciones en EMS se da por medio de nociones matemáticas
138 llamadas precálculo, hacia el estudio de los fenómenos de tendencia, cambio y áreas
139 y para desarrollar formalmente el concepto de función desde una comprensión
140 estructural y operacional en el tercer grado. En el contexto educativo con la función se
141 utiliza la variación funcional, según Hitt (1998), el concepto es de los más importantes
142 y representa uno de los objetivos de la enseñanza en EMS.

143 Un factor que explica las deficiencias académicas de los alumnos es que los docentes
144 no analizan como se está comprendiendo el concepto, Fruedenthal establece lo
145 siguiente:

146 La mayoría de los errores de los alumnos no se debe al azar, sino que son la
147 expresión de procedimientos erróneos. Por otra parte, los procedimientos
148 erróneos de los alumnos pueden ser una fiel imagen de la de sus maestros.
149 (Freudenthal; 1983; p. 257)

150 Con el panorama anterior se dio pauta a la siguiente pregunta de investigación, ¿Qué
151 obstáculos epistemológicos enfrentan los alumnos de EMS para construir y
152 representar el concepto de función?

153 Siendo este concepto importante en el aprendizaje de la matemática que se trabaja en
154 la EMS y en particular en los cursos de Cálculo, la investigación se desarrolló para
155 identificar el obstáculo epistemológico que tienen los alumnos para construir y
156 representar el concepto de función, en ese sentido se planteó, para el nivel de análisis
157 general, el siguiente objetivo general.

158 Identificar los obstáculos epistemológicos que enfrentan los alumnos de la EMS en la
159 construcción y representación del concepto de función.

160 Los siguientes objetivos particulares que dieron cuenta del procedimiento son los
161 siguientes

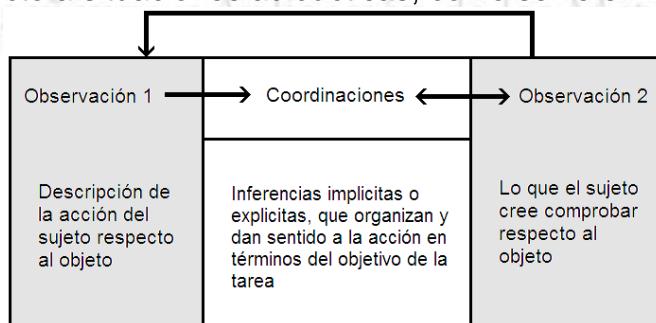
- 162 1. Determinar las características relevantes que utilizan los alumnos de la EMS
163 cuando grafican funciones.
- 164 2. Explicar qué aspectos de la comprensión del concepto consideran los alumnos
165 para que desde una concepción operacional (mecánico e instrumental) o
166 estructural (objeto) identifiquen una función.

167 **2.4 Metodología**

168 Para dar respuesta a la pregunta de investigación, desarrollar el objetivo general y
169 dado que responde al enfoque cualitativo, el diseño de la investigación fue no
170 experimental. El estudio se realizó con 32 alumnos de la Escuela Preparatoria Oficial
171 Anexa a la Normal No. 1 de Nezahualcóyotl (PAN 1). La elección fue tomada de
172 manera aleatoria, estos resolvieron situaciones relacionadas con la función y sus
173 diferentes representaciones. Con el análisis del significado de los obstáculos
174 epistemológicos, no en términos de una causalidad, sino en lo manifestado por los
175 alumnos, se observó que tales obstáculos determinaron la construcción y
176 representación gráfica del concepto de función.

177 La ausencia de estrategias que favorezcan su construcción conceptual en la escuela,
178 señalan que la reflexión sobre estos aspectos debe incorporarse a los objetivos de los
179 planes y programas de estudio en EMS. Al analizar cómo se manifiestan los obstáculos
180 epistemológicos, el nivel de la investigación fue descriptiva. El instrumento que
181 permitió la recolección de las producciones de los alumnos fue un cuestionario
182 relacionado con la función y sus diferentes representaciones, algunas entrevistas no
183 estructuradas y centradas en el problema corroboraron las conclusiones y
184 comprobaron la coherencia de las respuestas de los alumnos cuando definieron y
185 graficaron a la función.

186 La metodología de este estudio sirvió para examinar la concepción del concepto de
 187 función que tuvieron los alumnos de la PAN 1, se analizaron los casos desde el punto
 188 de vista cognitivo y se escogieron con base al estado de concepción del concepto. Se
 189 mostraron, los procesos usados al resolver situaciones particulares a partir de los
 190 estados de concepción, se utilizó los contextos sagitales, de parejas ordenadas, de
 191 expresiones algebraicas variables, gráficos, ecuaciones y simbólico abstracto.
 192 El interés se centró en analizar y calificar las acciones de los estudiantes, midiendo su
 193 nivel de éxito al responder a un cuestionario sobre funciones y al revisar las notas de
 194 clase del curso de cálculo diferencial. La calificación de la acción se hizo considerando
 195 el éxito o fracaso del estudiante en relación con el objetivo de la tarea respectiva, los
 196 indicadores se discriminaron con base a la identificación de funciones, selección de
 197 funciones inversas, la composición de una función y su inversa, verificación de
 198 igualdad de imágenes de funciones, cálculos básicos, descripción algebraica de una
 199 familia de funciones e identificación de condiciones de igualdad de funciones
 200 Se precisaron los conceptos matemáticos tanto en el instrumento como en sus notas,
 201 se describieron estructuras teórico-conceptuales con mapas conceptuales y se
 202 confrontaron procesos.
 203 El análisis cognitivo se interpretó usando el concepto de ciclo de interacción a partir de
 204 realizaciones respecto a situaciones adidácticas, como se ve en la figura 1.



205
 206 Figura 1. Trayectoria de análisis cognitivo

207 Se reconstruyó el ciclo cognitivo que describió la interacción en términos de los
 208 esquemas conceptuales necesarios y suficientes para alcanzar el objetivo de la tarea.
 209 Con este estudio se mostraron evidencias que permitieron conocer el estado de
 210 concepción que los alumnos tenían sobre la función.

211 3. Resultados y análisis

212 Los obstáculos reconocidos en los alumnos están ligados al origen del concepto de
 213 función y su construcción, la dificultad para que conceptualizaran dicho objeto
 214 dependió de la dimensión didáctica, el análisis de los resultados se circunscribió en la
 215 generalización y el obstáculo verbal. Los resultados permitieron hacer inferencias
 216 relacionadas con los esquemas que activaron y dirigieron sus acciones encaminadas
 217 a procesos exitosos.

218 Para justificar las respuestas, los estudiantes utilizaron diferentes definiciones de
 219 función, tal justificación se redujo a la definición de que a cada elemento de A le
 220 corresponde uno y solo un elemento de B, con lo que se infirió que la concepción que
 221 imperó fue la procedural.

222 Algunos estudiantes concluyeron que expresiones como $\{(x,y): y^2 - x^2 - 1 = 0\}$ no es
223 una función, es decir, enunciaron un esquema figurativo de la ecuación que no
224 corresponde a una función. El esquema directriz que está relacionado con el concepto
225 de función sugiere que los alumnos conciben a las funciones como ecuaciones donde
226 hay que despejar a y en términos de x. Este tipo de error fue frecuente y se genera
227 cuando se les enfrenta con el concepto de función.

228 Muchos alumnos utilizaron la prueba de la recta vertical para discriminar funciones, sin
229 embargo, éste argumento permitió inferir que el alumno desconoce que solo funciona
230 cuando el dominio es un intervalo que contiene un trozo de función continua.

231 Las definiciones propuestas por los alumnos estuvieron dadas en términos de una
232 relación especial entre conjuntos, no obstante, esto no es incorrecto, se detectó que
233 los procedimientos en problemas anteriores, no siempre la refirieron así, lo cual
234 significa una concepción estructural del concepto (no se observaron definiciones del
235 concepto de función que la relacionen con una ecuación en dos variables)

236 **4. Conclusiones**

237 La comprensión del concepto de función es generalmente una tarea difícil, la mayoría
238 de las veces los docentes prefieren enfatizar la experiencia práctica. Muchos de los
239 intentos por enseñar formalmente dicho concepto han sido infructuosos, sin embargo,
240 su enseñanza por medio de ejemplos, como se presenta en los planes y programas
241 actuales, proporcionan prototipos mentales que dan impresiones erróneas de la idea
242 general de la función. La función es una idea compleja que en el desarrollo cognitivo
243 de los alumnos aparece después de algunos años de madurez matemática escolar.
244 Los ejemplos y contraejemplos que utilizan los alumnos como prototipos para el
245 concepto estuvieron limitados y produjeron conflictos con la definición formal y aunque
246 se ha intentado generar experiencias didácticas que mejoraren la situación, persisten
247 obstáculos donde el alumno no puede construir el concepto de función sin previamente
248 estudiar y analizar ejemplos donde se experimente con tal concepto en acción y sin
249 desarrollar ejemplos prototipos cuyas limitaciones no le permiten su aplicación.

250 Existen muchos ejemplos ya documentados sobre los errores para comprender
251 completamente la complejidad del concepto de función (Dreyfus y Vinner 1989, Vinner
252 1983, Marcovitz 1988, Barnes 1988 y Tall 1990). Para generar progreso debe
253 desarrollar un enfoque apropiado, por ejemplo, el uso de la computadora y programas
254 de graficación que permitan observar resultados determinados. Muchos docentes ya
255 han tomado direcciones como la anterior, sin embargo, debe tenerse cuidado de los
256 conflictos que pudiesen ocurrir cuando los alumnos tienen nuevas experiencias con
257 conceptos matemáticos cada vez más sofisticados.

258 Con respecto a la investigación, algunos alumnos identificaron exitosamente las
259 funciones en su contexto sagital y de expresiones algebraicas, sin embargo, esta
260 situación de éxito es parcial porque la mayoría de los alumnos solo fueron capaces de
261 identificar funciones en el contexto gráfico. Se puede concluir que los alumnos
262 dispusieron de un sistema simbólico abstracto que les permitió realizar desarrollos
263 adecuados en problemas donde se requirió de una concepción operacional de la
264 función.

265 De acuerdo con el análisis que se hizo de las soluciones mostradas, los esquemas
266 utilizados son propios de una concepción estructural del concepto de función, con lo
267 cual se comprueba la tesis de Tall (1996), es decir, los alumnos proponen definiciones
268 para establecer diferencias existentes entre el concepto como se expresa en el
269 discurso matemático y el concepto como es aprendido por ellos. Esta concepción
270 operacional mostró una reducción procedural del concepto bien estructurada, sin
271 embargo, no siempre se procedió con la concepción estructural de la función. En la
272 mayoría de los alumnos no hubo claridad en el manejo de las variables, quizá porque
273 en los problemas relacionados recurrieron a esquemas figurativos que no
274 correspondieron a las definiciones formales de función.
275 La forma en cómo los alumnos resolvieron este tipo de problemas permite concluir que
276 la concepción de función está apenas en formación, ejemplo de ello son los errores
277 detectados en casi todos los problemas planteados, es decir, casi no se observa el
278 manejo de la concepción estructural de la función.
279 Con respecto a las características relevantes en el aprendizaje de funciones, el estado
280 de comprensión mostró que los estudiantes tienen una concepción operacional
281 (proceso) del concepto sobre una concepción estructural (objeto). No obstante que
282 algunos refirieron esquemas propios de una concepción estructural, se observó que,
283 en algunos problemas, no se centraron en lo que se creyó determinaría sus
284 respuestas, esto permite concluir que las concepciones procedimentales y
285 operacionales convergen en el proceso de comprensión del concepto de función, lo
286 cual comprueba la tesis de Sfard (1991). El entendimiento del concepto de función es
287 bastante complejo para los estudiantes, ya sea en su forma estructural o
288 procedural.
289 Con respecto a los obstáculos epistemológicos y dificultades conceptuales resalta la
290 relación bilateral entre una función y la expresión algebraica que lo representa. Este
291 obstáculo se presenta cuando el estudiante reconoció una función en términos de una
292 ecuación algebraica. El obstáculo relacionado con la noción de función se presentó
293 cuando se concluyó que la función existe, si existe una ecuación que la determine.
294 La concepción estructural del concepto de función que se generó no fue posible
295 determinarla sólo con la observación, para ello se requirió un análisis holístico de las
296 acciones desempeñadas cuando se enfrentaron a diversas problemáticas. En el
297 análisis del desempeño, se observó que el desarrollo exitoso en los problemas donde
298 se ha requerido una concepción procedural o estructural de la función correspondió
299 a la observación de esquemas o bosquejos cercanos al concepto de función. Los
300 estudiantes mostraron desconocimiento de los conceptos involucrados en los
301 problemas que resolvieron. La concepción estructural de la función fue necesaria, pero
302 no suficiente para comprender conceptos importantes del curso de cálculo diferencial
303 como el límite, la derivada y la integral de una función.
304 La parte social, transformó la relación entre las diferentes dimensiones y explicó los
305 fenómenos didácticos sobre la construcción del conocimiento matemático en
306 escenarios escolares. Es posible reconocer la utilidad del concepto de función no solo
307 como herramienta y en contextos matemáticos, sino también, en aquellos que puedan
308 ser accesibles para la evolución de nociones y conceptos que generen conocimiento

309 matemático, entendiendo a éstos como las restricciones que imperan en aquellos
310 individuos que por el sólo hecho de vivir en sociedad, no son estrictamente
311 modificables por voluntad individual.

312

313 Índice de referencias

- 314 • **Bachelard**, G. (1981) *El nuevo Espíritu Científico*. México: Editorial Nueva
315 Imagen.
- 316 • **Bachelard**, G. (1987) *La Formación del Espíritu Científico*. México: Editorial
317 Siglo XXI.
- 318 • **Barnes**, M. (1988) *Understanding the Function Concept: Some Results of*
319 *Interviews with Secondary and Tertiary Students*, Research on Mathematics
320 Education in Australia.
- 321 • **Dreyfus**, T. y Vinner, S (1989). *Images and definitions for the concept of*
322 *function*. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20.
- 323 • **Eisenberg**, T. (1992). *On the Development of a Sense for Functions*, The
324 Concept of Function, Aspects of Epistemology and Pedagogy, G. Harel and E.
325 Dubinsky (Eds.), MAA Notes Volume 25.
- 326 • **Freudenthal**, H. (1983). *Fenomenología didáctica de las estructuras*
327 *matemáticas*. Traducción y Notas de L. Puig. México: Departamento de
328 Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN, 1995.
- 329 • **Hitt**, F. (1998). *Visualización Matemática, nuevas representaciones, nuevas*
330 *tecnologías y currículo*. Revista de Educación matemática.
- 331 • **Kieran**, C. (1995), *Functions, Graphing and Technology: Integrating Research*
332 *on Learning and Instruction in Integrating Research in the Graphical*
333 *Representation of Functions*, T. Carpenter, E. Fennema and T. Romberg (Eds.),
334 Erlbaum Hillsdale, N.J.
- 335 • **Markovits**, Z., Eylon B. & Bruckheimer M. (1988) *Difficulties Students have with*
336 *the Function Concept*, The Ideas of Algebra, K-12, N.C.T.M. 1988 Yearbook.
- 337 • **NCTM** (2000) *Principles and Standards for school mathematics*. Reston, V:
338 NCTM
- 339 • **Sfard**, A. (1991). *On the Dual Nature of Mathematical Conceptions: Reflections*
340 *on Processes and Objects as Different Sides of the Same Coin*. Educational
341 Studies in Mathematics. Vol 22, Nº 4
- 342 • **Tall**, D. (1990) *The transition to advanced mathematical thinking: functions,*
343 *limits, infinity and proof*", Handbook on Research in Mathematics Education,
344 N.C.T.M., (to appear).
- 345 • **Tall**, D. (1996). *Functions and calculus*. En Bishop, A. J. et al. (eds), *International*
346 *Handbook of Mathematics Education*, 289-325 Netherlands; Kluwer.
- 347 • **Vinner**, S. (1983) *Concept definition, concept image and the notion of function*,
348 *The International Journal of Mathematical Education in Science and*
349 *Technology*, 14.

- 350 • **Zimmermann, W.** Y Cunningham S. (1991). Editor's introduction: *What is mathematical visualization?* Visualization in teaching and learning mathematics, Mathematical Association of America.
351
352
353

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

1 APPLICACIONES EN LÍNEA COMO APOYO EN LA ENSEÑANZA DE 2 PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL

3
4 Leonel Gualberto López Salazar^{1*}, José Juan Rico Castro², Maricela Lara Martínez³
5 y Guillermo Pérez Hernández⁴

6 1, 2, 3, y 4 Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. Carretera Cuautitlán Teoloyucan
7 s/n km. 2.5 Col. San Sebastián Xhala Cuautitlán Edo. De México cp. 54714.

8
9 EN-POIT092

10 Resumen

11 Este trabajo tiene como propósito facilitar el aprendizaje de conceptos de matemáticas relacionados con
12 asignatura de "Investigación de Operaciones" (IO) tomando como caso de estudio el método simplex.
13 Se plantea una estrategia didáctica que es apoyada con TICS y en particular se toman en consideración
14 recursos existentes en línea. La inclusión de estas aplicaciones y servicios supone que el alumno
15 comprenderá y analizará de manera significativa los modelos matemáticos relacionados con los
16 problemas de gestión y asignación de recursos en las organizaciones. El aprendizaje mediado con
17 tecnologías puede propiciar una mejora en la enseñanza y obtener buenos resultados por parte de los
18 alumnos inscritos en el curso impartido en la UNAM FES Cuautitlán en la carrera de Licenciado en
19 administración de quinto semestre.

20 Los conceptos relacionados con el método simplex fueron tomados como punto de partida para explicar
21 a los alumnos problemas de asignación y distribución de recursos en las organizaciones. La interrelación
22 de la información de los problemas deriva en modelos de ecuaciones que representan la realidad del
23 problema que incluyen la definición de variables, una función objetivo y restricciones. Para comprender
24 el modelo se definen variables relacionadas al problema y que han de ser utilizadas en el sistema de
25 ecuaciones propuesto. Los problemas de asignación incluyen las funciones objetivo que maximizan y
26 minimizan los modelos propuestos. La asignación de recursos siempre está sujeta a una serie de
27 restricciones de espacio, tiempo, dinero, personas, etc. El sistema propuesto siempre conlleva
28 condiciones de no negatividad en el modelo.

29
30 **Palabras clave:** Investigación, operaciones, computó, nube, estrategia, didáctica.

31 1. Introducción

32 La tecnología en el proceso de enseñanza aprendizaje no se da a partir del
33 advenimiento de las TICS, sino que este proceso tiene varias décadas que viene
34 sucediendo.

35
36 ¹* Autor para la correspondencia. E-mail: leonelguls@gmail.com Tel.55-73-62-75-46

41 El comienzo del uso de la tecnología en los procesos educativos puede ubicarse
42 en los años setenta, cuando los medios audiovisuales tuvieron mayor
43 disponibilidad en algunas instituciones educativas, como un mecanismo de
44 estímulo en la cátedra tradicional del profesor (Martínez y Heredia, 2010, p. 372).

45 Con la introducción de la computadora personal (PC) en la sociedad se comenzaron a
46 sistematizar actividades académicas, administrativas, investigación, producción, entre
47 otras más. Se comenzó con la alfabetización digital, ya que era necesario socializar
48 este tipo de tecnología que al principio estaba fuera del alcance de la población, esto
49 creaba polarización puesto que crea la denominada brecha digital que se establece
50 entre los que tienen acceso y los que no tienen acceso a los medios digitales (Tello,
51 2007), aunque en la actualidad se ha disminuido la brecha no implica que en todo el
52 mundo la gente tiene acceso a este tipo de tecnología.

53 Los programas de aplicación como el software de ofimática son los que predominan,
54 este tipo de software no está orientado a aplicaciones didácticas o tampoco tiene un
55 trasfondo pedagógico sino más bien está orientado al trabajo de oficina o de
56 producción, en ambientes personales es decir, no existen comunicación entre usuarios
57 el intercambio de información se realizar mediante dispositivos electromagnéticas
58 como los discos duros. Los cursos de preparación están enfocados en aprender la gestión
59 de la PC lo que comúnmente se realiza mediante los sistemas operativos y también
60 estos cursos ponen el foco en aprender cómo se utiliza el software de la computadora,
61 como los procesadores de texto, hojas de cálculo, bases de datos, programación de
62 aplicaciones y programas de diseño en menor medida.

63 En este momento el profesor en el aula sólo incorpora estos elementos para dejar
64 tareas en computadora tratando de esta manera de dejar de lado las máquinas de
65 escribir mecánicas de cinta y los trabajos a mano estableciendo de esta manera una
66 presentación más profesional en las tareas, trabajos y proyectos finales.

67 Con el advenimiento de la multimedia (imagen, sonido y movimiento) y el advenimiento
68 de la tecnología de video proyección se incorpora un abanico de posibilidades al
69 quehacer académico (Gutiérrez, 1997), ya que el profesor realmente comienza a
70 desarrollar estrategias didácticas que sirven de apoyo o encomiendan el aprendizaje
71 de los temas a los multimedios todavía de manera local, el alumno tiene acceso a
72 multimedios que al exponerse a ellos pueden propiciar el aprendizaje sin la necesidad
73 de un profesor o un material impreso que a diferencia de los medios televisivos estos
74 son muy ricos puesto que permiten la interactividad del usuario lo que propicia la
75 curiosidad y motivación por el aprendizaje.

76 El proceso de comunicación mediante las redes de computadoras propicia el desarrollo
77 de nuevas formas de interacción social ya que el individuo comienza a conocer las
78 comunicaciones impersonales y asíncronas, en donde interacciona de manera virtual
79 con otras personas en la red formando así comunidades virtuales que son fusionadas
80 en una sociedad o comunidad virtual que denominamos Internet.

81 La red de redes propicia al principio el intercambio de información electrónica mediante
82 protocolos de comunicación muy elaborados para después evolucionar en un sistema
83 de comunicación por páginas electrónicas estilizadas mediante el lenguaje de marcado
84 de texto html, esto desemboca en la creación de la web 1.0 sin fines didácticos, que la
85 conforman sitios que proporcionan información mediante páginas estáticas
86 entrelazadas a través de referencias que apuntan a otras páginas.

87 La comunidad puede publicar información de manera casi transparente sin la
88 necesidad de tener grandes conocimientos computacionales, sólo se requiere una
89 cuenta en un servidor web para poder hacerlo. La academia comienza a utilizar las
90 bondades de la web al proporcionar al cibernauta una gran cantidad de documentos
91 electrónicos con la información relacionada a sus tópicos de interés. Al no haber
92 control sobre lo que se publica se comienza a problematizar la disponibilidad de
93 información no formal.

94 Los scripts propician el desarrollo de la interactividad aparece la web 2.0 (Cebrian,
95 2008), esto desemboca en el desarrollo de servicios y aplicaciones que no requieren
96 ser instalados localmente, conocidos como cómputo en la nube (*cloud computing*). En
97 la nube podemos crear, consultar, almacenar, descargar materiales que todo tipo como
98 educativos en cualquier momento con el apoyo de una computadora conectada a
99 Internet. El término “nube”, se le atribuye a John McCarthy (Torres, 2013)

100
101 **2. Metodología o desarrollo**
102

103 El primer paso para resolver un problema de asignación de recursos es modelarlo
104 mediante un sistema de ecuaciones con n variables. Las variables se definen para
105 contextualizar y conformar la función objetivo que maximiza o minimiza los modelos
106 propuestos y siempre está sujeta a las restricciones del problema. El sistema
107 propuesto siempre conlleva condiciones de no negatividad para las variables. Se
108 cuenta con una serie de restricciones que pueden ser tan diversas como de espacio,
109 tiempo, costo, materiales, etc.

110

Formular la solución simplex inicial

Para formular este problema, se usarán las siguientes variables de decisión:

x_1 = número de unidades de tipo Científica
 x_2 = número de unidades de tipo Financiera

Max $50x_1 + 40x_2$
 sujeto a:

$$\begin{aligned} 3x_1 + 5x_2 &\leq 150 \text{ Tiempo de ensamble} \\ 1x_2 &\leq 20 \text{ Carcasas disponibles} \\ 8x_1 + 5x_2 &\leq 300 \text{ Espacio en la planta} \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

111
112

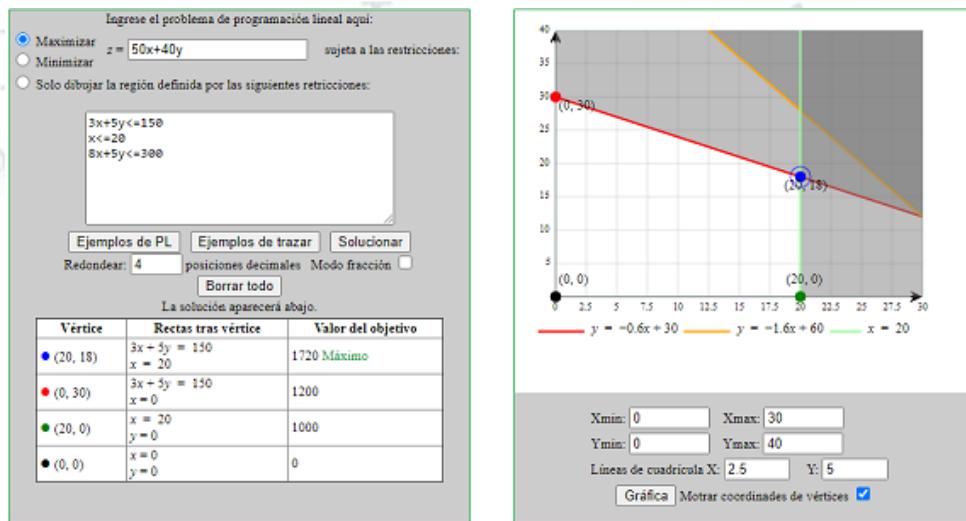
Ilustración 1 Modelo de un problema de programación lineal.

113

114 Utilizando la aplicación de

115 <https://www.zweigmedia.com/utilities/lpg/index.html?lang=es>: tenemos la solución por
116 método gráfico directa.

117



118
119

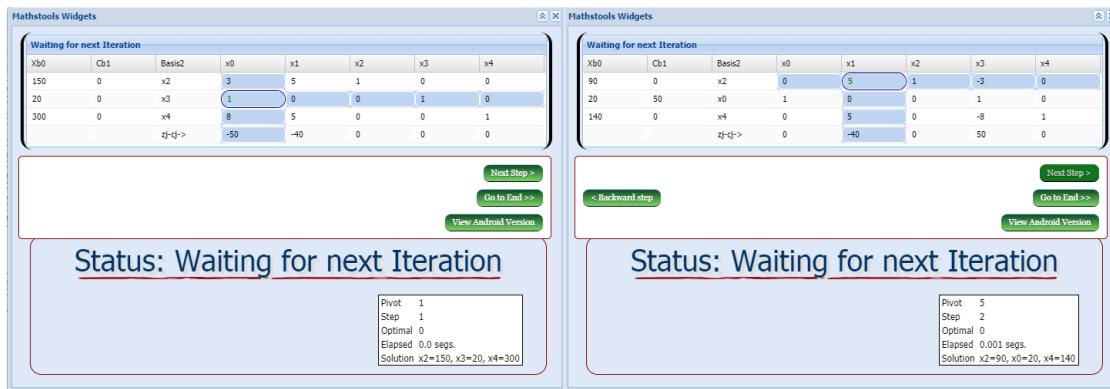
Ilustración 2 Solución directa por el método gráfico

120
121

También podríamos requerir los pasos del método simplex y obtendríamos lo siguiente mediante la aplicación

122 http://www.mathstools.com/section/main/simplex_online#:

123



| Xb0 | Cb1 | Basis2 | x0 | x1 | x2 | x3 | x4 |
|----------------------------------|-----|--------|----|----|----|----|----|
| 150 | 0 | x2 | 3 | 5 | 1 | 0 | 0 |
| 20 | 0 | x3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 300 | 0 | x4 | 8 | 5 | 0 | 0 | 1 |
| $\text{z} = \text{c}^T \text{x}$ | | | | | | | |
| -50 -40 0 0 | | | | | | | |

| Xb0 | Cb1 | Basis2 | x0 | x1 | x2 | x3 | x4 |
|----------------------------------|-----|--------|----|----|----|----|----|
| 90 | 0 | x2 | 0 | 5 | 1 | -3 | 0 |
| 20 | 50 | x0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 140 | 0 | x4 | 0 | 5 | 0 | -8 | 1 |
| $\text{z} = \text{c}^T \text{x}$ | | | | | | | |
| 0 -40 0 50 | | | | | | | |

Status: Waiting for next Iteration

Pivot 1
Step 1
Optimal 0
Elapsed 0.00 segs.
Solution $x_2=150, x_3=20, x_4=300$

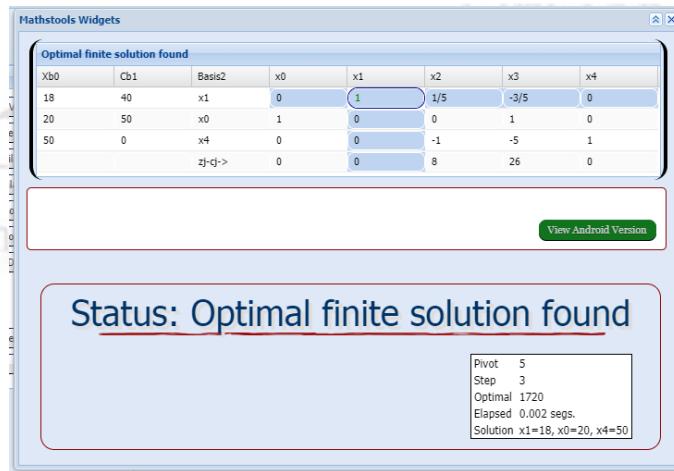
Status: Waiting for next Iteration

Pivot 5
Step 2
Optimal 0
Elapsed 0.001 segs.
Solution $x_2=90, x_0=20, x_4=50$

124
125

Ilustración 3 Primeras dos iteraciones del método simplex

126



| Optimal finite solution found | | | | | | | | |
|----------------------------------|-----|--------|----|----|-----|------|----|--|
| Xb0 | Cb1 | Basis2 | x0 | x1 | x2 | x3 | x4 | |
| 18 | 40 | x1 | 0 | 1 | 1/5 | -3/5 | 0 | |
| 20 | 50 | x0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | |
| 50 | 0 | x4 | 0 | 0 | -1 | -5 | 1 | |
| $\text{z} = \text{c}^T \text{x}$ | | | | | | | | |
| 0 0 26 0 | | | | | | | | |

Status: Optimal finite solution found

Pivot 5
Step 3
Optimal 1720
Elapsed 0.002 segs.
Solution $x_1=18, x_0=20, x_4=50$

127
128

Ilustración 4 Iteración final y resultado del sistema

129

3. Resultados y análisis

130

131 A partir del problema se definen las variables de decisión en el contexto del problema, para este caso fueron X_1 y X_2 , y tomando los datos del problema se plantea la función objetivo que en este caso es maximizar. Después se plantean las restricciones también en forma de ecuaciones tomando las variables que se han definido al inicio del problema. Una vez que se cuenta con el modelo del problema se decidió primero resolverlo mediante el método gráfico en la ilustración 2. En la figura 2 podemos encontrar visualmente los puntos esquina que representan decisiones factibles que pudieran ser la solución óptima. Los valores que se obtienen de estos puntos se evalúan en la función objetivo y obtenemos el máximo en $x=20$ y $y=18$. Y el máximo es de 1720.

132

133 El siguiente método mostrado en las ilustraciones 3 y 4 tenemos el método simplex en donde nos apoyamos de una aplicación en línea para determinar que la solución es la

145 misma que la encontrada mediante el método gráfico. En tres iteraciones pudimos
146 determinar que el máximo es de 1720 con los valores en $x=20$ y $y=18$.
147

148 **4. Conclusiones**

150 Resolver el problema manualmente implica primero graficar en hojas el sistema y
151 encontrar la solución óptima del problema y después resolver el sistema mediante el
152 método simplex realizando las iteraciones de manera manual. Al utilizar estas
153 aplicaciones podemos mostrar al alumno de manera visual cómo se comporta las
154 ecuaciones de manera particular y cómo es que en conjunto acotan el sistema en un
155 conjunto de soluciones factibles. A partir de este conjunto de soluciones es que
156 podemos determinar la solución óptima.
157

158 Estas aplicaciones en línea y de acceso libre permiten al alumno y al profesor
159 herramientas tecnológicas en el proceso de enseñanza aprendizaje sin la necesidad
160 de instalar aplicaciones de manera local o de registrarse en sitios para poder acceder
161 a la aplicación en la nube. Además las aplicaciones mostradas así como otras muchas
162 más son muy intuitivas y no requieren de una curva de aprendizaje en donde se tenga
163 que invertir bastante tiempo. Tampoco se requiere de un gran ancho de banda o
164 características especiales en los equipos de los usuarios para poder ejecutar las
165 aplicaciones.

166 No se cree que las herramientas sustituyan completamente los métodos de enseñanza
167 tradicionales sino más bien son un complemento para hacer las clases más
168 entretenidas y nos pudieran permiten tener más elementos didácticos para explicar los
169 conceptos manejados en clase.
170

171 **Índice de referencias**

- 174 • Cebrian, M. (2008). La WEB 2.0 como red social de comunicación e
175 información. Estudios sobre el mensaje periodístico, 14, pp. 345-361.
- 176 • Martínez, R., y Heredia, Y. (2010). Tecnología educativa en el salón de clase:
177 estudio retrospectivo de su impacto en el desempeño académico de estudiantes
178 universitarios del área de Informática. Revista mexicana de investigación
179 educativa, 15(45), 371-390. Recuperado en 10 de noviembre de 2019, de
180 http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1405-66662010000200003&lng=es&tlang=es.
- 182 • Gutiérrez, A. (1997). Educación multimedia y nuevas tecnologías. Madrid:
183 Ediciones de la torre.
- 184 • Tello, E. (2007). Las tecnologías de la información y comunicaciones (TIC) y la
185 brecha digital: su impacto en la sociedad de México [artículo en línea]. Revista
186 de Universidad y Sociedad del Conocimiento (RUSC). Vol. 4, N. 2. [Fecha de
187 consulta: 22/03/2020]. ISSN 1698-580X

- 188 • Torres, S. (2013). Educación en la nube. Un nuevo reto para los docentes de
189 educación media superior. Revista iberoamericana para la investigación y el
190 desarrollo educativo. N. 10, pp.1-17. [Fecha de consulta: 20/03/2020]
191
192

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

PROBLEMAS MATEMÁTICOS DE MECÁNICA DE SUELOS MODELADOS CON PYTHON

Eduardo López Sánchez^{*1}, José Hilario Cid²,

Milton César Toriz Reyes³, José Enrique Salinas Carrillo⁴.

Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de Tehuacán. Libramiento
Tecnológico s/n, Tehuacán, Pue.

AP-POSM097

Resumen

Se presenta el desarrollo de los modelos matemáticos empleados en el cálculo de problemas de mecánica de suelos relacionados con la obtención del esfuerzo cortante neto aplicando las trayectorias de esfuerzos de Möhr-Coulomb en donde se presenta una transformación de ejes para obtener los esfuerzos en el plano oblicuo y su respectiva programación en el lenguaje Python.

Palabras clave: Esfuerzo, Cortante, Python, Trayectorias, Möhr, Coulomb.

1. Introducción

La aplicación de la mecánica de suelos en la solución de problemas reales para el diseño óptimo de la cimentación en una edificación requiere de modelos matemáticos confiables, mismos que han sido desarrollados en el transcurso del tiempo, y que se han ido actualizando conforme nuevas tecnologías van surgiendo. Sin embargo, recurrimos a modelos desarrollados antes de que la mecánica de suelos se formalizara como una rama de la geología y se estableciera como una asignatura obligada en los planes de estudio de la ingeniería civil.

La obtención del esfuerzo cortante neto, valor de referencia para el cálculo de la capacidad de carga, fue determinado por los estudios de Coulomb a cerca del comportamiento de los esfuerzos normales y ajustados a la trayectoria de Möhr, mediante el círculo del mismo nombre, que realiza una transformación de un plano normal a un plano oblicuo, producto del ángulo de falla que se obtiene al realizar el ensayo de compresión simple a una probeta de suelo estandarizada (Bardet, 1997). La modelación matemática involucra aspectos esenciales de geometría analítica, combinados con criterios muy estrictos formulados en la mecánica de los materiales y el desarrollo de ecuaciones que permitan su representación gráfica en un plano cartesiano σ vs. τ , a partir de un gráfico $\sigma = f(\varepsilon)$ obtenido de la curva esfuerzo – deformación unitaria (López, 2019). En este trabajo, se presentan las expresiones matemáticas deducidas de los modelos geométricos analíticos de la trayectoria de esfuerzos de Möhr y se programan para observar los resultados y gráficos considerando la teoría de Coulomb al caso del esfuerzo cortante desarrollado en los suelos. Así mismo, se justifica este trabajo, pues es una aportación a la mecánica de suelos práctica para aplicarse, mediante programación, en la resolución de problemas relacionados con el tema, quedando la puerta abierta para un análisis más detallado de los distintos modelos matemáticos que se presentan en temas diversos, como la consolidación unidimensional de los suelos para la estimación de

¹ * Autor para la correspondencia. E-mail: eduardo.ls@tehuacan.tecnm.mx, edulpzsan@gmail.com, Cel. (238) 1092807

45 asentamientos y tiempos de consolidación, el flujo del agua subterránea y las redes de flujo,
 46 las trayectorias de esfuerzos críticos, los problemas de visco-plasticidad de los suelos, etc.

47 2. Metodología o desarrollo

48

49 2.1 Esfuerzo cortante neto de un suelo

50

51 El esfuerzo cortante neto de un suelo se obtiene al realizar un ensayo de compresión simple
 52 inconfinada a una probeta cilíndrica relación altura-diámetro igual a 2, en donde se aplican
 53 lentamente, a una velocidad de 1 mm/min, cargas que se van registrando en intervalos
 54 constantes de tiempo para deducir la deformación al moverse el equipo hidráulico y generando
 55 la compresión y llevar a la falla a la probeta, en donde se mide el ángulo de falla α . (Bardet,
 56 1997). Si el suelo es puramente cohesivo, el ángulo de falla se presenta a 90° , y si el suelo es
 57 puramente friccional, la cohesión c es 0 kg/cm² y el ángulo de fricción φ varía entre 20° y
 58 40° ; en suelos cohesivos-friccionalmente, se presenta la cohesión del suelo y el ángulo de
 59 fricción, en donde la trayectoria de Coulomb corresponde a una recta de ecuación en el plano
 60 esfuerzo normal – esfuerzo cortante ($\sigma - \tau$):

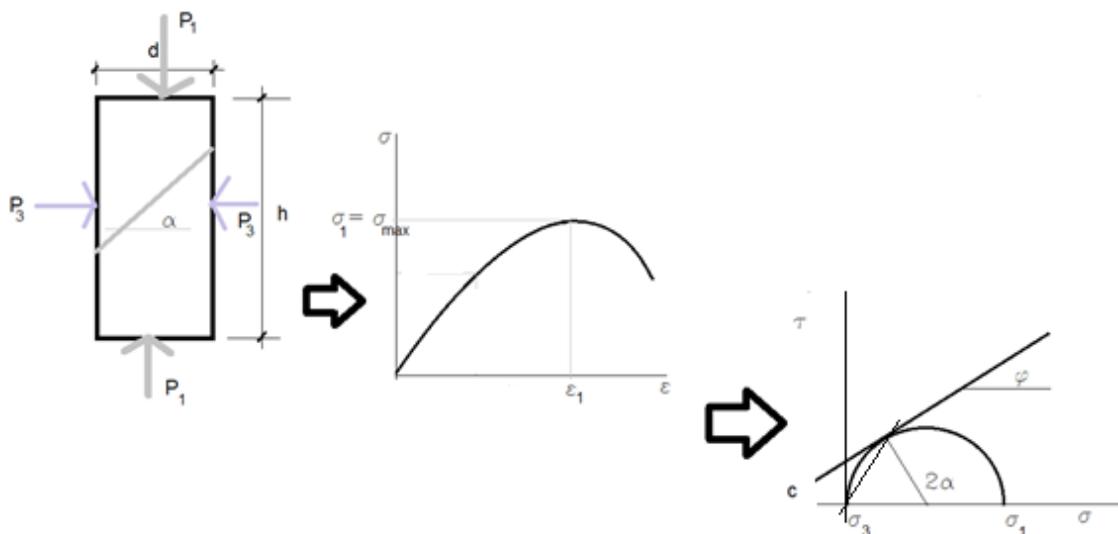
61

$$62 \text{Ecuación 1: } \tau = c + \sigma \tan \varphi$$

63

64 donde τ es el esfuerzo cortante y σ es el esfuerzo normal de compresión. Esto puede
 65 observarse en la Figura 1.

66



67

68 **Figura 1. Esquema gráfico para la ecuación de Coulomb.**

69

70 Al analizar el esquema, se observa que la ecuación de la mitad de la circunferencia se
 71 expresa de la siguiente manera:

72

$$73 \text{Ecuación 2: } \tau(\sigma) = \sqrt{\sigma_1\sigma - \sigma^2}$$

74 La ecuación de la recta con ángulo de inclinación α y que pasa por el origen se expresa
 75 como:

76

77 **Ecuación 3:** $\tau_1(\sigma) = \sigma \tan(\alpha)$

78

79 Las ecuaciones 2 y 3 se resuelven para encontrar el punto de intersección de la media
 80 circunferencia y la recta para determinar la ecuación ortogonal a la ecuación 1. La
 81 ecuación resultante queda expresada como:

82

83 **Ecuación 4:** $\tau_2(\sigma) = \frac{2 \tan(\alpha)}{1 - \tan^2 \alpha} (\sigma - \frac{\sigma_1}{2})$

84

85 La ecuación para la estimación de la cohesión, con $\sigma = 0$, se expresa de la siguiente
 86 forma:

87

88 **Ecuación 5:** $\tau_3(\sigma) = \frac{\sigma \tan^2 \alpha - \sigma + \sigma_1}{2 \tan \alpha}$

89

90 El esfuerzo cortante neto $q_u = \tau(\sigma)$ se obtiene de la ecuación 1 cuando evaluamos
 91 para el valor de $\sigma = \frac{\sigma_1}{1 + \tan^2 \alpha}$ y $\varphi = \tan^{-1}(\frac{\tan^2 \alpha - 1}{2 \tan \alpha})$.

92

93 Cuando se tienen valores de $\sigma_3 \neq 0$, debido a la presencia de la presión de
 94 confinamiento, con $\sigma_3 = [\sigma_3^{(1)}, \sigma_3^{(2)}, \sigma_3^{(3)}]$, donde el valor encerrado entre paréntesis
 95 indica el número del ensayo, entonces para las matrices de la deformación unitaria
 96 $\varepsilon_{i,j}$ y de esfuerzos normales $\sigma_{i,j}$, para $i = 1, 2, \dots, n$ y $j = 1, 2, 3$, donde n es el número de
 97 registros de los ensayos j , obtenemos la ecuación siguiente para encontrar el esfuerzo
 98 cortante:

99

100 **Ecuación 6:** $\tau_i(\sigma_i, \sigma_1^{(j)}, \sigma_3^{(j)}) = \sqrt{(\sigma_1^{(j)} + \sigma_3^{(j)})(\sigma_i - \sigma_3^{(j)}) + \sigma_3^{(j)2} - \sigma_i^2}$

101

102 La cohesión y el ángulo de fricción se hallan con las ecuaciones 7 y 8, respectivamente:

103

104 **Ecuación 7:** $\varphi_i = 2 \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{\sigma_1^{(j)} - \sigma_1^{(j+1)}}{\sigma_3^{(j)} - \sigma_3^{(j+1)}}} \right) - \frac{\pi}{2}$

105

106 **Ecuación 8:** $c_i = \frac{1}{2} \frac{\sigma_1^{(j+1)} \sigma_3^{(j)} - \sigma_1^{(j)} \sigma_3^{(j+1)}}{\sigma_3^{(j)} - \sigma_3^{(j+1)}} \sqrt{\frac{\sigma_3^{(j)} - \sigma_3^{(j+1)}}{\sigma_1^{(j)} - \sigma_1^{(j+1)}}}$

107

108 Las expresiones anteriores corresponden al caso del ensayo triaxial del suelo,
 109 aplicando esfuerzos normales mediante las cargas de compresión, y esfuerzos de

110 confinamiento por medio de agua a presión al colocar la probeta de ensaye cubierta
 111 con un látex y dentro de la cámara triaxial. Normalmente las presiones de
 112 confinamiento σ_3 toman valores de 0.25 kg/cm^2 , 0.50 kg/cm^2 y 1.00 kg/cm^2 , aunque
 113 pueden ajustarse hacia abajo o hacia arriba dependiendo del tipo de suelo analizando,
 114 pero siempre respetando la multiplicación por 2. Una práctica recomendable es realizar
 115 primero el ensaye de compresión simple inconfinada para conocer el esfuerzo normal
 116 máximo que soporta y reducir a la mitad este valor para proponer el máximo esfuerzo
 117 confinante y dividir por dos para obtener los apropiados valores de σ_3 . (Verruijt, 2012)
 118

119 2.2 Programación de las ecuaciones

120 Se utiliza el lenguaje *Python* 3.x para programar las ecuaciones deducidas utilizando
 121 arreglos unidimensionales nativos del lenguaje, la biblioteca interna *math* y las
 122 bibliotecas externas *Matplotlib* para graficar y *EasyGui* para crear la interfaz de usuario
 123 de forma sencilla. Para el caso de compresión simple inconfinada se presentan los
 124 procedimientos en la Figura 2. Las instrucciones para la graficación del círculo de *Möhr*
 125 se presentan en la Figura 3.

126 Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

```

def Tau(sigma):
    tau=m.sqrt(sigma*sigma1-sigma*sigma)
    return tau

def TauR1(sigma):
    taur1=sigma*m.tan(Alfa)
    return taur1

def TauR2(sigma):
    taur2=2*m.tan(Alfa) / (1-m.tan(Alfa)**2)*(sigma-sigma1/2)
    return taur2

def TauR3(sigma):
    taur3=(sigma*m.tan(Alfa)**2-sigma+sigma1) / (2*m.tan(Alfa))
    return taur3

```

128 Figura 2. Codificación de las ecuaciones 1 a 5.
 129
 130

```

131 sigma1=max(Esfuerzo)
132 sigma3=0
133 Sigma=[]
134 tau=[]
135 taur1=[]
136 taur2=[]
137 taur3=[]
138 for i in range(0,51):
139     ssigma=sigma1/50*i
140     Sigma.append(ssigma)
141     tau.append(Tau(ssigma))
142     taur1.append(TauR1(ssigma))
143     taur2.append(TauR2(ssigma))
144     taur3.append(TauR3(ssigma))
145 plt.plot(Sigma,tau,Sigma,taur1,Sigma,taur2,Sigma,taur3)
146 plt.axis([0,sigma1,0,sigma1/2])
147 plt.title("Círculo de Möhr")
148 plt.xlabel("Esfuerzo normal (kgf/cm^2)")
149 plt.ylabel("Esfuerzo cortante (kgf/cm^2)")
150 plt.show()
151 plt.figure(1)
152 plt.subplot(211)
153 plt.plot(Deformacion,Esfuerzo,"o--")
154 plt.subplot(212)
155 plt.plot(Sigma,tau,Sigma,taur1,Sigma,taur2,Sigma,taur3)
156 plt.axis([0,sigma1,0,sigma1/2])
157 plt.show()
158 Cohesion=TauR3(0)
159 EsfzoCortanteNeto=Tau(sigma1/(1+m.tan(Alfa)**2))
160 AnguloFriccion=m.atan((m.tan(Alfa)**2-1)/(2*m.tan(Alfa)))*180/m.pi
Figura 3. Codificación para la gráfica del círculo de Möhr.

