



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLÁN
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS



MEMORIAS DEL Congreso Internacional

Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

ISSN 2448 - 7945

AÑO 4 - NÚMERO 1 - Mayo 2019

COMITÉ EDITORIAL

- Liana López pacheco
- Juan Carlos Axotla García
- Juan José Rico Castro
- Maricela Lara Martínez

2 y 3 de Mayo 2019



MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas



Memorias del Congreso Internacional Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas, Año 4, No. 1, mayo 2019 – abril 2020, es una publicación anual editada por la Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad Universitaria, Delegación Coyoacán, Ciudad de México, C.P. 04510, a través de la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, Carretera Cuautitlán – Teoloyucán km. 2.5, Col. San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcalli, Estado de México, C.P. 54714, Tel. (55) 56231961 y (55) 56231886, <http://congresomatematicas.cuautitlan2.unam.mx>, c_axotla@unam.mx. Editor responsable M. en I. Juan Carlos Axotla Gracia. Reserva de Derecho al uso Exclusivo No. 04-2016-080508273200-203. Otorgado por el Instituto Nacional del derecho de Autor, ISSN 24487945, ambos otorgados por el Instituto Nacional de derechos de Autor. Responsable de la última actualización de este número, Departamento de matemáticas de la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, Carretera Cuautitlán – Teoloyucán km. 2.5, Col. San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcalli Estado de México, C.P. 54715, fecha de la última modificación., 3 de mayo del 2019. Se autoriza la reproducción total o parcial de los textos aquí publicados siempre y cuando se cite la fuente completa y la dirección electrónica de la publicación.



A GRADECIMIENTOS

A LA UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO, por brindar la oportunidad de desarrollar el pensamiento crítico, analítico, creativo e innovador.

A LA FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLÁN, por todas las facilidades prestadas al buen desempeño del “Congreso Internacional sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas”.

A DIRECTOR, Mtro. Jorge Alfredo Cuéllar Ordaz, Director de la FES-Cuautitlán y al M. en P. Jorge Luis Rico Pérez, Coordinador General de Extensión Universitaria, por brindarnos su apoyo para la realización de este congreso

AL COMITÉ ORGANIZADOR, por sus valiosas sugerencias y por su esfuerzo conjunto para el éxito del evento.

A todos aquellos profesionales que enviaron y presentaron sus trabajos académicos y científicos y al grupo de alumnos y profesores que participaron en la realización de este congreso.

COMITÉ ORGANIZADOR



COMITÉ ARBITRAL

Comité evaluador científico nacional

- Dr. Armando Aguilar Márquez
- Dr. José Juan Contreras Espinosa
- Dra. Celina Elena Urrutia Vargas
- Dr. José Luz Hernández Castillo
- Dra. Nelly Rigaud Téllez
- Dr. Jorge Altamira Ibarra
- Dr. Julio Moisés Sánchez Barrera
- Ing. Juan Rafael Garibay Bermúdez
- Dr. Víctor Hugo Hernández Gómez
- Dr. Carlos Oropeza Legorreta
- Dr. Rogelio Ramos Carranza
- Dr. Valentín Roldan Vázquez
- Dra. Frida María León Rodríguez
- Dr. Omar García León
- M. en I. Miguel de Nazareth Pineda Becerril
- M. en I. Juan Carlos Axotla García
- Dra. Gloria Villanueva Aguilar
- M. en GTI. Leonel Gualberto López Salazar
- Ing. José Juan Rico Castro
- Dr. Iván Noé Mata Vargas
- M. en C. José Isaac Sánchez Guerra
- M. en CE. Domingo Márquez Ortega
- M. en I. Juan José García Ruiz
- Lic. Rosalba Nancy Rosas Fonseca
- F.M. Juana Castillo Padilla
- M. en A. Laura Mora Reyes
- M. en D. Silvia Guadalupe Canabal Cáceres

Comité evaluador científico internacional

- Dr. Ricardo Gaitán Lozano (Colombia)
- Dr. Italo Francisco Curcio (Brasil)
- Dra. Cecilia Crespo (Argentina)
- Mtro. Ricardo Enrique Valle Pereira (Venezuela)
- Dra. Dorenis Josefina Mota Villegas (Venezuela)



ÍNDICE

1. APLICACIÓN DEL ANÁLISIS FACTORIAL PARA LA VALIDACIÓN DE UN INSTRUMENTO. CASO PRÁCTICO
2. MODELACIÓN MATEMÁTICA DE LA EVOLUCIÓN DEL HOMICIDIO EN MÉXICO
3. RAZONAMIENTOS DE ESTUDIANTES DE BACHILLERATO CUANDO TRABAJAN CON INTERVALOS ALEATORIOS
4. ESTADÍSTICA SOBRE EL CONSUMO DEL CANNABIS EN LAS UNIVERSIDADES DE LA CDMX
5. NETFLIX Y EL RENDIMIENTO ACADÉMICO
6. ELEMENTOS QUE INFLUYEN EN LOS ASALTOS A ESTUDIANTES DE UPIITA
7. LA IMPORTANCIA DE LAS EMOCIONES EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS
8. INVESTIGACIÓN FORMATIVA EN EL CCH COMO HERRAMIENTA DEL PROCESO ENSEÑANZA – APRENDIZAJE.
9. RESULTADOS DE INVESTIGACIONES SOBRE ANSIEDAD MATEMÁTICA
10. EL PAPEL QUE SE LE ATRIBUYE A LAS MATEMÁTICAS EN LA ESCUELA
11. LAS DIFERENTES REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS DE LOS PRODUCTOS NOTABLES DESARROLLAN HABILIDADES DE PENSAMIENTO
12. ¿QUÉ MATEMÁTICAS SE ENSEÑAN EN LA ESCUELA NORMAL?
13. EMOCIONES DE ESTUDIANTES DE NIVEL MEDIO SUPERIOR DEL IPN EN LAS CLASES DE MATEMÁTICAS
14. EFICIENCIA COMPUTACIONAL DE MÉTODOS CLÁSICO Y DE MAYOR ORDEN DE CONVERGENCIA DE UNA RAÍZ SIMPLE
15. OBTENCIÓN DE LAS ECUACIONES QUE MINIMIZAN EL ERROR POR EL MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS
16. TIEMPO DE LOS FACTORES QUE AFECTAN A LOS ESTUDIANTES DE LA UPIITA
17. CICLOS DE LA MODELIZACIÓN COMO MANERAS DE MEJORAMIENTO DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS
18. APRENDIENDO MATEMÁTICAS HACIENDO INVESTIGACIÓN: UNA EXPERIENCIA CON ALUMNOS DE BACHILLERATO



19. MATERIALES DIDÁCTICOS PARA LA ENSEÑANZA DEL TEOREMA DE PITÁGORAS
20. MATEMÁTICAS Y ELECTROMAGNETISMO
21. ACTIVIDADES DE VARIACIÓN LINEAL, DEL LIBRO DE TEXTO DE PRIMER GRADO DE TELESECUNDARIA
22. APLICACIÓN DE LAS TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y COMUNICACIÓN AL APRENDIZAJE BASADO PROBLEMAS
23. USO DE SOFTWARE MATEMÁTICO EN EL CÁLCULO, VERIFICACIÓN Y VISUALIZACIÓN DE RAÍCES DE POLINOMIOS
24. IMPORTANCIA DE LA DEMOSTRACIÓN EN LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA
25. DISTINGUE LA RELACIÓN ENTRE LA PROBABILIDAD FRECUENCIAL Y CLÁSICA.
26. CICLO LÍMITE EN EL PLANO DE FASE DE SISTEMAS FÍSICOS NO LINEALES
27. ES POSIBLE PREDICIR LA TRAYECTORIA DE UN HURACÁN POR MEDIO DE UN ALGORITMO MATEMÁTICO
28. EL MODELO EXPONENCIAL EN FUNDICIÓN DE METALES
29. ESTUDIO DE LA RESISTENCIA AL IMPACTO DE ACERO MEDIANTE ÁLGEBRA
30. UNA ACTIVIDAD EXPERIMENTAL PARA ABORDAR ALGUNOS APRENDIZAJES DE ELECTROMAGNETISMO
31. IMPLEMENTACIÓN EN JAVASCRIPT PARA EL MODELADO Y DESARROLLO DE SISTEMAS BASADOS EN AGENTES
32. LAS TECNOLOGÍAS DE INFORMACIÓN Y EL MATERIAL DIDÁCTICO EN LA DOCENCIA
33. DISEÑO Y CÁLCULO DE UN SISTEMA DE ALUMBRADO MEDIANTE TECNOLOGÍA LED
34. LABORATORIOS VIRTUALES PARA PRÁCTICAS DE INGENIERÍA DE MATERIALES
35. DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UNA GALGA EXTENSIOMÉTRICA PARA UN OLEODUCTO DE PEMEX.
36. ROBÓTICA EDUCATIVA.
37. DESARROLLO DE PROTOTIPO DE ROBOT GESTICULADOR POR RECONOCIMIENTO DE VOZ
38. INFORMÁTICA, MANEJO DE DATOS Y R
39. IMPORTANCIA DE LA FORMA DE LÍNEA EN LA TÉCNICA ESPECTROSCÓPICA RESONANCIA FERROMAGNÉTICA

40. DIMENSIONAMIENTO DE UN REACTOR QUÍMICO PARA LA OBTENCIÓN DE UN PRODUCTO INTERMEDIO: OXACILINA
41. EFECTO DE LA ACTIVIDAD DOCENTE EN EL ENTENDIMIENTO DE IDEAS ALGEBRAICAS: TAREAS CON PATRONES
42. EL USO DE WOLFRAM ALPHA, COMO HERRAMIENTA DE APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS
43. ESTRATEGIAS INTERACTIVAS DE APRENDIZAJE DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO
44. RECURSOS INTERACTIVOS EN LA ENSEÑANZA PRÁCTICA DE MÉTODOS NUMÉRICOS
45. PERCEPCIÓN DE ESTUDIANTES DE UNA LICENCIATURA ACERCA DEL CONTRATO MORAL DE SUS DOCENTES
46. ACTIVIDADES DEL AULA DE MATEMÁTICAS COMO INVESTIGACIÓN EN LA RED LaTE MÉXICO
47. "LA HABILIDAD MATEMÁTICA Y SU INFLUENCIA EN LA EVALUACIÓN POR COMPETENCIAS."
48. BALANCE DE MATERIA, MEZCLA HEPTANO-OCTANO EN UN PLATO DE UNA COLUMNA DE RECTIFICACIÓN.
49. CINEMA TEMÁTICO
50. OBTENCIÓN DE DATOS POR LOS ALUMNOS, EXPERIENCIA DURANTE UN CURSO EMPLEANDO SOFTWARE ESTADÍSTICO
51. USO DE LECTURAS OBLIGATORIAS PARA LA ENSEÑANZA DEL CONTROL ESTADÍSTICO DE PROCESOS
52. UTILIDAD DE LA RECTA, FUNCIÓN DE LA ALIMENTACIÓN EN COLUMNA DE RECTIFICACIÓN
53. EXPERIENCIAS OBTENIDAS EN INTELIGENCIA DE NEGOCIOS USANDO FLIPPED CLASSROOM
54. PROPICIANDO LA ARGUMENTACIÓN EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS: EL CASO DE LA GEOMETRÍA EUCLIDIANA
55. ENSEÑANZA MATEMÁTICA DESDE LA PERSPECTIVA LINGÜÍSTICA CONDUcente A UN APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO Y EVALUACIÓN FORMATIVA
56. ACTIVIDAD LÚDICA PARA EL APRENDIZAJE DE LA ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD.
57. CURVAS ENVOLVENTES DE BÉZIER CON INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA
58. LA TRANSFORMACIÓN EN LA ESTRUCTURA DE UN PROBLEMA MATEMÁTICO
59. INDUSTRIA 4.0, METODOLOGÍA MULTIDISCIPLINARIA APLICADA EN LA ENSEÑANZA DE LA INGENIERÍA
60. SIMULACIÓN DINÁMICA COMO MÉTODO DE APRENDIZAJE EN INGENIERÍA

61. PLATAFORMAS VIRTUALES COMO HERRAMIENTA DE LAS TIC'S EN LA INGENIERÍA
62. EL USO DE NOTACIÓN COMPACTA EN REDUCCIONES MATEMÁTICAS
63. CIUDAD VIRTUAL APLICADA EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS
64. CONSIDERACIONES PARA EL DISEÑO DE AULA VIRTUAL: APRENDIZAJE DE MÉTODOS NUMÉRICOS
65. TIC EN PROCESOS DE IDENTIFICACIÓN PARAMÉTRICA PARA VALIDACIÓN DE SOLUCIONES EN ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS
66. ¿CÓMO COMPRENDER MEJOR A LAS ASÍNTOTAS? LA VISUALIZACIÓN HERRAMIENTA CONFiable.
67. APRENDIZAJE DE ECUACIÓN DE LA RECTA Y FUNCIÓN LINEAL CON EDMODO Y GEOGEBRA
68. ROBÓTICA VIRTUAL APLICADA A LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS
69. ANÁLISIS DE TEXTOS CON ÉNFASIS ESTADÍSTICO EN ESTUDIANTES DE PSICOLOGÍA CON LA PLATAFORMA MOODLE
70. ENTORNO INTERACTIVO PARA LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA
71. EL USO DE APLICACIONES MÓVILES EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS
72. LAS MATEMÁTICAS PARTE FUNDAMENTAL DE LOS ALGORITMOS PARA IMPLEMENTAR LA PROGRAMACIÓN
73. USO DE UN PROGRAMA DE CÁLCULO SIMBÓLICO PARA EL APRENDIZAJE DE ÁREA ENTRE CURVAS
74. AULA INVERSA EN LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO DEFERENCIAL E INTEGRAL EN BIOQUÍMICA.
75. ELABORACIÓN DE UN LIBRO MULTIMEDIA DEL TEMA DE ESTIMACIÓN
76. ACERCAMIENTOS GEOMÉTRICOS A PROBLEMAS VERBALES EN UN AMBIENTE DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON GEOGEBRA

APLICACIÓN DEL ANÁLISIS FACTORIAL PARA LA VALIDACIÓN DE UN INSTRUMENTO. CASO PRÁCTICO

Ana María Lagunes Toledo^{1,*},

Ernesto García García², María Cristina Cruz Estrada³

María Eloísa Ayuso Naranjo⁴

^{1, 2, 3, 4} Unidad Profesional Interdisciplinaria de Ingeniería y Ciencias Sociales y Administrativas (UPIICSA) del IPN.

Av. Té 950, Col Granjas México, C.P 08400, Del. Iztacalco, México, D.F.

EA-POAI

Congreso Internacional

Resumen

Las instituciones de Educación Superior deben educar para lograr cambios de actitud y motivación en los estudiantes. Dentro del aula se busca desarrollar habilidades individuales que les permita convertir ideas en acciones con creatividad e innovación. Los profesores de Estadística Aplicada de la UPIICSA están convencidos de que para lograrlo los estudiantes deben aplicar metodologías de análisis estadístico en problemas de investigación reales.

El artículo describe la metodología seguida por estudiantes de Estadística Aplicada de la UPIICSA para adaptar y validar un cuestionario (EIQ) utilizado en una investigación sobre intención emprendedora realizada en la Universidad de Sevilla en el año 2004. Se trata de un instrumento con escalas de medición de actitudes (escalamiento tipo Likert 1-7) y para enriquecerlo se propone introducir una nueva variable independiente "Educación para el emprendimiento" para lo cual se formulan y anexan 16 ítems relacionados con ella. El nuevo instrumento incluye 70 ítems en total.

El objetivo del estudio es determinar las dimensiones y los índices de fiabilidad de las variables de estudio utilizando el programa IBM SPSS Statistics Versión 21 a través de una base de datos de una muestra de 359 estudiantes de 7º y 8º semestre de la Unidad Profesional Interdisciplinaria de Ingeniería y Ciencias Sociales y Administrativas del IPN.

La técnica de análisis corresponde al Análisis factorial Exploratorio utilizando el método de extracción de componentes principales y como método de rotación normalización Promax con Kaiser. Los resultados indican que los 70 ítems se agrupan en 12 factores, los cuales explican el 65.08% de la varianza.

Por otro lado los índices de fiabilidad de cada uno de ellos están entre 0.70 y 0.863 para la mayoría de los factores. Finalmente la estructura del cuestionario se reduce únicamente a 45 ítems, se concluye que es adecuado para ser utilizado para medir actitudes-intenciones.

Palabras clave: actitud, análisis factorial, cuestionario, fiabilidad, dimensiones

1 a-lagunes@hotmail.com 2 egarciaq36@hotmail.com 3 titi.cruz@gmail.com

4 eloisa_ayuso@yahoo.com



1. Introducción

En la literatura se encuentra ampliamente reportado el uso del Análisis Factorial (AF) para la evaluación psicométricas de escalas subjetivas. En diversas áreas del conocimiento su aplicación es extensa: En el Centro de Investigación para la evaluación y medida de la conducta de la Universidad Rovira i Virgili en Tarragona, España reporta el AF como técnica importante de investigación en Psicología principalmente para evaluar la estructura de un test a partir de sus ítems o hipótesis de tipo dimensional utilizando puntuaciones como medidas en diferentes test (Ferrando, P. & Angiano, C. 2010). Otro ejemplo es la aplicación del AF para analizar la estructura de un cuestionario de evaluación al desempeño docente realizada en la Facultad Regional Multidisciplinaria de Chontales, de la UNAN-MANAGUA inclusive los resultados de este estudio se utilizaron en el proceso de mejora para evaluación al desempeño docente de la Facultad (Romero, T. & Martínez A. 2017). Un ejemplo más, en la revista de la CEPAL en el año 2004 se publica un artículo en el cual se utiliza el AF para construir índices representativos de las capacidades tecnológicas de las empresas manufactureras mexicanas. A través del estudio se identificaron los principales factores que expresan las fuentes de aprendizajes más importantes en las empresas manufactureras (Domínguez, L. & Brown, F. 2004). Como se observa la utilización de esta metodología estadística está ampliamente difundida en diversas áreas incluyendo la educativa. El Instituto Politécnico Nacional no podía ser la excepción.

Por otro lado, al analizar los objetivos del Modelo Educativo Institucional del IPN desde su campo pedagógico se subraya la importancia de una formación integral de los estudiantes desarrollando en ellos conocimientos, actitudes y habilidades que les permita resolver problemas de su entorno. Obviamente el modelo educativo responde a una estrategia educacional del Estado cuya finalidad es cambiar creencias, actitudes, valores y estructura de las organizaciones que permita tanto a los egresados como a las organizaciones adaptarse mejor a los desafíos y cambios tanto del presente como del futuro(Barrera, et al., 2005)

Por esta razón el desarrollo de actitudes se ha convertido en un punto de interés para muchos de los docentes de la UPIICSA que ya no solamente se conforman con evaluar conocimientos sino que ven la necesidad de encontrar estrategias para medir de alguna forma el desarrollo o el cambio en las actitudes de los estudiantes, sin embargo el verdadero reto es, el ¿Cómo? .Ahora bien, si se plantea a las actitudes como una consecuencia o efecto de la educación, entonces el trabajo académico debe contribuir a la adquisición de los estudiantes de estas habilidades y actitudes, pero cual podría ser un criterio para que los docentes podamos identificar si se ha adquirido o no una determinada conducta: una actitud emprendedora, una actitud de respeto hacia la opinión los demás, una actitud positiva hacia la Estadística por mencionar solo algunos ejemplos. En fin, los docentes realizan una labor de intervención consciente y sistemática renovación

pedagógica de la práctica en la enseñanza sin embargo no saben con certeza si se logran cumplir los objetivos educativos relacionados con actitudes y conductas que se plantean en el Modelo Educativo.

Este trabajo se inicia con una revisión de la literatura profunda para encontrar como definen algunos autores el término actitud. En el artículo denominado “Instrumentos para la evaluación de las actitudes en las áreas de ciencias sociales y matemáticas” sus autores definen la actitud como una disposición de actuar de una cierta forma y con cierta regularidad en relación con personas, acciones, ideas, etc. (Alonso, Cabello, Villa & Regueiro 2000).

Otro investigador Icek Ajzen en su Teoría del Comportamiento Planeado explica que las creencias de los individuos definen actitudes y estas a su vez definen intenciones. Él asegura que la intención es una función de la actitud hacia el comportamiento. Hernández Sampieri define a la actitud como una predisposición aprendida para responder coherentemente de una manera favorable o desfavorable ante un objeto, ser vivo, actividad, concepto, persona o sus símbolos y asegura que las actitudes están relacionadas con los comportamientos (Hernández, Fernández & Baptista, 2010).

Aunque la medida de las actitudes no es nada sencillo y es un área repleta de problemas conceptuales y dificultades metodológicas, el colegio de profesores de la Academia de Estadística Aplicada de la UPIICSA se ha propuesto aplicar y/o desarrollar algunos instrumentos de evaluación de actitudes y aplicar metodología estadística para su validación. La idea es obtener información de la realidad del entorno y encontrar una estrategia robusta metodológicamente para evaluar actitudes con el objetivo final de obtener conclusiones sobre el grado en que los estudiantes han adquirido el componente valorativo de la actitud así como el grado en que dicha actitud se traduce en conducta, información que finalmente permita a la Academia evaluar el cumplimiento de objetivos para tomar decisiones y proponer estrategias de mejora en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

2. Metodología o Desarrollo

Es una investigación cuantitativa con alcance descriptivo y correlacional ya que el propósito de estos estudios es saber cómo se puede comportar un concepto o variable conociendo el comportamiento de otras variables relacionadas (Hernández, Fernández & Baptista 2010)

La población de estudio son los estudiantes matriculados que cursan los últimos semestres (7° y 8°) de diferentes licenciaturas impartidas en la UPIICSA

A partir del tamaño de la población N, se calcula el tamaño de muestra requerido n de manera que sea representativa y que asegure un error estándar menor a 5%. Una vez calculado el tamaño de muestra requerido, se lleva a cabo el procedimiento de selección de la muestra. En esta investigación se pretende aplicar los cuestionarios a estudiantes seleccionados aleatoriamente de un listado (marco muestral) durante su



sesión de clases con la autorización previa de su profesor titular. La población de estudio estuvo compuesta por 993 estudiantes de la cual se tomó una muestra de 359 estudiantes de los cuales 43% fueron varones y 56% mujeres.

Como técnica de recolección de la información se utiliza un instrumento con escala de respuesta Likert para medir “intensidad de una actitud” (Kerlinger y Horwards 2002). Para elaborar el instrumento, se parte del cuestionario (EIQ) elaborado por el investigador Francisco Liñán Alcalde de la Universidad de Sevilla en su investigación sobre intención emprendedora. El EIQ está basado en la literatura teórica y empírica sobre la Teoría del Comportamiento Planeado al Emprendimiento (Liñán, Urbano & Guerrero 2011). Se procura respetar el contexto general del cuestionario original escala tipo Likert (1-7), únicamente se formulan y anexan 16 ítems relacionados con una variable nueva incluida “educación para emprendimiento” para enriquecer el cuestionario. La versión aplicada a los estudiantes incluye 70 ítems en total, de los cuales: 13 ítems para medir el constructo actitud/intención emprendedora, 16 ítems para medir constructo Educación para emprendimiento, 2 ítems para medir grado de atracción, 9 ítems para medir valoración social, 9 ítems para medir Factibilidad percibida, 12 ítems y 3 filtros para medir conocimiento empresarial y finalmente 6 ítems para medir conocimiento empresarial.

2.1 Técnica de Análisis

Son dos objetivos los que se busca alcanzar al aplicar el análisis factorial exploratorio AFE en la muestra de estudio: el primero es el de resumir la información contenida en una serie de variables originales en una serie más pequeña de dimensiones compuestas o valores teóricos que se denominan factores, asegurando una mínima perdida de información. El segundo es definir las construcciones fundamentales o dimensiones que son la base de las variables originales. En otras palabras se va a identificar las dimensiones que no se observan fácilmente. (Hair, J., Anderson, R., Tatham, R., Black, W. 2010)

Para la mejor comprensión en los estudiantes de la metodología del análisis factorial se visualiza como un proceso continuo de cuatro etapas de decisión y un análisis e interpretación final de la matriz factorial de rotación. En las siguientes figuras se pueden observar las etapas importantes de decisión durante el proceso.

Fig. (1) Primera Etapa de Decisión



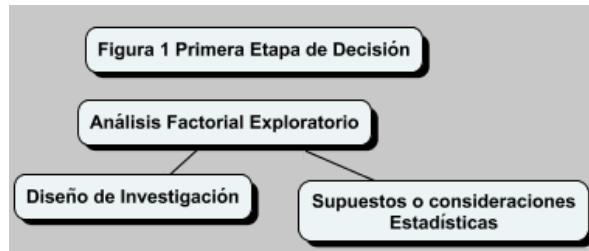


Fig. (2) Segunda Etapa de Decisión

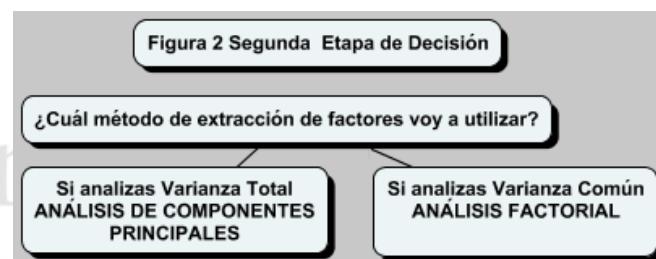


Fig. (3) Tercera Etapa de Decisión



Fig.(4) Cuarta Etapa de Decisión

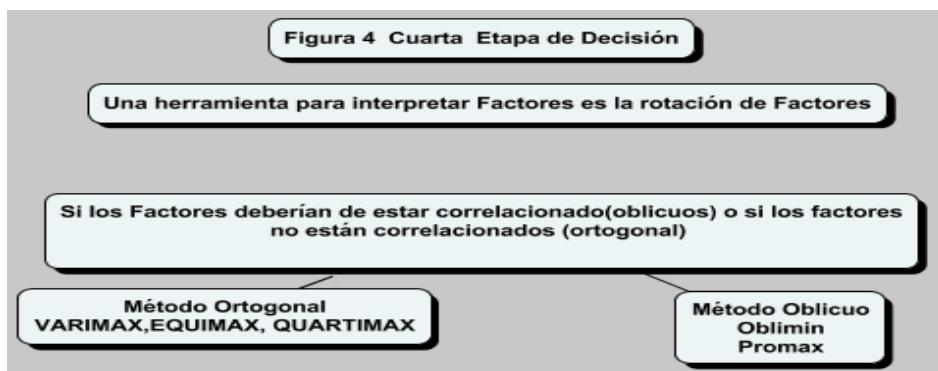
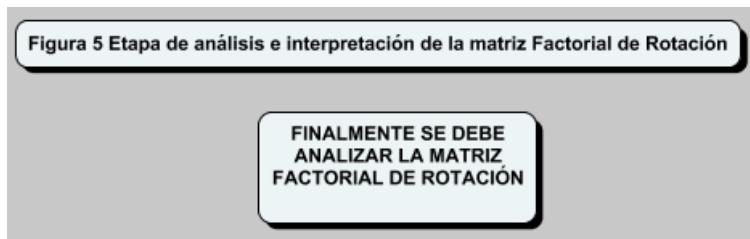


Fig. (5) Etapa de análisis e interpretación de la matriz Factorial de Rotación



Figuras 1-5. Creación propia a partir: Hair, J., Anderson, R., Tatham, R., Black , W. (2010) Análisis Multivariante p.84-90

Se propone utilizar el programa IBM SPSS Statistics Versión 21 instalado en la Sala de Computo del edificio de Formación Básica de UPIICSA para realizar el análisis del AFE y el coeficiente de fiabilidad que valora la consistencia de la escala entera, el alfa de Cronbach.

3. Resultados y Análisis

Para justificar el Análisis Factorial Exploratorio (AFE) primeramente se asegura que en la matriz de correlaciones existan correlaciones entre las variables mayores de 0.3, a continuación se verifica la prueba de esfericidad de Bartlett (prueba basada en el estadístico Chi-cuadrado) en la cual se evalúa la hipótesis nula H_0 : las variables no están correlacionadas, los resultados obtenidos son: Bartlett statistic = 7102.551, grados de libertad= 1081 y el valor P = 0.0000 por lo que se rechaza H_0 por lo tanto si es conveniente hacer el AFE. En la siguiente figura se observa los resultados obtenidos en el visor de resultados del SPSS tanto del estadístico de Bartlett como el resultado de la Medida de adecuación muestral de Káiser-Meyer-Olkin (KMO), el cual es un promedio de los términos de la diagonal de la matriz de correlación de anti-imagen. Según Hair y colaboradores consideran adecuado un valor mayor o igual a 0.7. El resultado obtenido KMO = 0.875 se comprueba que la adecuación muestral es deseable para el análisis factorial

Tab. (1) KMO y prueba de Bartlett

| Medida de adecuación muestral de Olkin | Kaiser- | Meyer- | |
|--|--------------------------|----------|-------|
| Prueba de esfericidad de Bartlett | Chi- Cuadrado aproximado | 7102.551 | 0.875 |
| | gl | 1081 | |
| | Sig. | 0 | |

Durante el análisis se toman las siguientes decisiones en el proceso



- A) Debido a que se va analizar varianza total se propone utilizar como método de extracción el Método de Componentes principales
- B) Para determinar el número de factores a extraer se utiliza el criterio del porcentaje de la varianza explicada por la estructura factorial obtenida (varianza acumulada de los factores extraídos en conjunto)
- C) Para interpretar factores se propone el método oblicuo de rotación de factores y se utiliza PROMAX

Después de correr un primer análisis y con la finalidad de reducir aún más el número de factores se hace necesario revisar comunidades y la matriz de estructura para localizar algún ítem que sea posible eliminar. Se toma la decisión de eliminar 6 ítems por las siguientes causas: cargas cruzadas, porque satura en diferentes factores y por comunidades menores de 0.5

Tab. (2) Varianza total explicada

| Componente | Autovalores iniciales | | | Sumas de las saturaciones al cuadrado de la extracción | | | Suma de las saturaciones al cuadrado de la rotación |
|------------|-----------------------|------------------|-------------|--|------------------|-------------|---|
| | Total | % de la varianza | % acumulado | Total | % de la varianza | % acumulado | |
| | Total | % de la varianza | % acumulado | Total | % de la varianza | % acumulado | |
| 1 | 11,078 | 23,570 | 23,570 | 11,079 | 23,570 | 23,570 | 7,941 |
| 2 | 3,671 | 7,810 | 31,381 | 3,671 | 7,810 | 31,181 | 5,860 |
| 3 | 2,979 | 6,338 | 37,719 | 2,979 | 6,338 | 37,719 | 5,977 |
| 4 | 2,289 | 4,871 | 42,590 | 2,289 | 4,871 | 42,590 | 4,102 |
| 5 | 1923 | 4,091 | 46,681 | 1,923 | 4,091 | 46,681 | 5,746 |
| 6 | 1,593 | 3,390 | 50,071 | 1,593 | 3,390 | 50,071 | 3,157 |
| 7 | 1,457 | 3,101 | 53,172 | 1,457 | 3,101 | 53,172 | 4,531 |
| 8 | 1,230 | 2,617 | 55,789 | 1,230 | 2,617 | 55,789 | 3,589 |
| 9 | 1,156 | 2,459 | 58,248 | 1,156 | 2,459 | 58,248 | 2,263 |
| 10 | 1,113 | 2,369 | 60,617 | 1,113 | 2,369 | 60,617 | 4,357 |
| 11 | 1,094 | 2,328 | 62,945 | 1,094 | 2,328 | 62,945 | 4,823 |
| 12 | 1,005 | 2,139 | 65,084 | 1,005 | 2,139 | 65,084 | 2,825 |
| 13 | 0.963 | 2,049 | 67,132 | | | | |
| 14 | 0.859 | 1,827 | 68,960 | | | | |
| 15 | 0.838 | 1,782 | 70,742 | | | | |
| 16 | 0.798 | 1,697 | 72,439 | | | | |
| 17 | 0.765 | 1,628 | 74,067 | | | | |

Con

12 factores podemos explicar el 65.084% de la varianza.

Por último se le da un nombre a cada uno de los 12 factores encontrados y en la Matriz de coeficientes para el cálculo de las puntuaciones de los componentes se van seleccionando los ítems que impactan sobre cada uno de los factores con su carga correspondiente.

Tab. (3) Vista parcial de la Matriz de Coeficientes para el Cálculo de las puntuaciones en los componentes



Los autores recomiendan que cada factor debe poseer, al menos, cuatro ítems con correlaciones iguales o superiores a .40 para ser interpretado, y que se debe atender

| | Componentes | | | | | | | | | | | |
|---|-------------|--------|--------|-------|-------|--------|--------|--------|-------|--------|--------|--------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| Crear una empresa será fácil para mi IE01 | 0.016 | 0.022 | 0.007 | 0.011 | 0.350 | -0.017 | -0.01 | -0.021 | 0.015 | -0.039 | -0.064 | -0.028 |
| Mantener una empresa sería fácil para mi IE02 | -0.042 | -0.021 | -0.023 | 0 | 0.371 | 0.041 | -0.005 | -0.013 | 0.01 | 0.026 | 0.028 | 0.018 |

a las correlaciones ítem-factor más elevadas para inferir el nombre de cada factor (Glutting, 2002).

Tab. (4) Resultados del análisis de fiabilidad de los 12 factores obtenidos

| Factor o Dimensión | Número de ítems | Alfa de Cronbach |
|---|-----------------|------------------|
| 1. Educación para emprender | 7 | 0.863 |
| 2. Intención para emprender | 6 | 0.857 |
| 3. Habilidades ante situaciones críticas del comportamiento | 4 | 0.82 |
| 4. Conocimientos de Medidas de apoyo empresarial | 4 | 0.817 |
| 5. Valoración Social | 3 | 0.756 |
| 6. Habilidades emprendedores | 3 | 0.64 |
| 7. Comportamiento de Líder | 3 | 0.674 |
| 8. Comportamiento creativo e innovador | 4 | 0.734 |
| 9. Comportamiento empresarial | 3 | 0.7 |
| 10. Valoración social | 3 | 0.592 |
| 11. Grado de atracción | 3 | 0.62 |
| 12. Asociaciones y organizaciones de apoyo | 2 | 0.668 |
| TOTAL | 45 | |

De acuerdo a los resultados se encuentra 7 factores con coeficientes de alfa de Cronbach mayores de 0.7 el cual representa el valor mínimo aceptable y 5 factores presentaron un valor de consistencia interna baja (es bueno subrayar el hecho que se trata de factores que tienen menos de 3 ítems). Algunos autores aseguran que el valor mínimo aceptable es 0.70 y valor máximo esperado es 0.90 ya que por encima de este valor existe redundancia o duplicación. (Celina & Arias, 2005)

4. Conclusiones

Con la técnica estadística utilizada en realidad lo que se hace es una aproximación inductiva o exploratoria que permite delimitar un número amplio de indicadores que miden un constructo. Se parte de un instrumento original formado por 70 ítems, al final del análisis se obtiene una versión final en el cual se reduce a 12 factores con



un total de 45 ítems. De acuerdo a los resultados obtenidos se concluye que es un instrumento adecuado para ser utilizado para medir actitudes-intenciones. Sin embargo, se recomienda que los resultados sean tomados con precaución, ya que pueden existir algunas limitaciones en cuanto al instrumento o a la muestra utilizada. Al mismo tiempo se propone continuar la línea de investigación y realizar una aproximación deductiva o confirmatoria a través de un Análisis Factorial Confirmatorio.

5. Agradecimientos

El primer autor agradece el apoyo al Dr. Francisco Liñán Alcalde de la Universidad de Sevilla por compartir su cuestionario (IEQ.) Así mismo, los autores agradecemos al Instituto Politécnico Nacional por la Beca EDD y COFAA otorgada a sus profesores-investigadores de la UPIICSA

Índice de referencias

Alonso, G; Cabello, J. & Villa y R. Regueiro. (2000). Instrumentos para la evaluación de las actitudes en las áreas de Ciencias Sociales, Matemáticas, Ciencias Naturales y Experimentales, y Lengua y Literatura .Recuperado de
<https://educrea.cl/wp-content/uploads/2018/01/DOC1-instrum-eval.pdf>

Barrera, M.; Centeno, A.; Corona, A.; Díaz Rosas, X.; Díaz, H., Mariscal Elizabeth & Muñoz, F. (2005).Somero análisis del nuevo modelo educativo del IPN. Recuperado de <https://www.redalyc.org/html/4560/456045192002/>

Celina, H. & Campo, A. (2005).Aproximación al uso del coeficiente del Alfa de Cronbach, 34. Recuperado de <https://www.redalyc.org/pdf/806/80634409.pdf>.

Domínguez L. & Brown F. (2004). Medición de las capacidades tecnológicas en la industria mexicana, pp.136-151.Recuperado de https://repositorio.cepal.org/bitstream/handle/11362/10969/083135151_es.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Ferrando J. & Anguiano C. (2010). El análisis factorial como técnica de investigación en Psicología, 31, pp, 18-33.Recuperado de <https://www.redalyc.org/articulo oa?id=77812441003>



Kerlinger, F., Lee, H. (2002) Investigación del Comportamiento. Métodos de Investigación y Ciencias Sociales. México. McGraw Hill

Glutting, J. (2002). Some psychometric properties of a system to measure ADHD. Measurement and Evaluation in Counseling and Development. 34, 194- 209

Hair, J., Anderson, R., Tatham, R. & Black, W. (2007) Análisis Multivariante Madrid: Prentice Hall

Hernández, R., Fernández, C. & Baptista, P. (2010) Metodología de la Investigación. México: Mc Graw-Hill

Liñán F., Urbano D. & Guerrero, M. (2011) Regional variations in entrepreneurial cognitions: Start-up intentions of university students in Spain. *Entrepreneurship & Regional Development*, 23:3-4, 187-215

López D. & Norzagaray C. (2016) Construcción y validación de un instrumento para evaluar factores disposicionales asociados a la elección de carrera. Enseñanza e Investigación en Psicología, 21, pp.120-130. Recuperado de <https://www.redalyc.org/pdf/292/2924181002.pdf>

Romero T. & Martínez A. (2017) Construcción y validación de un cuestionario de evaluación docente mediante Análisis Factorial Exploratorio.

Revista Científica de FAREM-Esteli. Medio ambiente, tecnología y desarrollo humano. Vol. 22. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/318683340_Construccion_y_validacion_de_un_cuestionario_de_evaluacion_al_desempeno_docente_mediante_Analisis_Factorial_Exploratorio

MODELACIÓN MATEMÁTICA DE LA EVOLUCIÓN DEL HOMICIDIO EN MÉXICO

Jeanett López García^{1*}, Jorge J. Jiménez Zamudio²

FES-Acatlán, UNAM. Alcanfores y San Juan Totoltepec, Naucalpan, México.

AD- POAD088

Resumen

Las fuentes oficiales han declarado repetidamente que el homicidio en México va a la baja y que son mejores los datos sobre incidencia delictiva para la última década. Sin embargo, en estudios sobre la percepción ciudadana del delito, esta indica lo contrario. En este artículo se presenta un modelo, derivado de la combinación de ecuaciones diferenciales y estadística descriptiva a datos oficiales sobre homicidios dolosos de la última década, situados en las zonas de la República Mexicana de mayor incidencia del delito, y colateralmente, su posible correlación con los homicidios de periodistas en los tres últimos años y zonas de principal ocurrencia con el robo de combustible, para dar luz sobre la evolución del problema.

Palabras clave: homicidios de periodistas, huachicol, homicidios dolosos.

1. Introducción

El fenómeno de la violencia abarca varias facetas. Una de ellas, quizá la más grave corresponde a homicidios, debido a que no sólo afecta al individuo que sufre el delito, sino que afecta la vida de las familias a las cuales pertenecían las víctimas.

Así, el homicidio se ha convertido para las autoridades, en uno de los indicadores más importantes en materia de seguridad, además de que éste se percibe como una herramienta que puede ser utilizada para resolver problemas de cualquier índole y como un mecanismo de control social (Rivas, 2015).

Desde luego, es un delito cuyas raíces más profundas se encuentran en los valores universales de la humanidad. En un estudio comprendido en la década del 1997 a 2007, Escalante (2009) apunta que la tendencia de los datos en México parecía ser alentadora, de acuerdo con el análisis que él realizó sobre datos del INEGI, el número de homicidios por cada 100,000 habitantes descendía de alrededor de 19 en 1997 a 8 en 2007. No obstante, con base en los datos consignados por Aguirre (2011), se puede decir que, la situación es preocupante Gr. (1).

Es del dominio público, qué a raíz de la inclusión de las fuerzas armadas en la lucha contra el crimen organizado, específicamente contra la cadena de etapas vinculadas a la producción, trasiego y comercialización de drogas, incluida la marihuana, la cifra de homicidios se incrementó significativamente Gr. (2) y Tab. (1).

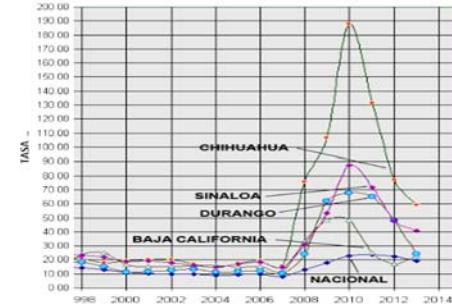
* jzamudio02@yahoo.com. Tel. 55 5451 7320





40

Gráfica 1. Tasa de homicidios por cada 100,000 habitantes (Escalante, 2009).



41

Gráfica 2. Tasas de homicidios por cada 1000,000 habitantes (Aguirre, 2011).

42

Tabla 1. Tasa de defunciones por presunción de homicidio por cada 100 mil habitantes en México (Echarri, 2012).

| 1998 | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 |
|------|------|------|------|------|------|--|------|------|------|------|------|------|------|
| 14.1 | 12.4 | 10.8 | 10.3 | 9.9 | 9.7 | | 9 | 9.5 | 9.7 | 8.2 | 12.9 | 17.7 | 22.1 |

43

44 De acuerdo con Meneses y Quintana (2012), el homicidio puede ser consecuencia de riñas, crímenes pasionales y venganzas; y la distinción analítica de los factores que generan los homicidios es relevante para determinar el perfil de las víctimas y distinguir entre los distintos tipos de violencia. Extrapolando este principio, el análisis de las entidades federativas de mayor incidencia del delito, permitiría inferir el o los factores que lo inducen a gran escala, por ejemplo, el control de drogas, robo de combustible o trata de personas, por señalar algunos de los delitos de mayor impacto económico.

45 El trabajo interdisciplinario, entre las ciencias duras con los modelos matemáticos y las ciencias sociales que se presentan, tienen en principio el objetivo de encontrar una herramienta matemática que permita prever el comportamiento del delito y de ahí, empezar a desarrollar políticas públicas que conduzcan a una efectiva medida para la erradicación del problema.

57 **2. Metodología o desarrollo**

58 Primero se procedió a seleccionar los estados con mayor número de homicidios dolosos con base en el acumulado durante el periodo 2008-2017, incluyendo en el 59 último renglón de la Tab. (2) el total de las 32 entidades federativas. Con objeto de 60 pronosticar el comportamiento del fenómeno se partió de la ecuación diferencial 61 propuesta por Maltus $\frac{dx}{dt} = kx$ (Murray, 2002) con condición inicial $x_0 = x(t_0)$ y cuya 62 solución general es

63
$$x(t) = x_0 \exp(kt). \quad (1)$$

64 Considerando que la unidad de medida del tiempo es el año calendario, haría que la 65 aplicación directa de la Ec. (1), generase valores erróneos por modelarse como un



67 crecimiento exponencial, por lo que con base en los valores de la Tab. (2), se debía
 68 proceder a buscar el mejor ajuste tanto para los valores iniciales, como el cálculo de
 69 las constantes de proporcionalidad de crecimiento de las poblaciones. Para una
 70 propuesta ad-hoc, se procedió a hacer simulaciones, de tal forma que las constantes
 71 utilizadas en la Ec. (1) se calcularon variándolas en el intervalo [2008,2017].

72 Paralelamente, para contrastar los datos que arroje la adaptación del modelo logístico
 73 se realizó un análisis de regresión, optando por la exponencial como la curva de mejor
 74 ajuste.

75 **Tabla 2. Entidades federativas con mayor número de homicidios. (Datos de INEGI, formato y**
 76 **modificaciones de López-García y Jiménez Zamudio).**

| Estado | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 | Acumulado en 10 años |
|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|----------------------|
| Chihuahua | 2601 | 3671 | 6407 | 4500 | 2772 | 2133 | 1755 | 1540 | 1788 | 2221 | 29388 |
| México | 1579 | 1860 | 2111 | 2623 | 2907 | 3311 | 2908 | 2693 | 2768 | 3046 | 25806 |
| Guerrero | 1005 | 1855 | 1555 | 2416 | 2646 | 2283 | 1729 | 2424 | 2594 | 2578 | 21085 |
| Sinaloa | 824 | 1435 | 2423 | 1990 | 1395 | 1220 | 1156 | 1098 | 1303 | 1617 | 14461 |
| Jalisco | 542 | 679 | 1072 | 1529 | 1560 | 1491 | 1038 | 1230 | 1300 | 1582 | 12023 |
| Baja Calif. | 1031 | 1530 | 1528 | 809 | 581 | 767 | 717 | 854 | 1152 | 2144 | 11113 |
| Cd. México | 930 | 979 | 1077 | 1101 | 1086 | 1111 | 1099 | 1080 | 1279 | 1315 | 11057 |
| Michoacán | 658 | 936 | 723 | 855 | 827 | 922 | 932 | 874 | 1428 | 1661 | 9816 |
| Veracruz | 340 | 693 | 461 | 1000 | 1019 | 765 | 883 | 1006 | 1293 | 1555 | 9015 |
| Nvo. León | 241 | 343 | 951 | 2174 | 1832 | 926 | 574 | 473 | 627 | 663 | 8804 |
| Tamaulipas | 266 | 315 | 935 | 1077 | 1561 | 880 | 913 | 682 | 807 | 1174 | 8610 |
| Guanajuato | 295 | 491 | 445 | 615 | 684 | 702 | 800 | 970 | 1232 | 2252 | 8486 |
| Oaxaca | 616 | 597 | 733 | 682 | 695 | 762 | 745 | 808 | 796 | 858 | 7292 |
| Sonora | 436 | 571 | 738 | 542 | 525 | 658 | 669 | 585 | 580 | 752 | 6056 |
| Durango | 420 | 1013 | 1109 | 1063 | 822 | 473 | 348 | 198 | 214 | 197 | 5857 |
| Puebla | 354 | 359 | 376 | 437 | 465 | 557 | 568 | 632 | 735 | 1070 | 5553 |
| Morelos | 215 | 259 | 493 | 456 | 671 | 629 | 438 | 469 | 659 | 626 | 4915 |
| Coahuila | 180 | 278 | 449 | 730 | 1160 | 800 | 469 | 313 | 257 | 273 | 4909 |
| Suma | 14006 | 19803 | 25757 | 27213 | 25967 | 23063 | 20010 | 20762 | 24559 | 31174 | 232314 |

77

78 **3. Resultados y análisis**

79 Dado que la solución de la Ec. (1), $x(t) = x_0 \exp(kt)$, depende directamente del valor
 80 inicial que se seleccione, y asimismo el valor de la constante de proporcionalidad
 81 asociada al exponente de la exponencial también variará, en la Tab. (3) se explicitan
 82 los valores calculados tomando como base los datos de dos años consecutivos, siendo
 83 el primero el correspondiente al valor inicial (x_0). Asimismo, en la Tab. (4) se explicitan
 84 los valores calculados, tomando como base los datos espaciados cada tres años. De



85 ambos conjuntos de datos, se tomó la media aritmética con un grado de libertad ($n-1$)
 86 para generar la k que se asigna para la simulación.
 87

88 **Tabla 3. Cálculo de la constante de proporcionalidad k en años consecutivos. (López-García y
 89 Jiménez Zamudio)**

| Estado | Media de constante de proporcionalidad | 2008-2009 | 2009-2010 | 2010-2011 | 2011-2012 | 2012-2013 | 2013-2014 | 2014-2015 | 2015-2016 | 2016-2017 |
|-------------|--|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Chihuahua | -0.020 | 0.345 | 0.557 | -0.353 | -0.485 | -0.262 | -0.195 | -0.131 | 0.149 | 0.217 |
| México | 0.085 | 0.164 | 0.127 | 0.217 | 0.103 | 0.130 | -0.130 | -0.077 | 0.027 | 0.096 |
| Guerrero | 0.122 | 0.613 | -0.176 | 0.441 | 0.091 | -0.148 | -0.278 | 0.338 | 0.068 | -0.006 |
| Sinaloa | 0.087 | 0.555 | 0.524 | -0.197 | -0.355 | -0.134 | -0.054 | -0.051 | 0.171 | 0.216 |
| Jalisco | 0.139 | 0.225 | 0.457 | 0.355 | 0.020 | -0.045 | -0.362 | 0.170 | 0.055 | 0.196 |
| Baja Calif. | 0.095 | 0.395 | -0.001 | -0.636 | -0.331 | 0.278 | -0.067 | 0.175 | 0.299 | 0.621 |
| Cd. México | 0.045 | 0.051 | 0.095 | 0.022 | -0.014 | 0.023 | -0.011 | -0.017 | 0.169 | 0.028 |
| Michoacán | 0.120 | 0.352 | -0.258 | 0.168 | -0.033 | 0.109 | 0.011 | -0.064 | 0.491 | 0.151 |
| Veracruz | 0.197 | 0.712 | -0.408 | 0.774 | 0.019 | -0.287 | 0.143 | 0.130 | 0.251 | 0.185 |
| Nuevo León | 0.131 | 0.353 | 1.020 | 0.827 | -0.171 | -0.682 | -0.478 | -0.194 | 0.282 | 0.056 |
| Tamaulipas | 0.192 | 0.169 | 1.088 | 0.141 | 0.371 | -0.573 | 0.037 | -0.292 | 0.168 | 0.375 |
| Guanajuato | 0.263 | 0.509 | -0.098 | 0.324 | 0.106 | 0.026 | 0.131 | 0.193 | 0.239 | 0.603 |
| Oaxaca | 0.043 | -0.031 | 0.205 | -0.072 | 0.019 | 0.092 | -0.023 | 0.081 | -0.015 | 0.075 |
| Sonora | 0.071 | 0.270 | 0.257 | -0.309 | -0.032 | 0.226 | 0.017 | -0.134 | -0.009 | 0.260 |
| Durango | -0.098 | 0.880 | 0.091 | -0.042 | -0.257 | -0.553 | -0.307 | -0.564 | 0.078 | -0.083 |
| Puebla | 0.143 | 0.014 | 0.046 | 0.150 | 0.062 | 0.181 | 0.020 | 0.107 | 0.151 | 0.376 |
| Morelos | 0.139 | 0.186 | 0.644 | -0.078 | 0.386 | -0.065 | -0.362 | 0.068 | 0.340 | -0.051 |
| Coahuila | 0.054 | 0.435 | 0.479 | 0.486 | 0.463 | -0.372 | -0.534 | -0.404 | -0.197 | 0.060 |
| Suma | 0.104 | 0.346 | 0.263 | 0.055 | -0.047 | -0.119 | -0.142 | 0.037 | 0.168 | 0.239 |

90
 91 En Tab. (5), se presenta un comparativo de los valores de la media de la constante de
 92 proporcionalidad k . Asimismo, por cuestiones de espacio, se presenta sólo una
 93 muestra de la distribución de datos y la curva de ajuste exponencial Gr. (3).

94 Utilizando los valores de las respectivas constantes k se procedió a utilizarlas en la
 95 Ec. (1), con los valores iniciales correspondientes al año 2017, obteniéndose los
 96 resultados pronosticados mostrados en la Tab. (6), los cuales se compararon con los
 97 datos de homicidios del 2018 proporcionados por el Secretariado de Seguridad
 98 Pública, para dar fe de la efectividad del modelo determinista propuesto.

99 Colateralmente, se vincularon los estados de mayor número de homicidios en los
 100 últimos tres años, con los estados en donde se cometieron homicidios de periodistas
 101 y se presentó con mayor fuerza el robo de huachicol. La Tab. (7), muestra la relación
 102 entre estas tres variables.