```

Para el caso triaxial UU (sin drenaje y no consolidado) se presenta la codificación para generar los círculos de Möhr; en este caso, se utilizó la biblioteca externa *Pandas* para importar el archivo en formato CSV, como se muestra en la Figura 4.

```

import math as m
import matplotlib.pyplot as py
import pandas as pd
import easygui as eg
datos=pd.read_csv("DatosEnsaye.csv")
eg.msgbox(datos)
Sigma1=[1.444,1.881,2.608]
Sigma3=[0.225,0.450,0.900]
def TresCirculos(S1,S3):
    sigma=[]
    tau=[]
    for j in range(0,len(Sigma1)):
        s=[]
        t=[]
        for i in range(0,201):
            s.append(S3[j]+i/100*(S1[j]-S3[j])/2)
            t.append(m.sqrt((S1[j]-s[i])*(s[i]-S3[j])))
        sigma.append(s)
        tau.append(t)
    return sigma,tau
def GraficaCirculos(s,t):
    py.plot(s[0],t[0],s[1],t[1],s[2],t[2])
    py.axis([0,max(Sigma1),0,max(tau[2])])
    py.grid(True)
    py.show()
sigma,tau=TresCirculos(Sigma1,Sigma3)
GraficaCirculos(sigma,tau)

```

138



139

Figura 4. Codificación para la graficación de los tres círculos de Möhr.

140 3. Resultados y análisis

141

142 Los resultados de una corrida del programa para el caso de compresión simple
 143 inconfinada permiten inferir que los modelos matemáticos funcionan adecuadamente
 144 y su programación reduce bastante el tiempo de solución y se alcanza una exactitud
 145 considerable al manejar variables de doble precisión.

146

147 La Figura 5 muestra la gráfica esfuerzo-deformación unitaria, la Figura 6 la trayectoria
 148 de esfuerzos de *Möhr-Coulomb* y la Figura 7 los resultados que muestran el valor del
 149 esfuerzo cortante neto, la cohesión del suelo y su ángulo de fricción interno.

150

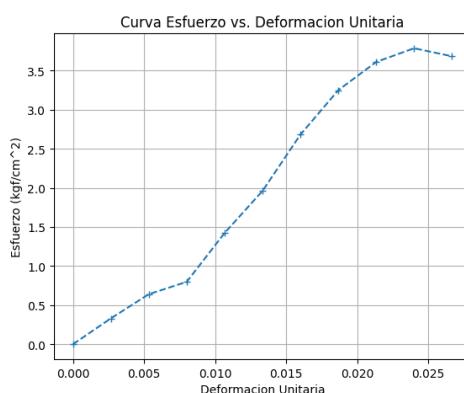


Figura 5. Gráfica esfuerzo-deformación unitaria.

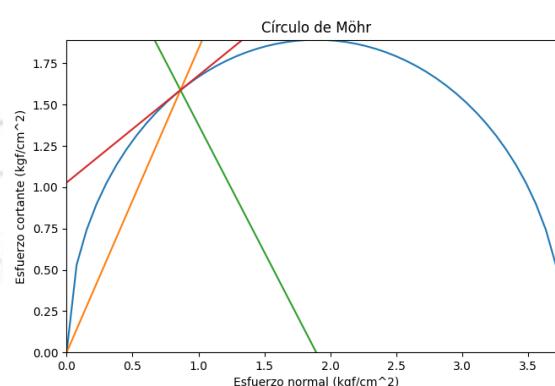


Figura 6. Trayectoria de esfuerzos Möhr-Coulomb.

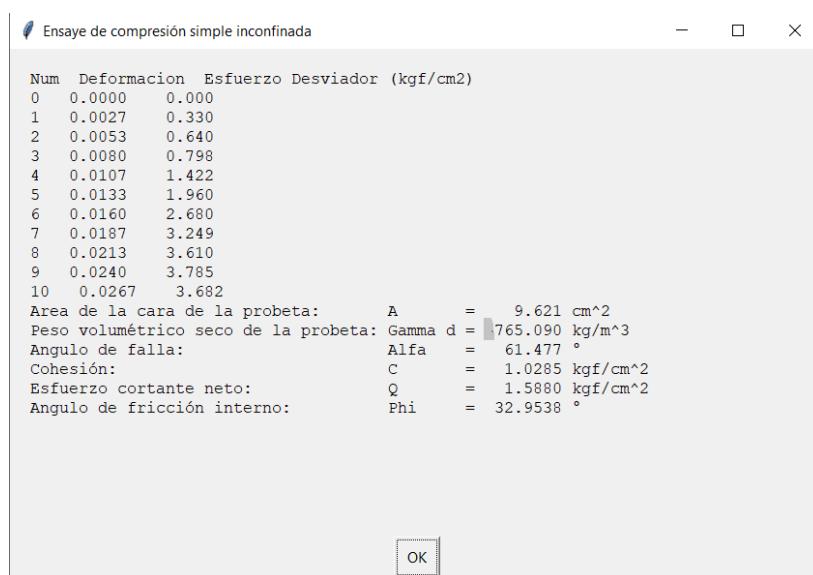


Figura 7. Resultados del ensayo de compresión simple inconfinada.

151

152

153

- 154 Para el caso del ensayo triaxial *UU* se muestra el archivo de datos en formato CSV y
 155 la generación de los círculos de Möhr en la Figura 8.
 156

| | Def1 | Carga1 | Def2 | Carga2 | Def3 | Carga3 |
|---|------|--------|------|--------|------|--------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 20 | 10 | 20 | 30 | 20 | 50 |
| 2 | 40 | 35 | 40 | 54 | 40 | 99 |
| 3 | 60 | 55 | 60 | 77 | 60 | 125 |
| 4 | 80 | 78 | 80 | 90 | 80 | 172 |
| 5 | 100 | 89 | 100 | 110 | 100 | 190 |
| 6 | 120 | 95 | 120 | 145 | 120 | 203 |
| 7 | 140 | 101 | 140 | 165 | 140 | 202 |
| 8 | 160 | 98 | 160 | 150 | 160 | 200 |

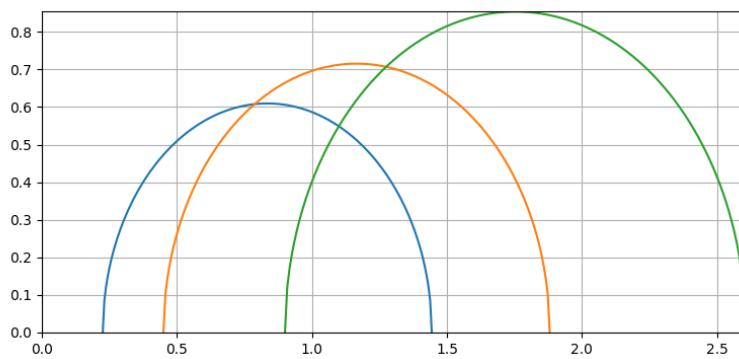


Figura 9. Datos y círculos de Möhr

- 157
 158 **4. Conclusiones**
 159
 160 La mecánica de suelos requiere de experimentación continua para verificar el
 161 comportamiento del suelo, y los modelos matemáticos son fundamentales para
 162 obtener los parámetros que se requieren para aplicarse en la solución de un problema
 163 de ingeniería civil en donde el suelo, como material que sufre esfuerzos y
 164 deformaciones, interviene.
 165
 166 La deducción de las ecuaciones y su simplificación son la base de la formulación de
 167 un buen programa de cómputo, y escrito en un lenguaje de computadora, cuya curva
 168 de aprendizaje es suave, como lo es *Python*, y con un gran respaldo global de
 169 bibliotecas externas, permite desarrollar herramientas rápidas y precisas que ayudan
 170 bastante en el quehacer profesional del ingeniero civil, específicamente en el área de
 171 la mecánica de suelos.
 172
 173 Es importante señalar que este trabajo solo presenta un caso, de los múltiples
 174 problemas que se presentan en la mecánica de suelos, y que pueden resolverse con
 175 formulaciones matemáticas precisas, algoritmos desarrollados exprofeso y programas

176 de cómputo escritos fácilmente para lograr resultados en corto plazo y ajustados a las
177 necesidades que el usuario requiera. Problemas como la red de flujo del agua
178 subterránea, la permeabilidad de los suelos, la estimación de los asentamientos y
179 tiempos de consolidación en suelos compresibles, la obtención de parámetros
180 volumétricos y gravimétricos, la clasificación de los suelos, el análisis de esfuerzos
181 para distintos casos de cargas, etc., pueden requerir de una modelación matemática
182 detallada, cuyas teorías han sido planteadas y desarrolladas por personajes como Karl
183 Terzaghi, Arthur Casagrande, Leonardo Zeevaert, entre muchos otros, y que han
184 quedado plasmados en sus obras literarias para su consulta, planteamiento, solución
185 y aplicación en problemas reales, y que esperan ser programados por las nuevas
186 generaciones de futuros ingenieros civiles de México.

187

188 5. Índice de referencias

189

- 190 • Bardet, Jean-Pierre (1997). *Experimental Soil Mechanics*. USA: Prentice-Hall.
191 • López-Sánchez, E. (2019). *Programación Python para ingenieros civiles*. Mauritania:
192 Editorial Académica Española (EAE).
193 • Verruijt, A. (2012). *Soil mechanics*. Holanda: Delft University of Technology.

MATERIALES DIDÁCTICOS EN EL APOYO DEL DESARROLLO DE HABILIDADES MATEMÁTICAS

Mireya Monroy Carreño^{1*}, Patricia Monroy Carreño² y Roberto Monroy Carreño³
^{1, 2, 3}Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades plantel Vallejo. Eje Central
Lázaro Cárdenas S/N, Magdalena de las salinas, 07760 Gustavo A. Madero, CDMX

AP-POSM098

Resumen

Los materiales didácticos han estado presentes durante un largo tiempo en el ámbito educativo y hoy en día ha tomado una mayor importancia que el docente debe tener cuidado en la elección de estos instrumentos para lograr los aprendizajes requeridos en los distintos programas de estudios. Desde la perspectiva anterior la asignatura de Física no es la excepción; dado que una de las principales dificultades para la construcción de conocimientos en esta disciplina, son las deficientes habilidades de resolución de problemas por parte de los alumnos, por lo que este estudio su objetivo fue el emplear materiales didácticos que estimularan las habilidades matemáticas que son un pre-requisito para la adquisición de los aprendizajes en Física. Por lo tanto, se trabajó con una muestra por conveniencia no probabilística de 22 alumnos que cursan el tercer semestre en el Colegio de Ciencias Humanidades, plantel Vallejo en la que se usaron materiales didácticos de tipo audiovisuales y digitales que promovieran las habilidades de dominio de procedimientos básicos, comprensión de lenguaje e inferencia, los resultados reflejaron que los alumnos mejoraron sus habilidades de dominio y de comprensión de lenguaje, no fue así con el aspecto de inferencia quizás sea una de las posibles razones por la que los jóvenes se les dificulte la resolución de problemas aritméticos.

Palabras clave: Habilidades matemáticas, Física, Inferencia, Problemas

1. Introducción

La enseñanza de las ciencias presenta una serie de dificultades en el proceso de enseñanza aprendizaje puesto que parecen que los alumnos aprenden menos ciencia de la que se les enseña y se muestran desinteresados por lo que aprenden (Benito, 2009); quizás algunos de los motivos por los cuales se han obtenido estos resultados es debido a que los estudiantes la consideran difícil, aburrida e irrelevante por no tener relación con sus intereses y experiencias (Dávila et al, 2015). Además, que según Elizondo (2013) expone que las dificultades que manifiestan los alumnos para comprender los problemas en física son el identificar los datos relevantes del problema, comprender los significados de los datos y transcribir al lenguaje matemático. Por lo anterior, es necesario resaltar la importancia que tienen las matemáticas debido a que proporciona herramientas al alumnado para que reconozca y valore la funcionalidad de estas en la vida cotidiana (Reyes, Castillo, Zúñiga & Llarena, 2012), por ello es necesario diseñar materiales didácticos acordes

*Mireya Monroy Carreño. m.monroy449@gmail.com

43 a las necesidades pedagógicas, disciplinares y tecnológicas que coadyuven al logro
44 de los aprendizajes de los alumnos.

45
46 Sobre las bases anteriores, se parte del hecho de proporcionar materiales didácticos
47 adecuados para mejorar un proceso educativo de calidad (Freré & Saltos, 2013), al
48 mismo tiempo son herramientas pedagógicas que apoyan la actuación del docente y
49 optimizan el proceso de enseñanza-aprendizaje (Vargas, 2017). En el mismo sentido,
50 los materiales educativos pueden clasificarse en curriculares y didácticos, siendo
51 estos últimos aquellos que apoyan la implementación del currículo, como son
52 documentos de lectura y consulta, internet y equipo de cómputo, entre otros (INEE,
53 2019).

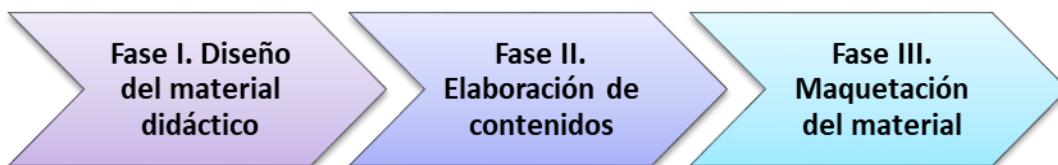
54
55 Desde la perspectiva anterior, es necesario precisar que por las condiciones
56 ocasionadas por la contingencia provocada por el COVID-19 lo que originó que la
57 educación se desarrollará en una modalidad en línea, se les dio mayor importancia a
58 los materiales didácticos de tipo audiovisual y aprovechar sus múltiples ventajas
59 como el de mejorar el interés de los estudiantes puesto que pueden revisar cuantas
60 veces sean necesario los materiales, promueven la motivación, entre otros (Williams,
61 et al, 2018).

62
63 Por lo tanto, el objetivo de estudio es emplear materiales didácticos que estimulen las
64 habilidades matemáticas que son un pre-requisito para la adquisición de los
65 aprendizajes en Física.

66
67 **2. Metodología o desarrollo**

68
69 Este estudio fue no probabilístico de tipo descriptivo puesto que solo describe las
70 características de una sola muestra (Rodríguez & Pérez, 2007).

71
72 **2.1 Metodología para el desarrollo de los materiales didácticos audiovisuales**
73 Asimismo, en este estudio se aplicó la metodología para la elaboración de materiales
74 didácticos de Vallejo (2010) como se muestra en la Fig. (1) y que está constituido por
75 tres fases:



76
77 **Figura 1. Metodología empleada para el desarrollo de los materiales didácticos audiovisuales.**
78 Fuente: Vallejo (2010)

79
80 En relación con la anterior, se explicará cada una de las fases de la metodología.

81 **2.1.1 Fase I. Diseño del material didáctico**

82 Este estudio consiste en la determinación de aquellos aspectos que se deben
83 considerar para la construcción de los materiales como son el área temática,
84 planeación del diseño, estructuración y presentación de la información como se
85 muestra en la Tab.(1).

86

87 **Tabla 1. Aspectos que se consideraron en el diseño del material.**

88 **Fuente:** Adaptado de Vallejo (2010)

| | |
|--------------------------------------|---|
| Título del material didáctico | Las matemáticas y la Física. |
| Duración estimada | 45 minutos. |
| Modalidad | En línea. |
| Presentación | MP4 (Se diseñaron tres videos en forma de tutorial). |
| Objetivo general | Desarrollar las habilidades de matemáticas básicas para la resolución de problemas. |
| Contenidos | Dominio de procedimientos básicos. Comprensión de lenguaje e inferencia. |
| Organización | Se implemento al inicio del curso de la asignatura de Física. |

89

90 **2.1.2 Fase II. Elaboración de contenidos**

91 La elaboración de contenidos multimedia está conformada por dos etapas que son la
92 redacción y guionización.

93

94 **2.1.2.1 Redacción de contenidos**

95 De acuerdo con Vallejo (2010) se consideraron los siguientes criterios para la
96 redacción del video:

- 97 • Se eligieron solo palabras claves o puntos esenciales a resaltar ya que cuando se
98 lee a través de una pantalla esta tarea se realiza un 25% más lenta que cuando se
99 hace en papel.
- 100 • Se trataron de introducir ejemplos desde los aprendizajes que se deben cubrir en
101 el programa de Física, pero al mismo que desarrollen habilidades matemáticas.
- 102 • Se emplearon figuras, gráficas, tablas, iconos con la finalidad que el material fuera
103 llamativo para los alumnos y se agregaron a estos un pequeño texto explicativo.
- 104 • Se expusieron algunos ejemplos en el mismo video para que los jóvenes
105 visualizaran el procedimiento.
- 106 • Se propusieron ejercicios de autoevaluación con preguntas de opción múltiple.

107

108 **2.1.2.2 Guionización**

109 Los guiones son un producto intermedio entre la fase de maquetación y producción
110 del material, en el caso de este estudio se empleó un modelo de locución debido a
111 que en esta investigación se diseñaron materiales audiovisuales y donde no solo es
112 importante el contenido sino también la forma de presentación de estos, por lo que

113 se reconoce que en los medios audiovisuales es muy importante la modulación de la
114 voz en la transmisión de los mensajes (Rodero, 2007).

115

116 Cabe agregar, que en esta fase se consideró al público que va dirigido, que son los
117 alumnos de Nivel Medio Superior y que han cursado matemáticas desde la primaria
118 por lo tanto, se considera que por lo menos deben poseer conocimientos básicos
119 referentes al tema, al mismo tiempo se promueve una locución positiva como son
120 una entonación segura, agradable, convincente, tranquila, calmada o cercana,
121 resaltando algunos puntos esenciales con respecto al desarrollo de algunos pasos en
122 la resolución de los problemas de matemáticas.

123

124 **2.1.3 Maquetación**

125 En esta etapa se desarrolla la construcción de los materiales por ello, se hizo uso de
126 figuras e imágenes gratuitas y sin licencia, asimismo, se diseñaron tres videos dos a
127 través de una presentación de power point y el tercero se empleó powtoon para su
128 construcción, es necesario precisar que en este caso sólo se abordaron en los
129 vídeos algunos ejemplos de resolución de problemas enfocados para las temáticas
130 de física, por consiguiente, se partió del hecho de estimular habilidades de
131 comprensión lectora con el objeto de que los jóvenes identifiquen los datos
132 relevantes del problema, comprendan los significados de los datos, transcriban al
133 lenguaje matemático, para después resolver los ejercicios de autoevaluación.

134 Es necesario precisar, que en este caso se revisaron los siguientes temas al
135 considerarse los conocimientos básicos de matemáticas que requieren poseer los
136 jóvenes para abordar algunas temáticas de la asignatura de Física y se muestra en la
137 Fig. (2).

138



139

140

141

142

Figura 2. Temas revisados en los materiales didácticos audiovisuales.

2.2 Participantes

143 La muestra de estudio fue por conveniencia con 22 alumnos de los cuales el 59%
144 son mujeres y el 41% son varones entre las edades de 15-17 años que cursan el
145 tercer semestre en el turno vespertino del Colegio de Ciencias y Humanidades
146 Plantel Vallejo.

147

148 **2.3 Instrumento de evaluación**

149 En este estudio se construyó un instrumento de evaluación empleando Microsoft
150 Forms, con un total de 30 ítems de opción múltiple con tres posibles respuestas en
151 este caso se evaluaron tres criterios los cuales fueron dominio de procedimientos
152 básicos, comprensión de lenguaje e inferencia. Además, se debe especificar que
153 este instrumento se aplicó antes y después de la implementación de los materiales
154 didácticos.

155 Cabe mencionar, que las habilidades de dominio de procedimientos básicos se
156 evalúan a partir de los criterios de Reyes, Castillo, Zúñiga & Llarena (2012), como
157 son que el alumno construya e interprete modelos matemáticos mediante la
158 aplicación de procedimientos aritméticos y algebraicos, fórmula y resuelve problemas
159 matemáticos e interpreta gráficos, tablas e imágenes de forma matemática.

160

161 Con respecto a la comprensión de lenguaje se evaluó que el estudiante explique,
162 interprete y argumente la solución de los problemas mediante un lenguaje
163 matemático y verbal, la solución de problemas matemáticos como proceso de
164 comprensión textual.

165

166 En relación con elemento de inferencia se evaluó el conocimiento de carácter teórico,
167 que permiten llegar a la solución del problema, en este caso se midió la inferencia
168 explicativa, en otras palabras, es aquella que va dirigida a la búsqueda de las causas
169 de la información que pueda dar una explicación. Por lo tanto, los ítems están
170 distribuidos de acuerdo con la Tab. (2).

171

172

Tabla 2. Dominios evaluados en el instrumento de evaluación.

| Dominios evaluados | No. De ítems |
|-------------------------|--------------|
| Procedimientos básicos. | 12 |
| Compresión de lenguaje. | 10 |
| Inferencia. | 8 |
| Total | 30 |

173

174 En el mismo sentido en la Tab. (3) se presenta la clasificación que se empleo para
175 evaluar el desempeño de los estudiantes.

176

177

178 **Tabla 3. Clasificación de los resultados obtenidos por los alumnos según el número de aciertos
obtenidos.**

| Dominios evaluados | Criterios de clasificación según el número de respuestas correctas |
|--------------------|---|
|--------------------|---|

| | | |
|--------------------------------|-------------------|-------------------|
| Procedimientos básicos | 0 a 4 aciertos. | Nivel bajo. |
| | 5 a 9 aciertos. | Nivel intermedio. |
| | 10 a 12 aciertos. | Nivel alto. |
| Comprensión de lenguaje | 0 a 3 aciertos. | Nivel bajo. |
| | 4 a 7 aciertos. | Nivel intermedio. |
| | 8 a 10 aciertos. | Nivel alto. |
| Inferencia | 0 a 2 aciertos. | Nivel bajo. |
| | 3 a 5 aciertos. | Nivel intermedio. |
| | 6 a 8 aciertos. | Nivel alto. |

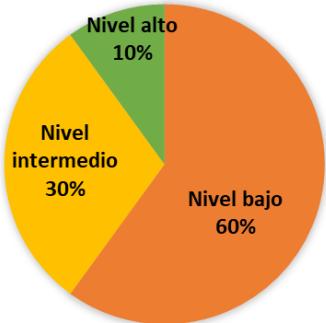
179

180 3. Resultados y análisis

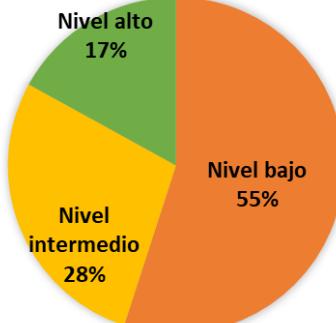
181

182 Los resultados obtenidos antes de la implementación de los materiales didácticos se
 183 exponen en la Fig. (3) en el que se resaltan que el dominio de procedimientos
 184 básicos se obtuvo el menor porcentaje en el nivel alto.
 185

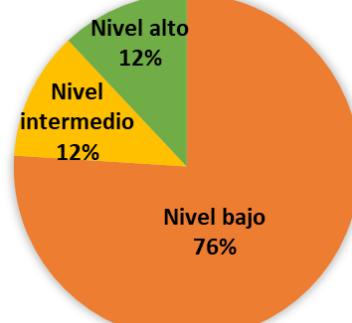
Procedimientos básicos



Comprensión de lenguaje



Inferencia



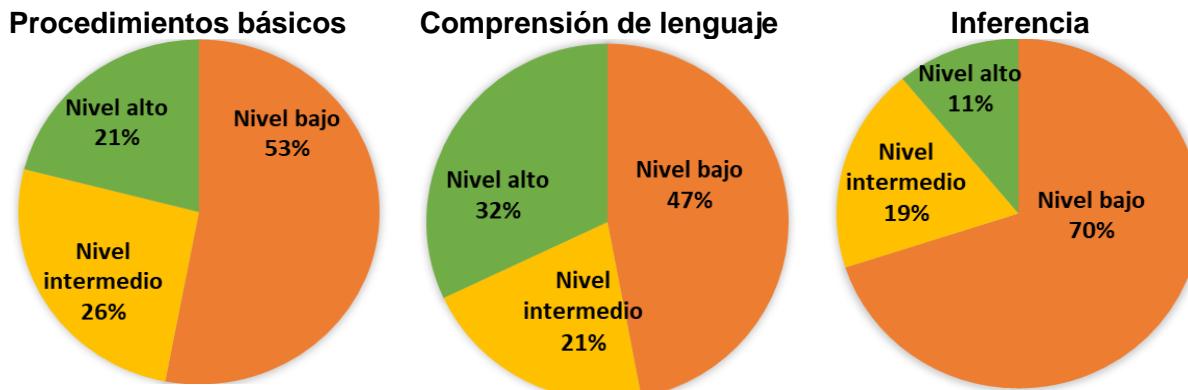
186

187 **Figura 3. Gráfica de los porcentajes de alumnos según el número de aciertos obtenidos antes**
 188 **de la implementación según por el nivel de dominio evaluado.**

189

190 Después de la implementación de los materiales didácticos audiovisuales se
 191 consiguieron mejores resultados en los dominios de procedimientos básicos y de
 192 comprensión de lenguaje, no obstante, para el elemento de inferencia incluso no solo
 193 no mejoró en el nivel, sino incluso disminuyó pasando del 12% al 11%, como se
 194 observa en la Fig. (4), quizás una de las posibles razones es que la inferencia es un
 195 centro articulador o una base mental y a partir de ella se construyen otros procesos
 196 complejos en donde los individuos deben integrar sus saberes internos y externos
 (Cisneros, M.; Olave, G. & Rojas, I., 2010).

197



198 Figura 4. Gráfica de los porcentajes de alumnos según el número de aciertos obtenidos
 199 después de la implementación según por el nivel de dominio evaluado.

200 4. Conclusiones

201 Después de realizar las evaluaciones correspondientes y utilizar la metodología ya
 202 conocidos y mencionados con anterioridad, se diseñaron materiales didácticos
 203 audiovisuales con el propósito de estimular las habilidades matemáticas básicas para
 204 abordar las temáticas de la asignatura de Física, abarcando los dominios de
 205 procedimientos básicos, comprensión de lenguaje e inferencias encontrando que los
 206 jóvenes mejoraron en las dos primeras, sin embargo, en la último no fue así e incluso
 207 disminuyó el porcentaje de los alumnos para el nivel alto aunque si aumentó el
 208 porcentaje de estudiantes que alcanzaron un nivel intermedio y quizás esta sea una
 209 posible razón porque los jóvenes se les dificulta resolver problemas matemáticos y
 210 entonces sería importante centrar nuestra atención en este punto para identificar los
 211 principales factores que intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje y así
 212 proponer una solución factible para esta tarea pendiente.

213 Asimismo, hay que hacer hincapié que al abordar estos materiales no se dispuso de
 214 mucho tiempo ya que lo que se pretendía es que los alumnos reafirmarán sus
 215 conocimientos previos para aplicarlos en la asignatura de Física, por lo que se
 216 propone que para trabajos futuros se diseñe un curso extracurricular para
 217 implementar estos materiales antes de que cursen la asignatura de Física y así
 218 estimular las habilidades matemáticas que son un pre-requisito para un adecuado
 219 desempeño académico por parte de los alumnos.

220 Agradecimientos

221 Este trabajo fue realizado con apoyo de la iniciativa UNAM-DGAPA-INFOCAB-
 222 PB100821.

230 5. Índice de referencias

231

- 232 • Benito, M. (2009). Debates en torno a la enseñanza de la ciencia. Perfiles
233 educativos/ Tercera época, 31(12), 27-43.
- 234 • Cisneros, M., Olave, G. & Rojas, I. (2010). La inferencia en la comprensión lectora:
235 De la teoría a la práctica en la Educación Superior. Pereira: Universidad
236 Tecnológica de Pereira.
- 237 • Dávila, M.A.; Borrachero, A.B.; Mellado, V. & Bermejo, M. L. (2015). Las
238 emociones en alumnos de ESO en el aprendizaje de contenidos en Física y
239 Química, según el género. Revista de psicología, 1(1), 173-180.
- 240 • Elizondo, M.S. (2013). Dificultades en el proceso enseñanza aprendizaje de la
241 Física. Presencia Universitaria, 3(5), 70-77.
- 242 • Freré, F.L. & Santos, M.M. (2013). Materiales didácticos innovadores. Revista
243 Ciencia UNEMI, 10, 25-34.
- 244 • INEE (2019). La educación obligatoria en México. Informe 2019. México: INEE.
- 245 • Reyes, S., Castillo, A., Zúñiga, A. & Llarena, R. (2012). Niveles de dominio en
246 habilidad matemática: la estrategia de evaluación de enlace Media Superior.
247 México: Ceneval.
- 248 • Rodero, E. (2007). Caracterización de una correcta locución informativa en los
249 medios audiovisuales. Estudios sobre el Mensaje Periodístico, 13, 523-542.
- 250 • Rodríguez, M. & Pérez, M. C. (2007). Tipos de estudio en el enfoque de
251 investigación cuantitativa, Enfermería Universitaria, 4(1), 35-38.
- 252 • Vargas, G. (2017). Recursos educativos didácticos en el proceso enseñanza
253 aprendizaje. Cuadernos Hospital de Clínicas, 58(1), 68-74.
- 254 • Vallejo, N. (2010). Metodología de elaboración de materiales didácticos multimedia
255 accesibles. Recuperados de: <https://n9.cl/djqg>
- 256 • Williams, M.S., Loor, M.N., Carrera, G.W., Veliz, F.M. & Congo, R. (2018).
257 Recursos didácticos audiovisuales y su impacto en el aprendizaje del idioma
258 inglés. Didasc@lia: Didáctica y Educación, 9(1), 37-54.

MÉTODO ALTERNATIVO DE PO SHEN LOH ENCONTRAR LAS RAÍCES DE UNA ECUACIÓN CUADRÁTICA

Esiquo Martin Gutiérrez Armenta^{1*}, Marco Antonio Gutiérrez Villegas², Alejandro Cruz Sandoval³, Daniel Flores Sánchez⁴ y Israel Isaac Gutiérrez Villegas⁵.

^{1,4}Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Sección de Estudios de Posgrado e Investigación Edificio 5, Instituto Politécnico Nacional, Unidad Profesional Adolfo López Mateos Zacatenco, Col. Lindavista, C.P. 07340, México, Ciudad de México.

^{2,3}UAM-Azc, Dep. Sistemas, Área Sistemas Computacionales. Av. San Pablo No 180 Col. Reynosa Tamaulipas cp. 02200, México, Ciudad de México.

⁵División de Ingeniería en Sistemas Computacionales, TESE- TecNM, Estado de México

AP-POSM099

Resumen

Este artículo tiene la finalidad de utilizar el método Po Shen Loh para encontrar las raíces de una ecuación cuadrática, en su artículo demuestra que mediante su procedimiento se llega a la formula general. Esta formula general es tan particular que es enseñada desde el curso de álgebra en secundaria hasta los siguientes niveles de bachillerato y licenciatura. Es tanta su aplicación que se enseña por todo el mundo, por lo que Po Shen Loh quería encontrar alguna forma de enseñarla pedagógicamente de tal manera que fuera más sencilla de comprender que únicamente memorizándola.

Palabras clave: Ecuación cuadrática, formula general.

1. Introducción

En diversos problemas de diferentes áreas de la ingeniería, ciencias administrativas, biología y en cualquier rama de las ciencias, se puede encontrar que se tiene que resolver una ecuación cuadrática de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, (Loh 2019) propuso una manera pedagógica para aplicarla y fuera sencillo recordarla, por lo que, indagando un poco en la historia de las matemáticas, se encontró cuando se había comenzado a realizar alguna metodología para resolver este tipo de ecuación. Posiblemente esté familiarizado con la famosa historia de la geometría de Euclides (que data de alrededor de 300 a. C.), en la cual se menciona que fue utilizada para el descubrimiento de los números irracionales, (Ratner B. 2009). debido a que desarrolló un enfoque geométrico. Aunque los matemáticos posteriores lo utilizaron para resolver ecuaciones cuadráticas, equivalía a encontrar una longitud que en nuestra notación era la raíz de una ecuación cuadrática (Puttaswamy 2012).

Los historiadores están de acuerdo en que Pitágoras (nacido alrededor del año 569 a. C. y muerto alrededor del año 475 a. C.) fue el primer matemático (Beddoe 2020), de la historia que formuló un teorema a partir de un triángulo rectángulo,

* Autor para la correspondencia. E-mail: esiqv11@hotmail.com Tel. 55 1339-1343

47 en el cual se establece que: el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma del
48 cuadrado de cada uno de sus lados (Petrova 1973).

49
50 Por otro lado, los babilonios 1900 a 1600 a. C. tenían cierto conocimiento de la
51 ecuación cuadrática y podían resolverla, por lo que, los Matemáticos hindúes tomaron
52 los métodos babilónicos, en especial Brahmagupta (598 - 665 a. C) quien brindó un
53 método moderno que admite cantidades negativas. Este método mostraba una
54 solución general para todas las ecuaciones cuadráticas de la forma (Puttaswamy
55 2012).

56

57 **Ecuación 1.** $x^2 + bx = c ; a > 0, b > 0$

58

59 Además de Brahmagupta, también hubo otros matemáticos que brindaron
60 aportaciones con respecto a la obtención de soluciones de la ecuación cuadrática
61 como Al-Khwarizmi, Brahmagupta entre otros. Después de tantas aportaciones la
62 fórmula cuadrática más aceptada es expresada de la siguiente manera (Puttaswamy,
63 2012)

64 **Ecuación 2.** $x = \frac{-b \pm \sqrt{(-b)^2 - 4ac}}{2a}$

65

66 Durante el siglo XIX, se aplicaron las ideas de Galois las cuales se aplican a soluciones
67 algebraicas de ecuaciones, pero también a construcciones geométricas. Por lo que su
68 teoría puede ser declarada como: "La ecuación polinómica $p(x)=0$ y puede resolverse
69 mediante radicales si y solo si, el grupo de Galois " p " puede ser resuelto". Para esto
70 se requiere construir cadenas de subgrupos normales del grupo de Galois asociados
71 con la ecuación en un sentido real (Beddoe 2020).

72

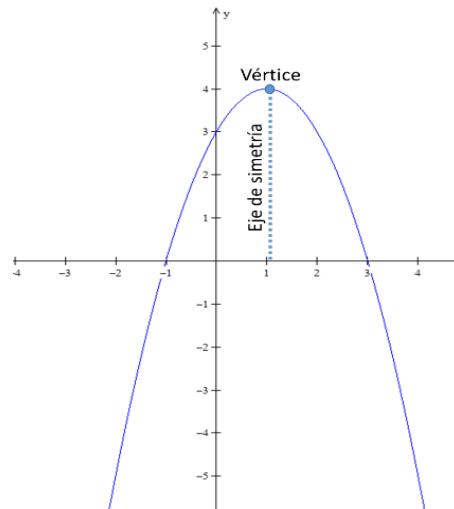
73 **2. Metodología**

74

75 Hay tres métodos diferentes para resolver la ecuación cuadrática aparte de la forma
76 gráfica, en este desarrollo se utilizará el teorema del residuo.

77 En la práctica, para el cálculo de raíces de una ecuación cuadrática podemos
78 encontrarlas utilizando el método de factorización, completando el binomio cuadrado
79 y usando la fórmula general. Entre todos estos métodos, la factorización es un poco
80 complicado debido a que las raíces de una ecuación cuadrática son los valores de "x",
81 los cuales deben satisfacer la ecuación dada " $f(x)=0$ ". Una ecuación cuadrática no
82 puede tener más de dos raíces distintas o una raíz de multiplicidad dos en el conjunto
83 de los números reales en los que se trabajan a nivel secundaria. Por lo que un término
84 que no se ve es lo que se le llama vértice y eje de simetría. Considerando que el vértice
85 pasa el eje de simetría de una parábola (ecuación cuadrática) figura 1.

86



87

Figura 1. Se muestra el vértice y una recta paralela al eje “y” llamado eje de simetría.

En la figura 2, se tiene que $a>0$ por lo que la función cuadrática abre hacia arriba. Se observa que el vértice tiene un mínimo y que corta al eje “x” en $A=-2$ y $B=1$ además de que estos valores son las raíces de la ecuación cuadrática.

$$f(x) = 2x^2 + 2x - 4$$

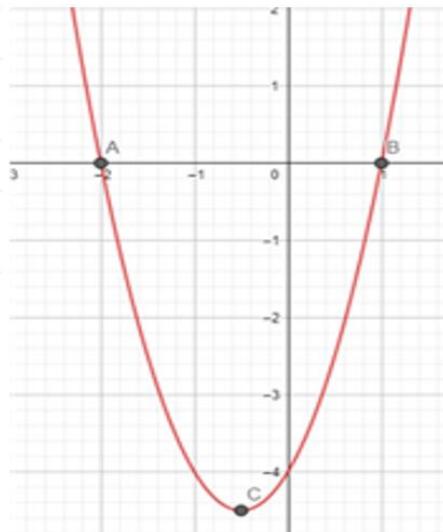
Raíz(f)

$A= (-2,0)$

$B= (1,0)$

C=Extremo (f)

$(-0.5,-4.5)$



92

Figura 2. Muestra las raíces de la ecuación marcadas como A, B.

Mientras tanto, en la figura 3, se tiene que $a < 0$ lo que significa que la parábola abre hacia abajo mostrando que el vértice tiene un máximo. Los valores de A, B son las raíces de dicha ecuación.

97

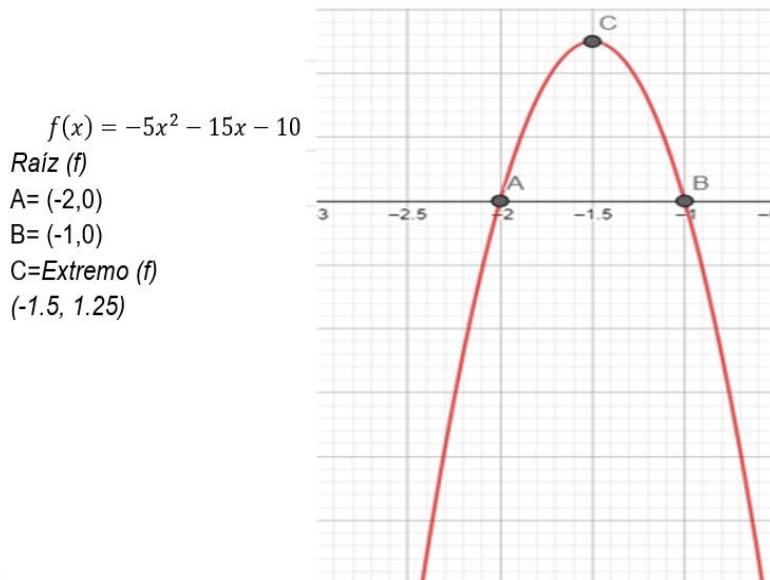


Figura 3. Muestra las raíces de la ecuación marcadas como A, B.

98 Se la ecuación 3:
 99 Congreso Internacional Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

100 **Ecuación 3.** $ax^2 + bx + c = 0$

101 Esta se puede escribir de la siguiente manera

102 **Ecuación 4.** $x^2 + Bx + C = 0$

103 El método de factorización consiste en encontrar valores x_1, x_2 de tal manera que la
 104 ecuación cuadrática se puede escribir de la siguiente forma:

105 **Ecuación 5.** $x^2 + Bx + C = x^2 + x(x_1 + x_2) + x_1x_2 = 0$

106 Igualando los coeficientes de la incógnita x se encuentra la siguiente relación.

107 **Ecuación 6.** $x^2 = 1, B = (x_1 + x_2), C = x_1x_2$

108 De la ecuación 6. tenemos que B debe ser la suma de las raíces mientras que C el
 109 producto de las mismas.

110 Ejemplo.

111 Dada la ecuación $x^2 - 5x + 6 = 0$, y tomando como referencia Ecuación 6, tenemos lo
 112 siguiente: $x^2 = 1, B = -5, C = 6$. Por lo tanto, para encontrar las raíces se utiliza la
 113 siguiente metodología.

115 Los factores primos de 6 son: $\pm 2, \pm 3$. Sin embargo, para la solución se requiere que la
116 suma sea igual a -5 y el producto sea igual a 6. Esta condición únicamente se cumple
117 con los siguientes números: -2 y -3. Por lo que la factorización queda de la siguiente
118 manera.

119
$$x^2 - 5x + 6 = (x + x_1)(x + x_2)$$

120 Por consiguiente, la ecuación se puede escribir de la siguiente forma.

121
$$x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3) = 0$$

122 Y al resolverla, esta debe cumplir lo siguiente:

123
$$(x - 2) = 0 \text{ ó } (x - 3) = 0$$

124 Llevando a la siguiente solución.

125
$$x_1 = 2 \quad x_2 = 3$$

126 El teorema clásico del residuo y el teorema del factor se estudian típicamente en la
127 escuela secundaria para polinomios con coeficientes en el campo \mathbb{R} de números
128 reales. En esta versión, se establece que el resto de un polinomio $f \in \mathbb{R}$, el residuo de
129 la división $r(x) \in \mathbb{R}$.

130 En la división por un binomio $x - c \in \mathbb{R}$ evaluada en c , es decir, $f(c)$: si $x - c$ divide
131 f , entonces $r(c) = 0$ si y solo si $f(c) = 0$. Como es bien sabido, estos resultados son
132 generalmente válidos para polinomios algebraicos con coeficientes.

133 Un polinomio algebraico es de la forma:

134 **Ecuación 7.** $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$

135 La (7) tiene exactamente n raíces, lo que significa que estas pueden ser reales,
136 complejas, o tener m combinaciones de ellas.

137 El teorema del resto polinómico se deriva de la definición de la división euclídea, el
138 cual dice que: dados dos polinomios algebraicos $f(x)$ (el dividendo) y $g(x)$ (el divisor),
139 se obtiene la existencia y la unicidad de un cociente $q(x)$ y un resto $r(x)$ y de acuerdo
140 a (Laudano 2019), implica que

141 **Ecuación 8.** $f(x) = q(x)g(x) + r(x)$

142 Con esta teoría matemática se deduce el método. Primero de la figura 3, se observa
 143 que x_1, x_2 se encuentran en el punto medio de la línea que pasa por el punto del vértice
 144 la cual es paralela al eje "Y".

145 **Ecuación 9.** $x^2 + Bx + C = (x - p)(x - q)$

146 Se deben encontrar valores R, S de tal manera que la suma sea $-B$ y el producto C
 147 resuelva la ecuación derivando la fórmula cuadrática tradicional con respecto a x con
 148 solo 2 coeficientes. Con esta teoría se desarrolla el algoritmo de Po Shen Loh.

149 De la ecuación 9 se quiere encontrar p, q de tal manera que la suma sea B y el producto
 150 de estos sea C .

151 **Ecuación 10.** $x^2 + Bx + C = (x + p)(x + q)$

152 **Ecuación 11.** $p + q = B$

153 Si se toma que

154 **Ecuación 12.** $p = q = \frac{B}{2}$

155 Con este promedio cumple la ecuación 11, por lo tanto, los valores de p, q se pueden
 156 representar de la siguiente manera.

157 **Ecuación 13.** $\frac{B}{2} \pm u$

158 Debido a que se debe de cumplir que el producto de estos debe de ser C .

159 **Ecuación 14.** $\left(\frac{B}{2} + u\right)\left(\frac{B}{2} - u\right) = C$

160 En la ecuación (14), el lado izquierdo es un binomio conjugado, por lo que,
 161 multiplicando se tiene el siguiente resultado.

162 **Ecuación 15.** $\frac{B^2}{4} - u^2 = C$

163 Resolviendo la ecuación 15, con respecto a la variable u .

164 **Ecuación 16.** $u^2 = \frac{B^2}{4} - C$

165 **Ecuación 17.** $u = \pm \sqrt{\frac{B^2}{4} - C}$

166 Sustituyendo u en la ecuación 14 y resolviendo, se encuentra p y q .

167 **Ecuación 18.** $p, q = \pm \sqrt{\frac{B^2}{4} - C}$

168 De ecuación 10, el producto debe ser cero, por lo tanto:

169 **Ecuación 19.** $(x + p)(x + q) = 0$

170 Por lo que:

171 **Ecuación 20.** $(x + p) = 0$ ó $(x + q) = 0$

172 Lo que significa que:

173 **Ecuación 21.** $x = -p, x = -q$

174 Por lo tanto, la suma B y producto C , son todas las soluciones.

175 **Ecuación 22.** $p = -\frac{B}{2} + \sqrt{\frac{B^2}{4} - C}$

176 **Ecuación 23.** $q = -\frac{B}{2} - \sqrt{\frac{B^2}{4} - C}$

177 Que son los valores de x

178 **Ecuación 24.** $x_{1,2} = -\frac{B}{2} \pm \sqrt{\frac{B^2}{4} - C}$

179 Ejemplo.

180 $x^2 - 5x + 6 = 0$

181 Donde

182 $B = -5, C = 6$

183 Sustituyendo en la ecuación 24.

184 $x_{1,2} = -\frac{(-5)}{2} \pm \sqrt{\frac{(-5)^2}{4} - 6} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} - 6} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} - \frac{24}{4}} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4}}$

185 $x_{1,2} = \frac{5}{2} \pm \frac{1}{2}$

186 $x_1 = \frac{5}{2} + \frac{1}{2} = 3$ $x_2 = \frac{5}{2} - \frac{1}{2} = 2$

187 Estas son las soluciones que se obtuvieron utilizando el método de factorización. Este
188 es el método de Po-Shen Loh. Solo con la parte matemática utilizada en su desarrollo.

189 **4. Resultados y análisis**

190 Utilizando los teoremas correspondientes se llegó a la ecuación propuesta Po-Shen
191 Loh. Del desarrollo en forma Pedagógica utilizado por Po-Shen Loh. Le faltó incluir
192 toda la parte matemática que está relacionada con el cálculo de raíces de polinomios
193 algebraicos.

194

195 **5. Conclusiones**

196 El método propuesto por Po-Shen Loh. Reduce el número de cálculo aritmético en
197 comparación al utilizado los otros tres que son tradicionales, así que esta es una
198 ventaja, debido a que tiene menos posibilidades de cometer un error algebraico y
199 aritmético.

200

201 **Referencias**

202 Libros

- 203 • Beddoe, J., (2020). Study.com, Big Ideas Math Algebra 2 - Chapter 3: Quadratic
204 Equations and Complex Numbers, what is the Quadratic Formula? – Definition.
205 Recuperado de: <https://study.com/academy/lesson/what-is-the-quadratic-formula-definition-equation-proof.html>.
- 207 • Petrova, S., (1973) From the history of the analytic proofs of the fundamental
208 theorem of algebra, *History and methodology of the natural sciences XIV: Mathematics, mechanics* Moscow, Russian, 167-172.

210 Revistas

- 211 • Laudano, F., (2019). A generalization of the remainder theorem and factor
212 theorem. *International Journal of Mathematical Education in Science and
213 Technology*, 50(6), 960-967.
- 214 • Loh, P., (2019). A Simple Proof of the Quadratic Formula. *arXiv preprint*,
215 arXiv:1910.06709.
- 216 • Puttaswamy, T., (2012), *Mathematical Achievements of Pre-Modern Indian
217 Mathematicians, 7 - Brahmagupta*, Elsevier, 161-208. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-397913-1.00007-7>.
- 219 • Ratner, B. (2009). Pythagoras: Everyone knows his famous theorem, but not who
220 discovered it 1000 years before him. *Journal of Targeting, Measurement and
221 Analysis for Marketing*, 17(3), 229-242.

AJUSTE NUMÉRICO DE UN MODELO LOGÍSTICO AUXILIÁNDOSE DE EXCEL

Gabriel Guillén Buendia^{1,*}, Ana María Islas Cortes² y Yolanda Montoya Vargas²

¹Instituto Politécnico Nacional, ESIME Azcapotzalco. Av. de la Granjas 682,
Santa Catarina, 02250 Azcapotzalco, CDMX.

²Instituto Politécnico Nacional, ESIT. Av. IPN 2047, 07300 Lindavista, GAM, CDMX.

AP-POSM100

Resumen

En el pasado era común determinar los valores numéricos de un modelo no lineal mediante la aplicación de regresión simple a la transformación lineal del citado modelo y, era considerado un proceso terminal. Posteriormente, con la aparición de las computadoras se hizo atractivo el uso de métodos iterativos orientados a minimizar los residuos de dichos ajustes. En este trabajo se realizó el ajuste numérico de un modelo logístico modificado sobre los datos de crecimiento de una población de organismos. Se concluyó en base a los resultados obtenidos, que la bondad de ajuste del modelo logístico modificado a través de transformación lineal fue significativa al 95% de confianza estadística y, al optimizar los residuos del ajuste numérico usando el método de Newton-Raphson se incrementó la significancia al 99%. Cabe indicar que la totalidad del procedimiento numérico se realizó en una hoja de Microsoft Excel, y se evitó en todo momento el uso de software estadístico especializado.

Palabras clave: Dinámica de crecimiento, Modelo logístico, Método de Newton-Raphson, Microsoft Excel, Álgebra matricial.

1. Introducción

El estudio de cualquier evento que ocurre en la naturaleza, sociedad, industria, laboratorio, o cualquier otro sitio, se ve favorablemente enriquecido si se aplica matemáticas. Por ejemplo, cuando se estudia la rapidez de propagación de un virus en la población de un estado o país, como lo estamos viviendo con el SARS-COV-2; los investigadores aplican ecuaciones de crecimiento, como el caso del modelo de Gompertz [Ramos, 2021] y, a partir de sus resultados consideran medidas sanitarias que permitan, en lo posible, la minimización de los efectos negativos en la población. Por otra parte, al estudiar la relación existente entre la tensión aplicada a un polímero y su efecto en la estructura interna del mismo, ya sea cuando ésta no supere el límite elástico o hasta llegar a la rotura de los enlaces que la constituyen [Guillén, 2021]. En ganadería se estudia el crecimiento de los animales en función del tipo de alimentación se les proporcionan. En los mercados financieros se analizan los efectos de ciertas variables económicas, los ejemplos son interminables.

¹* Autor para la correspondencia. E-mail: gguillen@ipn.mx

44 La ecuación logística es ampliamente usada en el análisis de la dinámica de
 45 crecimiento de poblaciones [Islas, 2016], en este trabajo se expone una modificación
 46 de ésta, misma que se indica en la ecuación siguiente:

47

$$P(t) = \frac{k_0}{1 + e^{(k_1 - t)/k_2}} \quad Ec(1)$$

48 Donde:

49 $P(t)$ es la población de organismos en función del tiempo t (dado en meses), mientras
 50 que k_0 , k_1 y k_2 son constantes numéricas a determinar.

51

52 Para simplificar la ecuación anterior, se procedió a hallar el valor numérico inicial de k_0
 53 a través del uso de tres datos de apoyo seleccionado de los datos experimentales, los
 54 dos primeros son próximos a los extremos de la curva, mientras que el tercero es el
 55 punto medio de los dos anteriores [Islas, 2016]. Los tres puntos P_1 [t_1 , $P(t)_1$], P_2 [t_2 ,
 56 $P(t)_2$] y P_3 [t_3 , $P(t)_3$] se sustituyen en la ecuación 2:

57

58

$$\ln(k_0) = \frac{\ln[P(t)_1] \ln[P(t)_2] - \ln^2[P(t)_3]}{\ln[P(t)_1] + \ln[P(t)_2] - 2 \ln[P(t)_3]} \quad Ec(2)$$

59

60 Evidentemente, k_0^* es el valor inicial:

61

$$k_0^* = e^{\ln(k_0)} \quad Ec(3)$$

62

63 Los valores numéricos de k_1 y k_2 se obtienen al aplicar regresión simple a la
 64 transformación lineal de dicho modelo [Quintanilla, 2005], como se indica a
 65 continuación:

66

$$\ln\left[\frac{k_0^*}{P(t)} - 1\right] = \frac{1}{k_2}(k_1 - t) \quad Ec(4)$$

67

68 Ahora, partiendo de los parámetros de la recta de regresión como la pendiente (m) e
 69 intersección al eje (b) se determinan:

70

$$k_2^* = -1/m, \quad k_1^* = k_2 \cdot b \quad Ec(5)$$

71

72 Se ha determinado los valores numéricos de los tres parámetros de la ecuación 1, en
 73 el pasado este procedimiento se consideraba terminal. Sin embargo, en la actualidad
 74 es necesario minimizar los residuos del ajuste obtenido.

75

76 Para ello, usamos el método iterativo Newton-Raphson [Burden, 2016]; que en esencia
 77 consiste en evaluar el jacobiano, Ec (6), Ec (7) y Ec (8), usando los valores iniciales
 78 de k_0 , k_1 y k_2 , ecuación 3 y ecuación 5 respectivamente.

79

80

$$\frac{\delta P(t)}{\delta k_0^*} = \frac{\delta}{\delta k_0^*} \left(\frac{k_0^*}{1 + e^{(k_1^* - t)/k_2^*}} \right) = \frac{1}{1 + e^{(k_1^* - t)/k_2^*}} \quad Ec(6)$$

$$\frac{\delta P(t)}{\delta k_1^*} = \frac{\delta}{\delta k_1^*} \left(\frac{k_0^*}{1 + e^{(k_1^* - t)/k_2^*}} \right) = -\frac{k_0^* e^{(k_1^* - t)/k_2^*}}{k_2^* [1 + e^{(k_1^* - t)/k_2^*}]^2} \quad Ec(7)$$

81

$$\frac{\delta P(t)}{\delta k_2^*} = \frac{\delta}{\delta k_2^*} \left(\frac{k_0^*}{1 + e^{(k_1^* - t)/k_2^*}} \right) = \frac{k_0^* (k_1^* - t) e^{(k_1^* - t)/k_2^*}}{k_2^* [1 + e^{(k_1^* - t)/k_2^*}]^2} \quad Ec(8)$$

82 Así como el error (d):

$$d = P(t)_{\text{estimado}} - P(t)_{\text{experimental}} \quad Ec(9)$$

85

86 Con ello, se procedió a obtener los incrementos de dichas constantes, realizando el
 87 producto matricial siguiente:

$$\Delta k_i = [z^T z]^{-1} [z^T d], \quad i = 0, 1, 2 \quad Ec(10)$$

89

90 Entonces, los nuevos valores de las constantes del modelo logístico en estudió fue:

91

$$k_0^+ = k_0^* - \Delta k_0 \quad Ec(11)$$

92

$$k_1^+ = k_1^* - \Delta k_1 \quad Ec(12)$$

$$k_2^+ = k_2^* - \Delta k_2 \quad Ec(13)$$

93 Ahora, considera que el método es iterativo, hasta hallar el mínimo valor residual.

94

95

96 2. Metodología.

97 En la tabla siguiente se indican datos de crecimiento de una población de organismos
 98 en función del tiempo t.

99

100 **Tabla 1.** Datos de crecimiento de una población de organismos en función del tiempo t.

| Tiempo t (semanas) | Población P(t) (Número) | Tiempo t (semanas) | Población P(t) (Número) |
|-----------------------|----------------------------|-----------------------|----------------------------|
| 1 | 16 | 9 | 590 |
| 2 | 33 | 10 | 652 |
| 3 | 65 | 11 | 725 |
| 4 | 92 | 12 | 700 |
| 5 | 192 | 13 | 690 |
| 6 | 326 | 14 | 637 |

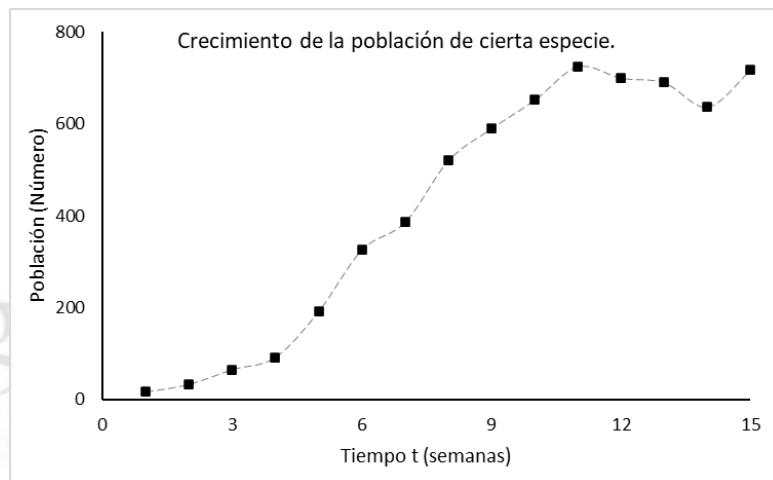
| | | | |
|---|-----|----|-----|
| 7 | 386 | 15 | 717 |
| 8 | 520 | | |

101

102 Los datos arriba señalados se grafican y aparecen en la figura 1.

103

104



105

106 **Figura 1.** Gráfica de los datos de crecimiento de una población de organismos en función
 107 del tiempo t.

108

109

110 El objetivo del presente fue ajustar el modelo logístico modificado, ecuación 1, sobre
 111 los datos de crecimiento de organismos contenidos en la tabla que da pie al escrito.

112

113

114 **3. Resultados y análisis**

115

116 Procediendo como se indicó en antecedentes, se halló el valor numérico de k_0 . Los
 117 puntos próximos a los extremos de la curva fueron:

118

119

$$P_1(1, 16), P_2(15, 717).$$

120

121 Por ende, la abscisa y ordenada del tercer punto fue:

122

$$P_3\left(\frac{t_1+t_2}{2}, P(t)_3\right) = (8.0, 52.0)$$

123

124 Sustituyendo los tres puntos anteriores en la ecuación 2, se obtuvo:

125

126

$$\ln(k_0) = 6.607734$$

127

128 Es decir,

129

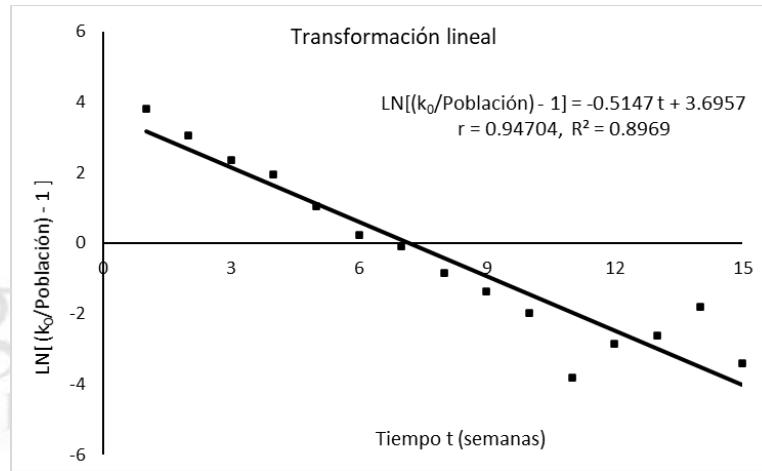
$$k_0^* = 740.802 \quad Ec(14)$$

130

131 Ahora, aplicando regresión simple a la transformación lineal (Ecuación 4) usando los
 132 datos de la tabla 1, tenemos:

133

134



135

136 Figura 2. Ecuación de regresión simple aplica a la trasformación lineal del modelo logístico
 137 modificado usando datos de tabla 1.

138

139

140 Como se indicó en antecedentes, de la ecuación 5 se determinó los valores numéricos
 141 de k_1 y k_2 :

142

$$k_2^* = 1.94288 \quad Ec(15)$$

143

$$k_1^* = 7.180299 \quad Ec(16)$$

144

El modelo numérico-funcional obtenido fue entonces:

145

$$P(t) = \frac{740.802}{1+e^{(7.1803-t)/1.94288}} \quad Ec(17)$$

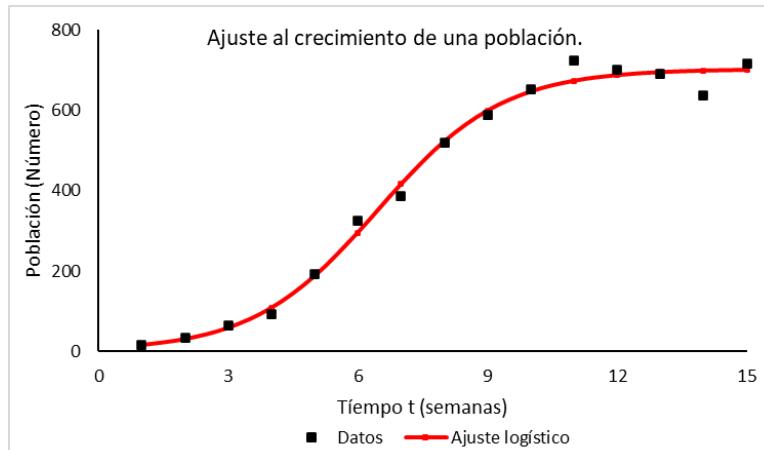
$$r = 0.9855, R^2 = 0.97123$$

146

147 Donde la bondad de ajuste de la ecuación 17 fue significativa al 95% de confianza
 148 estadística de acuerdo al coeficiente de correlación r y coeficiente de determinación
 149 R^2 .

150

151 En la figura 3 abajo expuesta, se ilustra dicha bondad de ajuste numérica de la
 152 ecuación 17.



153
 154 **Figura 3.** Ajuste numérico del modelo logístico modificado efectuado sobre los datos de
 155 crecimiento de población de ciertos organismos. Ecuación 17.

156
 157 A continuación, se usó el método iterativo de Newton-Raphson para minimizar los
 159 residuos del ajuste numérico de la ecuación 17. Los resultados se muestran a
 160 continuación:

161

162

163 **Tabla 2.** Evolución de las constantes numéricas del modelo logístico modificado usando los
 164 datos de crecimiento de población de ciertos organismos.

| k_0 | k_1 | k_2 | Error (d) |
|----------------|----------------|-----------------|----------------|
| 740.803 | 7.180 | 1.943 | -203.03 |
| 677.739 | 6.20215 | 1.348137 | -51.491 |
| 702.221 | 6.45629 | 1.461309 | -5.1922 |
| 702.333 | 6.45739 | 1.441095 | -3.9800 |
| 702.482 | 6.45868 | 1.443037 | -3.6259 |
| 702.467 | 6.45857 | 1.442834 | -3.6660 |
| 702.469 | 6.45858 | 1.442855 | -3.6619 |

165

166

167 Se ella se desprendió que el residuo mínimo (error) del ajuste numérico se obtuvo a la
 168 quinta iteración, por ello el modelo numérico-funcional final fue:
 169

170

$$P(t) = \frac{702.469}{1 + e^{(6.45858-t)/1.4428}} \quad Ec\,(18)$$

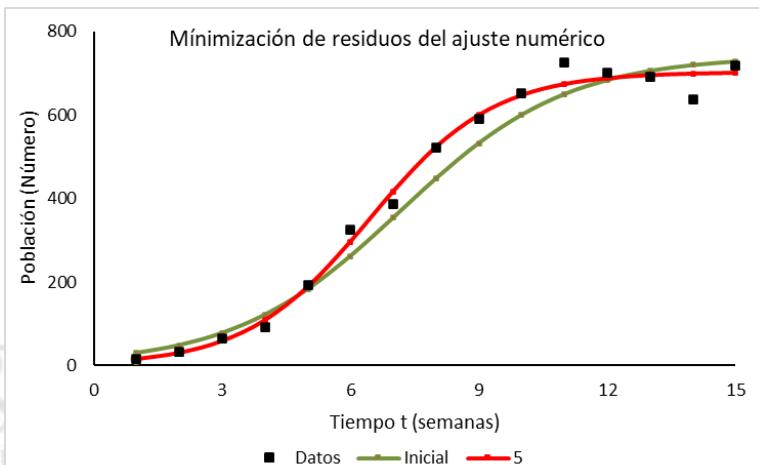
$$r = 0.9957, R^2 = 0.9915$$

171

172 La bondad de ajuste de la ecuación 18 fue significativa al 99% de confianza estadística.
 173

174 En la figura 4 se ilustró la bondad de ajuste numérico de la ecuación 18, que resultó
 175 significativo al 99%, de acuerdo al coeficiente de correlación r y coeficiente de
 176 determinación R^2 .

177
 178

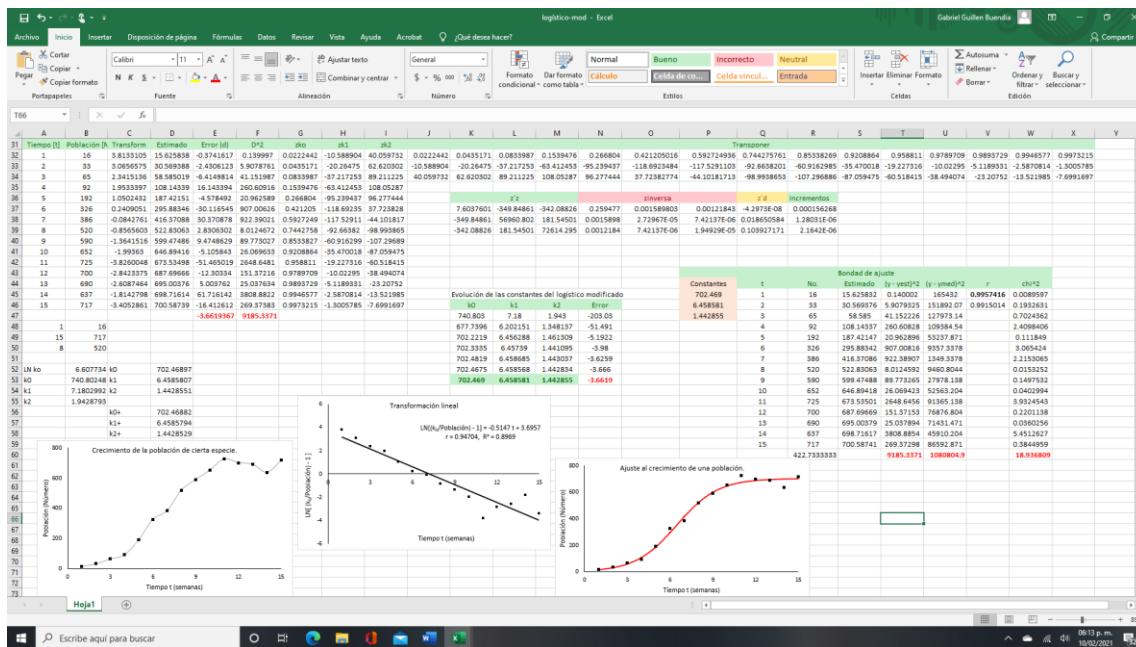


179
 180 Figura 4. El residuo mínimo del ajuste numérico del modelo logístico en estudio después de
 181 cinco iteraciones con el método de Newton-Raphson usando datos de la tabla 1.

182
 183

184 Finalmente, en la última figura se ilustra la tabla de Microsoft Excel [versión 2016] que
 185 permitió realizar el presente trabajo.

186
 187



188
 189 Figura 5. Hoja de Microsoft Excel con los valores numéricos del modelo logístico en estudio.

190

191 **4. Conclusiones**

192

193 Se concluye que el modelo logístico modificado aplicado a los datos de crecimiento de
194 población de cierto organismo resultó significativo al 95%, cuando se usó la
195 transformación lineal del modelo en estudio. La optimización de los parámetros del
196 mismo mediante el método de Newton-Raphson se elevó a un 99% de confianza. Los
197 ajustes lineales y no lineales relacionados al modelo en estudio se realizaron en
198 Microsoft Excel, y es una herramienta muy recomendable para alumnos que inician su
199 formación profesional.

200

201

202 **5. Índice de referencias.**

203

- 204 • Ramos, R. y González, G. (2021), CONACYT Reporte del 03/02/2021, *Estimadores del*
205 *modelo de Gompertz para los Estados y Zonas Metropolitanas de México*. [En línea]
206 Consultado el 11/02/21 en <https://coronavirus.conacyt.mx/proyectos/gompertz.html>
- 207 • Guillén, G., Islas, A. M. y Montaya, Y. (2021), La relajación de filamentos de poliamida
208 6-6, *XIII Congreso Internacional sobre la Enseñanza de las Matemáticas*, Facultad de
209 Estudios Superiores Cuautitlán. UNAM (en prensa).
- 210 • Islas, A. M., Guillén, G. y Monoya, V. (2016), Estudio econométrico de la producción
211 de acero. *Revista Electrónica Humanidades, Tecnología y Ciencia del IPN*, (15). [En
212 línea] Consultado el 11/02/2021 en: www.revistaelectronica-ipn.org/Inicio
- 213 • Quintanilla, P., Villalobos, E. y Cornejo, M. C. (2005), Ajuste de funciones, *En Métodos*
214 *numéricos con aplicaciones en excel*, (pp. 121-158), Reverté, México.
- 215 • Burden, R. L., Faire, D. J & Burde, A. M. (2016). Teoria de la aproximación, *En Análisis*
216 *numérico*, (pp. 369-404), CENGAGE Learning, Décima edición, México.
- 217 • Microsoft Excel®, Microsoft 365, version 2016.

218

219

220

221

TEORÍA DEL MUESTREO PARA UNA NUEVA CARRERA “INGENIERÍA EN MOVILIDAD URBANA” EN IPN

4 Ana María Lagunes Toledo ^{1,*}, Jose Garzón Arias ²

5 y Víctor Manuel Córdoba Lobo ³

6 ^{1, 2,3} Unidad Profesional de Ingeniería y Ciencias Sociales y
7 Administrativas (UPIICSA) del IPN,

8 Av. Té 950, Col. Granjas México, C.P. 08400, Del. Iztacalco, Ciudad de México.

9
10 IM-POSM102

11 Resumen

12 *El Instituto Politécnico Nacional ha decidido incluir dentro de su oferta educativa un nuevo programa
13 académico: Ingeniería en Movilidad Urbana, con el propósito de preparar profesionales capaces de
14 desarrollar, planificar y operar los sistemas de movilidad, así como resolver de manera sustentable los
15 enormes problemas que se han generado en las últimas tres décadas relacionados con el transporte de
16 personas y bienes en las principales ciudades del país. En este contexto, durante el semestre agosto-
17 diciembre del 2020 las Academias de Matemáticas de la UPIICSA fueron designadas para elaborar el
18 programa de estudios de la unidad de aprendizaje Estadística Aplicada*

19
20 *Este artículo describe la metodología que el Colegio de Profesores de la academia lleva a cabo para
21 el desarrollo de la Unidad temática 1 “Selección de información mediante muestreo estadístico”. Como
22 primer punto se incluye una revisión documental sobre aplicaciones recientes de diferentes Técnicas
23 de Muestreo para resolver problemas de movilidad en México y en otros países. A continuación se
24 realiza una revisión teórica de las principales definiciones y metodologías recomendadas por el INEGI
25 y por diferentes autores en los últimos años. Finalmente, se presentan las conclusiones donde se
26 confirma la pertinencia y la relevancia de la fase de selección de información, en donde se seleccionan
27 las fuentes de información óptimas, se aplica la Técnica de muestreo mas adecuada ante la
28 disponibilidad de grandes volúmenes de información, se integran y recopilan los datos, se identifican y
29 seleccionan las variables relevantes. Esto representa el punto de partida para la extracción del
30 conocimiento que los profesionales requieren para dar solución inmediata a los severos problemas de
31 movilidad urbana que enfrentan las principales ciudades.*

32 *Palabras clave:* Movilidad, información, datos, Estadística, muestreo

33 1. Introducción

34 Un nuevo tipo de “poder” ha surgido en los últimos tiempos: el poder de los datos.
35 Existe una gran cantidad de organizaciones y profesionales de todas las ramas del
36 conocimiento que consumen y toman decisiones basadas en datos. En este trabajo
37 nos enfocaremos a los profesionales que se encargan de resolver los enormes
38 problemas de movilidad urbana en las ciudades. Ingenieros altamente capacitados
39 para la realización de estudios de movilidad y de transporte, utilizando bases de datos,
40 obtenidas mayoritariamente a través de encuestas a usuarios de diferentes medios de
41
42
43

¹ *Autor para la correspondencia. E-mail: a-lagunes@hotmail.com

44 transporte para conocer desde el nivel de satisfacción en el servicio, hábitos y
45 necesidades de los usuarios, detectar anomalías y déficit en el servicio, hasta
46 desarrollar planes de movilidad sostenible.

47 En el boletín publicado por el Centro de estudios de la Complejidad de la Universidad
48 Nacional Autónoma de México se mencionan algunos de los grandes problemas de
49 movilidad que azotan a la Ciudad de México: vagones del metro que se desbordan de
50 usuarios, avenidas que hoy se convierten en grandes estacionamientos, sus
51 residentes tardan en promedio más de una hora para viajar a sus trabajos (Colchado,
52 2017) y por si fuera poco se ha convertido en una de las ciudades con más tráfico del
53 mundo de acuerdo al Índice de Tráfico (TomTom Traffic Index 2020) Ante esta
54 situación el Instituto Politécnico Nacional toma la decisión de incluir en su oferta
55 educativa, una nueva carrera “Ingeniería en Movilidad Urbana” para preparar
56 profesionales altamente capacitados para resolver dicha problemática, siendo la
57 Unidad Profesional Interdisciplinaria de Ingeniería y Ciencias Sociales y
58 Administrativas (UPIICSA) designada para la creación del nuevo programa académico.

59 En el tenor de las ideas anteriores, en este trabajo se describe la metodología aplicada
60 para el diseño de la Unidad temática1 “Selección de información mediante muestreo
61 estadístico” del programa de estudios de Estadística Aplicada. Su objetivo es describir
62 paso a paso como se realiza el diseño de la unidad para asegurar la pertinencia de los
63 contenidos seleccionados, además de encontrar indicios que subrayen la relevancia
64 que en el presente ha adquirido la fase de selección de información para los
65 profesionales del área de transporte. El resto del documento discurre como sigue:
66 primeramente se realiza una revisión documental sobre aplicaciones recientes de
67 diferentes Técnicas de Muestreo para resolver problemas de movilidad en México y en
68 otros países. A continuación, se efectúa una revisión teórica de las principales
69 definiciones y metodologías actualizadas recomendadas por el Instituto Nacional de
70 Estadística y Geografía (INEGI) y otros autores. Por último se presentan conclusiones
71 y propuestas para futuras investigaciones relacionadas.

72

73 **2. Desarrollo**

74 **2.1 Revisión del Estado del Arte**

75

76 Como punto de partida se propone una revisión bibliográfica para aplicaciones de
77 técnicas de muestreo en investigaciones realizadas en la última década al nivel
78 nacional como internacional. En seguida se describen los casos más relevantes:

79 En el periódico Universal del 19 septiembre de 2016 se publica la noticia, que los
80 diputados de la asamblea legislativa de la Ciudad de México solicitan a la Comisión

81 Metropolitana de Transporte y Vialidad, a los gobiernos del Estado de México y de
82 Hidalgo, se elabore una encuesta origen destino de los viajes de los residentes de la
83 Zona metropolitana del Valle de México (ZMVM) ya que la vigente es ya obsoleta para
84 las condiciones del parque vehicular, debido a que es elaborada en el 2007.
85 (Villavicencio, 2016).

86 De este modo, en el año 2017 el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI)
87 con el apoyo del Instituto de Ingeniería de la UNAM (IIUNAM) realiza el estudio Origen-
88 destino en 16 alcaldías de la Ciudad de México, 59 municipios del Estado de México y
89 un municipio de Hidalgo (Tizayuca). En general, el estudio se compone de tres
90 encuestas: origen-destino en hogares, origen-destino de Interceptación, origen-destino
91 de transporte de carga. (Instituto de Ingeniería UNAM y Instituto Nacional de
92 Estadística y Geografía, 2017)

93 En el documento metodológico de la Encuesta Origen-destino en hogares de la Zona
94 Metropolitana del Valle de México, que se aplica del 23 de enero al 3 de marzo de
95 2017 se utiliza un diseño muestral probabilístico, bietápico (estratificado y por
96 conglomerados). Para esta encuesta, los conglomerados o unidades primarias de
97 muestreo (UPM) son las manzanas de los distritos, y es en estos, donde en una
98 segunda etapa se seleccionan las viviendas (unidades secundarias de muestreo). Las
99 unidades primarias de muestreo se estratificaron considerando características
100 sociodemográficas (Instituto Nacional de Estadística y Geografía, 2017). En el
101 comunicado de prensa num 104/18 del INEGI publicado el 19 de febrero de 2018 se
102 informa algunos de los resultados obtenidos en ella: "Entre semana se realizan 34.56
103 millones de viajes en la ZMVM; el 58.1% es para ir al trabajo y tienen una duración
104 entre media y dos horas"

105 Otra aplicación de interés que realiza el Instituto Nacional de Estadística y Geografía
106 (INEGI) en colaboración con el Banco de México es la Encuesta de Viajeros fronterizos
107 cuya finalidad es obtener información para comprender como interactúan las
108 transacciones y los flujos realizados por las personas que entran o salen de México
109 de manera terrestre (en auto o a pie) y que no se adentran al país sino que permanecen
110 en la franja fronteriza norte o sur. Del mismo modo ofrece información acerca de los
111 intercambios económicos que se generan por los ingresos o egresos de divisas. El
112 diseño estadístico para este trabajo tiene como unidad básica de muestreo a los
113 viajeros fronterizos tanto turistas como excursionistas, el marco de referencia los
114 conteos (entradas de autos y peatones), se utiliza un muestreo multietápico
115 estratificado, donde la última unidad de muestreo es el grupo turístico, que puede
116 consistir en una o más personas y que tiene como característica principal, la condición
117 de construir una unidad de gasto (Instituto Nacional de Estadística y Geografía, 2018)

118 En el artículo “Gobernanza y movilidad urbana hacia la sustentabilidad” sus autores
119 refieren a los grandes problemas que enfrenta el área metropolitana de Monterrey
120 relacionados con sustentabilidad urbana y subrayan la importancia de conocer, los
121 patrones de movilidad. Como primer esfuerzo, los autores describen el Programa de
122 Movilidad Urbana Sustentable (PMUS) realizado por el municipio de San Nicolás de
123 los Garza y la Secretaría de Movilidad, con la Universidad del Valle de México, campus
124 Monterrey Norte. El objetivo de dicho programa es realizar estudios rigurosos sobre
125 la movilidad urbana entre la comunidad estudiantil y su contexto urbano inmediato. En
126 su primera fase utilizan una herramienta cuantitativa denominada encuesta de origen-
127 destino la cual se aplica a los estudiantes de la Universidad, del mes de noviembre del
128 2018 a enero de 2019, con el propósito de identificar sus patrones de movilidad, y
129 finalmente producir una simulación de sus movimientos cotidianos (Soto y Gómez,
130 2020)

131 En el artículo “Diseñar un plan estratégico de movilidad para ciudades pequeñas y
132 medianas utilizando una metodología multifase: El caso de Celje”. Los investigadores
133 de la Universidad de Marlbor en Slovenia utilizaron en su investigación una
134 metodología multietápica, en la cual se realiza la recopilación de datos en tres pasos:
135 encuestas, un inventario del status quo y un recuento de tráfico (Kramar Uroš et al.,
136 2015)

137 Otro estudio relevante se realiza en la Universidad de Pekín en donde se subraya la
138 importancia de utilizar datos y estudios estadísticos sobre el comportamiento del
139 espacio-tiempo en la planificación inteligente de viajes en China. La encuesta se lleva
140 a cabo en el área de Shangdi-Qinghe de Beijing e involucra a 709 residentes reclutados
141 a través de un procedimiento de muestreo por conglomerados de varias etapas. Se
142 utiliza tecnologías de rastreo por GPS, información de transporte basada en Internet,
143 así como diferentes aplicaciones de teléfono móvil de apoyo a la decisión de viaje
144 (Yanwei Chai et al., 2014)

145 Por último, en el Oregon Research Institute, se realiza un estudio cuyo objetivo es
146 examinar la relación entre los factores del entorno construido y la actividad de caminar
147 en una muestra de adultos mayores, se propone un diseño de muestreo transversal
148 por conglomerados y multietapas con los vecindarios como unidad de muestreo
149 primaria y los residentes de la tercera edad como unidad secundaria, quienes fueron
150 encuestados con respecto a los niveles de actividad de caminata por su vecindario.
151 La encuesta se lleva a cabo en 56 vecindarios de la ciudad de Portland, Oregon
152 ,Estados Unidos (Li et al.,2005)

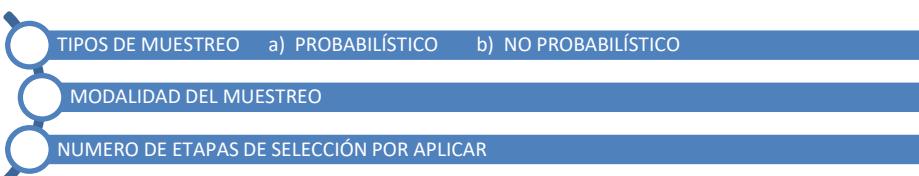
153 2.2 Marco Conceptual

154 Cuando un profesional se encuentra en un proyecto para generar información estadística, son muchas las actividades que debe planear para la realización de este.
 155 Una de ellas es el diseño de la muestra. Los Ingenieros en Transporte y en Movilidad Urbana trabajan continuamente con proyectos de encuestas en los que requieren una elevada confiabilidad de los resultados, por lo que el diseño de la muestra toma un lugar preponderante en la elaboración del proyecto. Así que, de acuerdo con las características del contexto en donde se realiza, se requiere seleccionar las mejores opciones para la captación de datos, en otras palabras, debe definir el esquema óptimo de muestreo a utilizar.
 163 ¿Cuál es la secuencia de actividades que se realiza en el diseño de la muestra?



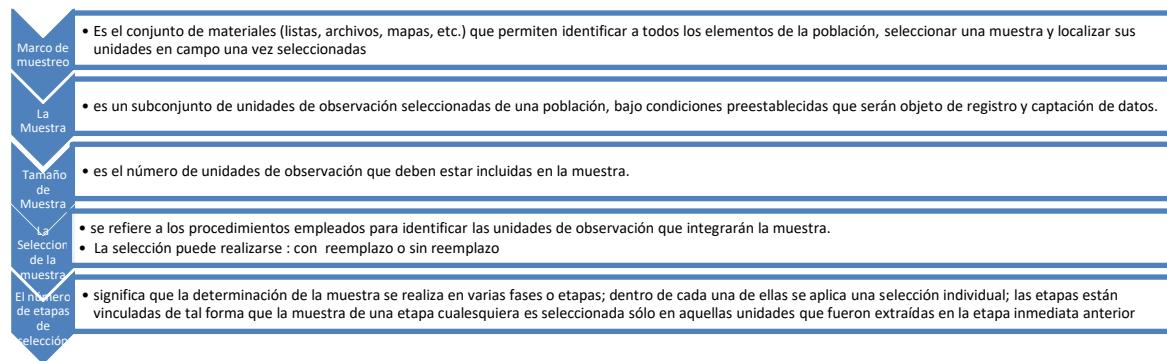
164
 165 **Figura. 1 Diseño de la muestra.** Elaboración propia a partir del Instituto Nacional de Estadística y Geografía 2011
 166

167 ¿Cuáles son los aspectos que deben considerarse en un esquema de muestreo?



168
 169 **Figura 2 Esquema del muestreo.** Elaboración propia a partir del Instituto Nacional de Estadística y Geografía 2011
 170

171 La metodología define algunos conceptos que a continuación se enuncian



172
 173 **Figura 3. Definiciones importantes** Elaboración propia a partir del Instituto Nacional de Estadística y Geografía 2011
 174

175 ¿Cuáles son los principales factores que pueden influenciar el esquema de muestreo?

- | | | | | | |
|-----|---------------------------------------|---------------------------|---|--|--|
| 176 | a)La cantidad de variables a estudiar | a)La población en estudio | a)Amplitud geográfica donde se quiera realizar el estudio | a)Las características del marco muestral | a)Los recursos disponibles. En la perspectiva costo-beneficio se requiere un presupuesto razonable |
|-----|---------------------------------------|---------------------------|---|--|--|

177 **Figura 4. Factores que influyen en un esquema de muestreo** Elaboración propia a partir de
 178 Instituto Nacional de Estadística y Geografía 2011

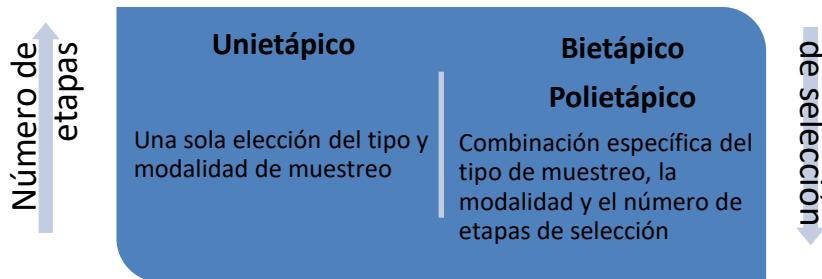
179 ¿Cuáles son las diferentes alternativas metodológicas que existen para un esquema de
 180 muestreo?

| Tipo de muestreo/Modalidad de muestreo | | | | | |
|--|-------------|---------------|---------------------------|------------|------------------------------------|
| Probabilístico | | | No probabilístico | | |
| Aleatorio simple. | Sistematico | Estratificado | Convencional o accidental | Por cuotas | Cadena o bola de nieve (snow ball) |
| Por conglomerados "Cluster sample" | | | Intencional o por juicio | | |

181

182 **Figura 5. Tipos de muestreo** Elaboración propia a partir del Instituto Nacional de Estadística y
 183 Geografía 2011

184 ¿La selección de una muestra se realiza en una o en varias etapas?



185

186 **Figura 6. Número de etapas de selección** Elaboración propia a partir del Instituto Nacional de
 187 Estadística y Geografía 2011

188 En que condiciones es recomendable utilizar un muestreo multietápico para la
 189 selección de la muestra? Depende totalmente del contexto en donde se realiza el
 190 proyecto, por ejemplo, si no se dispone de la localización exacta de cada una de las
 191 unidades de observación o bien si la población de estudio es demasiado grande.

192 Algunos autores describen diferentes posibilidades de utilización del muestreo
 193 multiétapico

- 194 a) Muestreo por conglomerados combinado con estratificación
195 Primera etapa: la población de interés puede ser dividida en L estratos
196 Segunda etapa: se selecciona una muestra por conglomerados en cada estrato
197 b) Muestreo por conglomerados en dos etapas
198 Primera etapa: se selecciona una muestra aleatoria de conglomerados
199 Segunda etapa: se selecciona una muestra aleatoria de los elementos de cada
200 conglomerado muestreado. (Scheaffer et al., 2012)

201 Ejemplo, suponga que usted requiere hacer una encuesta nacional sobre las opiniones
202 de estudiantes de nivel superior en todo el país, como primera etapa identifica a las
203 universidades como conglomerados, selecciona una muestra aleatoria de conglomerados y en la segunda etapa se selecciona una muestra irrestricta aleatoria
204 de los estudiantes de cada universidad seleccionada

205 Pérez (2005) define el muestreo polietápico como aquel en donde se realizan
206 submuestreos consecutivos hasta un número de etapas determinado. El autor ilustra
207 con un ejemplo de muestreo trietápico: se selecciona en una primera etapa una
208 muestra de unidades primarias, en una segunda etapa se realiza submuestreo en cada
209 una de las unidades de la muestra de primera etapa y en una tercera etapa se realiza
210 submuestreo en cada una de las unidades de la muestra de segunda etapa. Es
211 importante destacar que el autor denomina Diseños complejos a los diseños
212 polietápicos con distintos tipos de muestreo en cada etapa. El proceso tiene una
213 secuencia de etapas de selección de unidades muestrales de mayor rango a otras de
214 menor, hasta llegar a las unidades de análisis de interés. Por ejemplo, se realiza una
215 investigación educativa en la Universidad Nacional de Cuyo, como primera etapa
216 definen las Facultades como conglomerados y se selecciona aleatoriamente un
217 número de ellos que representan las unidades muestrales primarias, luego se aplica
218 otro muestreo para seleccionar Carreras (unidades muestrales secundarias) y
219 finalmente se muestrea para obtener una muestra de alumnos. (*Universidad Nacional
de la Plata 2015*).

222 3. Resultados

223 En la revisión bibliográfica, se destaca la importancia del diseño de la muestra como
224 base del proyecto de generación de información en la última década, se identifican tres
225 aspectos: la definición del esquema de muestreo a utilizar, la determinación del tamaño
226 de muestra y su procedimiento de selección. Es notable, la aplicación de diferentes
227 tipos de muestreos, modalidades y la aplicación de más de una etapa en su diseño.
228 Se confirma la relevancia del tema para su estudio y se plantea actualizar algunos
229 contenidos de la unidad temática. Como diferentes condiciones, pueden inducir al
230 investigador a decidir que la selección de la muestra se realice en más de una etapa,

231 se propone incluir dentro de los contenidos, el muestreo multietápico. Por otra parte,
232 una vez seleccionada la muestra, se requiere estimar las características poblacionales
233 (media, total, proporción) con un error cuantificable y controlable. Hay que recordar
234 que las estimaciones se calculan a través de funciones matemáticas de la muestra
235 denominadas estimadores, las cuales a su vez son variables aleatorias al considerar
236 la variabilidad de las muestras. (Pérez ,2016) Por último, se propone incluir contenidos
237 relacionados con el cálculo del tamaño de muestra, el nivel de precisión y confianza
238 que se desea lograr. La propuesta final para la Unidad Temática 1 **Selección de**
239 **información mediante muestreo estadístico** es

240 1.1 Introducción
241 1.2 Técnicas de muestreo
242 1.2.1 Muestreo aleatorio simple (estimación de parámetros y tamaño de muestra)
243 1.2.2 Muestreo estratificado (estimación de parámetros y tamaño de muestra)
244 1.2.3 Muestreo por conglomerados (estimación de parámetros y tamaño de
245 muestra)
246 1.2.4 Muestreo sistemático (estimación de parámetros y tamaño de muestra)
247 1.3 Muestreo Multietápico. Teoría y aplicaciones en el área de movilidad
248 1.4 Aplicaciones con software estadístico

249 Finalmente, como se trata de un programa teórico-práctico, se plantea el manejo de
250 las técnicas de muestreo estadístico en su faceta práctica, utilizando algunas
251 aplicaciones informáticas como son Excell y el IBM SPSS. En este momento están en
252 proceso de diseño tres prácticas: 1. Muestreo Aleatorio Simple, 2. Muestreo Aleatorio
253 Estratificado, 3. Diseños complejos de muestreo

254 4. Conclusiones

255 Esta investigación confirma que en un proyecto de encuesta, el diseño de la muestra
256 es crucial debido a su efecto en la confiabilidad de los resultados. Se asegura la
257 pertinencia de los contenidos sobre Teoría del Muestreo seleccionados para la unidad
258 temática en congruencia con las necesidades para resolver las problemáticas de
259 movilidad de la sociedad. Por último, la actualización de los contenidos y la revisión
260 periódica de metodologías que vayan surgiendo en el futuro debe ser una práctica
261 constante y continua para mantener la vigencia del programa de estudios.

262 Existen limitaciones de la investigación por lo que se sugiere considerar con
263 precaución las conclusiones obtenidas en ella. Futuras líneas de investigación pueden
264 estar enfocadas en llevar a cabo una prueba piloto de las prácticas sobre muestreo
265 con SPSS con los alumnos de una de las secuencias de Estadística Aplicada.

266 Agradecimientos

267 El primer autor agradece al Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) su
268 invaluable apoyo para la elaboración de este trabajo. Los autores agradecen al

269 Instituto Politécnico Nacional por la Beca EDD y COFAA otorgada a sus profesores-
270 investigadores de la UPIICSA

271

272 5. Índice de referencias

273

274 Libros

- 275 • Pérez, C. (2005). *Muestreo Estadístico. Conceptos y problemas resueltos*. Madrid,
276 España: Pearson Educación
277 • Perez, M. (2014). *Minería de datos a través de ejemplos*. Mexico: Alfaomega
278 • Scheaffer R., Mendenhall W., Lyman R., y Gerow K. (2012). *Elementary Survey
279 Sampling*. Boston, MA, USA: Cengage Learning

280 Revistas

- 281 • Li F., Fisher J., Brownson R., Bosworth M. (2005). "Multilevel modelling of built
282 environment characteristics related to neighbourhood walking activity in older adults" *J
283 Epidemiol Community Health* 59:558–564
284 • Soto, K. y Gómez, J. (2020). "Gobernanza y movilidad urbana hacia la sustentabilidad.
285 Comunidad educativa en Monterrey, México". *Bitácora Urbano Territorial*, 30 (III): 95-
286 107.

287 Información en línea

- 288 • Kramar Uroš, Cvahté Tina, Sternad Marjan, & Topolšek Darja. (2015). Designing a
289 strategic mobility plan for a small and medium sized cities using a multi-stage
290 methodology: Case of Celje. *Spatium*, (33),47–54. <https://0-doi.org.bibliotecails.tec.mx/10.2298/SPAT1533047K>
292 • Yanwei Chai, Zifeng Chen, Yu Liu, Xiujun M (2014). Space-Time Behavior Survey for
293 Smart Travel Planning in Beijing, China, Advisory Board, 79-90
294 • Colchado, I. (2017) La movilidad urbana en la Ciudad de México: un problema
295 complejo.Centro de Ciencias de la Complejidad. UNAM Recuperado de
<https://www.c3.unam.mx/boletines/boletin5.html>
297 • TomTom Traffic Index. (2020) The world has changed, traffic has changed. Recuperado
298 de: (https://www.tomtom.com/en_gb/traffic-index/)
299 • Instituto Nacional de Estadística y Geografía (2017). Encuesta Origen-Destino en
300 Hogares de la Zona Metropolitana del Valle de México. Documento Metodológico.
301 Recuperado de <https://www.inegi.org.mx/programas/eod/2017/>
302 • Instituto de Ingeniería UNAM y Instituto Nacional de Estadística y Geografía (2017).
303 Estudio Origen-Destino de la ZMVM Recuperado de
<http://giitral.iingen.unam.mx/Estudios/EOD-Hogares-01.html#estudio>
305 • Instituto Nacional de Estadística y Geografía (2011). Diseño de la muestra en proyectos
306 de encuesta. Estadística Metodología. Recuperado de
https://www.snieg.mx/documentacionportal/normatividad/vigente/doctos_genbasica/muestra_encuesta.pdf

- 309 • Instituto Nacional de Estadística y Geografía (2018) Encuesta de viajeros fronterizos.
310 EVF. Síntesis metodológica. Recuperado de
311 <https://www.inegi.org.mx/programas/evf/2018/>
312 • INEGI: Comunicado de prensa núm. 104/18. Fecha 19 de febrero de 2018. Pagina 1-2
313 Recuperado de:
314 https://www.inegi.org.mx/contenidos/saladeprensa/boletines/2018/EstSociodemo/Org_enDest2018_02.pdf
315
- 316 • Villavicencio, D (19 de septiembre de 2016) Urgen a Hidalgo y Edomex la encuesta
317 sobre transporte. El Universal pp C2
318 • Universidad Nacional de la Plata. (2015) Cátedra de Cálculo Estadístico y Biometría –
319 Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales – UNCUYO Recuperado de:
320 <https://es.calameo.com/read/005004661b53f8b39d16f>

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

GEOMETRÍA, SINTAXIS VISUAL Y COMPOSICIÓN PARA EL PROYECTO VISUAL

Gustavo Orlando Fudaba Curcio^{1*}

¹Faculdade de Arquitetura e Urbanismo da Universidade de São Paulo. Rua do Lago,
876. São Paulo, SP, Brasil. CEP 05508-080

AP-POSM104

Resumen

Este artículo describe el proceso pedagógico de aplicación de la geometría en las asignaturas “Laboratorio de Imagen” e “Introducción al Diseño Visual” de la licenciatura en Diseño Industrial en la Facultad de Arquitectura y Urbanismo de la Universidad de São Paulo en 2020. Demuestra la aplicación de conceptos de geometría a la composición visual. Presenta los siguientes conceptos: orígenes de la aplicación de principios geométricos en la composición visual por Euclides y Leonardo Pisani, serie Fibonacci; aplicaciones de datos antropométricos para la noción de proporción; alfabetización visual; sintaxis visual; leyes de la Gestalt; división del espacio. El trabajo tuvo como reto la aplicación de los principios geométricos en los siguientes ejercicios prácticos de composición visual: Diseño de observación analógica; Diseño instruccional; Producción de escenas: principios geométricos, pensamiento deductivo/inductivo y composición. Los resultados obtenidos se pueden ver en el perfil de Instagram @labimagem.fauusp.

Palabras clave: geometría, diseño gráfico, proyecto visual, enseñanza, composición, sintaxis visual.