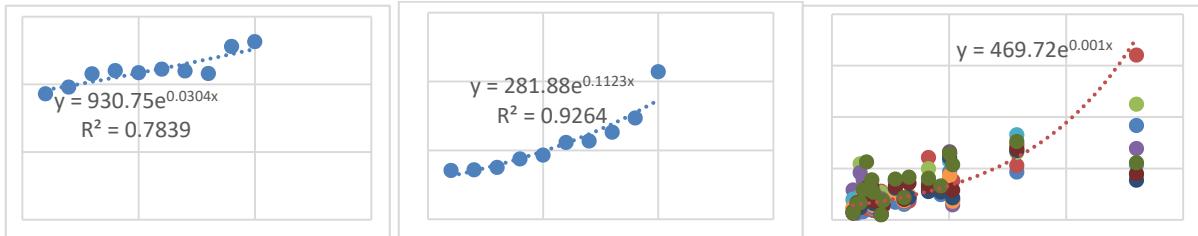
103

104

Tabla 4. Cálculo de la constante de proporcionalidad k cada tres años. (López-García y Jiménez Zamudio)

| Estado | Media de constante de proporcionalidad | 2008-2011 | 2009-2012 | 2010-2013 | 2011-2014 | 2012-2015 | 2013-2016 |
|-----------------|--|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Chihuahua | -0.128 | 0.183 | -0.094 | -0.367 | -0.314 | -0.196 | -0.059 |
| México | 0.072 | 0.169 | 0.149 | 0.150 | 0.034 | -0.025 | -0.060 |
| Guerrero | 0.096 | 0.292 | 0.118 | 0.128 | -0.112 | -0.029 | 0.043 |
| Sinaloa | -0.012 | 0.294 | -0.009 | -0.229 | -0.181 | -0.080 | 0.022 |
| Jalisco | 0.103 | 0.346 | 0.277 | 0.110 | -0.129 | -0.079 | -0.046 |
| Baja California | -0.007 | -0.081 | -0.323 | -0.230 | -0.040 | 0.128 | 0.136 |
| Cd. México | 0.034 | 0.056 | 0.035 | 0.010 | -0.001 | -0.002 | 0.047 |
| Michoacán | 0.085 | 0.087 | -0.041 | 0.081 | 0.029 | 0.018 | 0.146 |
| Veracruz | 0.162 | 0.360 | 0.129 | 0.169 | -0.041 | -0.004 | 0.175 |
| Nuevo León | 0.051 | 0.733 | 0.558 | -0.009 | -0.444 | -0.451 | -0.130 |
| Tamaulipas | 0.117 | 0.466 | 0.534 | -0.020 | -0.055 | -0.276 | -0.029 |
| Guanajuato | 0.207 | 0.245 | 0.111 | 0.152 | 0.088 | 0.116 | 0.187 |
| Oaxaca | 0.040 | 0.034 | 0.051 | 0.013 | 0.029 | 0.050 | 0.015 |
| Sonora | 0.018 | 0.073 | -0.028 | -0.038 | 0.070 | 0.036 | -0.042 |
| Durango | -0.224 | 0.310 | -0.070 | -0.284 | -0.372 | -0.474 | -0.264 |
| Puebla | 0.130 | 0.070 | 0.086 | 0.131 | 0.087 | 0.102 | 0.092 |
| Morelos | 0.108 | 0.251 | 0.317 | 0.081 | -0.013 | -0.119 | 0.016 |
| Coahuila | -0.001 | 0.467 | 0.476 | 0.193 | -0.147 | -0.437 | -0.379 |
| Suma | 0.0381 | 0.221 | 0.090 | -0.037 | -0.102 | -0.075 | 0.021 |

106



107

Gráfica 3. Distribución de datos y curvas exponenciales del análisis de regresión para Cd. de México, Puebla y todo el país. (López-García y Jiménez Zamudio)

108

109

110

111

112

113

114

115



116

Tabla 5. Comparación de valores de k . (López-García y Jiménez Zamudio)

| Estado | Media para años consecutivos $k = \frac{1}{t} \ln\left(\frac{x}{x_0}\right)$ | Media para cada tres años $k = \frac{1}{t} \ln\left(\frac{x}{x_0}\right)$ | Análisis de regresión exponencial |
|-----------------|--|---|-----------------------------------|
| Chihuahua | -0.020 | -0.128 | -0.10100 |
| México | 0.085 | 0.072 | 0.62700 |
| Guerrero | 0.122 | 0.096 | 0.07210 |
| Sinaloa | 0.087 | -0.012 | -0.00200 |
| Jalisco | 0.139 | 0.103 | 0.08280 |
| Baja California | 0.095 | -0.007 | 0.00980 |
| Cd. de México | 0.045 | 0.034 | 0.03040 |
| Michoacán | 0.120 | 0.085 | 0.07640 |
| Veracruz | 0.197 | 0.162 | 0.12900 |
| Nuevo León | 0.131 | 0.051 | 0.03130 |
| Tamaulipas | 0.192 | 0.117 | 0.10490 |
| Guanajuato | 0.263 | 0.207 | 0.17840 |
| Oaxaca | 0.043 | 0.040 | 0.03540 |
| Sonora | 0.071 | 0.018 | 0.02860 |
| Durango | -0.098 | -0.224 | -0.18300 |
| Puebla | 0.143 | 0.130 | 0.11230 |
| Morelos | 0.139 | 0.108 | 0.09530 |
| Coahuila | 0.054 | -0.001 | -0.00200 |
| Suma | 0.104 | 0.0381 | 0.00100 |

117

118
119

Tabla 6. Comparación de valores pronosticados con la constante k . (López-García y Jiménez Zamudio). Los valores con asterisco son los más próximos a los datos oficiales.

| Estado | Homicidios del 2018: Secretariado del sistema de seguridad pública | Estimación usando constante calculada con años consecutivos | Estimación usando constante calculada con períodos de tres años | Estimación usando análisis de regresión exponencial |
|-----------------|--|---|---|---|
| Chihuahua | 2190 | 2176 | 1954 | 2182* |
| México | 2652 | 3317 | 3274 | 3277* |
| Guerrero | 2472 | 2913 | 2837* | 2862 |
| Sinaloa | 1072 | 1765 | 1598* | 1743 |
| Jalisco | 2420 | 1818* | 1754 | 1782 |
| Baja California | 3139 | 2357* | 2128 | 2326 |
| Cd. México | 1380 | 1375* | 1361 | 1367 |
| Michoacán | 1623 | 1873 | 1809* | 1841 |
| Veracruz | 1569 | 1894 | 1829* | 1841 |
| Nuevo León | 746 | 756 | 698 | 742* |
| Tamaulipas | 1100 | 1423 | 1320* | 1385 |
| Guanajuato | 3290 | 2931* | 2771 | 2823 |
| Oaxaca | 1172 | 896* | 893 | 890 |



| | | | | |
|----------|-------|--------|-------|-------|
| Sonora | 857 | 807* | 766 | 799 |
| Durango | 182 | 179 | 157 | 181* |
| Puebla | 1277 | 1235* | 1219 | 1210 |
| Morelos | 783 | 719* | 698 | 705 |
| Coahuila | 245 | 288 | 273* | 286 |
| Suma | 28169 | 28721* | 27338 | 34072 |

120

121 **Tabla 7. Homicidios dolosos, homicidios de periodistas y presencia de huachicol. (López-García y Jiménez Zamudio).**

| Orden en homicidio | Entidad federativa | Homicidios en los últimos tres años | *Homicidios de periodistas en los últimos tres años | **Estados asociados al huachicol |
|--------------------|--------------------|-------------------------------------|---|----------------------------------|
| 1 | México | 8507 | | 1 |
| 2 | Guerrero | 7596 | 2 | |
| 3 | Chihuahua | 5549 | 2 | |
| 4 | Guanajuato | 4454 | | 1 |
| 5 | Baja California | 4150 | 1 | |
| 6 | Jalisco | 4112 | 1 | |
| 7 | Sinaloa | 4018 | 1 | |
| 8 | Michoacán | 3963 | 1 | |
| 9 | Veracruz | 3854 | 7 | 1 |
| 10 | Cd. México | 3674 | 2 | |
| 11 | Tamaulipas | 2663 | 2 | 1 |
| 12 | Oaxaca | 2462 | 5 | |
| 13 | Puebla | 2437 | 1 | 1 |
| 14 | Sonora | 1917 | | |
| 15 | Nuevo León | 1763 | 1 | |
| 16 | Morelos | 1754 | 1 | |

123

* Flores, 2018; Gatopardo, 2017; Morales, 2016. ** Alzaga, 2018.

124

125 **4. Conclusiones**

126 Con base en los valores obtenidos al aplicar las diferentes opciones para el cálculo de
 127 la constante de proporcionalidad k de la ecuación diferencial que modela el fenómeno,
 128 se muestra qué en el lapso de los últimos 10 años, el número de homicidios se
 129 incrementó.

130 Los resultados obtenidos con la aplicación de un modelo determinista de ecuaciones
 131 diferenciales muestran un error menor a los resultados derivados de un análisis
 132 probabilístico.

133 Los datos sobre homicidios de periodistas y estados con venta de huachicol sí
 134 muestran tener una relación significativa.

135

136 **Referencias**



- 137 Aguirre, M. (2011). "México, tasa de homicidios por 100mil habitantes desde 1931 a
138 2013". Recopilación: Ing. Manuel Aguirre Botello, con datos del INEGI, SINAIIS; PAHO;
139 Presidencia/PGR. [En línea]. Disponible en:
140 <http://www.mexicomaxico.org/Voto/Homicidios100M.htm>.
- 141 Alzaga, I. (2018). Informe de víctimas de homicidio, secuestro y extorsión 2014.
142 Secretariado Ejecutivo del Sistema Nacional de Seguridad Pública (SESNSP). [En
143 línea]. Disponible en: <https://www.milenio.com/policia/identifican-a-5-estados-como-los-mas-afectados-por-huachicoleros>
- 144 Echarri, C. (2012). (Coordinador) Panorama estadístico de la violencia en México.
145 México: El Colegio de México.
- 146 Escalante, F. (2009). El homicidio en México entre 1990 y 2007. Aproximación
147 estadística. El Colegio de México. Secretaría de Seguridad Pública Federal.
- 148 Flores, M. (18 de septiembre 2018) Los periodistas asesinados en México durante el
149 2018. México, El Universal. [En línea]. Disponible en: <https://de10.com.mx/cultura-digital/2018/09/08/los-periodistas-asesinados-en-mexico-durante-el-2018>.
- 150 Gatopardo. (16 de mayo 2017). Periodistas asesinados en México en 2017. [En línea].
151 Disponible en: <https://gatopardo.com/actualidad/periodistas-asesinados-en-mexico-en-2017/>
- 152 Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) [En línea] Disponible en:
153 https://www.inegi.org.mx/sistemas/olap/proyectos/bd/continuas/mortalidad/defuncione_shom.asp?s=est&c=28820&proy=mortgral_dh
- 154 Meneses, R. y Quintana, M. (2012). Los motivos para matar: Homicidios
155 instrumentales y expresivos en la ciudad de México. México: CIDE.
- 156 Morales, P. (2016). 2016, el año más cruento para los periodistas en México. Huffpost.
157 [En línea]. Disponible en: https://www.huffingtonpost.com.mx/2016/12/13/2016-el-ano-mas-cruento-para-los-periodistas-en-mexico_a_21627008/
- 158 Murray, J. (2002). Mathematical Biology: I. An Introduction. USA: Springer.
- 159 Rivas, F. (Compilador). (2015). Homicidio: Una mirada a la violencia en México.
160 México: Observatorio Nacional Ciudadano de Seguridad, Justicia y Legalidad.
- 161 Secretariado Ejecutivo del Sistema Nacional de Seguridad Pública. (20 de enero
162 de 2019). Víctimas de Delitos del Fuero Común. [En línea] Disponible en:
163 http://secretariadoejecutivo.gob.mx/docs/pdfs/nueva-metodologia/CNSP-V%C3%ADctimas-2018_dic18.pdf
- 164
- 165
- 166
- 167
- 168
- 169
- 170

RAZONAMIENTOS DE ESTUDIANTES DE BACHILLERATO CUANDO TRABAJAN CON INTERVALOS ALEATORIOS

Sandra Areli Martínez Pérez¹, Salvador Lorenzo León, Miguel Ángel Huerta Vázquez.

CCH, Azcapotzalco, UNAM. Av. Aquiles Serdán No. 2060, Ex-hacienda del Rosario,
Azcapotzalco, C.P. 02020, CDMX

POAI001

Resumen

Se presentan los razonamientos presentes en estudiantes de bachillerato cuando realizan una actividad de aprendizaje en la cual se trabaja con los intervalos aleatorios, los cuales se proponen para introducir a los intervalos de confianza. Para la elaboración de dicha actividad se utilizaron los principios de diseño para apoyar el desarrollo del razonamiento estadístico de estudiantes y se utilizó un software de apoyo que permite llevar a cabo la actividad.

Palabras clave: razonamiento, intervalos aleatorios, tecnología, variabilidad,

1. Introducción

La importancia de la inferencia estadística radica en el hecho de que es la herramienta principal de la estadística, la cual se refiere, de acuerdo con Pratt, Johnson-Wilder, Ainley y Manson (2008, p. 2) a la “identificación de patrones en forma de tendencias o parámetros estadísticos en la población” utiliza las herramientas proporcionadas por la matemática, para hacer afirmaciones sobre poblaciones a partir del análisis de una muestra, con el fin de elaborar predicciones y tomar decisiones en situaciones de incertidumbre, muchas veces presente en la vida cotidiana; la estimación de parámetros y el contraste de hipótesis son dos temas importantes en la inferencia estadística (Ben-Zvi, 2006).

Entender un intervalo de confianza requiere la coordinación de conceptos como población, muestra, distribución, variación, representatividad, probabilidad, azar, muestreo, conceptos que presentan de manera individual dificultades de comprensión. Esto genera falsas concepciones que han sido documentadas en algunos trabajos (Fidler, 2006; Fidler et al., 2004; Castro-Sotos et al., 2007 y Kalinovski, 2010), entre las más frecuentes Garfield, delMas, y Chance (2004) señalan: hay un 95% de probabilidad de que el intervalo de confianza incluya la media muestral, hay un 95% de probabilidad de que la media poblacional este entre los dos valores (límite superior y límite inferior), 95% de todos los datos están incluidos en el intervalo, un intervalo

¹miarelin@hotmail.com

39 ancho significa menos confianza, un intervalo de confianza más angosto es siempre
40 mejor (a pesar del nivel de confianza).

41 En Hogg y Craig (1978) se presentan a los intervalos aleatorios, como una forma de
42 introducir a los intervalos de confianza. Los intervalos aleatorios se construyen
43 considerando una variable aleatoria y una distribución de probabilidad. Aunque el texto
44 está dirigido a estudiantes de nivel superior, en el presente trabajo se consideró que,
45 con ayuda de la tecnología, en este caso el software Fathom, se podía elaborar una
46 actividad de aprendizaje, que introdujera una red de nociones de los intervalos
47 aleatorios en estudiantes de bachillerato.

48 Una vez aplicada la actividad se codificaron los datos para observar los patrones que
49 había en las respuestas de los estudiantes, concluimos que los estudiantes logran
50 entender que dadas muchas repeticiones habrá poca variabilidad, mismo que fue
51 documentado por Inzunza (2017), quien en sus resultados encuentra que es posible
52 que estudiantes con pocos antecedentes matemáticos y de probabilidad pueden
53 realizar conexiones correctas entre el enfoque clásico y frecuencial de la probabilidad
54 a partir de la visualización del comportamiento de los datos esto fue posible con el
55 polígono de frecuencias generado por la simulación, esto se pudo constatar con las
56 aproximaciones que dieron en sus respuestas.
57

58 Otra dificultad observada es que los estudiantes no pueden expresar lo que ven ya
59 que de acuerdo con Sánchez y Valdez (2017) no cuentan con lenguaje probabilista el
60 cual es fundamental que el alumno lo adquiera. Finalmente hemos determinado que
61 con la actividad se ha trabajado la parte probabilística sin embargo falta considerar
62 que tanto usa el estudiante los resultados en la siguiente situación: si se metieran en
63 una urna todos los posibles intervalos que se pueden formar con los números del 0 al
64 9, ¿qué tan confiando estarías de obtener uno que contenga al ocho?

65

66

67 **2. Metodología o desarrollo**

68

69 **2.1 Participantes**

70

71 La actividad se aplicó a 16 estudiantes de 17 – 18 años, que cursaban el sexto
72 semestre del bachillerato, quienes en el semestre anterior revisaron el tema de
73 probabilidad.

74

75 **2.2 Actividad**

76

77 Para el diseño de la actividad se consideraron los principios de diseño para apoyar el
78 desarrollo del razonamiento estadístico de estudiantes propuesto por Cobb y McClain
79 (2004). Estos principios deben considerar cinco aspectos: 1) El enfoque de las ideas
80 estadísticas centrales, en este trabajo serán distribuciones muestrales, variación,



81 representatividad, valores plausibles e intervalos de confianza; 2) las actividades de
82 instrucción; 3) estructura de la actividad de clase, se debe comenzar señalando
83 aspectos importantes, variables a considerar y la manera en que se mediaran, el tema
84 que se va tratar, desarrollo de las actividades y por último discusión hecha de los
85 estudiantes acerca de los resultados que obtuvieron; 4) herramientas informáticas
86 utilizadas por los estudiantes, se elaboraran simulaciones en el software Fathom; 5)
87 discurso en el aula, se refiere a el lenguaje que se debe utilizar y que deben ser en
88 términos propios de la Estadística.

89
90 La actividad aplicada es la siguiente
91

De una urna con 10 bolas numeradas del 0 al 9 se sacan dos bolas, considera el intervalo formado por los valores enteros que se encuentran entre el mínimo de los valores sacados y el máximo de ellos (considerando los extremos), ¿cuál es la probabilidad de que dicho intervalo contenga al número ocho?

*Contener al ocho significa que el dos se encuentra entre los valores mínimo y máximo o que es uno de ellos.

➤ *Simulación física*

- 1) Obtén 10 intervalos anótalos en la siguiente tabla, determina cuáles contienen o no al ocho y marca la casilla correspondiente
- 2) En el siguiente espacio escribe las frecuencias relativas obtenidas por tus compañeros
- 3) De acuerdo con los datos obtenidos, ¿cuál es la probabilidad de que un intervalo contenga al ocho?
- 4) ¿Qué pasaría si obtienes 100 intervalos? 1000?

➤ *Simulación en Fathom*

Abre la simulación, realiza lo que se te pide y contesta las preguntas

- 6) Genera 1, 2, 3, ..., 10, 20 intervalos, ¿qué observas que pasa con los datos en la gráfica?
- 7) ¿Puedes decir cuál es la probabilidad de que el intervalo contenga al ocho? ¿Qué probabilidad es?
- 8) ¿Qué diferencia existe cuando tienes pocos intervalos y cuando tienes muchos?
- 9) Si obtuvieras 1000 intervalos (sin usar el software), ¿cuántos de ellos contendrían al ocho? ¿Por qué?
- 10) Supongamos que la probabilidad de que un intervalo contenga al tres es 60% (0.6), ¿qué significa?
- 11) Si de 100 intervalos 60 contienen al seis, ¿qué significa?

92
93
94

2.3. Análisis de datos



95 El análisis de datos se hará con algunos elementos de la Teoría Fundamentada (TF)
96 pues la implementación de esta metodología tiene como objetivo reflejar la realidad,
97 dado que la información es generada a partir de datos reales. Un objetivo adicional de
98 la TF es encontrar las causas de los fenómenos. El análisis de estas causas y las
99 conclusiones generadas tienden a reflejar la realidad de manera más efectiva debido
100 a que su génesis proviene de la extracción de la información obtenida de los datos, lo
101 cual ofrece una mejor visión del fenómeno objeto de estudio, facilita el entendimiento
102 y provee un significativo curso de acción (Strauss y Corbin, 1998).

103 **3.4. Uso de la tecnología**

104 La simulación es una herramienta fundamental que permite a los estudiantes un
105 enfoque experimental adecuado de concepciones estocásticas. Los estudiantes se
106 familiarizan con la interpretación frecuencial de la probabilidad. La comprensión
107 intuitiva de la variabilidad aleatoria en datos empíricos se puede desarrollar con mayor
108 facilidad (Hofmann et al., 2014). En el presente trabajo se utilizará el software Fathom
109 ya que, como herramienta, Fathom permite a los profesores y estudiantes utilizar,
110 modificar y desarrollar micromundos. En esos micromundos, el estudiante tiene acceso
111 a multiplicar y vincular representaciones, así como la posibilidad de modelar y ejecutar
112 simulaciones y utilizar recursos exploratorios interactivos, por ejemplo, la variación del
113 tamaño de la muestra o bien el valor del parámetro p , con ayuda de un deslizador, y
114 observar lo que ocurre.

115 **3. Resultados y análisis**

116 A cada estudiante se le proporcionó una bolsa con 10 bolas numeradas del 0 al 9 y
117 cada uno obtuvo 10 intervalos, los anotó en una tabla y determinó si el ocho pertenecía
118 o no al intervalo.

119 Por cuestiones de extensión sólo se presentarán los resultados de las preguntas 3, 6,
120 7 y 8.

121 Después se les pidió que anotaran los resultados de los demás compañeros (figura 1)
122 esto con la finalidad de que observaran la mayor cantidad de datos posibles, para que
123 en estimaran la probabilidad de que el intervalo contenga al número ocho.

124



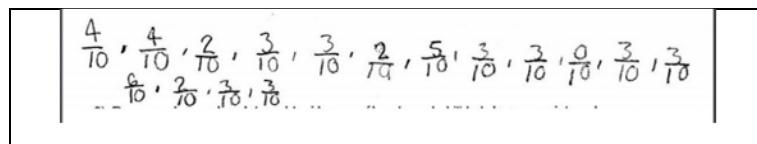


Figura 1. Frecuencias relativas obtenidas por los estudiantes en la simulación física.

- 127 Doce de los 16 estudiantes respondieron (pregunta 3) que la probabilidad de que el
 128 intervalo contenga al número ocho es el valor que más se repite, mientras que los
 129 cuatro restantes consideraron que debían calcular la media o el promedio.
 130 Una vez que se llevó a cabo la simulación física se proporcionó a los estudiantes la
 131 simulación hecha en Fathom (figura 2), para que los estudiantes trabajaran con ella.

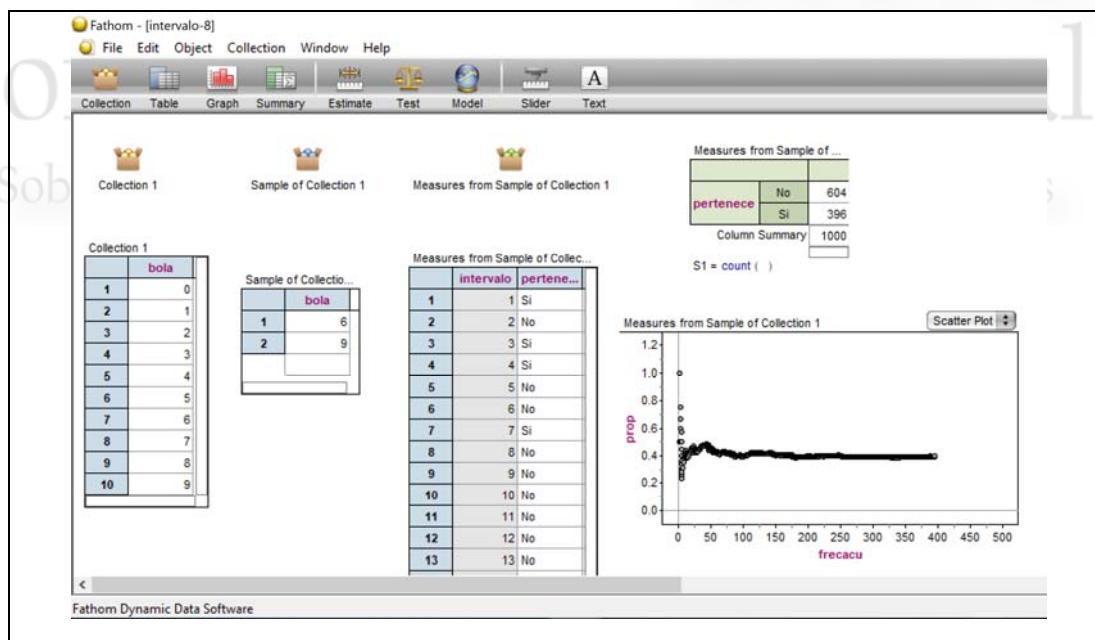


Figura 2. Imagen de la simulación hecha en Fathom

- 132
 133 Primero se solicita que obtengan pocos intervalos para que observen lo que sucede en la gráfica, después se solicita que obtengan 100 o más intervalos y luego se les cuestiona (pregunta 7) sobre la diferencia que existe entre las dos situaciones.
 134 En las respuestas de los estudiantes se encontraron cuatro códigos: *descripción*,
 135 *probabilidad*, *intervalo*, *valor* y *proporcionalidad*; en el primero se colocaron las
 136 respuestas en las cuales solo describen lo que sucede en la gráfica; en el segundo las
 137 respuestas en las que se nota que los estudiantes notan que la tendencia es hacia la
 138 probabilidad teórica; en el tercero en las respuestas se observa que los estudiantes
 139
 140

141 consideran que el intervalo es el que cambia de tamaño; en el cuarto las respuestas
142 reflejan que los estudiantes consideran la probabilidad de obtener un ocho; en el quinto
143 los estudiantes responden que los resultados son proporcionales a los datos
144 anteriores.

145 En la pregunta 6, se pide que basándose en los datos se determine la probabilidad de
146 que el intervalo contenga al ocho. Se obtuvieron tres códigos: *valor puntual*,
147 *aproximación, sin sentido*; en el primero los estudiantes responden con un número; en
148 el segundo las respuestas son aproximaciones y en el tercero hay respuesta que no
149 se logran entender o que están fuera de contexto.

150 Una vez que usaron la simulación y observaron lo que sucedía se les preguntó
151 (pregunta 8) por la probabilidad de que el intervalo contenga al ocho. Se encontraron
152 cinco códigos: *aproximación*, *valor puntual*, *software*, *intervalo*, *igual*; en aproximación
153 están las respuestas en las cuales los estudiantes dan un intervalo y mencionan la
154 palabra aproximadamente; en valor puntual responden con un valor numérico; en
155 software las respuestas mencionan que se usó la simulación; en intervalo las
156 respuestas hacen alusión a que se obtendría el mismo intervalo y en igual mencionan
157 que sucederá lo mismo que en los casos anteriores.

158
159 **4. Conclusiones**

160
161 Concluimos que los estudiantes logran entender que dadas muchas repeticiones habrá
162 poca variabilidad, mismo que fue documentado por Inzunza (2017), quien en sus
163 resultados encuentra que es posible que estudiantes con pocos antecedentes
164 matemáticos y de probabilidad pueden realizar conexiones correctas entre el enfoque
165 clásico y frecuencial de la probabilidad a partir de la visualización del comportamiento
166 de los datos esto fue posible con el polígono de frecuencias generado por la simulación
167 esto se pudo constatar con las aproximaciones que dieron en sus respuestas.

168
169 Otra dificultad observada es que los estudiantes tienen dificultades para expresar lo
170 que observan ya que de acuerdo con Sánchez y Valdez (2017) no cuentan con
171 lenguaje probabilista el cual es fundamental que el alumno lo adquiera.

172
173 Finalmente hemos determinado que con la actividad se ha trabajado la parte
174 probabilística sin embargo falta considerar que tanto usa el estudiante los resultados
175 en la siguiente situación: si se metieran en una urna todos los posibles intervalos que
176 se pueden formar con los números del 0 al 9, ¿qué tan confiando estarías de obtener
177 uno que contenga al ocho?

178
179
180 **Agradecimientos**
181



182 Los autores agradecen el apoyo de la Universidad Nacional Autónoma de México al
183 proyecto INFOCAB PB101118.

184

185 5. Referencias

186

187 Ben-Zvi, D. (2006). Scaffolding students informal inference and argumentation. En A.
188 Rossman & B. Chance (Eds.), Working cooperatively in statistics education:
189 Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics,
190 Salvador, Brazil. Recuperado de
191 http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/17/2D1_BENZ.pdf

192 Castro-Sotos, A. E., Vanhoof, S., Noortgate, W., & Onghena, P. (2007). Students'
193 misconceptions of statistical inference: A review of the empirical evidence from
194 research on statistics education. *Educational Research Review*, 2, 98–113.

195

196 Cobb, P. & McClain, K. (2004). Principles of Instructional Design for Supporting the
197 Development of Students Statistical Reasoning. En D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), The
198 Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning, and Thinking (pp. 375–396).
199 Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

200

201 Fidler, F., Thomason, N., Cumming, G., Finch, S., & Leeman, J. (2004). Editors can
202 lead researchers to confidence intervals, but can't make them think: Statistical reform
203 lessons from medicine. *Psychological Science*, 15, 119 –126.

204 Fidler, F. (2006). Should Psychology abandon p values and teach CIs instead?
205 Evidence based reforms in statistic education. In A. Rossman & B. Chance (Eds.),
206 *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. Voorburg,
207 The Netherlands: International Statistical Institute. Institute.
208 <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications.php> (online).

209

210 Garfield, J. B., delMas, R. C., y Chance, B. L. (2004). *Tools for teaching and
211 assessing statistical inference*. On line: http://www.gen.umn.edu/research/stat_tools.

212 Hogg, R. & Craig, A. (1978). *Introduction to Mathematical Statistics* (pp. 200-234). New
213 York, USA: Macmillan Publishing Co., Inc.

214 Inzunza Casares, S. (2017). Conexiones entre las aproximaciones clásicas y
215 frecuencial de la probabilidad en un ambiente de modelación computacional. *Avances
216 de Investigación en Educación Matemática*, 11, 69 – 86.

- 217 Kalinowski, P. (2010). Identifying misconceptions about confidence intervals. In C.
218 Reading (Ed.), *Data and context in statistics education: Towards an evidence-based*
219 *society. Proceedings of the Eighth International Conference on Teaching Statistics*,
220 Ljubljana, Slovenia. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- 221
- 222 Pratt, D., Johnston-Wilder, P., Ainley, J. & Mason, J. (2008). Local and global thinking
223 in statistical inference. *Statistics Education Research Journal*, 7(2), 107-129.
- 224 Sánchez, E. & Valdez, J.C. (2017). Las ideas fundamentales de probabilidad en el
225 razonamiento de estudiantes de bachillerato. *Avances de Investigación en Educación*
226 *Matemática*, 11, 127 – 143.
- 227
- 228 Strauss, A. & Corbin, J. (1998). *Basics of qualitative research: Grounded theory*
229 *procedures and techniques* (2nd Edition). Thousand Oaks, CA: Sage.
- 230

MEMORIAS DEL Congreso Internacional

Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

ESTADÍSTICA SOBRE EL CONSUMO DEL CANNABIS EN LAS UNIVERSIDADES DE LA CDMX

Buendía González Ángel Cesar, Martínez Cote Argenis Adrián, Mendoza Delgado Omar*, Trejo Urquieta Jonathan Emmanuel y Villegas Rueda Verónica Lucero
Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas IPN. Av. Instituto Politécnico Nacional 2580, La Laguna Ticomán, 07340, CDMX.

I- POAI007

Resumen

Este proyecto fue inspirado por el contexto social actual, por ejemplo, los países como Uruguay y recientemente Canadá ya permiten el consumo recreativo del cannabis. En México se ha tenido avance en materia de legislación en el uso medicinal del cannabis, sin embargo, este sigue en procesos de discusión. Este trabajo se enfocó en la relación entre el consumo recreativo del cannabis y el perfil del estudiante. Se tomó una muestra de 300 estudiantes de nivel superior, entre 18 y 26 años de edad pertenecientes a diversas universidades ubicadas en la CDMX como: el Instituto Politécnico Nacional (IPN), la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), la Universidad Tecnológica de México (UNITEC) y la Universidad del Valle de México (UVM). Para llevar a cabo el muestreo se realizó un cuestionario que los estudiantes contestaron a través de la plataforma Google Forms. Se aplicó análisis inferencial estadístico a los datos mediante pruebas de hipótesis de Chi-cuadrada y regresión lineal con significancia de $\alpha = 0.05$. Como resultado del análisis matemático se encontró que para los estudiantes de nivel superior el consumo de cannabis no está relacionado con el consumo de otras drogas; tampoco el consumo de cannabis tiene relación con que el estudiante realice alguna actividad física o cultural, no obstante, se encuentra que si hay relación con la edad de los estudiantes. Por otro lado, se encontró que, al separar entre universidades privadas y universidades públicas, los estudiantes de universidades privadas en promedio gastan más que los estudiantes de universidades públicas, aunque los de universidades públicas tienen una mayor frecuencia de consumo del cannabis. Estos resultados arrojan información sobre los factores dentro del perfil de estudiantes que influyen o son relevantes para el consumo o no consumo del cannabis dentro de la población universitaria.

Palabras clave: Cannabis, UNAM, IPN, estadística, consumo recreativo.

1. Introducción

La realización de este proyecto fue inspirado por el contexto social actual que discute cambiar las leyes sobre el consumo del cannabis, por ejemplo, los países como Uruguay y recientemente Canadá ya permiten el consumo recreativo de la cannabis. En México se ha tenido avances en materia de legislación al uso medicinal del cannabis, sin embargo, se sigue discutiendo los pros y contras. El tema sobre las drogas no es nuevo, existen censos realizados con anterioridad por el gobierno mexicano en una encuesta llamada “Encuesta nacional de consumo de drogas, alcohol y tabaco” (Secretaría de Salud, 2017). Los resultados de esta encuesta muestran un aumento considerable en el consumo de marihuana tanto en hombres de como en mujeres de nuestro país, lo que probablemente es el preámbulo a y referencia sobre porque legalizar la cannabis. Existe una creencia popular sobre el consumo de la

*Autor para la correspondencia. E-mail: omendo98@live.com Tel. 57-29-60-00, Ext. 56-860

44 cannabis y los estudiantes de nivel superior, donde se afirma que los universitarios y
45 en particular los de la UNAM son ávidos consumidores de marihuana, por lo que
46 decidimos realizar un estudio estadístico para tener el estado del arte sobre esta
47 creencia pero con muestreo y análisis matemático formal. Independientemente de la
48 creencia popular, decidimos investigar y averiguar en qué universidad se consume
49 más el cannabis, por lo que hicimos la comparación entre el Instituto Politécnico
50 Nacional (IPN) y la Universidad Autónoma de México (UNAM). La intención es dar a
51 conocer las tendencias sobre el consumo de cannabis en estudiantes de nivel superior
52 y averiguar las posturas que tienen los estudiantes sobre la legalización de cannabis
53 y el uso recreativo.

54 Para la realización de este proyecto fue necesario hacer encuestas, y para eso, se
55 emplearon tres tipos de muestreo, de conglomerados, muestreo de bola de nieve y
56 muestreo aleatorio simple, el cual, predominó. En general nos enfocamos en la
57 relación entre el consumo recreativo del cannabis y el perfil del estudiante.

58 **2. Metodología**

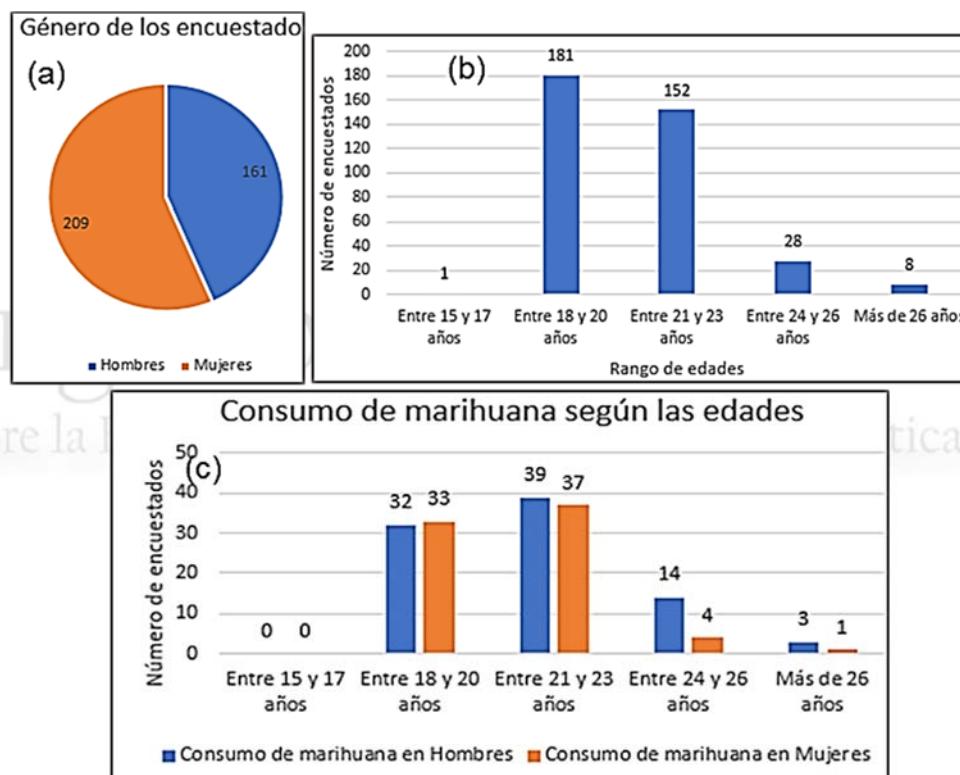
59 **2.1 Muestreo**

60 Para el estudio se tomó una muestra de 300 estudiantes de nivel superior, entre 18 y
61 26 años de edad pertenecientes a diversas universidades ubicadas en la CDMX como:
62 el Instituto Politécnico Nacional (IPN), la Universidad Nacional Autónoma de México
63 (UNAM), la Universidad Tecnológica de México (UNITEC) y la Universidad del Valle
64 de México (UVM). Para llevar a cabo el muestreo se realizó un cuestionario que los
65 estudiantes contestaron a través de la plataforma Google Forms en compañía de
66 nosotros contestando cada una de las preguntas. Desarrollamos un cuestionario de 17
67 preguntas para aquellos que han consumido por lo menos una vez la planta; y de solo
68 11 preguntas para los que no. El link directo a la encuesta es el siguiente:
69 <https://goo.gl/forms/EDpqf6nbLszRQYCV2>. La mayoría de nuestras variables fueron
70 cualitativas, contando solo con una variable cuantitativa continua (gasto mensual en
71 consumo), aunque como se verá posteriormente, convertimos una variable cualitativa
72 a cuantitativa discreta para poder hacer una prueba de hipótesis sobre el coeficiente
73 de correlación r. La tecnología de Google Forms agiliza el análisis y procesamiento de
74 datos, ya que dicha herramienta genera automáticamente una hoja de cálculo
75 registrando en tiempo real los datos obtenidos por la forma. Predominó el muestreo de
76 aleatorio simple, ya que una vez estando en las escuelas recibimos muy pocas
77 negativas para que contestaran nuestro cuestionario, con esto también nos
78 cercioramos de que las respuestas fueran dadas por diferentes estudiantes y no
79 hubiese repetición de datos. Elegimos a personas al azar que iban pasando o reunidas
80 en un punto específico, aumentó el volumen de personas en poco tiempo. Posterior a
81 la toma de datos, llevamos a cabo un análisis estadístico descriptivo y uno diferencial.

82 **2.1.1 Análisis descriptivo**

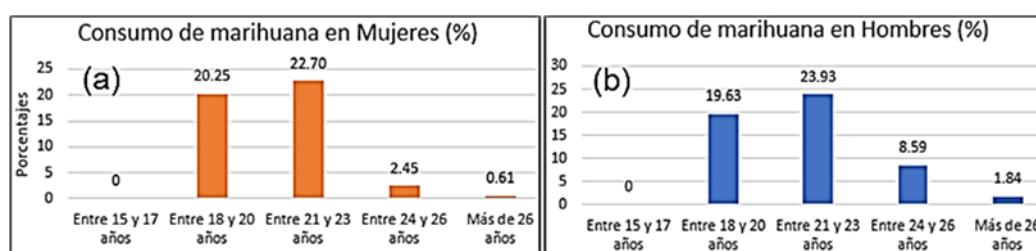


- 83 La plataforma de google forms nos permite el ordenamiento automático de datos.
- 84 Los datos se muestran en gráficos en las Figs. (1)-(3). En la Fig. (1a) se muestra el
 85 porcentaje de hombres y mujeres que fueron encuestados. En la Fig. (1b) se muestran
 86 las edades de los encuestados y en la Fig. (1c) el número de personas que consumen
 87 y que no consumen cannabis por edades.



88

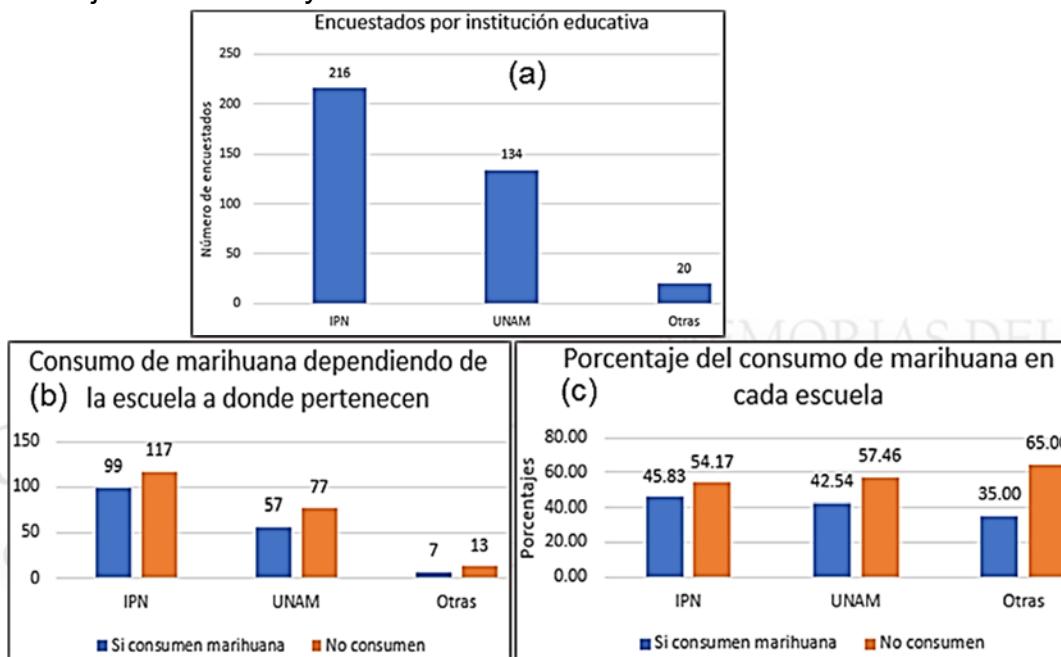
89 **Figura 1.** (a) Porcentaje de hombres y mujeres que fueron encuestados. (b) Edades de los
 90 encuestados. (c) Número de personas que consumen y que no consumen cannabis por edades.



91

92 **Figura 2.** Gráficas de porcentaje para los consumidores de la muestra por género y rango de edades,
 93 (a) para mujeres y (b) para hombres.

94 En la Fig. 2 se muestran las diferencias por género de mujeres y hombres que si
 95 consumen cannabis. La Fig. (2a) se muestra las edades de las mujeres y la Fig. (2b)
 96 el porcentaje de hombres y sus edades.



98 **Figura 3.** (a) Representación gráfica de datos para la pregunta “¿A qué institución perteneces?”.
 99 (b) Gráfica de frecuencia de respuestas para los consumidores de la muestra. (c) Gráfica de
 100 porcentajes para el consumo por institución educativa.

101

102 3. Resultados y análisis inferencial

103 Aplicamos análisis matemático inferencial estadístico a los datos obtenidos mediante
 104 pruebas de hipótesis de χ^2 (Chi^2) y regresión lineal con significancia de $\alpha = 0.05$
 105 (Murray 2013, Walpole 1987). Las pruebas las dividimos en tres resultados que
 106 presentamos a continuación.

107 3.1 Prueba de hipótesis sobre la relación entre la frecuencia de consumo y el gasto 108 mensual en cannabis.

109 Decidimos realizar esta hipótesis mediante regresión lineal con la finalidad de
 110 encontrar alguna relación entre frecuencia de consumo con cuanto gastan los jóvenes
 111 por mes. Para desarrollar esta prueba de hipótesis cambiaremos la variable cualitativa
 112 “Frecuencia de consumo” a una variable cuantitativa, donde $x =$
 113 *frecuencia de consumo* donde x toma valores de 0, 1, 2, 3 y 4, según la siguiente
 114 escala: Solo lo he hecho una vez = 0; Una vez al mes = 1; Una vez a la semana = 2;
 115 Una vez al día = 3; Más de una vez al día = 4. Y $y =$ *gasto de dinero* que pudo tomar

116 cualquier valor. Luego se plantea la hipótesis nula $H_0: r_{H0} = 0$, con significancia de
 117 0.05 (Walpole, 1987).

118 Utilizamos el software Wolfram Mathematica 10 para el desarrollo de esta prueba de
 119 hipótesis. Al ser un número grande de datos recopilados, obtuvimos un número muy
 120 grande de grados de libertad, por tanto, podemos aproximar la distribución a una
 121 normal. Calculamos “r experimental” y “Z experimental”:

122

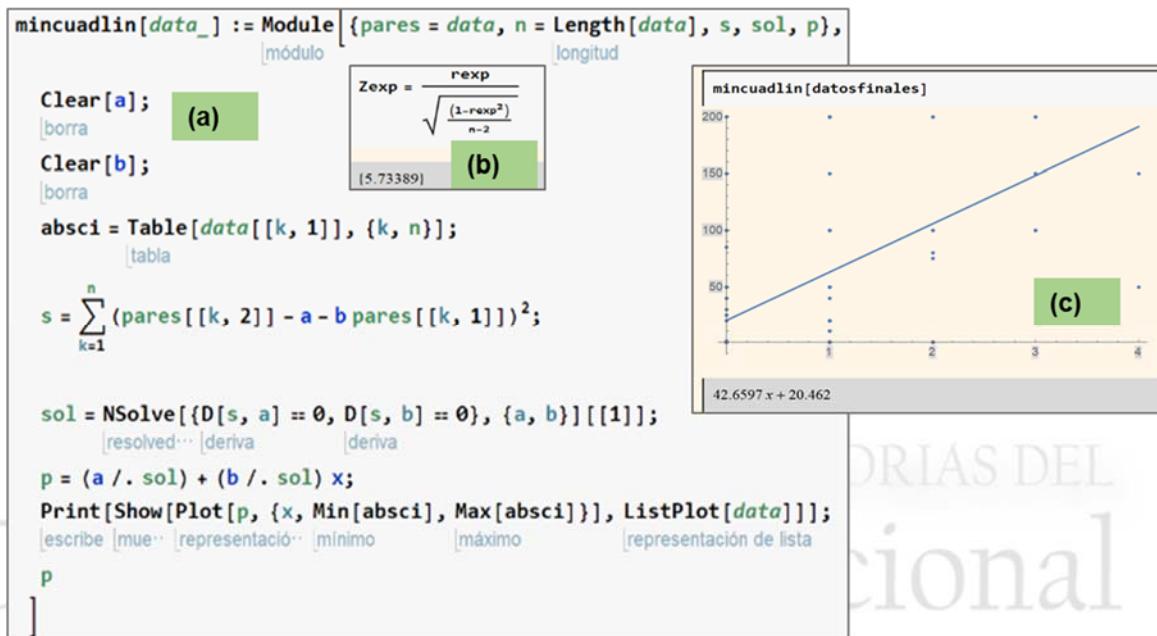
$$r_{exp} = \left(\left(\sum_{i=1}^n xy_{[[i]]} \right) - \left(\sum_{i=1}^n X_{[[i]]} \right) \left(\sum_{i=1}^n Y_{[[i]]} \right) \right) / \left(\sqrt{\left(\left(\sum_{i=1}^n x_{cuadrado}_{[[i]]} - \left(\sum_{i=1}^n X_{[[i]]} \right)^2 \right) \left(\sum_{i=1}^n y_{cuadrado}_{[[i]]} - \left(\sum_{i=1}^n Y_{[[i]]} \right)^2 \right) \right)} \right)$$

123

124 **Fórmula 1:** fórmula empleada para obtener el valor de r experimental.

125

126 Para finalizar, obtuvimos de tablas el estadístico Z teórico para una significancia de
 127 0.005. Z teórico=1.96. Mediante un algoritmo desarrollado en Wolfram obtuvimos la
 128 gráfica y la función de ajuste. Según el coeficiente de correlación, al ser positivo, indica
 129 que mientras más aumenta la frecuencia de consumo más aumenta el gasto. Mediante
 130 la prueba de hipótesis antes desarrollada comprobamos que existen pruebas
 131 estadísticas suficientes para decir que ambas variables son dependientes. La relación
 132 entre ellas es dada por la recta arrojada por el algoritmo de mínimos cuadrados. Si
 133 bien, en la gráfica se nota gran dispersión en lo que a gasto se refiere, mediante esta
 134 prueba de hipótesis se comprueba que la frecuencia de consumo está relacionada
 135 fuertemente con el gasto mensual de los jóvenes encuestados, ver Fig. 4.



136
 137 **Figura 4.** (a) Código de Mathematica 10, (b) r y z experimentales y (c) gráfico de regresión lineal.

138 **3.2 Prueba de hipótesis para conocer si el hecho de consumir marihuana depende de**
 139 **la edad de las personas, Calculado con χ^2 (Chi^2).**

140 Esta prueba de hipótesis nos puede ayudar a saber cuáles son los sectores de la
 141 población de universidad más expuestas al consumo de la droga. Planteamos la
 142 prueba de hipótesis nula H_0 : No depende de la edad, con significancia de 0.05 (Murray
 143 2013).

144 **Tablas 1.** (a) valores observados, (b) valores esperados y (c) tabla de análisis de Chi^2

| (a) | | consumieron | | Total |
|--------------------|-------------|-------------|--|-------|
| criterio | Sí | No | | |
| Entre 15 a 17 años | 0 | 1 | | 1 |
| Entre 18 a 20 años | 65 | 116 | | 181 |
| Entre 21 a 23 años | 76 | 76 | | 152 |
| Entre 24 a 26 años | 18 | 10 | | 28 |
| Mas de 26 años | 4 | 4 | | 8 |
| Total | 163 | 207 | | 370 |
| | 0.440540541 | 0.559459459 | | 1 |

| (b) | | consumieron | | Total |
|--------------------|-------------|-------------|--|-------|
| criterio | Sí | No | | |
| Entre 15 a 17 años | 0.440540541 | 0.559459459 | | 1 |
| Entre 18 a 20 años | 79.73783784 | 101.2621622 | | 181 |
| Entre 21 a 23 años | 66.96216216 | 85.03783784 | | 152 |
| Entre 24 a 26 años | 12.33513514 | 15.66486486 | | 28 |
| Mas de 26 años | 3.524324324 | 4.475675676 | | 8 |
| Total | 163 | 207 | | 370 |

| (c) | | consumieron | | Total |
|--------------------|-------------|-------------|--|------------|
| criterio | Sí | No | | |
| Entre 15 a 17 años | 0.440540541 | 0.346899073 | | |
| Entre 18 a 20 años | 2.723974841 | 2.144965696 | | |
| Entre 21 a 23 años | 1.219830874 | 0.960543152 | | |
| Entre 24 a 26 años | 2.601568089 | 2.04857777 | | |
| Mas de 26 años | 0.064201625 | 0.050554903 | | |
| Total | 7.050115969 | 5.551540594 | | 12.6016566 |

145



146

147 Tenemos cuatro grados de libertad $g.l. = 4$. De las Tablas 1 obtenemos $|\chi^2_{\text{TEO}}| = 9.49$.
 148 Por lo tanto como $|\chi^2_{\text{TEO}}| < |\chi^2_{\text{Exp}}$ rechazamos H_0 con un 95% de confianza y
 149 concluimos que si depende de la edad el hecho de que los estudiantes consuman
 150 marihuana. Podemos ver que la edad más expuesta a la droga es la población entre
 151 21 y 23 años.

152

153 *3.3 Prueba de hipótesis sobre la relación entre el consumo y la actividad física o*
 154 *cultural*

155 Un factor importante en la decisión de consumir drogas o no es tu estado físico y
 156 mental, que tiene que ver intrínsecamente con tu situación mental o tus factores de
 157 riesgo. Por ello esta prueba de hipótesis. Planteamos H_0 con significancia 0.05, como
 158 H_0 : El consumo de cannabis NO depende de si realizas una actividad deportiva o cultural
 159 En la tabla 2 se muestran los valores observados, esperados y los del análisis de χ^2 .

160 **Tablas 2.** (a) valores observados, (b) valores esperados y (c) tabla de análisis de Chi²

| (a) | | ¿Realizas alguna actividad deportiva o cultural? | | |
|---------------------------|-------|--|------|-------|
| Observados | | Sí | No | Total |
| ¿Has consumido marihuana? | Sí | 96 | 67 | 163 |
| | No | 111 | 96 | 207 |
| | Total | 207 | 163 | 370 |
| | | 0.56 | 0.44 | 1 |

| (b) | | ¿Realizas alguna actividad deportiva o cultural? | | |
|---------------------------|-------|--|--------|--------|
| Esperados | | Sí | No | Total |
| ¿Has consumido marihuana? | Sí | 91.19 | 71.81 | 163.00 |
| | No | 115.81 | 91.19 | 207.00 |
| | Total | 207.00 | 163.00 | 370.00 |

| (c) | | ¿Realizas alguna actividad deportiva o cultural? | | |
|---------------------------|-------|--|------|------------------------------|
| Diferencia | | Sí | No | Grados de libertad |
| ¿Has consumido marihuana? | Sí | 0.25 | 0.32 | χ^2_{Exp} 1.03 |
| | No | 0.20 | 0.25 | α 0.05 |
| | Total | 0.45 | 0.58 | χ^2_{Teo} 3.8415 |

161

162

163 Al ser $|\chi^2_{\text{teo}}| > |\chi^2_{\text{exp}}$ aceptamos H_0 y rechazamos la H_a . Con un 95% de confianza
 164 se dice que el consumo de cannabis *no* depende de si se realiza una actividad física
 165 o cultural. Para la muestra obtenida poco importa si realizas alguna actividad extra.

166 4. Conclusiones



167 Como resultado del análisis matemático se encontró que para los estudiantes de nivel
168 superior el consumo de cannabis no está relacionado con el consumo de otras drogas;
169 tampoco el consumo de cannabis tiene relación con que el estudiante realice alguna
170 actividad física o cultural, no obstante, se encuentra que si hay relación con la edad de
171 los estudiantes. Por otro lado, se encontró que, al separar entre universidades privadas
172 y universidades públicas, los estudiantes de universidades privadas en promedio
173 gastan más que los estudiantes de universidades públicas, aunque los de
174 universidades públicas tienen una mayor frecuencia de consumo del cannabis. Estos
175 resultados arrojan información sobre los factores dentro del perfil de estudiantes que
176 influyen o son relevantes para el consumo o no consumo del cannabis dentro de la
177 población universitaria.

178 **Referencias**

- 179 • Murray, S., et. al. (2013). *Probabilidad y estadística*. México: Mc Graw Hill
180 Education
- 181 • Secretaría de Salud (2017). *Encuesta Nacional de consumo de drogas, alcohol y*
182 *tabaco 2016-2017*. [En línea]. Obtenido en diciembre de 2018 de la dirección:
183 www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/CONSUMO_DE_DROGAS.pdf
- 184 • Walpole R. E. & Myers R. H. *Probabilidad y estadística para ingenieros*. México:
185 Interamericana

186
187
188



NETFLIX Y EL RENDIMIENTO ACADÉMICO

Jaime Calderón Ocampo, Israel Emanuel Pérez Ortega,
Demmys Sánchez Brand*, Gualberto Jesús Ojeda Mendoza
UPIITA; Av. Instituto Politécnico Nacional 2580,
La Laguna Ticomán, 07340 Ciudad de México, CDMX

I-POAI024

Resumen

La idea de estudiar la relación entre la plataforma de streaming Netflix y el rendimiento académico de un estudiante de nivel superior surge con base en la comunidad estudiantil de la UPIITA, ya que la mayoría de los estudiantes tiene acceso a éste servicio y emplea una gran cantidad de tiempo en este tipo de plataformas. El estudio se realizó única y exclusivamente dentro de las instalaciones de la UPIITA, pues dicha institución es conocida por su alta demanda académica y por lo tanto es donde podríamos encontrar algún impacto, ya sea positivo o negativo.

La recopilación de información se llevó a cabo a través de un cuestionario creado en la plataforma Google Forms, el cual compartimos en redes sociales a miembros de la comunidad, de igual manera se recabaron datos de manera personal, aplicando el cuestionario a diferentes estudiantes de la UPIITA. Una vez realizado el muestreo se llevó a cabo un análisis estadístico sobre la información recabada utilizando diferentes métodos. Se propusieron cinco pruebas de hipótesis para comparar aspectos que influyen en el rendimiento académico de los estudiantes y el uso de la plataforma Netflix.