1. Introducción

Este artículo describe una experiencia didáctica y pedagógica realizada en 2020 en la Facultad de Arquitectura y Urbanismo de la Universidad de São Paulo, en Brasil. Dos asignaturas específicas fueron el objetivo de esta investigación y experimentación: Laboratorio de Imágenes e Introducción al Diseño Visual, impartidas en el segundo y tercer semestre de la carrera de Diseño, respectivamente. Las asignaturas son complementarias y deben cursarse una tras otra. Entre estos cursos uno de los objetivos es introducir los principios básicos de la producción de imágenes gráficas, fotográficas, videográficas y sintéticas; desarrollar la reflexión sobre el lenguaje visual y sus manifestaciones y capacitarse para la creación y producción de imágenes; Introducir conceptos de composición y sintaxis visual para el desarrollo de identidad visual y sistemas de comunicación.

El estudio para el presente trabajo tuvo como objetivo demostrar la aplicación de la geometría métrica bidimensional para comprender los principios de la sintaxis visual

^{1*} Autor para la correspondencia. E-mail: curcio@usp.br



39 aplicada al Diseño Gráfico. Los conceptos de división espacial, ejes de orientación y
40 proporción tienen la geometría como base para la enseñanza de la denominada
41 composición. La instrumentalización de los estudiantes para el deseable proceso de
42 Alfabetización Visual (Dondis, 2010) pasa por la enseñanza, práctica y aprendizaje de
43 los siguientes elementos básicos de composición visual: línea, punto, forma, dirección,
44 proporción, división del espacio, escala y dimensión.

45 **2. Metodología o desarrollo**

46 2.1 Geometría y composición visual: orígenes

47 La belleza no es difícil de identificar, pero ciertamente es casi imposible de definir. La
48 disposición de los elementos en un espacio visual determinado, la relación entre las
49 formas y la proporción entre ellas son fundamentales para la lectura visual del
50 observador desde el estímulo hasta la percepción, sea agradable o no. Producir
51 imágenes equilibradas, proporcionalmente bien compuestas, contribuye en gran
52 medida a una comunicación visual asertiva. “Imagen hace referencia a los elementos
53 gráficos que pueden dar vida a un diseño. Tanto si se utilizan como centro de atención
54 de una página o como elemento secundario, las imágenes desempeñan un papel
55 esencial en la comunicación de un mensaje y, por lo tanto, constituyen un factor crucial
56 en el establecimiento de la identidad visual de un trabajo.” (Ambrose, Harris, 2005).
57 Los efectos perceptivos que despiertan una composición visual se pueden estructurar
58 a través de los principios del diseño visual. Ésta es la misión de los dos cursos
59 analizados en este trabajo. Como señala Enric Jardí, “La colocación y el tamaño de
60 los elementos de una composición también comunican cosas. La diferencia entre una
61 buena ilustración y una mala puede estar en la manera en la que combinemos los
62 ingredientes que la integran.”(Jardí, 1999).

63 Aproximadamente 300 años antes de Cristo, el matemático griego Euclides de
64 Alejandria ya había identificado la proporción de oro sacada a la superficie por
65 Leonardo Fibonacci, también conocido por Leonardo Pisano, un matemático italiano
66 que vivió en el siglo XII y desentrañó el misterio de la conocida proporción áurea a
67 través de relaciones geométricas. La fórmula que descifró no fue una invención. Fue,
68 de hecho, un estudio de proporciones geométricas que encontró en elementos de la
69 naturaleza e identificó aplicado en obras humanas, como las realizadas por artesanos
70 de la Antigua Grecia. Leonardo da Vinci llamó a esta relación proporción divina Fig.
71 (1). Para obtener la escala de valores ideales, Fibonacci creó una serie creciente que
72 respeta el llamado número oro. Para obtener la proporción divina, o áurea, basta
73 agregar un número a su precedente, en una escala que comience con 1. Así, se
74 obtiene la siguiente secuencia: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13 ... Dividiendo cada número por su



77 precedente, a medida que se avanza en la escala, uno llega cada vez más cerca del
78 número de oro, que vale 1,618. La serie dorada, transpuesta a la geometría – dispuesta
79 en cuadrados equivalentes a 1 –, genera la proporción áurea que organiza los
80 parámetros visuales. La composición dentro de ellos es muy agradable a la vista.

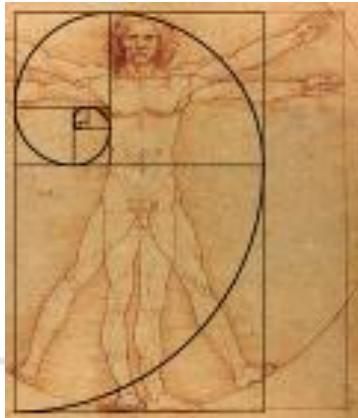


Figura 1. Proporciones antropométricas de Da Vinci.

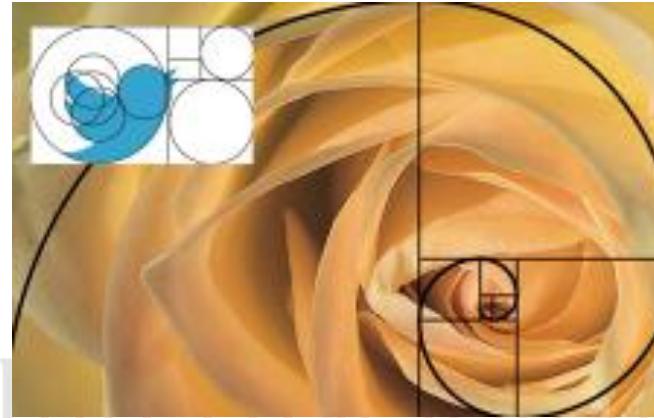


Figura 2. Aplicación de proporciones doradas sobre el logo de Twitter y el corazón de una flor.

81 Los estudios de las proporciones del cuerpo humano también han contribuido al
82 establecimiento de estándares de proporción. “Cualquier comentario acerca del
83 tamaño y dimensión del cuerpo será incompleto si no menciona la denominada
84 Sección Aurea, nombre dado en el siglo XIX a la proporción fruto de dividir una línea
85 en lo que Euclides, 300 años a. J.C., llamó ‘razón media y extrema’. Según Euclides,
86 una recta se corta en esta razón sólo cuando ‘todo el segmento de recta es al mayor
87 como éste es al menor’. Aunque al menos tres términos son los requeridos para
88 cualquier proporción, lo que destaca en la Sección Aurea es que el tercero es igual a
89 la suma de los dos restantes” (Panero, Zelnik, 1984). Desde el Partenón hasta las
90 tabletas del género iPad, la espiral generada por la proporción áurea sigue la escala
91 descubierta por el italiano. El análisis de espirales encontradas en la naturaleza dio
92 origen al hombre de Da Vinci e inspira logotipos importantes como Twitter Fig. (2).
93 Para concebir sus obras, el artista Piet Mondrian, por ejemplo, utilizó la proporción
94 áurea en sus famosas cuadrículas.

95 Pero fue a principios del siglo XX, con la llegada de la Bauhaus, cuando los principios
96 geométricos se convirtieron explícitamente en parte de los talleres de composición
97 gráfica. La escuela responsable de la vanguardia modernista sistematizó el uso de
98 conceptos matemáticos para la simplificación y sistematización de formas para el
99 diseño de artefactos industriales. “En la convicción de que casa y aparato de vivir
100 deben estar en una relación lógica, la Bauhaus busca también el trabajo sistemático
101 de experimentación, teórica y práctica – en el campo formal, técnico y económico –,

102 para encontrar la forma de cada objeto a partir de sus funciones naturales y cualidades”
103 (Gössel, Leuthäuser, 2005). Aún desde una perspectiva moderna, se atribuye al
104 arquitecto franco-suizo Le Corbusier la aplicación de las proporciones antropométricas
105 en arquitectura y diseño como parámetro de composición. “El más entusiasta defensor
106 de estos conceptos fue Le Corbusier que, en 1948, escribió un libro cuyo tema central
107 era las proporciones”. (Panero, Zelnik, 1984)

108 Bruno Ernst, al analizar la obra del grafista holandés Maurits Cornelis Escher, habló
109 sobre la abstracción del concepto de perspectiva - descubierto y sistematizado por el
110 renacentista Fillipo Brunelleschi - para la composición de las obras del autor. Siguiendo
111 el concepto Gestalt (2.2.3) de continuidad, Escher creó composiciones únicas basadas
112 en la abstracción geométrica y consciente de la perspectiva ortodoxa. En la
113 experimentación presentada en el presente trabajo, los estudiantes tuvieron que
114 representar escenas bidimensionales y tridimensionales, en un ejercicio de
115 simplificación en el que la comunicación asertiva era más importante que los aspectos
116 puramente estéticos de las imágenes. “Desde que pinta o dibuja, el hombre no ha
117 hecho otra cosa que representar objetos de tres dimensiones sobre una superficie
118 plana. Los animales que pintó el hombre de las cavernas, eran objetos de tres
119 dimensiones que fueron representados sobre rocas.” (Ernst, 1978)

120 2.2 Principios de la alfabetización visual

121 Adaptados a las técnicas de composición, conceptos básicos de geometría son
122 fundamentales para la alfabetización visual. “Los resultados de las decisiones
123 compositivas determinan el significado de la manifestación visual y tienen fuertes
124 implicaciones en relación a lo que recibe el espectador” (Dondis, 2010). El control de
125 los medios visuales depende de una fuerte relación con principios matemáticos. Para
126 Dondis, es necesario aplicarlos al diseño gráfico: sintaxis, equilibrio y tensión,
127 principios Gestalt, división del espacio y elementos de la composición.

128 2.2.1 Sintaxis

129 Así como la composición visual depende de conceptos geométricos, también está
130 fuertemente relacionada con principios lingüísticos, como es el caso de la sintaxis
131 verbal. Una disposición ordenada de las palabras, articulada con reglas claras para
132 obtener un significado, es la clave para que el emisor sea entendido por la audiencia.
133 Transponiendo el sitanxe al campo del Diseño Gráfico, la denominada sintaxis visual,
134 la maquetación ya no se trata de palabras, sino de elementos gráficos, compuestos
135 por formas dispuestas en un espacio dado – en este caso bidimensional - sin reglas
136 absolutas. Es precisamente en esta articulación, de la transposición del concepto
137 verbal al gráfico, que la geometría es fundamental.



138 El proceso de composición gráfica visual sigue entonces la siguiente secuencia de
139 acciones (no necesariamente en ese orden): el significado está a la vista; se definen
140 colores y formas; se introducen texturas, tonos y proporciones relativas; elementos
141 relacionados de forma interactiva. “En la creación de mensajes visuales, el significado
142 se encuentra no solo en los efectos acumulativos de la disposición de los elementos,
143 sino también en el mecanismo perceptivo universalmente compartido por el organismo
144 humano”. (Dondis, 2010)

145 **2.2.2 Equilibrio y tensión**

146 El equilibrio es la referencia visual más segura y evidente del hombre. Es el centro de
147 gravedad y ocurre cuando la composición visual sigue la lógica de los ejes verticales
148 y horizontales. La tensión es lo opuesto al equilibrio. Es la ausencia de estabilidad, la
149 falta de ejes de orientación. Trabajados de forma intencionada y consciente, el
150 equilibrio y la tensión son la clave para provocar cierta percepción en el observador.
151 En este sentido, al explicar las técnicas de composición de Escher, Ernst apunta a las
152 matemáticas como base para la construcción de sus obras.

153 “El pintor se atiene las más veces a ciertas reglas que pueden ser derivadas de ciertas
154 fórmulas matemáticas. He aquí dos reglas importantes: todas las líneas verticales y
155 horizontales paralelas a la superficie que se pinta deberán ser representadas como
156 tales líneas horizontales y verticales. Las distancias que separan a estas líneas se
157 reproducirán inalteradas en el cuadro; las líneas paralelas que se alejan del
158 espectador, deberán representarse como líneas que corren hacia un mismo punto, el
159 llamado punto de fuga. Las distancias que separan a estas líneas no se reproducirán
160 inalteradas en el cuadro”. (Ernst, 1978)

161 **2.2.3 Leyes de la Gestalt**

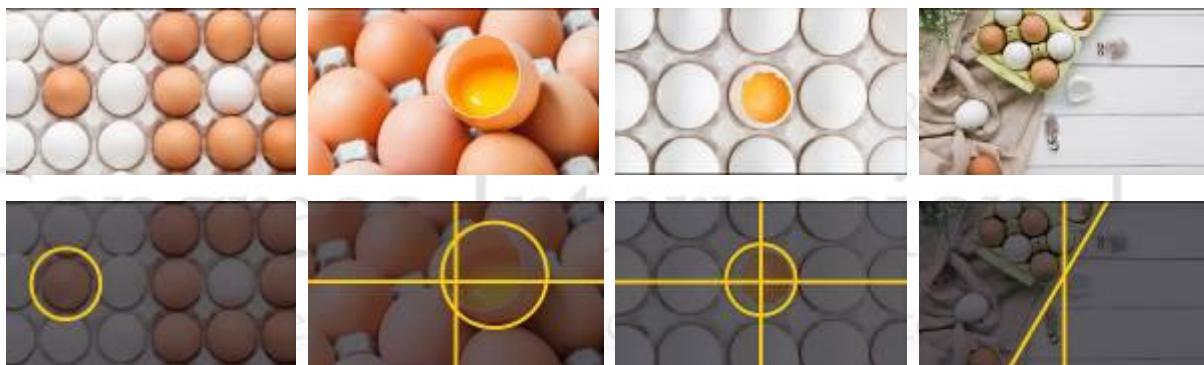
162 La teoría de la Gestalt es una de las corrientes de pensamiento más conocidas para
163 estudiar la percepción. Aporta una filosofía y leyes generales que se aplican en varios
164 campos de la psicología humana. Materializado por la sistematización geométrica y
165 espacial de conceptos abstractos aplicados a la conducta humana, se definen sus
166 principales conceptos: igualdad, semejanza, proximidad, continuidad, movimiento
167 común, simplicidad, figura y fondo, ley del cierre, simetría y ley de la experiencia. Las
168 aplicaciones combinadas de la Gestalt facilitan las relaciones entre elementos y formas
169 geométricas en el espacio para la organización de grupos, decorados, pesos,
170 atracciones y protagonismos.

171 **2.2.4 División del espacio y elementos de la composición**



172 Este es precisamente el punto principal en la relación entre geometría y composición
173 visual. La división racional de espacios para la disposición de elementos visuales en
174 el espacio es la base de una composición armónica. Para la organización de una
175 composición visual, el principio básico de la división del espacio es el punto de partida
176 Fig. (3). La lógica de la división del campo visual puede seguir tres líneas: espacios
177 igualmente fraccionarios, espacios deliberadamente desiguales sin relación
178 proporcional y espacios desiguales en proporción.

179



180 **Figura 3. Principios de geometría aplicados para la disposición y división del espacio.**

181

182

183 **3. Resultados y análisis**

184

185 Entre los principales conceptos cubiertos se encuentran: ejercicios de diseño visual
186 que involucran la imagen para múltiples propósitos; reproducibilidad técnica e imagen
187 digital; la imagen como documento, poética y diseño; procesos de composición y
188 generación de imágenes; análisis de proyectos de diseño visual vinculados a la imagen
189 reproducible en medios analógicos y digitales.

190

3.1 El método aplicado

191

192 Presentados durante dos semestres a un grupo de 50 estudiantes, los contenidos
193 enumerados en la sección 2 de este artículo preceden a las actividades prácticas. Con
194 énfasis en los principios de división espacial y disposición de elementos formales y
195 gráficos en el espacio, la geometría instrumentalizó la ejecución de los ejercicios. En
196 el contexto del aprendizaje a distancia, la conceptualización geométrica espacial fue
fundamental.

197

198

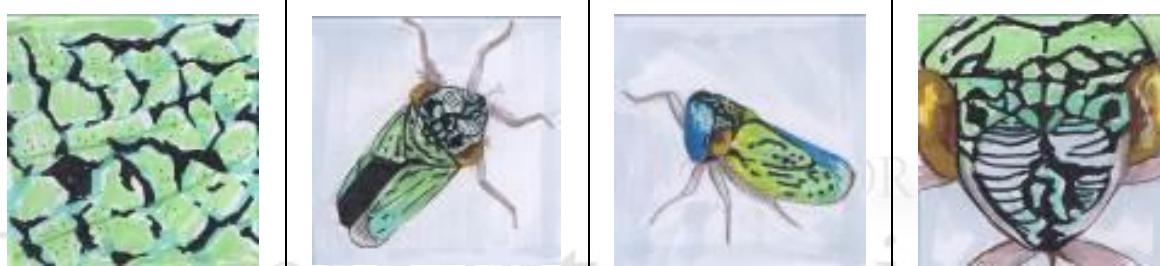
Tabla 1. Ejercicio 1: Diseño de observación analógica - Taxonomía



Metas: ejercitar la representación gráfica; Connotación y Denotación; Sinécdoque, metáfora y metonimia; reflexionar sobre la composición, figura y fondo, cambios de escala.

Etapas:

1. Elija 3 elementos de la naturaleza (vivos) a diferentes escalas
2. Observe los elementos al menos en 4 ángulos y / o distancias diferentes.
3. Reproduzca los elementos en 4 campos cada uno, de 7 cm x 7 cm cada uno.



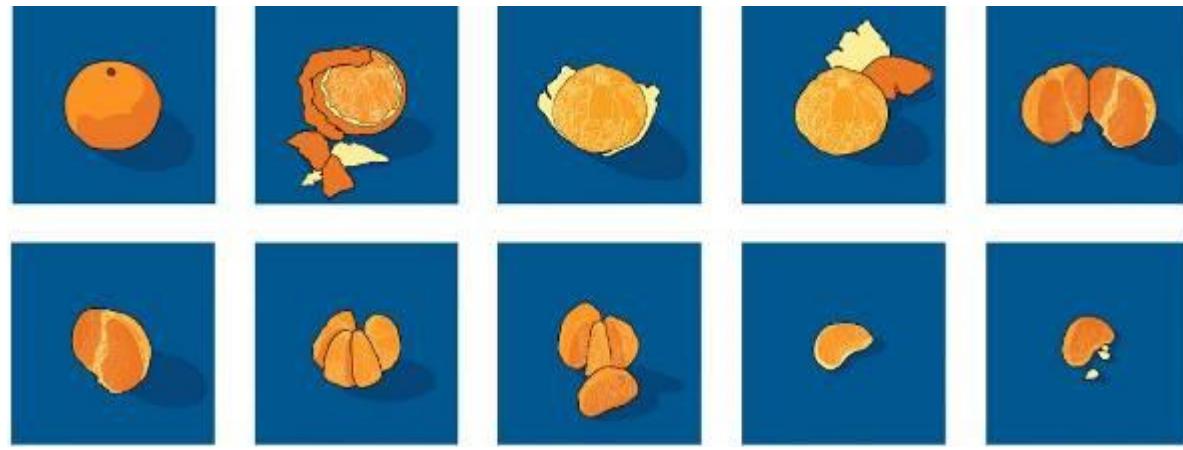
199
200

Tabla 2. Ejercicio 2: Diseño instruccional

Meta: producir una secuencia lógica para instruir la manipulación solo con imágenes.

Etapas:

1. Elija una fruta / verdura.
2. Realice y observe cómo manipular la fruta / verdura antes de la preparación.
3. Cree una hoja de ruta: divida el proceso en pasos (al menos 4).
4. Realiza la manipulación del elemento.
5. A mano o en la computadora, dibuje el paso a paso definido en las fotos.
6. Reproducir cada paso dibujado en campos de 7 cm x 7 cm cada uno.



201
202
203

Tabla 3. Ejercicio 3: Producción de escenas: principios geométricos, pensamiento deductivo / inductivo y composición.



Metas: ejercitar la composición utilizando principios de geometría, elementos y división del espacio; ejercitar la estructuración visual y materialización del pensamiento inductivo y / o deductivo.

Etapas:

1. Investigue pensamientos inductivos y / o deductivos que puedan ilustrarse con imágenes. Defina el concepto que representará.
2. Componga una escena con objetos y / o elementos de la naturaleza para comunicar este pensamiento. Ejemplo: limón, cachaça, hielo y azúcar, juntos, pueden significar una futura "caipirinha". 3. Estudiar la composición antes de filmar según los principios de Gestalt y Composición explicados en los screencasts.
4. Posicionar la cámara y ajustar la posición de los objetos para componer la escena de forma armónica y asegurar que la comunicación de la idea sea asertiva, con riqueza visual.
5. Fotografie la escena.



204

4. Conclusiones

205

206 La demostración durante las clases y el ejercicio de aplicar los principios básicos
 207 de la geometría sobre el concepto de división espacial dieron como resultado una
 208 colección de aproximadamente doscientas secuencias de imágenes compuestas por
 209 los alumnos, entre ellas stopmotion, algunas de las cuales están disponibles en el perfil
 210 @labimagem.fauusp de Instagram. La tasa de aprobación de la clase fue del 98%,
 211 incluso en educación remota, gracias a la instrumentalización de las definiciones de
 212 composición visual a partir de la geometría.

213

214

5. Índice de referencias

215

- 216 • Ambrose, G. & Harris, E. (2005) *Imagen*. España, Parramón.
- 217 • Dondis, D. (2010) *Sintaxe da Linguagem Visual*. Brasil, Martins Fontes.
- 218 • Ernst, B. (1978) *El Espejo Mágico de M. C. Escher*. Alemania, Taschen.
- 219 • Gössel, P. & Leuthöuser, G. (2005) *Arquitectura del Siglo XX*. España, Taschen.
- 220 • Jardí, E. (1999) *Pensar con Imágenes*. España, Gustavo Gili
- 221 • Panero, J. & Zelnik, M. (1984) *Las Dimensiones Humanas en Los Espacios Interiores: Estándares Antropométricos*. Mexico, Gustavo Gili.



DISEÑO Y FABRICACIÓN DE PROTOTIPO DE MÁQUINA PARA RIEGO POR ASPERSIÓN

Abraham Rodríguez Galeotte¹, Gastón Hugo Salazar Silva.²

^{1,2}Instituto Politécnico Nacional UPIITA. Av. IPN 2580, Col. La Laguna Ticomán, México, CDMX.

SM-POSM105

Resumen

El presente trabajo de investigación propone desarrollar una herramienta para el campo mexicano, haciendo uso de la ingeniería mecatrónica como base, para resolver una problemática que vienen padeciendo los agro productores.

Las técnicas de riego utilizadas en la actualidad varían dependiendo del tipo de terreno y la cantidad de agua, así como de la capacidad económica del agricultor, pero cuando se requiere cubrir grandes extensiones de cultivo se reducen a dos principalmente, dejar caer agua en forma de lluvia, esto es por aspersión, y dejar correr simplemente el agua, esto es por surcos. El riego por aspersión es el más práctico cuando se trata de cultivos grandes, aunque es cara su implementación comparada con la del riego de surcos, el cual simplemente consiste en preparar la tierra, por esta razón muchos campesinos siguen utilizando este método tan ancestral, que es económico, pero desperdicia mucha agua. Para ofrecer una opción viable, tanto técnica como económicamente se pretende diseñar y fabricar un sistema de riego por aspersión mecanizado. Este sistema permite el riego en círculos de gran tamaño de radio, reduciendo la mano de obra y utilizando dispositivos económicos y fáciles de obtener para desarrollar y fabricar la estructura y la fuerza hidráulica requerida para transmitir movimiento al sistema y obtener un sistema ahorrador de agua y accesible para pequeños productores agrícolas.

El proyecto utiliza principios físicos y matemáticos para el diseño, construcción y puesta a punto del prototipo.

Palabras clave: aspersión, cultivo, water, control, panel, microchip.

1. Introducción

Las técnicas de riego utilizadas por los campesinos son varias, pero cuando se requiere cubrir grandes extensiones de siembra se reducen a dos principalmente, dejar caer agua en forma de lluvia, esto es por aspersión y dejar correr simplemente el agua, esto es por surcos. El riego por aspersión es el más práctico cuando se trata de cultivos grandes, aunque es cara su implementación comparada con la del riego por surcos, el cual simplemente consiste en preparar la tierra, por esta razón muchos campesinos siguen utilizando este método tan ancestral, que es económico, pero desperdicia mucha agua. En las zonas rurales áridas de cultivo del país se presentan problemas de falta de agua lo que ocasiona la extracción excesiva de los pozos lo que ocasiona su clausura, esto eleva los costos de los permisos para extraer agua y limita las zonas de riego a una producción específica, (Serrano,2000). Una solución planteada por el gobierno es el uso de invernaderos y sistemas de riego más eficientes así como técnicas de cultivo importadas de países como Estados Unidos e Israel, las

¹ * Abraham Rodriguez Galeotte. E-mail: egaleotti1935@hotmail.com Tel. 5557296000, Ext 56882

45 cuales no son accesibles a todas las comunidades rurales, para reactivar la agricultura
46 y el uso adecuado del agua, se está introduciendo el sistema de riego por pivote
47 proveniente de Canadá, el cual tiene un precio superior a medio millón de pesos para
48 una sección de 500m de tubería, este precio lo hace inaccesible a la gente de
49 comunidades rurales del país. Este sistema permite el riego en círculos de gran
50 tamaño de radio, reduciendo la mano de obra y utilizando la misma bomba como fuerza
51 hidráulica para transmitir movimiento a las ruedas.

52 De acuerdo al tipo de siembra y características del área de cultivo se puede usar
53 cualquiera de las siguientes formas de riego convencionales. Con características del
54 área de cultivo se hace referencia a la zona donde esté sembrado, puede ser
55 invernaderos, huertos pequeños, para siembra de frutas o huertos grandes para
56 siembra de cereales o leguminosas, (Fauzi, 2002).

- 57 • Riego por aspersión.
- 58 • Riego con cintas de exudación y goteo.
- 59 • Riego por microaspersores y microdifusores.
- 60 • Riego por surcos.

61 Riego por aspersión: Es el método en el cual el agua se deja caer en forma de lluvia.
62 El consumo de agua es menor que el requerido para el riego por surcos o por
63 inundación, puede ser utilizado con facilidad y se puede dosificar el agua con una
64 buena precisión, (Rodriguez y Corrons,2004).

65 El riego por aspersión es un sistema que se adapta muy bien para su uso en cultivos
66 de gran extensión, se pueden encontrar por su configuración mecánica en dos grandes
67 grupos:

- 68 • Aspersores de impacto.
- 69 • Aspersores de turbina.

70
71 **Aspersores de impacto:** Son aquellos en los que el movimiento giratorio se logra por
72 el impulso del chorro de agua sobre un brazo oscilante, que se desplaza y vuelve a su
73 posición inicial. El retorno del brazo a su posición inicial produce un golpe sobre el
74 cuerpo principal del aspersor que provoca el giro del mismo. Los aspersores de
75 impacto pueden disponer de una o varias toberas con ángulos de salida diferentes y
76 admiten el uso de diversas boquillas, (Castañon, 2000).

77
78 **Aspersores de turbina:** En estos artefactos el giro se produce al discurrir el agua a
79 través de un mecanismo de engranajes o turbina, que va unido al cuerpo del aspersor.
80 El movimiento giratorio es de forma continua por lo que es más uniforme la distribución
81 del agua, son poco utilizados en la agricultura. Para realizar un proyecto de riego por
82 aspersión se deben de partir de los datos básicos clima y suelo, y otros como son
83 cultivos a implantar, tamaño y forma de la superficie a regar, determinando para esto
84 los siguientes puntos:

- 85 • Superficie de cada cultivo.
- 86 • Necesidades de agua y dosis de riego.
- 87 • Elección del aspersor.
- 88 • Tipo y sistema de aspersión.

89 • Duración y horario de riego.
 90 Material, incluyendo cálculos hidráulicos de tuberías y bombas (Heinz,2000).
 91 El objetivo general de este trabajo es diseñar y construir un prototipo de máquina de
 92 riego automático para parcelas planas de siembra de hortalizas.

93

94

95 **2. Metodología o desarrollo**

96

97 En la figura 1, se muestra el bosquejo general de la estructura principal diseñada.

98 Descripción general:

99

- 100 1. Válvula check.
- 101 2. Codo.
- 102 3. Torre principal.
- 103 4. Codo con rodamiento de carga axial.
- 104 5. Unión y junta de la tubería con el codo, (Heinz,2000).
- 105 Bajante o tubería atornillada a lateral de 12.7 mm (1/2 pulgada).
- 106 7. Tuerca unión.
- 107 8. Torre móvil de soporte a la tubería.
- 108 9. Circuitos de control de torre.
- 109 10. Junta de dos grados de libertad de la torre a la siguiente tubería.
- 110 11. Cadena de tracción con elementos de máquina.
- 111 12. Motor trifásico con motorreductor.
- 112 13. Boquilla y regulador del emisor de baja presión.
- 113 14. Válvula de compuerta.

114

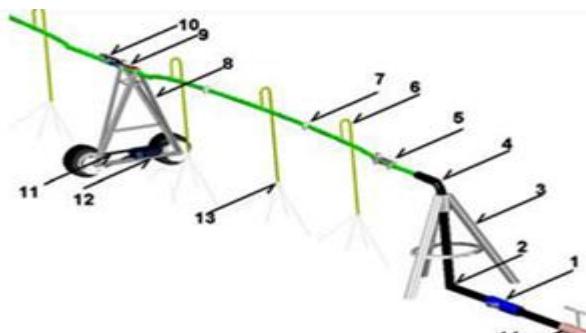


Figura.1 Bosquejo general del prototipo.

115

116

117

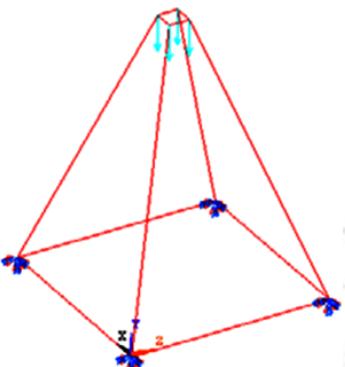
118 **Torre principal:** La torre principal es la que soporta la carga que se le aplica al codo hidráulico a través del lateral, razón por la cual el primer módulo debe ser corto, pues este no debe provocar fuerzas excesivas en este codo. Se seleccionó un perfil en L de 38mm (1 1/2 pulgadas) de lados iguales, en la figura 2, se observa el diagrama de la torre.

123 La pieza utilizada en la junta, (figura 3) es de hierro gris, con el factor de seguridad para una restricción tipo bisagra sobre el diámetro mayor y fuerzas sobre los ejes X e

125 Y de 2000 N. Los pernos son de 19mm ($\frac{3}{4}$) de pulgada, atornillados a la barra y las
 126 piezas están a su vez roscadas al tubo, de esta forma se deja espacio para usar una
 127 manguera flexible en el centro que servirá para unir el paso del agua y además como
 128 eslabón flexible.

129 La tubería ensamblada se muestra en la figura 4, esta forma elaborada de estructura
 130 soporta mayores cargas y fuerzas de torsión. Las reacciones de los tirantes se
 131 calcularon para usar un material como el cable de acero.

132



133
 134 Figura. 2 Torre principal.



Figura. 3 Junta de unión.

135

136 **Hidráulica:** La velocidad de succión recomendada es aproximadamente 1 m/s. La
 137 velocidad de descarga es aproximadamente de 3 m/s. La tubería de succión debe ser
 138 lo más corta posible. Las válvulas de cierre se sugieren de compuerta por tener menos
 139 pérdidas de energía. La presión de entrada se tomó como 100 000 pascales, el
 140 diámetro de entrada utilizado fue de 7mm (3 pulgadas), el diámetro de salida de
 141 50.8mm (2 pulgadas). La potencia calculada de la bomba fue de 0.1587 H P para una
 142 sección de 24 metros de descarga.

143 **Diseño de la transmisión mecánica:** El motor seleccionado fue trifásico para que al
 144 cambiar dos fases se pueda conseguir la inversión de giro, esto facilita los diseños
 145 electrónicos. La potencia calculada para el motor fue 3 / 4 HP. El motor tiene una
 146 relación de caja de 13 a 1 con datos de placa como sigue:

147 Frecuencia = 60 Hz.

148 Rpm = 3370

149 Amperaje = 2.2 A para 220 Volts

150 Potencia = 0.6 HP.

151 Caja de transmisión tipo Angulo recto.

152 Relación = 1/13.

153 Segunda caja = 1/60.

154

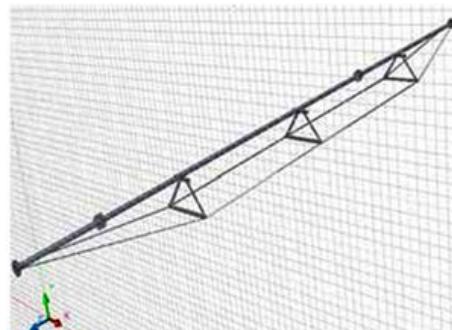


Figura. 4 Estructura completa final con tirantes.

155

156

157

158 **Longitud del espacio entre ruedas:** La longitud detectada en las pruebas de campo
159 es de alrededor de 4 metros, se utilizó una barra de acero AISI 1020 con una
160 resistencia a la cedencia de 64 MPa. La flecha calculada fue de 17.5mm (11/16
161 pulgada) en la sección menor donde se acoplan el motor con el reductor (Figura 5).
162

163 **Electrónica:** Una de las señales para control seleccionadas vía software es la
164 fotocelda, se llegó a los siguientes resultados aproximados.

165 Para luz intensa la resistencia es: 0.8 Ohms.

166 Para luz brillante la resistencia es: 1.1 K Ohms.

167 Para luz tenue aproximada a un atardecer: 56 K Ohms.

168 Para oscuridad después del atardecer: 100 K Ohms.

169 Para oscuridad: 120 K Ohms.

170 Para penumbra total: 250 K Ohms.

171 Se sabe que un circuito típico con amplificador operacional puede detectar cambios de
172 tensión debido a cambios en las resistencias, sabemos que un amplificador de
173 instrumentación es usado cuando se requiere linealizar sensores pasivos, por tal
174 motivo dado que el umbral es grande no se requiere usar un amplificador de
175 instrumentación para detectar los pequeños cambios.
176



Figura. 5 Flecha de transmisión.

177

178

179

180 La salida se manda a un transistor NPN BC547 B el cual hace la función de invertir la
 181 señal del operacional, este fue elegido por ser de uso estándar, económico y
 182 técnicamente por tener baja ganancia. Los sensores de fin de carrera estén situados
 183 en las torres que tienen las ruedas, este cumple la función de avisar al
 184 microcontrolador que el límite se ha alcanzado y que se detenga o realice la operación
 185 siguiente que puede ser invertir el giro de los motores y continuar hacia la otra
 186 dirección o detenerse totalmente.

187 La distancia de actuación se regula en un potenciómetro de 500 K pues este actúa
 188 sobre la corriente del colector.

189 La sensibilidad de disparo de TTL se ajusta en el potenciómetro de 250 K. Los
 190 elementos donde tocan estos sensores son láminas unidas a un tramo de perfil el cual
 191 se entierra en la orilla del campo donde se marca el fin del área de cultivo.

192 **Temporizador:** El temporizador (figura 6) que se propone es de ciclo variable por el
 193 operario, esto con la finalidad de dejar abierta la herramienta para uso experimental.
 194 La figura muestra un circuito de temporizador el cual tiene el ciclo de trabajo al 50 %
 195 así cada pulso dura el mismo tiempo alto y bajo. Un AVR es de uso exclusivo para la
 196 cuenta del temporizador así en este se puede elegir los ciclos de trabajo que más
 197 convenga, contando los pulsos del temporizador.

198

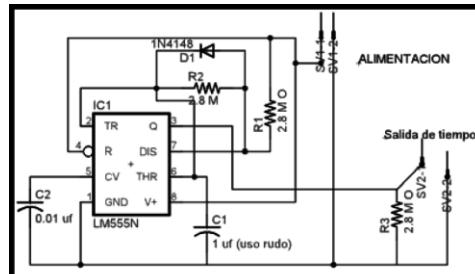
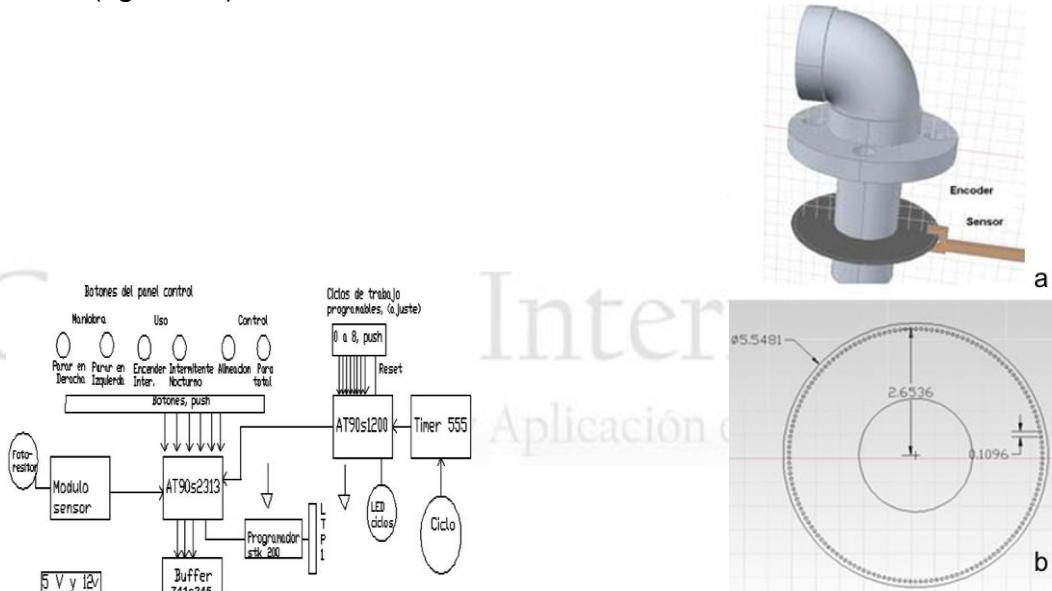


Figura. 6 Temporizador 555 de ciclo igual.

199
200

201 **Interfaz hombre – máquina:** Los botones principales se muestran en la figura 7, se
 202 encuentran agrupados en tres casos, los que son llamados de maniobra, estos son
 203 hacer caminar a la máquina hacia un extremo ya sea izquierdo o derecha para luego
 204 detenerse, esto es muy importante para cuando queremos cambiar de lugar toda la
 205 máquina. Los botones de uso en los cuales se encuentran dos opciones, el de
 206 encender el cual pone en operación todo el dispositivo solicitando antes de ponerse
 207 en marcha, la respuesta de cada módulo. El botón intermitente nocturno el cual inicia
 208 la operación de ir de un lado hacia al otro solo tomando en cuenta al temporizador y
 209 el paro de emergencia, cambiando de giro cuando el módulo de la torre indica el fin
 210 de carrera. El grupo de control, el cual consta de alineación, esto es manda un
 211 comando para que se alineen todos los módulos de la máquina esperando un bit de
 212 respuesta, enseguida tenemos el paro total el cual hace paro de emergencia en caso
 213 de ser pulsado poniendo todo en cero.

214 Control de posición: Un control que es importante es de la posición de los sitios de
 215 riego de una forma exacta. Se propone el uso de un encoder (figura 8a) que se pueda
 216 adherir al eje de giro para con esto hacer un control de forma digital con posiciones
 217 limitadas por la cantidad de puntos del encoder. De esta manera las posiciones están
 218 controladas por el conteo de puntos, la propuesta consiste en tener 200 orificios en el
 219 disco (figura 8b).



220 **Figura. 7 Botones principales.**

Figura. 8a y 8b Lugar del encoder y dimensiones.

221 El encoder tiene 200 puntos en su circunferencia. Este valor de puntos o valores
 222 sensados, es el periodo de datos, pues son puntos en un segundo, y la frecuencia
 223 será: $f = 1/T = 1/0.755418\text{ s} = 1.32\ 377\text{ Hz}$ o frecuencia en que varían los puntos de
 224 muestra. A esa velocidad dará una vuelta completa sin temporizar en 264.76
 225 segundos. Por todo lo anterior la distancia menor de un punto a otro en tiempo, usando
 226 el encoder es de 0.755 segundos, y de acuerdo a esto, la velocidad de captura de
 227 datos del encoder por el microprocesador debe ser superior en frecuencia, cosa que
 228 no es un problema para un AVR que procesa en microsegundos las señales.
 229

230 **Conclusiones**

231 Este prototipo se construyó enteramente con materiales adquiridos en el mercado
 232 nacional, con tecnología y herramientas propias, abatiendo enormemente los costos
 233 comparados con importar un equipo de este tipo de países como USA, Israel o
 234 Canadá.

235 La estructura de acero comercial galvanizado resulta muy resistente a la corrosión,
 236 una pintura clara evita que se caliente reflejando el sol. Para los tramos de perfil
 237 estructural es necesario galvanizar los tramos.

238 La junta de dos grados de libertad resultó según los cálculos óptima y según las
 239 pruebas resultó funcional para mover el prototipo circularmente y adaptarse a las

240 pendientes con el movimiento de la manguera unida, esa pieza resulta muy económica
241 en comparación de las piezas existentes para el mismo funcionamiento que se venden
242 comercialmente.

243 La estructura en forma de pescado fue un gran éxito ya que soportó la tubería y
244 además mantuvo firme el prototipo al momento de desplazarse. El hecho de usar una
245 tubería de 2" para un tramo de hasta 40 metros según los cálculos resulta en una
246 bomba pequeña y económica fácil de manejar. La electrónica utilizada demostró ser
247 bastante adaptable y competitiva para soportar las condiciones de trabajo a que se
248 somete la máquina de riego. Es recomendable realizar estudios de mecánica de
249 suelos para conocer la velocidad de infiltración de agua, para evitar encharcamientos,
250 erosión y lograr una óptima utilización del agua. En la figura 9, se observa el prototipo
251 final de la máquina para riego por aspersión.
252



253
254 Fig. 9 Prototipo final de máquina de riego por aspersión.
255

- 256 1. Fauzi Hamdan A. 2002. *La guerra que viene*. En: Poligrafía de temas políticos
257 económicos y sociales, pp 365-366, Senado de la República, México,
- 258 2. Rodríguez V. y Corrons I. 2004 *Invernadero Novo*. Tesis profesional. Universidad
259 Politécnica de Madrid. España.
- 260 3. Castañón G. 2000. *Proyecto de riego por aspersión*. En: Riego por aspersión.
261 Agroguías-Mundi prensa. España, pp 31-39, 2000.
- 262 4. Serrano M. H. 2000. *Aspectos históricos*. En: Diseño de sistemas de riego por pivote
263 central, modelo de computadora. Tesis. IPN. México, pp 7-64.
- 264 5. Heinz Sourell. 2000. *Riego por goteo móvil, Una alternativa al riego con toberas*,
265 Institute of Production Engineering and Farm Building Research, Federal Research
266 Centre of Agriculture, Bundesallee 50, D-38116. Germany

EL ANÁLISIS DE CORRESPONDENCIAS. LA UTILIDAD DE VISUALIZAR LAS RELACIONES DE UNA TABLA CRUZADA

Carlos César Avalos Franco^{1,*}, Yvon Angulo Reyes²

¹Secretaría de Cultura. Paseo de la Reforma No. 175, piso 11, Cuauhtémoc, 06500, CDMX, México.

²Instituto de Investigaciones Sociales. UNAM. Circuito Mario de la Cueva, s/n Ciudad Universitaria, Coyoacán, 04510, CDMX, México

AP-POSM107

Resumen

El Análisis de Correspondencias Simple (ACS) se puede entender como un ejercicio de análisis factorial de Componentes Principales ponderados, que al aplicarlo a una tabla de contingencia, permite visualizar la relación entre las categorías de las variables. Este método involucra características relevantes dentro del análisis estadístico, como: el uso de la métrica χ^2 , como una medida de distancia entre la distribución porcentual de las categorías de los renglones o las columnas de la tabla de contingencia (perfiles renglón/columna); los valores marginales de las categorías como pesos específicos que afectan las distancias entre los perfiles renglón/columna (métrica ponderada); las relaciones de transición entre el espacio vectorial de los perfiles y sus proyecciones en el nuevo sistema de ejes factoriales; y la posibilidad de incluir categorías extras, sin afectar en el cálculo de los factores, pero plasmándose en el biplot generado. Aunque no de manera exclusiva, este método es uno de los “puentes” entre una lógica cualitativa a una cuantitativa, además de ser aplicado en temas como las representaciones sociales, el análisis de léxico, y recientemente como una opción para visualizar la información de las matrices para el análisis de redes sociales. El objetivo de esta ponencia es mostrar el Análisis de Correspondencias Simple (ACS) como una herramienta exploratoria para identificar visualmente la relación de las variables en una tabla cruzada, y hacer evidente que a pesar del empalme de espacios vectoriales diferentes que se visualizan en un solo biplot a través de este método, las diferentes representaciones simultáneas entre filas y columnas de una tabla de contingencia permiten desarrollar un análisis exploratorio que brinda una mayor compresión a la información analizada y la aplicación posterior de otros procedimientos.

Palabras clave: factorial, correspondencias, biplot, FactoMineR, contingencia, perceptual.

1. Introducción

El Análisis de Correspondencias (AC), traducción del francés Analyse des Correspondances, fue desarrollado por el francés-libanés Jean-Paul Benzécri a finales de los años sesenta para aplicaciones lingüísticas, los antecedentes y el problema que se planteaba eran, de manera general los siguientes:

Chomsky (1956) opinaba que no podía existir un procedimiento sistemático para definir la gramática de una lengua, mientras que Benzécri (1977) propone un método

¹* Carlos César Avalos Franco. E-mail: ccavalos06@gmail.com Tel. 55-41-55-05-63

44 estadístico inductivo que permita pasar de 10,000 páginas de un texto de una lengua
45 a la identificación de su sintaxis y semántica.

46
47 Para ello propusieron lo siguiente: si se tienen separados verbos y sustantivos de un
48 texto, y se está tratando de determinar la gramática (sintaxis) y el significado
49 (semántica) de estas palabras, era posible elaborar una tabla cruzada en la que
50 aparecían los verbos en las columnas y los sustantivos en los renglones.

51
52 En la intersección del renglón i y la columna j , denotada como $k(i,j)$, se registraría el
53 número de veces que en un texto el sustantivo i fue el sujeto del verbo j . Si $k(i,j)$ era
54 diferente de cero, entonces el verbo j está dentro de un posible contexto para el
55 sustantivo i y viceversa. A través de una distribución de estas uniones de sustantivo-
56 verbo es como se puede formar una frase correcta gramaticalmente hablando.
57 Además, se podía continuar y medir la importancia relativa del sustantivo i con su
58 contexto j por medio de la razón:

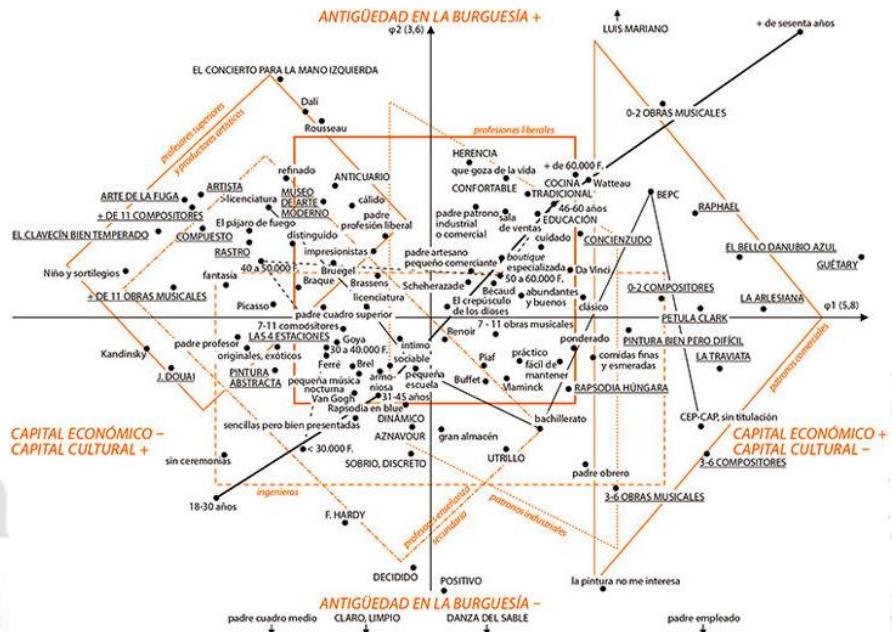
59
$$f(i,j) = \frac{k(i,j)}{k(i)}$$

60
61 Donde $k(i)$ es la suma de los casos del renglón i . De tal manera que el vector $f(i,j)$
62 mostrará la afinidad entre un sustantivo i y todos los verbos j . A la distribución
63 porcentual por renglón de estos valores, se le conoce como el perfil i . Con ello, dos
64 sustantivos serán “sinónimos” si tienen el mismo perfil, lo cual puede llevar a falsas
65 asociaciones y encontrar que ‘correr’, ‘hablar’ y ‘jugar’ signifiquen lo mismo, por ello
66 resulta necesario representar de alguna manera en diferente lugar geométrico las
67 estructuras de estas asociaciones entre sustantivos y verbos, por lo que de manera
68 similar, estas distribuciones se pueden realizar por columna, lo que se denominará
69 perfil j . Este planteamiento busca la representación gráfica de asociaciones entre
70 variables, de donde surge el Análisis de Correspondencias.

71
72 Si bien las tablas de contingencia son un esquema común para la presentación y
73 análisis de información, tienen un papel básico en las Ciencias Sociales, el AC es una
74 herramienta que permite comprender mejor la manera en que las variables de una
75 tabla se encuentran relacionadas. Una medida de dicha asociación es el estadístico
76 χ^2 , el cual se encuentra relacionado con el grado de dispersión del biplot generado por
77 el AC.

78
79 De esta manera, el AC es una herramienta útil para crear un puente entre los abordajes
80 cualitativos – cuantitativos, permitiendo abordar el tratamiento de hechos sociales
81 complejos. Ejemplo de ello, (Figura 1) es el siguiente biplot o mapa perceptual que
82 presentó Pierre Bourdieu (1988) en su libro La distinción: Criterio y bases sociales del
83 gusto, con un Análisis de Correspondencias Múltiples, el cual ilustra la relación entre
84 los diferentes estilos de vida, entendidos como niveles de clases y la relación con la
85 preferencia de diferentes productos culturales, de esta manera hay un empalme entre

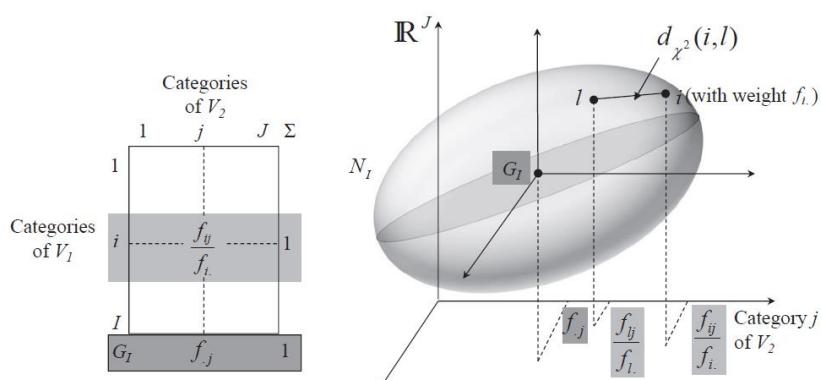
86 espacios vectoriales con espacios sociales. La representación del AC permite
 87 visualizar la forma/estructura de los datos, más que la magnitud de éstos.



88 Figura 1. Biplot de Correspondencias Múltiples en el libro *La Distinción*, de Pierre Bourdieu
 89 (1988)

90 2. Metodología o desarrollo

91 El AC parte de una tabla cruzada en la que se registran casos, o en general valores
 92 positivos. Para esta tabla es posible calcular los porcentajes por renglón o por
 93 columna, de tal manera que para una tabla de I renglones y J columnas, los i
 94 renglones, con la distribución de frecuencias por renglón, se pueden ver como i puntos
 95 (llamados perfiles renglón) en un espacio vectorial de \mathbb{R}^J y las j columnas, como puntos
 96 en el espacio vectorial de \mathbb{R}^I (perfiles columna).



101 Figura 2. Representación de la nube de puntos renglón

103

104 De la Figura 2, hagamos las siguientes observaciones: los elementos de esta tabla no
 105 son los valores absolutos, sino los porcentajes por renglón ($\frac{f_{ij}}{f_i}$), donde a cada renglón
 106 se le llama perfil renglón, y la suma de cada uno de sus elementos tiene el valor de
 107 uno. Por otra parte, la distribución general del total de casos de la tabla (Indicado con
 108 G_1 en la tabla de la Figura 2) es el centro de gravedad de los puntos renglón.

109

110 Al analizar una tabla de este tipo, buscamos qué valores de cada perfil renglón están
 111 por arriba o por debajo de la distribución general de la tabla, lo que permite identificar
 112 qué categorías de las columnas son características de cada categoría de los
 113 renglones.

114

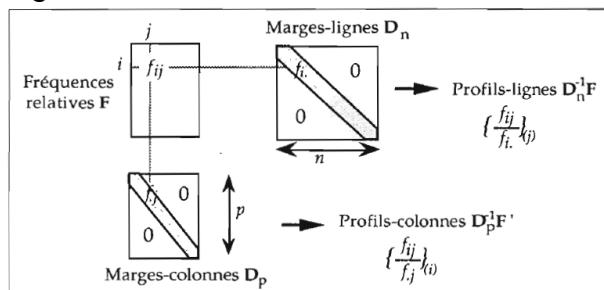
115 Esta comparación entre renglones o entre cada renglón y el centro de gravedad, en el
 116 AC se lleva a cabo a través de la métrica χ^2 . Mientras que la distancia euclídea se
 117 puede expresar como:

$$118 \quad d^2(x, y) = (x - y)^t(x - y) = \sum (x - y)^2$$

119 Es posible considerar que cada una de las dimensiones que componen el espacio
 120 vectorial no representan magnitudes iguales entre sí, por lo que, si se desea conocer
 121 la distancia entre dos puntos en un espacio de estas características, es necesario
 122 asignar un peso a cada dimensión en los cálculos. Lo cual puede ser expresado de la
 123 siguiente manera:

$$124 \quad d^2(x, y) = (x - y)^t D_q (x - y) = \sum q(x - y)^2$$

125 Lo anterior se conoce como distancia euclidiana ponderada, o métrica diagonal, ya
 126 que se define como D_q a una matriz diagonal con los pesos de cada dimensión en su
 127 diagonal. En nuestro caso, los pesos para calcular la distancia entre los renglones son
 128 las n entradas de la distribución marginal de las columnas de la tabla que se analiza,
 129 como se ilustra en la Figura 3.



130

Figura 3. Matrices de pesos de perfiles renglón D_n y perfiles columna D_p

131

132 De esta manera, la distancia χ^2 entre los renglones i e i' se define como:
 133

134

135
$$d^2(i, i') = \sum_{j=1}^p \frac{1}{f_{j.}} \left(\frac{f_{ij}}{f_{i.}} - \frac{f_{i'j}}{f_{i'.}} \right)^2$$

136

137 La masa de una fila ($f_{i.}$) o una columna ($f_{.j}$) debe entenderse como la importancia
 138 relativa dentro de la tabla de datos. El inverso de estos valores aplicado para el cálculo
 139 de la distancia χ^2 , atenúa la preponderancia de las categorías (de los renglones o
 140 columnas) de tal manera que el uso de esta ponderación tiende a igualar la
 141 contribución entre las categorías con un mayor número de observaciones y aquellas
 142 que poseen un menor número de casos, dentro de la estructura métrica del espacio.

143

144 La suma de todas las distancias de los puntos a su centro de gravedad se le llama
 145 inercia (ϕ^2) y tiene el mismo valor tanto en el espacio vectorial de los renglones o las
 146 columnas. Además, la inercia de la nube de puntos se encuentra relacionada con el
 147 estadístico χ^2 de la siguiente manera:

148
$$\phi^2 = \frac{\chi^2}{N}$$

149 Por este motivo, el análisis de correspondencias es considerado como una técnica de
 150 descomposición del valor de χ^2 , ya que éste representa la variabilidad de las distancias
 151 de los puntos a sus centros de gravedad.

152

153 Una vez establecida una métrica y un peso a cada una de las observaciones, al igual
 154 que en el análisis de componentes principales (ACP), se busca un nuevo eje en el que
 155 se distribuya la mayor cantidad de variación (inercia), aunque en este caso cada punto
 156 tiene un peso asociado, por ello el AC se puede interpretar como un ACP ponderado.

157

158 Si consideramos la nube de puntos de los perfiles renglón, los vectores propios que
 159 definirán los nuevos ejes, y los valores propios que señalarán la cantidad de inercia
 160 que explica cada eje, se obtienen de la matriz S:

$$S = F'D_n^{-1}FD_p^{-1}$$

162

163 La matriz S es una matriz no simétrica, sin embargo, si definimos la matriz S_1 (Ecuación
 164 1) será una matriz simétrica con eigenvalores w, que guardan una relación con los
 165 eigenvalores de S (Ecuación 2).

166 **Ecuación 1** $S_1 = D_p^{-\frac{1}{2}}(F'D_n^{-1}F)D_p^{-\frac{1}{2}}$

167 **Ecuación 2** $u = D_p^{\frac{1}{2}}w$

168 Con estos resultados es posible obtener la matriz de factores (φ) y la proyección de
 169 los puntos renglón (p_r) con las nuevas coordenadas de los puntos-renglón:

170 **Matriz de factores.** $\varphi = D_p^{-1}u = D_p^{-1/2}w$

171 **Proyección de los puntos renglón.** $p_r = D_n^{-1}FD_p^{-1/2}w = D_n^{-1}\varphi$

172 Los procedimientos anteriores son aplicables también al espacio de los puntos
 173 columna, sin embargo, los vectores propios de cada espacio, u para el espacio de los
 174 renglones, y v para el espacio de las columnas se encuentran relacionados por:
 175

176 $v_\alpha = \frac{1}{\sqrt{\lambda_\alpha}} FD_p^{-1} u_\alpha \quad u_\alpha = \frac{1}{\sqrt{\lambda_\alpha}} F'D_n^{-1} v_\alpha$

177 Por lo que es posible generar las coordenadas de los puntos columna desde el cálculo
 178 de los puntos renglón, a través de los que se llama ecuaciones de transición:

179 $\varphi_\alpha = D_p^{-1} u_\alpha = \frac{1}{\sqrt{\lambda_\alpha}} D_p^{-1} F'D_n^{-1} v_\alpha = \frac{1}{\sqrt{\lambda_\alpha}} D_p^{-1} F' \Psi_\alpha$

180 $\Psi_\alpha = D_n^{-1} v_\alpha = \frac{1}{\sqrt{\lambda_\alpha}} D_n^{-1} F D_p^{-1} u_\alpha = \frac{1}{\sqrt{\lambda_\alpha}} D_n^{-1} F \varphi_\alpha$

181

182 3. Resultados y análisis

183

184 Para exemplificar este método se analiza la Tabla 1, que muestra la distribución de
 185 alguna infraestructura cultural por estratos de población a nivel de municipio. Los datos
 186 de infraestructura son los registrados en el Sistema de Información Cultural (SIC) de
 187 la Secretaría de Cultura.

188

189

Tabla 1. Distribución de infraestructura cultural por rangos de población en municipios

| | - 2,500 hab. | 2,500 a 15 mil | 15 mil - 50 mil | 50 mil a 100 mil | 100 mil - 500 mil | 500 mil + | Total |
|---------------------------------------|--------------|----------------|-----------------|------------------|-------------------|--------------|---------------|
| Bibliotecas | 263 | 1,307 | 2,021 | 1,234 | 1,649 | 986 | 7,460 |
| Casas de cultura y Centros culturales | 42 | 332 | 516 | 219 | 447 | 526 | 2,082 |
| Museos | 18 | 129 | 257 | 144 | 381 | 468 | 1,397 |
| Salas de cine | 0 | 4 | 32 | 255 | 2,372 | 3,845 | 6,508 |
| Librerías | 0 | 4 | 8 | 49 | 493 | 1,094 | 1,648 |
| Teatros | 2 | 14 | 42 | 36 | 256 | 366 | 716 |
| Total | 325 | 1,790 | 2,876 | 1,937 | 5,598 | 7,285 | 19,811 |

190

191 En la Figura 4 se muestra el biplot o mapa perceptual generado por el AC, en estos
 192 gráficos es importante destacar que la distancia entre las categorías de los renglones
 193 y columnas no debe de considerarse directamente, más bien, el análisis busca mostrar
 194 la estructura que subyace entre las relaciones de las categorías.
 195

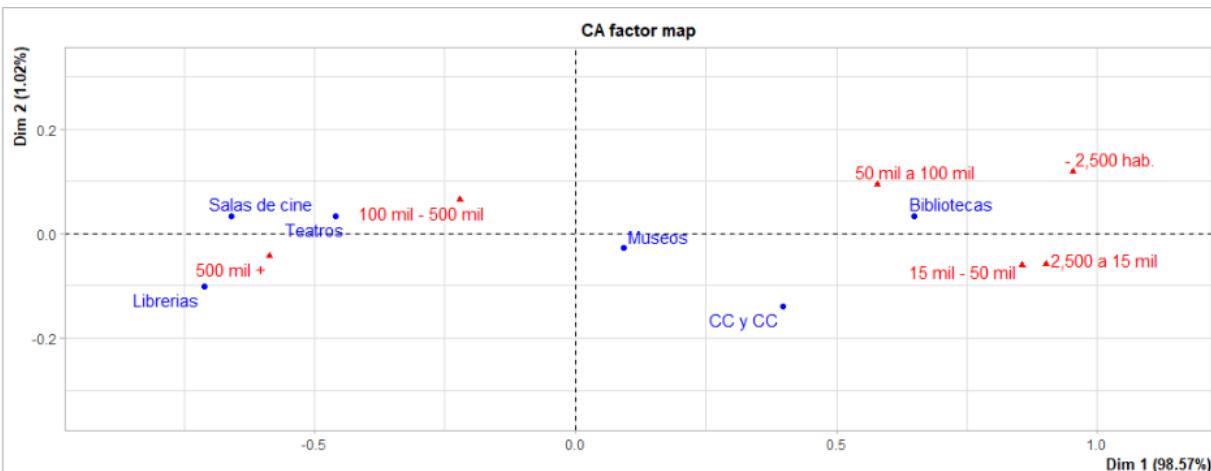


Figura 4. Biplot del Análisis de Correspondencias

Para realizar el análisis se utilizó el paquete estadístico R, con la librería FactoMineR.

199

200 En este gráfico el origen corresponde al centro de gravedad de las nubes de puntos,
 201 por lo que los puntos cercanos al centro tienen una distribución similar a las
 202 distribuciones marginales por renglones o columnas. Por ello, los puntos más alejados
 203 del origen son aquellos que mejor ilustran la estructura de las relaciones de la tabla.
 204

205 Como se mencionó antes, el valor de χ^2 es un primer indicador para considerar la
 206 aplicación del método, a mayor valor, además de rechazar la hipótesis de
 207 independencia, se espera que la dispersión de los puntos respecto al origen sea
 208 mayor. Los primeros resultados que se obtienen se muestran en la Figura 5.
 209

The chi square of independence between the two variables is equal to 7388.9 (p-value = 0).

Eigenvalues

| | Dim.1 | Dim.2 | Dim.3 | Dim.4 | Dim.5 |
|----------------------|--------|--------|--------|--------|---------|
| Variance | 0.368 | 0.004 | 0.001 | 0.000 | 0.000 |
| % of var. | 98.566 | 1.020 | 0.326 | 0.085 | 0.003 |
| Cumulative % of var. | 98.566 | 99.586 | 99.912 | 99.997 | 100.000 |

Figura 5. Valor de χ^2 y varianza explicada

210

211

212

213 Además de mostrar el valor de χ^2 , se puede identificar la varianza explicada por cada
 214 uno de los factores. En este caso, el primer factor explica el 98.5% de la variabilidad
 215 de los datos, con lo que la contribución del resto de los factores es pequeña. La
 216 variabilidad explicada con los dos primeros ejes alcanza el 99.5%.
 217

218

219 Los demás resultados que se obtienen se muestran en la Figura 6.

| Rows | | Iner*1000 | Dim.1 | ctr | cos2 | Dim.2 | ctr | cos2 | Dim.3 | ctr | cos2 |
|-------------------|--|-----------|--------|--------|-------|--------|--------|-------|--------|--------|-------|
| Bibliotecas | | 158.653 | 0.648 | 43.018 | 0.997 | 0.033 | 10.836 | 0.003 | 0.016 | 8.086 | 0.001 |
| CC y CC | | 18.834 | 0.397 | 4.498 | 0.878 | -0.140 | 54.477 | 0.110 | -0.041 | 14.428 | 0.009 |
| Museos | | 1.037 | 0.092 | 0.164 | 0.581 | -0.026 | 1.280 | 0.047 | -0.049 | 13.889 | 0.163 |
| Salas de cine | | 142.974 | -0.659 | 38.771 | 0.997 | 0.034 | 10.223 | 0.003 | -0.010 | 2.461 | 0.000 |
| Librerías | | 43.619 | -0.712 | 11.468 | 0.967 | -0.101 | 22.113 | 0.019 | 0.085 | 49.387 | 0.014 |
| Teatros | | 7.852 | -0.460 | 2.082 | 0.975 | 0.034 | 1.072 | 0.005 | -0.063 | 11.750 | 0.018 |
| Columns | | Iner*1000 | Dim.1 | ctr | cos2 | Dim.2 | ctr | cos2 | Dim.3 | ctr | cos2 |
| - 2,500 hab. | | 15.462 | 0.953 | 4.055 | 0.964 | 0.120 | 6.172 | 0.015 | 0.135 | 24.476 | 0.019 |
| 2,500 a 15 mil | | 73.963 | 0.902 | 19.986 | 0.993 | -0.059 | 8.391 | 0.004 | 0.011 | 0.837 | 0.000 |
| 15 mil - 50 mil | | 107.031 | 0.856 | 28.911 | 0.993 | -0.060 | 13.727 | 0.005 | -0.033 | 12.686 | 0.001 |
| 50 mil a 100 mil | | 34.007 | 0.579 | 8.928 | 0.965 | 0.095 | 23.187 | 0.026 | 0.050 | 20.487 | 0.007 |
| 100 mil - 500 mil | | 15.380 | -0.221 | 3.753 | 0.897 | 0.065 | 31.310 | 0.077 | -0.036 | 30.812 | 0.024 |
| 500 mil + | | 127.126 | -0.586 | 34.366 | 0.994 | -0.042 | 17.213 | 0.005 | 0.019 | 10.703 | 0.001 |

Figura 6. Coordenadas y estadísticos de análisis

220

221

222

223 La Figura 6 muestra: la contribución general de cada categoría a la inercia de la nube (Iner*1000), y ésta se calcula para cada una de las dimensiones (ctr). En el caso de la 224 primera dimensión, los renglones de Bibliotecas y Salas de cine, y las columnas, del 225 rango de más de 500 mil habitantes y el rango de 15 mil a 50 mil habitantes, son las 226 categorías que determinan la construcción del eje.

227

228

229 Por otra parte, la columna cos2, muestra qué tan bien está representado cada punto, 230 en este ejemplo la mayoría de los puntos obtiene un puntaje alto, ya que la primera 231 dimensión concentra la mayor variabilidad; los puntos con una calidad de 232 representación menor son los museos y las Casas de Cultura y Centros Culturales.

233

234 4. Conclusiones

235

236 El mapa de correspondencias muestra la polarización que existe en el desarrollo del 237 tipo de infraestructura cultural que hay en el país. En un extremo, en los municipios 238 con menor población, se ha concentrado principalmente el desarrollo de la Red 239 Nacional de Bibliotecas, y en parte está la presencia de Casas de Cultura y Centros 240 Culturales.

241

242 En el otro extremo, con población mayor a 100 mil habitantes, la infraestructura que 243 responde a una lógica más comercial, como son las librerías, salas de cine y teatros, 244 es la que tiene mayor presencia.

245

246 Llama la atención que los museos quedan a medio camino dentro del mapa; como una 247 reflexión a este resultado, se podría considerar que, a nivel nacional conviven tanto 248 museos públicos como privados, con entrada gratuita o con costo de entrada. Además, 249 existe una oferta diversa tanto en municipios con gran concentración de población que 250 cuentan con espacios muy amplios, así como pequeñas comunidades, que poseen 251 museos comunitarios, los cuales les representan una importancia específica.

252

253

254

255 5. Índice de referencias

256

- 257 • Benzécri, J.P. (1977). *Histoire et préhistoire de l'analyse des données*. Francia:
258 Dunod.
259 • Bourdieu, P. (1988). *La distinción. Criterio y bases sociales del gusto*. México:
260 Taurus.
261 • Chomsky, N. (1956). *Syntactic Structures*. La Haya: Mouton.
262 • FactoMineR [En línea]. Obtenido en febrero de 2021 de la dirección:
263 <http://factominer.free.fr/install.html>.
264 • Sistema de Información Cultural (SIC) [En línea]. Obtenido en febrero de 2021
265 de la dirección: <https://sic.cultura.gob.mx/datos.php>.

MEMORIAS DEL Congreso Internacional Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

DIFICULTADES DE FUTUROS DOCENTES DE MATEMÁTICAS DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR AL ELABORAR UNA APP

José Luis Medardo Quiroz Gleason¹, Saúl Elizarraras Baena² y Orlando Vázquez Pérez³.

¹Escuela Normal Superior de México. Manuel Salazar 201, Hacienda del Rosario, Azcapotzalco, Ciudad de México, 02420.

IN-POSM108

Resumen

El objetivo de este trabajo es exponer las dificultades que enfrentan los alumnos de Quinto Semestre del Plan de Estudios 2018 de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria (LEAMES) en la materia Diseño de APP, en la Escuela Normal Superior de México.

El aprendizaje basado en problemas está presente durante el trayecto formativo y en especial esta habilidad se ve favorecida por la práctica de la programación, Wilson (1993) puede mejorar la comprensión del estudiante "programador" sobre las matemáticas relacionadas con una solución. Frecuentemente se pone más atención a las habilidades de programación en lugar de usar programación para resolver problemas matemáticos.

Elaborar una App requiere de aplicar un lenguaje de programación en su diseño e implementación, el alumno normalista no integra necesariamente en sus antecedentes académicos un curso que lo incluya. Enfrentar a los futuros docentes a programar, cualquiera que sea el lenguaje elegido, es un reto cuyo acercamiento involucra echar mano de capacidades que un semestre es poco tiempo para desarrollar. Sin embargo, aplicaciones como App Inventor, plataforma gratuita para desarrollo de aplicaciones, originalmente creada por Google y actualmente desarrollada por el Massachusetts Institute of Technology, facilitan el proceso enfocando el esfuerzo cognitivo del alumno normalista en la lógica de la programación más que en la sintaxis del código. Las características del programa posibilitan hacer trascender las habilidades desarrolladas a sus futuros alumnos siendo de enorme atracción para el adolescente ávido de adentrarse en el mundo de la tecnología que tiene materialmente a la mano y la emplea muchas horas al día. Se expondrán algunas etapas del proceso del curso, los retos e intentos de solución en el marco de la educación a distancia, así como los logros obtenidos.

Palabras clave: dificultades, App, normalistas, programación.

1. Introducción

Quienes esto escriben han tenido a su cargo alumnos normalistas que se preparan para ser profesores de secundaria en el Área de Matemáticas desde hace veinte años. En estas generaciones y hasta la actual, que es la primera generación del plan de estudios 2018, se han visto en sus integrantes, muy variados niveles de dominio de contenidos computacionales: Los contenidos mencionados se refieren a conocimiento y dominio de acciones básicas en una plataforma en computadora personal (PC) o similar (de una famosa marca comercial generalmente conocida como MAC) en cuanto a gestión de archivos, programas relacionados con ofimática (2020 DRAE, automatización, mediante sistemas electrónicos, de las comunicaciones y procesos administrativos en las oficinas), edición de multimedia (audio, imagen fija, video),

¹ Autor para la correspondencia. E-mail: qgleason@yahoo.com.mx Tel. 55-19-48-81-02

45 administración, búsqueda, procesamiento de información a través de Internet,
46 operación de programas de diseño o educacionales, lenguajes de programación,
47 seguridad en el uso de tecnología (protección de equipo computacional así como de
48 integridad personal y de identidad), por mencionar algunos.
49 Este cúmulo de contenidos conlleva a la definición de competencia digital por Zavala
50 et al (2016), la competencia digital implica el uso crítico y seguro de las Tecnologías
51 de la Sociedad de la Información para el trabajo, el tiempo libre y la comunicación,
52 apoyándose en habilidades TIC básicas como el uso de ordenadores para recuperar,
53 evaluar, almacenar, producir, presentar e intercambiar información, y para comunicar
54 y participar en redes de colaboración a través de Internet.
55 Sin embargo, cuando se trata de desarrollar dicha competencia en los futuros maestros
56 de matemáticas, el aprender a programar entraña dificultades diferentes. Es necesario,
57 entonces hacer referencia al pensamiento computacional.
58 El pensamiento computacional se identifica, como cita González et al (2016) como una
59 de las competencias que deben permitir a cualquier ciudadano, con independencia de
60 su quehacer profesional, la gestión óptima de todas las situaciones destacando que el
61 pensamiento computacional permitirá a los alumnos, como herramienta básica
62 transversal al currículum, aprender de forma abstracta, algorítmica-lógica y, por ende,
63 les preparará para resolver problemas complejos y abiertos.
64 Y es en este tenor, que la formación de los futuros docentes considerando su
65 acercamiento hacia el aprovechamiento en aula de TIC que debe encaminarse hacia
66 las tres dimensiones: instrumental, didáctica y disciplinar. Lo que nos lleva
67 inevitablemente a Cozar (2015) quien conceptualiza el conocimiento profesional de un
68 docente como la intersección entre el contenido y la pedagogía conocido en español
69 como Conocimiento Pedagógico del Contenido CPC (PCK) que en 2006 se transforma
70 por la inclusión de la Tecnología al Conocimiento Pedagógico y Tecnológico del
71 Contenido (CPTC o TPACK).
72 Hasta hace algunos lustros la ambición era que los docentes tuvieran como pilares del
73 proceso enseñanza aprendizaje a los conocimientos tanto pedagógicos como
74 disciplinares propios de su especialidad: con la evolución de la tecnología se ha
75 agregado un pilar más. Siguiendo con la referencia a Cozar (2015) cuando hacer
76 referencia al nuevo modelo CPTC pretende que los docentes deben poseer un
77 conocimiento tecnológico sobre cómo funcionan las TIC, y las maneras de utilizarlas;
78 un conocimiento pedagógico respecto cómo enseñar eficazmente y un conocimiento
79 sobre el contenido de la materia que va a enseñar. El adecuado balance de la
80 intersección de las tres esferas de conocimiento avalará un docente preparado a
81 desarrollar su pensamiento computacional.
82 Precisamente respondiendo a las nuevas tendencias y exigencias del perfil de egreso
83 del normalista que se desea es que se le ofrece en la LEAMES diversas inclusiones,
84 no solo de uso de TIC.
85 Entre las Competencias Genéricas del plan de estudios vigente (SEP, 2018) se
86 encuentra que el normalista: utilice las tecnologías de la información y la comunicación
87 de manera crítica; entre las competencias profesionales; que utilice la innovación como
88 parte de su práctica docente en el desarrollo de competencias de los estudiantes y

89 dentro de ella, entre sus unidades de competencia; que emplee las Tecnologías de la
90 Información (TIC), Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento (TAC) y Tecnologías
91 del Empoderamiento y la Participación (TEP) como herramientas de construcción para
92 favorecer la significatividad de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Algunas
93 asignaturas de dicho plan incorporan temáticas afines con los anteriores propósitos,
94 pero especialmente el bloque de las alternativas que se ofrecen en el trayecto Optativo
95 (5 asignaturas semestrales desde el segundo semestre) es el de Tecnología
96 Educativa: Software para el estudio de las matemáticas, Entornos virtuales de
97 aprendizaje Lenguajes de Programación, Diseño de APP y Robótica Educativa.
98

99 **2. Metodología o desarrollo**

100 En el curso Diseño de APP (SEP, 2018), se contempla que el normalista adquiera las
101 bases metodológicas del diseño y uso de aplicaciones (APP) para dispositivos móviles
102 que promuevan la alfabetización digital con soportes tecnológicos móviles, como el
103 teléfono inteligente, las tabletas, o las computadoras portátiles.

104 Integran al curso las siguientes unidades:

105 Las aplicaciones móviles APP para el aprendizaje de las matemáticas.

106 La programación orientada a objetos.

107 Diseño de APP con plataforma Android para el aprendizaje de las matemáticas.

108 A pesar de que las actuales generaciones, desde tempranas edades ya emplean de
109 manera habitual aplicaciones móviles, ya casi de manera generalizada reconocidas
110 como APP, somos ajenos en la mayoría de los casos a la forma en que se generaron.
111 Una APP es un programa computacional diseñado para resolver una necesidad muy
112 específica o emplearse en un uso concreto, bien definido.

113 Con el desarrollo vertiginoso de la tecnología en tabletas y teléfonos inteligentes, se
114 ha desarrollado un amplio mercado de gran cantidad de APP.

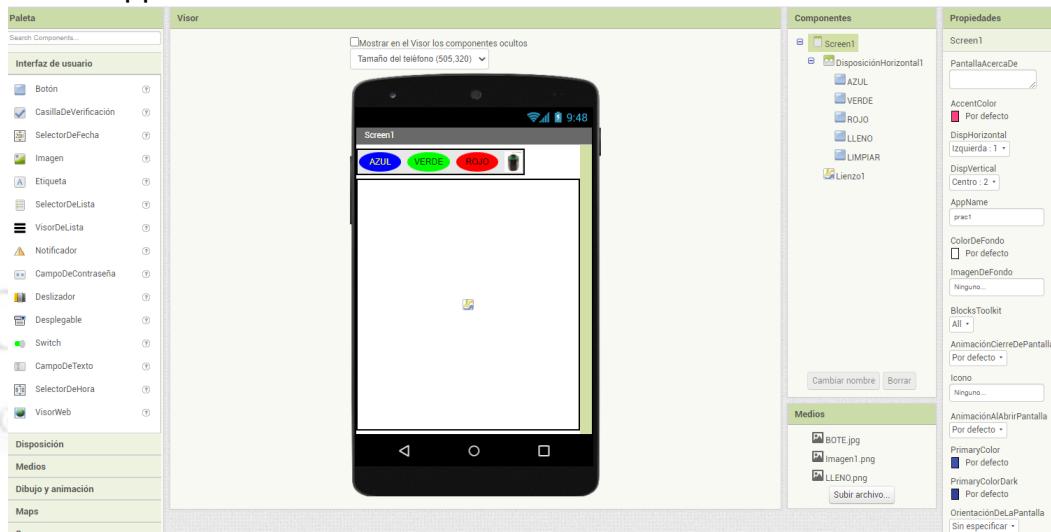
115 Hubo necesidad de analizar la génesis de las APP, así como los tipos de éstas por su
116 entorno de uso: desde una computadora, o desde un dispositivo móvil (teléfono
117 inteligente o tableta) o ambos. Por supuesto se pretendía que el futuro docente se
118 involucrara con programación, pero ahí apareció la disyuntiva de la ponderación entre
119 aprender a programar, codificar, o aprender un código en sí mismo.

120 Muñoz (2015) afirma que la mayor parte de los problemas son originados por la
121 complejidad de los conceptos tales como variables, estructuras repetitivas, arreglos,
122 funciones de los lenguajes de programación. Estas dificultades se manifiestan
123 independientes del paradigma y/o lenguaje utilizado. Esto se puede deber a diversos
124 factores, tales como motivación, sintaxis, estilos de aprendizajes diferentes,
125 experiencia previa, entre otros. Se han desarrollado diversas herramientas que
126 implementan estrategias que permiten mitigar estas dificultades. La utilización de
127 entornos interactivos del estilo *drag and drop* como Scratch permite eliminar errores
128 de sintaxis e introducir nuevos conceptos de manera atractiva.

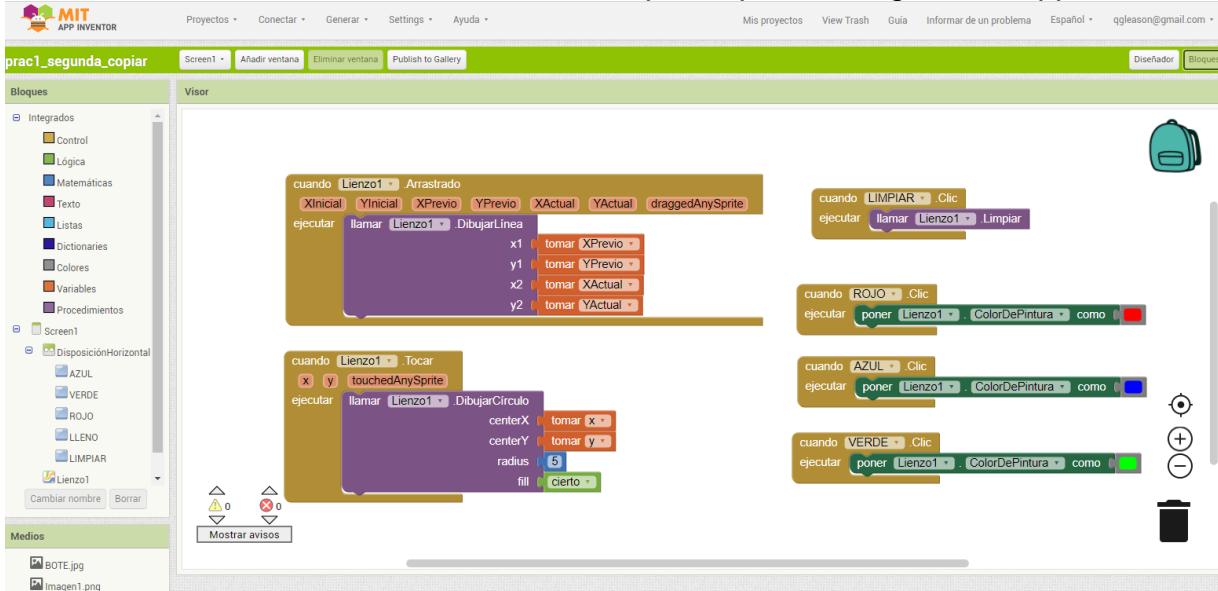
129 Scratch es un lenguaje de programación visual creado por el MIT (Massachusetts
130 Institute of Technology) y orientado a facilitar su aprendizaje de forma intuitiva
131 mediante bloques, donde en lugar de escribir código se tienen diferentes piezas como
132 si se tratase de un rompecabezas que definen procesos, herramientas acciones,

133 variables para desarrollar las diferentes ordenes que se integran hasta tener un
134 proyecto, que podría ser perfectamente un videojuego o imitar a un robot. La enorme
135 ventaja, que nos hace evocar lo atractivo del lenguaje de programación pionero en
136 entornos visuales, Logo, es que de inmediato se comprueba la eficiencia de la
137 combinación de piezas que componen el programa al ejecutarlo con la posibilidad de
138 depurar, corregir, enmendar por intercambio de piezas o ajustando los pocos
139 parámetros que se incluyen en los mismos elementos de programación.
140 Se menciona Scratch, aunque no es un lenguaje para programar y diseñar APP, pero
141 sí es el antecedente forzoso para aprender App Inventor.
142 App inventor continúa la facilidad y practicidad de Scratch (MIT, 2000), pero App
143 Inventor es un entorno de programación visual e intuitivo que permite a todos, incluso
144 a los niños, crear aplicaciones completamente funcionales para teléfonos inteligentes
145 y tabletas. Aquellos que son nuevos en App Inventor pueden tener una primera
146 aplicación simple en funcionamiento en menos de 30 minutos. Y, es más, nuestra
147 herramienta basada en bloques facilita la creación de aplicaciones complejas y de alto
148 impacto en mucho menos tiempo que los entornos de programación tradicionales. MIT
149 (2000) El proyecto App Inventor busca democratizar el desarrollo de software
150 empoderando a todas las personas, especialmente a los jóvenes, a pasar del consumo
151 de tecnología a la creación de tecnología, empleando la plataforma Android.
152 Android es un sistema operativo libre y gratuito comprado por Google en 2005 con las
153 interfaces necesarias para diseño y configuración de programas que puedan explotar
154 las capacidades de teléfonos celulares inteligentes, en principio, y de tabletas en un
155 segundo acercamiento.
156 Dado que el entorno de desarrollo de aplicaciones utiliza Android como su plataforma,
157 se requiere haber contemplado una de dos opciones para probar efectivamente
158 cualquier App producida a través de App Inventor:
159 Conectar un teléfono inteligente Android con la aplicación App Inventor instalada o
160 Instalar en la misma computadora donde se emplea App Inventor, el programa
161 emulador AIStarter, que precisamente despliega en pantalla la representación de un
162 teléfono celular donde se ejecuta la App producida, de la misma forma que se
163 manipularía un teléfono celular real.
164 Apegarse puntualmente a lo pretendido por el programa de la asignatura, hubiera
165 requerido el doble de tiempo ya que entrar de lleno a la programación estructurada era
166 una tarea no solo ardua, sino difícil de conseguir para la mayoría del alumnado. La
167 experiencia vivida en el curso anterior, Lenguajes de programación, nos mostró lo
168 difícil que fue acercar a alumnas y alumnos a la programación. Haber incursionado en
169 aprender HTML les dio la idea de un proceso árido, complicado y poco motivador. Si
170 el segundo paso hubiese sido apropiarse de la programación orientada a objetos
171 (POO) se hubiera afianzado un proceso de alejamiento de la programación.
172 Además, que el complemento que pudiera obtener el alumnado para mejorar su
173 desempeño a través de cursos en línea entrañaba la imposibilidad por el costo
174 necesario para la mayoría de los cursos. La programación orientada a objetos se ubica
175 en el extremo opuesto a la programación amigable y gráfica-visual.

176 De tal suerte, conocer App Inventor, iluminó muchas de las partes obscuras que
 177 quedaron cuando los alumnos aprendieron HTML y cuando se acercaron a la
 178 Programación orientada a Objetos. App inventor permite al usuario (desde niños
 179 incluso) diseñar de manera fácil, una App que puede probar, en el momento mismo
 180 que la termina, en su teléfono celular (siempre y cuando éste tenga la plataforma
 181 Android) pero si se da el caso que no cuente con ello, el mismo programa habilita junto
 182 con el diseño de la App, el emulador donde desde la computadora simula hacer
 183 funcionar la App recién desarrollada.



184
 185 En la Fig.(1), se muestra uno de los dos entornos de trabajo de App Inventor, el de
 186 diseño de los componentes: botones, imágenes, sensores, mapas, dibujo y animación,
 187 almacenamiento, conectividad, etc., con los que se puede integrar una App.
 188
 189



190
 191

Figura 2. Entorno de trabajo Bloques, App Inventor, MIT

192
193 En la Fig.(2), se muestra el otro entorno de trabajo, el de Bloques, donde se indican
194 todas las acciones, que se asignan a los componentes, a través de estructuras de
195 control, lógica, procedimientos, matemática, etc. que van a dar vida a la App.
196

197 **3. Análisis**

198 Desde la pandemia que ha padecido el mundo, el aprovechamiento de las plataformas
199 virtuales educativas se ha vuelto obligatorio. En el caso que nos ocupa, los alumnos
200 ya estaban acostumbrados a su uso desde tres asignaturas anteriores. Aunque sigue
201 habiendo alumnos con reticencia al uso de las computadoras (Karsenti, 2011). En este
202 sentido, surge la pregunta: ¿Cuál es el impacto de las actitudes y las habilidades
203 tecnológicas en el uso de TIC por parte de los estudiantes? los factores humanos
204 (motivación, sentimientos de competencia y el valor pedagógico dado a TIC) pueden
205 explicar su uso (o no uso) por parte de los futuros profesores durante su trabajo de
206 campo. Parece ser entonces, que el uso pedagógico de TIC es cuestión de motivación
207 y actitud. Es menester seguir afianzando confianza en sí mismo para que el alumnado,
208 mediante la seguridad ganada en por el dominio de ciertos contenidos, concientice que
209 incrementa su competencia digital y consolida su pensamiento computacional.

210 En cambio, aquellos o aquellas con mayor disposición y/o facilidad para afrontar los
211 retos de programación e inventiva requerida para organizar su pensamiento,
212 encuentran rápido la forma de plantear un algoritmo, y resolver los ejercicios junto con
213 la manera de estructurar código. Ellos mismos pueden constituirse en monitores, pares
214 que empatan con su contraparte realizando un vínculo productivo; máxime en la época
215 en que el contacto personal se ha diluido. Los docentes extrañamos reconocer
216 reacciones, gestos, formas de recibir, procesar lo que decimos, porque la reducida
217 impresión de unos cuantos pixeles en frías pantallas nos dice muy poco. (Y eso en el
218 caso que el alumnado se decida por abrir su pantalla, situación infrecuente, ya sea por
219 privacidad del entorno personal, circunstancial o por sacrificar imagen para mejorar
220 audio en aras de mejorar la calidad de la comunicación).

221 Reconocer el trabajo y esfuerzo de las y los docentes en estos tiempos requiere
222 flexibilizar estándares y adecuar la retroalimentación que se les haga, siempre
223 tomando en cuenta las restricciones a las que se vieron sometidas y sometidos. La
224 plataforma empleada (Moodle) ofreció muchas opciones, que de poco sirvieron cuando
225 la restricción de acceso por diversos factores limitó la participación asincrónica.
226

227 **4. A modo de conclusiones**

228 Es un hecho que, si de mejorar en los intentos por desarrollar el pensamiento
229 computacional tanto como las competencias digitales de los futuros docentes se trata,
230 la programación debe estar presente en su trayecto formativo desde los primeros
231 cursos. No se trata de modificar programas de estudio, pero sí de sugerirlo en cuanto
232 se haga una revisión o proceso de análisis.

233 Creo que se han dado importantes pasos en ese sentido, pero la vertiginosa evolución
234 de la tecnología, su obligado abaratamiento, su cómoda accesibilidad y el productivo
235 negocio en que se ha convertido, acarreará que más temprano que tarde, la oferta sea
236 elaborar App por sí mismos, hechas a la medida personal, que satisfaga la necesidad

237 específica y particular. El alumnado de secundaria “convive” con sus pares (tal vez
238 más en pandemia) de manera importante junto con su dispositivo tecnológico: sea
239 éste, preponderantemente teléfono celular, pero también, bocinas con asistente en
240 casa, relojes inteligentes (hasta con comunicación telefónica integrada), monitores de
241 ejercicio, tabletas, lectores electrónicos, etc. Por eso es cada vez más urgente que los
242 futuros maestros estén, primero enterados e informados de estos aparatos también
243 conocido como Gadgets definidos como pequeño artefacto o máquina con un propósito
244 específico (Cambridge Dictionary, 2021), pero en la medida de lo posible, en un
245 segundo momento, preparados para aprovecharse de ellos en beneficio de su ejercicio
246 profesional y del aprendizaje-enseñanza de las matemáticas.

247 Se hace necesario estandarizar los niveles de dominio de contenidos de los
248 normalistas, para contar con una sólida base que posibilite el aprendizaje de nuevos
249 conocimientos, actualizables, año con año.

250 La pandemia nos hace repensar las formas de evaluar ya que agregó factores que, sin
251 duda, obligan a reestructurar las formas habituales y están fuera del alcance de los
252 protagonistas del hecho educativo. Casi la cuarta parte de los alumnos a mi cargo
253 requirieron de adecuaciones y acciones de recuperación porque estuvieron en riesgo
254 de no aprobar.

255 Haber usado la plataforma de App Inventor constituyó un factor determinante en
256 cuanto a motivación y accesibilidad. El hecho que las y los jóvenes pudieran ver casi
257 de inmediato en la pantalla de su “gadget” personal el fruto, la consecuencia, el
258 producto de su trabajo, les llenó de satisfacción y estimulación para seguir
259 aprendiendo.

260 No dudo que varios de ellas y ellos adopten “hacer Apps” como afición (ya sea
261 pedagógica o no) y seguramente este gusto se verá reforzado por la siguiente
262 asignatura optativa: Robótica educativa.

263

264 5. Índice de referencias

- 265 • Cambridge Dictionary (2021). Recuperado de:
<https://dictionary.cambridge.org/es/diccionario/ingles/gadget>
- 266 • Cozar, R. & Zagalaz, J. & Saez, J. (2015) Creando contenidos curriculares
267 digitales de Ciencias Sociales para Educación Primaria. Una experiencia
268 TPACK para futuros docentes. *Servicio de Publicaciones de la Universidad de*
269 *Murcia*. Recuperado de: <http://revistas.um.es/educatio>
- 270 • González, J. Estebanell, M.& Peracaula, M. (2016) ¿Robots o programación?
271 El concepto de Pensamiento Computacional y los futuros maestros. *Education*
272 *in the Knowledge Society*.19 (2), 29-45. Recuperado de:
273 <https://doi.org/10.14201/eks20181922945>
- 274 • INEGI. (2021) Censo 2020 recuperado de:
<https://www.inegi.org.mx/contenidos/saladeprensa/boletines/2021/EstSociode>
275 *mo/ResultCenso2020_Nal.pdf*
- 276 • Karsenti, T & Lira-Gonzales, M. (2011). La importancia de la motivación y las
277 habilidades computacionales de los futuros profesores en el uso de las TIC.
- 278
- 279

- 280 Revista Iberoamericana de Educación Superior. 2 (3), 116-129. Recuperado
281 de: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=2991299124244006>
- 282 • MIT (2000), Massachusetts Institute of Technology. Scratch. Recuperado de:
283 <https://scratch.mit.edu/>
- 284 • MIT (2016) Massachusetts Institute of Technology App Inventor. Recuperado
285 de: <https://appinventor.mit.edu/>
- 286 • Muñoz, R et al. (2015). Uso de Scratch y Lego Mindstorms como Apoyo a la
287 Docencia en Fundamentos de Programación. *Actas de las XXI Jornadas de la*
288 *Enseñanza Universitaria de la Informática*. ed. Andorra la Vella: Universitat
289 Oberta La Salle, 248-254.
- 290 • RAE (2020) Diccionario de la Real Academia Española. Recuperado de:
291 Recuperado en: <https://dle.rae.es/>
- 292 • SEP (2018) Licenciatura en Enseñanza de las Matemáticas en Educación
293 Secundaria. Plan de Estudios 2018 Diseño de APP. México 2018
- 294 • Wilson, J. (1993). *Mathematical Problem Solving*. University of Georgia. USA,
295 Recuperado de: <http://jwilson.coe.uga.edu/emt725/PSsyn/Pssyn.html>.
- 296 • Zavala, D. & Muñoz, K. & Lozano, E. (2016). Un enfoque de las competencias
297 digitales de los docentes. *Revista Publicando*, [Universidad Central de Ecuador](#)
298 págs. 3 (9), 330-340

DISEÑO DE UN SISTEMA AUTOMÁTICO DOSIFICADOR DE GRANOS

Abraham Rodríguez Galeotte^{1*}, Gastón H. Salazar-Silva²

^{1, 2}Instituto Politécnico Nacional. UPIITA. Av. Instituto Politécnico Nacional 2580, La Laguna Ticomán Gustavo A. Madero, 07340 Ciudad de México, CDMX.

SM-POSM109

Resumen

El objetivo de esta investigación es desarrollar un sistema automático dosificador medidor de flujo de grano capaz de cuantificar el flujo de másico de granos, con la ayuda de un dispositivo de apertura y cierre controlado electrónicamente, con la finalidad de eliminar el proceso de pesaje mediante basculas, y así realizar una expulsión de flujo de grano de los almacenamientos en forma lineal y continua. Las densidades de algunos granos se calcularon mediante experimentación y se aproximó su densidad por métodos estadísticos, dichos datos son necesarios para estudiar la dinámica de los mismos. Se diseñó y fabrico un silo con capacidad para 70 kilogramos, el cual se instrumentó con sensores de nivel y de presión. Se realizó una medición de la velocidad angular de un medidor de flujo tipo turbina, diseñado, fabricado e instalado expresamente, el cual sirvió para obtener una relación entre la velocidad angular de la turbina y la cantidad de flujo de salida del elemento granular almacenado en el contenedor, con el objetivo de retroalimentar al sistema para que lleve a cabo los cálculos necesarios, y así controlar la salida del producto por medio de actuadores. Todos los procesos fueron controlados por medio de un programa el cual utilizó todos los datos necesarios para llevar a cabo el control de los actuadores para la dosificación deseada. Los resultados obtenidos muestran la adaptabilidad del sistema, en esta primera fase de investigación se utilizó arroz como grano a dosificar y se tuvo una desviación de 5 % en la cantidad dosificada.