Palabras Clave: Netflix, rendimiento, promedio, sueño, organización, estudio.

1. Introducción

Actualmente los jóvenes y en general la sociedad en nuestro país forman parte de la generación de internet o generación Z. El uso de esta tecnología en México se manifiesta en el último estudio de estadística realizado por el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI), en el cual se observa un incremento constante de mexicanos que accede a internet, pasando de 65.5 millones en el 2016 a 71.3 millones de personas en el 2017. De los datos obtenidos del 2017 el porcentaje de usuarios de internet por nivel de escolaridad, los alumnos de educación superior tienen el porcentaje más alto en el uso de internet con un 94.5 % y solo un 5.5% los que no usa esta tecnología.

Las principales actividades realizadas en Internet durante 2017 son: para obtener información (96.9 por ciento), para entretenimiento (91.4 por ciento) y para comunicarse (90.0 por ciento). Otras como acceder a contenidos audiovisuales y acceder a redes sociales muestran porcentajes del 78.1 y el 76.6 por ciento, respectivamente (INEGI, 2018).

Esta expansión del uso de internet en ordenadores y teléfonos inteligentes en los estudiantes de nivel superior tanto en los hogares como en la escuela da la necesidad de preguntarse si su uso favorece o interfiere con el aprendizaje escolar y el promedio académico. En particular si el uso de la aplicación de entretenimiento de contenido

*E-mail: d.sanchez.b.969@gmail.com Tel.: 5515749555

47 multimedia, Netflix, afecta el aprendizaje y el promedio académico. De acuerdo con la
 48 revista Forbes el 72% (51.3 millones) de los usuarios de internet en México posee una
 49 cuenta en Netflix, esto significa que nuestro país es el mercado con más participación
 50 donde opera esta aplicación de entretenimiento (Forbes Staff, 2017).

51
 52 En el presente trabajo se busca determinar si el uso de Netflix tiene alguna relación
 53 con el rendimiento académico de los estudiantes de UPIITA, mediante análisis
 54 estadístico.

55

56 2. Metodología

57

58 2.1 Métodos Estadísticos

59

60 En una prueba de hipótesis, el investigador utiliza los datos muestrales para decidir si
 61 la evidencia está a favor de H_a (hipótesis que el investigador desea apoyar) más que
 62 de H_0 (contradicción de H_a) y saca una de dos conclusiones: rechaza H_0 y concluye
 63 que H_a es verdadera; acepta H_0 como verdadera. Los datos obtenidos en el muestreo
 64 se analizarán mediante tres métodos estadísticos: Mínimos Cuadrados, Chi-Cuadrada
 65 y ANOVA, y se harán pruebas de hipótesis sobre lo estadísticos obtenidos.

66

67 Mínimos Cuadrados y Correlación

68

69 El método de mínimos cuadrados consiste en encontrar la curva que mejor ajuste a
 70 los datos experimentales. Si la curva es una recta, mediante el ajuste podemos
 71 determinar las constantes a (conociendo b y tomando un par ordenado (x,y)) y b , Ec.
 72 (1) y Ec. (2) respectivamente. Mediante la Ec. (3) se obtiene el coeficiente de
 73 correlación r , el cual determina qué tan bien ajusta la recta a los datos pareados. Al
 74 hacer uso de la Ec. (4) se obtiene el estadístico T_{exp} , el cual se puede comparar con
 75 T_{teo} obtenido de tablas estadísticas y determinar si T_{exp} está dentro del intervalo de
 76 aceptación para una significancia $\alpha = 0.5$.

77

Ecuación 1. $a = y - bx$

Ecuación 2. $b = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$

Ecuación 3. $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$

Ecuación 4. $T_{exp} = r / \sqrt{\frac{1 - r^2}{n - 2}}$

78 Chi-Cuadrada

79

80 La prueba χ^2 nos dice que si H_0 es verdadera, entonces los valores observados y
 81 esperados están probablemente cercanos entre sí. Por tanto, se construirá un
 82 estadístico de prueba que mida la cercanía entre los valores observados y los
 83 esperados, dado por la Ec. (7), el cual compararemos en tablas conociendo el grado
 84 de libertad v calculado mediante la Ec. (8).

*E-mail: d.sanchez.b.969@gmail.com Tel.: 5515749555

Ecuación 6. $F_{eij} = \frac{F_i \times F_j}{F_t}$

Ecuación 7. $\chi^2_{\text{exp}} = \sum_i \sum_j \frac{(F_{ij} - F_{eij})^2}{F_{eij}}$

Ecuación 8. $v = (i-1)(j-1)$

85 ANOVA (1 Factor)

86

87 El método ANOVA se utiliza para someter a prueba las hipótesis de que tres o más
 88 medias poblacionales sean iguales. El estadístico de ésta prueba está representado
 89 por la Ec. (13), que se calcula con ayuda de las Ecs. (9)-(12); el estadístico calculado
 90 será comparado en tablas utilizando los grados de libertad dados por las Ecs. 14-15.
 91

92 **Ecuación 9.** $SSW = \sum_{i=1}^k (n_i - 1)s_i^2$

93 **Ecuación 11.** $MSW = \frac{SSW}{N-k}$

94 **Ecuación 13.** $F_{\text{exp}} = \frac{MSB}{MSW}$

95 **Ecuación 15.** $v_2 = N - k$

96 **Ecuación 10.** $SSB = \sum_{i=1}^k n_i (\bar{X}_i - X)^2$

97 **Ecuación 12.** $MSB = \frac{SSB}{k-1}$

98 **Ecuación 14.** $v_1 = k - 1$

99 2.2 Muestreo

100

101 Con la ayuda de los formularios de Google Drive, se elaboró una encuesta, la cual fue
 102 aplicada de dos maneras distintas: a través de redes sociales (Facebook, WhatsApp)
 103 y de manera presencial (dentro de las instalaciones de UPIITA). Los datos que se
 104 recopilaron fueron de tipo cuantitativo discreto, cuantitativo continuo y datos de tipo
 105 cualitativo.

106

107 3. Resultados y Análisis

108

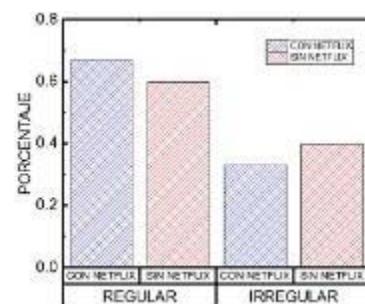
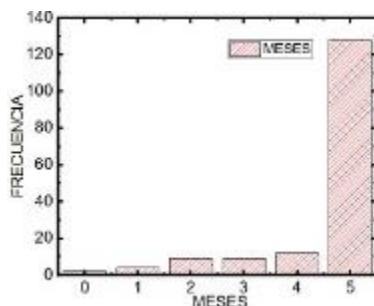
109 3.1 Análisis Descriptivo

110

111 3.1.1 Cuenta activa (CA)

112

113 En la Fig. (1) se muestra el tiempo que mantienen activa una cuenta de Netflix los
 114 estudiantes de UPIITA a lo largo de un semestre, se observa la significativa cantidad
 de estudiantes que mantienen su cuenta activa durante todo el semestre.
 Consideramos cinco meses dado que el semestre tiene esa duración.



*E-mail: d.sanchez.b.969@gmail.com Tel.: 5515749555

115

Figura 1. Meses cuenta activa

116

117 3.1.2 Situación Académica (SA)

118

119 De los datos obtenidos en la encuesta, se calculó la proporción de alumnos regulares
 120 e irregulares para los casos individuales con cuenta de Netflix y sin cuenta, que puede
 121 apreciarse mejor en la Fig. (2). Se observa que el porcentaje de alumnos regulares es
 122 similar al de alumnos irregulares independientemente de si tienen cuenta o no.

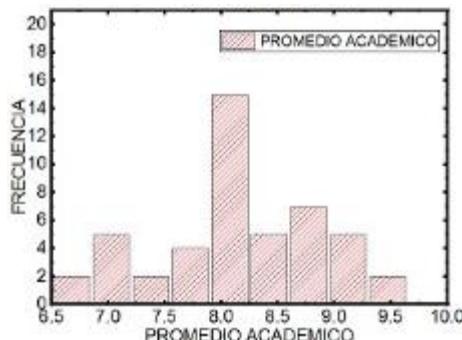
123

124

125 3.1.3 Promedio académico (PA)

126

127 Considerando ahora el promedio académico de los estudiantes, se presentan los
 128 histogramas correspondientes a los estudiantes sin Netflix, Fig. (3), y a los estudiantes
 129 con Netflix, Fig. (4). Observamos en general un promedio de alrededor de 8
 130 independientemente de si el estudiante tiene cuenta de Netflix o no.



131

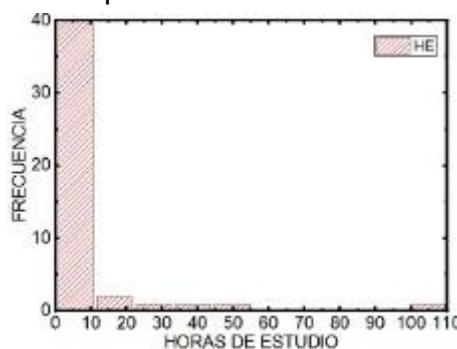
Figura 3. Promedio estudiantes sin Netflix

132

133 3.1.4 Horas de estudio (HE)

134

135 Las horas de estudio para los alumnos sin cuenta de Netflix se presenta en la Fig. (5),
 136 y para los estudiantes con Netflix en la Fig. (6). En ambos grupos se puede apreciar
 137 que dedican aproximadamente 10 horas de estudio a la semana.



138

Figura 5. Horas de estudio sin Netflix

139

140

Figura 2. Alumnos regulares e irregulares

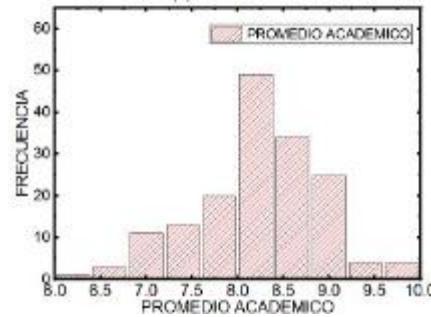


Figura 4. Promedio estudiantes con Netflix

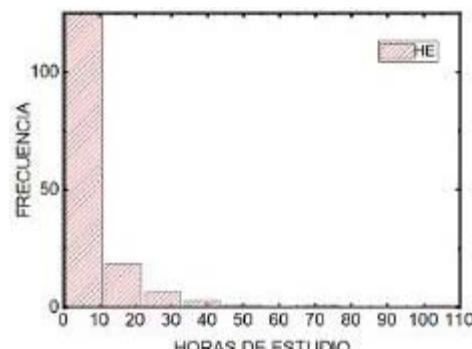
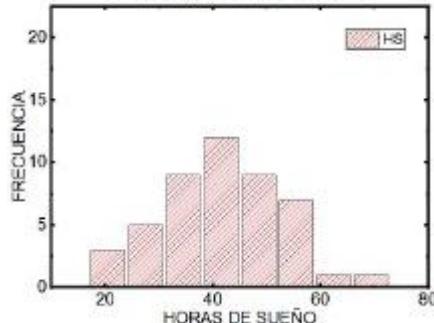


Figura 6. Horas de estudio con Netflix

141

142 3.1.5 Horas de Sueño (HS)



143 Figura 7. Horas de sueño sin Netflix

144

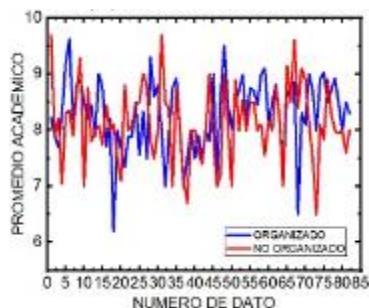
145 Las horas de sueño para los alumnos sin cuenta de Netflix se presenta en la Fig. (7),
 146 y para los estudiantes con Netflix en la Fig. (8). Podemos observar que un alumno que
 147 posee una cuenta de Netflix en promedio duerme más que un alumno si cuenta.

148

149 3.1.6 Nivel de Organización (O)

150

151 Por último, se presentan los datos donde destaca una variable cualitativa. Se graficó
 152 de tal modo que se comparan los promedios académicos de los estudiantes con
 153 distintos niveles de organización para los que tienen Netflix, Fig. (9) y para los que no
 154 tienen Netflix, Fig. (10). Se observa que la media se mantiene alrededor de 8
 155 independientemente del nivel de organización.



156 Figura 9. Nivel de organización sin Netflix



Figura 8. Horas de sueño con Netflix

144

145 Las horas de sueño para los alumnos sin cuenta de Netflix se presenta en la Fig. (7),
 146 y para los estudiantes con Netflix en la Fig. (8). Podemos observar que un alumno que
 147 posee una cuenta de Netflix en promedio duerme más que un alumno si cuenta.

148

149 3.1.6 Nivel de Organización (O)

150

151 Por último, se presentan los datos donde destaca una variable cualitativa. Se graficó
 152 de tal modo que se comparan los promedios académicos de los estudiantes con
 153 distintos niveles de organización para los que tienen Netflix, Fig. (9) y para los que no
 154 tienen Netflix, Fig. (10). Se observa que la media se mantiene alrededor de 8
 155 independientemente del nivel de organización.

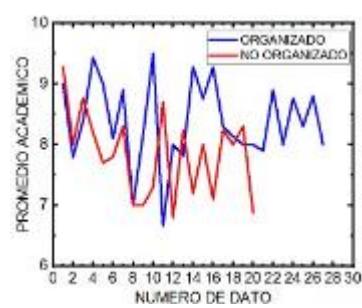


Figura 10. Nivel de organización con Netflix

156

157 3.2 Pruebas de hipótesis

159

160 3.2.1 Prueba de hipótesis 1: Netflix vs. promedio académico

161

162 Considerando a H_0 como la hipótesis de que las dos variables son independientes; y a
 163 H_a como la hipótesis de que las dos variables están relacionadas, usamos el método
 164 de mínimos cuadrados Ecs. (1)-(4) y la correlación obteniendo T_{exp} con un valor de
 165 0.531 y comparando con T_{teo} de 1.96, observamos que $T_{exp} < T_{teo}$, por lo que se puede
 166 concluir que las dos variables son independientes, por lo tanto se acepta H_0 , lo que

*E-mail: d.sanchez.b.969@gmail.com Tel.: 5515749555

167 indica que el poseer una cuenta de Netflix no tiene efecto en el promedio académico
 168 de los estudiantes.

169

170 3.2.2 Prueba de hipótesis 2: Netflix vs. Situación académica

171

172 Considerando H_0 como la hipótesis en que las dos variables son independientes; y
 173 H_a como la hipótesis en que las dos variables están relacionadas. Utilizando el método
 174 χ^2 con los datos de la Tab. (1) y las Ecs. (6)-(8), obtenemos χ^2_{exp} con un valor de
 175 0.9054 y un valor de tablas para χ^2_{teo} de 5.02. Entonces tenemos que $\chi^2_{exp} < \chi^2_{teo}$
 176 por lo tanto aceptamos H_0 , que indica que poseer una cuenta de Netflix no tiene ningún
 177 impacto en la situación académica del estudiante.

178

179

180

| | Alumnos con Netflix | Alumnos sin Netflix | F_i |
|-----------|---------------------|---------------------|-------|
| Regular | 110 | 28 | 138 |
| Irregular | 54 | 19 | 73 |
| F_j | 164 | 47 | |

181 **Tabla 1. Frecuencia de la regularidad**

182

183

184 3.2.3 Prueba de hipótesis 3: Netflix vs. Horas de estudio

185

186 Considerando H_0 como la hipótesis en que las dos variables son independientes; y
 187 H_a como la hipótesis en que las dos variables están relacionadas. Utilizando el método
 188 de mínimos cuadrados Ecs. (1)-(4) y correlación obtenemos T_{exp} con un valor de 1.089
 189 y comparando con T_{teo} de 1.96, observamos que $T_{exp} < T_{teo}$, por lo que se puede
 190 concluir que las dos variables son independientes, por lo tanto se acepta H_0 , lo que
 191 indica que poseer una cuenta de Netflix no modifica las horas dedicadas al estudio.

192

193 3.3.4 Prueba de hipótesis 4: Netflix vs. Horas de sueño

194

$$195 H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$196 H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

197

198 Consideremos H_0 como la hipótesis en que las medias poblacionales son iguales; y H_a
 199 como la hipótesis en que las medias poblacionales son distintas. Utilizando el método
 200 ANOVA, obtenemos F_{exp} con un valor de 10.52 y comparando con F_{teo} de 3.84,
 201 observamos que $F_{exp} > F_{teo}$, por lo tanto rechazamos H_0 y asumimos que tener una
 202 cuenta de Netflix influye en las horas de sueño de un estudiante.

203

204

205

206

*E-mail: d.sanchez.b.969@gmail.com Tel.: 5515749555

207
208

| | <i>Con Netflix</i> | | <i>Sin Netflix</i> | |
|-----------|--------------------|----------------------|--------------------|----------------------|
| | Organizado | No Organizado | Organizado | No Organizado |
| \bar{x} | 8.2795122 | 8.118658537 | 8.3772837 | 7.84 |
| S | 0.64718746 | 0.674644419 | 0.69034926 | 0.699781921 |
| N | 82 | 82 | 27 | 20 |
| N | | 164 | | 47 |
| X | | 8.199 | | 8.109 |

209
210 **3.3.5 Prueba de hipótesis 5. Netflix vs. Organización**
211

212 **Tabla 2. Organización**

213

214

215 $H_0: \mu_1 = \mu_2$
216 $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$

217

218 Para estudiantes con cuenta de Netflix, usamos el método ANOVA con los datos de la
219 Tab. (2) y las Ecs. (9)-(15), obtenemos F_{exp} con un valor de 2.43 y comparando con
220 F_{teo} de 3.92. Observamos que $F_{exp} < F_{teo}$, por lo tanto aceptamos H_0 , y se puede
221 concluir que teniendo cuenta activa de Netflix es indistinto, con respecto al promedio
222 académico, el hecho ser o no ser organizado.

223

224 Para estudiantes sin cuenta de Netflix, usamos el método ANOVA con los datos de la
225 Tab. (2) y las Ecs. (9)-(15), obtenemos F_{exp} con un valor de 7.063 y comparando con
226 F_{teo} de 4.08. Observamos que $F_{exp} > F_{teo}$, por lo tanto rechazamos H_0 , y se puede
227 concluir que no teniendo cuenta activa de Netflix el promedio académico se ve
228 afectado dependiendo de ser o no ser organizado.

229

230 **4. Conclusiones**

231

232 Con las pruebas de hipótesis resumidas en la Tab. (3) observamos que utilizar Netflix
233 no afecta el rendimiento académico de los estudiantes de UPIITA dentro de un
234 intervalo del 95% de confianza.

235 Debe tomarse en cuenta que las hipótesis 1 y 3 tienen una carga de sesgo que no
236 pudieron ser limpiadas, y si se quieren datos más precisos hay que mejorar tanto la
237 formulación de las preguntas como el muestreo. Al hacer la correlación de los datos
238 obtenidos se concluyó que el número de horas que emplean los estudiantes para ver
239 Netflix no tiene relación con el promedio y las horas de estudio.

240

241 Se observa también que las personas más afectadas en su promedio académico por
242 una mala organización de su tiempo no tuvieron cuenta de Netflix.

*E-mail: d.sanchez.b.969@gmail.com Tel.: 5515749555

243

244 Finalmente, el uso de Netflix solo tiene un impacto significativo en las horas de sueño
 245 del estudiante, sin embargo, este hecho no afecta en nada a su desempeño
 246 académico.

247

248 **Tabla 3. Resultados; pruebas de hipótesis.**

| Hipótesis | T_{teo} | T_{exp} |
|---------------|------------------------|---|
| Netflix vs PA | 1.96 | 0.531 |
| Netflix vs HE | 1.96 | 1.089 |
| | χ^2 | |
| Netflix vs SA | χ^2_{teo} 5.02 | χ^2_{exp} 0.9054 |
| | | ANOVA |
| Netflix vs HS | F_{teo} 3.84 | F_{exp} 10.52 |
| Netflix vs O | a) 3.92 | b) 4.08 a) 2.43 b) 7.063 |

249

Índice de referencias

- Forbes Staff (2017). Mexicanos, los más fans de Netflix en el mundo. México: Forbes [En línea]. Disponible en: <https://www.forbes.com.mx/mexicanos-los-mas-fans-de-netflix-en-el-mundo/>
- INEGI (2018). ESTADÍSTICAS A PROPÓSITO DEL DÍA MUNDIAL DEL INTERNET (17 DE MAYO). México: INEGI [En línea]. Disponible en: http://www.beta.inegi.org.mx/contenidos/saladeprensa/aproposito/2018/internet2018_Nal.pdf
- Triola, M., Pineda Ayala, L., Medina Herrera, L., & Piña Salazar, F. (2013). *Estadística*. México: Pearson Educación.

ELEMENTOS QUE INFLUYEN EN LOS ASALTOS A ESTUDIANTES DE UPIITA

González Rivera Karla Sharon¹, Jiménez Mejía Christopher Alexis¹, Morales Nolasco Isaac^{1*}, Escarly Yarelli Villegas Rueda

*Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas IPN. Av.
Instituto Politécnico Nacional 2580, La Laguna Ticomán, 07340, CDMX.*

²*Centro Universitario Interamericano, Delegación Cuijingo, Juchitepec, Estado de
México.*

I-POAI027

Resumen

En los últimos años se ha visto un aumento en la delincuencia del país. La delincuencia, según algunos autores, es la expresión de un problema de descomposición social, la cual se caracteriza por una intensa polarización económica y falta de igualdad. El robo a transeúnte o asalto, está caracterizado por llevarse a cabo en un lugar público o semipúblico, el agresor selecciona a su víctima, quien es un transeúnte o más de uno donde el agresor roba a la víctima efectivo o propiedades, estos robos pueden derivar en daño físico a la víctima. El daño social generado por delincuentes afecta a distintos estratos sociales entre los cuales están los alumnos, mucho de los cuales han sufrido de robo. La comunidad politécnica está en una zona de riesgo por lo que el estudio de las razones era prioritario para generar un futuro plan de acción. Los índices de delincuencia han aumentado en los últimos años siendo los asaltos un problema que afecta y preocupa a la población hoy en día, sin importar género o edad. El desarrollo de este proyecto de investigación radica en conocer la tasa de asaltos que afectan a la comunidad politécnica de la unidad interdisciplinaria en ingeniería y tecnologías avanzadas, permitiendo tener un registro acompañado de un análisis matemático estadístico mediante pruebas de hipótesis.

Palabras clave: Asaltos, estadística, UPIITA, robos

1. Introducción

En los últimos años se ha visto un aumento en la delincuencia en el país. La delincuencia, según algunos autores, es la expresión de un problema de descomposición social, la cual se caracteriza por una intensa polarización económica y falta de igualdad. El robo a transeúnte o asalto, está caracterizado por llevarse a cabo en un lugar público o semipúblico, el agresor selecciona a su víctima, quien es un transeúnte o más de uno donde el agresor roba a la víctima efectivo o propiedades, estos robos pueden utilizar amenazas o fuerza física, lo cual puede derivar en daño físico a la víctima. El daño social generado por delincuentes afecta a distintos estratos sociales entre los cuales están los alumnos, muchos de los cuales han sufrido de robo. La comunidad politécnica está en una zona de riesgo por lo que el

* Autor para la correspondencia. E-mail: isaac.uzumakii@gmail.com Tel. 57-29-60-00, Ext. 5-68-60



40 estudio de las razones era prioritario para generar un futuro plan de acción. Los índices
41 de delincuencia han aumentado en los últimos años, siendo los asaltos un problema
42 que afecta y preocupa a la población hoy en día, sin importar género o edad. El
43 desarrollo de este proyecto de investigación radica en conocer la tasa de asaltos que
44 afectan a la comunidad política de la unidad interdisciplinaria en ingeniería y
45 tecnologías avanzadas, permitiendo tener un registro. En el trabajo también nos
46 centramos en determinar si el sexo influye en ser asaltado, determinar si el horario
47 influye en la probabilidad de asalto, conocer los lugares de mayor incidencia y conocer
48 el móvil, la razón que induce a la gente a cierta acción, del asalto. Lo anterior debido
49 a un alto índice de asaltos a la comunidad de la UPIITA durante los últimos meses, y
50 de la respuesta de las autoridades respecto al tema, sea determinado iniciar un estudio
51 sobre la naturaleza de los asaltos a los estudiantes y determinar, la frecuencia,
52 condiciones y afecciones que los asaltos tienen ¿realmente los alumnos incitan los
53 asaltos o es un asunto de seguridad? Para responder a esta pregunta nos enfocamos
54 en obtener la siguiente información: a) las proporciones de asaltadas mujeres es igual
55 a la población de asaltados hombres; b) Los asaltos se realizan en horarios con luz
56 pobre; c) menos de la mitad de la población ha sido asaltada; d) el objeto más robado
57 es el celular y la cartera; e) el lugar no influye en la probabilidad de ser asaltado.

58 *1.1 Contexto geográfico de la UPIITA*

59 La UPIITA se encuentra en Av. IPN 2580 en el barrio de la Laguna Ticomán, 07340
60 Ciudad de México, CDMX Fig. (1) (Google Maps, 2019). La comunidad de la UPIITA
61 según el informe de 2017, está compuesta por 102 personas en el personal de apoyo
62 y asistencia a la educación, 253 académicos y 2420 alumnos, en conclusión, la
63 comunidad es de 2775 personas (UPIITA, 2019).

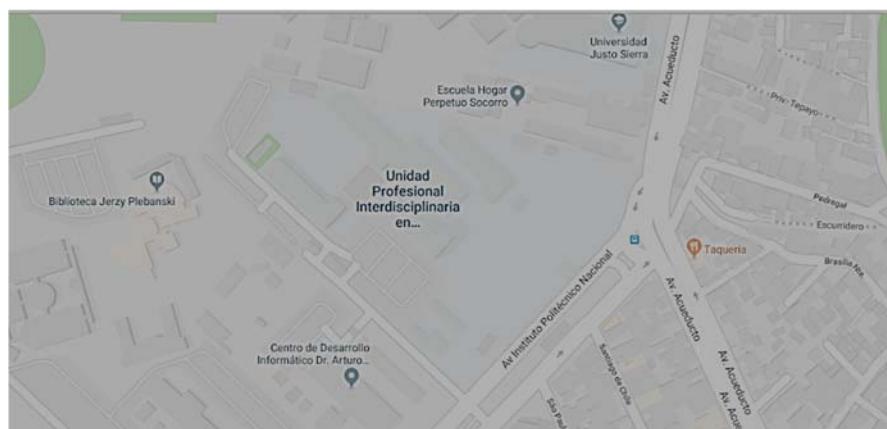


Figura 1. Mapa de la ubicación de la escuela, obtenido de Google Maps
(Gooale Maps. 2019).

65 1.2 Datos de asaltos en el INEGI

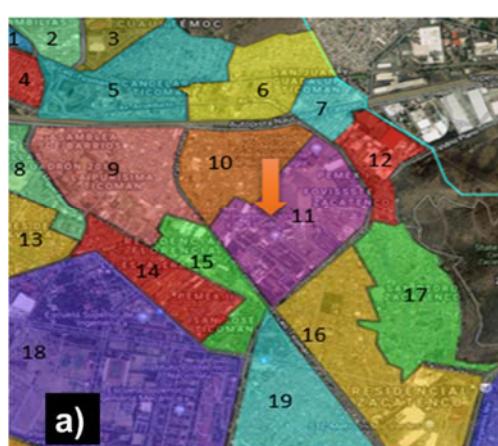
66 De acuerdo con un estudio realizado por el INEGI en el primer trimestre del año 2018,
67 el 74.3 % de los encuestados dicen sentirse inseguros en el transporte público y el
68 68.7 % en las calles que habitualmente usan. Para el año 2017 se registraron 11 081
69 robos o asaltos en la calle o en el transporte público por cada cien mil habitantes, con
70 lo que se tiene un número de 488 265 víctimas para ese año (INEGI, 2017, Asamblea
71 Legislativa 2016). Entre los objetos más robados se encuentran el teléfono celular,
72 dinero, otros aparatos electrónicos, joyas, entre algunos otros, siendo el teléfono
73 celular el primer lugar de esta lista de artículos.

74 1.3 Contexto social de Farington aplicado al contexto geográfico de la UPIITA

75 Se puede proponer de forma intuitiva que las personas que realizan los asaltos se
76 comportan bajo un esquema de utilidad esperada, es decir: cuando el premio de
77 cometer un asalto es pequeño, el valor esperado de asalto es pequeño, pero que por
78 otro lado cuando el premio aumenta, entonces el valor y utilidades esperados son
79 mayores, por lo que podemos decir que las zonas donde los recursos materiales son
80 mayores se esperaría una zona con riesgo mayor, de esta forma la zona y la población
81 escolar resultaría susceptible con justificada razón a asaltos. El desarrollo social influye
82 sobre la delincuencia como se ha propuesto en el párrafo anterior, y otro punto a
83 considerar es la psicología de un asaltante donde Farrington (Redondo 2007, Calvillo
84 2014, Quiroz 2015) en su teoría psicológica determina una relación entre una
85 tendencia antisocial y un deseo de delinquir, donde estos estarían determinados por 3
86 factores:

87 “1) los procesos energizantes, entre los que se encontrarían los niveles de deseo de
88 bienes materiales, de estimulación y prestigio social (más intensos en jóvenes
89 marginales debido a sus mayores privaciones), de frustración y estrés, y el posible
90 consumo de alcohol; 2) los procesos que imprimen al comportamiento una
91 direccionalidad antisocial, especialmente si un joven, debido a su carencia de
92 habilidades prosociales, propende a optar por métodos ilícitos de obtención de
93 gratificaciones, y 3) la posesión o no de las adecuadas inhibiciones (creencias,
94 actitudes, empatía, etc.) que le alejen del comportamiento delictivo. Estas inhibiciones
95 serían especialmente el resultado de un apropiado proceso de crianza paterno, que no
96 sea gravemente entorpecido por factores de riesgo como una alta impulsividad, una
97 baja inteligencia o el contacto con modelos delictivos.”

98 Según la teoría de Farrington, podemos decir que las colonias aledañas donde hay un
99 bajo desarrollo social es un factor de riesgo extra a la población de estudio, Fig. (2).



| # | Colonia | Grado de desarrollo social |
|----|------------------------------------|----------------------------|
| 1 | Acueducto de Guadalupe | Medio |
| 2 | Jorge Negrete | Bajo |
| 3 | La pastora | Muy bajo |
| 4 | Residencial Acueducto de Guadalupe | Alto |
| 5 | Candelaria Ticomán | Muy bajo |
| 6 | San Juan y Guadalupe Ticomán | Muy bajo |
| 7 | Guadalupe Ticomán | Bajo |
| 8 | Siete maravillas | Alto |
| 9 | La purísima Ticomán | Medio |
| 10 | Santa María Ticomán | Bajo |
| 12 | San Rafael Ticomán | Bajo |
| 11 | La laguna Ticomán | Alto |
| 13 | Torres Lindavista | Alto |
| 14 | Residencial La escalera | Alto |
| 15 | San José Ticomán | Medio |
| 16 | Residencial Zacatenco | Alto |
| 17 | San pedro Zacatenco | Bajo |
| 18 | Nueva industrial vallejo | Alto |
| 19 | Lindavista norte | Alto |

100
 101 Figura 2. Mapa en colores de las colonias de la zona UPIITA, a) la unidad se encuentra señalada por la
 102 b) nombres de las colonias por numeración (Eldefe, 2019).

103 En la Fig. (2) se observan las colonias que rodean a la población en cuestión tienen
 104 índices de desarrollo altamente contrastantes, lo que propicia e incita el deseo, donde
 105 las poblaciones de bajo índice representan focos de posibles generadores de
 106 asaltantes y las zonas de alto índice representan zonas susceptibles al asalto según
 107 Farrington.

108 2. Metodología

109 Se realizó una encuesta a 100 alumnos de la UPIITA, en la cual tenían que informar
 110 sobre su edad, género, si han sido asaltados y, en caso de ser así, el lugar, la hora,
 111 cuántas veces ha sido asaltado, si fue amenazado con algún arma, cuanto hace del
 112 último asalto y cuáles fueron los objetos robados.

113 3 Análisis y resultados

114 Llevamos a cabo pruebas de hipótesis usando la prueba Z de proporciones y la
 115 prueba Chi^2 para diferentes factores que consideramos. En todas las pruebas se
 116 considera una significancia de 0.01, o con un 99% confianza (Murray, 2013 y
 117 Walpole 1987).

118 3.1 Prueba de hipótesis sobre si el género influye en si eres asaltado o no.

119 Usando $Z_{exp} = \frac{|\rho - \rho_{H_0}|}{\sigma_{p_0}}$ donde ρ es la proporción de asaltados de hombres, ρ_{H_0} es el
 120 promedio de asaltados de mujeres, σ_{p_0} es la desviación estándar de proporciones.
 121 $\sigma_{p_0} = \sqrt{\frac{\rho q}{n}}$ donde n es el número de datos de la proporción de mujeres, Tab. (1).

122 Tabla 1. Proporciones de asaltos entre hombres y mujeres

| | Si | No | n | % |
|---------|----|----|----|----------|
| Mujeres | 14 | 13 | 27 | 0.518519 |
| Hombres | 37 | 36 | 73 | 0.506849 |

124 Se plantea H_0 : Las proporciones de asaltadas mujeres es igual a la población de
 125 asaltados hombres con un $\alpha=0.01$. Tenemos un Z experimental de proporciones: $Z_{exp} =$
 126 $\frac{|0.5068493151 - 0.5185185185|}{\sqrt{\frac{(0.5068493151)(0.5185185185)}{27}}} = 0.11827733333$. Por otro lado, $Z_{teo} = 2.58$. Como $Z_{exp} < Z_{teo}$ se
 127 acepta H_0 , por lo que podemos concluir que los porcentajes de asaltos a hombres y
 128 mujeres son iguales.

129 3.2 Prueba de hipótesis sobre si la hora de los asaltos influye

130 Suponiendo que la hora del día no influye en ser asaltado, si se divide el día en cinco,
 131 cada horario tiene un 20% de probabilidad de ser asaltado, Tab. (2). Si en la muestra
 132 51 personas fueron asaltadas, usando la prueba de Chi^2 se comprobará si el horario
 133 influye en los asaltos.

134 Tabla 2. Número de asaltos en distintos horarios, se espera que en cada horario sea asaltadas
 135 (51*.20) personas

| Número de asaltos en distintos horarios | Mañana (5:00-9:59) | Medio día (10:00-14:59) | Tarde (15:00-18:59) | Noche (19:00-23:59) | Madrugada (24:00-4:59) |
|---|--------------------|-------------------------|---------------------|---------------------|------------------------|
| Esperado (E_i) | 10.2 | 10.2 | 10.2 | 10.2 | 10.2 |
| Obtenido(O_i) | 14 | 12 | 14 | 8 | 3 |

137 Planteamos H_0 : los horarios no influyen en los asaltos. Obtenemos $\chi^2 = 8.7058$.
 138 Tenemos $\chi^2_{teo} = \chi^2_{.01,4} = 13.3$. Como $\chi^2_{exp} < \chi^2_{teo}$. Se acepta H_0 por lo que el horario
 139 no influye en el número de asaltos.

140 3.3 Prueba de hipótesis sobre si el lugar donde estés influye a ser asaltado.



141 Suponiendo que el lugar donde estés no influye en ser asaltado y si toman cinco
 142 opciones de lugar, cada lugar tendría la misma de probabilidad de ser asaltado, 20%
 143 Tab. (3). Si en la muestra 51 personas fueron asaltadas, usando la prueba de Chi^2
 144 se comprobará si el horario influye en los asaltos.

145 Tabla 3. Número de asaltos en distintos lugares, e espera que en cada lugar sea asaltadas (51*0.20)
 146 personas

| Lugar | Caminando | En el transporte público | En un parque | Dentro de una plaza | Otro |
|----------|-----------|--------------------------|--------------|---------------------|------|
| Esperado | 10.2 | 10.2 | 10.2 | 10.2 | 10.2 |
| Obtenido | 15 | 32 | 1 | 0 | 3 |

147

148 Planteamos dos hipótesis H0: los lugares no influyen en los asaltos, Ha: los lugares
 149 influyen en los asaltos. Obtenemos $\chi^2 = 72.4313$ y tenemos $\chi^2_{teo} = \chi^2_{.01,4} = 13.3$.
 150 Como $\chi^2_{exp} > \chi^2_{teo}$ Se rechaza H0 por lo que se puede afirmar con 99% de confianza
 151 que el lugar donde estés influye en el número de asaltos.

152 3.4 Prueba de hipótesis sobre si tienes un 50% de probabilidad de ser asaltado

153 Usando $Z_{exp} = \frac{|\rho - \rho_{H0}|}{\sigma_{p0}}$ donde ρ es la proporción de estudiantes asaltados en UPIITA,
 154 ρ_{H0} es la probabilidad del 50%, σ_{p0} es la desviación estándar de proporciones donde
 155 $\sigma_{p0} = \sqrt{\frac{\rho q}{n}}$, Tab. (4).

156 Tabla 4. Proporciones de asaltos de UPIITA

| | Si | No | n | % |
|-------------|----|----|-----|----------|
| estudiantes | 51 | 49 | 100 | 0.518519 |

157 Se plantea H0: La probabilidad de que un estudiante de UPIITA haya sido asaltado es
 158 del 50%. Tenemos un Z experimental de proporciones: $Z_{exp} = \frac{|0.51 - 0.50|}{\sqrt{\frac{(0.51)(0.49)}{100}}} = 0.2$.

159 Para un Z teórico con $\alpha=0.01$, $Z_{teo} = 2.58$. Como $Z_{exp} < Z_{teo}$ se acepta H0, por lo que
 160 podemos concluir con 99% de confianza que la mitad de estudiantes de la UPIITA ha
 161 sido asaltado.

163 3.5 Prueba de hipótesis sobre los objetos más robados

164 Suponiendo que los objetos más robados son el celular y la cartera, y son robados en
 165 las mismas proporciones; sin embargo, existen otros objetos que se roban con menor
 166 frecuencia y en mismas proporciones. Por lo mencionado se propone una probabilidad
 167 del 40% del celular y la cartera cada uno, mientras el 20% restante se reparte en otros
 168 objetos, Tab. (5). Se comprobará si los objetos robados se comportan de la manera



169 propuesta usando la prueba de chi². Planteamos dos hipótesis H_0 : los objetos
170 robados se comportan de la manera propuesta, H_a : los objetos robados no se
171 comportan de la manera propuesta.

172 Tabla 5. Número de diferentes objeto robados: se espera que 83*0.40 carteras y celulares sean
173 robados, se espera que 83*0.20 de otros objetos sean robados

| Objeto | Cartera | Celular | Otro |
|----------|---------|---------|------|
| Esperado | 33.2 | 33.2 | 16.6 |
| Obtenido | 20 | 42 | 21 |

174

175 Obtenemos $\chi^2 = 8.7469$. Teniendo $\chi^2_{teo} = \chi^2_{.01,2} = 9.21$. Como $\chi^2_{exp} < \chi^2_{teo}$ Se
176 acepta H_0 por lo que se puede afirmar los objetos más robados son la cartera y el celular.

177 4. Conclusiones

178 Tanto los hombres como las mujeres en un 99% son asaltados con la misma
179 frecuencia, de tal forma que el género no influye en los asaltos. El horario en un 99%
180 no influye en los asaltos. La mitad de la población escolar ha sido asaltada, esto con
181 un 99% de confianza. Los objetos más robados son carteras y celulares. Al parecer, el
182 transporte público es el lugar más recurrido para cometer estos crímenes, seguido por
183 ser asaltado caminando, sobre todo porque los delincuentes suelen amenazar con
184 arma de fuego o arma blanca.

185 Índice de referencias

- 186 • INEGI (2017). Índice de Desarrollo Social por Colonias o Barrios del Distrito
187 Federal, 2005. [En línea] Disponible en:
http://www.inegi.org.mx/saladeprensa/boletines/2018/ensu/ensu2018_04.pdf
- 188 • INEGI (2017). Índice delictivo. [En línea] Disponible en:
<http://www.beta.inegi.org.mx/temas/incidencia/>
- 189 • UPIITA (2017). Informe Anual de Actividades. [En línea] Disponible en:
<https://www.upiita.ipn.mx/transparencia/informe>
- 190 • Redondo Illescas, S., & Pueyo, A. (2007). La psicología de la delincuencia.
Papeles del Psicólogo, 28 (3), 147-156.
- 191 • Calvillo Saldaña, Y. (2014). Espacio y delincuencia: un caso de estudio del robo
192 a transeúnte en el Centro Histórico de la ciudad de México. *Espacialidades.*
193 *Revista de temas contemporáneos sobre lugares, política y cultura*, 4 (2), 112-
194 151.
- 195 • Quiroz Félix, J., & Castillo Ponce, R., & Ocegueda Hernández, J., & Varela
196 Llamas, R. (2015). "Delincuencia y actividad económica en México".
197 *Norteamérica. Revista Académica del CISAN-UNAM*, 10 (2), 187-209.
- 198
- 199
- 200
- 201



- 202 • Asamblea Legislativa del Distrito Federal (2016). Código penal para el distrito
203 federal. [En línea] Disponible en: <http://www.aldf.gob.mx/archivo-d261f65641c3fc71b354aaf862b9953a.pdf>
- 204 • Eldefe (2019). Mapa de colonias de la Delegación Gustavo A. Madero. [En línea]
205 Disponible en: <http://eldefe.com/mapa-colonias-delegacion-gustavo-a-madero/>
- 206 • Walpole R. E. & Myers R. H (1987). *Probabilidad y estadística para ingenieros*.
207 México: Interamericana
- 208 • Murray, S., et. al. (2013). *Probabilidad y estadística*. México: Mc Graw Hill
209 Education
- 210

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

LA IMPORTANCIA DE LAS EMOCIONES EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Mireya Monroy Carreño^{1*} y Patricia Monroy Carreño¹

¹Escuela Nacional del Colegio de Ciencias y Humanidades plantel Vallejo. Eje Central Lázaro Cárdenas S/N, Magdalena de las salinas, 07760 Gustavo A. Madero, CDMX

Investigación-POAI049

Resumen

Este proyecto de investigación-acción su principal objetivo fue identificar las emociones percibidas de 120 estudiantes debido a la implementación de las estrategias didácticas por parte de los profesores de matemáticas de la Escuela Nacional del Colegio de Ciencias y Humanidades plantel Vallejo a través de la aplicación de un instrumento de evaluación, obteniendo como resultado conocer los miedos y las actitudes de los jóvenes hacia esta asignatura, lo que permitió concluir que el docente debe propiciar actitudes positivas desde el diseño de estrategias de enseñanza que permitan cambiar las creencias y expectativas de los alumnos para mejorar los resultados obtenidos hasta ahora.

Palabras clave: Emociones, Enseñanza, Aprendizaje, Matemáticas, Estrategias.

1. Introducción

Un número importante de niños y adultos tienen ansiedad matemática lo que puede afectar de manera considerable la adquisición de aprendizajes y rendimientos matemáticos, debido a que evitan realizar actividades relacionadas con esta materia (Dowker, Sarkar, & Looi, 2016), por ello diversos autores han manifestado la importancia de considerar los aspectos afectivos que son factores esenciales en el comportamiento y comprensión de las matemáticas (Gil, Blanco, Guerrero, 2005; Caballero, Cárdenas & Gordillo, 2016) y que no se pueden dejar fuera del proceso de enseñanza-aprendizaje dado que un salón de clases es un lugar emocional en el cual los alumnos pasan largas horas a completando actividades y construyendo relaciones sociales (Pekrun & Linnenbrink, 2014).

Asimismo, la materia de matemáticas es considerada por los estudiantes una asignatura difícil, provocando un rechazo a las matemáticas y creando un círculo vicioso entre el aspecto cognitivo-afectivo “dificultad-aburrimiento-suspensión-fatalismo-bajo autoconcepto desmotivación-rechazo-dificultad” (Alonso, Sáez & Picos, 2004, p.5 citado en Bosque, Segovia & Lupiáñez, 2017), es por ello que cuando un alumno no aprende se piensa que el problema tiene relación con un aspecto cognitivo, sin

*E-mail: mireya.monroy@cch.unam.mx



42 embargo, se debe considerar otros factores entre ellos las emociones que alteran el
43 desarrollo de habilidades cognitivas, técnicas y relacionales (Pereira et al, 2013).

44
45 De los anteriores planteamientos se deduce, que el proceso de enseñanza-
46 aprendizaje de las matemáticas no debe ser comprendida ni reducida a la transmisión
47 de conocimientos por parte del docente al aprendiz en donde solo asimile los
48 conocimientos (Ávila, 2014), debido a que concurren factores emocionales subjetivos
49 que varían entre los estudiantes, es decir, que existen alumnos que tienen
50 percepciones positivas por la asignatura de matemáticas para otros será una materia
51 que la relacionan con la frustración sin embargo las emociones pueden modificarse a
52 través del tiempo (Pekrun & Linnenbrink, 2014).

53
54 **1.1 Marco teórico**
55 El concepto de emoción es complicado de definir por ser multidimensional y el cuál es
56 estudiado por diversas disciplinas (biología, psicología, neurociencia, entre otras)
57 (Ávila, 2018), sin embargo, etimológicamente la palabra emoción significa “esencia” o
58 “movimiento” nace de un estímulo externo llamado medio ambiente (Mora, 2013),
59 biológicamente las emociones son “disposiciones corporales que determinan o
60 especifican dominios de acciones” (Maturana, 2007, p.16).

61
62 En base a las consideraciones anteriores Waipan (2016) menciona que las emociones
63 tienen tres funciones:

- 64
65 1. **Adaptativa:** Permite hacer ajustes a nuevas situaciones con la finalidad de
66 asegurar la supervivencia.
67 2. **Motivacional:** Potenciando y dirigiendo conductas.
68 3. **Sociales:** Establecer la comunicación en dos niveles el intrapersonal y el
69 interpersonal.

70
71 Las emociones se pueden clasificar en dos tipos las positivas que influyen en la
72 motivación, la atención y la autorregulación del aprendizaje al considerarse emociones
73 agradables en términos generales generan un efecto concluyente en el sistema
74 cognitivo que facilitan el aprendizaje y por ello se deben considerar en el diseño de las
75 estrategias (Um et al, 2012) y las negativas provocando miedo, aburrimiento y
76 frustración en los estudiantes y con ello un alejamiento de la adquisición de los
77 aprendizajes. (Pekrun, 2014), es por lo tanto que algunos las denominan emociones
78 displacentera o desgradable (Pérez & Guerra, 2014, p.370).

79
80 Con respecto a lo anterior es importante que el docente debe tener conocimientos
81 cognitivos, lenguaje, percepción, memoria, razonamiento, afectivos y emocionales ya
82 que influyen en los procesos de aprendizaje y bienestar de las personas (Cárdenas,
83 2006), por lo cual es necesario identificar que tipo de emociones existen en el aula con
84 la finalidad de propiciar estrategias que procuren adecuadas conexiones con el



85 conocimiento y así generar actitudes positivas ante las matemáticas y sus aprendizajes
86 (Erazo & Aldana, 2015).

87

88 De lo anterior se deduce que, si un alumno se manifiesta aburrido o molesto en un
89 contexto educativo, el problema no es su emoción, sino que solo es una expresión
90 corporal que expresa la necesidad de un contexto que le permita desarrollar su
91 potencial (Mujica, 2018).

92

93 Dados los planteamientos anteriores el objetivo de este estudio es conocer las
94 emociones que les estudiantes perciben con respecto a las actividades implementadas
95 por los docentes a través de una metodología descriptiva exploratorio por medio de
96 una encuesta.

97

98 **2. Metodología o desarrollo**

99

100 **2.1 Participantes**

101

102 Este estudio se realizó a partir de la aplicación de un instrumento de evaluación
103 (encuesta) a 120 estudiantes que cursan la asignatura de matemáticas en la Escuela
104 Nacional del Colegio de Ciencias y Humanidades en ambos turnos los cuales 58
105 (48.33%) son mujeres y el 62 (51.66%) son hombres concentrados mayoritariamente
106 en el rango de edad de 16 a 18 años.

107

108 **2.2 Materiales**

109

110 El diseño del instrumento de evaluación (encuesta) fue elaboración propia en base a
111 otros cuestionarios como el de Naya, et al. (2014).

112

113 La encuesta está dividida en tres secciones:

114

- 115 • Recolección de datos personales (edad, sexo) y datos académicos (turno,
116 promedio y semestre).
- 117 • Percepción de las emociones por las matemáticas y con respecto a ciertas
118 actividades implementadas por el docente.
- 119 • Una pregunta abierta de que otros factores afectan en su desempeño
120 académico.

121

122 La percepción de las emociones está integrada por 13 ítems, con la siguiente
123 valoración de acuerdo con la escala de Likert 1) Muy en desacuerdo, 2) En
124 desacuerdo, 3) Indeciso, 4) De acuerdo y 5) Muy de acuerdo; para la elección de las
125 emociones se consideraron estudios como los de Goleman (1995) y Tugade &
126 Fredrickson (2004), clasificando las emociones positivas y negativas como se muestra
127 en la Tab 1.



128

129

130

131

Tab 1. Clasificación de las emociones

Fuente: Adaptado de Goleman (1995) y Tugade & Fredrickson (2004)

| | | | |
|----------------------------|--|----------------------------|--|
| Emociones positivas | Alegría Emocionado Inspirado Tranquilidad | Emociones negativas | Miedo Nervioso Frustración Aburrimiento |
|----------------------------|--|----------------------------|--|

132

133

134

135

136

Asimismo, para elegir las actividades didácticas utilizadas en el área de matemáticas se entrevistó a 15 profesores del Colegio de Ciencias y Humanidades plantel Vallejo obteniendo como resultado las siguientes actividades desarrolladas en clase.

137

138

Tab 2. Actividades didácticas implementadas en la enseñanza de matemáticas.

| Actividades didácticas | Porcentaje de profesores que implementan la estrategia en su didáctica |
|--|--|
| Resolución de ejercicios | 100% |
| Aplicación de exámenes | 100% |
| Aprendizajes Basados en Proyectos (ABP) | 93.33% |
| Exposiciones | 93.33% |
| Uso de un libro de texto | 89.47% |
| Uso de GeoGebra | 80.00% |
| Lecturas dirigidas | 78.94% |
| Juegos didácticos | 73.33% |
| Proyección de videos o películas | 33.33% |

139

2.3 Procedimiento

140



141 El cuestionario fue aplicado por medio de google forms para encuestas online, el
 142 tiempo máximo utilizado para contestar fue de 35 minutos, asimismo la encuesta fue
 143 de carácter anónimo con el objetivo de que los estudiantes contestaran de manera
 144 veraz sin temor a represalias.

145

146 3. Resultados y análisis

147

148 Con la finalidad de determinar la fiabilidad de las respuestas obtenidas por los
 149 estudiantes en la segunda sección de la encuesta refiriéndonos a la percepción de las
 150 emociones se realizó el cálculo del coeficiente de Alfa de Cronbach obteniendo como
 151 resultado 0.8617 un valor considerado aceptable o que tiene una buena consistencia
 152 interna para esta escala.

153

154 Los resultados obtenidos por parte de lo encuestados fueron que 75 (62.50%) alumnos
 155 están satisfechos con su desempeño académico en el área de matemáticas, en
 156 contraste 26 (21.66%) opinan que su rendimiento es bajo y 19 (15.83%) alumnos
 157 expresaron que están indecisos con respecto a este criterio.

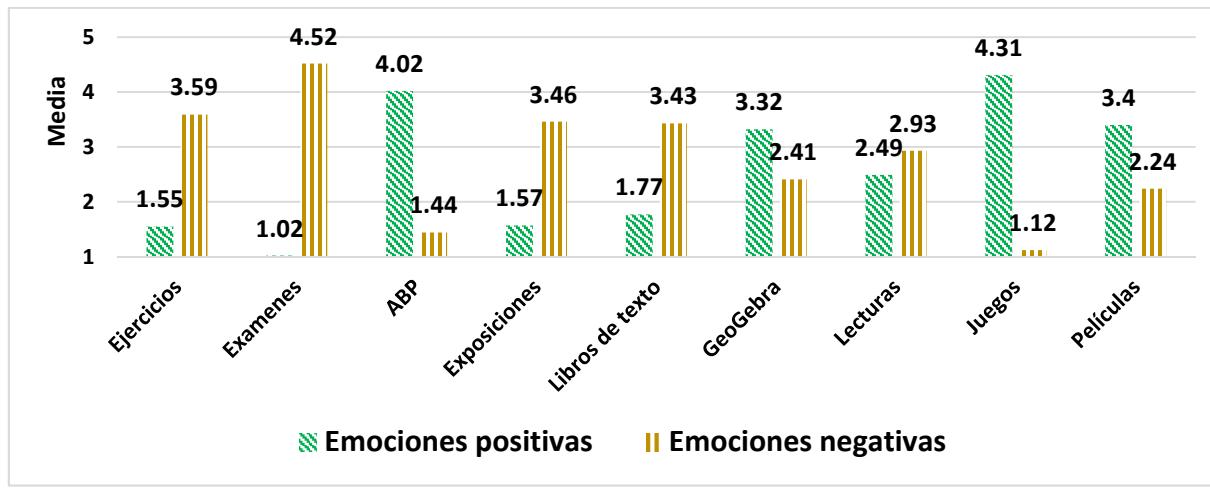
158

159 El 74.16% de los estudiantes encuestados contestaron que el promedio obtenido en
 160 su curso anterior de matemáticas se centra en el rango de 7.00 y 9.00 de calificación.