Palabras clave: Densidad, Flujo, másico, actuadores, sensores, granos.

1. Introducción

Un medio granular se puede definir como un conjunto de partículas, similares entre sí, que interactúan de un modo disipativo. El tamaño de las partículas que conforman un medio granular puede abarcar varios órdenes de magnitud: desde el orden del milímetro (granos de arena y arroz) hasta el orden del metro (coches y rocas). A los sistemas de partículas de tamaño menor que 0.3mm se les llama "polvos", y tienen propiedades específicas. Las más notables provienen del hecho de que algunas

^{1*} Abraham Rodriguez Galeotte. E-mail: egaleotti1935@hotmail.com. Tel. +(52) 55 5729 6000, ext. 56882

fuerzas de contacto (debidas, por ejemplo, a la humedad o a la carga electrostática) comienzan a ser de magnitud comparable al peso de los granos. Básicamente un medio granular está constituido por muchas partículas macroscópicas (granos, pellets, arena, polvo, etc.) que interactúan a través de fuerzas de contacto normales (deformación viscoelástica) y tangenciales (rozamiento de Coulomb). Estas interacciones son altamente disipativas, haciendo que el sistema llegue al reposo si no recibe energía del exterior (gravitatoria, vibración del contenedor, etc.), (Ravenet,2008 y Parisi,2005). Uno de los fenómenos más sorprendentes que se dan en los medios granulares son los atascos. La palabra "jamming" (atasco en inglés) se usa en una gran variedad de procesos. Los atascos tienen su origen en la formación de arcos, también llamados puentes o bóvedas, una de las propiedades inherentes a todo medio granular (Zuriguel,2013).

51

52 2. Desarrollo

53

54 **Densidad aparente y real.** La densidad real, se determina pesando las partículas en aire y determinando su volumen por el desplazamiento de un líquido, generalmente agua. El cociente peso (Kg.) dividido por volumen (m^3) constituye la densidad real. La densidad "aparente" es muy inferior a la densidad por unidad, debido al gran número de espacios huecos que quedan entre las partículas. Se determina del mismo modo que la densidad real, salvo que el producto se coloca en un recipiente estándar, sin golpear ni comprimir el material.

61 **Densidad bajo compresión.** La densidad bajo compresión se obtiene aplicando una presión vertical equivalente a la que existe en el silo, del total almacenado.

63 **Densidad bajo compactación.** La densidad bajo compactación se obtiene dando un número de golpes determinado al recipiente estándar. El incremento de la densidad bajo compactación, con relación a la densidad aparente oscila entre el 10% y 20% de acuerdo con los ensayos realizados por Ravenet, (Ravenet,2008). Ángulo de reposo La forma más fácil de conocer la fluidez de un elemento granular es la medida del ángulo de reposo. En la tabla 1 figuran los ángulos de reposo de diversos alimentos; conviene que se vean afectados por la densidad, el tamaño, la distribución por tamaños y las características superficiales de las partículas.

71

72

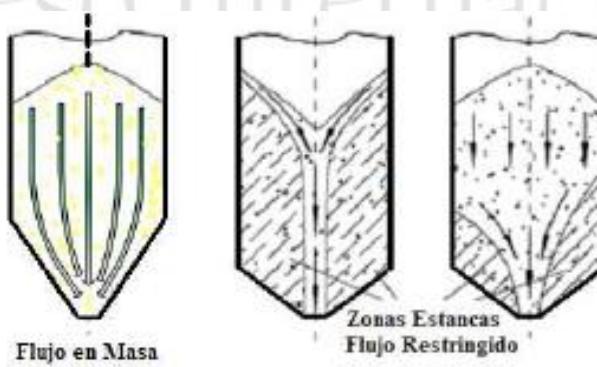
Tabla 1. Ángulo de reposo de varios alimentos granulares [2]

| Granos | θ° | Granos | θ° |
|--------------|----------------|--------------------|----------------|
| Arroz | 20 | Azúcar granulado | 35 |
| Maíz | 21 | Chocolate en polvo | 40 |
| Cebada | 23 | Harina | 45 |
| Sal en grano | 31 | | |

73



74 Por lo tanto, se afirma que con un ángulo mayor del de reposo, habrá mayor libertad
 75 en el flujo del elemento granular. Donde una regla empírica (Ravenet,2008) es:
 76 elementos granulares con ángulo de reposo menor de 40° fluirán libremente mientras
 77 que elementos granulares con ángulos de 50° o más tendrán problemas de flujo
 78 (Ferreira,2006 y Guillermo,2008). Modos y tipos de flujos en Silos Dos modos
 79 principales de flujos granulares se observan durante el vaciado de un silo: el flujo en
 80 masa y el flujo restringido ("funnel flow") los cuales se muestran en la figura 1. En el
 81 flujo en masa (figura 1a), todo el contenido del silo está en movimiento durante el
 82 vaciado, pero no necesariamente a la misma velocidad. La superficie libre
 83 prácticamente no cambia de forma hasta la intersección con la zona cónica del silo. En
 84 el flujo granular restringido (figuras 1b y 1c), el material que se encuentra sobre el
 85 orificio de salida está en movimiento, pero hay otras zonas estancas o muertas donde
 86 el material no se mueve. Este material estanco puede empezar a moverse una vez
 87 que el resto del silo se haya vaciado.



88

a) b) c)

Figura 1. Tipos de flujos gravitatorios en silos (Schulze,1998) [3]

89 Medidor de flujo tipo turbina La turbina Pelton fue creada y patentada en 1889 por el
 90 norteamericano Lester Allan Pelton. El principio de funcionamiento es relativamente
 91 simple, ya que constituye una evolución lógica de la antigua rueda hidráulica. Son
 92 notables su suavidad de giro y su buen funcionamiento a carga parcial (Ferreira et
 93 al.,2006). Este trabajo eliminará el proceso de pesaje por báscula, considerando que
 94 esta actividad en la industria agrícola demanda muchas horas muertas, altos
 95 consumos de energía dentro de los más importantes en el manejo de distribución de
 96 material granular, haciendo este proceso ineficiente. Por otra parte, el sistema medidor
 97 de flujo de grano alcanzará los estándares de trazabilidad exigidos para el proceso de
 98 transferencia del producto. Este proyecto se realizó por etapas las cuales se describen
 99 en la Figura 2.

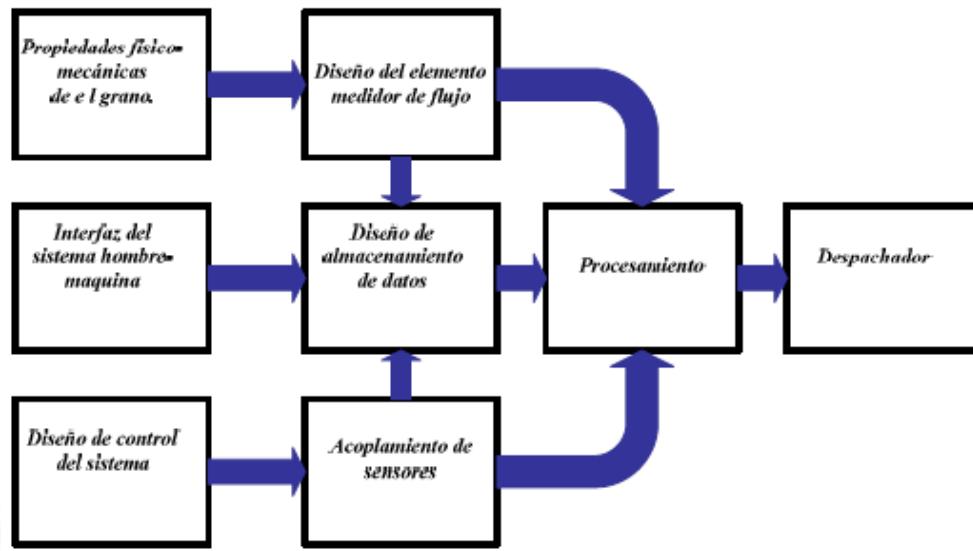


Figura 2. Etapas del proyecto.

101 **Diseño del silo**

102

103 En la Figura 3, se muestra las dimensiones calculadas para una escala de 1:10, 1:15
 104 en referencia a las medidas de silos utilizados en la industria de los cereales, La altura
 105 del prototipo es de 1.24 metros, posteriormente se de realizar un escalamiento
 106 aplicado en el prototipo con relación a las condiciones del silo real. Con los diámetros
 107 calculados, determinamos el ángulo del cono, que es de 45° de inclinación, con lo cual
 108 se logra un deslizamiento eficaz de los granos, en nuestro caso el arroz.

109

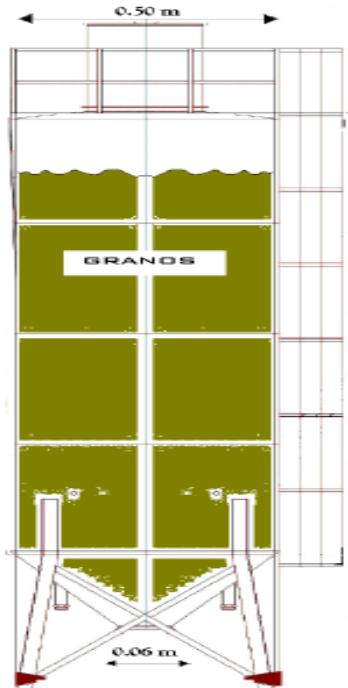
110 **Construcción de la estructura soporte**

111

112 Formada por cuatro pilares de 2m de altura en la cota .60m y 1m en la base, se
 113 construyó un entramado de barras de acero para dar soporte al silo. La estructura
 114 cuenta con tres arrostrados en las caras laterales y la cara restante de la estructura
 115 esta libre para la fácil manipulación del saco que contendrá el arroz. El plano de la
 116 estructura se muestra en la figura 3.

Congres Sobre la Enseñar

117
118

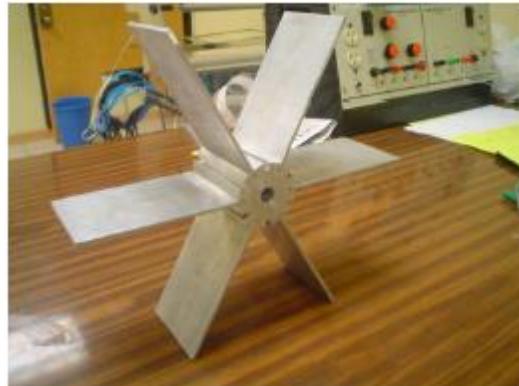


MORIAS DEL
cional
Matemáticas

Figura 3. Medidas del silo tomando en cuenta la relación de diámetros

119 Diseño y fabricación del Medidor tipo turbina 120

121 La construcción del dispositivo medidor de flujo de grano se basa en un diseño
122 tomando en cuenta el área de flujo de grano de arroz de salida de la tolva, la cual es
123 un poco menor que el área de contacto sobre los alabes, con esta referencia se
124 construyó el marco de aluminio y las caras en acrílico, para evitar la salida de arroz no
125 deseado y dejando la parte baja del marco libre para colocar el saco que contendrá el
126 producto dosificado. Con el medidor de flujo de grano se obtiene una cuantificación
127 aproximada de la velocidad de salida del flujo de grano. El espacio que ocupa el arroz
128 al tener contacto con los alabes de la turbina, para producir el movimiento de la turbina,
129 es de 5.7cm aproximadamente. El movimiento producido por los alabes se aproxima a
130 la velocidad angular de la turbina para poder calcular así la cantidad de flujo de grano
131 que está saliendo por un determinado periodo de tiempo, con la ayuda del
132 microcontrolador y su programación de control. (figura 4).
133



134

Figura 4. Turbina Pelton de 6 alabes

135 Los datos medidos se validaron con la utilización de un tacómetro DT-2236TM, al
136 observar que la desviación de uno con otro fue de 5 rpm. La forma de censado de las
137 vueltas de la turbina es por medio de varios imanes colocado en cada alabe, para así
138 interactuar con el sensor de efecto Hall, posicionado en el marco de la turbina. De esta
139 forma se consigue hacer el conteo de cuantas vueltas está realizando la turbina en un
140 determinado periodo de tiempo con una buena resolución. Diseño de la compuerta La
141 construcción de la compuerta se realizó en base al diámetro de salida de la tolva, por
142 lo que se construyó con un diámetro de 5.7 cm y consta de dos partes cilíndricas
143 barrenadas en sus caras laterales por un rectángulo respectivamente, este barrenado
144 tiene el propósito de contener el dispositivo mecánico hecho de acrílico encargado del
145 paso del grano. La caída del flujo de grano es controlada por un pistón neumático de
146 la serie BD-1 ½-4.33" P de la firma GUSS &ROCH, como se muestra en la figura 5. El
147 cual es activado electrónicamente por un solenoide piloto de la serie GKG-5/2-1/4-Z
148 de la firma GUSS & ROCH .
149



150
151
152

Figura 5. Pistón Neumático

153 Como elementos estructurales complementarios se incluyen: • Soporte para el pistón
154 neumático • Soporte para la turbina • Ganchos para el agarre del saco. Como se
155 planteó en el proyecto esta parte mostrará en un LCD las instrucciones a seguir para

156 poder llevar acabó el vaciado, ingresar la cantidad de masa a despachar y mostrar las
157 fases del proceso de vaciado como: altura del grano contenido en el silo y las
158 revoluciones a la cual gira el dispositivo medidor de flujo de grano. El circuito está
159 compuesto por el programador de AVR's que ayudara a corregir posibles fallos en el
160 programa o para actualizaciones futuras del software. Es necesario mencionar que el
161 instrumento para ser programado es un microcontrolador AVR de ATMEL, esto por ser
162 económicos y con un set de instrucciones reducidas. Con el propósito de controlar el
163 teclado y un LCD de 4x16 (4 líneas de 16 caracteres) se optó por escoger al
164 microcontrolador ATMEGA8535.

165



166

167

168

169

170 Proceso Completo

171

172 Por otra parte, la forma el flujo de la información de todo el proceso y el prototipo se
173 puede observar en la figura 6. El diagrama de flujo se divide en varios subprogramas,
174 los cuales son: o Menú de bienvenida o Calculo de la masa despachándose o Menú
175 del paro de emergencia o Continuar proceso o Terminar proceso o Fin del proceso.

176

177 Resultados.

178 Cálculo del flujo másico Se realizaron 6 experimentos para probar el sistema los
179 resultados obtenidos de los 6 experimentos se grafican en la figura 7, en la cual se
180 observa una tendencia lineal del vaciado. En la figura 7 se observa la graficación de la
181 línea de tendencia promedio.

182

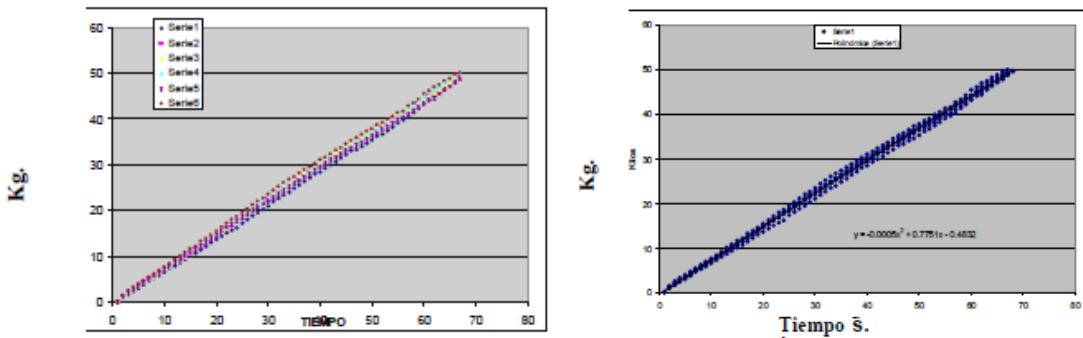


Figura 7. Grafica de los seis experimentos.

Estas gráficas y la ecuación de segundo grado determinada, nos servirá para conocer la tendencia que sigue el proceso cuando inicia el sistema hasta que para.

Conclusiones.

El dispositivo entrega la cantidad de grano que se le ha especificado, por medio de la interfaz hombre-máquina, de una forma rápida, confiable y versátil. Cabe mencionar que por la simplicidad del dispositivo es posible expandir más de una medición en línea, todo controlado por un sistema central. El prototipo funciona con un error del 5%, esto posiblemente al tiempo de abertura y cierre de nuestra compuerta, y de la distancia a la que estaba colocado el medidor tipo turbina de la salida del silo.

Bibliografía.

1. Ravenet J. 2008. *Silos. Flujo de vaciado de sólidos. Formación de bóvedas.* Ed. Editores Técnicos Asociados, S. A. España.
2. Ravenet J. 2008. *Silos. Teoría investigación y construcción.* Ed. Editores Técnicos Asociados, S. A. España.
3. Parisi D. 2005. *Simulación de reactores sólido-gas. Flujos Granulares–Redes Neuronales.* Universidad de Buenos Aires. Argentina
4. Zuriguel I. 2013. *Flujo y atascos de un medio granular en la descarga de silos.* Tesis doctoral. Universidad de Navarra. España
5. Ferreira L., Flores J. y Solovey. 2006. *Estudio y aplicación de medios granulares “Oscilador de Masa Variable”.* Universidad de Buenos Aires. Argentina.
6. Guillermo R. S. y Ángel de A. 2008. *Simulación Numérica de Transporte de Material Granular por Vibración.* Universidad Nacional de la Plata. Argentina

AUTO-EFICACIA DOCENTE, ELEMENTO INTEGRADOR DE LAS DIMENSIONES BÁSICAS PARA LA CALIDAD EN LA ENSEÑANZA UNIVERSITARIA

Gloria Villanueva Aguilar ^{1,*}, José Juan Contreras Espinosa ² Armando Aguilar Márquez ³ Juan Rafael Garibay Bermúdez ⁴ Jorge Altamira Ibarra ⁵

Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán
Carretera Cuautitlán-Teoloyucan Km. 2.5 Vista Hermosa y Av. Narciso Mendoza, Col.
San Sebastián Xhala

IM-POSM113

Resumen

En esta investigación de carácter teórica-documental se busca exponer la relevancia que conlleva el proceso de reflexión sobre la auto-eficacia docente., para que, a través de ésta, sea posible transformar el quehacer didáctico de los profesores y, la eficacia de los métodos de aprendizaje de los alumnos, con el objetivo último, de lograr una formación de calidad y mejora constante en las instituciones de educación superior.

En un primer momento en esta investigación, se documentó el estado del arte, sobre eficacia docente y creencias pedagógicas de los profesores, para poder determinar, tanto la acción docente, como la intención que en ésta subyace. En un segundo momento, se llevó a cabo la conceptualización operativa de conceptos que permitirán el diseño y adaptación de un instrumento de medición de la característica de auto eficacia para llevar a cabo. En un tercer momento, se efectuó la validación de fiabilidad, a través de un grupo de expertos en educación e intervención psicopedagógica de la Universidad Complutense de Madrid y, de la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. Por cuarta y última etapa, se aplicó una prueba piloto en un grupo de 8 con grado superior en el área eductiva, y así, llevar a cabo un análisis factorial para dar la validez de constructo, a fin de contar con un instrumento fiable para su aplicación en la FES Cuautitlán para obtener resultados que permitan llevar a cabo análisis sistemáticos y continuados de la variable de auto-eficacia, que sirvan de sustento científico y objetivo, para los procesos de planeación y oferta de los cursos y programas de superación docente, para incidir a elevar el grado de percepción de la auto-eficacia docente, considerada actualmente como una variable de gran repercusión en el logro de calidad y excelencia educativa.

Palabras clave: reflexión, auto-eficacia, excelencia docente, calidad institucional

1. Introducción

La justificación de la temática en esta investigación, se inicia con el establecimiento del estado del Arte sobre la percepción de la auto-eficacia de la acción docente y, las intenciones que en ésta subyacen e interactúan en el proceso de enseñanza-aprendizaje, permitiendo obtener una óptica clarificadora sobre la relevancia que el mayor o menor grado de auto-eficacia percibida por los docentes, ejerce una acción

^{1,*} Autor para la correspondencia. E-mail: Gloria Villanueva Aguilar. E-mail: gloriva75@hotmail.com Tel. 24559177

44 directa en los resultados de su práctica cotidiana en el acto educativo. Razones, por
45 las cuales, se puede afirmar que la auto-eficacia docente, es una de las variables que
46 tienen una gran correlación con el grado de eficacia y eficiencia del proceso de
47 formación de los universitarios; consecuencia del role relevante del docente en el
48 proceso educativo y, por tanto, su auto-percepción en cuanto a su eficacia será
49 determinante en la relación con sus estudiantes y, y su éxito o fracaso de éstos en el
50 proceso de aprendizaje.

51 La bibliografía sobre el tema es muy amplia, y en tiempos recientes se ha incrementado
52 el número de investigaciones sobre este tema, lo cual demuestra la gran relevancia y
53 peso crítico que los expertos en educación están confiriendo a esta variable; esto
54 justifica afirmaciones como las que hacen Hernández y Ceniceros (2018), acerca de
55 que, autores como Klassen, Tze, Betts y Gordon (2011) afirman que "estudios
56 recientes han mostrado que los profesores con un nivel alto de confianza en sus
57 conocimientos, capacidades, potencialidades y habilidades, desarrollan una práctica
58 educativa más asertiva, más enfocada en los logros de los estudiantes y con un mayor
59 nivel de compromiso que aquellos, cuya confianza en sus recursos profesionales y
60 personales es menor".

61 Pajares (2006), sostiene que la auto-eficacia personal, tiene una influencia
62 determinante en los niveles de realización y logro que ostenta una persona, ya que, al
63 ser un elemento dinámico, el grado de la misma (en cada momento de la vida de una
64 persona) afecta decididamente los resultados esperados y logrados. En este sentido,
65 la auto-eficacia percibida tiene cinco características: es dinámica, cíclica,
66 multidimensional, específica y permeable (Zimmerman,2000; Blanco,2009), es decir,
67 no se mantiene constante y fija, motivos por los cuales es necesario una revisión
68 continuada y la aplicación de acciones para su control y mejoría.

69 Para efectos de concepción operacional en el desarrollo de este trabajo,
70 mencionaremos la perspectiva social y socio-cognitivo, considerada por los siguientes
71 autores.

72 Desde el enfoque social del concepto de auto-eficacia Bandura (1977), quien
73 considera que el sentimiento de auto-eficacia puede ser desarrollado a través de
74 cuatro fuentes

75 a. Las experiencias de dominio, las cuales son la principal fuente de la auto-
76 eficacia percibida al ser vivencias reales para el sujeto.

77 b. Las experiencias vicarias, que provienen de la experiencia de terceros y que
78 constituyen elementos de modelado de la propia conducta.

79 c. La persuasión social, la cual consiste en el conjunto de mensajes que el sujeto
80 recibe y escucha del exterior, y que le dicen que tiene la capacidad para resolver
81 la situación o ejecutar la acción.

82 d. Las experiencias afectivas, que constituyen los estados psicológicos y
83 emocionales, tanto positivos como negativos, que afectan en el mismo sentido
84 y proporcionan la auto-eficacia percibida.

85 Desde un enfoque socio-cognitivo, Chacón (2006), afirma que, *la percepción que*
86 *tienen los profesores sobre esta característica, tiene implicaciones que trascienden al*
87 *ámbito de la vida privada del profesor, impacta en la cotidianidad de su función*
88 *docente, en las actividades que realiza; pero sobremanera en el desarrollo de sus*
89 *estudiantes, en su productividad y en su propia percepción de auto-eficacia, actuando*
90 *como modelo de conducta.*

91 (Zimmerman,2000; Blanco,2009) consideran que la auto-eficacia percibida tiene cinco
92 características:

- 93 a. dinámica
94 b. cíclica
95 c. multidimensional
96 d. específica
97 e. permeable

98 Finalmente, como señalan Hernández y Ceniceros (2018), Probada ya la fuerza
99 predictiva de la auto-eficacia en la conducta del ser humano, es innegable su
100 importancia en el desarrollo de una práctica educativa eficaz. No basta con poseer una
101 gran cantidad de información y convertirla en conocimiento útil, es imprescindible
102 poseer una total confianza en lo que se hace, así como, la convicción de que se tienen
103 los elementos necesarios para llevar a cabo la tarea de enseñar de la mejor forma
104 posible.

105 Por estas razones, no basta con hacer mención de las características de eficiencia
106 que deben poseer los docentes para su labor de docencia cotidiana; es necesario que
107 éstas sean determinadas también en cuanto a los niveles requeridos, por lo cual es
108 necesario que se encuentren y se fundamenten de manera científica y objetiva,
109 diagnósticos o estudios de necesidades contextualizados, para evitar lo que Peters
110 (2004) denomina como “política de emulación”, es decir, llevar a cabo una imitación de
111 lo que está de moda en el contexto educativo. Motivo por lo que en esta investigación
112 se llevó a cabo una adaptación y aplicación piloto para evaluar las características
113 técnicas de un instrumento válido aplicable a los docentes de la institución específica
114 para obtener mediciones de la auto-eficacia docente.

115 2. Metodología

116 El planteamiento del objetivo principal, es la medición de los grados de auto-eficacia
117 percibidos por los docentes en su desempeño como profesores, para tal efecto se
118 realizó este estudio bajo el enfoque cuantitativo constructivista, y tiene un carácter
119 exploratorio, motivos por los cuales se plantea solamente un objetivo fundamental, que
120 consiste en la identificación, adaptación y validación del cuestionario a través de un
121

123 análisis de las características técnicas del cuestionario resultante a partir de su
124 contextualización.

125 Para tales efectos, primeramente, se llevó a cabo la validez de contenido, aplicando
126 dos vías. La primera una revisión bibliográfica de la literatura especializada más
127 relevante de la temática de investigación; la segunda fue realizada por medio de una
128 consulta a jueces expertos que se constituyó por un grupo de 5 profesores de la
129 Universidad Complutense de Madrid pertenecientes al departamento de Métodos de
130 Investigación y Diagnóstico en Educación y por 3 profesores doctorados en Educación
131 de la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán a través de un cuestionario que pedía
132 se valorasen los 31 ítems inicialmente seleccionados en la adaptación y
133 contextualización de la escala de Auto-eficacia Docente del Profesor Universitario de
134 Prieto (2017), que consta de 40 ítems. Dicho instrumento, está orientado a la obtención
135 de medidas sobre lo que los docentes se sienten capaces en cuanto al uso de una
136 serie de estrategias didácticas y que se considerarán clasificadas en las siguientes
137 dimensiones.

- 138 • Estrategias didácticas para la planificación de la enseñanza, que agrupa
139 aquellas acciones y conductas que realiza el profesor cuando planifica el
140 proceso de enseñanza-aprendizaje.
141 • Estrategias para la implicación activa de los estudiantes en el aprendizaje, que
142 hacen referencia a la confianza que tiene el profesor en su capacidad para
143 hacer que los alumnos se sientan involucrados en su propio proceso de
144 aprendizaje.
145 • Estrategias para favorecer la interacción y creación de un clima positivo en el
146 aula, que se refieren a conductas específicas de los profesores orientadas a
147 crear un ambiente favorecedor del aprendizaje.
148 • Estrategias para la evaluación del aprendizaje, que incluyen actividades para
149 constatar el grado en que los estudiantes han alcanzado los objetivos de
150 aprendizaje previstos, así como acciones que promueven la autoevaluación y
151 auto-reflexión de la práctica docente.

152 El cuestionario de los jueces quedó integrado por escala Liker el 1 (muy baja) a 6 (muy
153 alta) en donde se evaluaba la relevancia y claridad. Los ítems seleccionados mostraron
154 un valor promedio mayor a 4.5 y muestran una gran homogeneidad, pues el valor
155 máximo de desviación estándar es menor a 1,256, es decir, menos de dos
156 desviaciones estándares.

157 En cuanto a la Fiabilidad del cuestionario se aplicó el método de consistencia interna,
158 mediante el coeficiente alfa propuesto por Cronbach en 1951; el valor *alpha* obtenido
159 fue de 0.932y es considerado como muy alto, por lo que se demuestra la alta
160 consistencia interna de los ítems y la alta fiabilidad del instrumento, También todos
161 tuvieron índices de homogeneidad altamente satisfactorios (*I.H.>0.20*).

162 En la prueba de significatividad de la matriz R y cuyo valor del determinante fue 0,000,
163 lo que indica, que la relación entre las variables del núcleo es altamente significativa
164 como se puede observar en la siguiente Tab(1).

165

Tabla 1. Análisis Factorial de Componentes principales (sin rotación)
KMO y prueba de Bartlett

| | | |
|--|------|-------------|
| Determinante de R | | 1.091 E-013 |
| Medida de adecuación muestral de Kaiser-MeyersOlkin. | | .889 |
| Chi-cuadrado aproximado | | 10322,024 |
| Prueba de esfericidad de Bartlett | GI | 1830 |
| | Sig. | .000 |

166

167 Segundo, el índice Kaiser-Meyers Olkin (KMO), esta medida se considera aceptable
 168 a partir de un valor de 0,60 y en este caso el KMO= 0,889 por lo que podemos
 169 considerar una adecuación bastante aceptable de nuestros datos para llevar a cabo
 170 una reducción de factores a través del análisis factorial ya que el grado de colinealidad
 171 requerido para el análisis factorial es satisfecho. Por último, la prueba de esfericidad
 172 de Barlett confirma también lo observado en los índices anteriores ya que presenta un
 173 valor alto de Chi cuadrado (10322,024) y un nivel estadístico significativo menor a 0,05
 174 (0,000); condiciones en conjunto que nos permite considerar que el procedimiento de
 175 análisis de factores aplica completamente para este estudio.

176 La muestra utilizada para la aplicación piloto del cuestionario validado se aplicó a 5
 177 profesores de la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán y los resultados se
 178 muestran en la sección 3 de este documento.

179

180 3. Resultados y análisis

181 Los resultados descriptivos de la prueba piloto para el instrumento de medición de
 182 auto-eficacia se muestran en la tabla. Tab(2).

183

184 Tabla 2 Estadística descriptiva para la variable de auto-eficacia

| 185 Dimensión de autoeficacia docente | 186 μ | 187 σ |
|--|-----------|--------------|
| Estrategias didácticas para la planificación de la enseñanza | 4.101 | 1.107 |
| Estrategias didácticas para implicar activamente a los estudiantes | 4.950 | 1.000 |
| Estrategias didácticas para favorecer la interacción en el aula | 5.205 | 0,995 |
| Estrategias didácticas para evaluar el aprendizaje | 3.092 | 1.016 |
| Auto-eficacia docente (general) | 4.337 | .986 |

197 Se observa que la dimensión con menor valoración fue la auto-eficacia para desarrollar
 198 y aplicar estrategias didácticas para evaluar el aprendizaje ($\mu=3.092$) por debajo de la
 199 media teórica de la escala (3.500) por lo que resulta ser una autovaloración negativa
 200 del docente, todas las demás se pueden considerar como una auto-valoración positiva
 201 ya que aunque solo 1 supera el valor de 5, todas son superiores a 3.500.
 202 En cuanto a la media aritmética general de 4.337 se puede considerar como buena
 203 dado que el valor máximo posible es de 6 y tal como lo indica Bandura (1977) Los
 204 juicios positivos impulsan una actitud positiva hacia las actividades del ser humano,
 205 para nuestro problema, el de la docencia.

| No. | ¿En qué medida me siento capaz de...? | poco capaz muy capaz | | | | | |
|-----|---|----------------------|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | Especificar los objetivos de aprendizaje que espero que alcancen los estudiantes | | | | | | |
| 2 | Implicar activamente a los estudiantes en las actividades de aprendizaje que propongo en clase | | | | | | |
| 3 | Crear un clima de confianza en el aula | | | | | | |
| 4 | Revisar mi práctica docente para identificar aspectos de mejora | | | | | | |
| 5 | Diseñar distintas pruebas de evaluación acordes con los objetivos de aprendizaje previamente establecidos | | | | | | |
| 6 | Evaluar la eficacia de mi enseñanza teniendo en cuenta los datos que sobre ella aportan los estudiantes | | | | | | |
| 7 | Fomentar la participación de los estudiantes en clase | | | | | | |
| 8 | Utilizar diversos métodos de evaluación | | | | | | |
| 9 | Conseguir que los estudiantes se preocupen por resolver las dificultades que encuentran mientras aprenden | | | | | | |
| 10 | Potenciar en los estudiantes actitudes positivas hacia la clase | | | | | | |
| 11 | Comprobar a través de la evaluación el grado en que los estudiantes utilizan distintas capacidades (pensamiento crítico, análisis, reflexión, etc.) | | | | | | |
| 12 | Decidir el sistema de evaluación que voy a utilizar en la asignatura | | | | | | |
| 13 | Conseguir que los estudiantes se consideren a sí mismo capaces de aprender | | | | | | |
| 14 | Emplear métodos sistemáticos que me permitan analizar mi conducta docente | | | | | | |
| 15 | Mantener, a pesar de posibles dificultades, expectativas positivas hacia los estudiantes | | | | | | |
| 16 | Utilizar los datos que obtengo a partir de la reflexión sobre mi docencia para intentar mejorar en futuras ocasiones | | | | | | |
| 17 | Calificar adecuadamente los trabajos y exámenes que realizan los estudiantes | | | | | | |
| 18 | Actualizar mis conocimientos sobre los contenidos de la asignatura | | | | | | |
| 19 | Dar a los estudiantes, tras la evaluación una información detallada de su desempeño | | | | | | |
| 20 | Permitir que los estudiantes准备 y / o desarrollen algunos temas de la asignatura | | | | | | |
| 21 | Tratar con calma los posibles problemas que pueden surgir en el aula | | | | | | |
| 22 | Recurrir a distintos medios (conferencias, manuales, colaboración con otros, etc.) para desarrollar una destreza docente | | | | | | |
| 23 | Realizar en clase pruebas de evaluación sencillas para tener algunos datos del proceso de aprendizaje de los estudiantes | | | | | | |
| 24 | Animar los estudiantes a formular preguntas durante la clase | | | | | | |
| 25 | Evaluar en qué medida se han alcanzado los objetivos de aprendizaje previamente establecidos | | | | | | |
| 26 | Diseñar la estructura y el contenido de cada clase | | | | | | |
| 27 | Aceptar las iniciativas de los estudiantes relacionadas con su aprendizaje (actividades extras, trabajos voluntarios, etc.) | | | | | | |
| 28 | Mostrar respeto a los estudiantes a través de las conductas que manifiesto en clase | | | | | | |
| 29 | Ser flexible en la enseñanza aunque haya que alejarme de lo planificado | | | | | | |
| 30 | Dominar el contenido que voy a explicar en clase | | | | | | |

| No. | ¿En qué medida me siento capaz de...? | poco capaz muy capaz | | | | | |
|-----|---|----------------------|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 31 | Seleccionar los recursos didácticos más adecuados para cada clase | | | | | | |

206

207 4. Conclusiones

208 Hasta ahora, se han sobrevalorado las capacidades cognitivas como características
 209 diferenciadoras la eficacia en el rendimiento del proceso de enseñanza de los
 210 docentes, asociando de manera simplista el fracaso escolar a déficits de
 211 conocimientos del área cognitiva del profesor en cuestión, sin embargo, bajo las
 212 nuevas perspectivas formativas, se considera que el logro de grados altos de
 213 aprendizaje de los alumnos tiene una alta correlación con grados altos de la auto-
 214 eficacia de los docentes.

215 este instrumento mide la auto-percepción de la capacidad los profesores para realizar
 216 las actividades que en él se mencionan, mas no valora que efectivamente las lleven a
 217 cabo, ya que esto escapa de la propia teoría de la auto-eficacia; situación que debe
 218 valorarse y correlacionarse a través de los estudiantes, con un instrumento que mida
 219 la percepción de los estudiantes sobre ésta práctica, para lo cual, se debe utilizar otro
 220 instrumento de evaluación. Y posteriormente, realizar la correlación entre los dos
 221 instrumentos. Por lo cual, en estudios posteriores, se pretende llevar a cabo el diseño
 222 del instrumento para obtener la percepción de los estudiantes en cuanto a la eficacia
 223 docente.

224 5. Índice de referencias

225

226 Libros

- 227 • Zimmerman, B. J. (2000). Attaining self-regulation. A social
 228 cognitive perspective. In M. Boekaerts, P. Pintrich y M. Zeidner
 229 (Eds.), *Handbook of self-regulation*. New York (pp. 13-39). San
 230 Diego: Academic press.

231 Revistas

- 232 • Klassen, R. M., Tze, V. M., Betts, S. M., y Gordon, K. A. (2011).
 233 Teacher efficacy research 1998-2009: signs of progress or unfulfilled
 234 promise? *Educational Psychological Review*, 23(1), 21-43.
 235 • Pajares, F. (2006). Self-efficacy during childhood and adolescence. En
 236 F. Pajares, y T. Urdan (Eds.), *Self-efficacy beliefs of adolescents* (pp.
 237 339-367). Greenwich, EE UU: IAP. Recuperado
 238 de <https://sites.education.uky.edu/motivation/files/2013/08/18464S>

239 elf-Efficacy_During_Childhood_and_Adolescence-
240 Implications_for_Teachers_and_Parents.pdf

241 Información en línea

242 • Bandura, A. (1977). Self-efficacy: Toward a unifying theory of behavioral
243 change. *Psychological Review*, 84(2), 191-215. Recuperado
244 de <https://www.uky.edu/~eushe2/Bandura/Bandura1977PR.pdf>

245 Blanco, A. (2009). El modelo cognitivo social del desarrollo de la carrera: revisión de
246 más de una década de investigación empírica. *Revista de Educación*, 350, 423-445.
247 Recuperado de http://www.revistaeducacion.mec.es/re350/re350_18.pdf

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

CONCEPTUALIZACIÓN DEL CERO, EN LA APLICACIÓN DE ELEMENTOS ELECTROMAGNÉTICOS

Pedro Guzmán Tinajero¹ *, Aide Castro Fuentes², Celina Elena Urrutia Vargas³ y Víctor Hugo Hernández Gómez⁴

¹Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. Carretera Cuautitlán Teoloyucan Km 2.5, Cuautitlán Izcalli, Estado de México. CP 54714.

AP-POSM114

Resumen

El artículo redefine el concepto del número cero, cambiando su definición tradicional, respaldándolo con conceptos de física, específicamente de electromagnetismo. Estableciendo como primicia que, es un error considerarlo el conjunto vacío. Analizando términos como carga eléctrica, campo eléctrico o campo magnético, se fundamenta de una manera teórica, la pertinencia de esta nueva definición. Impactando en el aprendizaje de la Física.

Palabras clave: Cero, Electromagnetismo, Eléctrico, Magnético.

1. Introducción

Históricamente se ha considerado al número cero como el conjunto vacío, en la enseñanza tradicional se indica como sinónimo del cero la nada. Sin embargo, esto es un error, cuando se percibe de esta forma es contradictorio explicar leyes como las de los exponentes. Y conceptos tan importantes para la ingeniería como la carga eléctrica.

En este trabajo se busca establecer una definición del cero apegada a los principios básicos de la conservación de la materia y energía. Utilizar este nuevo concepto para aclarar las leyes de los signos. Explicando con elementos de electromagnetismo las razones que nos llevaron a esa consideración.

Es importante aclarar que, si bien el número cero se utiliza para diferentes situaciones matemáticas, tales como definir números mayores en la base diez y sus potencias, nos enfocaremos exclusivamente a la definición que lo utiliza para indicar un conjunto vacío.

^{1*} Autor para la correspondencia. E-mail: pgeonacyt@gmail.com. Tel. 56231932, Fax 56231934

43 **1.2 Objetivo**

44

45 Demostrar el error en la definición del cero como un conjunto vacío, estableciendo los
46 conceptos de la física como respaldo.

47

48 **1.3 Problema**

49

50 Cuando los estudiantes consideran el número cero como una ausencia y no como el
51 equilibrio, conceptos como la carga eléctrica, el campo eléctrico y el campo magnético,
52 no tienen congruencia y por ello resultan difíciles de asimilar.

53

54 **1.4 Estado del Arte**

55

56 *1.4.1 El número cero*

57

58 De acuerdo a la Enciclopedia Libre Universal en español (2021), el cero fue inventado
59 en la India y llegó a Europa a través de los árabes, indica que la palabra cero proviene
60 del árabe “sifr”, que significa vacía. Añade que el primer documento hindú dónde
61 aparece el uso del cero data del año 876 d.C.

62

63 Si buscamos en internet, existen diferentes fuentes que recalcan que el cero es la
64 representación de la nada, de acuerdo con Oxford languages (2021), el cero se asigna
65 a un conjunto vacío.

66

67 En México, en palabras de Ávalos y Solares (2019): “Cero como variable: se refiere al
68 punto “sunya” de los hindúes, usado para representar lo desconocido en una ecuación,
69 hasta que sea ocupado por un número determinado. Coincide con la función de “vacío
70 receptor” señalada por Kaplan”. Indicando que se considera como la inexistencia de
71 algo.

72

73 *1.4.2 Enseñanza tradicional*

74

75 Si consideramos el proceso de enseñanza tradicional de las matemáticas elementales,
76 al menos en Latinoamérica, veremos que la “evolución” de las operaciones comienza
77 con la suma, la resta, la multiplicación y finalmente la división. Con estos conceptos se
78 enseñan la potencia y la raíz. Y tras hacer una pausa para recabar diversos conceptos
79 como la continuidad, se enseña límites, derivada, diferencial e integral.

80

81 En la enseñanza tradicional se considera el cero como un conjunto vacío y en cierta
82 forma es el origen de la suma. En otras palabras, al hablar del concepto de adición con
83 los alumnos, la comprensión del tema resulta relativamente fácil, pues se considera a
84 la materia, algo que se puede ver o percibir y por ello agrupar. Por ejemplo, al añadir
85 a un conjunto un borrador y luego otro, se aprende a sumar. En otras palabras: la
86 existencia de las cosas nos permite sumarlas.

87

88 Sin embargo, definir el número cero como conjunto vacío, da como resultado
 89 relacionarlo con la inexistencia, generando un problema para definir la resta o
 90 sustracción, pues en este momento de la vida académica (5 a 6 años de edad), el
 91 alumno tiene un nuevo conflicto: los números negativos. En nuestro ejemplo
 92 mencionado anteriormente: ¿Cómo a un conjunto vacío se le puede restar un
 93 borrador? Y con ello obtener menos un borrador. Y peor aún: ¿Cómo podríamos al
 94 conjunto vacío restarle menos un borrador, obteniendo nuevamente nuestro borrador
 95 inicial?

96

97 Para ser claros en el conflicto de nuestros educandos, considere la Ec. (1), cuando al
 98 cero tradicional, que representa la nada, se le resta un número negativo, el problema
 99 ocurre en la solución matemática, al encontrar un número positivo de acuerdo a la ley
 100 de los signos.

101

102 **Ecuación 1. $0 - (-1) = +1$**

103

104

105 *1.4.3 Ley de los signos*

106

107 Considerando como ejemplo la ley de los signos, ver Tab. (1.1), queda claro para todos
 108 que en una multiplicación menos por menos da más. Pero la pregunta obligada es:
 109 ¿Por qué?, y peor aún, ¿Por qué al restar debo utilizar una ley aplicable al producto?
 110 Ya que, si partimos del hecho de que menos representa la ausencia de algo, quitar la
 111 ausencia, bajo esta ley, indicaría que tendríamos la creación. En un contexto Físico, si
 112 quitamos antimateria de la nada crearemos materia. Lo qué evidentemente es un error,
 113 bajo la definición actual del cero.

114

115

Tabla 1.1 Leyes de los signos

| Elemento | Elemento | Resultado |
|----------|----------|-----------|
| + | + | + |
| + | - | - |
| - | + | - |
| - | - | + |

116

Fuente: referencia propia

117

118 *1.4.4 El cero como equilibrio*

119

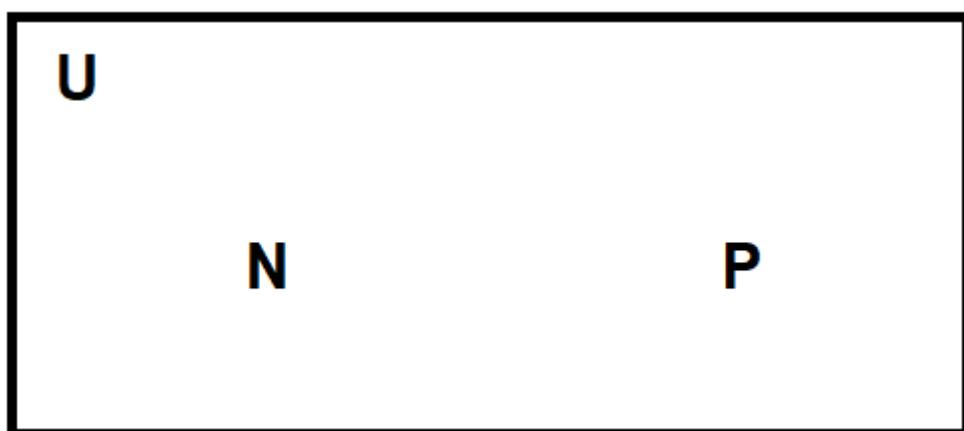
120 La solución a las interrogantes anteriores, parte de una nueva definición del cero como
 121 el todo, pero en equilibrio. Con esta nueva enunciación, podemos explicar de mejor
 122 manera, no solo las leyes de los signos, sino también leyes básicas del
 123 electromagnetismo.

124

125 Para comprender esta nueva acepción, vea la Fig. (1.1), dónde todos los números
 126 positivos y negativos existentes se encuentran en un conjunto llamado cero, para este
 127 ejercicio mental consideremos que el universo de estos números definidos por **U**, está
 128 compuesto solo de **P** como unidad positiva y **N** como unidad negativa. Ahora
 129 consideremos que a este nuevo cero se le desea restar un número negativo quedando
 130 la operación como sigue Ec. (2):
 131

132 **Ecuación 2.** $0 - (-1) = +1$

133
 134 Queda muy claro visualmente que, si retiramos el número negativo **N** de este nuevo
 135 cero considerado como equilibrio en el universo **U**, el resultado evidentemente será el
 136 número positivo **P**.
 137



138
 139 **Figura 1.1 Definición del cero como equilibrio**
 140 Fuente: Referencia propia

141
 142 De manera análoga si consideramos la siguiente operación Ec. (3)

143
 144 **Ecuación 3.** $0 - (+1) = -1$

145
 146 Se observa nuevamente que, al quitar **P** del universo **U** definido como cero, el resultado
 147 será **N**, cumpliendo con la Ley de los signos. Ya que menos por más será menos. En
 148 resumen, se puede considerar que entender el cero como equilibrio y no como
 149 ausencia, explica de manera clara por qué si se pueden restar números negativos aún
 150 al cero.

151
 152 **1.4.5 Carga eléctrica**

153
 154 De acuerdo a Guisasola (2008), conceptos como carga eléctrica, no son utilizados
 155 científicamente por la mayoría de estudiantes para interpretar los procesos

156 elementales de carga de un cuerpo. Según su estimación esto sucede por la poca
157 comprensión de estas definiciones básicas.

158

159 El concepto de carga eléctrica es definido por Wikipedia (2021), como una propiedad
160 física intrínseca de algunas partículas subatómicas que se manifiesta mediante fuerzas
161 de atracción y repulsión entre ellas a través de campos electromagnéticos. Pero esta
162 definición es algo confusa para los alumnos, pues en aplicaciones de ingeniería la
163 consideración de la carga es importante para definir la corriente eléctrica. Debemos
164 aclarar que, tomamos esta definición en cuenta, porque nuestros alumnos la consultan
165 cotidianamente.

166

167 Para entrar de lleno a nuestro tema, consideremos un ejemplo práctico: Una persona
168 sale a correr y al llegar a su casa recibe una descarga eléctrica simplemente por tocar
169 la puerta, seguramente este sujeto expresará: ¡Me dio toques la puerta!, pero ¿Cómo
170 puede un elemento descargado dar toques?, en realidad lo que sucedió fue un
171 intercambio de campo eléctrico debido a la diferencia de las cargas, por lo que la puerta
172 con carga cero, ¡sí tenía cargas!, de lo contrario no podría generar campo, solo que
173 sus cargas estaban en equilibrio y éste hecho fue modificado por el individuo.

174

175 En otras palabras, no se puede obtener de la nada, materia o energía, hacerlo implica
176 romper dos de las leyes básicas no sólo del electromagnetismo, sino de la misma
177 Física. Por ello se debe conceptualizar un cuerpo con carga cero, como aquel que se
178 encuentra en equilibrio, pero finalmente cargado.

179

180 1.4.6 Leyes de Gauss para campos eléctricos y magnéticos.

181

182 Como otro ejemplo, si analizamos las formas diferenciales de las leyes de Gauss para
183 campos eléctrico y magnético, Ecs. (4) - (5), pero considerando la nueva definición del
184 cero como equilibrio, podemos comprender el correcto significado de la divergencia
185 aplicada a ambos campos.

186

187 **Ecuación 4. Ley de gauss para campo Eléctrico.** $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} \varepsilon_0 = \rho_v$

188 **Ecuación 5. Ley de gauss para campo Magnético** $\vec{\nabla} \cdot \vec{H} \mu_0 = 0$

189

190 En el caso del campo eléctrico, Ec. (4), la evaluación de la divergencia ofrece como
191 resultado la posibilidad de cargas en un volumen de control. Recordemos que la
192 distribución volumétrica hace referencia a las cargas netas comprendidas en un
193 volumen, es decir, se podrían tener 1 millón de cargas en un volumen de control, pero
194 si medio millón son positivas y medio millón son negativas, la carga neta siempre será
195 cero.

196

197 De manera análoga aplicando la nueva concepción para el campo magnético Ec. (5),
198 se comprende el verdadero significado de la divergencia de campo magnético igual a
199 cero. Pues nuevamente, al evaluar el volumen de control (superficie gaussiana), este
200 podría contener un imán en su interior, pero al analizar la divergencia esta sería cero
201 por equilibrar ambos polos. Entendiéndose la razón de la inexistencia de los
202 monopolos magnéticos.

203

204 **2. Metodología o desarrollo**

205

206 2.1 Detección del problema

207

208 El estudio de la carga eléctrica es fundamental para los alumnos de ingeniería, en
209 materias como Electricidad y Magnetismo y Teoría electromagnética se analizan sus
210 combinaciones, sus sumas, restas, multiplicaciones y divisiones. Así como sus
211 derivadas e integrales, aplicadas en conceptos básicos como voltajes y corrientes. Sin
212 embargo, al transcurso de nuestra experiencia académica, encontramos que existen
213 diferentes deficiencias en las bases matemáticas elementales de nuestros alumnos
214 que se ven reflejadas en sus notas académicas. Detectamos en sus exámenes un
215 factor común: la incapacidad de definir de manera correcta la carga cero en
216 aplicaciones prácticas.

217

218 2.2 Observación del supuesto

219

220 En el estudio de la electricidad, de manera práctica, se puede observar con
221 experimentos sencillos, cómo la carga eléctrica se puede alterar a través de la
222 transformación de movimiento (fricción) y se puede compartir a través de la inducción
223 y el contacto. Sin embargo, en las evaluaciones nuestros alumnos consideraban que
224 la carga cero era la inexistencia de ésta en los cuerpos. Situación que daba origen al
225 falso concepto de poder generar carga de la nada.

226



Figura 1.2 Carga cero y arco eléctrico

227

228

229

Fuente: Referencia propia

230

231

232 En la Fig. (1.2) se puede observar la generación de un arco eléctrico desde un cuerpo
233 cargado a otro con carga cero. El problema para los educandos consiste en entender
234 ¿cómo un cuerpo “sin carga” puede generar la suficiente diferencia de potencial al otro
235 electrodo, generando un arco eléctrico capaz de atravesar o rodear un elemento
236 dieléctrico?

237

238 Investigando más a fondo en las bases matemáticas de nuestros alumnos, detectamos
239 que el problema venía desde el propio concepto del cero como conjunto vacío. Por lo
240 que determinamos replantear esta definición aterrizarándola en la enseñanza de la
241 materia.

242

243 2.4 Replanteamiento de la definición

244

245 Para ser congruente con las observaciones experimentales en el laboratorio y las
246 experiencias en el aula, se decidió replantear el concepto del cero, como el equilibrio
247 de todos los elementos definidos en un conjunto determinado y no como la inexistencia
248 de los elementos.

249

250 3. Resultados y análisis

251

252 Una vez que se les planteó a los alumnos que el cero es un equilibrio de todas las
253 cosas y no la inexistencia, resultó fácil para ellos comprender el concepto de carga
254 cero en un cuerpo. En otras palabras, la propiedad de la materia llamada carga
255 eléctrica está siempre presente, la diferencia es cuando este equilibrio se rompe. Por
256 ello que se den fenómenos de carga a través de fricción, inducción y contacto. Con la
257 posibilidad de la generación de un arco eléctrico. Este replanteamiento está
258 fundamentado en la ley de conservación de la materia.

259

260 Entendiendo el concepto de carga cero, se puede redefinir el campo eléctrico, como la
261 fuerza propia de una carga o cuerpo cargado y no como una región, como se menciona
262 en diferentes fuentes bibliográficas de consulta universitaria. Además, leyes del
263 electromagnetismo como las planteadas por Gauss a través de la divergencia, resultan
264 más sencillas de comprender y aplicar, sobre todo en ingeniería.

265

266 4. Conclusiones

267

268 Replantear la definición del cero en la enseñanza básica de las matemáticas, permite
269 a los alumnos de licenciaturas como la ingeniería, comprender conceptos donde las
270 diferenciales y las integrales no parecían tener congruencia en sus modelos teóricos,
271 como los de Gauss, con los hechos experimentales. En otras palabras, la definición
272 convencional admite creer que de la nada puede surgir carga, o bien, que se puede
273 crear materia de un conjunto vacío, lo cual es erróneo.

274
275 En el caso concreto del electromagnetismo, definitivamente el replantear el cero como
276 un equilibrio mejora la comprensión de los conceptos básicos, mismos que son
277 congruentes con los elementos experimentales provenientes de los campos
278 electromagnéticos, tales como las telecomunicaciones y la radiación del espectro
279 electromagnético.

280
281 Redefinir el concepto del cero, dicho sea de paso, abre la posibilidad de replantearnos
282 otros temas dónde el azar y la suerte se consideran elementales. Tal como ocurre en
283 la teoría del big bang como la creación del universo a través de una singularidad y nos
284 permite replantearnos otras opciones como considerar un espacio de Higgs, pero esto
285 será tema de otro artículo.

286

287

288

289 **5. Índice de referencias**

290

291 Información en línea

292

- 293 • Enciclopedia Libre Universal en Español (2021). [En línea] Disponible en:
<http://enciclopedia.us.es/index.php/Cero>

294

295

- 296 • Oxford languages (2021). [En línea] Disponible en:
<https://languages.oup.com/google-dictionary-es>

297

298

299

- 300 • Ávalos, O. Solares, D. (2019). Los ceros también valen. Conocimientos de
301 alumnos de sexto grado de primaria sobre el cero como elemento del sistema
302 decimal. Educación Matemática, vol. 30, núm. 3, diciembre de 2018. [En línea]
303 Obtenido en enero de 2021 en la dirección:
<http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v30n3/1665-5826-ed-30-03-55.pdf>

304

305

- 306 • Guisasola, J. Et all. (2008). dificultades persistentes en el aprendizaje de la
307 electricidad: estrategias de razonamiento de los estudiantes al explicar
308 fenómenos de carga eléctrica. Enseñanza de las ciencias, 2008, 26(2), 177–
309 192. [En línea] Obtenido en enero de 2021 en la dirección:
<https://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/viewFile/118093/297681>

310

311

- 312 Wikipedia (2021). [En línea] Disponible en:

313

https://es.wikipedia.org/wiki/Carga_el%C3%A9ctrica



DECIMOTERCER

Congreso 6 y 7 de Mayo del 2021

- 8 -

MODIFICACIÓN DE ACTITUDES HACIA LA ESTADÍSTICA EN UNIVERSITARIOS: EFECTOS EN EL APRENDIZAJE

Luis Fernando González Beltrán^{*1} y Olga Rivas García

¹ UNAM FES Iztacala. Avenida de los Barrios Número 1, Colonia Los Reyes Iztacala Tlalnepantla, Estado de México, C.P. 54090.

AP-POSM115

Resumen

Los alumnos que ingresan a Psicología, llegan con problemas de comprensión lectora, con bajas habilidades metodológicas, y además es necesario prepararlos en estadística para que resuelvan los problemas que enfrentarán en su práctica profesional. En nuestro laboratorio hemos trabajado con un heuristicista para el análisis estratégico de textos de investigación, que ha dado buenos resultados. Las categorías de dicha estrategia tienen como propósito de que el estudiante valore, argumente y proponga vías de acción alternativas, a los planteamientos del texto de investigación revisado. En un estudio anterior (González y Rivas, 2019) se incluyeron foros especiales sobre la pertinencia de los diseños, y las pruebas estadísticas de los textos que se proponían para análisis y crítica, que aunque produjeron avances, se encontró resistencia de los alumnos, presumiblemente por una actitud negativa hacia la estadística. Por ello el objetivo de este trabajo fue probar la modificación de actitudes antes de la aplicación de la estrategia. Participaron 31 estudiantes de Psicología presencial de primer semestre. Con un diseño pretest-postest, se les aplicó un examen sobre análisis estadístico, y la escala de actitudes de Auzmendi (1992), y entre las dos aplicaciones tomaron un curso virtual sobre análisis estratégico de textos. Se encontraron diferencias significativas tanto en el examen como en la escala, principalmente en la sub-escala "Utilidad". El índice de precisión de la estrategia mostró un incremento sostenido, y las diferencias entre la primera y la última lectura fueron significativas. Los foros pasaron de una discusión, a un trabajo colaborativo para la explicación de los análisis estadísticos de los textos analizados. Nuestros resultados permiten extender la generalidad del análisis estratégico de textos. Se discuten las implicaciones de la experiencia didáctica en el aprendizaje de la estadística en ciencias sociales y de la salud, en un contexto de investigación.

Palabras clave: actitudes, estadística, lectura, comprensión, aprendizaje, universitarios.

1. Introducción

Es común hablar de la mala preparación de los estudiantes que ingresan a la licenciatura, y en Psicología se incluye el bajo nivel de comprensión lectora. Los alumnos no usan estrategias ante el texto, no se formulan preguntas ni antes ni durante la lectura, ni buscan relacionar lo que leen con lo que ya saben. Carrillo (2007) reporta que cerca de la mitad de los alumnos universitarios lee y comprende un texto en su totalidad, mientras que el resto no. Además, los reportes de lectura que se piden a los alumnos usualmente los realizan de manera mecánica y sin darles sentido, abusando de la copia textual y acrítica (González & Rivas, 2016). Nuestros estudiantes tienen también problemas con la adquisición de habilidades metodológicas y conceptuales. Las habilidades conceptuales se adquieren aprendiendo principios y conceptos que pueden explicar un fenómeno. Las habilidades

¹ *Autor para la correspondencia. E-mail: luisfgb0616@gmail.com

46 metodológicas o procedimentales, comprenden un conjunto de esquemas cognitivos,
47 que buscan explicar los cambios en los fenómenos, y cómo se llegó a la solución de
48 un problema determinado. El inconveniente es que con frecuencia, la enseñanza de
49 estas habilidades se realiza por separado (Jiménez, Santoyo y Colmenares, 2016).
50 Por si fuera poco, el entrenamiento de la implementación de una técnica o una
51 estrategia para solucionar un problema, y la evaluación de su eficacia, es tema de
52 asignaturas aplicadas, o laboratorios, todavía más alejadas. Agravando la situación, la
53 estadística se enseña como una materia más, sin conectarse a la práctica, y que se
54 espera se transfiera para la toma de decisiones.

55 La estadística es una materia poco popular por su relación con las matemáticas y eso
56 genera una actitud negativa hacia ella. Carnell (2008) ha propuesto un curso en
57 estadística con actividades retadoras que promuevan la investigación relacionada con
58 las metas profesionales, para contrarrestar creencias y actitudes negativas, y evitar el
59 sentimiento de incompetencia que acarrea. Con esta base, proponemos que el
60 aprendizaje de la estadística solo tendrá sentido dentro del contexto del proceso de
61 investigación e intervención. Aquí probamos una experiencia didáctica que cubrirá
62 ambos aspectos, primero, la comprensión lectora, para que los alumnos sean
63 consumidores críticos de la información, tanto teórica, como metodológica y
64 estadística, y segundo, la formación en estadística que les permita adoptarla para la
65 toma de decisiones en el proceso de solución de problemas en su campo profesional.
66 Para la comprensión lectora, Santoyo (2001) propuso una serie de actividades a
67 realizar sobre los textos a estudiar, buscando un aprendizaje significativo, que
68 rebasara el parafraseo y la identificación, y que desarrollara actividades cada vez más
69 complejas, llegando al análisis, la síntesis, la evaluación y la comprensión profunda.
70 Este procedimiento, tipo catálogo de instrucciones específicas a seguir al leer un texto,
71 intenta avanzar paralelamente a la Guía para la Certificación en Psicología de la APA.
72 Las 10 categorías que integran este análisis estratégico de textos, pueden alcanzarse
73 en niveles cada vez más complejos. Dada esta propiedad, en ciertas categorías es
74 posible ahondar en diferentes temas, por ejemplo, en la primera categoría Justificación
75 del trabajo, se puede hablar de la posibilidad de usar los hallazgos en situaciones
76 aplicadas, o en la mejora y actualización de técnicas específicas, o de la relación entre
77 la hipótesis de investigación y la teoría que le da sustento. Incluso discutir acerca de
78 los modelos que compiten por explicar los datos. De manera similar también es posible
79 usar la categoría 5, Estrategia del autor, para hablar del uso de la estadística para
80 especificar las decisiones tomadas en los textos analizados, por lo que aquí
81 exploramos esta posibilidad.

82 Espinosa, Santoyo & Colmenares (2010) utilizaron con éxito el procedimiento.
83 González & Rivas (2017) extendieron su alcance, En este caso los estudiantes leyeron
84 el listado de las categorías, sin definiciones, y un primer artículo (pre-test) pidiendo que
85 lo analizaran. Después se les entregaron las definiciones de las categorías con
86 ejemplos, y se modeló el análisis con una presentación digital de un artículo muy
87 sencillo. Posteriormente se solicitó el análisis de otras cinco lecturas. Para terminar,
88 analizaban nuevamente el primer artículo y se tomaba como post-test. Las diferencias

entre pre- y post-test fueron significativas. González & Rivas (2020) demostraron logros similares, usando un curso virtual, y comparando con un grupo control. Un paso más adelante consiste en abrir foros de discusión en los cursos virtuales, para que los participantes argumenten a favor o en contra de las aportaciones en las distintas categorías, y en consenso se logre un análisis grupal. Se ha logrado centrar la discusión en foros especiales sobre la pertinencia de los diseños, y las pruebas estadísticas de los textos que se proponían para análisis y crítica (González & Rivas, 2019). Sin embargo, esta estrategia, aunque con buenos resultados, se vio empañada por cierta resistencia, los alumnos se quejaban de que en una materia teórica no se debería centrar en aspectos estadísticos, por su complejidad y su uso restringido a la investigación empírica, que se vería más adelante en las materias “prácticas” y de “laboratorio”. Explorando más sobre estas respuestas se llegó a suponer que los estudiantes no tenían una buena preparación en aspectos estadísticos, y que preferían dejarlo para más adelante. Vilà y Rubio (2016) concluyen que una gran mayoría del alumnado de las carreras de humanidades presenta una actitud negativa a la estadística, que va de la mano con un inadecuado conocimiento de la estadística y de las matemáticas en general. Por lo cual, intentamos aquí probar un pequeño procedimiento de modificación de actitudes, junto con el análisis estratégico de textos, para ver su efecto sobre su comprensión lectora y el aprendizaje de la estadística. Nuestro objetivo fue diseñar una experiencia instruccional para a) modificar la actitud hacia la estadística; b) entrenar el análisis estratégico de textos, y c) entrenar en el uso de análisis estadístico de datos.

112 **2. Metodología o desarrollo**

114 **2.1 Participantes**

116 Participaron 31 alumnos de un grupo de la licenciatura de Psicología presencial, de
117 primer semestre.

119 **2.2. Materiales e Instrumentos**

121 Los materiales de lectura (siete artículos) fueron del área de psicología experimental,
122 elegidos expresamente para este estudio.

123 Se construyó un examen sobre análisis estadístico, de 20 preguntas, de 5 opciones,
124 para pre-test y post-test. La última opción de todas las preguntas era “e) No la sé o no
125 la recuerdo”.

126 De entre las diversas escalas elegimos la Escala de Actitud hacia la Estadística de
127 Auzmendi (1992) por dirigirse al contexto universitario y por ser de las más utilizadas
128 en idioma español. La Escala está compuesta por 25 ítems y 5 factores básicos y
129 posee un alto nivel de consistencia interna (Alfa de Cronbach = 0.85). Los factores se
130 denominan: Utilidad, Ansiedad, Confianza, Agrado y Motivación.

131 Se realizó un video de 12 minutos de duración, sobre hacer visible lo invisible del libro
132 “El lenguaje de las Matemáticas” de Keith Devlin (2002), para explicar la lógica de la
133 estadística.

134 Las categorías del análisis estratégico de textos se modificaron de las utilizadas por
135 Cepeda, Santoyo y Moreno (2010) quedando así: 1) Justificación: argumentos del
136 porqué realizar el estudio; 2) Supuestos Básicos: elementos conceptuales del trabajo;
137 3) Objetivo que expresa el autor; 4) Unidad de análisis: los elementos básicos que
138 constituyen al objeto de conocimiento; 5) Estrategia del autor: forma en que se realizó
139 el estudio; 6) Consistencia interna: análisis de la estructuración lógica de los
140 componentes del trabajo; 7) Consistencia externa: generalización de los datos,
141 implicaciones teóricas y prácticas, y la vinculación del trabajo con los resultados de
142 otras investigaciones; 8) Conclusiones del autor; 9) Conclusión del lector; y 10) Cursos
143 de acción alternativos: Es una propuesta alterna o creativa del lector para nuevos
144 estudios, planteamientos o procedimientos experimentales.

145 Para cada categoría se formulaba una pregunta, en algunos casos se debería
146 identificar o analizar, y en otros casos se requería deducir, evaluar e integrar. Para los
147 primeros la respuesta se calificaba con 1 punto, si responde parcialmente, y hasta 3
148 si lo hace completando todos los criterios; para los más complejos la escala llegaba a
149 5, cuando responde de forma creativa y va más allá del texto. Con el total de 10
150 categorías, 30 sería el puntaje mínimo de un nivel de ejecución aceptable, por lo que
151 se calculó un índice de precisión, dividiendo el puntaje que obtenía cada alumno, entre
152 30.

153
154 **2.3. Procedimiento**
155

156 Los alumnos trabajaron diez semanas en la plataforma Moodle, donde primero debían
157 contestar la Escala de Auzmendi, como si fuera una encuesta de entrada. No se les
158 permitía avanzar hasta contestarla. Después contestaban un cuestionario sobre los
159 aspectos del análisis estadístico, donde se les daba la calificación, sin
160 retroalimentación de sus respuestas. Igualmente, no podían continuar hasta
161 resolverlo. En la unidad introductoria, se les pedía ver el video sobre la lógica de la
162 estadística, y contestar un cuestionario de 10 preguntas sobre lo tratado en el video.
163 Podían contestar el cuestionario las veces que fueran necesarias para alcanzar al
164 menos 8 respuestas correctas. Lo mismo se pedía para ver una presentación digital
165 que modelaba el análisis estratégico de textos, con su cuestionario.

166 Cada unidad posterior, incluía una de las lecturas, donde deberían aplicar las
167 categorías de análisis al artículo, la retroalimentación fue personalizada e incluía los
168 puntajes alcanzados, y además un foro en la plataforma con 10 preguntas abiertas
169 sobre conocimientos estadísticos. Se pedía que cada alumno eligiera una pregunta
170 para contestarla en el foro y que cuando todas se hubieran respondido, discutiera al
171 menos tres respuestas de sus compañeros.

172
173 **3. Resultados y análisis**
174

175 Encontramos que la actitud inicial de los alumnos hacia la Estadística fue media-baja,
 176 considerando que la media del grupo fue de 61 puntos sobre 125, aunque hay una
 177 gran dispersión (ver la Tab. (1)). Con 10 puntos de 25 posibles, el factor Agrado es en
 178 el que se ha puntuado menos. El que tiene unas puntuaciones medias más elevadas
 179 es Satisfacción, saber que se tienen las habilidades para usar la Estadística, con 7
 180 puntos sobre 10, teniendo en cuenta la alta variabilidad del grupo.

181
 182 **Tabla 1. Valores descriptivos de la Escala de Actitud hacia la Estadística, en la pre- y post-**
 183 **evaluación. (Elaboración propia).**
 184

| FACTOR | Mínima | Máxima | Media PRE | DESVIACIÓN PRE | Media POST | DESVIACIÓN POST |
|---------------------|--------|--------|-----------|----------------|------------|-----------------|
| Agrado | 5 | 25 | 10.25 | 5.09 | 14.75 | 4.15 |
| Ansiedad | 6 | 30 | 14.7 | 6.91 | 17.41 | 4.09 |
| Confianza | 4 | 20 | 8.82 | 2.91 | 11.82 | 2.19 |
| Utilidad | 5 | 25 | 11.99 | 4.37 | 16.99 | 2.87 |
| Interés | 3 | 15 | 8.55 | 3.37 | 12.58 | 2.46 |
| Satisfacción | 2 | 10 | 6.79 | 3.45 | 8.49 | 1.87 |
| SUMA | 25 | 125 | 61.1 | 26.1 | 82.04 | 17.63 |

185
 186 Después de la experiencia didáctica, la actitud de los alumnos hacia la Estadística fue
 187 media-alta, pasando a los 82 puntos de los 125, con diferencias significativas. En este
 188 caso, el factor con menos puntuación fue Ansiedad, es decir, aunque hubo una mejora
 189 aún se tiene cierto temor hacia la materia. Los factores con mayor puntuación fueron
 190 Satisfacción, otra vez, pero casi empatado con Interés. Sin embargo, la diferencia más
 191 alta entre antes y después se encontró en el Factor Utilidad, que representa el valor
 192 que los estudiantes le dan a esta asignatura. Las diferencias se pueden apreciar en la
 193 Gr. (1).
 194

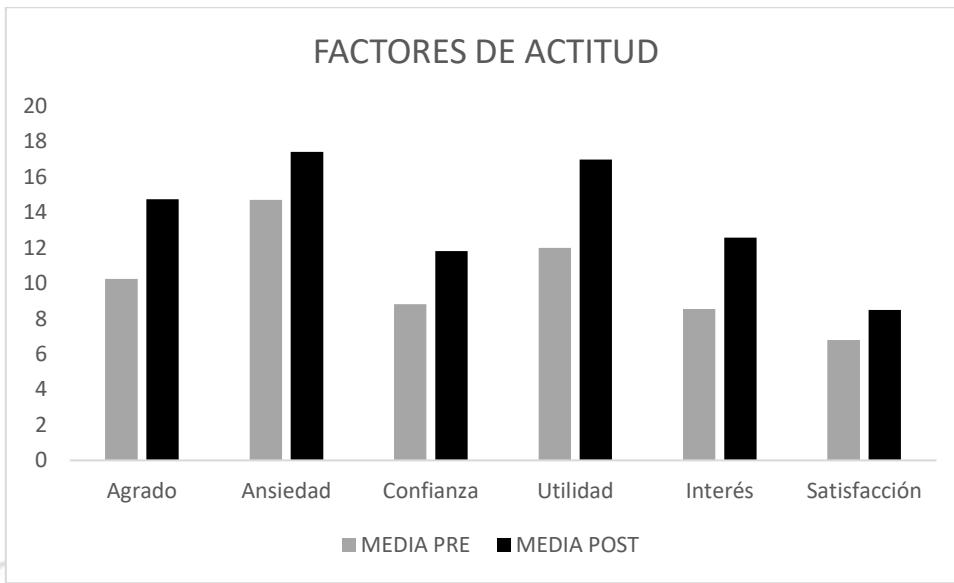


Figura 1. Puntajes promedio de los factores de actitud, en la pre-evaluación comparados con la post-evaluación. (Elaboración propia).

195

196

197

198

199

200

201

202

203

204

205

206

207

208

209

En cuanto al examen, las respuestas correctas incrementaron de 4.3 a 13.6 en promedio, iniciando con una mayoría de respuestas de “no lo sé” y terminando con solo 3.

En lo que respecta a la comprensión lectora, el índice de precisión promedio de los participantes, fue creciendo por cada lectura. Como en los estudios anteriores, se dominaron muy rápido las categorías que requerían solo la identificación, y aumentó el puntaje en las tareas de evaluación conforme avanzaron las sesiones, y al final mejoraron las de elaboración creativa.

4. Conclusiones

Pudimos apreciar una disminución en la actitud negativa hacia la estadística, en todos los factores, aunque aún queda espacio para mejorar, en particular en el factor Ansiedad, que representa el temor y las emociones negativas que despierta la materia. Se necesita mayor investigación acerca de cómo incidir en este factor. El mayor logro fue en el factor Utilidad, la explicación de la lógica y el análisis de los artículos enfocado en las decisiones estadísticas, hicieron claro la función de las pruebas de hipótesis. Esto también ayudó en los factores Satisfacción e Interés, que implica que aun con temor, los alumnos buscarán aumentar sus habilidades en el uso de la estadística para tomar decisiones sobre las comparaciones que se realizan en la investigación y el trabajo profesional. Los resultados del examen indican que esta mejora en sus habilidades está de hecho ocurriendo en cada análisis de los artículos empíricos, y esto puede explicar en cierta medida los mejores puntajes en el factor Satisfacción. En cuanto a la comprensión lectora, se reitera el éxito de la estrategia de análisis de textos. Se observó una tendencia creciente en el índice de precisión, acorde a lo encontrado en estudios similares (Espinosa et al., 2010). Pero las categorías se

225 pueden expandir para incluir detalles, como el diseño y el análisis de datos, que
226 normalmente se exigen en cursos más avanzados para su utilización en prácticas o
227 experimentos de laboratorio, o investigaciones aplicadas en el contexto profesional o
228 en el servicio social. Aquí proponemos que los alumnos tengan contacto con la lógica,
229 más que con los cálculos, desde el primer semestre. En los comentarios sobre el curso,
230 ya no hubo quejas sobre la utilización de la estadística en materias teóricas.
231 La estrategia de análisis de textos va en la misma dirección de las experiencias
232 educativas que buscan no limitarse a transferir información, intentando trascender a la
233 acción y solución de problemas. Los foros pueden considerarse como contextos de
234 aprendizaje colaborativo, donde los integrantes construyen conjuntamente un espacio
235 de discusión y crítica, que pueden llegar hasta la implementación de proyectos y
236 reportes de investigación. Esta actitud crítica es la que les permite cuestionar toda
237 argumentación acerca de los efectos de tratamientos, terapias, entrenamientos, etc.,
238 sobre los problemas de su profesión.
239 Nuestros resultados pueden ser otra alternativa a experiencias didácticas con objetivos
240 similares, como ambientes virtuales con viñetas cortas de estudios de casos, historias
241 clínicas y problemas de investigación (González y Rivas, 2015), o trabajo grupal por
242 proyectos de investigación (González, Rivas, Mares, Rueda y Rocha, 2017).
243 Para finalizar, apostamos por una mayor adopción de la estrategia a todos niveles, no
244 solo por los hallazgos discutidos aquí, sino porque explícitamente está diseñado para
245 guardar un paralelo con los lineamientos de la APA, que no únicamente son el estándar
246 en Psicología, sino que se está aceptando en otras disciplinas para orientar la
247 presentación de trabajos en congresos, y hasta para la recepción de artículos de
248 investigación. De forma que el entrenamiento en el modelo representará una gran
249 ventaja para los alumnos que requieran hacer reportes de todo tipo y a los docentes
250 que puedan llevar a cabo un entrenamiento de esta clase. Seguiremos en la búsqueda
251 de la fórmula para lograr un aprendizaje significativo en nuestros alumnos.

252 **Agradecimientos**

253 Se agradece el financiamiento de la UNAM, DGAPA, PAPIME Proyecto PE302219

254 **5. Índice de referencias (Obligatorio)**

- 255 • Auzmendi, E. (1992). *Las actitudes hacia la matemática-estadística en las*
256 *enseñanzas medias y universitarias*. Bilbao: Mensajero.
- 257 • Carnell, L. J. (2008). The Effect of a Student-Designed Data Collection Project
258 on Attitudes Toward Statistics. *Journal of Statistics Education*, 16(1), 1-15.
- 259 • Carrillo, T. G. (2007). Realidad y simulación de la lectura universitaria: El caso
260 de la Universidad Autónoma del Estado de México. *EDUCERE: Investigación*
261 *arbitrada*, 11(36), 97-102.
- 262 • Cepeda, M. L., Santoyo, C. & Moreno, D. (2010). Base Teórica y descripción de
263 la estrategia de análisis de textos. En M. L. Cepeda & M. R. López
264 (Coordinadoras). *Análisis Estratégico de Textos: Fundamentos Teóricos-*

- 269 *Metodológicos y Experiencias Instruccionales.* (pp. 49 - 110) México: FESI,
270 UNAM.
- 271 • Devlin, K. (2002). *El lenguaje de las matemáticas.* Barcelona, Ediciones
272 Robinbook.
- 273 • Espinosa, J., Santoyo V. & Colmenares L. (2010). Mejoramiento de habilidades
274 de análisis estratégico de textos en estudiantes universitarios. *Revista*
275 *Mexicana de Análisis de la Conducta*, 36(1), 65-86.
- 276 • González B., L. F. & Rivas G, O. (2015). Ambiente virtual para la toma de
277 decisiones estadísticas en Psicología. En M. González-Videgaray
278 (Coordinadora). *Ambientes virtuales y objetos de aprendizaje: Incorporación*
279 *crítica y reflexiva.* (pp. 59 – 63). México: Facultad de Estudios Superiores
280 Acatlán, UNAM.
- 281 • González B., L. F. & Rivas G, O. (2016). Conducta compleja en contextos de
282 solución de problemas: La estadística. En M. L. Cepeda & M. R. López
283 (Coordinadoras). *Conducta Compleja: Fundamentos teóricos y aplicaciones*
284 *educativas.* (pp. 199 – 242). México: FESI, UNAM.
- 285 • González B., L. F. & Rivas G, O. (2017). Contra el copiar y pegar en los reportes
286 de lectura: Análisis estratégico de textos en Psicología. *Ponencia presentada*
287 *en el Tercer Encuentro universitario de mejores prácticas de uso de TIC en la*
288 *educación.* México: UNAM, C.U.
- 289 • González B., L. F.; Rivas G, O. Mares, G.; Rueda, E. & Rocha, H. (2017) Moodle
290 para el Entrenamiento en Intervención de Estudiantes de Psicología. *Ponencia*
291 *presentada en el 2o Congreso Internacional de Psicología de la FES Zaragoza*
292 *2017.* México: UNAM, C.U.
- 293 • González B., L. F. & Rivas G, O. (2019). Análisis de Textos con énfasis
294 Estadístico en estudiantes de Psicología con la Plataforma Moodle. *Ponencia*
295 *presentada en el Undécimo Congreso Internacional sobre la Enseñanza y*
296 *Aplicación de las Matemáticas.* FES Cuautitlán, México. 2-3 de mayo de 2019.
- 297 • González B., L. F. & Rivas G, O. (2020). Competencia de análisis de textos en
298 Psicología: Del aula a la virtualidad. *Ponencia presentada en el IV Congreso*
299 *Internacional Virtual en Investigación e Innovación Educativa – CIVINEDU*
300 *2020.*
- 301 • Jiménez, A. L.; Santoyo, C. y Colmenares, L. (2016). La complejidad y su
302 significado en las habilidades metodológicas y conceptuales. En M. L. Cepeda
303 & M. R. López (Coordinadoras): *Conducta compleja: Fundamentos teóricos y*
304 *aplicaciones educativas.* (pp. 29 – 56). México: FESI, UNAM.
- 305 • Santoyo, C. (2001). *Alternativas docentes. Vol. II. Aportaciones al estudio de la*
306 *formación en habilidades metodológicas y profesionales en las ciencias del*
307 *comportamiento.* México: PAPIME, UNAM.
- 308 • Vilà Baños, R. y Rubio Hurtado, M.J. (2016). Actitudes hacia la Estadística en
309 el alumnado del grado de Pedagogía de la Universidad de Barcelona. *Revista*
310 *de Docencia Universitaria*, 14(1), 131-149.
- 311

1 APPLICACIÓN DE LAS MATRICES EN LOS CÁLCULOS DE 2 CORRIENTE EN CIRCUITOS ELÉCTRICOS

3
4 Carlos Oropeza Ugalde^{1,*}, Brenda Lizbeth Flores Cano²
5
6

¹Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. Carretera Cuautitlán - Teoloyucan, San
Sebastián Xhala, 54714 Cuautitlán Izcalli.

² Instituto Tecnológico de Acapulco. Av. Instituto Tecnológico S/N, Crucero del
Cayaco, 39800, Acapulco de Juárez.

7
8
9
10 AP-POSM116
11

12 Resumen

13
14 *El presente trabajo establece la relación del Álgebra con el cálculo del valor de la intensidad de corriente*
15 *de un circuito eléctrico conformado por un conjunto de resistencias, donde se trata de explicar que uno*
16 *de los aspectos más importantes para cualquier tema relacionado con la enseñanza y aplicación de las*
17 *matemáticas relacionada con las propuestas curriculares y las prácticas educativas son: el diseño y*
18 *selección de problemas o actividades que promuevan el desarrollo del pensamiento matemático de los*
19 *estudiantes durante su estancia en clase. Este trabajo busca mostrar los resultados obtenidos de la*
20 *solución a problemas de circuitos eléctricos en donde se aplica el concepto de matriz para calcular la*
21 *corriente que fluye en un circuito dependiendo de su arreglo, donde se resuelve el sistema de*
22 *ecuaciones que se obtenga y se compararán los resultados matemáticos con los prácticos así como los*
23 *simulados en software; ya que estos pasos tienen una incidencia fundamental a la hora de hacer un*
24 *reporte de laboratorio para estudiantes de Ingeniería sobre todo con el objetivo de verificar los*
25 *resultados. La propuesta realizada tiene la intención de dar a conocer una estrategia para aplicar los*
26 *conceptos y herramientas vistas en el curso de Álgebra, pues, es de importancia ver los resultados que*
27 *nos brinda la materia para analizar y reflexionar acerca de problemas concretos de cualquier índole.*

28 **Palabras clave:** matrices, circuitos, enseñanza, solución, aplicación, Ingeniería.

29 1. Introducción

30 Uno de los principales problemas a los que se enfrentan los estudiantes de ingeniería
31 en el nivel superior para la solución de problemas de esta forma en materias de
32 matemáticas, son por el alto nivel de abstracción, que hace que los alumnos tengan
33 inconvenientes en el razonamiento y entendimiento de conceptos matemáticos, en
34 este caso el de matrices y sistemas de ecuaciones. Las matemáticas aplicadas han
35 permitido el desarrollo alcanzado por la ingeniería; sin embargo, ocasionan muchas
36 dificultades al estudiante de esta área durante su formación profesional, sobre todo en
37 los primeros semestres y especialmente en los cursos de cálculo y su aplicación hacia
38 la resolución de problemas. Diversos organismos como el National Council of Teachers
39 of Mathematics (NCTM) de Estados Unidos, la Asociación Iberoamericana de
40 Instituciones de la Enseñanza de la Ingeniería (ASIBEI) y el Ministerio de Educación
41 Nacional (MEN) de Colombia coinciden en que las matemáticas para el ingeniero son
42

¹ *Carlos Oropeza Ugalde. E-mail: carlos.oropeza2196@gmail.com Tel. 55-12-36-25-45.

43 un conjunto de problemas o de situaciones, cuyo tratamiento requiere conceptos,
44 procedimientos y representaciones de tipos diferentes, pero íntimamente relacionados.

45
46 Son innumerables los esfuerzos de profesores e investigadores para mejorar la
47 enseñanza de las matemáticas, en el cálculo y álgebra superior. Las matrices se han
48 utilizado con el objetivo para dar solución de problemas que se presentan en muy
49 diversas áreas aplicadas, tales como: Análisis de circuitos y redes (cálculo de voltajes,
50 corrientes y potencias) en Ingeniería Eléctrica, Ingeniería Térmica, Ingeniería
51 Aeronáutica, entre otras áreas (Paucar ,2015).

52 Un aspecto esencial en cualquier tópico relacionado con la enseñanza de las
53 matemáticas, concretamente relacionada con las propuestas curriculares y las
54 prácticas de enseñanza, es el diseño y selección de problemas o actividades que
55 promuevan el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes. Con la
56 elaboración del presente trabajo se va a comprender la importancia de un circuito
57 eléctrico y de los componentes que lo integran principalmente las resistencias.
58 Recordemos que consiste en un conjunto de elementos (resistencias, inductancias,
59 conductancias y generadores de energía) que unidos entre sí, permiten establecer una
60 corriente entre dos puntos y aprovechar la corriente eléctrica que corre por él circuito.
61 Aprovechando esto realizaremos un estudio de cómo las resistencias afectan la
62 corriente que pasa por medio del circuito acorde al acomodo que presenten dentro del
63 mismo lo que ayudará a poder moldear el modelo matemático que sea aplicable a cada
64 una de las presentaciones. Con estas determinaciones se podrá contar con los datos
65 necesarios que serán incluidos en el software que realizará los cálculos finales y que
66 son el resultado de la intensidad de corriente en los diferentes tipos de circuitos.

67 Kaschefi, Ismail y Yusof (2010), plantean mejorar el aprendizaje de los estudiantes
68 mediante el fortalecimiento de resolución de problemas y habilidades de pensamiento
69 matemático, a través del uso de herramientas tecnológicas que apoyan la comprensión
70 conceptual permitiéndoles resolver problemas de su campo de estudio, lo cual se
71 transforma en una excelente alternativa. Ilany y Margolin (2010) han trabajado en la
72 resolución de problemas matemáticos acompañada por texto en la cual el estudiante
73 es enfrentado simultáneamente al lenguaje humano y al lenguaje matemático. El
74 argumento central para estos investigadores es que existen diferencias entre las dos
75 formas de lenguaje y que debe haber un puente entre ellos; la dificultad radica en la
76 necesidad de traducir el evento descrito en el lenguaje humano a las operaciones
77 aritméticas, algebraicas, etc., expresadas en idioma matemático. Bajo la idea de
78 introducir a los estudiantes al campo de las herramientas computacionales y el uso del
79 software matemático, se plantea introducir a los estudiantes a la visualización como
80 una interpretación geométrica de polinomios de segundo grado.

81 Este trabajo se encuentra en una etapa avanzada y se apoya en la experiencia de los
82 autores impartiendo cursos de Álgebra Lineal a nivel universitario. El objetivo de la
83 investigación es la construcción de una propuesta didáctica fundamentada en una

84 sólida experimentación de situaciones de aprendizaje que permitan interpretar y
85 explicar el pensamiento de los estudiantes en el marco del problema abordado. De ahí
86 nuestra propuesta intenta mostrar una alternativa de solución a problemas de circuitos
87 eléctricos donde se aplica el concepto de matriz para calcular la corriente que fluye en
88 un circuito dependiendo su arreglo, donde se comparará los resultados matemáticos
89 con los prácticos y simulados. El objetivo principal de este trabajo es que el alumno
90 comprenderá y comprobará que por medio de un sistema matemático basado en
91 matrices, el valor de la intensidad de corriente de un circuito eléctrico conformado por
92 un conjunto de resistencias. Además de:

- 93 • Realizará el planteamiento matemático mediante matrices para la obtención de
94 la intensidad de corriente que circula en un circuito eléctrico.
95
- 96 • Mediante el uso de software hará la introducción de los datos que conformarán
97 las matrices para realizar los cálculos necesarios y obtener el valor de la
98 intensidad de corriente.
99
- 100 • Descubrirá la importancia de un modelo matemático que pueda
101 proporcionarnos los valores de la intensidad de corriente en un circuito.

102 Una de las estrategias que se proponen en el trabajo es el de introducir a los
103 estudiantes al campo de las herramientas computacionales y el uso del software
104 matemático, es por eso que se plantea que los alumnos empiecen a desarrollar la
105 esencia de la interpretación geométrica y no solo a desarrollar modelos matemáticos.
106 Para el Consejo Estadounidense de Profesores de Matemáticas (National Council of
107 Teacher of Mathematics – NCTM, 2008) todas las escuelas y los programas de
108 matemáticas deberían proporcionar a los estudiantes y profesores el acceso a la
109 tecnología educativa, incluyendo calculadoras, computadoras con software
110 matemático, conectividad e internet, dispositivos portátiles de recolección de datos.
111 Los planes de estudio y cursos de estudio deben incorporar la tecnología educativa en
112 los resultados del aprendizaje, planes de lecciones y evaluaciones para el progreso de
113 los estudiantes.
114

115 La matemática debe ser utilizada por los ingenieros para resolver problemas; lo cual
116 normalmente implica el desarrollo de un modelo matemático. Para construir modelos,
117 se tienen que utilizar las leyes científicas acerca de las cosas del mundo (por ejemplo,
118 leyes de Newton del movimiento, leyes de los circuitos de Kirchoff, etc.) y el uso de
119 números, variables, ecuaciones y desigualdades para expresar el problema en un
120 lenguaje matemático. En forma casi generalizada, los estudiantes de las facultades de
121 Ingeniería, durante el desarrollo de actividades, en clase presencial y asesorías, están
122 evidenciando dificultades como la escasa comprensión del concepto de función, límites
123 y continuidad en una variable junto a sus diferentes formas de representación y por
124 supuesto, la resolución de problemas.

125
126

127 2. Metodología o desarrollo

128

129 Los circuitos eléctricos están compuestos por campos y potenciales eléctricos los
130 cuales se mueven y dependiendo el sentido del movimiento de estos cambios es el
131 tipo de energía o trabajo requerido. Las cargas eléctricas que constituyen una corriente
132 eléctrica pasan de un punto que tiene mayor potencial eléctrico a otro que tiene un
133 potencial inferior. Para mantener permanentemente esa diferencia de potencial,
134 llamada también voltaje o tensión entre los extremos de un conductor, se necesita un
135 dispositivo llamado generador (pilas, baterías, dinamos, alternadores...) que tome las
136 cargas que llegan a un extremo y las impulse hasta el otro. El flujo de cargas eléctricas
137 por un conductor constituye una corriente eléctrica.

138 La corriente eléctrica cuenta con la intensidad del flujo de los electrones que circula
139 por un circuito cerrado depende fundamentalmente de la tensión o voltaje (V) que se
140 aplique y de la resistencia (R) en ohm que ofrezca al paso de esa corriente la carga o
141 consumidor conectado al circuito. Si una carga ofrece poca resistencia al paso de la
142 corriente, la cantidad de electrones que circulen por el circuito será mayor en
143 comparación con otra carga que ofrezca mayor resistencia y obstaculice más el paso
144 de los electrones.

145 El marco de referencia del trabajo, involucra conceptos relacionados a leyes de
146 naturaleza eléctrica que son utilizadas durante el desarrollo del estudio. Se incluyen
147 evidencias con resultados analíticos, uso del software Multisim y la verificación de los
148 resultados haciendo uso de instrumentos de medición en el laboratorio. Duval (1994,
149 1998, 1999) en sus trabajos profundizó en el estudio de las representaciones
150 enmarcándolas en el campo de la semiótica, también define a los sistemas de
151 representación semiótica como: aquellos que tienen características particulares y
152 permiten sostener la conceptualización en la matemática y, no solamente están sujetas
153 a la comunicación, sino lo importante que es para la actividad cognitiva del
154 pensamiento.

155 En la Figura 1, se pueden observar dos propuestas heurísticas que se consideraron
156 para la solución de problemas de circuitos eléctricos. Las cuales son la de Polya (1965)
157 y la de Fridman (1995).

- Polya (1965)

1. **Comprender el problema**
2. **Concebir un plan para resolverlo**
3. **Ejecutar el plan**
4. **Examinar la solución obtenida**

- Fridman (1995)

1. **Análisis del problema**
2. **Escritura esquemática del problema**
3. **Búsqueda del plan de solución**
4. **Ejecución del plan de solución**
5. **Prueba del plan de solución**
6. **Análisis del problema**
7. **Formulación de la respuesta al problema**
8. **Análisis final de la solución del problema**

Figura 1. Propuestas heurísticas a considerar.

En la Figura 2, se pueden ver los pasos a seguir para resolver los problemas de circuitos eléctricos, siguiendo 3 cuestiones, la primera corresponde al planteamiento matemático en donde se registran todos los cálculos obtenidos a lápiz y papel; como siguiente inciso corresponde a la simulación del circuito en software que para este trabajo corresponde a Multisim; y por último la comprobación experimental con el armado del circuito en una tableta de conexiones (protoboard) para obtener los cálculos de corriente y voltaje con un multímetro.

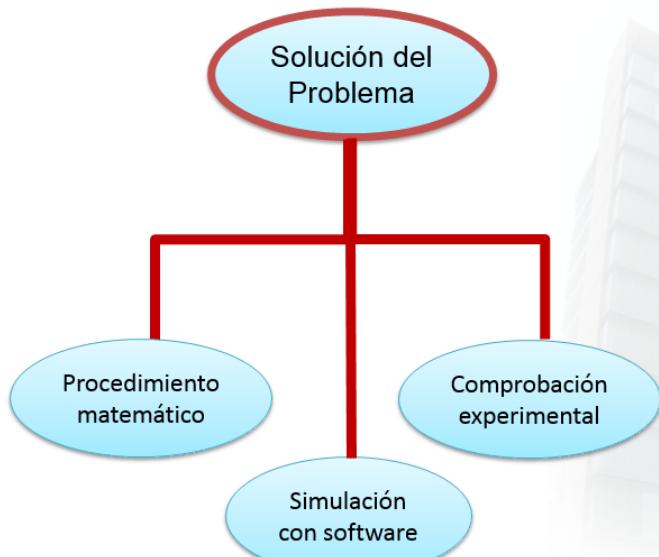
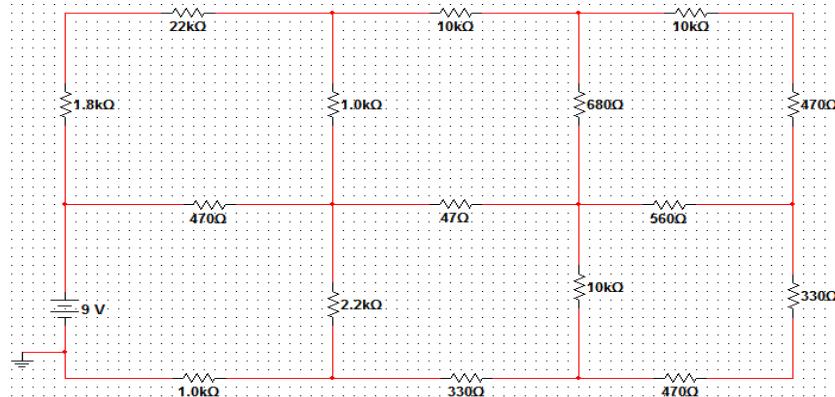


Figura 2. Descripción de la metodología para resolver los problemas planteados.

168
169
170
171
172

173 3. Resultados y análisis

174 En la Figura 3, se muestra el planteamiento del problema donde se aplicó la
 175 metodología para encontrar los voltajes para cada resistencia así como las 6 corrientes
 176 de las mallas del circuito.