161

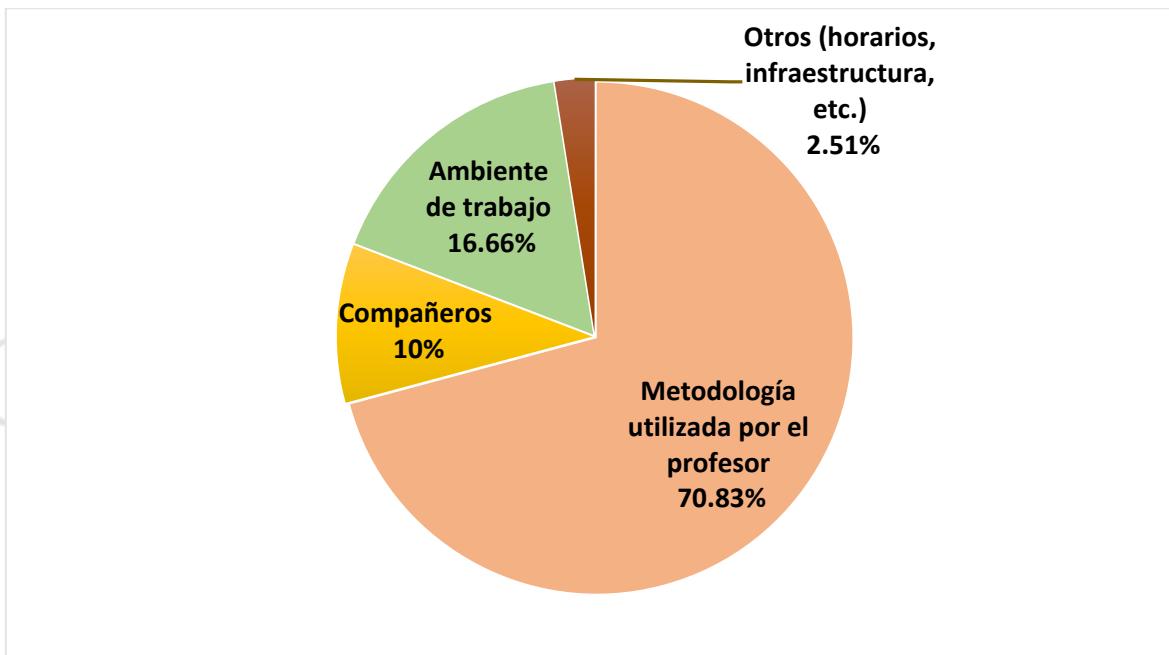
162 Con respectos a las emociones provocadas por las actividades o recursos
 163 implementados por el docente en desarrollo de sus clases se muestran en la Fig. 1, en
 164 la cual el valor de 1 es el mínimo (Muy en desacuerdo) y el máximo valor es 5 (Muy de
 165 acuerdo).

166



167
 168 Fig. 1 Puntuaciones medias de las emociones (positivas y negativas) experimentadas por los
 169 estudiantes con respecto a las actividades o recursos implementados en la clase de
 170 matemáticas.
 171

172 Con respecto a la sección tres en la que se les pregunta a los estudiantes que otras
 173 situaciones afectan en su desempeño académico en el área de matemáticas el 70.83%
 174 de los estudiantes contestaron que la metodología de enseñanza del profesor es el
 175 factor relevante para que ellos aprendan, los otros aspectos se observan en la Fig.2.
 176



177
 178 Fig. 2 Porcentaje de los factores que afectan el desempeño académico de los alumnos.
 179

180 4. Conclusiones

181
 182 Las emociones son propias del ser humano y por lo cual no se pueden separar del
 183 proceso de enseñanza aprendizaje, ya que estas se activan cuando el organismo
 184 percibe alguna situación de peligro con la finalidad de poder reaccionar ante este
 185 suceso, en el campo de la educación las emociones pueden favorecer al aprendizaje
 186 si produce una emoción positiva en los estudiantes en caso contrario si la emoción es
 187 negativa se obtendrán bajos rendimientos académicos o provocar el abandono de las
 188 clases por parte de los alumnos.

189
 190 Hecha la observación anterior la importancia de que los profesores conozcan las
 191 emociones que se producen a través de las actividades y los recursos implementados
 192 en clase, es con el objetivo de proponer estrategias que motiven e incrementen la
 193 atención de los estudiantes y con ello propiciar las condiciones adecuadas para
 194 favorecer el aprendizaje y con ello el gusto por las matemáticas.

195
 196 En este estudio se obtuvo que las actividades que producen emociones positivas en
 197 los alumnos del Colegio son las que tienen que ver con proyectos y juegos didácticos,

198 este resultado podría tener relación a que estas actividades producen un reto en los
199 estudiantes y lo relacionan con emociones de alegría, emoción en cambio los
200 exámenes la emoción estimulada es el miedo y el nerviosismo.

201
202 Finalmente, las emociones percibidas por los estudiantes son subjetivas y están
203 sujetas a sus experiencias y sus desempeños académicos obtenidos en sus cursos
204 anteriores de matemáticas, por lo que los resultados pueden variar pero con las
205 estrategias didácticas correctas la emoción percibida podría cambiar.

206
207 **Índice de referencias**

- 208
209 • Ávila, J. I. (2018). Emergencia y concurrencia de emociones en el proceso formativo
210 del profesorado de matemáticas. Transformación, 14(2), 236-251. Disponible en
211 [http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2077-
212 29552018000200009&lng=es&tlang=es](http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2077-29552018000200009&lng=es&tlang=es).
- 213 • Ávila, J. (2014). Explorando tonalidades emocionales en la formación inicial y
214 continua de profesorado de matemáticas. En Acta Latinoamericana de Matemática
215 Educativa (pp. 2013-2022). México: Comité Latinoamericano de Matemática
216 Educativa.
- 217 • Bosque, B.; Segovia A., I.; Lupiáñez, J. L. (2017). Exploración del papel de la
218 estética en la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas. PNA, 12(1), 1-25
219 (2017). Disponible en: <http://hdl.handle.net/10481/48170>.
- 220 • Caballero, A., Cárdenas, J. y Gordillo, F. (2016). La intervención en variables
221 afectivas hacia las matemáticas y la resolución de problemas matemáticos. El
222 MIRPM. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández,
223 C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), Investigación en
224 Educación Matemática XX (pp. 75-91). Málaga: SEIEM.
- 225 • Cárdenas, H. L (2006). El desarrollo humano integral, la teoría de sistemas y el
226 concepto de competencias en el ámbito académico universitario Revista Mexicana
227 de Ciencias Farmacéuticas, 37 (3), 40-55.
- 228 • Dowker, A., Sarkar, A., & Looi, C. Y. (2016). Mathematics anxiety: What have we
229 learned in 60 years? Frontiers in Psychology, 7, 508. Disponible en:
230 <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.00508>
- 231 • Erazo, J. D. & Aldana, E. (2015). Sistema de creencias sobre las matemáticas en
232 los estudiantes de educación básica. Revista Praxis, 11, 163-169.
- 233 • Gil, N., Blanco, L. J., & Guerrero, E. (2005). El dominio afectivo en el aprendizaje de
234 las matemáticas. Una revisión de sus descriptores básicos. Revista iberoamericana
235 de educación matemática, 2(1), 15-32. Disponible en:
236 <http://asenmacformacion.com/ojs/index.php/union/article/viewFile/2/2#page=15>
- 237 • Goleman, D. (1995). Emotional Intelligence. New York: Bantam Books (trad.cast.:
238 Inteligencia Emocional. Barcelona: Paidós, 1997).
- 239 • Maturana, H. (2007). Emociones y lenguaje en educación y política. Chile: Dolmen.

- 240 • Mora, F. (2013). ¿Qué es una emoción? Arbor, 189(759): a004. Doi:
241 <http://dx.doi.org/10.3989/arbor.2013.759n1003>.
- 242 • Mujica, F.N. (2018). Educar y suscitar emociones en la educación: análisis crítico
243 de su contribución al desarrollo moral. ENSAYOS, Revista de la Facultad de
244 Educación de Albacete, 33(2), 15-27. Disponible en:
245 <http://www.revista.uclm.es/index.php/ensayos>
- 246 • Naya, M. C., Soneira, C., Mato, M. D. & De la Torre, E. (2014). Cuestionario sobre
247 actitudes hacia las matemáticas en futuros maestros de Educación Primaria.
248 Revista de Estudios e Investigación en Psicología y Educación, 1(2), 141-149.
249 Disponible en
250 <http://revistas.udc.es/index.php/reipe/article/view/reipe.2014.1.1.11/24>
- 251 • Pekrun, R. (2014). Emotions and learning. Oficina Internacional de Educación de la
252 UNESCO [11994], Academia Internacional de Educación, 1-32. [Línea]
253 <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000227679>
- 254 • Pekrun, R., & Linnenbrink, L. (2014). The Influence of Culture on Emotions:
255 Implications for Education. In International Handbook of Emotions in Education, 549-
256 568. Routledge.
- 257 • Pereira, W. R., Ribeiro, M. R. R., Depes, V. B. S., & Santos, N. C. (2013). Emotional
258 competencies in the process of teaching and learning in nursing, from the
259 perspective of the neurosciences. Revista Latinoamericana de Enfermagem, 21(3),
260 663-669.
- 261 • Pérez, Y. & Guerra, V.M. (2014). La regulación emocional y su implicación en la
262 salud del adolescente. Revista Cubana de Pediatría, 86(3), 368-375. Disponible en
263 <http://scielo.sld.cu/pdf/ped/v86n3/ped11314.pdf>
- 264 • Tugade M. M. y Fredrickson, B. (2004). Resilient Individuals Use Positive Emotions
265 to Bounce Back from Negative Emotional Experiences. Journal of Personality and
266 Social Psychology, 86(2), 320-333. Doi:10.1037/0022-3514.86.2.320
- 267 • Um, E., Plass, J. L., Hayward, E. O. & Homer, B. D. (2012). Emotional design in
268 multimedia learning. Journal of Educational Psychology 104(2), 485–498. doi:
269 10.1037/a0026609
- 270 • Waipan, L. (2016). El cerebro emocional también va la escuela. Ponencia
271 presentada en III Jornadas de Formación Docente Desafíos y tensiones de la
272 formación docente en los actuales escenarios, Universidad Nacional de Quilmes,
273 Bernal, Argentina Disponible en <http://ridaa.unq.edu.ar/handle/20.500.11807/342>
- 274

INVESTIGACIÓN FORMATIVA EN EL CCH COMO HERRAMIENTA DEL PROCESO ENSEÑANZA – APRENDIZAJE.

*Concepción Julieta Hernández Hidalgo, Nadia Huerta Sánchez.
UNAM. Colegio de Ciencias y Humanidades. Vallejo.

EA-POAI050

Resumen

La Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades inicia sus actividades en el año 1971 bajo el esquema de ser “un motor permanente de innovación en la enseñanza universitaria y nacional”; en este sentido uno de los aspectos se refiere al desarrollo de investigación por parte de los estudiantes en el nivel bachillerato. Desde 1988 el Colegio se ha ocupado de brindar los espacios para que se presenten los resultados de los trabajos realizados y esto permita que la mirada de los jóvenes se dirija hacia las carreras en donde la investigación científica y social sea fundamental. Recientemente diversos autores hacen mención de la Investigación formativa no solo en el nivel profesional sino que se debería incluir desde la educación media superior ya que los reportes presentados demuestran la efectividad de esta estrategia de enseñanza.

En este trabajo se presenta la experiencia de emplear la investigación y el uso de TAC con un grupo de alumnos del Colegio en la asignatura de Estadística y Probabilidad cuyo propósito fue poner en práctica la investigación documental que desarrollaron en semestres anteriores enfocada a un tema particular a través de procedimientos matemáticos de la Estadística inferencial, de esta manera el estudiante lleva a la práctica los conocimientos teóricos cuyo sustento le permite entre otras técnicas la aplicación de Pruebas de Hipótesis para su validación.

Los resultados reflejan un acierto en la aplicación de la estrategia ya que los alumnos logran un aprendizaje significativo; destacando que se identificaron áreas de oportunidad en las que se puede continuar trabajando para que el proyecto sea aún más contundente en su desarrollo y en el logro de su objetivo.

Palabras clave: Estrategia, innovación, investigación formativa.

1. Introducción

Dentro del sistema Educativo Nacional en el nivel Bachillerato, el modelo educativo del Colegio de Ciencias y Humanidades permanece como la propuesta innovadora en la que se fundamentó su creación al ser de cultura básica y propedéutico (González, 1971). En cada uno de los programas de estudio que se han implementado a lo largo de 48 años, destacan las asignaturas cuya esencia es promover entre los alumnos el



44 desarrollo de investigación dentro de las cuatro áreas que estructuran el plan de
45 estudios.

46 En todas las asignaturas se requiere por parte del estudiante la realización de
47 investigación documental basada en los conocimientos adquiridos en el nivel inmediato
48 anterior y durante su paso por el Colegio; en este sentido una vez que el alumno cursa
49 tres semestres de la materia Taller de Lectura, Redacción e Iniciación a la
50 Investigación Documental (TLRIID), en el cuarto semestre desarrolla un trabajo de
51 investigación con todos los requerimientos para presentar sus resultados de manera
52 oral y escrita ante su grupo de compañeros.

53 Al pasar al último año del bachillerato (5° y 6° semestre) una de las principales líneas
54 de trabajo con los alumnos es orientar hacia la interdisciplinariedad ya que las materias
55 que se cursan en estos semestres son propedéuticas para los estudios de licenciatura
56 del área de conocimiento en la cual se ubica la carrera profesional que estudiará el
57 alumno del Colegio.

58 Ante esta iniciativa presente en todos los programas de las asignaturas, en un grupo
59 de trabajo de maestros del plantel Vallejo enfocado a la formación de profesores; surge
60 una propuesta que consiste en desarrollar proyectos de investigación con los alumnos
61 involucrando al menos dos materias en las que los contenidos permitan una adecuada
62 relación de los temas empleando TAC (Tecnologías del Aprendizaje y del
63 Conocimiento) destacando su uso Moreno y Waldegg (2002) “La importancia de las
64 herramientas computacionales para la educación matemática está asociada a su
65 capacidad para ofrecernos medios alternativos de expresión matemática. A su
66 capacidad para ofrecer formas innovadoras de manipulación de los objetos
67 matemáticos”; y en el uso de la investigación formativa señala Restrepo (2004) “Tiene
68 una intención curricular, en el sentido de ser camino para el desarrollo de procesos de
69 enseñanza-aprendizaje, vinculados con objetos de conocimiento predeterminado”
70 (p.6).

71 Es de esta manera que la definición del objetivo al desarrollar la estrategia con los
72 alumnos se plantea según la visión de Parra (2004) “formar para la investigación, a
73 través de la investigación formativa”

74

75 **2. Metodología o desarrollo**

76

77 En la presentación del Nuevo Programa de estudio de las asignaturas de Estadística
78 y Probabilidad I y II del CCH, resalta Ávila (2016) “La estadística cobra sentido en el
79 Modelo Educativo del Colegio si se le concibe como ciencia que se desarrolla y aplica,
80 tendiendo puentes entre fenómenos que se presentan en la realidad, con la
81 variabilidad como característica esencial, con los modelos matemáticos que los
82 interpretan dentro de una metodología, en donde el análisis probabilístico resulta
83 esencial, puesto que permite evaluar las discrepancias entre lo real y lo teórico”

84 A lo largo de 10 años de observar los procesos de aprendizaje de las diferentes
85 generaciones que han cursado la asignatura, se han aplicado diversas metodologías
86 que permitan el logro de un aprendizaje significativo en los alumnos. Para la

87 implementación de esta estrategia con alumnos de 6° semestre del CCH plantel Vallejo
88 del turno vespertino, se decidió trabajar con un solo grupo de los cinco que se
89 atendieron en el ciclo escolar 2017 – 2018. En esta ocasión a diferencia de años
90 anteriores, en los que se manejó una estrategia en la que el producto final era un
91 trabajo escolar escrito respecto a un tema de la Unidad 2 del curso de Estadística y
92 Probabilidad II; ahora se eligió dentro de la propuesta de innovación del Colegio
93 trabajar bajo la técnica didáctica Investigación formativa por los buenos resultados que
94 se han obtenido y la cual describe Parra (2004)" la investigación formativa constituye
95 una estrategia pedagógica de carácter docente para el desarrollo del currículo".
96

97 **2.1 Selección de temas.**

98

99 La organización del grupo fue en equipos de cuatro a cinco integrantes, que tuvieran
100 una cuenta de correo de Gmail.

101 Dentro de la planeación de la estrategia a desarrollar, en la primera reunión se les
102 planteó la forma de trabajo para el curso y se pidió a los equipos eligieran un tema en
103 donde estuviera involucrada la asignatura de Estadística y Probabilidad I o II con
104 alguna otra materia que hubieran cursado en 5º o 6º semestre. La recomendación fue
105 buscar que las variables a analizar permitieran una sencilla recolección de datos entre
106 la población del plantel. De las propuestas surgieron variables como Peso V.S Talla
107 de los alumnos, número promedio de hermanos, Promedio escolar V.S número de
108 materias que se adeudan, etc.

109 Una vez seleccionadas sus variables, durante las dos sesiones siguientes se revisó el
110 formato bajo el cual se iban a realizar los trabajos enfatizando detalles importantes de
111 los puntos abajo señalados:

- 112
- 113 ▪ Resumen
 - 114 ▪ Introducción
 - 115 ▪ Objetivo
 - 116 ▪ Hipótesis
 - 117 ▪ Problema
 - 118 ▪ Desarrollo
 - 119 ▪ Conclusiones
 - 120 ▪ Referencias bibliográficas

122 **2.1.1 Planteamiento del objetivo**

123

124 Mediante una discusión por equipos, los alumnos se dieron a la tarea de identificar y
125 plantear el objetivo que perseguían al analizar la variable o variables seleccionadas.
126 Era importante que se tuviera claridad en el objetivo a cubrir para evitar confusión en
127 las etapas posteriores, sobre todo tomando en cuenta el tiempo disponible para
128 concluir el proyecto. Se les orientó respecto a la redacción, para precisar que sería
129 posible evaluarlo o verificarlo.



130

2.1.2 Definición de la Hipótesis

131

132 Con este punto se establecía una primera suposición respecto al comportamiento de
133 la variable o variables, es decir lo que se pretendía validar a través del análisis
134 estadístico en el conjunto de datos recopilados; involucrando los antecedentes
135 conocidos o propuestos en cada una de las temáticas de las asignaturas con las que
136 se relacionó el proyecto.

137

2.1.3 Investigación documental

138

139 El tema a investigar fue diferente en cada equipo ya que se apegaba al objetivo de su
140 proyecto o podía enfocarse a la técnica estadística que iban a usar para analizar sus
141 resultados. En esta etapa se decidió trabajar con la misma metodología empleada en
142 la asignatura TLRIID IV (Búsqueda, selección y registro de la información. Acopio de
143 información) con la variante de ir registrando sus avances en un documento de Google
144 Drive, para así facilitar el trabajo colaborativo de los integrantes de cada equipo y la
145 revisión por parte del profesor en cuanto a la selección de fuentes en los sitios
146 recomendados <http://www.unamenlinea.unam.mx/>, "<https://www.rua.unam.mx/portal/>"
147 y "<https://portalacademico.cch.unam.mx/>".

148



149

Figura 1. Alumnos buscando recursos digitales abiertos

150

2.1.4 Recopilación de datos

151

152 Apoyados en la metodología propia de la asignatura de Estadística y Probabilidad I,
153 los alumnos se dieron a la tarea de recolectar sus datos empleando un muestreo
154 aleatorio simple en la población escolar del plantel. Sus registros se hicieron en una
155 Hoja de Cálculo de Google Drive para realizar los cálculos necesarios de forma rápida
156 y sencilla mediante la colaboración de todos los integrantes del equipo, y de igual
157 manera tener la supervisión por parte del profesor para sugerir algunas modificaciones
158 y lograr el registro correcto de los datos.

163

2.1.5 Procesamiento y análisis de datos

164

165 Al tener los datos capturados en una Hoja de Cálculo de Google Drive, cada equipo
 166 proceso sus datos de acuerdo a la definición del objetivo de su proyecto; se trabajó
 167 con análisis descriptivo de medidas de tendencia central y de dispersión para
 168 identificar un comportamiento “Normal” mediante diversas gráficas; análisis bivariado
 169 mediante el coeficiente de correlación lineal de Pearson y la Regresión Lineal; prueba
 170 Chi-cuadrada para determinar la relación entre variables cualitativas, y la aplicación de
 171 una prueba de hipótesis con el estadístico de prueba “Z” para validar un parámetro a
 172 partir del comportamiento de una muestra.

173

174

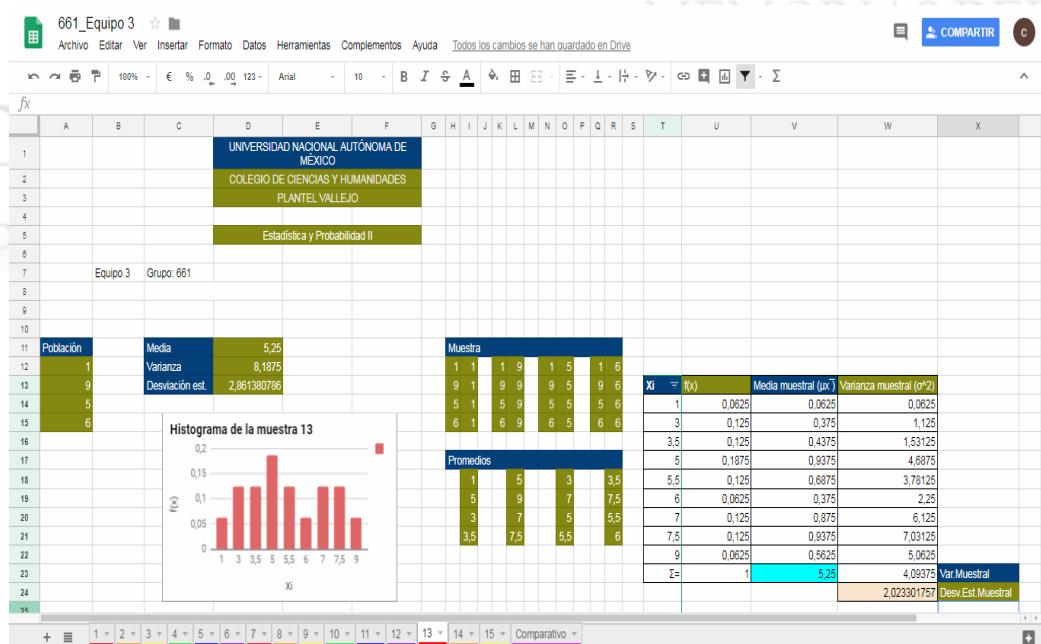


Figura 2. Hoja de Cálculo de Google Drive con el análisis de uno de los equipos.

175

176

177

178

2.1.6 Presentación de resultados

179

180 Para la presentación de los trabajos finales durante una clase en el centro de cómputo
 181 cada equipo comentó su experiencia en el desarrollo del proyecto utilizando una
 182 presentación electrónica con la aplicación en línea “Powtoon”. Respecto a sus
 183 resultados y conclusiones los alumnos elaboraron una infografía con la aplicación en
 184 línea “Picktochart” en la que plasmaron lo más relevante de su proyecto explicando a
 185 sus compañeros los hallazgos encontrados durante su investigación.
 186

187 Se evaluaron los trabajos de manera grupal y se resaltaron los puntos que por parte
 188 de los alumnos se consideraron más relevantes en el desarrollo de esta actividad.

189



190 3. Resultados y análisis

191 Como una primera revisión de los resultados obtenidos con los alumnos que
192 participaron en la aplicación de esta estrategia hay que destacar el entusiasmo que
193 mostraron cuando se les planteó la forma de trabajo para el curso; ya que al ser una
194 asignatura del área de matemáticas no tenían la idea de que se pudieran realizar
195 actividades empleando la recopilación de datos de forma directa entre sus
196 compañeros. Además al emplear recursos en línea para la búsqueda de información
197 en sitios confiables como los que les brinda la propia UNAM, dejaron de lado aquellos
198 sitios “populares” que no garantizan la veracidad de sus contenidos. El aspecto que
199 más los motivo fue poder elaborar presentaciones electrónicas e infografías en un
200 tema de investigación integrando su creatividad con medios digitales.
201

202 La evaluación en cada una de las tres unidades que conforman el curso de Estadística
203 y Probabilidad I y II, se realizó mediante un examen escrito en donde se plantearon
204 problemas de aplicación para cada temática. En el grupo que se desarrolló la
205 investigación formativa se observó que los alumnos contestaban una mayor cantidad
206 de los ejercicios, además la forma en que describieron sus resultados fue más
207 completa respecto a los alumnos de los otros cuatro grupos en donde trabajaron de
208 manera habitual. Las calificaciones finales y el promedio entre grupos no presentan
209 una variación significativa; el grupo 660 que trabajo con la estrategia de investigación
210 formativa tuvo un promedio general de 7.28 y una desviación estándar de 1.34 con 25
211 alumnos participantes; de los grupos que trabajaron de manera habitual, el más
212 cercano fue el 680 con un promedio general de 7.35 con una desviación estándar de
213 1.44 y 34 participantes. Considerando una cantidad mayor de participantes de 9
214 alumnos en el segundo grupo, la comparación se hace respecto al comportamiento de
215 las calificaciones finales del segundo curso en ambos grupos, las cuales se muestran
216 en Grs. (1) - (2), observando que en el grupo 680 hubo 2 alumnos con calificación de
217 5 y un alumno con diez; en el grupo 660 la calificación mínima fue de 6 para 9 alumnos
218 y 2 alumnos obtuvieron calificación de 10.



Gráfica 1. Calificaciones finales grupo 660.



Gráfica 2. Calificaciones finales grupo 680.

En los cuatro grupos restantes en donde se desarrolló el curso de forma habitual, si se alcanzaron buenos resultados pero en menor proporción comparado con el grupo experimental; esto considerando entre otros factores que hay alumnos con promedio alto al inicio del curso y no modifica su calificación final de manera significativa la forma y las actividades mediante las cuales se desarrollaron las temáticas.

4. Conclusiones

Al hacer una análisis de los resultados desde diferentes aspectos que se evaluaron, se identificaron las áreas de oportunidad que es conveniente aprovechar para que el resultado final en una próxima ocasión sea aún más significativo respecto al



234 aprendizaje de los alumnos; entre los más destacados está el tiempo para llevar a cabo
235 el proyecto el cual tendría que ser mejor organizado al tener por semana solo cuatro
236 horas de clase que resultan insuficientes para estar en contacto con los alumnos y
237 asesorarlos de manera oportuna; aunque se realizaron revisiones en los documentos
238 en Google Drive si se deben tener más sesiones para comentar sugerencias de
239 manera personal.

240 En la integración de los equipos se incluyeron alumnos que cursaron la materia de
241 TLRIID IV con diferentes profesores y esto provoca que no todos conozcan con
242 precisión la forma para desarrollar correctamente la investigación documental,
243 provocando ciertos conflictos en el trabajo escrito por falta de experiencia, que se
244 refleja en retrasos al recopilar información., aquí se tendría que reorganizar al equipo
245 para repartir tareas y proponer la colaboración de todos los integrantes en otras
246 actividades del proyecto.

247 Respecto al principal objetivo que planteaba la estrategia con el empleo de la
248 investigación formativa, se pueden buscar temáticas más completas agregando la
249 experimentación para la obtención de datos y así dar un mayor significado a la
250 interpretación de los resultados obtenidos en el contexto de la asignatura que participe
251 junto con Estadística y Probabilidad II, en el desarrollo de los proyectos.

252 Finalmente por parte del profesor para un análisis más formal al aplicar la estrategia,
253 queda abierta la posibilidad de efectuar una prueba de Hipótesis para comparar
254 medias respecto a los promedios finales de alumnos integrados en un grupo control y
255 experimental en el cual se trabajen los proyectos de investigación formativa.
256

257 **Agradecimientos**

258 Los autores agradecemos el apoyo al Proyecto INFOCAB PB101619.

261 **Índice de referencias**

- 263 • Ávila, R y cols. (2016). Programas de Estudio Estadística y Probabilidad I y II.
264 UNAM, CCH, p. 5. [En línea] Disponible en:
265 https://www.cch.unam.mx/sites/default/files/programas2016/ESTADISTICA_PROB_ABILIDAD_I_II.pdf
- 267 • González, P. (1971). Gaceta amarilla. [En línea] Disponible en:
268 <https://www.cch.unam.mx/sites/default/files/actualizacion2012/Gacetamarilla.pdf>
- 269 • Moreno, L. y Waldegg, G. (2002). Fundamentación cognitiva del currículo de
270 matemáticas. "Seminario Nacional de Formación de Docentes: en el Uso de Nuevas
271 Tecnologías en el aula de Matemáticas" (p.28). [En línea] Disponible en:

- 272 http://cmap.upb.edu.co/rid=1ND6YTVF3-12QYTXB-LWK/aprendizaje_cognitivo.pdf
273 • Parra, C. (2004). Apuntes sobre la investigación formativa. Educación y Educadores
274 p.p 68–71.[En línea] Disponible en:
275 <<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=83400707>> ISSN 0123-1294
276 • Restrepo, B. (2004). Conceptos y aplicaciones de la investigación formativa, y
277 criterios para evaluar la investigación científica en sentido estricto, CNA, 2002, p.
278 14. [En línea] Disponible en: <https://www.cna.gov.co>, sección documentos
279 académicos.
280
281
282 *Autor para la correspondencia. E-mail: julietahh31@gmail.com Tel. 55-54-38-83-73

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

RESULTADOS DE INVESTIGACIONES SOBRE ANSIEDAD MATEMÁTICA

Laura Isabel Mora Reyes*, Silvia Guadalupe Canabal Cáceres
Escuela Nacional Preparatoria, UNAM.
Corina #3 Col. Del Carmen, Coyoacán CDMX.

AI-POAI051

Resumen

El presente trabajo muestra diversas investigaciones a nivel internacional para identificar la ansiedad Matemática en los alumnos. La importancia de reconocer que los alumnos tienen problemas con la asignatura de Matemáticas en diferentes niveles educativos, muchas veces obedece a que tienen sentimientos, emociones y afectos encontrados hacia la materia de Matemáticas. Los resultados aquí presentes forman parte de un proyecto de tesis doctoral que pretende identificar los factores presentes en la Ansiedad Matemática

Palabras clave: Ansiedad, Matemáticas, Miedo, Temor.

1. Introducción

Cuando se habla de gusto por las Matemáticas, una gran parte del alumnado dirá que no es su materia favorita, que tuvo algún evento displicente con el profesor o que dese el principio no les gustó la materia por aburrida o tal vez porque no entendió desde el principio algún concepto.

Pero hay algunos alumnos que no sólo encuentran la materia desagradable, sino que presentan síntomas de angustia, no quieren pasar al pizarrón a resolver ejercicios, se sienten inseguros o con algún malestar cuando presentan un examen de matemáticas e incluso manifiestan que a pesar de saber las cosas se bloquean y no recuerdan nada de lo aprendido.

Todos estos síntomas desagradables se conocen actualmente como Ansiedad Matemática.

El presente trabajo mostrará trabajos diversas investigaciones que abordan a fondo el tema y lo encuentran como fundamental.

2. Metodología o desarrollo

2.1 Qué es la Ansiedad Matemática

Las siguientes son definiciones de Ansiedad Matemática:



45

- 46 • “La Ansiedad Matemática es la ausencia de confort que alguien podría
47 experimentar cuando se le exige rendir en matemáticas” (Wood, 1988).
- 48 • “Sentimiento de tensión y ansiedad que interfieren en la manipulación de
49 números y en la resolución de problemas matemáticos en una amplia variedad
50 de situaciones tanto cotidianas (Richardson & Suinn, 1972).
- 51 • “La ansiedad matemática describe el pánico, indefensión, parálisis, y
52 desorganización mental que surge cuando a un sujeto se le exige resolver un
53 problema matemático” (Tobías & Weissbrod, 1980).

54

55 A continuación, se describirán diversas investigaciones provenientes de diversos
56 países: España, Costa Rica y Turquía.

57

58 2.1.1 Diversas investigaciones

59

60 El primer trabajo encontrado es una tesis doctoral cuyo objetivo principal es
61 analizar el grado de ansiedad matemática que presentan los alumnos que
62 ingresan a la universidad en España, la confianza que poseen en sí mismos como
63 aprendices de Matemáticas y la utilidad que le otorgan a la materia y analizar
64 cómo esos factores están influidos el género, al rendimiento y a la decisión de
65 elegir una determinada carrera. (Pérez-Tyteca, 2012).

66

67 Para probar la relación entre Ansiedad Alta y una elección de Carrera diferente al
68 área Físico-Matemática, la investigadora aplicó cuestionarios a 1242 alumnos
69 recién ingresados a diferentes carreras de la Universidad de Granada, España.
70 La investigadora llevó a cabo un estudio de ecuaciones estructurales para poder
71 relacionar cada uno de los factores que provocan a Ansiedad Matemática con la
elección de carrera.

72

73 La investigación concluyó que los alumnos de diversas licenciaturas de la
74 Universidad de Granada en España, tenían un grado moderado de Ansiedad
75 Matemática, encontrando que las mujeres son más ansiosas que los hombres, las
76 carreras que más Ansiedad Matemática Presentaron fueron Preescolar, Geología
77 y Enfermería y más del 60% de los alumnos entrevistado tenían miedo a las
78 Matemáticas y que ese era un motivo para no elegir una carrera del área Físico-
Matemáticas.

79

80 El segundo trabajo es una investigación cuyo objetivo principal fue conocer el
81 grado de Ansiedad Matemática en un grupo de alumnos de escuelas técnicas en
España y si esta ansiedad tenía diferencias por género. (Padilla, 2011).

82

83 En este estudio se aplicó la Escala de Ansiedad Matemática de Fennema-
Sherman (Fennema-Sherman, 1976) a 856 alumnos de escuelas técnicas.

84

85 El investigador concluye que hay un grado de ansiedad de los alumnos al
86 aplicárseles ejercicios de álgebra y detecta también diferencias entre hombres y
87 mujeres, concluyendo que las chicas poseen mayor Ansiedad Matemática que
sus compañeros.



88 El tercer trabajo es una investigación que se realizó a 220 estudiantes turcos de
89 sexto a octavo grado de educación básica para estimar su Ansiedad Matemática
90 y relacionarla con sus niveles de logro, gusto percibido de las matemáticas,
91 métodos de enseñanza y la ayuda por parte de los padres con las matemáticas.
92 Los autores aplicaron otro instrumento para medir la ansiedad, diseñado para
93 alumnos de primaria (Birgin & Gürbüz, 2010), encontrando que los alumnos de
94 octavo grado tienen una mayor Ansiedad Matemática que sus compañeros de
95 sexto, que cuando los alumnos encuentran útil la asignatura, menor ansiedad
96 presentan y que los métodos de enseñanza son importantes, así como el apoyo
97 de los padres para disminuir la Ansiedad Matemática.
98 El cuarto trabajo es una investigación que tuvo como objetivo estudiar el nivel de
99 ansiedad matemática a 3,725 estudiantes de educación media costarricense.
100 (Calvo, Cascante, Valdés-Ayala, & Quesada, 2018) utilizando también la
101 encuesta de Ansiedad Matemática de Fennema-Sherman (Fennema-Sherman,
102 1976) y llevando a cabo un análisis cuantitativo/descriptivo, encontraron que en el
103 60% de los casos del alumnado, existía una Ansiedad Leve a Moderada, pero
104 ésta ansiedad si influyó en su elección de posible carrera, acotando que también
105 las mujeres presentaron más ansiedad que los varones.
106

107 **3. Resultados y análisis**

108 De los cuatro trabajos de investigación podemos observar que en diferentes niveles
109 escolares: primaria, secundaria y universidad, la Ansiedad Matemática está presente
110 y que ésta influye de manera negativa en el desempeño de los alumnos y que también
111 afecta la parte emocional y seguridad, además que en éstos se observa que hay
112 diferencias entre género, mostrándose más en las mujeres que en los hombres.

113 También se observa un uso generalizado de la encuesta de Ansiedad Matemática de
114 Fennema-Sherman y la razón principal es porque es un instrumento validado a lo largo
115 de las décadas y probado en muchos países, con alumnos de diferentes grados
116 escolares, aunque cabe aclarar que el estudio turco utilizó otro instrumento para
117 primaria, ya que no es apropiado aplicar cuestionarios tan extensos en niños de
118 primaria y tienen que ser reelaborados con oraciones o preguntas sencillas para que
119 puedan ser comprendidas por los pequeños.
120

121 **4. Conclusiones**

122 Es importante tomar conciencia de que la Ansiedad Matemática está presente en
123 todos los grados de educación, que todos los estudios apuntan a que los alumnos la
124 padecen en algún grado (no debería de ser así) y que tanto los métodos de enseñanza,
125 como la seguridad que les otorga el docente para ir desarrollando sus habilidades en
126 matemáticas, les permite a los estudiantes sentirse más seguros y menos temerosos
127 a una materia muchas veces de uso cotidiano y tan necesaria para resolver diversos
128 problemas en la vida diaria y profesional.
129



131 Aunque los cuatro estudios apuntan a que las mujeres son más ansiosas que los
132 varones, no es un resultado generalizado, que merece ser tratado y estudiado con más
133 profundidad.

134

135

136

137 *Autor para la correspondencia. E-mail: Laura.mora@dgenp.unam.mx Tel. 554094-1740

138

139

140 Los autores agradecemos el apoyo al proyecto PAPIME PE1400.

141

142

143

144 Índice de referencias

145 Congreso Internacional

146 Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

148 Birgin, O., Baloglu, M., Çatlıoglu, H., & Gürbüz, R. (2010). *An investigation of mathematics*
149 *anxiety among sixth through eighth grade students*. Obtenido de journal of Psychology
150 and Education www.elsevier.com/locate/lindif

151 Calvo, E. A., Cascante, L. G., Valdés-Ayala, Z. S., & Quesada, S. S. (2018). *Estudio de la*
152 *ansiedad matemática en la educación media*. Obtenido de
153 <http://www.redalyc.org/html/155/15549650004/>

154 Fennema-Sherman. (1976). *Fennema, E. y Sherman, J. A. (1976). Fennema-Sherman*
155 *mathematics attitude*. USA: Psychology, 6(31).

156 Hernández-Pozo, M. d., Álvarez, O. C., Contreras, V. A., & Reséndiz, S. C. (2008).
157 *Desempeño académico de universitarios en relación con ansiedad escolar y auto-*
158 *evaluación*. Obtenido de Desempeño académico de universitarios en relación con
159 ansiedad escolar y auto-evaluación

160 Ignacio, N. G., Barona, E. G., & Nieto, L. B. (2018). *El dominio afectivo en el aprendizaje de*
161 *las Matemáticas*. Obtenido de [http://www.investigacion-](http://www.investigacion-psicopedagogica.org/revista/articulos/8/espanol/Art_8_96.pdf)
162 [psicopedagogica.org/revista/articulos/8/espanol/Art_8_96.pdf](http://www.investigacion-psicopedagogica.org/revista/articulos/8/espanol/Art_8_96.pdf)

163 Padilla, J. F. (2011). *Incidencia del formato de presentación de tareas en la ansiedad*
164 *matemática de alumnos de ESO*, Universidad de Granada, España. Obtenido de

- 165 https://fqm193.ugr.es/media/grupos/FQM193/cms/TFM%20Javier%20Monje_final.pdf
166 f
- 167 Pérez-Tyteca, P. (2012). *La ansiedad matemática como centro de un modelo causal predictivo de la elección de carreras*. Obtenido de <https://hera.ugr.es/tesisugr/2108144x.pdf>
- 169 Ruiz, J. G., & Ortiz, C. B. (2009). *VALIDEZ Y LA CONFIABILIDAD DE UN
170 INSTRUMENTO PARA EVALUAR ANSIEDAD EN MATEMÁTICAS EN
171 ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS: LA ESCALA DE EVALUACIÓN DE LA
172 ANSIEDAD EN MATEMÁTICAS (MARS)*. Obtenido de *VALIDEZ Y LA
173 CONFIABILIDAD DE UN INSTRUMENTO PARA EVALUAR ANSIEDAD EN
174 MATEMÁTICAS EN ESTUDIANT*: <http://funes.uniandes.edu.co/4694/1/Barrag%C3%A1nValidezAlme2009.pdf>

Congreso Internacional

Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

EL PAPEL QUE SE LE ATRIBUYE A LAS MATEMÁTICAS EN LA ESCUELA

Juan Carlos Salgado Hernández*

*1 Instituto Superior de Ciencias de la Educación del Estado de México. Ex Rancho
2 Los Uribe, Santa Cruz Atzcapotzaltongo, Toluca, Estado de
3 México, C.P. 50030.*

I-POAI062

Resumen

El presente trabajo muestra el resultado de una indagación documental acerca de la visión que se tiene de las matemáticas en la escuela, especialmente en los niveles básico y medio superior. El objetivo planteado en el desarrollo del estudio es analizar la visión que se tiene de las matemáticas en los documentos que rigen e influyen en su enseñanza en la escuela. Se considera que esta visión se asume por parte de los profesores y de ello depende las formas de enseñanza que se den en las aulas. Además, esa visión puede promover actitudes en los alumnos hacia las asignaturas relacionadas con la matemática; en gran medida el aprecio o rechazo hacia su estudio. Para lograr el objetivo se revisaron planteamientos de los planes y programas de estudios de secundaria y bachillerato, así como de algunos organismos internacionales como la OCDE, el Banco Mundial y el Banco Interamericano de Desarrollo. En la indagación es posible ver que las matemáticas se enseñan porque son el fundamento de las carreras científicas que permiten el desarrollo tecnológico y progreso económico. Esto se hace en detrimento de las habilidades que permitan formar ciudadanos con habilidades de pensamiento crítico, capaces de mejorar el entorno en el que se desenvuelven.

Palabras clave: matemáticas, enseñanza, formación, currículo, visión, crítico.

1. Introducción

En el aula de matemáticas, de los niveles medio y básico de nuestro sistema educativo, es común escuchar cuestionamientos como ¿para qué me va a servir eso?, ¿cuándo lo voy a volver a utilizar?, ¿me va a servir si no voy a estudiar algo relacionado con matemáticas? Estos cuestionamientos son respondidos desde algunas sugerencias de organismos internacionales: la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), el Banco Interamericano de Desarrollo (BID) y el Banco Mundial (BM), quienes influyen en las políticas educativas globales. Dichos organismos emiten recomendaciones en áreas estratégicas, como matemáticas, reduciéndolas a saberes procedimentales útiles para la formación profesional en las áreas que permitan el acceso al campo laborar y, al final de cuentas, la rentabilidad de las inversiones.

Para la OCDE la importancia de las matemáticas es el hecho de que pueden ser utilizadas en contextos diversos de la vida cotidiana como una herramienta de gran potencial (OCDE, 2017). Por su parte el BID resalta la formación por competencias para desarrollar las habilidades que permiten aumentar mejorar la productividad y, en consecuencia, la competitividad económica.



46 El aprendizaje en matemáticas no debe reducirse a la mera aplicación de reglas o
47 algoritmos que lleven a la solución de problemas. Santos Trigo (2007) retoma las ideas
48 de Howard Gardner en relación con la educación como búsqueda de la verdad, la
49 belleza y la moral. Es el mismo Santos quien resalta el papel de las matemáticas al
50 ayudar a entender y analizar fenómenos relacionados con los tres campos. Además,
51 resultan ser ejemplo de búsqueda de la verdad.

52 El presente estudio presenta algunos resultados sobre la indagación acerca de la
53 visión que se tiene en la escuela en relación con el aprendizaje de las matemáticas.
54 Se busca inferir un vínculo establecido en lo que se plantea en Planes y Programas de
55 estudio con lo que se piensa de las matemáticas y la educación en la visión de
56 organismos como la OCDE y el BID. Se considera que esto tiene alto impacto en las
57 acciones que el docente desarrolla en el aula para promover el aprendizaje de los
58 estudiantes. Para tal propósito se hace la revisión de los Planes de estudio de
59 Secundaria y Bachillerato, así como los programas de Matemáticas; de ellos se
60 extraen los contenidos, metodología, propósitos y formas de evaluar. Se espera con
61 esto mostrar las generalidades de la visión que se tienen de las matemáticas y los
62 posibles vínculos con planteamientos externos.

Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

63 2. Metodología o desarrollo

64 2.1 Marco de referencia

65 El marco de referencia se construye a partir de los propósitos de la enseñanza de
66 las matemáticas en los niveles secundaria y bachillerato en México. También son
67 considerados los propósitos que los organismos internacionales como la OCDE, BID
68 y BM, los cuales tienen influencia significativa en las decisiones curriculares. En el
69 caso de los niveles educativos del sistema educativo nacional se consideran, además
70 de los propósitos de la enseñanza de las matemáticas, los principales contenidos que
71 se enseñan, los medios y la metodología empleados, así como las sugerencias de
72 evaluación.

73 Los elementos de análisis se establecen a partir de algunos de los cuestionamientos
74 planteados por Julio Pimienta (2008) en relación con la esencia de la evaluación, en
75 este caso, enfocados a la enseñanza de las matemáticas. Tales cuestionamientos son:
76 ¿qué se enseña? busca indagar los principales contenidos enseñados en el nivel;
77 ¿para qué se enseña? para acercarse al conocimiento de los propósitos de la
78 enseñanza de las matemáticas; ¿cómo se enseña? la pretensión es revisar la
79 metodología sugerida y el proceder docente que se espera al enseñar matemáticas;
80 ¿cómo se evalúa? cuestionamiento enfocado a indagar los parámetros y los
81 principales instrumentos sugeridos para evaluar las actividades de enseñanza y los
82 aprendizajes que se espera que logren los estudiantes.

86 2.2. Método de análisis

87

88 El análisis de los elementos que constituyen los ejes de articulación se hace a partir
 89 de una estrategia descriptiva. Se da en este sentido la tendencia hacia el análisis de
 90 contenido como técnica de investigación, a partir de la cual, es posible “*Describir*
 91 tendencias y *desvelar* semejanzas o diferencias en el contenido de la comunicación
 92 escrita” (Fernández Chávez, 2002).

93 Por cada nivel educativo y por Organismo Internacional se hace la descripción de las
 94 unidades de análisis: propósitos, contenidos, metodología y evaluación. En el caso de
 95 los organismos únicamente se describen los elementos que contienen los elementos
 96 seleccionados. La pretensión es entender sus posibles usos y aplicaciones que den
 97 cuenta del papel que se asume de la enseñanza de las matemáticas en ellos. Además,
 98 el mensaje que pretende transmitir al profesorado que, en el ideal, toma como base
 99 tales planteamientos para construir las actividades que se habrán de desarrollar en el
 100 aula.

101 A partir de las unidades de análisis expresadas se plantean como categorías de
 102 análisis. La razón es que de esta forma se reduce la interpretación y, en consecuencia,
 103 la subjetividad del investigador. Se anexa la categoría general *sentido global de la*
 104 *enseñanza de las matemáticas*. Esta categoría se construye a partir de las otras y que
 105 puede estar explícita o implícita; en cuyo caso se construye a partir de la información
 106 identificada.

107 La justificación principal de la elección de las unidades de análisis como categorías es
 108 que, para la construcción de las primeras, se eligieron las *wh questions* que hacen las
 109 veces de categorías genéricas (Moreiro González, Morato Lara, Sánchez Cuadrado, y
 110 Rodríguez Barquín, 2006). Utilizar estas categorías ayuda a reducir la subjetividad del
 111 investigador, pues se extrae la información específica de los documentos y, hasta ese
 112 momento no hay, interpretación alguna.

113

114 **3. Resultados**

115

| Nivel Secundaria del SEM (Modelo Educativo 2017) | |
|--|--|
| Unidad de análisis | Contenido (SEP, 2017a), (SEP, 2017b) |
| Propósitos | El propósito es que el estudiante desarrolle habilidades para poder plantear y resolver problemas, en situaciones poco familiares, con el uso de herramientas matemáticas. Además, se espera que el alumno desarrolle el pensamiento crítico y creativo para la resolución de problemas de diversa índole con respuestas argumentadas. Dichos procesos se habrán de desarrollar con la |



| | |
|-------------|---|
| | valoración del pensamiento matemático y con actitud positiva y crítica hacia el estudio de la matemática. |
| Contenidos | El planteamiento del Modelo Educativo privilegia la profundización sobre la extensión de los contenidos. Además, se busca atender recomendaciones pedagógicas que resaltan la importancia de favorecer el desarrollo de habilidades del pensamiento superior, como el pensamiento crítico. Para su estudio, este espacio curricular se organiza en tres ejes temáticos y doce temas: Número, álgebra y variación que incluye los contenidos básicos de aritmética, de álgebra y de situaciones de variación; Forma, espacio y medida que incluye los aprendizajes esperados relacionados con el espacio, las formas geométricas y la medición; Análisis de datos que tiene el propósito de propiciar que los estudiantes adquieran conocimientos y desarrollen habilidades propias de un pensamiento estadístico y probabilístico. |
| Metodología | El enfoque didáctico a través de la resolución de problemas continúa siendo eje rector. Sin embargo, en este caso se de considera tanto una meta de aprendizaje como un medio para aprender contenidos matemáticos y fomentar el gusto con actitudes positivas hacia su estudio. En este enfoque se resalta la autenticidad de los contextos en los que se resuelven problemas. Además, se plantean seis metas que el docente deberá lograr en el trabajo con los estudiantes: comprender la situación implicada en un problema; plantear rutas de solución; trabajo en equipo; manejo adecuado del tiempo; diversificar el tipo de problemas; compartir experiencias con otros profesores |
| Evaluación | La evaluación se concibe, desde un enfoque formativo, como un medio por el cual el profesor y el alumno pueden conocer las fortalezas y debilidades en el proceso de aprendizaje. Para evaluar el avance del logro de los alumnos se proponen tres ejes de análisis que habrán de verificarse sistemáticamente mediante el proceso: de resolver problemas con ayuda a solucionarlos autónomamente; de la justificación pragmática al uso de propiedades; de los procedimientos informales a los procedimientos expertos. |

| Nivel Bachillerato (General y Tecnológico) del SEM (Modelo Educativo 2017) | |
|--|--|
| Unidad de análisis | Contenido (SEP, 2017c) |
| Propósitos | Se considera a la matemática como una disciplina que representa un objeto (formal) de estudio y una herramienta imprescindible para la comprensión y el estudio de las ciencias, las humanidades y las tecnologías. Se pretende una enseñanza más activa, realista y crítica que promueva la significación mediante el uso para propiciar el desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico y crítico a través de las competencias disciplinares básicas. |
| Contenidos | Los contenidos que se proponen en el Plan de Estudios 2017, tanto para Bachillerato General como para Bachillerato Tecnológico, apenas presentan ligeras variaciones. Sin embargo, los propósitos y gran parte de las competencias son similares. Las asignaturas del Plan de estudios son: Álgebra; Geometría y Trigonometría; Geometría Analítica; Calculo Diferencial: pensamiento y lenguaje variacional; Cálculo integral: pensamiento y lenguaje variacional; Probabilidad y estadística: del manejo de la Información al pensamiento estocástico |
| Metodología | <p>Se identifica una brecha entre el aprendizaje del ámbito escolar y lo que se vive fuera de las aulas. Por este motivo se privilegia en uso del conocimiento matemático por parte del estudiante. Por parte del docente se espera una enseñanza más activa, realista y crítica. Estas nociones entran en juego en la llamada aula extendida, la cual habrá de ser un recurso metodológico habitual para transitar de la práctica al objeto.</p> <p>La sugerencia de las fases de las secuencias de aula es: planteamiento de la pregunta; dialogo, reflexión y debate; formulación de conjeturas</p> |
| Evaluación | Aunque la evaluación de las actividades de aprendizaje no se plantea de manera explícita, se concibe la evaluación como parte importante del currículo. Algunas sugerencias generales son: documentar los avances de los estudiantes; reforzamiento de competencias; intercambio de experiencias y aplicación de estrategias innovadoras. |

| Organismos | |
|--|---|
| Organismo | Propósito de la enseñanza de la matemática |
| OCDE (OCDE, 2017) | <p>En los planteamientos de la OCDE se hace énfasis en la importancia de utilizar las matemáticas en contextos diversos de la vida cotidiana. Las matemáticas se consideran la herramienta para que los jóvenes puedan afrontar situaciones en los ámbitos personal, social, profesional y científico.</p> <p>El propósito del estudio de la matemática es vinculado ampliamente a la competencia matemática más allá del conocimiento de los contenidos. El razonamiento matemático, así como el uso de conceptos procedimientos herramientas y hechos matemáticos, cobran gran importancia para el análisis y predicción de fenómenos del entorno.</p> |
| BID (Ricart , Morán , y Kappaz, 2014) | <p>Los objetivos que plantea este organismo, en cuanto a la agenda educativa, es la construcción de un marco de referencia de habilidades a nivel nacional. La finalidad es el aumento de la productividad y la competitividad Económica. Para lograr tal propósito, se considera el Sistema de Aprendizaje a lo Largo de la Vida, cuyo eje rector es la educación basada en competencias, las cuales definen las habilidades que las personas deben adquirir; su articulación es posible en los estándares. Este enfoque se ha caracterizado por dar mayor importancia a la educación técnica y formación para el trabajo, determinando las habilidades básicas que habrán de adquirir los trabajadores.</p> |

120

121

122 4. Análisis y conclusiones

123

124 La OCDE (2017) deja ver la perspectiva de las matemáticas para la formación
 125 profesional, así como la visión utilitaria de las mismas. Las competencias, término que
 126 se atribuye un carácter altamente individualista, siguen formando parte del discurso de
 127 la evaluación del Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes (PISA
 128 por sus siglas en inglés).

129

130 Por otra parte, el BID hizo recomendaciones a México, a considerar en la agenda
 131 educativa (Ricart , Morán y Kappaz, 2014). El estudio base retoma la dificultad para
 132 satisfacer las vacantes por parte de los empleadores en el país. El motivo es la falta
 133 de conocimientos y habilidades propias para desempeñar la labor. También utiliza los
 134 resultados de la prueba PISA para sustentar las afirmaciones sobre los bajos
 135 resultados de las habilidades evaluadas, entre ellas matemáticas y resolución de
 problemas.



136 Es posible ver que la matemática se mira, con una visión reduccionista, como una
137 mera herramienta útil para otras áreas del conocimiento. Aunque esa visión es útil para
138 el aprendizaje en otras asignaturas o campos de formación, limita las potencialidades
139 que tiene el estudio de la matemática para explorar y comprender el modo en que
140 funciona el entorno, así como la riqueza que tiene para fortalecer las habilidades del
141 pensamiento crítico y creativo. Las competencias continúan siendo un enfoque que fija
142 estándares de aprendizaje, sin embargo, tal como plantea la SEP es necesario
143 plantear una visión más amplia, que remonte no solo ámbito económico, sino que
144 contribuya a la mejora del entorno. (2017, pág. 100)

145 Los planteamientos del nuevo modelo educativo 2018 tienen pretensiones adecuadas
146 en las que se plantea una conexión entre la teoría y la práctica, centrar el aprendizaje
147 de las matemáticas en la acción privilegiando la misma sobre la construcción de
148 objetos matemáticos. Sin embargo, es esta última idea (acción sobre construcción de
149 objetos) la que no termina de ser convincente. La construcción de objetos matemáticos
150 demanda las habilidades de orden superior que se pretenden desarrollar. Una opción
151 potencial sería desarrollar procesos paralelos en los que la construcción de objetos
152 matemáticos se lleve de la mano con la acción. Una propuesta que puede ser favorable
153 es retomar la filosofía de los griegos en la que la matemática se construía en la
154 búsqueda de respuestas a los fenómenos del entorno pero que, además se apreciaba
155 a la misma por su rigor, belleza intrínseca y la capacidad de hacer pensar; la
156 descripción de la belleza del mundo a través del lenguaje matemático. En esta visión
157 la matemática no era una mera herramienta sino el camino que permite la
158 comunicación con el universo.