177
 178 **Figura 3. Circuito Eléctrico propuesto a resolver. Fuente Propia.**

179 En base a los antecedentes teóricos y a la aplicación de la ley de voltajes de Kirchhoff
 180 podemos plantear las ecuaciones de nuestras mallas con respecto a nuestro circuito,
 181 tomando en cuenta el sentido de las corrientes para cada malla. Obteniendo las
 182 ecuaciones de la siguiente manera:

$$1. \quad 470I_1 - 470I_2 + 2.2KI_1 - 2.2KI_6 + KI_1 - 9V = 0 \\ (470I_1 - 2200I_1 + 1000I_1 - 470I_2 - 2200I_6)\Omega - 9V = 0 \\ 3670\Omega I_1 - 470\Omega I_2 - 2200I_6 - 9V = 0$$

$$2. \quad 1800\Omega I_2 + 2200I_2 + 1000\Omega I_2 - 1000\Omega I_3 + 470\Omega I_2 - 470\Omega I_1 = 0 \\ 25270\Omega I_2 - 470\Omega I_1 - 1000\Omega = 0$$

$$3. \quad 10000\Omega I_3 + 680\Omega I_3 - 680\Omega I_4 + 47\Omega I_3 - 47\Omega I_6 + 1000\Omega I_3 - 1000\Omega I_2 = 0 \\ -10000\Omega I_2 + 11727\Omega I_3 - 680\Omega I_4 - 47\Omega I_6 = 0$$

$$4. \quad 10000\Omega I_4 + 470I_4 + 560I_4 - 560\Omega I_5 + 670\Omega I_4 - 680\Omega I_3 = 0 \\ -680\Omega I_3 + 11710\Omega I_4 - 560\Omega I_5 = 0$$

$$5. \quad 560\Omega I_5 - 560\Omega I_4 + 330\Omega I_5 + 470\Omega I_5 + 10000\Omega I_5 - 10000\Omega I_6 = 0 \\ -560\Omega I_4 + 11360\Omega I_5 - 10000\Omega I_6 = 0$$

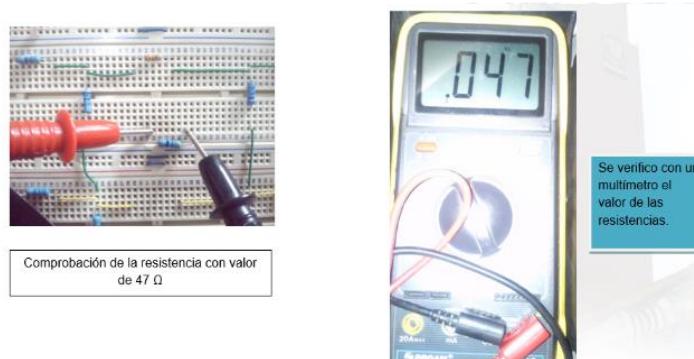
$$6. \quad 47\Omega I_6 - 47\Omega I_3 + 10000\Omega I_6 - 10000\Omega I_5 + 330\Omega I_6 + 2200\Omega I_6 - 2200\Omega I_1 = 0 \\ -2200\Omega I_1 - 47\Omega I_3 - 10000\Omega I_5 + 12577\Omega I_6 = 0$$

201 En la Figura 4 se pueden ver las ecuaciones de cada malla que permitirán formar el
 202 sistema de ecuaciones para plantear nuestra matriz que al reducirla obtendremos las
 203 corrientes de nuestro circuito, desde la mallas 1 hasta la malla 6.

$$204 \quad \begin{bmatrix} 3670 & -470 & 0 & 0 & 0 & -2200 & 9 \\ -470 & 25270 & -1000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1000 & 11727 & -680 & 0 & -47 & 0 \\ 0 & 0 & -680 & 11710 & -560 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -560 & 11360 & -1000 & 0 \\ -2200 & 0 & -47 & 0 & -10000 & 12577 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.00379524 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0000714002 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0.0000205193 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0.0000950813 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0.0019633 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0.00222497 \end{bmatrix}$$

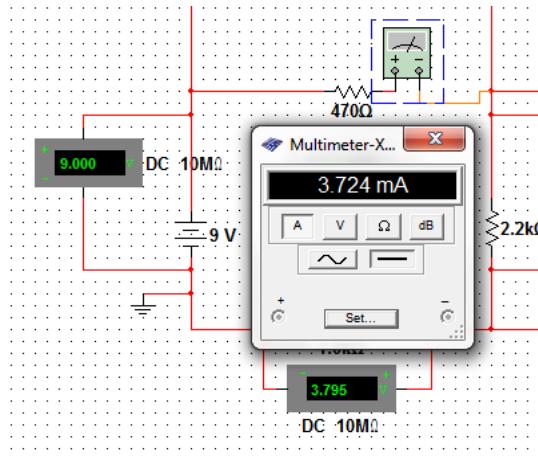
205 **Figura 4. Matrices que contienen a las corrientes obtenidas del sistema. Fuente Propia.**

206 En la Figura 5, podemos verificar el procedimiento experimental para obtener las
 207 corrientes de manera física. Donde con ayuda de un multímetro se verificaron los
 208 valores de resistencia óhmica para cada elemento, la corriente que pasa en cada malla
 209 así como los voltajes de cada resistencia y el voltaje de salida del circuito que son
 210 valores fundamentales para ver el comportamiento del circuito eléctrico.



211
 212 **Figura 5. Medición de las corrientes con multímetro. Fuente Propia.**

213 En la Figura 6, se obtuvieron los resultados mediante el software Multisim para verificar
 214 y comparar con los resultados teóricos y prácticos.



215
 216 **Figura 6. Resultados de las corrientes obtenidos por el software Multisim. Fuente Propia.**

217 La propuesta realizada tiene la intención de dar a conocer una estrategia para aplicar
 218 los conceptos y herramientas vistas en el curso de Álgebra, pues, es de importancia
 219 ver los resultados que nos brinda la materia para analizar y reflexionar acerca de

220 problemas concretos de cualquier índole. El trabajo expuesto se basó en establecer la
221 relación del Álgebra con el cálculo del valor de la intensidad de corriente de un circuito
222 eléctrico conformado por un conjunto de resistencias.

223

224 **4. Conclusiones**

225

226 Al darnos cuenta de nuestro alrededor, actualmente el Álgebra se ha constituido como
227 una teoría matemática de generalizaciones y nuevos métodos de análisis, además se
228 ha convertido en un elemento trascendente en diversos campos de la industria y la
229 investigación. El proyecto realizado fue hecho con la intención de dar a conocer una
230 forma de aplicar los conceptos y herramientas vistas en el curso de Álgebra, pues, es
231 de importancia ver los resultados que nos brinda la materia para analizar y reflexionar
232 acerca de problemas concretos de cualquier índole. El trabajo expuesto se basó en
233 establecer la relación del Álgebra con el cálculo del valor de la intensidad de corriente
234 de un circuito eléctrico conformado por un conjunto de resistencias. Ya que de acuerdo
235 a las observaciones y exploraciones en la literatura que hicimos era posible crear un
236 modelo matemático a través de un planteamiento matricial para la obtención de dichas
237 intensidades de corriente en un circuito eléctrico determinado. Con apoyo de las leyes
238 enunciadas por Gustav R. Kirchhoff en el año de 1845, fue posible determinar una
239 serie de ecuaciones para un prototipo que se propuso en un circuito elaborado con 6
240 mallas ocupando diferentes resistencias, basándonos en que la suma de las caídas de
241 voltaje, resistencia e intensidad de corriente en una dirección a lo largo de un circuito
242 es igual a la suma algebraica de las fuentes de voltaje existentes en la misma dirección
243 alrededor del circuito. Una parte que engrandeció el proyecto fue validar los resultados
244 obtenidos analíticamente que se consiguieron reduciendo la matriz final, con los
245 conocimientos previos del manejo de un artefacto computacional tal es el caso del
246 software NI Multisim, que permite crear una simulación de los circuitos eléctricos y
247 calcular las intensidades de corriente. Finalmente queremos mencionar que los
248 resultados arrojados en el proyecto fueron de satisfacción por el empeño invertido,
249 logrando los objetivos esperados donde se muestra una aplicación concreta y factible.

250

251 **5. Índice de referencias**

252

253 Libros

- 254 • Ilany, B., & Margolin, B. (2010). Language and mathematics: Bridging between
255 natural language and mathematical language in solving problems in
256 mathematics. *Creative Education*, 138-148.
- 257 • Kashefi, H., Yusof , Y., & Ismail, Z. (2010). Obstacles in the Learning of Two-
258 variable Functions through Mathematical Thinking Approach . *Procedia Social
259 and Behavioral Sciences*, 173-180.
- 260 • Fridman, L. (1995). *Metodología para resolver problemas de matemáticas*,
261 Grupo Editorial Iberoamérica, 194 páginas.

262 Tesis

- 263 • Paucar, E. (2015). *Matrices en la Ingeniería*. Tesis de Ingeniería. Cusco, Perú.

264

265

266 Revistas

- 267 • Duval R. (1994). Gráficas y Ecuaciones: Articulación de dos registros. *Antología de Educación Matemática*. DME. México.

268

- 269 • Duval R. (1998). *Registro de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento*. En Hitt, F. (Ed.), *Investigaciones en Educación Matemática II* (pp. 173- 201). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

270

- 271 • Duval R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano, Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Universidad del Valle, Instituto de Educación Matemática. Colombia.

272

- 273 • NTCM. (2008). *National Council of Teacher of Mathematics*. Estados Unidos.

274

- 275 • Polya G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas* [título original: How To Solve It?]. México: Trillas. 215 pp. Entre ciencias: Diálogos en la Sociedad del Conocimiento, 3(8), 419-420. [fecha de Consulta 7 de marzo de 2021]. ISSN: disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=4576/457644946012>.

276

277

278

279

280

281

282

283

284

USO DEL CÁLCULO SIMBÓLICO PARA EXPLICAR EL ÁREA ENTRE CURVAS

José Juan Contreras Espinosa^{1*}, Iván Noé Mata Vargas² y José Luz Hernández Castillo³

^{1,2,3} Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. Campo Cuatro Km 2.5 carretera Cuautitlán–Teoloyucan, Col. San Sebastián Xhala Cuautitlán Izcalli, Estado de México. CP. 54714.

IN-POSM118

Resumen

Las integrales indefinidas y definidas son consideradas un tópico matemático central en los cursos de cálculo diferencial e integral y en la universidad. En este trabajo se realiza una propuesta para la enseñanza del área entre dos curvas con cálculo diferencial e integral mediante el análisis gráfico y analítico del cálculo de la integral definida en el contexto del nivel medio superior con la utilización del programa de cálculo simbólico Maple. Las bondades visuales del mismo son un recurso didáctico que permite a los estudiantes universitarios apropiarse del concepto en estudio.

Las tendencias actuales en la enseñanza de las matemáticas han destacado la importancia del uso de las TIC (Tecnologías de la Información y la Comunicación) como un medio que permite cambiar los métodos de enseñanza, integrar distintas herramientas tecnológicas posibilita el aprendizaje de los temas del cálculo diferencial e integral de gran dificultad para los estudiantes.

La finalidad de este trabajo es ver cómo el uso de la tecnología ayuda en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Finalmente, se muestra un ejemplo donde se utiliza el programa de cálculo simbólico de ambiente Maple en un problema de área entre dos curvas aplicando cálculo de una variable.

Palabras clave: área, cálculo, integral, software, educativo, enseñanza.

1. Introducción

El cálculo siempre ha sido considerado un tema difícil de enseñar, a la vez que complicado (Camacho Machín y Depool Rivero, 2003).

El uso de la tecnología ha generado cambios sustanciales en la forma como los estudiantes aprenden matemáticas, y se ha constituido en una poderosa herramienta para que los estudiantes logren crear diferentes representaciones de ciertas tareas y sirve como un medio para que formulen sus propias preguntas o problemas (ejercicios propuestos por el usuario), lo que constituye un importante aspecto en el aprendizaje de las matemáticas. (García, Álvarez, Hernández y Barrera, 2016).

^{1*} José Juan Contreras Espinosa. E-mail: jjuancon@unam.mx Tel.55-56-23-18-81.

44 La integración de las TIC en el proceso enseñanza-aprendizaje incluye el desarrollo
45 de competencias, uso del conocimiento previo para generar nuevos conocimientos,
46 desarrollo de destrezas y habilidades de investigación y acceso a tecnologías,
47 formación de criterio analítico, crítico y toma de decisiones, evaluación de su
48 implementación y de pares, compromiso para el trabajo en equipo, habilidad para
49 desarrollar e interpretar resultados (analíticos y gráficos), modelos matemáticos y
50 comprensión de conceptos abstractos a partir de casos particulares.

51

52 El uso de las TIC trae consigo algunas limitaciones que deben considerarse durante
53 su implementación, lo cual plantea como reto para el docente el crear conciencia
54 de que las herramientas tecnológicas no resuelven por sí solas todos los problemas
55 en matemáticas, sino que facilitan la comprensión, desarrollo de aplicaciones y la
56 solución de problemas de alta complejidad que sin el uso de herramientas
57 computacionales serían sumamente difíciles de analizar (Molina Mora, 2016).

58

59

60 2. Metodología o desarrollo.

61

62 El programa de cálculo simbólico que se usa en este trabajo es el software
63 matemático Maple 2018. Se desarrolla un problema similar a los que los estudiantes
64 ven en el aula a fin de exponer los resultados de aplicación de esta secuencia
65 didáctica.

66

67 2.1 Aplicando área entre dos curvas, a través de cálculo diferencial e integral.
68 Determinar el área en el primer cuadrante limitada por las curvas $y = \sin(x)$ y

$$69 y = \frac{2}{\pi}x.$$

70

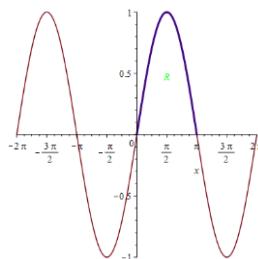
71 2.1.1 Solución analítica y gráficamente con el apoyo de Maple.

72

73 La Figura 1 muestra la gráfica de la función seno, $x \in [-2\pi, 2\pi]$ en los cuatro
74 cuadrantes. Se resalta la región a estudiar, $x \in [0, \pi]$, en color azul.

75

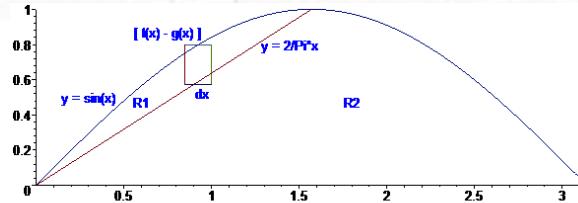
```
76 > restart:with(plots):  
77 > p1:=plot(sin(x),x=0..Pi,color=blue,thickness=[3,1]):  
78 > p2:=plot(sin(x)):  
79 > p3:=textplot([1.6,0.47,R],color=green):  
80 > display(p1,p2,p3);
```



81
 82 **Figura 1. Representación gráfica de la función $y = \sin(x)$ y la región R .**
 83

84 La Figura 2 muestra la gráfica (de ambas funciones, $f(x) > g(x)$) en el intervalo dado,
 85 con el fin de visualizar la región indicada en estudio o región por encima de $g(x)$.
 86 Además, se indica el elemento de área (un rectángulo vertical, que barre de
 87 izquierda a derecha, de base dx y altura $f(x) - g(x)$) de donde $dA_x = [f(x) - g(x)]dx$.
 88

```
89 > restart:with(plots):
90 > f:=x->sin(x):g:=x->2/Pi*x:
91 > p1:=plot({f(x),g(x)},x=0..Pi,scaling=constrained):
92 > p2:=plot([[0.85,.57],[0.85,.8],[.85,.57],[1,.57],[[1,.57],[1,.8]],[[1,.8],[.85,.8]]]):
93 > p3:=textplot([[0.3,0.5,y=f(x)], [1.45,0.8,y=g(x)], [0.6,0.47,R1], [1.8,0.47,R2], [.75,.87,"[ f(x) - g(x) ]"], [0.95,
94 0.52,dx]],color=blue):
95 > display(p1,p2,p3);
```



96
 97 **Figura 2. La región $R1$ con un rectángulo vertical típico de aproximación.**
 98

99 Se calculan los puntos de intersección de las curvas para determinar los límites de
 100 integración.

```
101
102 > solve({y=sin(x),y=2/Pi*x});
103 > evalf(%);
104 > fsolve({y=sin(x),y=2/Pi*x});
```

105
 106 Los puntos de intersección son: $P(0,0)$ y $Q(\frac{\pi}{2}, 1)$. Los límites de integración en el

107 intervalo $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ son $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$. Teniendo en cuenta que $f(x) > g(x)$.

108
 109 2.1.2 Solución empleando las librerías correspondientes del programa de cálculo
 110 simbólico Maple.

111
 112 **Forma uno.** Integrando respecto al eje x , como sigue abajo. Con rectángulos
 113 verticales.

```

114
115 > restart:
116 > f:=sin(x):g:=2/Pi*x:
117 > Ax=Int(['f(x)-g(x)'],x=a..b);
118 > Int([f-g],x=0..Pi/2)=int(f-g,x=0..Pi/2);
119 > lhs(%)=evalf(rhs(%));
120 > Ax=(1-Pi/4)*u^2;
121
122 El área respecto al eje  $x$  es de 0.2146 unidades cuadradas o de superficie.
123
124 Forma dos. Integrando respecto al eje  $y$ , como sigue abajo. Se hace con
125 rectángulos horizontales. Queda lo mismo, es más fácil integrar
126 respecto al eje  $x$ .
127
128 Se despeja  $x$  en ambas funciones, los límites de integración son:  $c = 0$ ,  $d = 1$  para
129  $y \in [0,1]$ . Ver puntos de intersección.
130

```

```

131 > restart:
132 > f:=y=sin(x):g:=y=2/Pi*x:
133 > x=solve(f,x);x=solve(g,x);
134 > finv:=arcsin(y):ginv:=1/2*Pi*y:
135 > Ay=Int(['g(y)-f(y)'],x=c..d);
136 > Int([ginv-finv],y=0..1)=int(ginv-finv,y=0..1);
137 > lhs(%)=evalf(rhs(%));
138 > Ay=(1-Pi/4)*u^2;
139

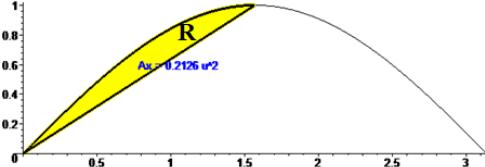
```

140 En la Figura 3 se grafica e ilumina el área correspondiente de color amarillo.

```

141
142 > restart:with(plots):
143 > f:=x->sin(x):g:=x->2/Pi*x:a:=0:b:=Pi/2:
144 > p1:=plot(f(x),x=0..Pi,color=black):
145 > plotfg:=plot([f(x),g(x)],x=a..b,thickness=3,color=black):
146 > region1:=implicitplot(0,x=a..b,y=f(x)..g(x),color=yellow,thickness=5):
147 > p2:=textplot([1.05,0.6,"Ax = 0.2126 u^2"],color=blue):
148 > display(plotfg,region1,p1,p2,scaling=constrained);

```



149
 150 **Figura 3. Gráfica del área común de las funciones $y = \sin(x)$, $y = (2/\pi)x$ y la región R .**

```

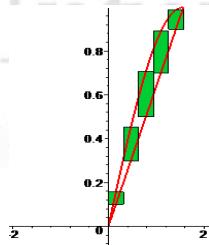
151
152 > # Animación 1. Animando el área de la región con rectángulos verticales.
153 > betweenbox:=proc(f,g,a,b,n)
154 local a1,b1,k,i,j,P,B,A;
155 with(plottools):
156 a1:=evalf(a):b1:=evalf(b):
157 k:=(b1-a1)/n:

```

```

158 for i in [seq(j,j=0..n-1)] do
159 P[i,n]:=POLYGONS([[a1+k*i,g(a1+k/2+k*i)],[a1+k*i,f(a1+k/2+k*i)],[a1+k*(i+1),f(a1+k/2+k*i)],od:
160 B[n]:=PLOT(seq(P[i,n],i=0..n-1),COLOR(RGB,0.,8.,2)):
161 A:=plot({f(x),g(x),[[a1,f(a1)],[a1,g(a1)],[[b1,f(b1)],[b1,g(b1)]]},x=a1..b1,colour=red,scaling=constrained,thickness=2,labels=[" "," "]):
162 display({A,B[n]});end:
163 > f:=x->sin(x):g:=x->2/Pi*x:a:=0:b:=Pi/2:n:=10:
164
165
166
167 Usando el comando polygons de la biblioteca plottools, las estructuras de
168 rectángulos individuales se construyen y ensamblan. Estos se representan
169 gráficamente usando el comando animation de la librería plots (ver Figura 4).
170
171 > L:=[5,10,20,40,60,80,100]: # El primer valor 5 es el número inicial de rectángulos.
172 > for n in L do BB[n]:=betweenbox(f,g,a,b,n): od:
173 > p1:=plot(sin(x),x):
174 > p2:=display([seq(BB[n],n=L)],insequence=true,scaling= unconstrained):
175 > display(p1,p2);

```



```

176
177 Figura 4. Área común de las funciones  $y = \sin(x)$ ,  $y = (2/\pi)x$ 
178

```

179 **2.2.** Calcular el área limitada por las curvas $f(x) = \sin(x)$, $g(x) = \frac{2}{\pi} x$ y el eje x . En el
 180 primer cuadrante.

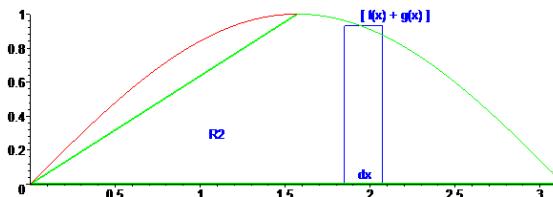
181
 182 Solución.

183 La Figura 5 muestra la gráfica en el intervalo dado (primer cuadrante), con el fin de
 184 visualizar la región en estudio. Además se indica el elemento de área (un rectángulo
 185 vertical en $f(x)$, que barre el área solicitada, de izquierda a derecha, de base dx y
 186 altura $f(x)$ o $g(x)$) de donde: $A_1 x = g(x)dx$, $A_2 x = f(x)dx$; $A_t x = A_1 x + A_2 x = g(x)dx +$
 187 $f(x)dx$.

```

188
189 > restart:with(plots):
190 > f:=x->sin(x):g:=x->2/Pi*x:
191 > p1:=plot(f(x),x=Pi/2..Pi,color=green):
192 >p2:=plot([f(x),g(x),0],x=0..Pi,0..1,color=[red,green,green],thickness=[1,2,3],scaling= constrained):
193 > p3:=textplot([[1.1,0.3,R2],[1.97,0.06,dx],[2.15,1,"[ f(x) + g(x) ]"]],color=blue):
194 >p4:=plot([ [ [2.07,0],[2.07,f(1.2)]],[[1.85,0],[1.85,f(1.2)]],[[2.07,f(1.2)],[1.85,f(1.2)]]], color = blue):
195 > display(p1,p2,p3,p4);
196

```



197
198

Figura 5. Gráfica del área común de las funciones $y = \sin(x)$, $y = (2/\pi)x$ y la región $R2$.

199 Se calculan los puntos de intersección de las curvas para determinar los límites de
200 integración. Como se ve gráficamente la región es la limitada por las relaciones de
201 color verde.

202

```
> solve({y=sin(x),y=2/Pi*x});  
> evalf(%);  
> fsolve({y=sin(x),y=2/Pi*x});
```

206

207 Los puntos de intersección son: $P(0,0)$ y $Q(\frac{\pi}{2}, 1)$. Los límites de integración en el
208 intervalo $x \in [0, \pi]$ son $x_1 = 0$, $x_2 = \pi/2$ y $x_3 = \pi/2$, $x_4 = \pi$. Teniendo en cuenta que
209 $f(x)$ se extiende hasta $x = \pi$.

210

```
> restart:  
> f:=sin(x):g:=2/Pi*x:  
> A[t]*x=Int('g(x)',x=a..b)+Int('f(x)',x=b..c); # Donde a = 0, b=Pi/2, c = Pi.  
> Int(g,x=0..Pi/2)+Int(f,x=Pi/2..Pi)=int(g,x=0..Pi/2)+int(f,x=Pi/2..Pi);  
> lhs(%)=evalf(rhs(%));  
> A[t]*x=(Pi/4+1)*u^2;
```

217

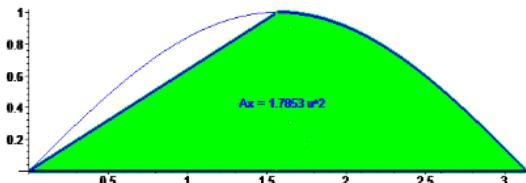
218 El área respecto al eje x es de 1.7853 unidades cuadradas o de superficie.

219

220 En la Figura 6 se grafica e ilumina el área correspondiente de color verde.

221

```
> restart:with(plots):  
> f:=x->sin(x):g:=x->0:a:=Pi/2:b:=Pi:  
> p1:=plot(f(x),x=0..Pi,color=blue):  
> plotfg:=plot([f(x),g(x)],x=a..b,thickness=3,color=blue):  
> region1:=implicitplot(0,x=a..b,y=f(x)..g(x),color=green,thickness=5):  
> p2:=display(plotfg,region1,p1,scaling=constrained):  
> f:=x->0:g:=x->2/Pi*x:a:=0:b:=Pi/2:  
> plotfg:=plot([f(x),g(x)],x=a..b,thickness=3,color=blue):  
> region1:=implicitplot(0,x=a..b,y=f(x)..g(x),color=green,thickness=5):  
> p3:=display(plotfg,region1,p1,scaling=constrained):  
> p4:=textplot([1.6,0.43,"Ax = 1.7853 u^2"],color=blue):  
> display(p2,p3,p4);
```



234
 235 **Figura 6. Graficando e iluminando el área común de las funciones $y = \sin(x)$, $y = (2/\pi)x$**
 236

237 > # Animación 2. Animando el área de la región con rectángulos verticales
 238 > restart:with(plots):
 239 > betweenbox:=proc(f,g,a,b,n)
 240 local a1,b1,k,i,j,P,B,A;
 241 with(plottools):
 242 a1:=evalf(a):b1:=evalf(b):
 243 k:=(b1-a1)/n:
 244 for i in [seq(j,j=0..n-1)] do
 245 P[i,n]:=POLYGONS([[a1+k*i,g(a1+k/2+k*i)],[a1+k*i,f(a1+k/2+k*i)],[a1+k*(i+1),f(a1+k/2+k*i)],[a1+k*(i+1),g(a1+k/2+k*i)]]);od:
 246 B[n]:=PLOT(seq(P[i,n],i=0..n-1),COLOR(RGB,0,.8,.2)):
 247 A:=plot({f(x),g(x),[a1,f(a1)],[a1,g(a1)],[b1,f(b1)],[b1,g(b1)]},x=a1..b1,colour=red,scaling=constrained,thickness=2,labels=[" ", " "]):
 248 display({A,B[n]});end:
 249 > f:=x->0:g:=x->2/Pi*x:a:=0:b:=Pi/2:n:=10:
 250
 251

252 Usando el comando *polygons* de la biblioteca *plottools*, las estructuras de
 253 rectángulos individuales se construyen y ensamblan. Estos se representan
 254 gráficamente usando el comando *animation* de la librería *plots*.
 255

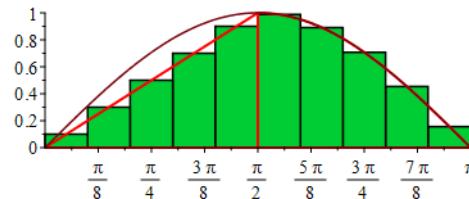
256 > L:=[5,10,20,40,60,80,100]: # El primer valor 5 es el número inicial de rectángulos.
 257 > for n in L do BB[n]:=betweenbox(f,g,a,b,n): od:
 258 > d1:=display([seq(BB[n],n=L)],insequence=true,scaling=constrained):
 259 Tres.
 260 > betweenbox:=proc(f,g,a,b,n)
 261 local a1,b1,k,i,j,P,B,A;
 262 with(plottools):
 263 a1:=evalf(a):b1:=evalf(b):
 264 k:=(b1-a1)/n:
 265 for i in [seq(j,j=0..n-1)] do
 266 P[i,n]:=POLYGONS([[a1+k*i,g(a1+k/2+k*i)],[a1+k*i,f(a1+k/2+k*i)],[a1+k*(i+1),f(a1+k/2+k*i)],[a1+k*(i+1),g(a1+k/2+k*i)]]);od:
 267 B[n]:=PLOT(seq(P[i,n],i=0..n-1),COLOR(RGB,0,.8,.2)):
 268 A:=plot({f(x),g(x),[a1,f(a1)],[a1,g(a1)],[b1,f(b1)],[b1,g(b1)]},x=a1..b1,colour=red,scaling=constrained,thickness=2,labels=[" ", " "]):
 269 display({A,B[n]});end:
 270 > f:=x->sin(x):g:=x->0:a:=Pi/2:b:=Pi:n:=10:
 271

272 Usando el comando *polygons* de la biblioteca *plottools*, las estructuras de
 273 rectángulos individuales se construyen y ensamblan. Estos se representan
 274 gráficamente usando el comando *animation* de la librería *plots* (ver Figura 7).
 275

```

279 > L:=[5,10,20,40,60,80,100]: # El primer valor 5 es el número inicial de rectángulos.
280 > for n in L do BB[n]:=betweenbox(f,g,a,b,n): od:
281 > d2:=display([seq(BB[n],n=L)],insequence=true,scaling=constrained):
282 > d3:=plot(sin(x),x=0..Pi):
283 > display(d2,d1,d3,view=[0..Pi,0..1]);

```



284
 285 **Figura 7. Área común de las funciones $y = \sin(x)$, $y = (2/\pi)x$. Aplicando el método de rectángulos**
 286 **terminales medios (punto medio).** La función corta a todos los rectángulos
 287 **verticales en la parte terminal, superior media.**

288 3. Conclusiones

291 La realización de este tipo de actividades ofrece una alternativa para la enseñanza
 292 y el aprendizaje de las matemáticas en el contexto que incluyen las tendencias
 293 tecnológicas en las que se desenvuelven los estudiantes, sus conocimientos
 294 previos y el uso de los nuevos, para estudiar las aplicaciones y los modelos
 295 matemáticos. La realización de este tipo de ejercicios muestra cómo la visualización
 296 de elementos básicos de programación, cálculos y modelos matemáticos entre
 297 otros, pueden ser usados para favorecer el proceso enseñanza-aprendizaje del
 298 cálculo diferencial e integral.

299
 300 Finalmente, de acuerdo a las sumas de Riemann existen tres formas básicas para
 301 calcular el área (rectángulos terminales izquierdos o inferiores, rectángulos
 302 terminales medios y rectángulos terminales derechos o superiores). Se recomienda
 303 ampliamente usar la técnica de rectángulos terminales medios (punto medio) ya
 304 que con estos se compensan los errores (a la izquierda y a la derecha) muy rápido
 305 y se llega al resultado correcto con mayor rapidez que con los izquierdos o
 306 derechos.

307 308 4. Índice de referencias

- 310 • Camacho Machín, M. y Depool Rivero, R. (2003). Un estudio gráfico y numérico del
 311 cálculo de la integral definida utilizando el Programa de Cálculo Simbólico (PCS)
 312 DERIVE. *Educación Matemática*, 15(3), 119-140.
- 313 • García, L., Álvarez, A., Hernández, R. y Barrera, J. (2016). WxMaxima en la
 314 enseñanza de las Matemáticas. Caso de las sumas de Riemann. *Revista de*
 315 *Sistemas y Gestión Educativa*, 3(9), 20-26.

- 316 • Molina Mora, J. A. (2016). Experiencia de la integración de las TICs para la
317 enseñanza y aprendizaje del Cálculo II. *Revista Iberoamericana de Educación en*
318 *Tecnología y Tecnología en Educación*, 18, 85-100.

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

CÁLCULO DE LA LONGITUD DE ARCO MEDIANTE LA INTEGRAL DEFINIDA USANDO LAS NUEVAS TECNOLOGÍAS.

José Juan Contreras Espinosa^{1*}, Iván Noé Mata Vargas³ y José Luz Hernández Castillo⁴

^{2,3,4} Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán.
Campo Cuatro Km 2.5 carretera Cuautitlán–Teoloyucan, Col. San Sebastián Xhala Cuautitlán Izcalli, Estado de México. CP. 54714

EN-POSM119

Resumen

En la enseñanza de la Ingeniería, las matemáticas juegan un papel fundamental y en particular el Cálculo Diferencial e Integral ya que los conocimientos adquiridos serán usados en otras asignaturas de la misma área como Cálculo Vectorial, Ecuaciones Diferenciales, Probabilidad y Estadística, del área de Física y otras del área de Ingeniería e Ingeniería Aplicada.

El Personal académico que imparte esta asignatura en la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán para la carrera de Ingeniero Mecánico Electricista, Ingeniero Industrial e Ingeniero en Telecomunicaciones Sistemas y Electrónica, encontró una modalidad apoyada en el software matemático para resolver algunos problemas haciendo énfasis en la longitud de arco como una de las aplicaciones de la integral definida y buscando que la interpretación geométrica de la longitud de arco a través de la integral definida se pueda entender con mayor claridad.

En este trabajo se utilizó el software matemático con el Ambiente Maple en donde se ejemplifica el cálculo de la longitud de arco, mostrando la enésima aproximación al valor real de la longitud de arco de una curva, real de variable real, en un intervalo de su dominio donde esta sea diferenciable.

Palabras clave: longitud, arco, *cálculo, integral, software, educativo*.

ANTECEDENTES

En la enseñanza de las aplicaciones del Cálculo Integral, una de las que más destaca es el cálculo de longitud de arco, dicho tema principalmente era y en algunos casos es cubierto con el apoyo de gráficas en láminas, acetatos, diapositivas o directamente en el pizarrón, en donde se mostraban las gráficas dividiendo la curva en una pequeña cantidad de triángulos rectángulos hasta una cantidad muy amplia (dichos triángulos tienden a infinito, la hipotenusa de estos triángulos tiende a cero) haciendo la suma de ellos de forma manual o con la suma también a través del Cálculo Integral, se encuentra la longitud de arco.

^{1*}José Juan Contreras Espinosa. E-mail: jjuancon@unam.mx Tel.55-56-23-18-81.

44

45 **OBJETIVO**

46

47 Dar a conocer cómo se lleva a cabo el cálculo de la longitud de arco en el espacio
48 cartesiano bidimensional con el uso las nuevas tecnologías.

49

50 **DESARROLLO DE LA PRESENTACIÓN**

51

52 En el presente trabajo se desea encontrar la longitud de arco de una curva, limitada
53 por un intervalo de su dominio, donde esta es diferenciable, que coincide con el eje de
54 las abscisas; se presenta la solución de varias formas para encontrar la longitud de
55 manera aproximada, se divide en n triángulos rectángulos y colocándolos en distintas
56 posiciones, para posteriormente calcularla con una mayor precisión y comparar con
57 los resultados previos para concluir de qué forma se tiene el menor error; todas las
58 soluciones se encuentran a través de un proceso analítico apoyándose del software
59 matemático maple. Por último, se hace la demostración gráfica con una animación
60 para el cálculo de la longitud correspondiente a través del mismo software.

61

62 Dada la relación $x^2 + y^2 = 9$, aplicando la integral definida calcular:

63

64 El perímetro con respecto al eje x .

65

66 **Solución.**

67

68 Cálculo de la longitud de arco de forma manual.

69

70 Datos.

71

72 Se trata de una circunferencia con centro en el origen $c(0,0)$ y radio $r = 3$.

73

74 Se determina el dominio de la relación original.

75

76 Se despeja y en la relación $x^2 + y^2 = 9$.

77

$$78 \quad y^2 = 9 - x^2 \Leftrightarrow y = \pm\sqrt{9 - x^2} \Leftrightarrow y = +\sqrt{9 - x^2}$$

79

80 Se resuelve una desigualdad mayor o igual que cero formada por todo el radicando o
81 valor subradical. Debido a que el despeje de y es una función irracional de índice par
82 (2).

83

$$84 \quad 9 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow (3 + x)(3 - x) \geq 0$$

85



86 $\left\{ \begin{array}{l} 3+x \geq 0 \text{ y } 3-x \geq 0 \\ 3+x \leq 0 \text{ y } 3-x \leq 0 \end{array} \right. \text{ o } \sim \left\{ \begin{array}{l} x \geq -3 \text{ y } -x \geq -3 \\ x \leq -3 \text{ y } -x \leq -3 \end{array} \right. \text{ o } \sim \left\{ \begin{array}{l} x \geq -3 \text{ y } x \leq 3 \\ x \leq -3 \text{ y } x \geq 3 \end{array} \right. \text{ o }$

87

88 Sol1 = $x \in [-3, 3]$, Sol2 = $x \in \{ \}$; Solg = Sol1 \cup Sol2 = $[-3, 3] \cup \emptyset = x \in [-3, 3]$

89

90 Dominio = $x \in [-3, 3]$

91

92 Como la relación es simétrica al origen de coordenadas se integra de 0 a 3 (o de 0 a r)
 93 y el resultado se multiplica por 4.

94

95 Se obtiene la derivada de $y = +\sqrt{9-x^2}$.

96

97 $y' = \frac{d}{dx}(9-x^2) = \frac{d}{dx}(9) - \frac{d}{dx}(x^2) = \frac{0-2x}{2\sqrt{9-x^2}} = \frac{-2x}{2\sqrt{9-x^2}} = -\frac{x}{\sqrt{9-x^2}}$

98

99 Se integra con la fórmula. $L_x = \int_a^b \sqrt{1+[f'(x)]^2} dx; y' = -\frac{x}{\sqrt{9-x^2}}; a = 0, b = r = 3$

100 $L_x = 4 \int_0^3 \sqrt{1+\left(-\frac{x}{\sqrt{9-x^2}}\right)^2} dx = 4 \int_0^3 \sqrt{1+\frac{x^2}{9-x^2}} dx = 4 \int_0^3 \sqrt{\frac{9-x^2+x^2}{9-x^2}} dx = 4 \int_0^3 \sqrt{\frac{9}{9-x^2}} dx = 4 \int_0^3 \frac{3}{\sqrt{9-x^2}} dx$

101

102 $L_x = 12 \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}} = 12 \arcsen(x/3) \Big|_0^3 = 12[\arcsen(3/3) - \arcsen(0/3)] = 12[\arcsen(1) - \arcsen(0)]$

103

104 $L_x = 12 \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}} = 12(\pi/2 - 0) = 12(\pi/2) = 6\pi \text{ ul, (ul unidades lineales o de longitud).}$

105

106

107

108

109

110

111

112

Ahora con maple

113

[> Px:=4*Int(sqrt(1+diff(f(x),x)^2),x=0..3);

115

$$116 \quad Px := 4 \int_0^3 \sqrt{1 + \frac{x^2}{9-x^2}} dx$$

117 [> 'Px'=simplify(% ,symbolic);

$$118 \quad Px = 12 \int_0^3 \frac{1}{\sqrt{9-x^2}} dx$$

119 [> 'Px'=value(rhs(%));

120

121 $Px = 6\pi$

122 [> 's'=evalf(rhs(%));

123

124 $s = 18.84955592$

125 Cálculo de la longitud de arco (perímetro) con los comandos directos de maple.

126

127 [> 4*ArcLength(f(x),x=0..3,output=integral);

128

$$129 \quad 4 \int_0^3 \frac{3}{\sqrt{9-x^2}} dx$$

130 [> sx=value(%);

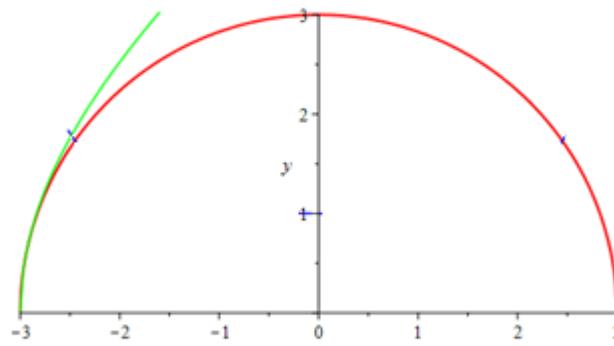
131

132 $sx = 6\pi$

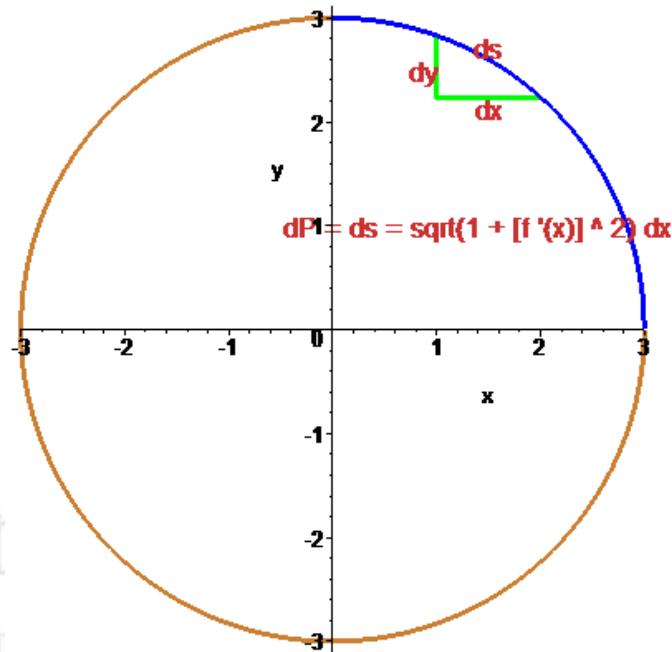
133 [> ArcLength(f(x),x=-3..3,functionoptions=[thickness=2],

134 integrandoptions=[linestyle=dash],view=[-3..3,-3..3],output=plot,
 135 scaling=constrained);

Gráfica completa de la longitud de arco.



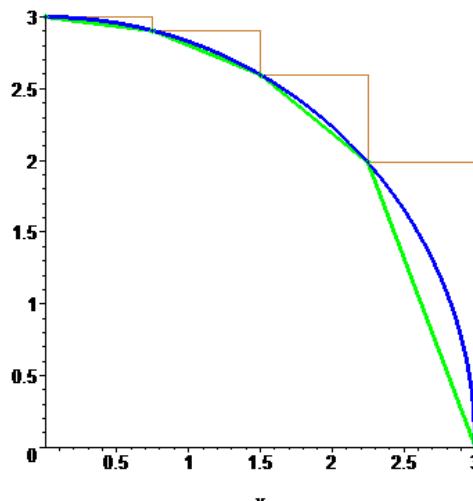
136
 137 $[> \text{restart}:\text{with}(\text{plots}):\text{with}(\text{Student}[\text{Calculus1}]):$
 138 $[> f:=x\rightarrow\sqrt{9-x^2}:g:=x\rightarrow-\sqrt{9-x^2}:$
 139 $[> a:=-3:b:=3:$
 140
 141 Perímetro limitado por $x^2 + y^2 = 9$, respecto al eje x. $P_x = 6 \pi = 18.8495 \text{ ul.}$
 142
 143 En seguida se ilumina e indica el elemento de perímetro o longitud de arco
 144 $ds = \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$; ds es la diferencial de perímetro o arco, $p_x = 2\pi r$, dos pi por radio
 145 (largo), ds tiende a cero, es el largo de los infinitos segmentos de recta. Ver figura que
 146 sigue. $(ds)^2 = (dx)^2 + (dy)^2$.
 147
 148 $[> p1:=\text{plot}(\{f(x),g(x)\},x=a..b,\text{labels}=[x,y],\text{scaling}=\text{constrained},$
 149 $\text{color}=\text{gold},\text{thickness}=3):$ # Gráfica en 2D, para ver el perímetro.
 150 $[> p2:=\text{plot}([f(x),[[1,f(2)],[1,f(1)]],[[1,f(2)],[2,f(2)]]],x=0..b,$
 151 $\text{color}=[\text{blue},\text{green},\text{green}],\text{labels}=[x,y],\text{scaling}=\text{constrained},\text{thickness}=3):$
 152 $[> p3:=\text{textplot}([[1.5,f(1.26),ds],[0.88,2.5,dy],[1.5,2.13,dx],[1.4,1,"dP = ds = \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx"]],\text{color}=\text{orange},\text{font}=[\text{HELVETICA},13]):$
 153 $[> \text{display}(p2,p1,p3);$
 154
 155
 156 Gráfica y elemento de perímetro, el número de segmentos de recta (ds) tiende a infinito;
 157 ds, dx, dy tienden a cero.



AS DEL
onal
áticas

158
 159 Animación de la longitud de arco.
 160
 161 [> Ptriangulo:=display(plot([[1,1],[3,6]],style=point,color=gold),
 162 plot([[1,1],[3,6]],linestyle=DOT,color=gold),plot([[1,1],[3,1],[3,6]],color=gold),textplot([1,1,"
 163 A"],
 164 align={below,left}),textplot([3,6.04,"B"],align={ above,right }),textplot([2.2,0.95,"dx"],align
 165 ={below }),textplot([[3.15,3.5,"dy"],[1.86,3.5,"ds"]]),scaling=constrained,axes=none,thickness
 166 =3):
 167 Longarcaprox:=proc(f,domain,N) local x,a,b,F,frames,LongarcaproxFrame; x,a,b:= lhs
 168 (domain), op(rhs(domain));if type(f, procedure) then F:=f else F:=unapply(f,x) end if;
 169 LongarcaproxFrame:= proc(F,a,b,N) local Xpt,XYpt,XY2pt,P0,P1,P2; Xpt:=[`\$`((b-a)*i/N,
 170 i=0..N)];XYpt:= [seq([X,F(X)], X=Xpt)]; XY2pt:=[seq (op([[Xpt[i], F(Xpt[i])],
 171 [Xpt[i+1],F(Xpt[i])]]),i=1..N),[Xpt[N+1],F(Xpt[N+1])]];P0:=plot(F(x),x=a..b,linestyle=1,lege
 172 nd="curve:C",thickness=3,color=blue);P1:=plot(`\$`(XYpt,2)],style=[point,line],color=green,l
 173 egend=["points","",""],thickness=3);P2:=plot(XY2pt,color=gold,legend="line
 174 segments",thickness=1);return display (P0,P1,P2,title=sprintf("Longitud de arco con una
 175 aproximación inicial de \n n = %a subintervalos.",N),titlefont=[HELVETICA,16]) end proc;if
 176 type(N,posint) then return LongarcaproxFrame(F,a,b,N) else frames:=
 177 seq(LongarcaproxFrame(F, a,b,n),n=N);return display ([frames],insequence=true) end if end
 178 proc:
 179 [> Ptriangulo: # Triángulo diferencial en color oro; dy, dx tienden a cero. La distancia ds
 180 también tiende a cero
 181 [> Longarcaprox(sqrt(9-x^2),x=0..3,[4,10,20,30,40,50,60,70]); # La animación inicia con 4
 182 triángulos siguen 10, 20, 30, 40, 50, 60 y 70, etc.

Longitud de arco con una aproximación inicia n = 4 subintervalos.



183
 184 La línea azul es $f(x)$, de color verde distancia entre puntos igual o distinta, de color oro
 185 triángulos o errores. Si el número de triángulos tiende a infinito las distancias entre
 186 puntos tiende a cero (coinciden con $f(x)$), el error tiende a cero. El resultado es la
 187 longitud de $f(x)$ en unidades lineales en este caso $x \in [-3,3]$. Longarco = $6\pi = 18.84 \text{ ul}$.

188
 189 **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**
 190

191 Por lo antes expuesto, el método o la forma más recomendada por su precisión es la
 192 señalada, tomando como base las sumas de Riemann. Donde el número triángulos
 193 rectángulos tienden a infinito mientras que el número de segmentos (hipotenusas)
 194 tienden a cero, coincidiendo con la curva.

195
 196 **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**
 197

- 198 • Thomas. (2015), Cálculo una variable. 13a Ed. México. Editorial Pearson.
- 199 • Zill G. Dennis, (2010), Cálculo con trascendentes tempranas 4^a Ed. México: Editorial
 200 Mc Graw Hill.
- 201 • Larson Ron Edwards Bruce H., Hostetler Robert P, (2010). Cálculo I, 9a Ed. México:
 202 Editorial Mc Graw Hill.
- 203 • Edwards and Penney. (2008). Cálculo con Trascendentes Tempranas. 7^a Edición,
 204 México: Editorial Pearson.
- 205 • Stewart J. (2008), Cálculo Trascendentes Tempranas. 4a Ed. México: Editorial
 206 CENGAGE.
- 207 • Purcell J. Edwin, (2007), Cálculo, 9^a Ed. México: Editorial Pearson Educación.
- 208 • <http://www.maplesoft.com>
- 209 • <https://www.wolfram.com/mathematica/>