159 Una apuesta ambiciosa del modelo educativo reciente es la noción de aula extendida.
160 En este sentido una labor indispensable del docente es convertirse en un experto que,
161 además de dominar su asignatura, conozca lo que se aprende en niveles educativos
162 anteriores y posteriores, así como contenidos que se vinculen con lo trabajado en su
163 asignatura. De esta forma, podrá llevar al alumno a escenarios en los que pueda
164 aprender. Un aspecto trascendental que debe cuidar el docente es la autenticidad de
165 los escenarios, evitando forzarlos cayendo en la simulación que, más que promover el
166 aprendizaje, cause confusión en el alumno o actitudes negativas hacia el estudio de la
167 matemática.

168 Las matemáticas, como otras ciencias que se enseñan en la escuela, son de gran
169 utilidad. Pero a menudo la interrogante por la utilidad práctica siempre se dirige a esa
170 ciencia fría y rígida. Hace falta en la escuela una visión que permita darse cuenta de
171 que las matemáticas están en todo. Es cierto que son el medio para la formación
172 científica y tecnológica que permite el desarrollo. Al mismo tiempo, son el medio por el
173 cual nos podemos convertir en seres pensantes.

174 El pensamiento crítico es la base para que un alumno piense por sí mismo, sea capaz
175 de autodirigirse, reflexione ante situaciones nuevas o inesperadas, así como evitar

176 juicios precipitados (Argudín y Luna, 2001, pág. 276). El pensamiento crítico se
177 evidencia cuando el alumno puede dar una explicación precisa de la solución de un
178 problema y el proceso que lo llevó a ella.

179 Las matemáticas tienen el potencial de desarrollar el pensamiento crítico, creativo,
180 reflexivo, de análisis y síntesis. El papel del docente es contribuir a erradicar la visión
181 reduccionista e instrumental. La educación debe ayudar a los alumnos a ver el mundo
182 con una mirada distinta. Si los estudiantes son capaces de aplicar el rigor de las
183 matemáticas, en las actividades que lo requieran, podrán ser más críticos y difícilmente
184 manipulables

185 Las matemáticas escolares nos ayudan a ser y formar personas críticas, reflexivas, así
186 como a desarrollar habilidades de pensamiento creativo. Las habilidades de
187 abstracción, necesarias para el desarrollo del pensamiento de orden superior, se
188 desarrollan por medio del trabajo con las matemáticas en la resolución de problemas.
189 La comprensión e interacción con el entorno se da a través de ellas, pero no por ello
190 existe una aplicación directa y pura. Es por eso que no se reducen al plano de lo
191 inmediato o a fines formativos profesionales; son el camino para formar seres libres y
192 pensantes.

193
194 *Juan Carlos Salgado Hernández. E-mail: jucasah07@hotmail.com
195
196

197 Referencias

- 198 • Argudín, Y., y Luna, M. (2001). Libro del profesor: Desarrollo del pensamiento crítico. Ciudad de México: Plaza y Valdés.
- 199 • Dirección General de Bachillerato. (08 de mayo de 2013). Dirección General de Bachillerato. Obtenido de Bachillerato General: https://www.dgb.sep.gob.mx/bachillerato_general.php
- 200 • Fernández Chávez, F. (2002). El análisis de contenido como ayuda metodológica para la investigación. Revista de Ciencias Sociales (Cr), II(96), 35-53. Obtenido de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=15309604>
- 201 • Moreiro González, J. A., Morato Lara, J., Sánchez Cuadrado, S., y Rodríguez Barquín, B. A. (enero de 2006). Categorización de los conceptos en el análisis de contenido: su señalamiento desde la Retórica clásica hasta los Topic Maps. Investigación Bibliotecológica, 20(40). doi:10.22201/iibi.0187358xp.2006.40.4097
- 202 • OCDE. (2017). Marco de Evaluación y de Análisis de PISA para el Desarrollo: Lectura, matemáticas y ciencias. Paris: OECD Publishing.
- 203 • Pimienta Prieto, J. H. (2008). Evaluación de los aprendizajes. Un enfoque basado en competencias. México: PEARSON EDUCACIÓN.
- 204 • Ricart, C., Morán, T., y Kappaz, C. (2014). Construyendo un sistema de aprendizaje a lo largo de la vida en México. Banco Interamericano de Desarrollo. Obtenido de <http://www.inefop.org.uy/docs/Construyendo.pdf>



- 217 • Santos, L. M. (2007). La resolución de problemas matemáticos: fundamentos cognitivos.
218 México: Trillas.
- 219 • Secretaría de Educación Pública. (2017a). Aprendizajes Clave para la Educación Integral.
220 Plan y programas de estudio para la educación básica. México: SEP.
- 221 • Secretaría de Educación Pública. (2017b). Matemáticas. Educación secundaria. Plan y
222 Programas de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación. México: Autor.
- 223 • Secretaría de Educación Pública. (2017c). Planes de estudio de referencia del componente
224 básico del Marco Curricular Común de la Educación Media Superior. México: Autor.

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

LAS DIFERENTES REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS DE LOS PRODUCTOS NOTABLES DESARROLLAN HABILIDADES DE PENSAMIENTO

Silvia Guadalupe Canabal Cáceres^{1,*}, Laura Isabel Mora Reyes² y José Luis López Hernández³

^{1, 2,3}Escuela Nacional Preparatoria No. 6 "Antonio Caso".UNAM
Corina #3 Col. Del Carmen, Coyoacán D.F.
C.P.04100 Tel.56 01 35 62

Categoría-Clave ponencia I-POAI072

Resumen

Existen investigaciones sobre las dificultades que interfieren con el aprendizaje de los alumnos de secundaria y bachillerato del tema: productos notables (binomio al cuadrado, binomio al cubo, diferencia de cuadrados, etc.) y las que están relacionadas con la interpretación de los mismos para resolver problemas. El objetivo de esta investigación es mostrar la importancia de promover en el alumno aprendizajes y el desarrollo de habilidades de orden superior que le permitan construir el conocimiento y resolver problemas de su entorno, con el uso de diferentes representaciones semióticas (RS) y las conversiones entre registros semióticos. La teoría principal en la que se sustenta esta investigación es la de Duval (2004) y D'Amore (2002). Las RS permiten que el aprendiz discrierna y tome decisiones, se pretende que el estudiante desarrolle un pensamiento crítico y reflexivo, mediante el cual podrá comprender que los objetos matemáticos pueden tener una representación geométrica, gráfica, analítica o verbal, que puede utilizarse de acuerdo al contexto. Se aborda la problemática que se encuentra presente en el aprendizaje, las habilidades a desarrollar, las competencias matemáticas requeridas en este nivel y una propuesta de evaluación del tránsito y manejo de RS. Los instrumentos utilizados para realizar esta investigación son las secuencias didácticas, en el aula se realizan de tres a cuatro situaciones didácticas que le permitan hacer conversiones y transformaciones de las diferentes representaciones semióticas de los productos notables. Aún se encuentra en proceso la investigación, por lo que se mencionan los resultados que se espera obtener, sin embargo con lo que se lleva desarrollado podemos concluir que el utilizar en el aula diferentes representaciones semióticas promueve el desarrollo de habilidades que contribuyen al desarrollo integral del educando.

Palabras clave: representaciones, semiótica, binomio, secuencia didáctica

1. Introducción

En la actualidad, desde preescolar hasta bachillerato, gran parte de la población estudiantil muestra dificultades en el aprendizaje de la asignatura de matemáticas. Muchos deciden cambiar o elegir su carrera, en función de que al revisar el Plan de estudios no lleven asignaturas relacionadas con matemáticas. Es posible que esto

*Silvia Guadalupe Canabal Cáceres. E-mail: silcanabal@hotmail.com Tel. 55-27-44-01-09



42 ocurre a causa de una enseñanza tradicional de los contenidos que para ellos son
43 poco prácticos, útiles y accesibles.

44 La enseñanza siempre es y será un factor predominante en este aspecto, el docente
45 es corresponsable en el proceso de aprendizaje de sus alumnos, lo que lo compromete
46 a planear su quehacer constantemente y lograr que ellos le den sentido a esta
47 disciplina y comprendan que, aunque no se dediquen a estudiar directamente las
48 Matemáticas éstas contribuyen de manera significativa en su formación y les ayudan
49 a desarrollar un pensamiento crítico y reflexivo.

50 Los educandos de nivel medio superior muestran un bagaje insuficiente y deficiente
51 que se convierte en un obstáculo para su formación integral, que repercute en la
52 ausencia de aprendizaje significativo.

53 Se han realizado pruebas estandarizadas que pretenden evaluar y encontrar indicios
54 de la problemática en el sistema educativo en los diferentes niveles, las cuales se
55 emplean como referencias de la situación actual y dan cierto contexto educativo, como
56 se puede observar con las pruebas PISA (Programme for International Student
57 Assessment) y PLANEA (Plan Nacional Para la Evaluación de los Aprendizajes en
58 particular en el nivel bachillerato), en las cuáles se identifica un bajo rendimiento y
59 desempeño en todos los niveles educativos en el área de español y matemáticas.

60 Lo que indica que se requieren acciones preventivas y remediales a corto, mediano y
61 largo plazo que promuevan la adquisición y desarrollo de competencias en los alumnos
62 que les permitan una natural inserción en la sociedad actual y el cumplimiento de las
63 expectativas personales.

64 En el aprendizaje de las Matemáticas se presentan de manera recurrente errores en
65 la aplicación de algoritmos y la resolución de problemas en los que intervienen los
66 Productos Notables, lo que refuerza conductas indeseables que van desde un
67 comportamiento de rechazo hasta una aversión extrema por estos temas de vital
68 importancia para construir conocimiento en el currículo escolar de la disciplina.

69 Al respecto Rodríguez (2015) considera que:

70 “Es preocupación de los docentes la cantidad y variedad de errores que encuentran
71 en su alumnado, observando que gran parte de los estudiantes incurren en los mismos
72 errores de forma reiterada”

73 En este trabajo se reportan los avances respecto a la investigación que se realiza sobre
74 el impacto y la importancia de incluir en la enseñanza del bachillerato las diferentes
75 representaciones semióticas de objetos matemáticos, por medio de recursos como las
76 secuencias didácticas. De acuerdo con Duval (2004) el alumno que tiene acceso a
77 diferentes representaciones semióticas, puede mejorar la apropiación del
78 conocimiento de ese objeto.

79 Sin omitir la importancia de aproximarnos de manera didáctica a dichos objetos
80 matemáticos, en particular los *Productos notables*, se consideraron cinco tópicos
81 relacionados con este tema, que son los más utilizados en las asignaturas que se
82 imparten en el nivel medio superior (Binomio al cuadrado, binomio al cubo, diferencia
83 de cuadrados, diferencia de cubos y suma de cubos), cada uno de ellos tiene diferentes
84 representaciones semióticas que son difíciles de comprender para el alumno de
85 bachillerato, presenta problemas ante la necesidad de utilizar los productos notables,
86 estudios demuestran que el problema es la baja o nula comprensión entre los
87 diferentes registros semióticos de cada producto.

88 El objetivo de esta investigación es mostrar que el aprendizaje de los productos
89 notables posee un carácter significativo para el estudiante en el momento que él logra
90 transitar de un registro semiótico a otro, desde la representación analítica hasta la
91 geométrica. Esta propuesta incluye la utilización de secuencias didácticas en las
92 cuáles el alumno pueda transitar por las diferentes representaciones semióticas por
93 medio del *aprendizaje centrado en el alumno* de manera contextualizada.

94 **2. Metodología o desarrollo**

95 *Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas*
96 El docente es un facilitador que acompaña al alumno y le da la posibilidad de trabajar
97 de manera colaborativa al utilizar técnicas de aprendizaje centrado en el alumno, para
98 que con las actividades propuestas construya su propio aprendizaje. A través de las
99 secuencias didácticas se incluyen actividades atractivas y significativas para el
100 alumno, ya que él es el que construye, revisa, organiza, comparte, expone y resuelve.

101 **2.1 Enfoque de la investigación**

102 Esta es una investigación de tipo mixto, en la cual se debe desarrollar una metodología
103 de la interpretación del análisis de las formas simbólicas que en una perspectiva
104 cualitativa analice aspectos ideológicos y de la cultura, Zapata (2005). El aspecto
105 cuantitativo será a través de un cuestionario tipo Likert y la parte cualitativa será en
106 dos llevado a cabo por medio de las secuencias didácticas.

107 **2.2 Población, concepto y descripción**

108 En una investigación se debe delimitar la población que va a ser estudiada y sobre la
109 que se pretenden hacer generalizaciones, de acuerdo con el resultado del análisis del
110 fenómeno, una *población* es el conjunto de todos los casos que concuerdan con una
111 serie de especificaciones, se deben establecer con claridad las características con el
112 fin de delimitar la investigación, Hernández, (2014). Se puede elegir una muestra que
113 forma parte de la población en estudio, esta muestra debe estar compuesta por
114 sujetos; el *sujeto* es quien piensa al objeto, quien tiene capacidad de conocimiento,
115 posee la propiedad de pensar lógicamente y el sujeto de investigación es capaz de
116 pensar e investigar, un objeto de investigación, en relación con un problema de
117 investigación.

118 La población de estudio consta de 120 alumnos inscritos en cuarto grado (primer año
119 de preparatoria) que conforman dos grupos, uno del turno matutino y otro del
120 vespertino. Esta cantidad puede ser considerada una muestra propositiva. Los
121 docentes titulares de manera voluntaria me permitirán aplicar las secuencias, son
122 alumnos cuyas edades fluctúan entre 14 y 16 años; la edad media será de 15 años.
123 Su calificación en el nivel inmediato anterior será un indicador de su desempeño en
124 Matemáticas, ya que el curso previo curso incluye el tema de Productos notables. Los
125 alumnos fueron asignados en ambos turnos de manera aleatoria por el sistema de
126 inscripciones que se emplea en la UNAM, de tal manera que hay en una misma
127 proporción hombres y mujeres.

128 **2.3 Instrumentos de investigación**

129 El investigador utiliza los llamados *instrumentos de investigación* para poder recolectar
130 la información y dar respuesta a la pregunta de investigación que puede llevarle a
131 resolver el problema de investigación. En este trabajo se realizará una entrevista, una
132 encuesta tipo Likert y una secuencia didáctica, la cual se considera como instrumento
133 de investigación de acuerdo con Díaz Barriga, (2010), referente a su flexibilidad para
134 ser instrumento de enseñanza o de aprendizaje.

135 Para seleccionar las tareas que se consideran componentes de tipo curricular
136 (contenido de Productos notables) y ontosemiótico (significado institucional del
137 contenido de Productos notables). Se elabora una lista que incluye los aspectos
138 centrales del significado de referencia global que se pretende evaluar (comprensión
139 de los significados de las representaciones semióticas de los productos notables y la
140 resolución de problemas de su entorno). Así como los contenidos algebraicos
141 relacionados con este tema que se pretenden movilizar.

142 **2.3.1 Instrumento con escala tipo Likert**

143 El instrumento de medición será una encuesta tipo Likert que nos permitirá evaluar
144 creencias, percepciones y actitudes que los encuestados responderán de acuerdo con
145 su experiencia previa en esta asignatura. Este instrumento consta de 10 reactivos, en
146 donde se trata de que el alumno reflexione sobre la tarea resuelta y se pueda indagar
147 sobre sus percepciones, está realizado en formato digital con la herramienta Google
148 con la que se obtienen de manera inmediata resultados preliminares. Se elegirá una
149 numeración que va del 1 al 4, donde 1 significa "Totalmente en desacuerdo", 2 significa
150 "En desacuerdo", 3 "De acuerdo" y 4 "Totalmente de acuerdo". Esto permitirá al alumno
151 manifestar en una buena medida las percepciones sobre el manejo de las
152 representaciones semióticas de los productos notables.

153
154 **2.3.2 Estilos de aprendizaje con cuadrantes de Herrmann**

155
156 El trabajo referente a conocer los indicadores de Estilo de Aprendizaje puede llevarse
157 a cabo por medio del test de los *cuadrantes de Herrmann*, otorga ventajas, hay

158 cuestionarios diversos en internet, a través de colores nos permiten identificar
159 aspectos de la personalidad de los alumnos y nos permite conocer características de
160 sus estilos de aprendizaje.

161 El estudio de la hemisfericidad cerebral en conjunto con los estilos de aprendizaje,
162 enriquece la enseñanza diferenciada donde el empleo de técnicas que motiven el
163 sistema cerebro-mente potencializa la modalidad de aprendizaje. Al identificar la
164 predominancia en los hemisferios, se explica y complementa el estilo de aprendizaje,
165 ya que se presentan características que definen inclusive, la personalidad.

166 2.3.3 Secuencia didáctica

167 Este instrumento constituye una organización de las actividades de aprendizaje que
168 se realizarán con los alumnos y para los alumnos con la finalidad de crear situaciones
169 que le permitan desarrollar un aprendizaje significativo, Díaz Barriga, (2010). Es
170 importante especificar que no son un formulario con espacios en blanco, demandan el
171 conocimiento de la asignatura, la comprensión del programa de estudios, una visión
172 pedagógica clara por parte del docente y habilidades para diseñar actividades para el
173 aprendizaje de los alumnos.

174 Los elementos que debiera tener una secuencia didáctica son:

- 175 • Datos de identificación: asignatura y diseñador(es)
- 176 • Ubicación en el programa: unidad y tema(s)
- 177 • Objetivo(s) específico(s) de la secuencia
- 178 • Contenidos (conceptual, procedimental y actitudinal)
- 179 • Vinculación con otras disciplinas
- 180 • Ejes transversales
- 181 • Duración de la secuencia y número de sesiones

182 Etapas del proceso de enseñanza:

- 183 • Actividad auténtica detonadora (caso, problema, proyecto, pregunta, dilema)
- 184 • Activación de conocimientos previos:(tareas, propósitos específicos, evaluación, instrumentos y materiales)
- 185 • Promoción de nuevos conocimientos: adquisición, contrastación y procesamiento (tareas, propósitos específicos, evaluación, instrumentos y materiales)
- 186 • Aplicación de los nuevos conocimientos a nuevas situaciones: (tareas, propósitos específicos, evaluación, instrumentos y materiales)
- 187 • Recursos bibliográficos, hemerográficos y cibergráficos

193 Es con estas con las que el alumno de forma individual y en equipos podrá construir
194 el conocimiento, la que se empleará en esta investigación consta de 3 situaciones
195 didácticas que se desprenden de un problema contextualizado. Los alumnos en su

196 clase de Matemáticas resolverán las situaciones y al finalizarlas se les aplicará el
197 cuestionario de Google para verificar niveles de asimilación e indagar sobre sus
198 percepciones. Un ejemplo es el binomio al cuadrado, donde se le estimula al alumno
199 a través de un problema en el que debe calcular el área de una alberca de forma
200 cuadrada, después deberá representarla en forma de expresión algebraica (como
201 binomio), después como trinomio cuadrado perfecto y su representación gráfica; se
202 debe hacer hincapié en cada una las diferentes representaciones semióticas.

203 **3. Resultados y análisis**

204

205 Entre los resultados a registrar se tienen tres situaciones didácticas que muestran la
206 evidencia de cómo los alumnos efectúan el tránsito entre las diferentes
207 representaciones semióticas, cada reactivo se analizará con apoyo del programa
208 estadístico “R”, para verificar la confiabilidad y validez de los reactivos. Cada ítem será
209 analizado y con esto se podrá conjeturar sobre las posibles contribuciones al
210 aprendizaje significativo de los productos notables.

211 Hasta el momento en el que está la investigación también se observó que el uso de
212 secuencias didácticas en el aula fomenta la curiosidad, genera expectativas y el gusto
213 por aprender de diferentes maneras según las palabras de expresión de los alumnos
214 al recibir hojas de colores y construir un cuadrado y observar su área, perímetro y
215 relación con el Álgebra.

216

217 Se pueden identificar errores clásicos de tipo algebraico que cometen los jóvenes y
218 también la forma en la que pueden disminuirlos al utilizar más de una representación
219 semiótica ya que se logra la comprensión y manipulación del concepto, esto se puede
220 observar durante el desarrollo de las actividades ya que ellos mismos reflexionan y
221 descubren que pueden servirles para resolver problemas de la misma asignatura y de
222 su entorno.

223

224 **4. Conclusiones**

225

226 El manejo de las diferentes representaciones semióticas evidencia la importancia de
227 ver a los productos notables como una herramienta útil que permite resolver problemas
228 del entorno escolar y personal, así como contribuir al desarrollo del pensamiento crítico
229 y reflexivo.

230 Diseñar una clase que considere los diferentes estilos de aprendizaje es posible, el
231 docente debe estar dispuesto y motivado para redireccionar el curso y considerar
232 hacerlo para todos los alumnos y no sólo para una pequeña parte de la población. Esto
233 hace referencia a que al considerar en la planeación didáctica actividades que
234 desarrollan habilidades y que incluyen los estilos de aprendizaje se pueden cubrir los
235 aprendizajes conceptuales, procedimentales y actitudinales de acuerdo a la currícula,
236 que pueden estar organizados en una o varias secuencias didácticas y lograr que los
237 temas de Matemáticas sean mejor recibidos por los alumnos y se sientan motivados.

238

239 Referencias

- 240 Balacheff, N. (2005). Marco, registro y concepción: Notas sobre las relaciones entre
241 tres conceptos claves en didáctica. *Revista EMA, Volumen 9* (3), pp.181-204.
- 242 D'Amore, B. (2002). La Complejidad de la Noética en Matemáticas como causa de la
243 falta de devolución. *Tecné Episteme Y Didaxis TED*, (11).
244 <https://doi.org/10.17227/ted.num11-5603>
- 245 D'Amore, B. (2006). Objetos, significados, representaciones semióticas y sentido.
246 *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME*,
247 Volumen 9, pp.177-195
- 248 Duval, R. (2004). *Semiosis y Pensamiento Humano. Registros Semióticos y*
249 *Aprendizajes Intelectuales*. Cali, Colombia: Programa Editorial.
- 250 Díaz, A. (2010). *Guía para elaborar secuencias didácticas*, CDMX, México: IISUE-
251 UNAM.
- 252 Hernández, R. (2014). *Metodología de la Investigación*, CDMX, México: Mc. Graw Hill.
- 253 Rodríguez, S. (2015). *Traducción entre los sistemas de representación simbólico y*
254 *verbal: un estudio con alumnado que inicia su formación algebraica en secundaria*.
255 (Tesis doctoral). Universidad de Granada. España.
- 256 Zapata, O. (2005). *Metodología de la Investigación*, CDMX, México: PAX.

1 ¿QUÉ MATEMÁTICAS SE ENSEÑAN EN LA ESCUELA NORMAL?

2



3 Universidad Nacional Autónoma de México
4 Instituto Superior de Ciencias de la Educación del Estado de México
5 Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán
6 Departamento de Matemáticas

Mario Sánchez González

Instituto Superior de Ciencias de la Educación del Estado de México

EA-POAI078



7

A través del Programa de Actualización, Formación Docente y Académica

8

Resumen

9

Este trabajo tiene la finalidad de analizar la ruptura que sucede en la transición de la educación media superior a la Escuela Normal donde se forman los docentes que posteriormente enseñarán matemáticas. Se muestran los resultados obtenidos en la aplicación de un cuestionario con ejercicios de matemáticas y las soluciones a las que llegaron los futuros docentes.

10

Palabras clave: enseñanza, matemáticas, transición, conocimiento matemático.

11

12

13

1. Introducción

14

15

16

A lo largo de la educación básica obligatoria en México se enseñan matemáticas de manera gradual, sin embargo, existen ciertos desfases en el momento de las transiciones de cada nivel, no hay una correspondencia entre los contenidos que se enseñan, hay una fragmentación que impide que los alumnos desarrollen los conceptos matemáticos con mayor precisión y comprensión, es por ello que en esta investigación se trata de dar cuenta de un caso específico en una Escuela Normal del Estado de México dónde se realizó el estudio con alumnos de primer semestre de la Licenciatura en Educación Primaria para analizar qué tipo de cuestiones matemáticas pueden resolver.

17

y Problemas

18

La perspectiva histórica muestra claramente que las matemáticas son un conjunto de conocimientos en evolución continua y que en dicha evolución desempeña a menudo un papel de primer orden la necesidad de resolver determinados problemas prácticos (o internos a las propias matemáticas) y su interrelación con otros conocimientos (Díaz, 2004).

19

y Habilidades (RP)

20

- Aprendizaje Cooperativo (AC)

21

- Aprendizaje Individual y

22

- Aprendizaje Asistido por la Técnología (AAT)

23

- Aprendizaje Multimedial (AM)

24

- Aprendizaje Virtual (AV)

25

- Aprendizaje por Proyectos (AP)

26

- Análisis Estadístico y Diseño

27

- Modelación y Simulación (MS)

28

- Modelación en otras

29

- Optimización (OP)

30

- Conferencias Magistrales

31

- Exposiciones

32

- Exposiciones Técnicas

33

- Exposiciones Técnicas

34

- Exposiciones Técnicas

35

- Exposiciones Técnicas

36

- Exposiciones Técnicas

37

*Autor para la correspondencia. E-mail: mario_sanchez_ensfp@hotmail.com



Congreso 2 y 3 de Mayo del 2019

-1-

38

39 **2. Metodología o desarrollo**

40

41 En el nivel medio superior se inicia el trabajo de matemáticas con el pensamiento
42 matemático y algebraico, después la trigonometría, la geometría; en el tercer año el
43 cálculo diferencial e integral, la probabilidad y estadística, sin embargo, los alumnos
44 cuando llegan a la Escuela Normal específicamente para la licenciatura en educación
45 primaria se reduce al estudio de las operaciones básicas y a creer que lo único válido
46 para la enseñanza de las matemáticas son los problemas y los algoritmos para hallar
47 una respuesta que se pueda comprobar, “*los contenidos matemáticos que los alumnos
48 estudian en su proceso de formación como futuros docentes, son similares a los
49 propuestos en el currículum de matemáticas del nivel de secundaria*” (Martínez, 1994)

50 Como experiencia personal al ingresar a la Escuela Normal los cursos referidos a
51 matemáticas fueron aritmética, geometría su aprendizaje y enseñanza; estadística,
52 estos cursos se trabajaron con compendios de ejercicios que en la mejor de las
53 situaciones eran revisados por el responsable del curso sin tratarlos con profundidad.

54 En este trabajo se mostrarán los resultados obtenidos de una investigación realizada
55 en una Escuela Normal sobre las matemáticas que llevan los futuros docentes y las
56 concepciones que tienen sobre lo que van a enseñar en la escuela primaria. En el plan
57 de estudios de la asignatura de aritmética su enseñanza y aprendizaje se menciona lo
58 siguiente:

59 “*Se pretende que los futuros docentes desarrollen competencias que les
60 permitan diseñar y aplicar estrategias didácticas eficientes para que los alumnos
61 de educación primaria se apropien de las nociones, conceptos y procedimientos
62 que favorezcan la asignación de significados para los contenidos aritméticos
63 que se abordan en la escuela primaria y los usen con propiedad y fluidez en la
64 solución de problemas*” (SEP, 2012).

65 Con esto se afirma que las matemáticas están vistas únicamente como una herramienta, y la
66 didáctica como aquella técnica que ha de servir para enseñar a resolver problemas que en
67 suma son problemas escolares, no problemas de matemáticas, son problemas que se
68 resuelven incluso con aplicar una operación, y por consiguiente el niño de educación primaria
69 únicamente piensa en que operación aplicar pero no presta atención a la estructura
70 matemática que se encuentra implicada, el maestro espera respuestas y el alumno tiene que
71 descubrirlas mediante una serie de técnicas, y se olvida de comprender el significado que tiene
72 el concepto matemático que está revisando.

73 Lo anterior tiene como antecedente un problema muy serio y que ataña a todo aquel que se
74 atreve a enseñar matemáticas: el conocimiento matemático para la enseñanza, que se retoma
75 para este trabajo desde la postura de Hill, Ball, Schilling (2008) quienes lo definen como el
76 “*conocimiento matemático que utiliza el profesor en el aula para producir instrucción y*



77 crecimiento en el alumno que está conformado por el conocimiento del contenido y el
78 conocimiento pedagógico del contenido".

79 Por tanto en este trabajo se analizan algunas cuestiones directamente relacionadas con el
80 conocimiento del contenido, es decir, el dominio que los futuros docentes tienen para resolver
81 problemas de distinto nivel de complejidad.

82 **3. Resultados y análisis**

83
84 Los resultados muestran que el 66% de los estudiantes de educación inicial de la
85 Licenciatura en Educación Primaria tienen los elementos para resolver un problema,
86 de acuerdo con el cuestionario aplicado.
87

88 *"El matemático no aspira únicamente a plantearse buenos problemas y
89 resolverlos, sino que pretende, además, caracterizarlos, delimitar y clasificar los
90 problemas en (tipos de problemas), entender, describir y caracterizar las
91 técnicas que utiliza para resolverlos hasta el punto de controlarlas y normalizar
92 su uso; se propone establecer las condiciones con las que éstas funcionan o
93 dejan de ser aplicables y, en última instancia, aspira a construir argumentos
94 sólidos y eficaces que sostengan la validez de sus maneras de proceder"*
95 (Aguayo, 2004).

96
97 En el siguiente problema sólo dos alumnos de los 12 que contestaron el cuestionario
98 dieron respuesta al planteamiento:
99

100 Si $\sqrt{x - 9} - \sqrt{x - 16} = 1$ ¿Cuánto vale x?

- 101 a) 1 b) 9 c) 25 d) 20

102
103 La mayoría eligió como opción correcta el inciso a sin realizar un procedimiento que
104 justificara porque esa respuesta era válida, al momento de preguntarles por qué habían
105 elegido esa respuesta contestaron algunas afirmaciones con poco sentido para
106 resolverla y algunos simplemente porque no recordaban cuál era el procedimiento.
107
108

109 **4. Conclusiones**

110
111 Es necesario diseñar un programa de estudios en la Escuela Normal orientado hacia
112 el desarrollo del trabajo para el planteamiento y resolución de problemas, atendiendo
113 prioridades como el conocimiento matemático con el que cuentan los futuros docentes.
114



115 El conocimiento matemático del docente es imprescindible para la enseñanza de las
116 matemáticas, pues de éste depende el aprendizaje que el docente provoca en sus
117 estudiantes, es evidente que sin conocimiento no se puede enseñar.

118

119 La enseñanza de la matemática en la escuela Normal requiere fortalecer los
120 conocimientos de los docentes resolviendo ejercicios y problemas, que impliquen
121 cuestiones matemáticas y no reducir a emplear problemas escolares que pierden en
122 muchas ocasiones el sentido del trabajo con matemáticas.

123

124

125

126 Referencias

127

128 Aguayo, L. M. (Diciembre de 2004). *El Saber didáctico en las escuelas normales. Un*
129 *análisis de las praxeologías de formación de Educación Matemática.* Redalyc,
130 16(3), 29-57.[En línea] Disponible en
131 <https://www.redalyc.org/pdf/405/40516303.pdf>

132

133 Martínez, M. (1994). *Aprendizaje de las matemáticas y formación docente.* México:
Universidad Autónoma de Nuevo León.

134

135 Batanero, C.; Gómez, E.; Contreras, J.M.; Díaz, C. (2015) *Conocimiento matemático*
136 *de profesores de primaria en formación para la enseñanza de la probabilidad: un*
137 *estudio exploratorio.* *Praxis Educativa.* Vol. 10 (1) [En línea] Disponible en:
<https://www.redalyc.org/pdf/894/89438282001.pdf>

138

139 Díaz, J. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros.* Granada: Universidad
de Granada.

140

141 Hill, H. C.; Ball, D. L.; Schilling, S. G (2008). *Unpacking pedagogical content*
142 *knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of*
143 *students.* *Journal for Research in Mathematics Education*, Virginia, v. 39, n. 4, p. 372-
400. [En línea] Disponible en:
<https://pdfs.semanticscholar.org/9a72/f2765a4e0880a413f32e0a7ddc7e53046b60.pdf>

144

145 SEP. (2012) *Programa del curso Aritmética: su aprendizaje y enseñanza.* México:
146 Autor. [En línea] Disponible en:
https://www.dgespe.sep.gob.mx/public/rc/programas/lepri/aritmetica_su_aprendizaje_y_ensenanza_lepri.pdf

149

150



EMOCIONES DE ESTUDIANTES DE NIVEL MEDIO SUPERIOR DEL IPN EN LAS CLASES DE MATEMÁTICAS

María Patricia Colín Uribe, Diana Laura Oceja Muñiz y
Gabriela Llizeth Mendoza Leyva
CECyT NB, del Instituto Politécnico Nacional
.Av. de las Granjas 618, Col Jardín Azpeitia, Azcapotzalco
CDMX.

Investigación: POAI103

Resumen

En el área de Educación Matemática, se han realizado muchas investigaciones sobre las motivaciones (emociones positivas) y las desmotivaciones (emociones negativas) que experimentan los estudiantes cuando se enfrentan con la resolución de problemas. En general, la investigación ha demostrado que los estudiantes experimentan diferentes emociones en el proceso de resolución de problemas. Por ejemplo Op 'T Eynde et al. (2006, 2007) encontraron que un estudiante puede estar preocupado al comienzo del proceso en la búsqueda de una estrategia para resolver un problema. Si la solución no aparece después de 10 segundos, el alumno se frustra. Por lo tanto, pueden aparecer emociones como el pánico o la ira. Estos investigadores concluyen que los estudiantes experimentan emociones negativas si no son capaces de resolver un problema tan fácilmente como se esperaba y que la experiencia emocional desencadena la reorientación de su comportamiento para buscar estrategias cognitivas alternativas para encontrar una solución al problema.

Palabras clave: Motivación, matemáticas, bachillerato, emociones, aprendizaje.

1. Introducción

En el área de Educación Matemática se ha investigado mucho en relación a las motivaciones (emociones positivas) y desmotivaciones (emociones negativas) que los estudiantes experimentan cuando se enfrentan a la resolución de problemas. En general, la investigación ha mostrado que los estudiantes experimentan diferentes emociones en el proceso de resolución de problemas. Por ejemplo Op' T Eynde et al. (2006, 2007) encontraron que un estudiante puede estar preocupado al principio del proceso en la búsqueda de una estrategia para resolver un problema. Si la solución no aparece después de 10 segundos entonces el estudiante se frustra. Así, las emociones como el pánico o la ira pueden aparecer. Estos investigadores concluyen que los estudiantes experimentan emociones negativas si no son capaces de resolver un problema tan fácilmente como se esperaba y que la experiencia emocional desencadena a reorientar su comportamiento para buscar estrategias cognitivas alternativas para encontrar una solución al problema.

En contraparte muy poco se ha investigado acerca de las emociones que los estudiantes experimentan día a día en el aula de matemáticas y acerca de los antecedentes de tales emociones. El estudio de la variabilidad diaria de las experiencias de los estudiantes es importante porque proporciona información útil en la predicción de la conducta y porque el aumento de la variabilidad en la experiencia



46 emocional puede informar a los investigadores y los profesores acerca de la capacidad
47 de adaptación de los estudiantes individuales a las cambiantes demandas del aula
48 (Ahmed, Werf, Minnaert, & Kuyper, 2010). Por lo tanto, es imperativo que se examine
49 la variabilidad en la experiencia emocional de los estudiantes; lo requiere la captura de
50 los flujos y reflujo de experiencias diarias individuales en el aula de los estudiantes
51 (Ahmed et al., 2010).

52 **1.1. Objetivo**

53 Para empezar a llenar el vacío de investigación antes señalado, relacionado con el
54 estudio de las experiencias en el día a día de los estudiantes la presente investigación
55 tiene por objetivos:

- 56 (1) identificar las experiencias emocionales (positivas o negativas) individuales de los
57 estudiantes a lo largo de varios días clases de matemáticas
58 (2) identificar los antecedentes individuales de tales experiencias emocionales.

60 **2. Metodología o desarrollo**

61 Para acceder a las experiencias diarias de los estudiantes esta investigación recolectó
62 "informes diarios" de estudiantes durante 4 semanas de clases. Estos informes fueron
63 recolectados al final de cada clase. Cada informe está formado por respuestas a
64 preguntas abiertas que contenían preguntas del tipo ¿Qué emociones experimentaste
65 hoy en la clase? ¿Por qué sentiste todo eso? ¿Qué experiencias positivas (negativas)
66 tuviste hoy en la clase? ¿Te sentiste motivado para realizar las actividades que te
67 propuso tu maestra? ¿Por qué?

68 Así mediante el análisis de datos recolectados esta investigación pretende determinar
69 la estructura de valoración individual de los estudiantes (i.e. los antecedentes de las
70 experiencias) que soportan las experiencias emocionales (positivas o negativas).

71 **2.1 Estado del arte**

72 Para cumplir con el objetivo de la investigación, se realizó la lectura y el análisis de
73 artículos y libros sobre emociones, entre los cuales se encuentran los siguientes:

74 (1) Ahmed et al., (2010) menciona que la literatura reciente sobre las emociones en la
75 educación ha demostrado que las creencias relacionadas con la competencia y el valor
76 son fuentes importantes de las emociones de los estudiantes; Sin embargo, el papel
77 de estos antecedentes en el funcionamiento cotidiano de los estudiantes en el aula
78 aún no es bien conocido. Más importante aún, hasta la fecha sabemos poco acerca de
79 la variabilidad intraindividual en las emociones cotidianas de los estudiantes. En su
80 estudio, examinó la variabilidad de las experiencias emocionales de un grupo de
81 alumnos e investigó cómo las evaluaciones de competencia y valor están asociadas
82 con las emociones. Su muestra constó de 120 estudiantes de bachillerato. Utilizó un
83 método de diario para adquirir las variables de proceso diarias de emociones y
84 valoraciones. Las emociones diarias y las evaluaciones diarias se evaluaron utilizando
85 elementos adaptados de las medidas existentes. Los resultados mostraron que la
86 variabilidad dentro de la persona en los estados emocionales representó entre el 41%
87 (para el orgullo) y el 70% (para la ansiedad) de la variabilidad total en los estados

89 emocionales. También, las evaluaciones se asociaron generalmente con las
90 emociones.

91 (2) Op' T Eynde et al., (2010) muestra una explicación socio constructivista del
92 aprendizaje y las emociones y subraya que cada actividad de aprendizaje está
93 permeada de estrechas interacciones entre los factores cognitivos y afectivos en el
94 aprendizaje de los estudiantes y la resolución de problemas. Las emociones son
95 percibidas como constituidas por la interacción dinámica de procesos cognitivos,
96 fisiológicos y motivacionales en un contexto específico. Comprender el papel de las
97 emociones en el aula de matemáticas implica entender la naturaleza de estos procesos
98 situados y la forma en que se relacionan con el comportamiento de los estudiantes
99 para resolver problemas. Su escrito presenta los resultados de un estudio de casos
100 múltiples de 16 estudiantes de recién ingreso al bachillerato. El objetivo era investigar
101 los procesos emocionales de los estudiantes al resolver un problema matemático en
102 sus aulas. Después de identificar las diferentes emociones y analizar sus relaciones
103 con los procesos motivacionales y cognitivos, se examinó la relación con las creencias
104 matemáticas de los estudiantes. Utilizaron únicamente el caso de un estudiante para
105 ilustrar cómo el uso de una combinación reflexiva de una variedad de diferentes
106 instrumentos de investigación permite recopilar datos perspicaces sobre el papel de
107 las emociones en la resolución de problemas matemáticos.

108
109 **2.2. Elaboración y aplicación del instrumento.**

110 Una vez revisados los artículos, y tomando como base lo encontrado en la literatura
111 especializada, nos dimos a la tarea de elaborar un instrumento que nos permitiera
112 indagar sobre las emociones diarias de los estudiantes. Diseñamos un cuestionario
113 con preguntas abiertas.

114 Para acceder a las experiencias diarias de los estudiantes, recolectamos "informes
115 diarios" de estudiantes durante 4 semanas de clases. Se trabajó con 1 grupo de 4º
116 semestre y 1 grupo de 6º semestre. Esta actividad de recolección consistía en que, al
117 final de cada clase de matemáticas, se le entregaba a cada estudiante, el cuestionario
118 (instrumento) y se le daba un tiempo de 5 minutos para responderlo. Diariamente se
119 recolectaban los informes.

120

121 **2.3. Análisis de datos**

122 Una vez transcurridas las 4 semanas en las que se aplicó el instrumento de manera
123 diaria, nos dimos a la tarea de clasificar los informes diarios de acuerdo a las siguientes
124 preguntas:

- 125 (a) ¿Qué emociones experimentaste hoy en la clase?
- 126 (b) ¿Por qué sentiste todo eso?
- 127 (c) ¿Qué experiencias positivas (negativas) tuviste hoy en la clase?
- 128 (d) ¿Te sentiste motivado para realizar las actividades que te propuso tu maestr@?

129
130 **2.4. Valoración individual de las emociones de los estudiantes.**



131 De acuerdo a los resultados de nuestro análisis, pudimos determinar las estructuras
 132 de las valoraciones individuales que soportan la experiencia emocional y motivacional
 133 de nuestros estudiantes en la clase de matemáticas.
 134 Para identificar cada tipo de emoción, se consideraron tres especificaciones:
 135 a) Frases concisas que expresan todas las condiciones que provocan las experiencias
 136 emocionales,
 137 b) palabras de emoción que expresan las experiencias emocionales y
 138 c) variables que afectan la intensidad de las emociones.
 139 En cuanto a las emociones de decepción, observamos que se activan cuando la meta
 140 de interés de resolver problemas no se alcanza.
 141 En la tabla 1 se muestra la clasificación de emociones encontradas.
 142

| Tipo de emoción | Situación que desencadena la emoción |
|-----------------|---|
| Satisfacción | <ul style="list-style-type: none"> • Es capaz de resolver un problema en cuaderno. • Resolver un problema en el pizarrón. |
| Miedo | <ul style="list-style-type: none"> • No entender. • Ir al pizarrón a resolver un problema. • No entender la explicación del profesor |
| Alegria | <ul style="list-style-type: none"> • Es capaz de resolver un problema. • Termina la clase. • Aprueba el curso. |

143 *Tabla 1: emociones diarias de estudiantes en la clase de matemáticas*
 144

145 **3. Resultados**

146 Como un primer resultado encontramos que, durante la clase de matemáticas, los
 147 estudiantes transitan por varias experiencias emocionales, las cuales, determinan su
 148 aprendizaje o su no-aprendizaje. Esto lo observamos en los reportes diarios que nos
 149 entregaron los estudiantes, ya que al inicio de la clase experimenten miedo al trabajar
 150 un tema nuevo y al final de ella pueden experimentar miedo (en caso que no hayan
 151 entendido) o satisfacción (en caso que haya podido resolver algún problema).

152 Un segundo resultado nos permite conocer que las emociones positivas que
 153 experimentan con mayor frecuencia es la satisfacción y la alegría, las cuales dependen
 154 varios factores, como el entender lo que el profesor explica, tener buenas bases
 155 matemáticas, aprobar el curso de matemáticas y la que llamó mas nuestra atención
 156 fue el término de la clase. A esta emoción le antecede una emoción negativa: el miedo,
 157 el cual es propiciado por una clase que no se entiende, por una clase que no es activa,
 158 o por una deficiencia de conocimientos para entender el tema que se está trabajando.

159

160

161 **4. Conclusiones**

162 Nuestra investigación nos brindó información para realizar las siguientes acciones:
 163 a) Ser más conscientes en cuanto a que nuestros estudiantes manifiestan y atraviesan
 164 por una serie de emociones a lo largo de nuestra clase, y depende de nosotros, los



165 profesores, motivarlos para lograr un buen aprendizaje, generando en ellos mas
166 emociones positivas que negativas.

167 b) A pesar de si el profesor en turno es “bueno” o “malo”, a lo largo de la clase de
168 matemáticas, nuestros estudiantes dirigen sus emociones con el fin de estimular y
169 guiar su conducta para lograr metas que están implícita o explícitamente establecidas
170 en la clase de matemáticas, como el resolver un problema, entender lo que hizo el
171 maestro en el pizarrón, aprender un conocimiento nuevo. Esto es consistente con las
172 perspectivas que destacan la relación complementaria entre la emoción y la motivación
173 en el aprendizaje y el rendimiento (por ejemplo, Kim & Hodges, 2011).

174 c) El conocer las emociones de los estudiantes que tenemos a cargo, para estudiar
175 matemáticas, puede ayudarnos, como docentes, a elegir métodos de enseñanza más
176 adecuados a sus expectativas, y así, poder incentivarlos a continuar sus estudios
177 eligiendo una carrera profesional del área físico-matemática (área que cada vez tiene
178 menos interés entre los jóvenes).

179
180 **Agradecimientos**
181 Este trabajo fue realizado en el marco del proyecto “Emociones y motivaciones diarias
182 de estudiantes de nivel medio superior en las clases de matemáticas” Registro
183 asignado por la SIP del IPN: 20160559

184
185 • **Índice de referencias**
186 Revistas
187 • Ahmed, W., Werf, G., Minnaert, A., & Kuyper, H. (2010). Students' daily
188 emotions in the classroom: Intra-individual variability and appraisal correlates.
189 *British Journal of Educational Psychology*, 80(4), 583–597.
190 <http://doi.org/10.1348/000709910X498544>
191 • Kim, C., & Hodges, C. B. (2011). *Effects of an emotion control treatment on*
192 *academic emotions, motivation and achievement in an online mathematics*
193 *course*. *Instructional Science*, 40(1), 173–192. doi:10.1007/s11251-011-9165-6
194 • Op' T Eynde, P., De Corte, E., & Verschaffel, L. (2006). “Accepting Emotional
195 Complexity”: A Socio-Constructivist Perspective on the Role of Emotions in the
196 Mathematics Classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 63(2), 193–207.
197 <http://doi.org/10.1007/s10649-006-9034-4>

198 Libros
199 • Op' T Eynde, P., De Corte, E., & Verschaffel, L. (2007). *Students' emotions: A*
200 *key component of self-regulated learning?* In P. A. Schutz & R. Pekrun (Eds.),
201 *Emotion in education* (pp. 185–204). Burlington, MA: Academic Press.
202 <http://doi.org/10.1007/s10649-006-9034-4>

203



EFICIENCIA COMPUTACIONAL DE MÉTODOS CLÁSICO Y DE MAYOR ORDEN DE CONVERGENCIA DE UNA RAÍZ SIMPLE

Esiquio Martin Gutierrez Armenta^{1*}, Minerva del Mar Gutiérrez Armenta²,
María de Lourdes Sánchez Guerrero³, Manuel López Godínez⁴, Daniel Flores
Sánchez⁵, y Marco Antonio Gutiérrez Villegas⁶

^{1,2,4,5} Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Sección de Estudios de Posgrado e Investigación Edificio 5, Instituto Politécnico Nacional, Unidad Profesional Adolfo López Mateos Zacatenco, Col. Lindavista, C.P. 07340, México, Ciudad de México.

^{3,6}Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Azcapotzalco Departamento de Sistemas. Avenida San pablo No 180, Col. Reynosa Tamaulipas, C.P. 02200, México, Ciudad de México

I-POAM012

Resumen

El presente trabajo explica un problema en general en el que se involucra el cálculo de una raíz de una ecuación no lineal, para esto se elige el método que mejor se adecue a resolver esto. Se abordan dos métodos clásicos como son, la secante y el método de Newton, hay métodos de mayor orden de convergencia que estos, para elegir uno de ellos que resuelva nuestro problema, se mide la eficiencia, para el cual necesita conocer su orden de convergencia, también se cuenta el número de evaluaciones de la función y sus derivadas explícitas estas se deben de contar. Se tienen algoritmos iterativos en los cuales se da el orden de convergencia, el coeficiente de eficiencia al aumentar el orden de convergencia por lo general se utilizan más evaluaciones de la función y de sus derivadas. Se tienen algoritmos que utilizan la derivada numérica. También se han obtenido algoritmos de un orden mayor de convergencia, pero el índice de eficiencia disminuye notablemente.

Palabras clave: convergencia, eficiencia, Raíz, Método predictor.

1. Introducción

Considere un problema de encontrar una raíz simple en un intervalo abierto, de una de ecuación no lineal $f(x)$, donde esta es continua al igual que sus derivadas. Entonces se utiliza el índice de eficiencia computacional. En esta sección, la forma tradicional de presentar el índice de eficiencia computacional de los métodos iterativos se presenta de acuerdo (Grau, 2011). El costo operacional total por iteración es la suma de las evaluaciones de la función y las derivadas utilizadas en cada uno de los métodos y también el tiempo operacional de hacer un paso iterativo del método. Por lo tanto, para sistemas con " n " ecuaciones no lineales y " n " incógnitas, se utiliza la siguiente definición de índice de eficiencia computacional (CEI) de un método iterativo de orden de convergencia p .

$$CEI(\mu_0, \mu_1, m) = \rho^{\frac{1}{e(\mu_0, \mu_1, m)}}$$

* Esiquio Martin Gutierrez Armenta. E-mail: esiqy11@hotmail.com Tel. 55 1339-1343



42 En este caso $\mathcal{C}(\mu_0, \mu_1, m)$ es el trabajo computacional por iteración dado por
 43 $\mathcal{C}(\mu_0, \mu_1, m) = \mu_0 a_0 m + \mu_1 a_1 m^2 + p(m)$. Donde a_0, a_1 representan el número de
 44 evaluaciones de las funciones $f(x)$ y $f'(x)$ o más derivadas respectivamente, $p(m)$,
 45 es el número de productos por iteración y se mide en milisegundos y μ_0, μ_1 son las
 46 relaciones entre productos y evaluaciones requeridas para expresar el valor de
 47 $\mathcal{C}(\mu_0, \mu_1, m)$ en estos términos.

48
 49 Si se toman $\mu_0 = \mu_1 = 1$ y $p(m) = 0$, se reduce al clásico índice de eficiencia de un
 50 método iterativo, $EI = \rho^{\frac{1}{\nu}}$, $EI = \rho^{\frac{1}{\mu}}$ donde ν y μ son unidades de trabajo (Gautschi,
 51 1997), por lo tanto, representan el número de evaluaciones de la función y sus
 52 derivadas necesarias para aplicar un paso de un método iterativo.

53
 54 **2. Metodología o desarrollo**
 55 Se consideran algunos métodos para el cálculo de una raíz simple en un intervalo
 56 abierto. Iniciando por dos métodos clásicos como son: el método de la secante y el
 57 método de Newton, de los cuales se desprenden otros de mayor orden de
 58 convergencia.
 59

60 La fórmula iterativa para el método de la secante **Ecuación 1** necesita que la función
 61 sea continua. Para el caso del método de Newton, converge si la función es de
 62 clase $f(x) \in C^2[a, b]$, en un intervalo abierto donde este contenida la raíz simple
 63 tomando un valor inicial cercan a este y su derivada no se anule.

64 **2.1. Método iterativo de la Secante.**

65 Para utilizar este método solo se necesita que la función sea continua, por lo que la
 66 forma iterativa viene dada por la **Ecuación 1**.

67

$$68 \quad x_{n+2} = x_{n+1} - \frac{f(x_{n+1})(x_{n+1}-x_n)}{f(x_{n+1})-f(x_n)} \quad \text{Ec. (1)}$$

69 Este método tiene un orden de convergencia de $\frac{(1+\sqrt{2})}{2} \approx 1.618$, esto de acuerdo a
 70 (Cordero 2010), (Sidi 2008), (Hasan 2016). Por lo tanto, se tienen dos evaluaciones de
 71 la función y su índice de eficiencia viene dado por.

72

$$EI = \rho^{\frac{1}{\mu}} \quad \rho \approx 1.618, \mu = 2 \quad EI \approx 1.272006$$

73 **2.1.1 Método de Newton–Raphson.**

74 Este método si es necesario que la derivada de la función no se anule, su forma
 75 iterativa está dada por **Ecuación 2**.

76

$$77 \quad x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad \text{Ec. (2)}$$



Este método tiene un orden de convergencia cuadrático. Por lo tanto, se tienen dos evaluaciones, la función y su derivada de acuerdo a (Hasan 2016), (Akram 2015) y (Dehghan 2010).

$$EI = \rho^{\frac{1}{\mu}} \quad \rho = 2, \mu = 2 \quad \text{se tiene } EI \approx 1.414213562$$

2.2. El método de Steffensen.

Este método se basa en la aproximación de la derivada **Ecuación 2.1**, y además es un competidor del método de Newton debido a que ambos métodos son de convergencia cuadrática, por lo que se requieren dos funciones de evaluación por iteración, pero en contraste con el método de Newton, el método de Steffensen no necesita la deriva explícita de (Akram 2015).

88

$$x_{n+1} = x_n - \frac{(f(x_n))^2}{(f(x_n) + f(x_n) - f(x_n))} \quad \text{Ec. (2.1)}$$

90 El índice de eficiencia del método es el siguiente:

$$EI = \rho^{\frac{1}{\mu}} \quad \rho = 2, \mu = 2 \quad \text{se tiene } EI \approx 1.41421356$$

2.3. El Método de tercer orden de convergencia.

Este método necesita tener la primera, segunda y tercera derivada **Ecuación 3**. Su convergencia es de tercer orden (Hasan 2016).

95

$$x_{n+1} = x_n - \left[2 \left(f(x_n) (f'(x_n))^2 \right) - (f(x_n)^2 f''(x_n)) \div \left(2(f'(x_n))^3 - 3f(x_n)f'(x_n)f''(x_n) + f'''(x_n)(f(x_n))^2 \right) \right] \quad \text{Ec. (3)}$$

98 En este caso la derivada puede ser aproximada de la siguiente manera.

$$\hat{m} \approx \frac{2((f'(x_n))^3 - f(x_n)f'(x_n)f''(x_n))}{2(f'(x_n))^3 - 3f(x_n)f'(x_n)f(x_n) + f'''(x_n)(f(x_n))^2} \quad \text{Ec. (3.1)}$$

100 Su índice de eficiencia es:

$$EI = \rho^{\frac{1}{\mu}} \quad \rho = 3, \mu = 4 \quad \text{se tiene } EI \approx 1.316074013.$$

102 2.3.1 Método que no utiliza la deriva dada por las **Ecuación 3.1.1 y 3.1.2**, propuesta
 103 por (Ioannis 2017).

$$y_n = x_n - \frac{2(f(x_n))^2}{f((x_n) + f(x_n)) - f((x_n) - f(x_n)))} \quad \text{Ec. (3.1.1)}$$



105 $EI = \rho^{\frac{1}{\mu}} \quad \rho = 3, \mu = 3 \quad \text{se tiene } EI \approx 1.44224957$

106 $y_n = x_n - \frac{2(f(x_n))^3}{f((x_n)+f(x_n))-f((x_n)-f(x_n))} \left(\frac{1}{f(y_n)-f(x_n)} \right)$ Ec. (3.1.2)

107 $EI = \rho^{\frac{1}{\mu}} \quad \rho = 3, \mu = 3 \quad \text{se tiene } EI \approx 1.44224957$

108 2.4. El método propuesto por (Jaiswal 2017) formula dos métodos, uno de tercer orden
 109 **Ecuación 4.1 y 4.2** y otro de cuarto orden de convergencia, **Ecuación 4.3 y 4.4**, que
 110 utiliza una derivada y dos evaluaciones a la función por cada iteración completa.
 111 Consideramos

112 $y_n = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$ Ec. (4.1)

113 $x_{n+1} = x_n - \frac{1}{2} \left[3 - \frac{f'(y_n)}{f'(x_n)} \right] \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$ Ec. (4.2)

114 El algoritmo de cuarto orden de convergencia está dado por **Ecuación 4.3 y 4.4**

115 $y_n = x_n - \frac{2}{3} \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$ Ec. (4.3)

116 $x_{n+1} = x_n - \frac{1}{2} \left[3 - \frac{f'(y_n)}{f'(x_n)} \right] \left[\frac{9}{4} - \frac{9}{4} \frac{f'(y_n)}{f'(x_n)} + \left(\frac{f'(y_n)}{f'(x_n)} \right)^2 \right] \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$ Ec. (4.4)

117 Los índices de eficiencia son:

118 $EI = \rho^{\frac{1}{\mu}} \quad \rho \approx , \mu = 3 \quad EI \approx 1.44224957$

119 $EI = \rho^{\frac{1}{\mu}} \quad \rho \approx 4, \mu = 3 \quad EI \approx 1.5874011052$

120 2.4.1 Otro esquema dado por (Hafiz 2013) proponen el siguiente método iterativo dado
 121 por **Ecuación 4.5**.

122
$$\begin{cases} y_n = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \\ x_{n+1} = y_n - \frac{f(x_n)^2 + f(y_n)^2}{f'(x_n)[f(x_n) - f(y_n)]} \end{cases}$$
 Ec. (4.5)

123 El índice de eficiencia es el siguiente:

124 $EI = \rho^{\frac{1}{\mu}} \quad \rho \approx 4, \mu = 3 \quad EI \approx 1.5874011052$



125 2.4.3 El método de tercer orden utilizando diferencias se centra en el cálculo de la
 126 primera derivada por lo que se tienen dos esquemas diferentes calculando las
 127 diferencias centrales según (Dehghan 2010) por lo tanto, desarrollado las **Ecuación**
 128 **4.5.1 y 4.5.2** se tiene lo siguiente:

$$129 \quad \begin{cases} x_{n+1} = x_n - \frac{2f(x_n)[f(z_{n+1})-f(x_n)]}{f(x_n+f(x_n))-f(x_n-f(x_n))} \\ z_{n+1} = x_n - \frac{2(f(x_n))^2}{f(x_n+f(x_n))-f(x_n-f(x_n))} \end{cases} \quad \text{Ec. (4.5.1)}$$

$$130 \quad \begin{cases} x_{n+1} = x_n - \frac{2f(x_n)[f(y_{n+1})+f(x_n)]}{f(x_n+f(x_n))-f(x_n-f(x_n))} \\ y_{n+1} = x_n - \frac{2(f(x_n))^2}{f(x_n+f(x_n))-f(x_n-f(x_n))} \end{cases} \quad \text{Ec. (4.5.2)}$$

131 El índice de eficiencia es el siguiente:

$$132 \quad EI = \rho^{\frac{1}{\mu}} \quad \rho = 3, \mu = 4 \quad EI \approx 1.316074613$$

$$133 \quad EI = \rho^{\frac{1}{\mu}} \quad \rho = 3, \mu = 4 \quad EI \approx 1.316074613$$

134

135 **Tabla 1. Muestra los índices de eficiencia de los métodos abordados**

| Numero de método | Índice de eficiencia |
|------------------|----------------------|
| 1 | 1.272006 |
| 1.1 | 1.414213562. |
| 2 | 1.41421356 |
| 3 | 1.316074013. |
| 3.1 | 1.44224957 |
| 4 | 1.44224957 |
| 4.1 | 1.5874011052 |
| 4.2 | 1.5874011052 |
| 4.3.1 | 1.316074613 |
| 4.3.2 | 1.316074613 |

136



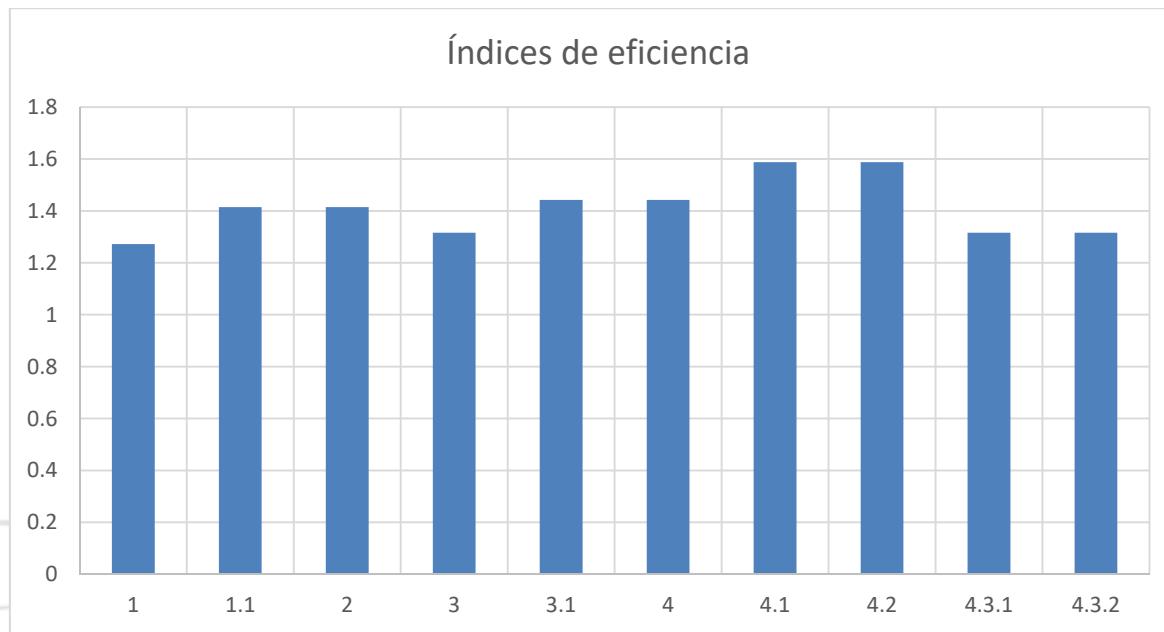


Figura 1. Eficiencias por cada método.

137
138

139

140

3. Resultados y análisis

141 Por lo general la eficiencia decrece debido al número de evaluaciones que se estén
 142 realizando, al llamar la función, así como sus derivadas, no se toma en cuenta el
 143 tiempo de operación aritmética, debido que depende de cada función que se utilice,
 144 esta parte sería compleja para estimarla y el índice de eficiencia se complicaría para
 145 obtenerlo. En los métodos que utilizan derivada numérica se tiene un problema que el
 146 denominador sea cero computacionalmente, entonces este no converge.

147

4. Conclusiones

148 En algunos métodos decrece la eficiencia dependiendo el algoritmo que se utilice,
 149 dado este cálculo se puede proponer uno de ellos para resolver un problema
 150 específico. En métodos de mayor orden de convergencia la programación se lleva
 151 más tiempo. Los métodos que utilizan derivada numérica son fáciles de utilizar debido
 152 a que no es necesario utilizar una función para evaluar la derivada.

153

154

Referencias

155

- 156 • Akram, S. (2015). Newton Raphson Method, *International Journal of Scientific &*
 157 *Engineering Research*, 6(7), 1748-1752.
- 158 • Cordero, A. (2010). A Family of Iterative Methods with Sixth and Seventh Order
 159 Convergence for Nonlinear Equations, *Mathematical and Computer Modelling*.
 160 52(9), 1490-1496.



- 161 • Dehghan, M. (2010). Some derivative free quadratic and cubic convergence
162 iterative formulas for solving nonlinear equations, *Computational & Applied*
163 *Mathematics*, 29(1), 19–30.
- 164 • Gautschi, W. (1997). *Introduction to Numerical Analisys* (2nd ed., pp. 260-261).
165 New York. Springer.
- 166 • Grau, M. (2011). On the computational efficience index and some iterative
167 meththods for solving system of nonlinear equations, *Journal of computational and*
168 *applied Mathematics*. 236(6), 1259-1266.
- 169 • Hafiz M. (2013). Solving Nonlinear Equations Using Two-Step Optimal Methods,
170 *Annual Review of Chaos Theory, Bifurcations and Dynamical Systems*, 3, 1-11.
- 171 • Hasan, A. (2016). Numerical Study of Some Iterative Methods for Solving Nonlinear
172 Equations, *International Journal of Engineering Science Invention*, 5(2), 01-10.
- 173 • Ioannis, K. (2017). Ball convergence theorem for a Steffensen-type third-order
174 method, *Revista Colombiana de Matematicas*. 51(1), 1-14.
- 175 • Jaiswal, J. (2017). A Class of Iterative Methods for Solving Nonlinear Equations with
176 Optimal Fourth-order Convergence, *Universal Journal of Applied Mathematics*,
177 2(8), 283-289.
- 178 • Sidi, A. (2008). Generalization of The Secant Method for Nonlinear Equations,
179 *Applied Mathematics E-Notes*, 8(1), 115-123.

1 OBTENCIÓN DE LAS ECUACIONES QUE MINIMIZAN EL ERROR 2 POR EL MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS

3 Esiquio Martin Gutierrez Armenta^{1*}, Minerva del Mar Gutiérrez Armenta²,
4 Margarita María de Lourdes Sánchez Guerrero³, Manuel López Godínez⁴, Daniel
5 Flores Sánchez⁵ y Marco Antonio Gutiérrez Villegas⁶

6 ^{1, 2, 4, 5} Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Sección de Estudios de
7 Posgrado e Investigación Edificio 5, Instituto Politécnico Nacional, Unidad Profesional
8 Adolfo López Mateos Zacatenco, Col. Lindavista, C.P. 07340, México, Ciudad de
9 México

10 ^{3, 6} Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Azcapotzalco Departamento de
11 Sistemas. Avenida San pablo No 180, Col. Reynosa Tamaulipas, C.P. 02200,
12 México, Ciudad de México

I-POAM011

16 Resumen

17 En la actualidad los métodos de mínimos cuadrados es de fundamental importancia en todas las áreas,
18 ya sean de ingeniería, medicina, biología, economía entre otra, esta es una técnica utilizada en cualquier
19 rama científica, solo se necesitan una serie de puntos, se pueden hallar experimentación o por
20 observaciones, o de alguna revista, estos también se pueden obtener de procesos industrial, esta
21 técnica de mínimos cuadrados tiene mucha aplicación, debido a que se puede hacer un análisis dentro
22 de la información en cierto tiempo. En realidad, lo que se está realizando con este método es de
23 minimizar los errores.

25 El método de mínimos cuadrados es la construcción de modelos para explicar o representar la
26 dependencia entre una variable respuesta dependiente "Y" y, las variables independientes "X" como
27 nota histórica cabe mencionar que el método no fue desarrollado para la Estadística, es un método
28 Geodésico (que significa dados dos puntos de una superficie, curva de mínima longitud, situada dicha
29 sobre un plano, las geodésicas son líneas rectas. Para ayudar a los astrónomos.

32 **Palabras clave:** Minimización, Distribución normal, Derivada, lineal.

34 1. Introducción

36 La historia de este método se puede encontrar en el procedimiento de (Lina, 2006). En
37 primer lugar, se desarrollará el método de mínimos cuadrados para un ajuste lineal,
38 tomando en cuenta la teoría propuesta por Gauss donde se propone la ley de
39 probabilidad de que ocurra el error, en esta teoría, el error propuesto viene dado por
40 $\frac{b}{\sqrt{\pi}} e^{-b^2 \varepsilon^2}$ debido a esto la probabilidad de que ocurran "n" errores viene dada por $P =$
41 $\left(\frac{b}{\sqrt{\pi}}\right)^n e^{-b^2(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \dots + \varepsilon_n^2)}$. Gauss propuso en sustituir esos valores donde la probabilidad

* Esiquio Martin Gutierrez Armenta. E-mail: esiqy11@hotmail.com Tel. 55 1339-1343



42 anterior se tenga el valor máximo, es decir, donde la suma de errores $\phi = \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 +$
43 $\dots + \varepsilon_n^2$ sea mínima (Castro, 2012).

44 **2. Metodología o desarrollo**

45
46 En este trabajo solo se realiza la metodología para un ajuste a una recta, pero el
47 procedimiento puede ser utilizado para cualquier tipo de función que se pueda derivar
48 parcialmente. Suponga que tiene valores $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$, mediante estos, se
49 propone la ecuación de la recta con la finalidad de realizar una gráfica de dispersión
50 donde se pueda observar su tendencia. Con todo esto, se tiene el primer modelo lineal
51 dado por la Ec. (1).

52
53 Hipótesis sobre el método:

54 La relación entre x, y es lineal y se encuentra dada por la **Ecuación 1**.

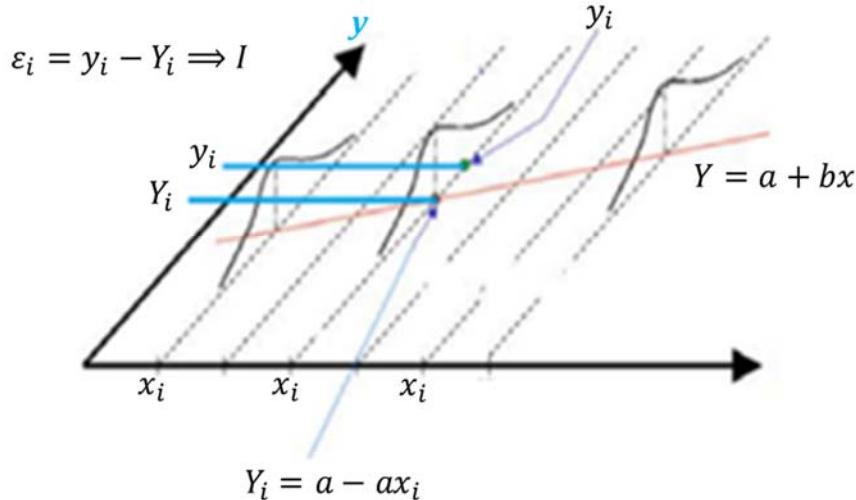
55
$$Y = a + bx \quad \text{Ec. (1)}$$

56 Por lo tanto, para un punto x_i se tiene un valor y_i , y del mismo modo evaluando éste
57 en la Ec. (1), se tiene la ecuación lineal **Ecuación 2**.

58
$$Y_i = a + bx_1 \quad \text{Ec. (2)}$$

59 Este Y_i , evaluado en la ecuación de la recta, se obtiene al sustituir en la Ec. (2), ahora
60 la distancia que hay de un punto tabulado al punto obtenido en la Ec. (2), es el error,
61 el cual cumple que la homogeneidad del valor promedio de la esperanza matemática
62 de la perturbación aleatoria ε_i es cero, $E(\varepsilon_i) = 0$ para $i = 1, \dots, n$. Otro supuesto es
63 que $E(\varepsilon_i) = \sigma^2$ para $i = 1, \dots, n$, y si las observaciones son independientes quiere
64 decir que $E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = E(\varepsilon_i)E(\varepsilon_j) = 0$ para $i \neq j$ donde los errores se distribuyen de
65 manera normal para cada $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma)$ (Ruiz, 2003). En la Figura 1, se muestra esta
66 condición y el modelo lineal dado por las Ecs. (1) y (2).





67

68

69

70

71 Así como se tienen n valores se tendrán n errores en **Ecuación 3** para $i = 1, 2, \dots, n$.

72

$$\varepsilon_i = y_i - Y_i = y_i - (a + bx_i) \quad \text{Ec. (3)}$$

73 Al tener el error total cometido, se realizará una suma de todos los errores que se
 74 cometieron, tal y como se muestra en la **Ecuación 4**.

75

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i = \sum_{i=1}^n (y_i - Y_i) \quad \text{Ec. (4)}$$

76

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i = \sum_{i=1}^n (y_i - (a + bx_i)) \quad \text{Ec. (5)}$$

77 Elevando al cuadrado la **Ecuación 5** se tiene.

78

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - (a + bx_i))^2 \quad \text{Ec. (6)}$$

79

De la **Ecuación 6** se quiere encontrar los valores a, b que minimicen los errores, por
 80 lo tanto suponemos que estos están normalmente distribuidos, esto quiere decir que
 81 $\varepsilon_i^2 = \varepsilon^2$ y sustituyendo este en la **Ecuación 6** se tiene lo siguiente:

82

83

$$P(a,b) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - (a + bx_i))^2 \quad \text{Ec. (7)}$$

84

Que nos conduce a minimizar una función de dos variables a, b .

85 $P(a,b) = \sum_{i=1}^n (y_i - (a + bx_i))^2$ Ec. (8)

86 La **Ecuación 8** se minimiza mediante las técnicas de cálculo de varias variables
 87 (Larson 2001).

88
 89 $\frac{\partial P(a,b)}{\partial a} = 0$ Ec. (9)

90 $\frac{\partial P(a,b)}{\partial b} = 0$ Ec. (10)

91 $\sum_{i=1}^n (y_i - (a + bx_i)) = 0$ Ec. (11)

92 $\sum_{i=1}^n y_i = \sum_{i=1}^n a + b \sum_{i=1}^n x_i = na + b \sum_{i=1}^n x_i$ Ec. (12)

93 Realizando un proceso análogo al anterior en la **Ecuación 10**, se obtiene lo siguiente.

94 $2 \sum_{i=1}^n (y_i - (a + bx_i))(-x_i) = 0$ Ec. (13)

95 $\sum_{i=1}^n x_i y_i = a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2$ Ec. (14)

96 En forma matricial se tiene el sistema dado por las **Ecuaciones 13-14**:

97
$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n x_i^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum x_i y_i \end{bmatrix}$$
 Ec. (15)

98 De la **Ecuación 15** se tienen dos incógnitas “a” y “b”.

99 Hasta aquí, se han encontrado dos valores, $p = (a, b)$, como resultado de resolver el
 100 sistema **Ecuación 15**, este es un valor crítico, pero aún no se ha probado si se trata
 101 de un máximo o un mínimo, por lo tanto, se utilizará el criterio de la segunda derivada
 102 parcial o su forma matricial para calcular las segundas derivadas parciales y así poder
 103 formar la matriz (Hessiana) dada por la **Ecuación 16**.

104
$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2(p)}{\partial a \partial a} & \frac{\partial^2(p)}{\partial a \partial b} \\ \frac{\partial^2(p)}{\partial b \partial a} & \frac{\partial^2(p)}{\partial b \partial b} \end{bmatrix}$$
 Ec. (16)

105
$$A = \begin{bmatrix} 2n & 2 \sum_{i=1}^n x_i \\ 2 \sum_{i=1}^n x_i & 2 \sum_{i=1}^n x_i^2 \end{bmatrix}_{(a,b)}$$
 Ec. (17)



106 La Ecuación 17, se evaluará en el punto crítico, calcular el determinante de la matriz
 107 (A):

$$108 \quad \det(A) = 4n \sum_{i=1}^n x_i^2 - 4(\sum_{i=1}^n x_i)^2 \quad \text{Ec. (18)}$$

$$109 \quad \det(A) = 4n^2 \left[n \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n^2} - \left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \right)^2 \right] \quad \text{Ec. (19)}$$

$$110 \quad \det(A) = 4n^2 \left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - (\bar{x})^2 \right) \quad \text{Ec. (20)}$$

111 Donde \bar{x} es la media aritmética. Así que, de la **Ecuación 20** se obtiene.

$$112 \quad \det(A) = 4n^2 \left[\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} \right] \quad \text{Ec. (21)}$$

113 Usando terminología que se utiliza en Estadística, lo que está dentro del paréntesis se
 114 puede escribir de la siguiente manera **Ecuación 22**.

$$115 \quad S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} \quad \text{Ec. (22)}$$

116 Sustituyendo **Ecuaciones 21 - 22**

$$117 \quad \det(A) = 4n^2 S^2 > 0 \quad \text{Ec. (23)}$$

118 Se observa que la **Ecuación 23** es siempre positivo. Falta por último clasificar si es un
 119 máximo, mínimo o punto silla, para esto utilizamos el siguiente teorema. Una condición
 120 necesaria y suficiente para que $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ de clase C^3 en un conjunto abierto U de \mathbb{R}^2 .
 121 (Walter, 2017) por lo que se tiene lo siguiente:

$$122 \quad \text{determinante}(A) = P_{ab}(a, b) * P_{bb}(a, b) - [P_{ab}(a, b)]^2$$

123 Si $(a, b) \in U$ es un punto crítico de P , entonces:

124 a). $\text{determinante}(A) > 0$ y $P_{aa}(p) > 0$ entonces P alcanza un mínimo local en p .

125 b). $\text{determinante}(A) > 0$ y $P_{aa}(p) < 0$ entonces P alcanza un máximo local en p .

126 c). $\text{determinante}(A) < 0$ entonces $(a, b, p(a, b))$ P tiene un punto silla en p . Utilizado
 127 este teorema se tiene que la **Ecuación 23** siempre es positiva, esto porque todos sus
 128 términos están elevados al cuadrado, por lo tanto, esto muestra que el punto crítico es
 129 un mínimo (a).

130 El factor de correlación dado en las estadísticas tradicionales, para datos
 131 experimentales bidimensionales, "x" indica una variable independiente, "y" y la
 132 dependiente. Si hay una relación principalmente lineal entre la variable independiente
 133 x y la variable dependiente y en el conjunto de datos, el modelo de la **Ecuación 1**
 134 utilizando el método de mínimos cuadrados.

135 indica que el valor predicho de los datos y_i de la variable dependiente. para este
 136 modelo. Se utiliza el coeficiente de correlación lineal r se calcula de la siguiente manera

$$r^2 = \frac{[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})]^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad \text{Ec. (24)}$$

138 La **Ecuación 24** se le llama **Coeficiente de correlación lineal de Pearson**.

139 3. Resultados y análisis

140 Este desarrollo se puede utilizar para problemas que no sea lineales, por ejemplo, para
 141 polinomios algebraicos de grado n , sin embargo, el problema es cuando los datos se
 142 encuentran entre $0 < x_i < 1$ donde los valores en la matriz asociada al sistema la
 143 computadora los toma como ceros, renglón y columna, por lo que el determinante de
 144 la matriz toma el valor de cero, debido a esto, el sistema de ecuaciones no tiene
 145 solución. Por lo tanto, se recomienda utilizar alguna de las siguientes transformaciones
 146 $Y = ax^b$, $Y = ae^{xb}$, $Y = \frac{1}{a+bx}$, o usar una combinación de senos y cosenos.

147 4. Conclusiones

148 La metodología es sencilla de utilizar, por lo que en los dos primeros casos se aplican
 149 logaritmos obteniendo las siguientes formas. $\ln(Y) = \ln(a) + b \ln(x)$ utilizando un
 150 cambio de variable $\tilde{Y} = \tilde{a} + b \tilde{x}$ convirtiéndose en la ecuación de la recta y realizando
 151 algo análogo para $\ln(Y) = \ln(a) - bx$, $\tilde{Y} = \tilde{a} + bx$ se convierte en la ecuación de una
 152 línea recta.

153 $Y = \frac{1}{a+bx}$, para este caso se sacan recíprocos y de nuevo se obtiene la ecuación de
 154 la línea recta $\frac{1}{Y} = a + bx$ y realizando un cambio de variable $\tilde{Y} = a + bx$, como cuando
 155 se utiliza una serie de términos de senos y cosenos que dependen de x_i , estos son
 156 constantes cuando se deriva parcialmente y las variables son los coeficientes que se
 157 integran como en la **Ecuación 1**. El coeficiente de Pearson **Ecuación 24**, se encuentra
 158 en el intervalo $-1 \leq r \leq 1$ si $r=-1$ por lo que la recta tiene pendiente negativa, lo mismo
 159 pasa cuando este es positivo y tiene pendiente positiva. Debido a esto, cuando no se
 160 toman estos valores se debe de tomar una decisión. O realizar una prueba de
 161 hipótesis.

162
 163
 164
 165
 166



167 **Agradecimientos**

168

169 El primer autor agradece el apoyo al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología
170 (CONACYT) por la beca otorgada para cursar el Doctorado en Ingeniería.

171

172 **Referencias.**

173

- 174 • Castro, A. (2012). Algunas notas históricas sobre la correlación y regresión y su
175 uso en el aula. *Revista Didáctica de Matemáticas*, 81,5-14.
- 176 • Larson, R. (2001). *Cálculo*. (10th ed., pp. 395,396-341). México D. F.: CENGAGE
177 Learning Latinoamérica.
- 178 • Lina, A. (2006). Análisis didáctico de la regresión y correlación para la enseñanza
179 media. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(3),
180 383-406.
- 181 • Ruiz, G. (2003). Los orígenes de los mínimos cuadrados. *Revista SUMA*, 1(43), 31-
182 37.
- 183 • Walter, F. (2017). *Cálculo en Varias Variables Pdf con animaciones 3D*. (1st ed.,
184 pp.545-153). Costa Rica.: Revista Digital Matemática, Educación e Internet.

TIEMPO DE LOS FACTORES QUE AFECTAN A LOS ESTUDIANTES DE LA UPIITA

Vania Alice Ortiz Yescas*, Luis Fernando Hernández Álvarez, Mayra Herrera Naranjo, Flor de Liz Martínez García y Michel Galaxia Miranda Sánchez

Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas IPN. Av. Instituto Politécnico Nacional 2580, La Laguna Ticomán, 07340 Ciudad de México, CDMX

I-POAM045

Resumen

La Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas del Instituto Politécnico Nacional (UPIITA-IPN) oferta algunas de las ingenierías con mayor demanda en el país, como Ingeniería Mecatrónica Ingeniería Biónica entre otras. Para mantener sus estándares de excelencia da preferencia a alumnos de alto rendimiento en el nivel medio superior según una investigación conducida por la UNAM, lo anterior genera un ambiente de alta competencia entre la comunidad estudiantil. Con la cual ciertas actividades independientes al estudio pueden generar distracciones que resulten en un bajo rendimiento académico y la irregularidad. De acuerdo con la revista de educación y Desarrollo Social-Universidad Militar, es muy sano admitir la revolución ocasionada por las Tecnologías de la información (TIC) en muchos ámbitos del proceder humano, pero es igualmente válido reconocer que los espacios preferidos en Internet son aquellos dedicados al esparcimiento y a las redes sociales. Debido a que esta problemática engloba a toda la comunidad estudiantil de la UPIITA se intenta averiguar qué actividades en tiempos determinados pueden afectar o beneficiar el rendimiento académico de los alumnos durante el periodo escolar 2019/1. Para lo cual se aplicó una encuesta a estudiantes de la Unidad, con preguntas como ¿Cuánto tiempo duermes?, ¿Realizas alguna actividad extracurricular?, etcétera. Con los datos obtenidos se realizó un análisis estadístico para obtener una inferencia basada en el cálculo de probabilidad. Este estudio pretende analizar qué factores externos afectan el rendimiento académico de los estudiantes y más importante aún, hacerlos reflexionar y tomar conciencia de que el éxito académico depende del esfuerzo realizado.

Palabras clave: alumnos, distractores, tiempo, dormir, traslado, promedio.

1. Introducción

La presente investigación se refiere al tema del tiempo que se administra a los factores que se cree que influyen en los alumnos de UPIITA, del cual podemos describir como “aquellas situaciones que demandan tiempo y que pueden afectar el rendimiento académico del estudiante universitario constituyendo un factor imprescindible en el abordaje del tema de la calidad de la educación superior” (Vargas, 2007, p.43). El estudio del rendimiento académico en estudiantes universitarios se ha convertido en gran medida un campo de análisis importante debido a la constante evolución de la información, es decir, con el tiempo las tecnologías se han ido tornando en una fuente de información más accesible, pero a la vez, también se consideran fuentes de distracción para los mismos estudiantes, un gran ejemplo son las redes sociales. Hoy en día los estudiantes utilizan estas redes para comunicarse e interaccionar entre



47 amigos, e incluso con sus maestros, sin embargo, debido al evidente tiempo invertido,
48 se han vuelto una parte indispensable para el estudiante dentro de su vida académica.
49 Para nosotros el realizar una investigación sobre estos factores es importante, pues
50 es posible aclarar la duda sobre si realmente el tiempo invertido en ciertas actividades
51 del día a día de un estudiante puede afectar en su mayoría el rendimiento académico
52 de este, y por lo tanto, conocer las causas del alto o bajo rendimiento nos puede ayudar
53 a pensar en alguna propuesta para mejorar el desempeño académico de los
54 estudiantes, aprovechando al máximo de su tiempo dentro de las instalaciones y
55 conservando la salud mental y física del alumno.

56 Es entonces que el objetivo principal de la investigación fue estudiar las actividades y
57 el tiempo invertido respectivamente por un universitario para poder analizarlas y
58 concluir si influyen en las calificaciones del alumno o no. Para ello la característica
59 principal de esta investigación es el análisis del tiempo mediante la estadística, la cual
60 podemos describir como "La ciencia que se encarga de recoger, organizar e interpretar
61 los datos. Es esencial para interpretar los datos que se obtienen de la investigación
62 científica. Es por lo tanto una herramienta de trabajo profesional" (Gorgas, 2011, p.3).
63 Los datos obtenidos son analizados con métodos estadísticos para su fácil
64 manipulación y estudio. Dentro de estos métodos estadísticos existe un grupo de
65 pruebas que nos permite realizar un análisis inferencial a una población, los métodos
66 ocupados son la Prueba de Independencia y la Prueba de Hipótesis para Medias. La
67 prueba de Independencia es aquella que "contrasta la hipótesis de que las variables
68 son independientes, frente a la hipótesis alternativa de que una variable se distribuye
69 de forma diferente para diversos niveles de la otra". (Barón, (2007), p.44). Cabe
70 destacar, que estos hallazgos no pueden ser generalizados a todas las escuelas de
71 nivel superior, debido a la delimitación de nuestra población.

72

73 2. Metodología o desarrollo

74 2.1 Muestreo y agrupación de datos

75 Para la obtención de los datos utilizados para esta investigación se usaron encuestas,
76 estas constan en primera parte con preguntas de datos personales (carrera, semestre,
77 promedio, número de materias inscritas), seguidas de 10 preguntas tanto de opción
78 múltiple como abiertas; haciendo una suma total de 110 encuestas realizadas dentro
79 de la UPIITA, las cuales abarcan a estudiantes de sus tres carreras principales (Ing.
80 Biónica, Ing. Mecatrónica e Ing. Telemática). Una vez recolectados los datos de las
81 encuestas, estos fueron organizados dentro de una tabla global, y otras individuales
82 las cuales fueron base para la realización de las pruebas estadísticas. Una de estas
83 tablas fue la encargada de agrupar y contabilizar la cantidad de estudiantes cuyo
84 promedio pertenece a alguno de los 8 intervalos creados, en base a los datos
85 presentados por nuestro muestreo. El tamaño de cada intervalo es de cinco décimas.

86

87



Tabla 1. Distribución del Promedio.

| No. Clase | Marca de clase | Intervalos | Frecuencia | Frecuencia relativa | % | Frecuencia acumulada | Frecuencia relativa acumulada |
|-----------|----------------|-------------|------------|---------------------|------|----------------------|-------------------------------|
| 1 | 6.1 | 5.85 - 6.35 | 1 | 0.009 | 0.9 | 1 | 0.009 |
| 2 | 6.6 | 6.35 - 6.85 | 3 | 0.027 | 2.7 | 4 | 0.036 |
| 3 | 7.1 | 6.85 - 7.35 | 10 | 0.091 | 9.1 | 14 | 0.127 |
| 4 | 7.6 | 7.35 - 7.85 | 15 | 0.136 | 13.6 | 29 | 0.263 |
| 5 | 8.1 | 7.85 - 8.35 | 43 | 0.391 | 39.1 | 72 | 0.654 |
| 6 | 8.6 | 8.35 - 8.85 | 22 | 0.200 | 20.0 | 94 | 0.854 |
| 7 | 9.1 | 8.85 - 9.35 | 13 | 0.119 | 11.9 | 107 | 0.973 |
| 8 | 9.6 | 9.35 - 9.85 | 3 | 0.027 | 2.7 | 110 | 1 |
| TOTAL | | 110 | 110 | 1 | 100 | | |

90
91

92 2.2 Análisis Inferencial

93 Una vez organizados los datos obtenidos de las encuestas, se realizó un análisis
 94 estadístico de los datos, es decir, un análisis inferencial sobre los datos obtenidos,
 95 primordialmente se hizo la comparación entre el promedio del alumno y los tiempos de
 96 las actividades que se creía tendrían influencia en el desempeño del universitario como
 97 el tiempo de traslado del hogar a la escuela, el tiempo dedicado al descanso y la
 98 realización de actividades extracurriculares. Como complemento de nuestro análisis,
 99 se corroboraron los resultados con la ayuda de la aplicación de Statistics Study Lite, la
 100 cual al ingresar los datos agrupados según sea la prueba, realiza el procedimiento
 101 correspondiente y obtiene los valores críticos de distribución z, distribución t,
 102 distribución Chi-cuadrado o distribución F.

103 2.2.1 El promedio vs el tiempo de traslado del hogar a la escuela.

104 Para encontrar la relación entre el promedio y el tiempo de traslado a la escuela, se
 105 realiza una prueba de independencia entre estas dos variables. Para ello nos
 106 apoyamos de una tabla de doble entrada, la cual puede ser construida en base a la
 107 tabla de distribución del promedio, en la cual cada intervalo será dividido entre los tres
 108 casos correspondientes a las respuestas de la pregunta ¿Cuánto tiempo tardas en
 109 trasladarte de tu casa a la escuela? donde las opciones fueron: a) Menos de una hora,
 110 b) Entre 1 y 2 horas y c) Más de 2 horas.

111 Para este caso nuestras hipótesis serán:

- 112 Ho: El promedio es independiente al tiempo en trasladarse
 113 Ha: El promedio es dependiente al tiempo en trasladarse.



114 **Tabla 2. Promedio y tiempo de traslado del
115 hogar a casa.**

| | | Opciones | | | |
|--------------------------------------|-------------|----------|----|----|-----|
| | | a | b | c | |
| P R O M E D I O | 5.85 - 6.35 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| | 6.35 - 6.85 | 2 | 1 | 0 | 3 |
| | 6.85 - 7.35 | 3 | 4 | 3 | 10 |
| | 7.35 - 7.85 | 3 | 9 | 3 | 15 |
| | 7.85 - 8.35 | 12 | 24 | 7 | 43 |
| | 8.35 - 8.85 | 7 | 13 | 2 | 22 |
| | 8.85 - 9.35 | 6 | 6 | 1 | 13 |
| | 9.35 - 9.85 | 0 | 3 | 0 | 3 |
| | | 33 | 61 | 16 | 110 |

116 **Tabla 3. Frecuencia obtenida vs Esperada**

| 0 | 1 | 0 |
|-------|-------|------|
| 0.3 | 0.55 | 0.15 |
| 2 | 1 | 0 |
| 0.9 | 1.66 | 0.44 |
| 3 | 4 | 3 |
| 3 | 5.55 | 1.45 |
| 3 | 9 | 3 |
| 4.50 | 8.32 | 2.18 |
| 12 | 24 | 7 |
| 12.90 | 23.85 | 6.25 |
| 7 | 13 | 2 |
| 6.60 | 12.20 | 3.20 |
| 6 | 6 | 1 |
| 3.90 | 7.21 | 1.89 |
| 0 | 3 | 0 |
| 0.9 | 1.66 | 0.44 |

117 Consecuentemente creamos una tabla comparativa entre la frecuencia obtenida y la
 118 esperada, Tab. (3). Esta última se calcula como el producto del subtotal de la
 119 columna y el subtotal de la fila entre el total de datos, en cada casilla. Posteriormente
 120 a esto obtenemos el valor crítico, para ello se calculan los grados de libertad conforme
 121 a la Ec. (1), determinamos un nivel de significancia igual a 0.05 y se consulta la tabla
 122 de distribución de χ^2 .

123 **Ecuación 1. Grados de libertad** $DF = (filas - 1)(columnas - 1)$

124 $DF = (8 - 1)(3 - 1) = 14,$

125 Por lo tanto, el valor crítico χ^2_{teo} sería 23.6848. Para obtener el valor experimental se
 126 aplica la Ec. (3), lo cual nos da un valor χ^2_{exp} igual a 10.6268.

127 **Ecuación 2. Valor crítico** $\chi^2_{teo} = \chi^2(14, 0.05) = 23.6848$

128 **Ecuación 3. Valor experimental** $\chi^2_{teo} = \sum [(O - E)^2 / E]$

129

130 2.2.2 El promedio vs tiempo dedicado al descanso.



131 Para encontrar la relación entre el promedio y el tiempo de descanso, se realiza una
 132 prueba de independencia entre estas dos variables. Para ello nuevamente se requiere
 133 una tabla de doble entrada, la cual es construida en base a la tabla de distribución del
 134 promedio, en la cual cada intervalo será dividido entre los tres casos correspondientes
 135 a las respuestas de la pregunta ¿Cuántas horas en promedio duermes (incluyendo
 136 siestas) ?, donde las opciones fueron a) 4-5 horas, b) 6-7 horas y c) Más de 8 horas.

137 **Tabla 4. Promedio y tiempo de descanso.** 138 **Tabla 5. Frecuencia Obtenida vs Esperada**

| | | Opciones | | | |
|---|-------------|----------|----|---|-----|
| | | a | b | c | |
| P | 5.85 - 6.35 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| R | 6.35 - 6.85 | 1 | 2 | 0 | 3 |
| O | 6.85 - 7.35 | 2 | 7 | 1 | 10 |
| M | 7.35 - 7.85 | 4 | 9 | 2 | 15 |
| E | 7.85 - 8.35 | 17 | 25 | 1 | 43 |
| I | 8.35 - 8.85 | 9 | 12 | 1 | 22 |
| O | 8.85 - 9.35 | 6 | 7 | 0 | 13 |
| | 9.35 - 9.85 | 2 | 1 | 0 | 3 |
| | | 42 | 63 | 5 | 110 |

| 1 | 0 | 0 |
|-------|-------|------|
| 0.38 | 0.57 | 0.05 |
| 1 | 2 | 0 |
| 1.15 | 1.72 | 0.14 |
| 2 | 7 | 1 |
| 3.82 | 5.73 | 0.45 |
| 4 | 9 | 2 |
| 5.73 | 8.59 | 0.68 |
| 17 | 25 | 1 |
| 16.42 | 24.63 | 1.95 |
| 9 | 12 | 1 |
| 8.4 | 12.6 | 1 |
| 6 | 7 | 0 |
| 4.96 | 7.45 | 0.59 |
| 2 | 1 | 0 |
| 1.15 | 1.72 | 0.14 |

139

140 Para este caso nuestras hipótesis serán:

141 H_0 : El promedio es independiente al tiempo de descanso
 142 H_a : El promedio es dependiente al tiempo de descanso

143 Consecuentemente creamos una tabla comparativa entre la frecuencia obtenida y la
 144 esperada de la misma manera que se realizó en el punto 2.2.1. Tab. (5). Se determinan
 145 los grados de libertad con la Ec. (1) como:

$$146 \quad DF = (8 - 1)(3 - 1) = 14$$

147 y elegimos un nivel de significancia igual a 0.05. Por lo tanto, nuevamente el valor
 148 crítico χ^2_{teo} es 23.6848. Aplicamos la Ec. (3) y se obtiene un valor experimental χ^2_{exp}
 149 igual a 9.184

150 2.2.3 El promedio vs las actividades extracurriculares.



151 Para analizar si la realización de alguna actividad extracurricular afecta el promedio,
 152 se realiza una prueba de hipótesis para medias. Es decir, verificaremos si el promedio
 153 de los estudiantes que realizan alguna actividad extracurricular tendría una diferencia
 154 con el promedio de los estudiantes que no la realizan. Por lo tanto, nuestras hipótesis
 155 serán:

156 H_0 : El promedio de los alumnos que realizan una actividad extracurricular es igual al
 157 de los que no realizan actividad extracurricular alguna.

158 H_a : El promedio de los alumnos que realizan una actividad extracurricular es diferente
 159 al de los que no realizan actividad extracurricular alguna.

160 Para continuar con el análisis agregaremos los promedios de todos los estudiantes en
 161 dos categorías los que si la práctica y los que no. Tab. (6)

162 **Tabla 6. Promedios en relación a las actividades extracurriculares.**

| # | Si | No | 16 | 7,1 | 8,1 | 32 | 8,7 | 8,0 | 48 | 8,4 | 9,0 |
|----|-----|-----|----|-----|-----|----|-----|-----|----|-----|-----|
| 1 | 8,0 | 8,4 | 17 | 6,8 | 8,2 | 33 | 8,3 | 7,8 | 49 | 8,1 | |
| 2 | 8,0 | 8,5 | 18 | 8,1 | 8,0 | 34 | 7,9 | 7,8 | 50 | 7,9 | |
| 3 | 9,0 | 8,2 | 19 | 8,3 | 9,0 | 35 | 8,7 | 8,7 | 51 | 8,7 | |
| 4 | 7,4 | 9,2 | 20 | 8,1 | 9,8 | 36 | 8,2 | 8,9 | 52 | 9,3 | |
| 5 | 8,0 | 8,0 | 21 | 9,7 | 8,1 | 37 | 8,0 | 7,1 | 53 | 7,5 | |
| 6 | 9,3 | 8,5 | 22 | 8,6 | 8,5 | 38 | 7,2 | 8,0 | 54 | 7,3 | |
| 7 | 9,1 | 8,4 | 23 | 7,8 | 8,7 | 39 | 8,0 | 7,2 | 55 | 7,5 | |
| 8 | 8,8 | 6,0 | 24 | 8,3 | 8,0 | 40 | 8,6 | 7,1 | 56 | 8,9 | |
| 9 | 9,2 | 7,2 | 25 | 8,0 | 8,0 | 41 | 8,6 | 7,7 | 57 | 8,0 | |
| 10 | 8,1 | 8,3 | 26 | 8,1 | 8,0 | 42 | 8,0 | 8,7 | 58 | 7,5 | |
| 11 | 8,0 | 9,4 | 27 | 8,3 | 8,1 | 43 | 8,1 | 6,8 | 59 | 6,4 | |
| 12 | 8,0 | 8,8 | 28 | 9,1 | 8,5 | 44 | 8,1 | 7,0 | 60 | 7,7 | |
| 13 | 7,8 | 8,8 | 29 | 9,0 | 7,0 | 45 | 7,7 | 7,5 | 61 | 8,0 | |
| 14 | 9,3 | 8,2 | 30 | 8,0 | 8,7 | 46 | 7,7 | 8,5 | 62 | 7,8 | |
| 15 | 7,0 | 7,8 | 31 | 8,2 | 8,3 | 47 | 7,9 | 8,5 | | | |

163

164 Y posteriormente obtenemos las medias, las desviaciones estándar y la cantidad de
 165 sujetos en cada categoría;

166 $\bar{X}_1 = 8,14935483$; $S_1 = 0,647775186$; $N_1 = 62$;

167 $\bar{X}_2 = 8,145625$; $S_2 = 0,723122385$; $N_2 = 48$.



168

Ecuación 4. Valor Z experimental

$$Z_{exp} = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{N_1} + \frac{S_2^2}{N_2}}}$$

169 Utilizando la Ec. (4) obtenemos un valor experimental de 0.0278; cuyo *P – value* es
 170 igual a 0.977787. Consultamos nuestras tablas de distribución Z para un nivel de
 171 significancia de 0.05 y obtenemos un valor crítico $Z_{teo} = Z(0.025)$ igual a 1.96.

172

173 3. Resultados y análisis

174 3.1 El promedio vs el tiempo de traslado del hogar a la escuela.

175 Considerando los valores obtenidos en la prueba de independencia ($\chi^2_{teo} = 23.6848$
 176 y $\chi^2_{exp} = 10.6268$); podemos concluir que el valor experimental es menor que el valor
 177 crítico ($\chi^2_{exp} < \chi^2_{teo}$) por lo tanto se acepta H_0 . Es decir, el promedio es independiente
 178 al tiempo en trasladarse.

179 3.2 El promedio vs el tiempo de descanso.

180 Considerando los valores obtenidos en la prueba de independencia ($\chi^2_{teo} = 23.6848$
 181 y $\chi^2_{exp} = 9.184$); podemos concluir que el valor experimental es menor que el valor
 182 crítico ($\chi^2_{exp} < \chi^2_{teo}$) por lo tanto se acepta H_0 . Es decir, el promedio es independiente
 183 al tiempo de descanso.

184 3.3 El promedio vs las actividades extracurriculares.

185 Considerando los valores obtenidos en la prueba de hipótesis para medias ($Z_{teo} = 1.96$
 186 y $Z_{exp} = 0.0278$); entonces podemos concluir que el valor Z experimental es menor
 187 que el valor Z crítico ($Z_{exp} < Z_{teo}$) por lo tanto se acepta H_0 . Es decir, el promedio de
 188 los alumnos que realizan una actividad extracurricular es igual al de los que no realizan
 189 actividad extracurricular alguna. Esto mismo se puede comprobar al relacionar el *P –
 190 value* con el grado de significancia pues $0.977787 > 0.05$.

191

192 4. Conclusiones

193

194 La investigación realizada ha contribuido de manera muy importante para identificar y
 195 cubrir los puntos principales acerca del rendimiento académico en la vida Universitaria.
 196 Nos deja muchas cosas importantes que reflexionar y muchas otras las ha reforzado
 197 para llevar a cabo una buena implementación.

198 Gracias al Análisis Inferencial se concluye en un resultado un poco decepcionante, ya
 199 que ninguno de los factores mencionados anteriormente afecta al rendimiento



200 académico, lo cual, como alumnos, nos permite reflexionar y hacer retroalimentación
201 sobre nuestros hábitos de estudio, pues muchas veces nos dedicamos a encontrar
202 excusas, cuando en realidad las causas de la baja del rendimiento académico están
203 un uno mismo.

204

205

206 **Nomenclatura**

207 Σ Símbolo suma.

208 H_0 Hipótesis nula.

209 H_a Hipótesis alternativa.

210 O Frecuencia obtenida.

211 E Frecuencia esperada.

212 χ^2 Valor Chi-cuadrado

213

214

215 **Índice de referencias**

216

- 217 • Vargas, G. (2007). Factores asociados al rendimiento académico en estudiantes
218 universitarios, una reflexión desde la calidad de la educación superior pública.
219 Revista Educación, pp.43. Costa Rica. [En línea]. Obtenido
220 en Febrero de 2019 de la dirección: <https://www.redalyc.org/pdf/440/44031103.pdf>
- 221 • Gorgas, J. & Cardiel, N. (2011). Estadística Básica para estudiantes de ciencias.
222 Facultad de Ciencias Físicas. pp.3. Madrid. [En línea]. Obtenido en Febrero de 2019
223 de la dirección: http://webs.ucm.es/info/Astrof/users/jaz/ESTADISTICA/libro_GCZ2009.pdf
- 224 • Barón, F.J. (2007). Capítulo 7: Independencia de variables categóricas. UMA. pp.44.
225 Estado de México. [En línea]. Obtenido en Febrero de 2019 de la dirección:
226 <https://www.bioestadistica.uma.es/baron/apuntes/ficheros/cap07.pdf>
- 227 • Spiegel, M., Schiller, J., Srinivasan, R. & Vargas Espinoza de los Monteros, A.,
228 (2013), *Probabilidad y estadística*, D.F, México, Editorial McGraw-Hill.

229

230

231

232

233



1 CICLOS DE LA MODELIZACIÓN COMO MANERAS DE 2 MEJORAMIENTO DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

3 Miguel Angel Huerta Vázquez¹, Sandra Areli Martínez Pérez, Carolina Segovia
4 Arrevillaga y Salvador Lorenzo León

5 ¹CCH-UNAM, Azcapotzalco. Av. Aquiles Serdán 2060
6 Ex-hacienda del Rosario, Azcapotzalco CDMX

7 .
8
9 ED AM052
10

11 Resumen

12 Este trabajo de investigación hace una revisión de diferentes ciclos de modelización para la enseñanza
13 de las matemáticas y como están divididos sus diferentes fases de aplicación, y como pueden ser
14 aplicados en la enseñanza de las matemáticas a diferentes niveles. Además, se presentan ejemplos de
15 enseñanza de las matemáticas en nivel medio superior de algunos de ellos para ser aplicados en el
16 salón de clases.

17
18 **Palabras clave:** Modelización, modelos matemáticos, resolución de problemas, funciones, datos reales,
19 uso de la tecnología
20 Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

21 1. Introducción

22 Una de las percepciones que algunos estudiantes tienen acerca de las matemáticas
23 es que estás suelen estar alejadas de situaciones de vida real exceptuando las
24 operaciones aritméticas cotidianas por lo que la modelización puede servir para
25 cambiar esa percepción.

26 Por otro lado, la modelización matemática es un elemento clave para acerca las
27 matemática a la realidad de los estudiantes y además las situaciones de modelización
28 pueden ayudar al aprendizaje de conceptos y procesos matemáticos (Ortega Pons &
29 Puig Espinosa, 2015).

30 Borromeo Ferri, (2017) distingue cuatro justificaciones para hacer uso de la
31 modelización en la educación de las matemáticas:

- 32 • Pragmático permite entender situaciones del mundo real en los que los
33 ejemplos a usar deben ser tratados explícitamente.
- 34 • Formativo: permite avanzar en competencias matemáticas al participar en
35 actividades de modelización.
- 36 • Cultural: se crean relaciones con otras disciplinas para entender el mundo real
37 lo que es indispensable para tener una imagen más adecuada de las
38 matemáticas.
- 39 • Psicológica: los ejemplos de modelización pueden contribuir a aumentar el
40 interés de los estudiantes por las matemáticas, a motivar, estructurar o

1 Correo electrónico: mhuertav@gmail.com Teléfono: 55 28 78 69 82

41 comprender mejor el contenido matemático y, en general, a dar a las
42 matemáticas un mayor significado para los estudiantes.

43 Por lo que para Borromeo Ferri, (2017) la modelización debe ser enseñada en las
44 lecciones de matemáticas desde primaria hasta la educación matemática universitaria.

45 Dada la importancia de la modelización la investigación al respecto en el campo de
46 matemáticas educativas ha tenido auge importante en particular Borromeo Ferri,
47 (2006) clasifica los ciclos de modelización dependiendo de cada tipo. Por ciclo de
48 modelización se entiende como todos los pasos que se llevan.

49 Borromeo Ferri identifica cuatro tipos de ciclos de modelización y a lo largo de este
50 trabajo se hará una explicación de cada uno, así como ejemplos de estos.

51 **2. Desarrollo**

52 Mirando la literatura sobre modelado y aplicaciones, se pueden encontrar diferentes
53 ciclos de modelización. Estos ciclos son diferentes, ya que dependen de varias
54 direcciones y enfoques de cómo se entiende el modelado y, en algunos casos, si se
55 utilizan tareas complejas o no complejas.

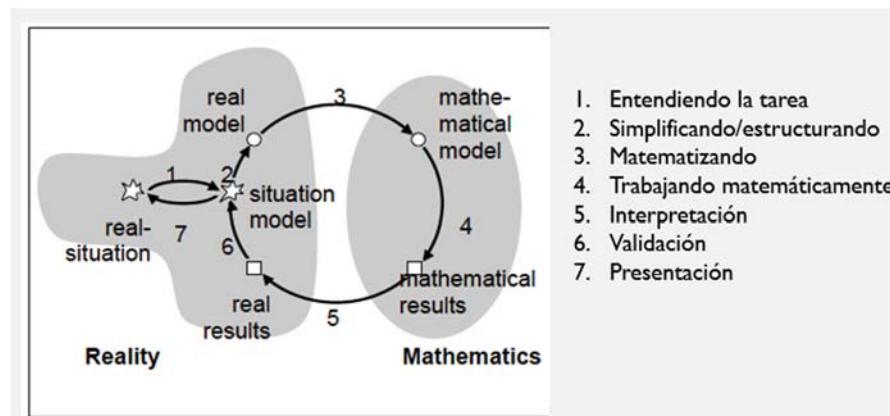
56 2.1 Grupo I de modelización

57 Los investigadores que "trabajan" con este tipo de ciclo de modelización se centran
58 especialmente en los procesos cognitivos de los individuos durante los procesos de
59 modelado. Esta es la razón por la cual el modelo de situación se incluye en este ciclo,
60 porque los investigadores suponen que esta fase está más o menos desarrollada por
61 todos los individuos durante el modelado.

62 2.1.1 El ciclo de Modelización de Blum y Leiss

63 Un ejemplo de este tipo de ciclo de modelización que identifica Borromeo Ferri es el
64 ciclo de Modelado de Blum y Leiss (2005).

65 Este ciclo de modelización las siguientes fases ver figura (1): dada una situación real
66 (1) la cual tiene ser entendida y se lleva a una situación modelo; después se simplifica
67 y estructura (2) para ser llevado a modelo más simple; en donde se traduce a un
68 modelo matemático (3) esto es, llevarlo a ecuaciones, funciones, etc. Se resuelve y se
69 obtiene un valor dentro del modelo matemático (4); se interpreta el resultado que surge
70 del modelo matemático (5) para validarla dentro del modelo (6) y se presenta el
71 resultado dentro de la situación real (7).

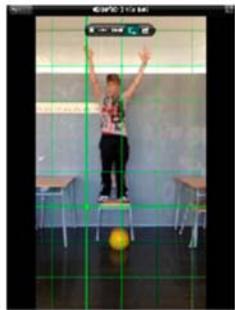


72
73
74

Figura 1 Ciclo de Modelización de Blum y Leiss (2005)

75 Un ejemplo de este acercamiento de modelización lo ofrecen Ortega Pons y Puig
 76 Espinosa (2015) quienes hacen una investigación en España en una escuela de
 77 bachillerato en primer año con un grupo de 16 estudiantes. El experimento consistió
 78 en dejar caer una pelota, de tal manera que la pelota rebota en el piso una sola vez y
 79 todo el proceso es grabado en una tableta, para después usar dos aplicaciones dentro
 80 de tableta. La primera para obtener los datos la altura y el tiempo que asociado que
 81 tarda desde el primer rebote hasta que vuelve a caer dicha pelota, después con una
 82 segunda aplicación se ajustan los datos para obtener el modelo matemático como
 83 función cuadrática de la forma $h(t) = at^2 + bt + c$ donde h es la altura que alcanza la
 84 pelota en el rebote y t es el tiempo que tarda en volver caer, las magnitudes de dichas
 85 variables son metros para h y segundos para t .

86 Con el modelo encontrado se les pide a los estudiantes que encuentren la altura
 87 máxima que alcanza la pelota, en cuanto tiempo lo hace, y que significan los ceros de
 88 la función. Figura (2)



7. a) Per a quins valors de x (temps) la pilota colpeja el terra?

Explica què has fet per a obtindre el resultat

$$y=0 \text{ m} \rightarrow 0 = -12'564x^2 + 32'357x - 24'975$$

$$x = \frac{-32'357 \pm \sqrt{32'357^2 - 4 \cdot (-12'564) \cdot (-24'975)}}{-2 \cdot (-12'564)}$$

$$= \frac{-32'357 \pm \sqrt{32'357^2 - 4 \cdot (-12'564) \cdot (-24'975)}}{25'128}$$

$$= \begin{cases} x_1 = 0'986897485 \\ x_2 = 2'00235753 \end{cases}$$

89
90

Figura (2) (Ortega Pons & Puig Espinosa, 2015)

91 Durante el proceso de escritura de esta ponencia, se encuentra en planeación la
 92 aplicación de dicha secuencia didáctica para la enseñanza de la función cuadrática
 93 para la asignatura de matemáticas II, aunque se le harán adaptaciones como por

94 ejemplo hacer uso de teléfonos celulares en vez de tabletas y adaptar las preguntas
95 para los aprendizajes del colegio.

96 2.2 Grupo II de modelización

97

98 Este ciclo de modelización empieza a partir de un texto que explica una situación real
99 del donde se obtienen los datos reales y con los que los estudiantes modelizan
100 matemáticamente para resolver el problema ahí planteado. La situación real en estos
101 problemas verbales incluso se simplifica, por lo que la representación mental de la
102 situación o del modelo de situación se deriva directamente del modelo real.

103 Un ejemplo de este tipo de ciclo de modelización es la investigación de Nesher,
104 Hershkovitz, y Novotna (2003) en la se presenta el siguiente texto:

105

106 *Imagina un mundo que consta de 198 canicas distribuidas en de la siguiente manera:
107 David tiene 22 canicas, Jirka - 44, y Peter - 132. ¿Qué preguntas se pueden hacer
108 sobre esta situación?*

109

110 Y se les pide a los estudiantes que hagan preguntas con la situación dada, como por
111 ejemplo estas dos:

112

- *Peter, David y Jirka están jugando a las canicas. Tienen 198 canicas en total.
Peter tiene 6 veces más canicas que David, y Jirka tiene 2 veces más canicas
que David. ¿Cuántas canicas tiene cada una?*

113

114 En este ejemplo se observan las relaciones entre cada Peter, David y Jirka, en
115 particular que las cantidades de canicas de Peter están en función de la de David y de
116 igual manera se relacionan las cantidades de Jirka con David.

117

118 Las relaciones y el tipo de preguntas que se pueden hacer con la situación se
119 ejemplifican en la figura 3 en donde se observan las relaciones entre cada Peter, David
120 y Jirka, además de como están cada una de estas así como las expresiones léxicas
121 en cada ejemplo.

122

123 Este tipo de actividades fomenta en los estudiantes encontrar relaciones entre
124 variables además de que les permite mejorar sus habilidades aritméticas y algebraicas.

125



Congreso Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

129

130

131

132 2.3 Grupo III de modelización

133

134 Este modelo es propuesto por Blum y Keiser (2013) citado por Stender (2017), figura
 135 (4) parece ser muy parecido al grupo I pero la diferencia es que en este grupo se salta
 136 de la situación real a la modelo de mundo real, haciendo que la cantidad de elementos
 137 a considerar para la matematización haga que los modelos matemático sean mucho
 138 más complejos.

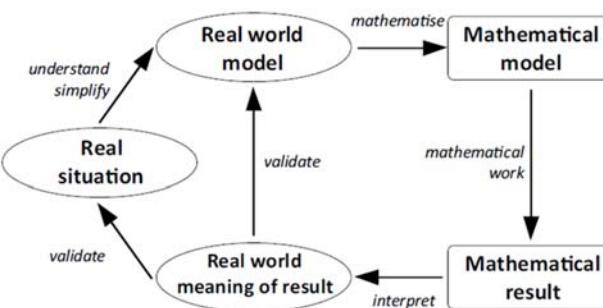


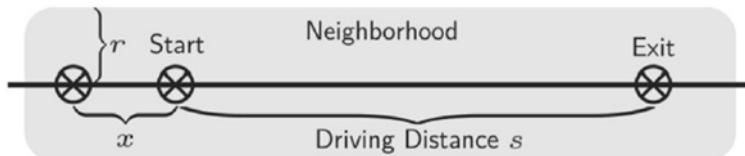
Fig. 1 Modelling cycle (Kaiser and Stender 2013, p. 279)

139

140

Figura 4. Modelo de Blum y Keiser (2013)

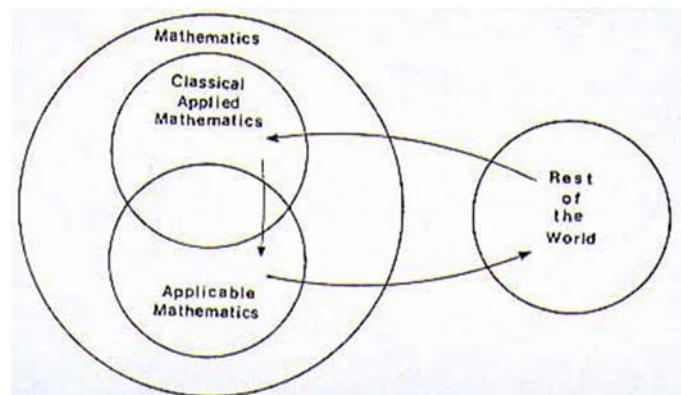
- 141 Un ejemplo de ciclo de modelado es el presentado por Stender (2017) que se presenta
 142 en el siguiente problema:
 143 Un pasajero debe tomar un autobús para un viaje, pero desea caminar lo menos
 144 posible a la parada además desea que ya dentro el autobús pare lo menos posible.
 145 Figura (5)



- 146
 147 Figura 5 El problema del pasajero y el autobús
 148
 149 El problema puede ser tan complejo como la cantidad de elementos que se vayan
 150 introduciendo, por ejemplo: ¿cuántas paradas hay durante el viaje en el autobús? ¿a
 151 qué distancia está de la estación más cercana? ¿qué distancia hay entre paradas?
 152 ¿velocidad del autobús? ¿velocidad del pasajero? ¿cuántos semáforos hay en el
 153 camino?, etc...
 154 Dependiendo de la cantidad de variables el problema aumenta su complejidad, pero
 155 también permite que el estudiante pueda dar diferentes soluciones usando diferentes
 156 acercamientos los cuales le permiten usar variadas herramientas matemáticas que
 157 dependiendo del nivel educativo permitan resolver problemas mucho más complejos.

- 158
 159 2.4 Grupo IV de modelización

- 160 Particularmente en este grupo se combinan diferentes direcciones de modelado, que
 161 tienen una cosa en común: para ellos no hay fase entre la situación real y el modelo
 162 matemático. En consecuencia, no se realiza ninguna distinción en el modelo real o
 163 modelo de situación. Esto tiene que ver en parte con el tipo de problemas de modelado
 164 que se utilizaron en este contexto. En su mayoría, estos son problemas "realistas y
 165 complejos". (Pollak 1979 citado por Borromeo Ferri, 2006) Figura 6



166

167

Figura 6 Pollak (1979)

168 3. Conclusiones

169

170 El uso de modelización permite que los estudiantes relacionen las matemáticas con el
 171 mundo real, y así se den cuenta de la importancia que tienen en muchas áreas de la
 172 vida cotidiana, además que les da otro significado más significativo que el del
 173 aprendizaje tradicional con el pizarrón, el cuaderno y los libros de texto clásicos de
 174 matemáticas.

175 Pero hacer uso de la modelización en la enseñanza de las matemáticas demanda por
 176 parte de los profesores una planeación docente mucho más compleja, además que
 177 necesita recursos didácticos más amplios, desde conocimientos de otras áreas más
 178 allá de la matemática, como la física, química o computación además debe poder
 179 sortear más variables que en la enseñanza tradicional no se presentan, por lo que
 180 representa un reto tanto como para profesores, instituciones y sistemas educativos.
 181

182 Pero los resultados de las investigaciones permiten concluir que a pesar de todos lo
 183 anterior vale la pena arriesgarse a usar esta herramienta ya que los beneficios para
 184 los estudiantes son cuantiosos.

185

186

187 Referencias

- 188 Blum, W., & Leiss, D. (2005). Filling Up “-the problem of independence-preserving
 189 teacher interventions in lessons with demanding modelling tasks. En *CERME 4–
 190 Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in
 191 Mathematics Education* (pp. 1623–1633).
- 192 Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the
 193 modelling process. *ZDM*, 38(2), 86–95. <https://doi.org/10.1007/BF02655883>
- 194 Borromeo Ferri, R. (2017). Learning to teach mathematical modelling in secondary and
 195 tertiary education. En *AIP Conference Proceedings* (Vol. 1863, p. 320015). AIP
 196 Publishing LLC. <https://doi.org/10.1063/1.4992496>
- 197 Nesher, P., Hershkovitz, S., & Novotna, J. (2003). Situation Model, Text Base and What
 198 Else? Factors Affecting Problem Solving. *Educational Studies in Mathematics*. An

- 199 *International Journal*, 52(2), 151–176.
200 <https://doi.org/https://doi.org/10.1023/A:1024028430965>
201 Ortega Pons, M., & Puig Espinosa, L. (2015). Modelización de una situación real con
202 tabletas: el experimento de la pelota. *Modelling in Science Education and*
203 *Learning*, 8(2), 67. <https://doi.org/10.4995/msel.2015.3519>
204 Stender, P. (2017). The use of heuristic strategies in modelling activities. *ZDM -*
205 *Mathematics Education*, 50(1–2), 315–326. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0901-5>
206
207

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

APRENDIENDO MATEMÁTICAS HACIENDO INVESTIGACIÓN: UNA EXPERIENCIA CON ALUMNOS DE BACHILLERATO

Wilbert De Jesús López^{1*}, Juan Jesús Vivas Castro²

^{1,2}Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades. Av. 100 Metros Esq.
Fortuna, Magdalena de las Salinas, Gustavo A. Madero, C.P. 07760, México, D.F

AM-POAM060

Resumen

Desde su creación, el Colegio de Ciencias y Humanidades abrió un nuevo paradigma educativo basado en los principios de aprender a aprender, aprender a hacer y aprender a ser, y en un enfoque pedagógico centrado en el estudiante y su aprendizaje, considerando así, el proceso de aprendizaje no como una simple adquisición y acumulación de información, sino como un proceso dinámico que da pie al análisis y la reflexión, siendo el alumno autor y actor de su propio proceso. Esto implica que los estudiantes deben ser capaces de obtener, jerarquizar y validar información, utilizando instrumentos clásicos y tecnológicos para resolver con ello problemas nuevos, es decir, aprender a investigar. Sin embargo, surge la pregunta, ¿cómo podemos acercar a nuestros estudiantes a la investigación?

Actualmente existe una metodología conocida como Aprendizaje Basado en Investigación, donde se considera a la investigación como una herramienta del proceso enseñanza-aprendizaje, es decir, un medio para adquirir conocimiento. Usando esta metodología, se ha trabajado con alumnos del Colegio desarrollando diferentes proyectos de investigación en matemáticas, logrando que los estudiantes asuman una mayor autonomía y responsabilidad de su propio aprendizaje, así como aplicar, en proyectos reales, las habilidades y conocimientos adquiridos en su formación. La riqueza de la metodología es que permite al estudiante buscar y seleccionar las fuentes informativas, valorar opciones y tomar decisiones tanto individual como colaborativamente y el profesor pasa a ser guía y orientador en el proceso.

En este trabajo presentamos una descripción de los proyectos que los alumnos han desarrollado y los resultados que se han obtenido; además se muestran las ventajas y los retos que conlleva trabajar bajo esta metodología.

Palabras clave: Aprendizaje, Aprendizaje Basado en Investigación, Enseñanza, Investigación.

1. Introducción

Uno de los grandes desafíos de los profesores y de los investigadores en educación es, sin lugar a dudas, lograr que los estudiantes alcancen un aprendizaje significativo, es decir, conectar la información nueva con conocimientos previos y aplicar esos conocimientos en la generación soluciones a problemas de la vida cotidiana.

* Autor para la correspondencia. E-mail: wilbertjess@hotmail.com Tel. 55-37-05-77-87



44 Desde su creación en 1971, el Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH) abrió un
45 nuevo paradigma educativo basado en los principios de aprender a aprender, aprender
46 a hacer y aprender a ser, y en un enfoque pedagógico centrado en el estudiante y su
47 aprendizaje, en donde considera al estudiante como un individuo capaz de captar por
48 sí mismo el conocimiento y desarrollar una participación activa tanto en el salón de
49 clases como en la realización de trabajos de investigación y prácticas de laboratorios
50 (CCH, s.f.).

51 El modelo educativo del Colegio, plantea el desarrollo de un estudiante crítico que sea
52 capaz de obtener, jerarquizar y validar información, utilizando instrumentos clásicos y
53 tecnológicos para resolver con ello problemas nuevos, es decir, un alumno con
54 capacidad para desarrollar proyectos de investigación. Sin embargo, ¿cómo podemos
55 acercar a nuestros estudiantes a la investigación? Y más aún, ¿cómo desarrollar un
56 trabajo de investigación en matemáticas?

57 Actualmente existe una metodología conocida como Aprendizaje Basado en
58 Investigación (también conocida como *Investigación Formativa*), en donde se
59 considera a la investigación como una herramienta del proceso enseñanza-
60 aprendizaje, es decir, un medio para adquirir conocimiento (Vilá, Rubio & Berlanga,
61 2014). Con base a esta metodología, hemos trabajado con los alumnos del Colegio
62 para desarrollar proyectos de investigación, obteniendo resultados bastante
63 satisfactorios.

64 En los siguientes apartados presentamos una breve descripción sobre la metodología,
65 los proyectos de investigación desarrollados con los estudiantes y los resultados
66 obtenidos; además de mencionar las ventajas y los retos que conlleva trabajar bajo
67 esta metodología.

70 2. Metodología

71 La metodología conocida como Aprendizaje Basado en Investigación (Research
72 Based Learning), considera a la investigación como una herramienta del proceso
73 enseñanza-aprendizaje, es decir, un medio para adquirir conocimiento. El objetivo
74 principal no se enfoca en el producto de la investigación, sino aprender en el proceso,
75 en las posibilidades que supone su realización para poner en práctica y desarrollar
76 diferentes competencias.

77 De acuerdo con Blackmore y Fraser (2007), el Aprendizaje Basado en Investigación
78 puede mejorar el rendimiento académico, promover el aprendizaje sobre cómo
79 aprender y construir el nuevo conocimiento por uno mismo; sin embargo, las
80 habilidades de investigación no se aprenden únicamente mediante la observación, sino
81 que deben enseñarse, practicarse y criticarse (Wagner, 2014).

82



86 En la misma dirección, Amelia (2018), considera que la metodología es capaz de
87 brindar oportunidades para que los profesores integren la enseñanza y la investigación
88 simultáneamente, además de ser uno de los métodos de aprendizaje centrado en el
89 estudiante que integra la investigación en el proceso de aprendizaje, también
90 proporciona la oportunidad de poner en práctica y desarrollar diferentes competencias,
91 tales como el trabajo colaborativo, la capacidad para analizar puntos de vista
92 diferentes, la toma de decisiones, entre otras.
93

94 Según Parra (2004) la investigación formativa tiene dos características adicionales
95 fundamentales: es una investigación orientada por un profesor, como parte de su
96 función docente y los agentes investigadores no son profesionales de la investigación,
97 sino alumnos en formación. Con base a esta metodología se ha trabajado con grupos
98 de cuatro o cinco alumnos del Colegio desarrollando diferentes proyectos de
99 investigación en matemáticas, siguiendo los siguientes pasos:

- 100 1. *Generando la curiosidad.* En las clases se plantean preguntas que cautiven a
101 los alumnos a la investigación, incluso, algunos de ellos asisten a alguna plática
102 en donde se aborda algún tema que puede ser objeto de investigación.
- 103 2. *Conformación de los grupos de trabajo.* Dependiendo de su tema de interés, los
104 estudiantes eligen a sus compañeros con los que trabajarán durante el
105 desarrollo de la investigación.
- 106 3. *Interacción con el profesor para dudas y definición del tema.* El trabajo de
107 investigación se realiza en horario fuera de clases, por lo que los estudiantes
108 tienen que hacerse de un espacio para aclaración de dudas sobre el tema a
109 investigar. El profesor puede sugerir donde consultar y cual sería el camino a
110 seguir, pero los alumnos son los responsables de realizar el trabajo.
- 111 4. *Búsqueda, recolección y revisión de información.* La riqueza de la metodología
112 es que permite al estudiante buscar y seleccionar las fuentes informativas,
113 valorar opciones y tomar decisiones tanto individual como colaborativamente y
114 el profesor ser guía y orientador en el proceso. En este punto los alumnos
115 buscan información en la literatura sobre la problemática o el tema a investigar.
- 116 5. *Desarrollo del proyecto y reuniones con el profesor.* Dependiendo del tipo de
117 investigación, los alumnos diseñan los instrumentos necesarios para desarrollar
118 el proyecto. La investigación puede ser documental, experimental o de campo.
119 El desarrollo de la investigación se realiza por un periodo de dos semestres.
- 120 6. *Redacción del trabajo.* Los equipos entregan un documento en donde presenten
121 un análisis descriptivo e inferencial de los resultados obtenidos durante la
122 investigación.
- 123 7. *Presentación del trabajo.* Los alumnos presentan su trabajo en algún evento
124 académico, tales como el Foro de Jóvenes Hacia la Investigación y el Concurso
125 Feria de las Ciencias, ambos eventos realizados por la Universidad Nacional
126 Autónoma de México.



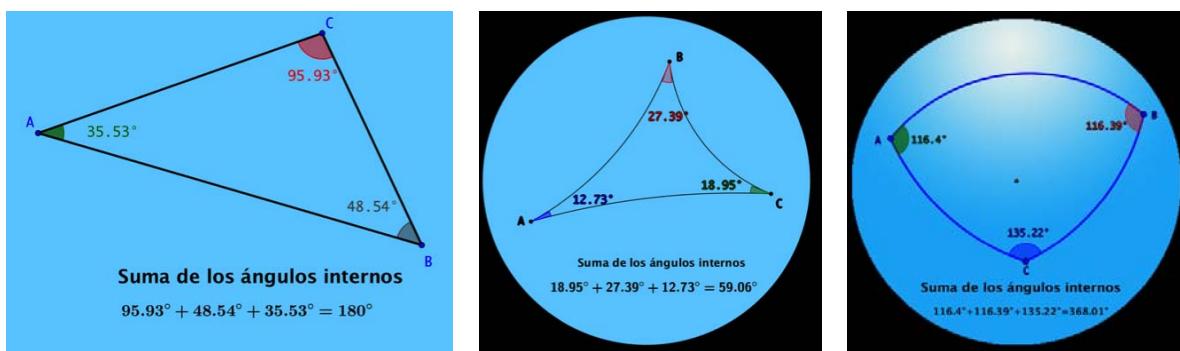
128 El año pasado se desarrollaron cuatro proyectos de investigación con alumnos de
 129 primer y segundo semestre del CCH Vallejo: uno de desarrollo tecnológico, uno
 130 experimental y dos documentales; además, en este año seguimos trabajando bajo la
 131 metodología de Aprendizaje Basado en Investigación en tres proyectos más. En el
 132 siguiente apartado describimos en qué consiste cada uno.

133
 134 **3. Resultados y análisis**
 135

136 *3.1 ¿La suma de los ángulos internos de un triángulo es 180°?*

138 En el proyecto de investigación *¿La suma de los ángulos internos de un triángulo es*
 139 *180°?* Los alumnos realizaron una extensa revisión bibliográfica sobre las geometrías
 140 euclidianas y no euclidianas, y con base a ella, mostrar que cada una tiene sus
 141 peculiaridades, siendo una de ellas que la suma de los ángulos internos de un triángulo
 142 puede ser menor, igual o mayor a 180°.

143 Para visualizar esta propiedad, los alumnos trabajaron en Geogebra construyendo
 144 Applets (ver Fig. 1), que permitieran analizar esta propiedad usando un modelo de la
 145 Geometría Plana (Plano Euclidiano), Geometría Hiperbólica (Disco de Poincaré) y la
 146 Geometría Esférica (Plano Proyectivo).



149
 150 **Fig. 1. La suma de los ángulos internos de un triángulo en la Geometría Euclidiana,**
 151 **Hiperbólica y Esférica, respectivamente.**

152 Este trabajo fue presentado por los alumnos en el Concurso Feria de las Ciencias 2018
 153 obteniendo el primer lugar en la categoría de Diseño Tecnológico.

154 *3.2 Modelando el crecimiento de la población mexicana con una función lineal.*

155 En este proyecto los alumnos plantearon modelar algún fenómeno de la vida real
 156 empleando una función lineal. Se le sugirió revisar diferentes bases de datos, siendo
 157 uno de ellos la del INEGI, observaron que la población mexicana desde 1970 a 2015
 158 sigue un crecimiento aproximadamente lineal. Así que aplicando el método de mínimos
 159 cuadrados con ayuda de Excel, obtuvieron el siguiente modelo lineal,

163

$$\hat{y}(z) = 1,565,000z + 49,050,000, \quad \text{con } z = 0,1,2, \dots, 45$$

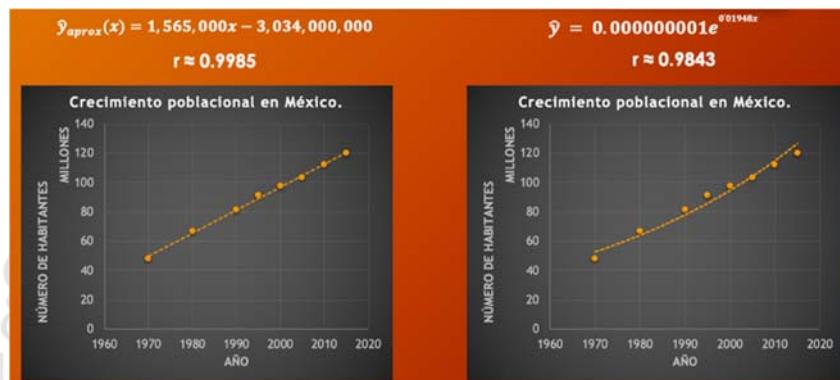
164 en donde $z = 0$ corresponde al año 1970.

165

166 Compararon su modelo con el modelo exponencial, obteniendo que el modelo lineal
 167 se ajustaba mejor a los datos, puesto que el coeficiente de correlación era más cercano
 168 a 1 (ver Fig. 2).

169

170



171

172 Fig. 2. Modelando el crecimiento de la población mexicana desde
 173 1970 a 2015, usando un modelo lineal y exponencial.

174

175 De los resultados obtenidos, concluyeron que en este periodo, la población creció en
 176 promedio, alrededor de 1.5 millones de personas al año y que en 2018 había en el país
 177 alrededor de 125 millones de mexicanos.

178

179 Este proyecto obtuvo el tercer lugar en la categoría de Investigación Experimental, en
 180 el Concurso Feria de las Ciencias 2018.

181

182 3.3. ¿Por qué menos por menos da más? Una mirada en la historia matemática

183

184 La idea de este proyecto inició en la clase de matemáticas, cuando se abordó el tema
 185 operaciones con números enteros. Se inició la clase con las siguientes preguntas ¿se
 186 acuerdan de la ley de los signos?, ¿qué dice esta ley? Y ¿saben porqué menos por
 187 menos da más? Las primeras dos preguntas fueron respondidas rápidamente, en
 188 cambio, la tercera generó un silencio; sin embargo, hubo alguien que respondió ¡Así
 189 nos enseñaron en la secundaria! De aquí surgió la idea de dejar que los alumnos
 190 investigaran cómo surgió la necesidad de trabajar con los números negativos y los
 191 intentos que hubo a lo largo de la historia sobre dar una explicación de por qué menos
 192 por menos da más.

193

194 Los alumnos revisaron varios libros de Historia de las Matemáticas encontrando que
 195 el origen de la ley de los signos fue enunciado por primera vez por Diofanto alrededor
 196 del año 300 d.C. y luego por Brahmagupta en el siglo VII. Posteriormente, analizaron



197 los diferentes intentos que hubo en la historia para justificar porqué menos por menos
198 da más, empezando por Stevin, Euler, Laplace, Cauchy, Felix Klein, Crowley y Dunn.
199 Este último presenta una demostración más formal que la realizada por Laplace.

200
201 Del análisis realizado, presentaron dos propuestas para justificar la ley de los signos
202 en el bachillerato, la prueba de Laplace y la de Klein, debido a que son muy intuitivas.
203

204 Este proyecto fue presentado en el Concurso Feria de las Ciencias 2018, obteniendo
205 el tercer lugar en la categoría de investigación documental.

206
207 *3.4 Deduciendo las ecuaciones de caída libre a partir del trabajo de Galileo*
208

209 El objetivo de este proyecto fue mostrar que a partir del trabajo de Galileo, usando la
210 definición de movimiento uniformemente acelerado es posible deducir las ecuaciones
211 de velocidad-tiempo y posición-tiempo de un cuerpo en caída libre; contrario a lo que
212 se plantea en la mayoría de los libros de Física de secundaria y bachillerato, en donde
213 primero se enuncian las ecuaciones de la cinemática y la caída libre se introduce como
214 un ejemplo para aplicar estas fórmulas.

215
216 A partir del análisis del trabajo de Galileo “*Diálogos acerca de dos nuevas ciencias*”
217 publicada en 1638, los alumnos obtuvieron las ecuaciones de velocidad-tiempo y
218 posición-tiempo de un cuerpo en caída libre. Además, durante la revisión de la obra
219 encontraron un argumento bastante interesante sobre porqué la caída libre se puede
220 modelar usando la definición de movimiento uniformemente acelerado, y un argumento
221 bastante sencillo de porqué los cuerpos caen a la misma velocidad e
222 independientemente de sus pesos.

223
224 Más aún observaron que tanto la caída libre, la función cuadrática y los números
225 impares tienen una relación entre sí, algo que nunca antes habían visto o estudiado,
226 porque regularmente los temas se ven de forma atomizada, es decir, no se busca
227 relacionarlas con otras áreas; por ejemplo, en Física se estudia el movimiento, en
228 Matemáticas los números impares, y posteriormente, la función cuadrática, pero no
229 todo en conjunto; sin embargo, al realizar este proyecto, los estudiantes observaron
230 que todo se puede analizar en conjunto y que eso puede dar mayor significado a lo
231 que están aprendiendo, incluso, que temas tan sencillos siempre tienen relación con
232 algún fenómeno físico, como el concepto de área.

233
234 Los resultados obtenidos en este proyecto pasaron a la etapa final del Concurso Feria
235 de las Ciencias 2018, en la categoría de Investigación Documental; sin embargo, no
236 se obtuvo ningún lugar. A pesar de ello, los estudiantes se mostraron satisfechos por
237 la experiencia y todo lo aprendido durante el desarrollo de la investigación.

238
239



240 *3.5 Proyectos en desarrollo*

241

242 Actualmente se están trabajando en tres proyectos de investigación con alumnos de
243 segundo semestre. En el primero se planteó determinar la braquistócrona, es decir, la
244 curva de más rápido descenso aplicando la ley de Snell y el software de Geogebra, sin
245 el uso de conceptos de Cálculo Diferencial e Integral. El segundo, es una continuación
246 del trabajo sobre la geometría esférica, pero ahora se enfocó en diseñar el modelo del
247 plano proyectivo en 3D usando Geogebra. En el último proyecto, se está llevando una
248 investigación de campo, en donde los alumnos realizan una encuesta a profesores de
249 matemáticas de bachillerato de la UNAM sobre si el resultado de cero a la cero sigue
250 estando en discusión.

251

252 **4. Conclusiones**

253

254 Una de las principales ventajas de trabajar bajo el enfoque de Aprendizaje Basado en
255 Investigación, es que los estudiantes asumen una mayor autonomía y responsabilidad
256 de su propio aprendizaje, así como aplicar, en proyectos reales, las habilidades y
257 conocimientos adquiridos en su formación.

258

259 Como lo menciona Gamboa (2012), las actividades de investigación en el aula,
260 favorecen la motivación en los estudiantes, son un estímulo en su proceso de
261 formación y además favorecen la autoestima, la automotivación, la construcción
262 colectiva del conocimiento y el trabajo en equipo; aunado a ello, también se desarrolla
263 la interdisciplinariedad, se integra el uso de las Tecnologías de la Información y
264 Comunicación, y por supuesto, se propicia el desarrollo de un pensamiento crítico.

265

266 El Aprendizaje Basado en Investigación es un enfoque multifacético que permite
267 organizar una variedad de estrategias para conectar la investigación, la enseñanza y
268 el aprendizaje; sin embargo, requiere de bastante tiempo y esfuerzo por parte del
269 profesor para darle seguimiento al trabajo realizado por los estudiantes.

270

271 La riqueza que nos brinda el Aprendizaje Basado en Investigación ha tenido
272 reconocimiento desde hace muchas décadas; no obstante, todavía no se adopta como
273 método de enseñanza por parte de los profesores en el nivel bachillerato, por lo que
274 se sigue manejando como algo extracurricular en muchas instituciones educativas,
275 incluso, en el Colegio de Ciencias y Humanidades.

276

277 **Agradecimientos**

278

279 Los autores agradecen a la Universidad Nacional Autónoma de México, que a través
280 del proyecto INFOCAB PB101619 “Desarrollo de proyectos de investigación
281 multidisciplinario con alumnos”, ha otorgado el apoyo para los trabajos de investigación
282 que se están desarrollando actualmente en el Colegio.



283 **Referencias**

284

285 Amelia, T. (2018). The Implementation of Research-based Learning on Biology
286 Seminar Course in Biology Education Study Program of FKIP UMRAH. *IOP*
287 Conference Series: Materials Science and Engineering. 335. 012095.
288 doi:10.1088/1757-899X/335/1/012095.

289 Blackmore, P. & Fraser, M. (2007). *Researching and teaching*. UK: McGraw-Hill
290 International.

291 CCH. (s. f.). *Modelo educativo del Colegio de Ciencias y Humanidades*. México.

292 Gamboa, M. & García, Y. (2012). Aprender haciendo en investigación como estrategia
293 de aprendizaje. *Revista De Investigaciones UNAD. Educación A Distancia Y*
294 *Equidad*. 11 (2) 77-93.

295 Parra, C. (2004). Apuntes sobre la investigación formativa. *Educación y Educadores*.
296 7, 57-78.

297 Vilá, R., Rubio, MJ. y Berlanga, V. (2014). La investigación formativa a través del
298 aprendizaje orientado a proyectos: una propuesta de innovación en el grado de
299 pedagogía. *Innovación educativa*, 24, 2014: pp. 241-258.

300

301 Wagner, G. (2014). Research-Based Learning. In: Quave C. (eds) *Innovative*
302 *Strategies for Teaching in the Plant Sciences*. Springer, New York, NY.

MATERIALES DIDÁCTICOS PARA LA ENSEÑANZA DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

Sergio Moreno Monroy^{1,*}

¹Instituto Superior de Ciencias de la Educación del Estado de México, Ex Rancho Los Uribe s/n, Col. Santa Cruz Atzcapotzaltongo, Toluca, Edo. de México.

I-POAM061

Resumen

Al analizar el currículo del bachillerato general en educación media superior (SEP, 2018), la educación se enfoca en competencias basado en un aprendizaje activo estableciendo estrategias creativas e innovadoras para poder entender el significado de los conceptos estudiados se utilizan diferentes estrategias pedagógicas que involucren una transversalidad interdisciplinaria, enfatizando que este tipo de aprendizajes tiene que ir más allá de lo tradicional es decir ser críticos, establecer juicios o debates sobre o aprendido entre alumno – profesor con la finalidad de obtener un lenguaje matemático cuyo valor significativo se refleje en la solución de tareas matemáticas.

Se puede notar que con base en la experiencia que la enseñanza innovadora con que el uso de materiales didácticos para el área de las matemáticas permite el interés del alumno ya que puede interactuar con objetos manipulables, donde a través de una enseñanza probablemente producirá un razonamiento significativo sobre los conocimientos teóricos adquiridos en la práctica educativa.

Al hablar de estrategias pedagógicas que pretende el nuevo modelo educativo y cuyo producto sea la obtención de diversas habilidades matemáticas, se incluye en este trabajo de investigación los procesos de aprendizaje que utiliza el modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele.

La estructura de este modelo es de una espiral utilizando la acción-reflexión-acción y vuelta a la acción, cuyas actividades se aplican por medio de fases siendo estas flexibles y relativos al contexto que se desarrolle (Goncalves, 2006), (Haldane, 2011), (Jiménez, 2017), (Perera, 2001).

El comprender los aprendizajes significativos flexibles y relativos al contexto del Teorema de Pitágoras puede permitir la construcción de segmentos, ángulos, áreas y magnitudes, característica básica que se requieren en el nivel de educación media superior a fin de facilitar los procesos de enseñanza de las matemáticas con un enfoque geométrico.

Palabras clave: aprendizaje, lenguaje, tareas, habilidades, Pitágoras, enseñanza.

1. Introducción

Se puede entender (Flores & Juárez, 2017), que con ayuda de materiales didácticos se pueden obtener aprendizajes significativos que influyen en la enseñanza de los estudiantes a través de diversas estrategias de aprendizaje al realizar un análisis empírico sobre los materiales empleados, además de que se construyen las competencias que demanda el nuevo currículo de educación media superior.

De tal manera que la problemática de la situación contextual es ¿Cómo influyen los materiales didácticos en la enseñanza del Teorema Pitágoras para estudiantes de bachillerato? y nuestro objetivo general se manifiesta en la influencia de la enseñanza del Teorema de Pitágoras con el apoyo de materiales didácticos en estudiantes de bachillerato.



48
49 A través de lo mecánico (Falconi & Hoyos, 2005), lo instrumental es decir de lo tangible
50 lo irregular, lo construible representa una conciencia geométrica que nos propone una
51 manera positiva en el aprendizaje significativo de las matemáticas y poder transmitir
52 una adhesión del conocimiento a través de figuras geométricas para diferentes
53 diversos contextos matemáticos donde se involucra el Teorema de Pitágoras.
54 A través de lo manipulativo (Duval & Sáenz, 2016), de lo abstracto con figuras
55 geométricas se determina un razonamiento matemático que se manifiesta en el aula
56 de clases a través de un lenguaje natural involucrando así los comentarios que pueden
57 surgir en el constructo del conocimiento que solo se logra a través de la deducción
58 válida.
59 Al utilizar las figuras manipulables del Cuadrado de Arquímedes (Muñoz, 2011), se
60 tiene una alternativa como estrategia de enseñanza siendo los alumnos utilizan su
61 creatividad, razonamiento lógico, comprensión de conceptos y desarrollo de
62 competencias, cuyo aprendizaje se ve reflejado en la resolución de tareas matemáticas
63 a partir de materiales abstractos.
64 Se realiza una investigación cualitativa (Martínez, 2006), con la intención de identificar
65 las diferentes manifestaciones de la realidad y poder idear una estructura coherente-
66 lógica aplicando un modelo o teoría que nos apoye en integrar información de lo
67 acaecido.

68
69 **2. Metodología o desarrollo**
70
71 El grupo de trabajo se refiere a 33 alumnos de segundo grado, pertenecientes a la
72 Escuela Preparatoria Oficial Número 138, de la comunidad de San Pedro el Alto
73 ubicada en el municipio de San Felipe del Progreso, Estado de México, que
74 pertenecieron al ciclo escolar 2017-2018 durante el tercer semestre.

75
76 La teoría de Van Hiele sobre los niveles de pensamiento Geométrico determina la
77 apariencia del fenómeno matemático que es una característica clave del nivel cero
78 (Barrera Mora & Reyes Rodríguez, 2015), donde los sentidos logran una visualización
79 o reconocimiento de las figuras geométricas didácticas sin que estos desarrollen de
80 forma explícita sus propiedades de tal forma que su lenguaje geométrico del estudiante
81 se construye a través de la experiencia. Cada nivel se apropiá de cinco propiedades
82 básicas llevando un orden establecido para el aprendizaje del teorema de Pitágoras:
83 1. Secuencia fija una seriación, 2. Adyacencia, de lo implícito a lo explícito, 3.
84 Distinción, símbolos lingüísticos y su propia red de relaciones, 4. Separación, del
85 razonamiento matemático - lenguaje. 5. Logro, el proceso de aprendizaje que lleva a
86 un entendimiento completo, puede pasar al siguiente nivel, ver Fig. (1).
87

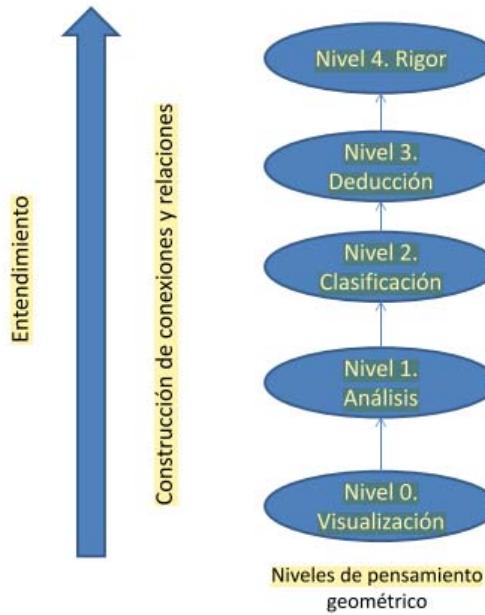


Figura 1. Niveles del pensamiento geométrico y su relación con el entendimiento

3. Resultados y análisis

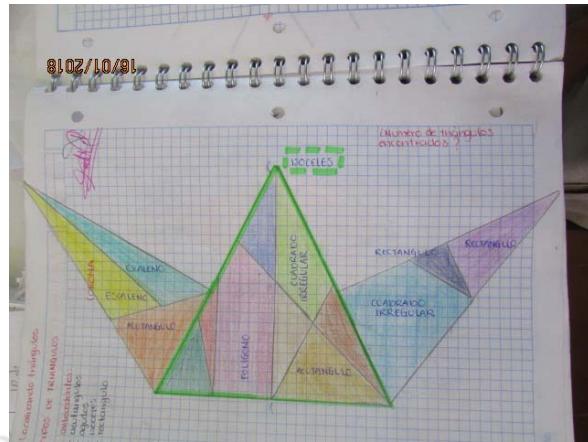
Nivel uno de información e indagación para establecer una discusión de interés, vislumbrando en el estudiante una percepción, establecemos un criterio sobre la construcción de una figura geométrica con el apoyo del cuadrado de Arquímedes, ver Fig. (2).



Figura 2. Manipulación de materiales didácticos geométricos

Hablar sobre las respuestas que se tienen al contexto planteado, se retoma el material didáctico para visualizar los conceptos matemáticos que se tienen al construir figuras

102 geométricas y fortalecer los conceptos que se tiene sobre los tipos de triángulos, ver
 103 Fig. (3).
 104



105
 106 **Figura 3. Construcción de la estructura de un barco**
 107

108 Nivel dos los estudiantes exploran un escenario didáctico utilizando pensamientos
 109 geométricos relevantes para cada nivel de aprendizaje, donde el profesor diseña
 110 preguntas que tengan una respuesta concreta con la conexión de la reflexión, la
 111 manipulación de objetos, el diseño, habilidades cognitivas, axiomas, proposiciones, la
 112 transmisión de ideas sobre diferentes construcciones geométricas para particularizar
 113 las tareas.

114
 115 Al hacer alusión a la Fig. (4), se trata de la construcción de los cuadrados que existen
 116 en cada uno de los catetos del triángulo rectángulo central, pieza que corresponde al
 117 cuadrado de Arquímedes al igual que las figuras que forman el cuadrado del cateto
 118 opuesto (lado izquierdo), es decir estamos utilizando cinco piezas de las catorce que
 119 tiene nuestro material didáctico, por tal motivo encontramos un hallazgo sobre la
 120 reflexión y creatividad para formar el cuadrado que se encuentra en el cateto opuesto
 121 manifestando habilidades en el armado de un cuadrado a partir de triángulos y un
 122 cuadrado irregular, para posteriormente ir construyendo el cuadro de la hipotenusa
 123 complementado con el cateto adyacente, previo a ello utilizamos el conocimiento de
 124 manera cíclica es de decir durante la práctica armamos el rompecabezas cuantas
 125 veces sea posible y trazamos el bosquejo del triángulo de Pitágoras para poder
 126 comprobar la proposición de “la suma del área de los cuadrados de los catetos es igual
 127 al área del cuadrado de la hipotenusa”.

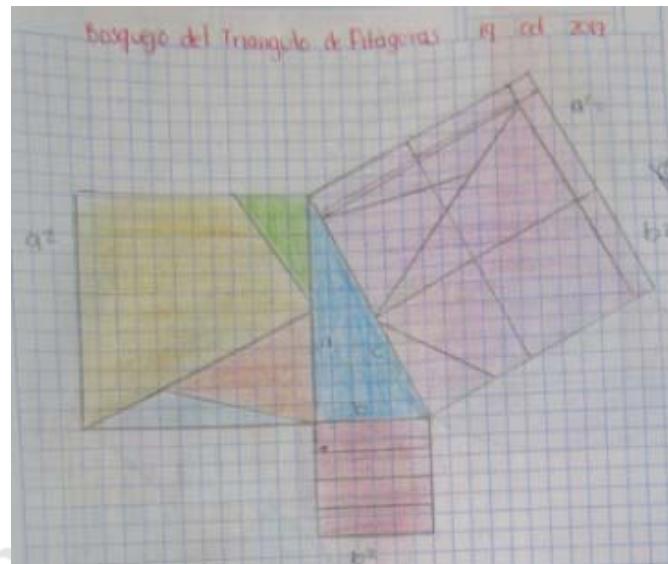


Figura 4. Práctica comprobación del Teorema de Pitágoras

128
129
130

131 Durante el nivel tres de explicitación o explicación utiliza un lenguaje técnico
 132 relacionado a la materia para poder entender el fenómeno matemático ahora los
 133 estudiantes expresan e intercambian sus puntos de vista para complementar sus
 134 conclusiones obtenidas.

135 Al trabajar con figuras manipulativas y la construcción de figuras geométricas se tiene
 136 el supuesto de la compresión del teorema de Pitágoras ya que se utilizan términos
 137 como cateto opuesto, cateto adyacente, triángulos, ángulos, semejanza, hipotenusa,
 138 magnitudes y simbología conceptos básicos para la resolución de tareas matemáticas,
 139 ver Fig. (5).

140

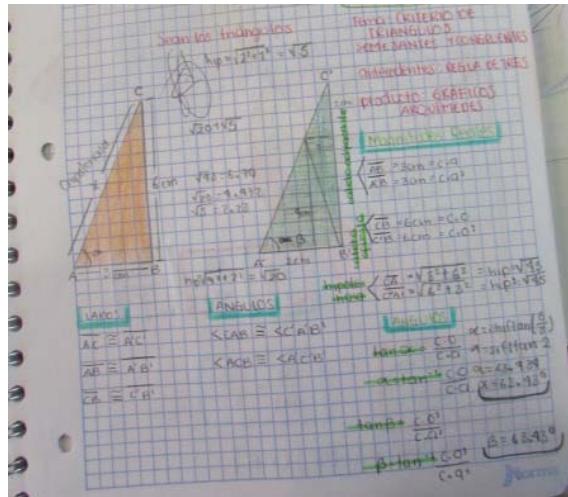


Figura 5. Actividad sobre la obtención de magnitudes reales

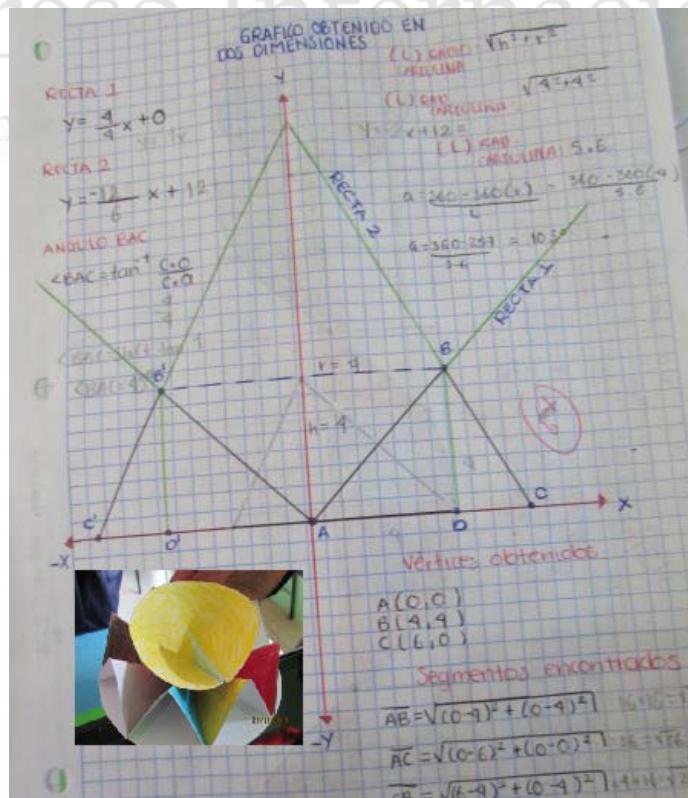
141
142
143

144 Nivel cuatro de orientación libre ahora el estudiante aprende, ejecuta ejercicios que
 145 tienen diferentes soluciones, entonces se promueve la construcción de conexiones
 146 complejas de estructuras mentales entre conceptos y procesos matemáticos, la
 147 práctica permite explorar, formular conjeturas y justificar relaciones, en esta fase las
 148 conexiones y relaciones entre los objetos matemáticos empiezan a ser explícitas para
 149 los estudiantes.

150

151 Al obtener un entendimiento geométrico del Teorema de Pitágoras la percepción del
 152 alumno cambia hacia la aplicación contextual de los triángulos rectángulos, la conexión
 153 de los ángulos que existen y que ahora son explícitos, que se determinan a través de
 154 la razón trigonométrica tangente que utiliza las variables de los catetos, entonces el
 155 alumno en combinación del material didáctico puede tratar de resolver un escenario
 156 didáctico sobre la construcción de una figura geométrica en tres dimensiones para
 157 poder articular la obtención de magnitudes, pendiente y ángulos, ver Fig. (6).

158



159

Figura 6. Construcción de un paraboloid a partir de triángulos rectángulos

160

4. Conclusiones

161 Los materiales didácticos pueden influir en la comprensión de los conceptos
 162 básicos del Teorema de Pitágoras a través de un análisis cílico exhaustivo.

- 165 La construcción de escenarios didácticos posibilita un lenguaje técnico al
166 referirse a fenómenos matemáticos que impliquen triángulos rectángulos de
167 acuerdo a su composición como los son ángulos, catetos, magnitudes,
168 segmentos, etc.
- 169
- 170 Los niveles del entendimiento de Van Hiele pueden adaptarse aún más para
171 poder generar diferentes tipos de aprendizajes significativos en los alumnos.
- 172
- 173 El uso de un material didáctico para diversas actividades genera una aceptación
174 de los alumnos hacia sus piezas manipulables.

Referencias

Tesis

- Jiménez, M. (2017). *Estudio de la integral definida, un acercamiento a través de la función de acumulación*. Tesis de doctorado, CINVESTAV, México.

Información en línea

- Barrera Mora, F., & Reyes Rodríguez, A. (2015). La teoría de Van Hiele: Niveles de pensamiento Geométrico. *PADI Boletín Científico de Ciencias Básicas e Ingenierías Del ICBI*, 3(5). <https://doi.org/10.29057/icbi.v3i5.554>
- Duval, R., & Sáenz, A. (2016). *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas*. Bogotá: Editorial Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Recuperado de http://die.udistrital.edu.co/sites/default/files/doctorado_ud/publicaciones/comprendion_y_aprendizaje_en_matematicas_perspectivas_semioticas_seleccionadas.pdf
- Falconi, M., & Hoyos, V. (2005). *Instrumentos y matemáticas. Historia, fundamentos y perspectivas educativas* (1a, 2005 ed.). Universidad Nacional Autónoma de México, Universidad Pedagógica Nacional. Recuperado de <http://www.libros.unam.mx/digital/V8/39.pdf>
- Flores, G., & Juárez, E. de L. (2017). Aprendizaje basado en proyectos para el desarrollo de competencias matemáticas en Bachillerato. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 19(3), 71–91. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.24320/redie.2017.19.3.721>
- Goncalves, R. (2006). ¿Por qué los estudiantes no logran un nivel de razonamiento en la geometría? *Revista Ciencias de La Educación*, 1(27), 83–98. Recuperado de <http://servicio.bc.uc.edu.ve/educacion/revista/volln27/27-5.pdf>
- Haldane, P. (2011). *El Teorema de Pitágoras construcción de algunos recursos didácticos*. Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia. Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/4613/13/patriciohaldaneacevedo.2011.pdf>

- 205 • Martínez, M. (2006). La investigación cualitativa (síntesis conceptual). *Revista de*
206 *Investigación En Psicología*, 9(1), 123–146. Recuperado de
207 <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2238247>
- 208 • Muñoz, J. F. (2011). *El stomachion de Arquímedes para la enseñanza de la*
209 *resolución de triángulos rectángulos y oblicuángulos y la verificación de ciertas*
210 *relaciones trigonométricas en el grado décimo*. Tesis de maestría, Universidad
211 Nacional de Colombia. Recuperado de
212 <http://bdigital.unal.edu.co/4692/1/TesisMSc.pdf>
- 213 • SEP. (2018). Nuevo currículo de la educación media superior, campo disciplinar de
214 matemáticas, bachillerato general. *Nuevo Modelo Educativo*, 151. Recuperado de
215 <http://www.sems.gob.mx/curriculoems/planes-de-estudio-de-referencia>
- 216

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

MATEMÁTICAS Y ELECTROMAGNETISMO

Pedro Guzmán Tinajero^{1*}, Aide Castro Fuentes², Celina Elena Urrutia Vargas³ y
Víctor Hugo Hernández Gómez⁴

¹Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. Carretera Cuautitlán-Teoloyucan Km
2.5 Cuautitlán Izcalli, Estado de México.

²Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán.

³ Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán.

⁴ Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán.

EA-POAP037

Resumen

El electromagnetismo es un área del conocimiento que se sustenta en las matemáticas. Sin embargo, en diversas ocasiones los alumnos presentan un rezago no solo en la parte matemática en sí, sino en los propios conceptos, arrancando desde las operaciones básicas: suma, resta, multiplicación y división.

El presente trabajo tiene como objetivo presentar experiencias de los autores al comenzar sus cursos con un repaso elemental de las definiciones matemáticas, que en el caso del electromagnetismo demuestran la percepción equivocada del número cero como una ausencia en vez de lo que debe ser correcto: un equilibrio.

Se presenta un breve repaso de los conceptos que se abordan en el curso hasta llegar a los conceptos del electromagnetismo. Lo cual ha beneficiado en la mejor comprensión de los conceptos electromagnéticos y con ello la mejor eficiencia terminal del curso.

Palabras clave: Electromagnetismo, Matemáticas, Operaciones básicas, Cero, Ingeniería, Derivada.

1. Introducción

La enseñanza del electromagnetismo se sustenta en fuerte medida en las matemáticas, no resulta desconocido que para la aplicación de diversas leyes o principios es necesario que los alumnos posean algunos conocimientos elementales de álgebra y cálculo. Cuando los alumnos no poseen tales conocimientos las probabilidades de éxito disminuyen considerablemente.

Sin embargo, en la experiencia de los autores, en muchas ocasiones los conceptos elementales no se encuentran bien definidos en la cabeza de los discípulos. En otras palabras poseen principios equivocados que se remontan a las operaciones elementales: Suma, Resta, Multiplicación y División por mencionar algunas. Esta situación permea a las licenciaturas y con ello a las áreas del conocimiento como la que nos ocupa: Electromagnetismo.



46 **2. Metodología o desarrollo**

47

48 En la metodología propuesta se considera comenzar los cursos definiendo algunos
49 elementos y operaciones básicas, posteriormente se van desarrollando hasta alcanzar
50 los objetivos de cada tema, como muestra, exemplificaremos de una manera resumida
51 –por las características de este artículo- las bases de las ecuaciones de Maxwell.

52

53

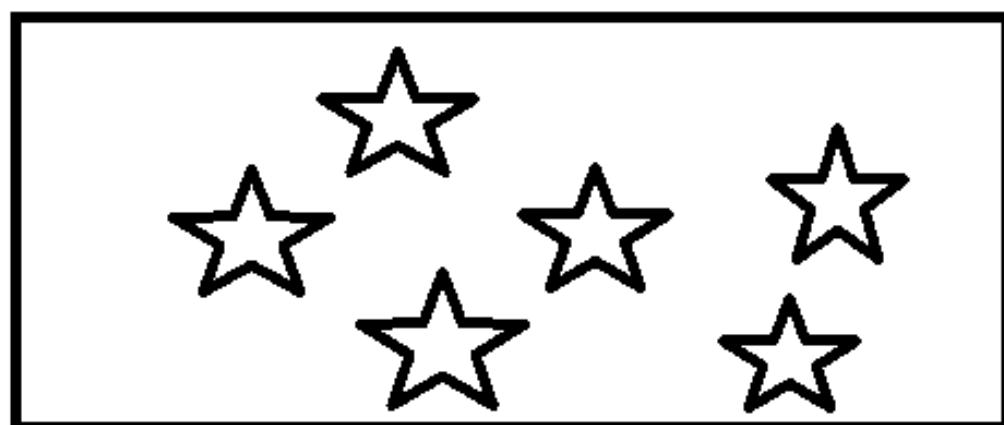
54 **2.1 Elementos y operaciones básicas**

55

56 **2.1.1 Elementos y conjuntos**

57

58 Definamos elemento como esa unidad base, de cualquier universo. Esto no quiere
59 decir que sea pequeño, por ejemplo en una manada de elefantes un elemento sería
60 un paquidermo. Cuando definimos un territorio, real o ficticio donde agrupamos
61 elementos podemos definir ese territorio como conjunto. Fig. (1).



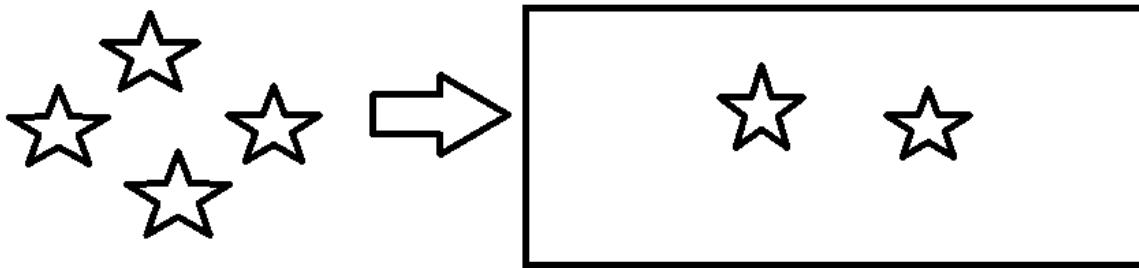
62

63 **Figura 1. Conjunto con elementos**

64 **2.1.2 Suma y resta**

65 Si agregamos elementos a un conjunto diremos que estamos juntando o sumando. Por
66 otro lado si quitamos o sustraemos elementos de un conjunto se puede indicar que
67 estamos restando o sustraendo. Esta ha sido la definición clásica de los alumnos al
68 cuestionarles al respecto al inicio de los cursos, sin embargo, falta algo que resulta
69 muy importante: Es necesario que estos elementos tengan al menos una característica
70 común.

71 Aunque parezca obvio, la característica común en estos conjuntos, es algo que los
 72 alumnos olvidan de manera cotidiana, y este es uno de los puntos que comienzan a
 73 generar conflicto en la solución de los problemas. Aprendemos a sumar y con ello
 74 comenzamos las operaciones básicas de las matemáticas. Fig. (2).

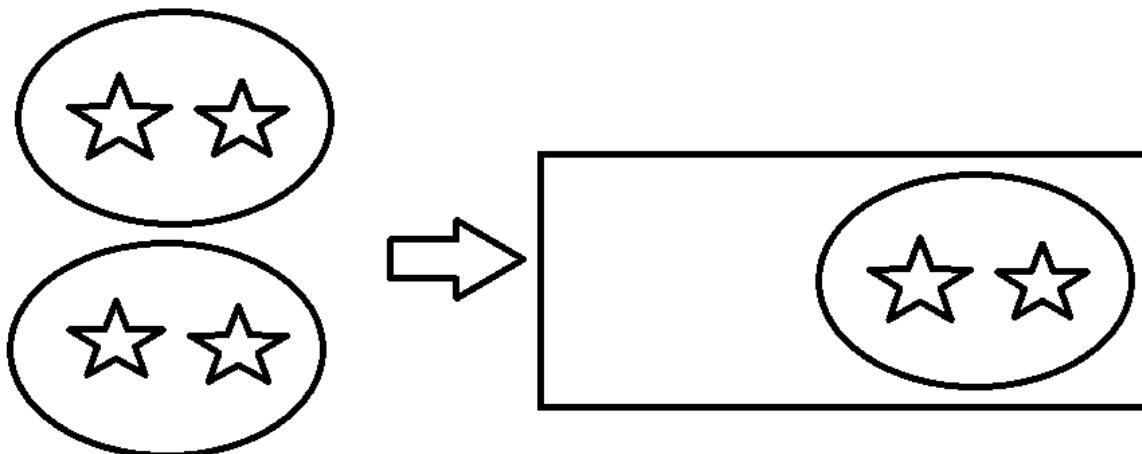


Congreso Internacional

Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

2.1.3 Multiplicación y división

79 Cuando se agregan o suman paquetes con conjuntos se puede hablar de una
 80 multiplicación o producto, en cambio cuando se quitan o restan paquetes de elementos
 81 o conjuntos se habla de una división o cociente. Se puede considerar que la
 82 multiplicación y la división son evoluciones de la suma y la resta. Fig. (3).

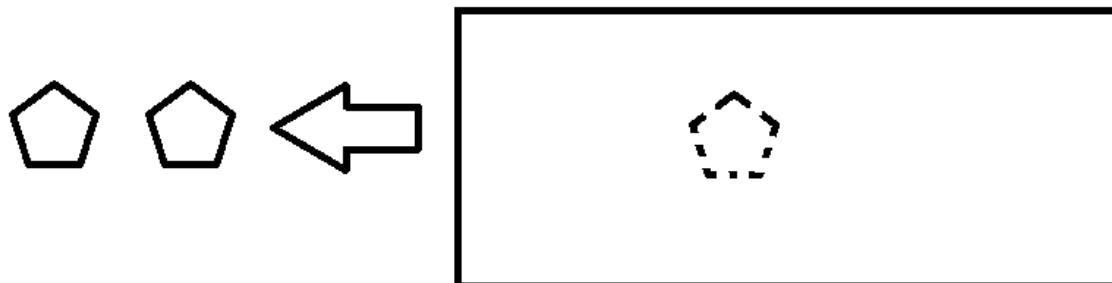


83
 84 **Figura 3. Multiplicación o suma de paquetes de elementos**

85 Así pues cuando se enseña la multiplicación se habla de las famosas tablas de
 86 multiplicar y por el otro lado la división donde nos enseñan el tradicional “pastel entre
 87 tres niños”. Esta operación (la división), genera conflicto con los alumnos porque no
 88 alcanzan a entender ¿cómo se le pueden restar niños a un pastel?. Partiendo la idea
 89 de que la división es una evolución de la resta. Adicionalmente el hecho de que la
 90 división o multiplicación se aplique con un número negativo resulta inconsistente o
 91 difícil de entender con la forma tradicional para niños de 7 u 8 años, que es en
 92 promedio cuando se enseña.

93 2.1.4 Números negativos

94 Evidentemente existe un conflicto con los números negativos desde la perspectiva de
 95 su naturaleza en los infantes. Por ejemplo, todos entendemos que si a un conjunto de
 96 dos lápices se le quita uno, entonces quedará como resultado un lápiz, pero ¿qué
 97 sucedería si a ese mismo conjunto de dos se le quitaran tres lápices?, el resultado de
 98 un lápiz negativo nos complica la existencia. Este problema se deriva de la percepción
 99 del cruce con cero, hacia el lado izquierdo de la recta conocido como negativo,
 100 entonces las cantidades negativas ¿Son antimateria?. Fig. (4).



101
 102 **Figura 4. Restar tres elementos a un conjunto de solo dos nos daría un valor negativo**

103 Complicando más las cosas, como mencionamos anteriormente, se puede multiplicar
 104 o dividir por un número negativo, esto cambia todo el panorama, reflejado en primera
 105 instancia con las leyes de los signos y las diferentes aplicaciones que se pueden dar
 106 a este tipo de operaciones.

107 Sin duda alguna un factor importante para entender el concepto real de los números
 108 negativos es el término cero. El cual en la enseñanza tradicional se considera como la
 109 inexistencia de elementos en un conjunto, lo cual es más que distante de la realidad,
 110 como veremos más adelante.

111 2.1.5 El número cero

112 De acuerdo a Duque (2013) (citado por Rodríguez, 2017), el cero surge, en gran parte,
113 gracias a un sistema posicional, dándole valor a la cifra de acuerdo a la posición que
114 ocupen. Mientras que para los mayas y los incas era considerado como algo tangible
115 significaba principio y final, a diferencia del cero considerado en la cultura occidental
116 como “vacío” o “ausencia”.

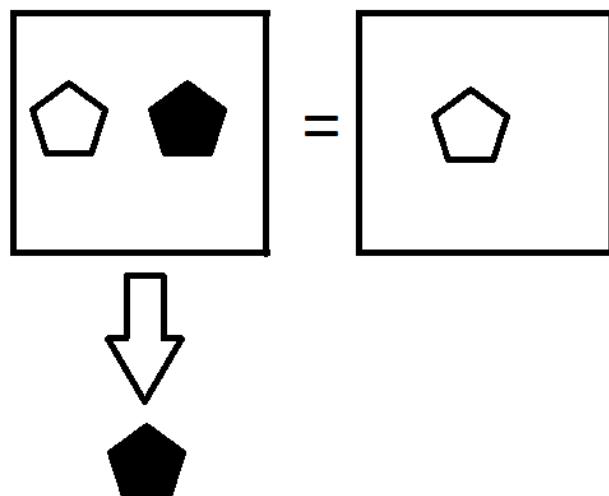
117 Históricamente en México se ha creído que el cero es un conjunto vacío, sin embargo,
118 algunas consideraciones matemáticas como las leyes de los signos resultarían
119 inconsistentes con esta versión, por ejemplo la regla de que menos por menos sea
120 más, no se explica partiendo del hecho de que el cero sea un conjunto vacío.

121 Por lo anterior la consideración correcta del cero es el equilibrio, es decir es un conjunto
122 donde los elementos positivos y negativos existen en igualdad de circunstancias dicho
123 de otra forma: el resultado de que menos por menos sea más, es porque al quitarle
124 algo negativo al equilibrio, compuesto por el todo, el resultante es algo positivo.

125 En otras palabras, un conjunto con tres elementos positivos y tres elementos negativos
126 en realidad sería un conjunto cero, esto nos indicaría que el cero es equilibrio y no
127 ausencia como se ha considerado hasta hoy. Con ello podemos explicar las leyes de
128 los signos.

129 Considerémonos el siguiente ejemplo: Definamos el cero como un conjunto con un
130 elemento positivo y un elemento negativo, dando equilibrio al sistema. Este sería
131 nuestro cero. Ahora restemos un elemento negativo. Fig. (5).

$$0 - -1 = 1$$



132

133

Figura 5. Explicación de las leyes de los signos

134 2.1.6 Derivada

135 La derivada es una división incomprendida, porque involucra una comparación de dos
 136 cosas distintas, a diferencia de la división tradicional que relaciona elementos con al
 137 menos una característica común, en ella no solo se compara sino que además esas
 138 comparaciones pueden variar en pequeños segmentos llamados diferenciales.

139 Sin embargo, ¿cómo se pueden relacionar dos cosas distintas?. Esta duda asalta a la
 140 mayoría de nuestros alumnos. Para entender la razón de su confusión, es necesario
 141 retroceder un poco, cuando se nos enseña a dividir, en realidad el profesor o profesora
 142 nos enseñó a derivar pues si el concepto original para estas operaciones era la misma
 143 naturaleza o bien un factor o característica común, el pastel entre dos niños (como se
 144 nos enseñó a los autores), ¡no es una división, es una derivada!, pues ella nos permite
 145 involucrar elementos sin una característica común.

146 En otras palabras, la dificultad de la derivada se basa en la poca comprensión de la
 147 división. Por ello cuando el alumno necesita derivar se pierde en la esencia de la
 148 definición pues la confunde con una operación desconectada de las básicas. Este error
 149 produce efectos como la negación de la propia operación. Por ejemplo: la distancia
 150 entre el tiempo, esta relación genera un nuevo elemento llamado velocidad. Fig. (6).

151 Sin embargo, al preguntarle al alumno las unidades dirá claramente: metros por
152 segundo, y no metros entre segundo.

$$V = \frac{d}{t} = \frac{dl}{dt}$$

153

154 **Figura 6. Ejemplo de una derivada**

155 2.1.7 Integral

156 La integral se ha considerado erróneamente la operación opuesta a la derivada,
157 cuando es en realidad la operación opuesta de la diferencial, ya que implica la suma
158 de varias diferenciales (que consideramos pequeñas partes de algo), hasta llenar un
159 todo definido por la propia diferencial (de línea, de área, de temperatura, etc).

160

161 2.2 Electricidad

162 Definir la electricidad ha sido una tarea difícil por muchos años para los estudiosos de
163 la materia, desde la percepción de una energía divina usada por los grandes Dioses:
164 Zeus, Júpiter, Thor y por qué no decirlo Tláloc, entre muchos otros. Aunque surgen
165 registros de observaciones eléctricas desde los griegos, es hasta Coulomb cuando se
166 comienza a estudiar este fenómeno desligado de situaciones mágicas.

167 Por otro lado el magnetismo, proveniente de la tierra, también es considerado mágico
168 (por muchas personas hasta la actualidad). Según Serway (2005), documentos de la
169 antigua China sugieren que desde el año 2000 antes de Cristo, el magnetismo ya había
170 sido observado. Pero fue hasta principios del siglo XIX que los científicos llegaron a la
171 conclusión de que la electricidad y el magnetismo eran fenómenos relacionados.
172 Comenzando en 1819 con Hans Oersted y el experimento que lleva su nombre.

173 A partir de ese momento (siglo XIX), las matemáticas permitieron entender las bases
174 del electromagnetismo, enmarcadas por las ecuaciones de Gauss, Ampére, Faraday
175 y Maxwell, entre otros, todas ellas descritas ya sea en forma integral o diferencial.

176 Por todo lo anterior, una buena conceptualización de las operaciones básicas conduce
177 a una mayor comprensión del electromagnetismo. A continuación describiremos este



178 proceso de manera muy general, comenzando por la definición de la carga eléctrica y
179 avanzando hasta las ecuaciones de Maxwell.

180 2.2.1 Carga eléctrica

181 Según Sears (2005), los antiguos griegos descubrieron en el año 600 antes de Cristo
182 que cuando frotaban ámbar con lana, el ámbar atraía otros objetos. Actualmente se
183 define esta situación indicando que el ámbar ha adquirido una carga eléctrica neta, en
184 otras palabras se ha cargado.

185 La carga eléctrica, por tanto, es una propiedad de la materia presente en todo, la cual
186 define su polaridad: positiva o negativa (+ o -), al ceder o ganar electrones, a través de
187 la fricción, inducción o contacto con otros cuerpos. No tiene una forma definida, así
188 que adquiere la de su contenedor, pudiéndose encontrar en líneas, superficies o
189 volúmenes.

190 El concepto de una carga esférica la considera Charles Augustin Coulomb (1736-1806)
191 aproximadamente en 1785, a través de sus experiencias con su balanza de torsión.
192 Sentando los principios de la ley de Coulomb, donde se considera la fuerza entre dos
193 cargas o cuerpos cargados. Sin embargo, esta ley aplica a pares, si se deseara
194 encontrar la fuerza particular de cada carga, la otra invariablemente tendría que
195 considerarse casi cero. En otras palabras como un límite de la fuerza entre la carga
196 con tendencia de esta a cero.

197 Para hacer que una carga tienda a cero, debe considerársele un punto, (donde se
198 coloca una carga de prueba unitaria). Al calcular “la fuerza propia de una carga o
199 cuerpo cargado”, sin la aportación del otro, se define el concepto de campo eléctrico.
200 Cuando las cargas no permanecen estáticas y se mueven, originan una intensidad de
201 corriente eléctrica. Si además varían en el tiempo, no solo tienen campo eléctrico
202 variante en el tiempo, esta condición da origen al campo magnético variable también
203 en el tiempo.

204 El matemático alemán Karl Friedrich Gauss (1777-1855), postuló en 1835 la
205 denominada Ley de Gauss para campos eléctricos que describe la relación entre la
206 carga eléctrica y los campos producidos por esta, Ec(1)

207 **Ecuación 1. Ley de Gauss para \vec{E}** $\varphi_{\vec{E}} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = q \varepsilon_0$

208 La Ley de Gauss para campo magnético (\vec{B}) describe que las líneas del campo
 209 magnético forman espiras cerradas; como consecuencia de no existir evidencia de
 210 monopolos magnéticos o bien carga magnética aislada. Ec. (2)

211 **Ecuación 2. Ley de Gauss para \vec{B} .** $\varphi_{\vec{B}} = \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$

212 Michael Faraday (1791-1867), en 1831 descubrió experimentalmente que cuando el
 213 flujo magnético (el cual se puede medir con una superficie cerrada), se mantiene
 214 variable en el tiempo da como resultado la generación de un voltaje. Heinrich Lenz
 215 (1804-1865), observó a su vez que la corriente que produciría este voltaje se
 216 manifestaría en sentido contrario a su origen, con todos estos conceptos se puede
 217 concluir que la Ley de inducción de Faraday-Lenz puede escribirse de la siguiente
 218 manera, Ec. (3).

219 **Ecuación 3. Ley de inducción de Faraday-Lenz.** $(t) = -\frac{\partial}{\partial t} \oint \vec{B} \cdot d\vec{S}$

220 Recordando que un voltaje se puede a su vez definir como el campo eléctrico en una
 221 trayectoria cerrada se puede escribir la Ec. (4).

222 **Ecuación 4. Ecuación de voltaje.** $V = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$

223 James Clerk Maxwell (1831-1879), consideró esta situación y redefinió la ecuación de
 224 Faraday-Lenz de la siguiente manera, Ec. (5)

225 **Ecuación 5. Ecuación de Maxwell para voltajes.** $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \oint \vec{B} \cdot d\vec{S}$

226 Por otro lado el campo magnético producido alrededor de un hilo conductor alimentado
 227 con una corriente eléctrica le permite a André Marie Ampère (1775-1836), establecer
 228 su ecuación. Ec. (6).

229 **Ecuación 6. Ley de Ampére forma integral.** $i = \oint \vec{H} \cdot d\vec{l}$

230 Que en términos diferenciales se puede obtener como se aprecia en la Ec. (7).,
 231 considerando para ello el teorema de Stokes.

232 **Ecuación 7. Ley de Ampére forma diferencial** $\vec{V} \times \vec{H} = \vec{J}$

233 Pero ¿si no existiera conductor por el que circulara una corriente eléctrica?, de acuerdo
 234 a la ley Ampère no habría campo magnético, sin embargo, Faraday encuentra
 235 experimentalmente que también existía un tipo de corriente equivalente a la que llamó



236 de desplazamiento. Esta corriente existe aún en el medio vacío, por lo que no requiere
237 un medio conductor para desplazarse y por ello puede producir también un campo
238 magnético. Maxwell se encarga de demostrarlo así que con un tratamiento matemático
239 y considerando la ecuación de continuidad, observa que esta corriente de
240 desplazamiento es igual a la derivada con respecto del tiempo del campo eléctrico en
241 un medio dieléctrico, esto redefine la ecuación de Ampere y da origen a la forma
242 generalizada. En otras palabras puede existir corriente eléctrica aún en el medio vacío.

243 **Ecuación 8. Ley generalizada de Ampére** $\vec{V} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_0 \vec{E}$

244 Con la ecuación anterior Ec. (8). se homologó al campo eléctrico (variable en el tiempo)
245 y al campo magnético (variable en la posición). Lo que sentaría posteriormente la base
246 de las telecomunicaciones, al permitir la existencia de potencias electromagnéticas.

247 3. Resultados y análisis

248 Los resultados de dar una consideración inicial a las operaciones matemáticas
249 básicas, ha producido en los alumnos una mayor participación en la interpretación de
250 las ecuaciones que rigen el electromagnetismo, entendiéndolas de una mejor manera
251 y favoreciendo el aprovechamiento académico.

252 Para los ingenieros, en particular los que estudian el electromagnetismo, el
253 conocimiento que brindan las herramientas matemáticas, permite no solo la
254 abstracción cotidiana de las matemáticas sino su aplicación práctica como se pudo
255 observar en el razonamiento para alcanzar las ecuaciones que rigen la electricidad y
256 el magnetismo.

257 4. Conclusiones

258 El impacto de las ecuaciones básicas: suma, resta, multiplicación y división. En la
259 propia formación de los individuos social, económica e intelectual se ve reflejada en
260 los alumnos de la licenciatura de IME, ITSE e Ingeniería Industrial. Con
261 consideraciones tan elementales avanzan hasta comprender los conceptos integrales
262 y diferenciales en los circuitos RCL por mencionar un ejemplo.

263 En diversas ocasiones se demostró en nuestros respectivos cursos, como el alumno
264 reprobaba parciales por el desconocimiento de las matemáticas y no por los propios
265 conceptos del electromagnetismo. Estos conflictos obedecían a las percepciones
266 equivocadas de los conceptos matemáticos. Al lograr el conocimiento de las bases
267 operaciones como la derivada o la integral se comprenden de mejor manera.



275
276 La consideración principal de este trabajo es la pertinencia de definir **el cero como un**
277 **equilibrio y no como un conjunto vacío**, como se enseña actualmente de manera
278 general. Con ello la percepción de la carga se entiende de forma correcta y de ella se
279 desprenden: el voltaje, la corriente, el campo eléctrico y el campo magnético. Así como
280 el análisis de circuitos y elaboración de proyectos industriales y prototipos, entre
281 muchas cosas más.

282

283

284 *Pedro Guzmán Tinajero. E-mail: pgconacyt@gmail.com Tel. 56231806

285

286

287 Índice de referencias

288

289 Duque, H. (2013). El sentido del número en la cultura maya. Trabajo de investigación
290 de maestría. Facultad de Ciencias Básicas, Universidad Tecnológica de Pereira,
291 Pereira, Colombia.

292

293 Rodríguez, C. (2017). Acercamiento a la evolución histórica del número cero, en los
294 sistemas de numeración: mediterráneo, oriental y americano. Trabajo de
295 investigación de grado. Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del
296 Valle, Cali, Colombia. Recuperado el 27 de febrero de 2019 del sitio:
297 <http://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/10893/9403/1/3469-0510870.pdf>

298

300 Sars, F. et all. (2005). Física universitaria con física moderna. Pearson Educación.
301 México.

302

303 Serway, R. y Jewett, J. (2013). Física. Electricidad y Magnetismo. Cengage Learning
304 Editores S.A de C.V. México.

ACTIVIDADES DE VARIACIÓN LINEAL, DEL LIBRO DE TEXTO DE PRIMER GRADO DE TELESECUNDARIA

Maribel Monzalvo Moreno^{*1}

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo. Kilómetro 4.5 carretera Pachuca - Tulancingo en la Colonia Carboneras de Mineral de la Reforma, en el Estado de Hidalgo.

Categoría-Clave ponencia: EA-POAP046

Resumen

Los libros de texto son una herramienta fundamental en el proceso de enseñanza, porque influyen en el qué y en el cómo se enseña (Fan y Kaeley, 2000). En telesecundaria, muchos profesores implementan las actividades sugeridas en estos materiales sin adecuaciones.

Por ello, se decidió analizar aquellas enfocadas a la enseñanza de variación lineal en primer grado de secundaria para revisar, si como lo estipula el modelo educativo de este subsistema, están basadas en resolución de problemas y favorecen el uso de tecnologías digitales. El análisis partió de identificar si las actividades del libro satisfacían los cuatro elementos propuestos por Schoenfeld (1985), que caracterizan un desenvolvimiento óptimo en la resolución de problemas matemáticos (los recursos, las heurísticas, el control, el sistema de creencias). También se analizó si las actividades permiten la comprensión del uso de la variable como número general, incógnita específica y si forma parte de una relación funcional, que permitan al estudiante interpretarla, simbolizarla y manipularla (Ursini, Escareño, Montes y Trigueros, 2016). Finalmente, se identificó el uso de tecnologías digitales, que promovieran: la importancia de plantear preguntas, utilizar recursos y estrategias para examinar cualidades matemáticas asociadas al proceso de solución. El planteamiento de diversas representaciones, conjecturas, argumentos y comunicación de resultados. Inmersas en múltiples contextos. (Barrera y Santos, 2002).

Se encontró que aunque las actividades parten de una situación problemática, las preguntas se limitan a la representación y elaboración de conjecturas, faltando la argumentación y la comunicación de resultados, además de no propiciar la comprensión de la variable a través de sus diferentes usos. El uso de tecnologías digitales se reduce a ejercicios.

Palabras clave: libro de texto, resolución de problemas, tecnologías digitales, variable.

1. Introducción

En los Aprendizajes Claves para la Educación Integral. Plan y Programas de Estudio para la Educación Básica (Secretaría de Educación Pública [SEP], 2017), se enfatiza el aprendizaje del álgebra y su importancia en la formación matemática de los estudiantes entendida como la rama de las matemáticas que expresa ideas complejas de forma sintética, siendo “una herramienta que permite analizar una amplia variedad de fenómenos que involucran variación y cambio a través del concepto de función (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000).

Sin embargo, los resultados obtenidos en la prueba del Programa Internacional para la Evaluación de los Estudiantes (PISA, por sus siglas en inglés) que realiza el Instituto

¹ marymonzalvo8@gmail.com

43 Nacional de Evaluación Educativa (INEE), en coordinación con la Organización para
44 la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) muestran que:

45 Los estudiantes mexicanos tienen un desempeño de 85 puntos en Ciencias, 82 en
46 Matemáticas y 70 en Lectura [...] Es decir, el promedio global nacional reporta, que
47 la población examinada está por debajo del nivel mínimo de competencia necesario
48 para acceder a estudios superiores o realizar las actividades que implica la
49 complejidad de la sociedad contemporánea. Particularmente los alumnos mexicanos,
50 próximos a finalizar su educación secundaria, no pueden resolver correctamente
51 problemas algebraicos (SEP, 2017, p. 73).

52 Al indagar en la literatura para identificar ¿cuáles podrían ser las causas de dichos
53 resultados?, Butto y Rojano (2010), afirman que generalmente se imparte una
54 enseñanza tradicional basada en la sintaxis algebraica, destacando aspectos
55 manipulativos, por lo que se introduce al alumno en un simbolismo sin significado, lo
56 cual ocasiona problemas de aprendizaje a largo plazo.

57 Una causa para la obtención de estos resultados pueden ser las características que
58 tienen los libros de texto que utilizan los profesores para proponer actividades a los
59 alumnos, como mencionan Fan y Kaeley (2000), ya que plantean que los libros de
60 texto pueden afectar no sólo el contenido de la enseñanza, también la forma en que
61 se enseña, ya que las características de los libros de texto transmiten a los profesores
62 cierto mensaje pedagógico que les proporciona un ambiente curricular alentador o
63 desalentador para promover ciertas estrategias didácticas.

64 En 2017, la Secretaría de Educación Pública elaboró y distribuyó el libro “aprendizajes
65 clave para la Educación Integral. Plan y programas de estudio para la educación
66 básica”, en el cual establece el enfoque didáctico basado en el constructivismo social
67 y describe la metodología que se debe seguir para cada asignatura. En el caso de la
68 asignatura de matemáticas, se afirma que el libro está basado en la resolución de
69 problemas y uso de tecnología digital (SEP, 2017), además entre sus objetivos se
70 declara que debe “permitir al estudiante además de construir contenidos matemáticos,
71 desarrollar habilidades para comunicar información matemática usando el lenguaje
72 propio de la asignatura, dar argumentos que justifiquen los procedimientos y
73 razonamientos que permitieron llegar a un resultado” (SEP, 2018, p. 6) Referente a
74 este último aspecto, en el subsistema de telesecundaria, se sugieren, ligas de páginas
75 de internet, videos, clases televisadas y recursos informáticos (SEP, 2018).

76 En este subsistema, los profesores imparten todas las asignaturas del grado que les
77 fue asignado, muchos cuentan con una formación especializada sólo en una de las
78 asignaturas, por lo tanto es frecuente que el libro de textos sugerido por la SEP, sea
79 la herramienta fundamental en el proceso enseñanza-aprendizaje. Debido a esto,
80 surge la inquietud de revisar las actividades propuestas en este material para analizar
81 si tienen las características que se describen en el plan y programas para el logro de
82 los aprendizajes esperados.

83

84 2. Metodología o desarrollo

85



86 La metodología de investigación que se utilizó es de corte cualitativo, pues es una
87 perspectiva interpretativa centrada en el entendimiento del significado de acciones de
88 los participantes, con la finalidad de ampliar la información existente en relación con el
89 tema de estudio (Hernández, Fernández y Baptista, 2006).

90 A través de un estudio de casos, ya que se analizaron las actividades del libro de texto
91 para los alumnos de primer grado de telesecundaria relacionadas con el tema de
92 variación lineal para identificar si están planteadas bajo el enfoque socio-
93 constructivista con la metodología de resolución de problemas, favoreciendo la
94 comprensión de los tres usos de la variable con uso de tecnologías digitales como
95 instrumento para el aprendizaje.

96 El análisis de las actividades se llevó a cabo considerando algunas de las categorías
97 propuestas por Rondero, Reyes y Campos (2015) y complementándolas con otras: (i)
98 Enfoque epistemológico, (ii) etapas propuestas en la metodología de resolución de
99 problemas, (iii) contexto disciplinar, (iv) uso de tecnología digital y (vi) articulaciones
100 conceptuales explícitas con otros resultados.

101 Se parte de los elementos de una epistemología constructivista, la cual concibe al
102 sujeto como un participante activo, que con el apoyo de agentes mediadores establece
103 relaciones entre su bagaje cultural y la nueva información, para lograr
104 reestructuraciones cognitivas que le permitan atribuirle significado a las situaciones
105 que se le presentan. Lo que puede ser conocido son realidades múltiples socialmente
106 construidas (Barreto, Gutiérrez, Pinilla y Parra, s. f.). En consecuencia la verdad es
107 definida en función de la persona mejor informada.

108 La metodología basada en resolución de problemas, en educación básica, es tanto
109 una meta de aprendizaje como un medio para aprender contenidos matemáticos y
110 fomentar el gusto con actitudes positivas hacia su estudio (SEP, 2017). Al resolver un
111 problema, el alumno se enfrenta a una variedad de situaciones en donde es necesario
112 analizar y evaluar diversas estrategias (diagramas, tablas, ejemplos y contraejemplos,
113 así como ajustes para avanzar a la solución) (Santos, 2014).

114 En este orden de ideas, para que una actividad matemática sea un problema debe
115 implicar un esfuerzo mental para el individuo, Schoenfeld (1885) enumera cuatro
116 elementos que aplican los resolutores de problemas: *los recursos*, que son los
117 conocimientos previos; *los métodos heurísticos*, las estrategias generales que
118 implementa para llegar a la solución; *las estrategias metacognitivas*, refiriéndose al
119 monitoreo y autoevaluación; y *el sistema de creencias*, son las concepciones que el
120 individuo tiene acerca de las matemáticas, generalmente provienen del tipo de
121 instrucción que reciben los estudiantes en el salón de clases. En esta metodología es
122 indispensable la participación del profesor, pues deberá guiar el proceso didáctico con
123 preguntas para que el estudiante profundice en sus observaciones y avance en la
124 comprensión de los contenidos.

125 Por otro lado, el concepto intuitivo de variación es uno de los aprendizajes clave para
126 el nivel de secundaria y uno de los caminos para introducir al estudiante en el
127 aprendizaje del álgebra. En el contexto disciplinar principalmente se considera si las
128 actividades favorecen la comprensión del uso de la variable como parte de una relación

129 funcional. Que permitan al estudiante interpretarla, simbolizarla y manipularla (Ursini,
 130 Escareño, Montes y Trigueros, 2016). Además de contemplar espacios para que
 131 demuestren sus resultados.

132 Con relación a las actividades con el uso de tecnología digital, el profesor debe
 133 favorecer que los estudiantes valoren la importancia de plantear preguntas, utilizar
 134 distintos recursos y estrategias que les permitan examinar cualidades matemáticas
 135 asociadas al proceso de solución. Usar diversas representaciones, plantear
 136 conjeturas, utilizar argumentos y comunicar resultados. Sin perder de vista que una
 137 situación puede estar inmersa en múltiples contextos, que ofrezca al adolescente la
 138 oportunidad de establecer conexiones entre el quehacer de la disciplina y los contextos
 139 en que se presenta. (Barrera y Santos, 2002)

140

141 **3. Resultados y análisis**

142 A continuación se presenta la propuesta de las categorías de análisis y lo que se
 143 encontró en la actividad analizada del libro de texto de primer grado de telesecundaria,
 144 correspondientes a la secuencia 20: "Variación lineal 1", sesión 2.

145

146 **Tabla 1. Análisis de las actividades**

| Categorías de análisis | Secuencia 20, sesión libro de texto de primer grado de telesecundaria. |
|---|---|
| Enfoque epistemológico: -El sujeto es un participante activo. -Agentes mediadores para establecer relaciones entre su bagaje cultural y la nueva información. -Reestructuraciones cognitivas que le permitan atribuirle significado a las situaciones que se le presentan. -Realidades múltiples socialmente construidas. | -Se pide que las actividades se trabajen en binas. -Están vinculados con los contenidos de la sesión anterior, y los problemas tratan temas relacionados con el contexto socio-cultural de los alumnos (distancia recorrida de un autobús y ganancias que obtiene un empleado por vender paquetes de una fábrica) -Al final de la sesión, se pide que de manera grupal discutan sus resultados, los analicen y si es necesario hagan correcciones. Por lo tanto, los propios estudiantes se vuelven mediadores del proceso de aprendizaje, se promueve la reestructuración cognitiva a través de la discusión y se favorece la construcción de nuevas realidades. |
| Etapas propuestas en la metodología de resolución de problemas: | La sesión está propuesta para ser conformada por dos problemas; el primero trata sobre un autobús que viaja a velocidad constante, el segundo sobre las comisiones que recibe un vendedor en una fábrica. |



| | |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> -Situaciones en donde sea necesario analizar y evaluar diversas estrategias (diagramas, tablas, ejemplos y contraejemplos, así como ajustes para avanzar a la solución). -Recursos: Conocimiento informal, hechos y definiciones, procedimientos rutinarios, conocimiento acerca de la disciplina, errores consistentes o recursos débiles. -Métodos heurísticos: Se identifica el uso de una estrategia en particular que se ajusta al problema. -Estrategias metacognitivas: Discusión de los problemas con todo el grupo. Resolución de problemas en grupos pequeños de estudiantes. -Sistema de creencias: Conceptos ingenuos y conceptos rituales. | <ul style="list-style-type: none"> -Presentan la información de los problemas en gráficas y tablas, sin embargo no hay contraejemplos. -Aunque después de algunas preguntas se les pide a los estudiantes que argumenten sus respuestas y que las discutan, primero en binas y después en grupo; no hay preguntas que los guíen para identificar errores consistentes o recursos débiles. -La estrategia didáctica inicia con la observación de gráficas o el llenado de datos de una tabla, después se debe identificar la expresión algebraica que representa la relación que existe entre las variables. Con esta expresión calculan otros resultados que no están expresados ni en la gráfica, ni en la tabla. Se les pide que den otros ejemplos. Finalmente que comparen sus respuestas y en caso necesario corrijan. Considero que las actividades no inciden en la construcción de estrategias particulares para este tipo de problemas. -Durante la sesión los alumnos trabajan en parejas, al final de las actividades se les pide que comparan, discutan sus resultados y en caso necesario hagan correcciones. -No se encontraron preguntas que ayuden a los estudiantes para detectar sus propios conceptos ingenuos o conceptos rituales. |
| <p>Contexto disciplinar:</p> <p>La variable como parte de una relación funcional.</p> <ul style="list-style-type: none"> -Presentan esta relación mediante una tabla, una gráfica y una expresión algebraica. -Se refieren a contextos muy diversos (llenado o vaciado de recipientes, movimiento, compra de artículos, geometría, etc.) | <ul style="list-style-type: none"> -Se cumple con las tres opciones. -En esta sesión uno de los problemas trata la relación entre tiempo y distancia; y el otro problema la relación entre paquetes vendidos y las comisiones que gana el vendedor. |

| | |
|---|---|
| <p>-F1. Las preguntas verifican que el alumno reconoce la correspondencia entre variables relacionadas (¿Qué distancia recorre en el minuto cero?, ¿Qué distancia recorre el autobús después de 5 minutos?, ¿y de 10?, ¿y de 15?).</p> <p>-F2. Determinar los valores de la variable dependiente, dados los valores de la independiente (¿Qué valores toma la variable c cuando n vale 0, 1, 2, 3, 4, ..., n?; ¿Qué tendría que hacerse para saber qué distancia tendrá en un instante dado?, ¿cuánto se le pagará al vender 15 paquetes?)</p> <p>-F3. Determinar los valores de la variable independiente, dados los valores de la dependiente (¿Y para calcular el tiempo n que se requiere para que el autobús recorra 30, 35, 40, ..., n?; ¿qué se tiene que hacer para que el vendedor reciba 40, 80, 120, ..., n pesos?)</p> <p>-F4. Reconocer la variación conjunta de las variables involucradas en una relación funcional, independientemente de la representación utilizada (tablas gráficas, problemas verbales, expresiones analíticas), (¿Se observa alguna relación entre el tiempo y la distancia que recorre el autobús?, Si aumenta el tiempo, ¿aumentará la distancia que recorre el autobús?, ¿Cómo se interpretaría la situación si la gráfica fuera una recta horizontal?).</p> <p>-F5. Determinar los intervalos de variación de una de las variables, dado el intervalo de variación de la otra (¿Cuánto es lo mínimo y lo máximo en dinero que puede ganar el vendedor?, ¿en qué periodo el autobús recorrerá una distancia entre 25 y 40 km?, ¿Para saber qué cantidad de dinero tendrá el vendedor si vende 5 y 26 paquetes?)</p> <p>-F6. Simbolizar una relación funcional, con base en el análisis de los datos del</p> | <p>-Sólo se plantean para el primer problema.</p> <p>-Se plantean las siguientes preguntas: Usen la expresión algebraica que hallaron y contesten. Si $t=1, 12, 50$ minutos, ¿Cuál es la distancia de d? En el segundo problema, en una tabla, los estudiantes deben escribir los valores faltantes respecto a lo que ganará el empleado al vender cierta cantidad de paquetes.</p> <p>-No hay preguntas de este tipo.</p> <p>- No hay preguntas de este tipo.</p> <p>- No hay preguntas de este tipo.</p> <p>-Sólo se pide que después de observar la gráfica o escribir los datos faltantes en la</p> |
|---|---|

| | |
|--|---|
| <p>problema (¿Y si en vez de recorrer 2 kilómetros por minuto, recorriera 5? , ¿Cómo se representa la cantidad de dinero que ganará Jorge, al vender cualquier cantidad de paquetes?)</p> | <p>tabla escriban una expresión algebraica que represente la relación entre las variables.</p> |
| <p>Uso de tecnología digital: Permiten que el profesor favorezca que los estudiantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Valoren la importancia de plantear preguntas -Utilizar distintos recursos y estrategias que les permitan examinar cualidades matemáticas asociadas al proceso de solución. -Usar diversas representaciones, plantear conjeturas. -Utilizar argumentos y comunicar resultados. -Las actividades están inmersa en múltiples contextos. -Ofrecen al adolescente la oportunidad de establecer conexiones entre el quehacer de la disciplina y los contextos en que se presenta. | <p>La secuencia planteada en el libro de texto para el tópico de variación lineal, no sugiere ni promueve el uso de herramientas digitales ya sea como elemento de justificación de los resultados o como elemento para extender el problema.</p> |
| <p>Articulaciones conceptuales explícitas con otros tópicos dentro de las matemáticas.</p> | <p>Durante la sesión no se favorece que los estudiantes relacionen estos contenidos con otras ramas o tópicos de las matemáticas.</p> |

147

148

4. Conclusiones

149

Con base en el análisis realizado, se detectó que las categorías con mayor presencia en las actividades de esta sesión son las de enfoque epistemológico y la metodología de resolución de problemas, aunque si las actividades estuvieran acordes con la categoría didáctica el elemento referido a: "considerar al sujeto activo", sería cubierto con mayor eficacia, pues el alumno podría ir construyendo sus propias conjeturas, argumentarlas y en caso necesario corregirlas. En cuanto a resolución de problemas, están ausentes aquellos momentos que permiten al estudiante autoevaluar su avance, desde una perspectiva crítica (contraejemplos, errores, recursos débiles, estrategias particulares, conceptos ingenuos o conceptos rituales)

150

Se observan deficiencias en el contexto disciplinario, ya que faltan preguntas que guíen la reflexión del alumno respecto a la relación que existe entre las variables de los problemas, cuál es dependiente de la otra, así como poder reconocer intervalos de variación.



162 Además el uso de herramientas digitales como elemento de justificación de los
163 resultados y/o como elemento para extender el problema, es inexistente en esta sesión
164 y no se favorece que los estudiantes relacionen estos contenidos con otras ramas o
165 tópicos de las matemáticas.

166

167 Índice de referencias

168 Libros

- 169 • Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, FL: Academic Press.
- 170 • Ursini S., Escareño F., Montes D. y Trigueros M. (2016). *Enseñanza del álgebra
171 elemental. Una propuesta alternativa*. Ciudad de México, México: Trillas.
- 172 • Secretaría de Educación Pública [SEP] (2017). *Aprendizajes Clave para la
173 Educación Integral. Plan y programas de estudio para la educación básica*. Ciudad
174 de México, México: SEP.
- 175 • Secretaría de Educación Pública [SEP] (2018). *Matemáticas. Primer grado.
176 Telesecundaria*. Ciudad de México, México: SEP.
- 177 • National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and
178 Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- 179 • Hernández S., Fernández C. y Baptista (2006). Metodología de la investigación.
180 Ciudad de México, México. Mc Graw-Hill Interamericana.
- 181 • Santos, L. M. (2014). *La resolución de problemas matemáticos. Fundamentos
182 cognitivos.-2da. Edición-* México D. F., México: Trillas.

183

184 Artículos

- 185 • Barrera, F. y Santos, M. (2002). Cualidades y procesos matemáticos importantes en
186 la resolución de problemas: un caso hipotético de suministro de medicamentos.
187 *Ministerio de Educación Nacional*. 166-185.
- 188 • Fan, L. y Kaeley G. (2000). The influence of textbooks on teaching strategies: an
189 empirical study. *Mid-Western Educational Researcher*, 13(4), 2-9
- 190 • Rondero, Reyes y Campos (2015). Análisis de libros de texto de matemáticas de
191 bachillerato: El caso de la relación pitagórica. *XIII Congreso Nacional de
192 Investigación Educativa*, 1-11.
- 193 • Barreto, C., Gutiérrez, L., Pinilla, B. y Parra, C. (s. f.). Límites del constructivismo
194 pedagógico. *Educación y educadores*, 1(9), 11-31.

195

196 Información en línea

- 197 • Butto, C., y Rojano, T. (2010). Pensamiento algebraico temprano: El papel del
198 entorno Logo. *Educación matemática*, 22(3), pp. 55 - 86. [En línea] Disponible en
199 http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262010000300004&lng=es&tlang=es.



1 APPLICACIÓN DE LAS TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y 2 COMUNICACIÓN AL APRENDIZAJE BASADO PROBLEMAS

3 Ma. Eugenia Canut D. V.¹, Jorge Luis Suárez Madariaga y Eduardo Eloy Pacheco
4 FES Acatlán. Av. Alcanfores y San Juan Totoltepec s/n, Santa Cruz Acatlán,
5 Naucalpan, Edo. de México, C.P. 53150. México.

6
7 I-POAP053

8 Resumen

9 En el proceso de la enseñanza-aprendizaje en alumnos universitarios, se tiene como objetivo la
10 aplicación de la estrategia ABP en curso en línea de aprendizaje de la Investigación de Operaciones. El
11 aprendizaje basado en problemas (ABP) se inicia en las Escuelas de Medicina de la Universidad de
12 Case Western Reserve (USA) en la década de los 50 (Boud y Feletti, 1991). En 1965 el decano fundador
13 John Evans de la Escuela de Medicina de la Universidad de McMaster en Canadá lideró, un grupo de
14 médicos para trabajar de forma colaborativa e interdisciplinaria. Con ellos se logró establecer una
15 metodología en la que los alumnos desarrollan actitudes de aprendizaje para la adquisición de
16 conocimientos. El aprendizaje basado en problemas (ABP) cae en el dominio de las pedagogías activas,
17 en el que se desarrolla la metodología por descubrimiento y construcción del pensamiento matemático.
18 Esta estrategia se centra en el estudiante y promueve el trabajo interpersonal-colaborativo, que invita a
19 la reflexión y autoevaluación, proporcionando a los alumnos la capacidad de reconocer sus habilidades,
20 poniendo en práctica sus propios procedimientos, con los logra tener un balance de lo que saben. Se
21 aplica la metodología (ABP) en la plataforma de Moodle, utilizando los distintos recursos: chat, foros de
22 discusión, uso de material, encuestas, objetos de aprendizaje. Se realiza un estudio del tipo cualitativo,
23 en que el que concluimos que el profesor, debe invertir muchas horas para estructurar los problemas
24 que cumplan con las necesidades de aprendizaje y en la búsqueda de información con las asesorías
25 brindadas hacia los alumnos fuera del horario de clase. Los estudiantes aprendan a aprender a trabajar
26 en grupo y exponer sus ideas lo que les da acceso a formar una actitud crítica y sentirse motivados por
27 lo que aprenden.

28 **Palabras clave:** ABP, Curso línea, Educación Superior

30 1. Introducción

31 Con la idea de motivar e involucrar al alumno en un proceso de aprendizaje basado en
32 la búsqueda autónoma del conocimiento, se ha hecho preciso que el profesor propicie
33 y desarrolle actitudes y capacidades en los alumnos, como: buscar, discernir,
34 interpretar, aprender, inducir hacia la curiosidad científica, entre otras, que permitan
35 que el estudiante tenga la responsabilidad de la construcción de su propio aprendizaje.
36 El lograr que el alumno adquiera estas actitudes y capacidades implica utilizar
37 metodologías que promuevan el interés en el alumno en el descubrimiento de nuevos
38 conceptos, a través de una participación activa en la resolución de problemas reales,
39 utilizando el trabajo colaborativo, durante el proceso de la enseñanza-aprendizaje. De

¹Ma. Eugenia Canut D.V. marucanut@gmail.com tel. 0445518403992

40 acuerdo con este argumento, se trata de impulsar ideas que mejoren la calidad
41 educativa en aspectos como: docencia, atención del alumno, desarrollo de habilidades
42 cognitivas y en la aplicación de metodologías que generen el pensamiento crítico.
43 Martí-Arias *et al.* (2010) señala que, en la forma tradicional el alumno, tiene un
44 aprendizaje individual sin confrontaciones, al utilizar la metodología del ABP, este
45 transforma la manera en que la que construye su conocimiento, al de adquirir un
46 aprendizaje social constructivo.

47 El Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), nace como un enfoque innovador
48 que radica en el constructivismo Harland, Brenchley y Walker (2003), señala que a
49 partir de un problema inicial, se desarrolla un trabajo creativo de búsqueda de
50 soluciones o interpretación de la situación objeto de estudio. Barrows (1986), señala
51 que el ABP no solo es un método de aprendizaje basado en el principio de usar
52 problemas como punto de partida para la adquisición conocimientos, sino que también,
53 integra nuevos conocimientos. Para McGrath (2002 p.10) define al Aprendizaje Basado
54 en Problemas “el método de aprendizaje en grupo que usa problemas reales como
55 estímulo para desarrollar habilidades de solución de problemas y adquirir
56 conocimientos específicos”. De tal forma que se logra que los alumnos adquieran
57 capacidades necesarias para enfrentar el continuo cambio de la ciencia y las
58 disciplinas, logrando el conocimiento y las habilidades competentes con las exigencias
59 de la sociedad actual; con el desarrollo de esta metodología los estudiantes podrán
60 obtener las aptitudes idóneas para desempeñar cualquier tipo de trabajo lógico. Rúa
61 (2008) señala al alumno se convierte en el elemento principal en la integración
62 interdisciplinaria, lo que le da la libertad de explorar lo que no conoce y al mismo tiempo
63 lo coloca en el centro del proceso de aprendizaje.

64 **1.1. TIC y Plataforma Moodle: nuevos ambientes educativos**

65 Actualmente el uso y manejo de las tecnologías de la información y las comunicaciones
66 (TIC), junto con el uso de plataformas y con las metodologías de enseñanza
67 innovadoras como la metodología del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) han
68 transformado la manera de utilizar, analizar y comprender los conocimiento en proceso
69 de la enseñanza- aprendizaje. Es por ello que la habilidad digital que se requiere es la
70 de aprender a aprender, con lo que Vizcarro *et al.* (2008), menciona que la metodología
71 del ABP, logra que el estudiante sea el protagonista del proceso de aprendizaje y el
72 profesor se convierta en un mediador o guía de dicho proceso. En este sentido esta
73 investigación se dirige hacia uso de la metodología de Aprendizaje Basado en
74 Problemas aplicado en un ambiente tecnológico apoyado por el uso de la plataforma
75 Moodle, que ayuda a mantener a los alumnos motivados y comprometidos con su
76 aprendizaje. El manejo adecuado de la integración de las TIC en el aula formulada por
77 el docente depende de la creación de un ambiente de aprendizaje de forma no
78 tradicional. Es así que el profesor debe fomentar una interacción dinámica y
79 cooperativa que garantice un aprendizaje colaborativo. La reconfiguración del
80 escenario educativo implica que el docente cumpla un rol de facilitador a partir de
81 involucrar activamente a los estudiantes. Las TIC facilitan el acceso a información

82 precisa y adecuada y en periodos cortos de tiempo, que van a posibilitar la
 83 transferencia de la información en el momento del proceso de enseñanza-aprendizaje.
 84 Una ventaja directa es que ofrecen la posibilidad de la simulación de objetos o
 85 fenómenos sobre los cuales se puede trabajar y hacer cualquier tipo de experimentos
 86 sin riesgo alguno. Además, la calidad y fiabilidad resultan muy altas

87 **2. Metodología**

88 El ABP es una metodología didáctica, está basado en la psicología cognitiva,
 89 específicamente en el constructivismo. La premisa básica es que el aprendizaje es un
 90 proceso de construcción del nuevo conocimiento sobre la base del previo. Centra su
 91 atención en el estudiante y lo transforma en el personaje principal del proceso de
 92 aprendizaje, a través de otorgarle actividad y participación en la construcción de su
 93 propio proceso de aprendizaje hasta el punto que son los propios alumnos quienes
 94 definen un ambiente de formación autodirigida, en la que deja de ser importante el
 95 contenido y el profesor. Barrows (1986), como autor del método, señala que la base
 96 es usar problemas como punto de partida para la adquisición e integración de los
 97 nuevos conocimientos, las siguientes características:

- 98 a) El aprendizaje está centrado en el alumno.
- 99 b) El aprendizaje se produce en pequeños grupos.
- 100 c) El profesor es un facilitador o guía de este proceso.
- 101 d) Los problemas son el foco de organización y estímulo para el aprendizaje.
- 102 e) Los problemas son un vehículo para el desarrollo de habilidades de resolución
 103 de problemas.
- 104 f) La nueva información se adquiere a través del aprendizaje autodirigido.

105 Los pasos en los que constituye el ABP se muestran en la figura 1

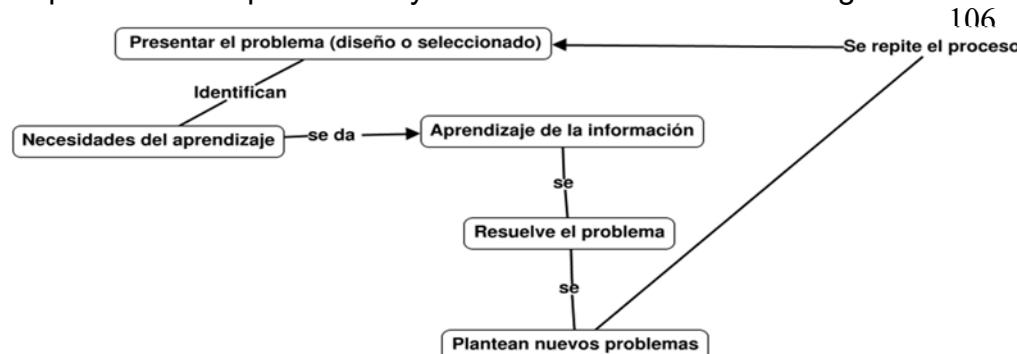


Figura 1 Pasos del proceso ABP

112
 113 El ABP promueve un aprendizaje integrado, en el sentido de que liga, el qué con el
 114 cómo y el para qué se aprende. De tal suerte, que adquieren el mismo nivel de
 115 importancia tanto el conocimiento como los procesos que se generan para su
 116 adquisición de forma significativa y funcional.

117 Esta Metodología permite que el alumno participe activamente en la
 118 construcción de su conocimiento a partir de generar una tormenta de ideas que le



119 ayudan a identificar los elementos del problema, y concebir ideas que los lleva a la
120 búsqueda y organización de información, permitiéndoles discutir y volver a buscar para
121 elaborar distintos diseños de modelos con posibles soluciones del problema que son
122 presentadas y transmitidas a toda la clase.

123

124 **2.1 Justificación**

125 En la materia de Investigación de Operaciones de la licenciatura de Ingeniería Civil,
126 se observa el desinterés por parte del estudiante hacia el aprendizaje de la asignatura,
127 la cual puede ser ocasionada por los métodos tradicionales de enseñanza utilizada.
128 Es por ello que se hace necesario utilizar metodologías centrada en el estudiante y el
129 uso de herramientas tecnológicas juegan un papel importante en la formación, dado
130 que potencian el desarrollo de habilidades de orden superior, permitiendo al estudiante
131 ser más competitivo. Por ello se busca implementar la metodología del ABP, que es
132 una alternativa que involucra a los estudiantes en la solución de problemas del
133 contexto y posibilita al profesor una nueva manera de enseñar a través de formular
134 estrategias centradas en el alumno, analizando los problemas, abarcando aspectos
135 sociales, culturales, filosóficos, científicos, convirtiéndose así en un facilitador que
136 contribuye en la generación de nuevos conocimientos, diseñando procesos de
137 autoevaluación que permitan la autorregulación, la evaluación en el antes, el durante
138 y el después del proceso.

139

140 **2.2. Diseño de la actividad**

141 Una compañía vende dos productos. Dicha compañía obtiene una ganancia de \$12
142 por cada unidad que vende del producto 1 y \$4 por cada unidad que vende del producto
143 2. Los requerimientos en términos de horas de trabajo para la fabricación de estos
144 productos en los tres departamentos de producción se enumeran de manera resumida
145 en la siguiente tabla 1. Los supervisores de estos departamentos han estimado que
146 tendrían las siguientes disponibilidades de horas trabajo durante el próximo mes 800
147 horas en el departamento 1, 600 horas departamento 2 y 2000 horas en departamento
148 3. Suponiendo que la compañía desea maximizar sus ganancias. Construya el modelo
149 correspondiente.

150

151 **Tabla 1 Requerimientos de horas de trabajo**

| departamento | Producto 1 | Producto 2 |
|--------------|------------|------------|
| 1 | 1 | 2 |
| 2 | 1 | 3 |
| 3 | 2 | 3 |

152 **Objetivos:**

- 153
- El alumno identifica las variables del problema
 - El alumno identifica los parámetros del problema
 - El alumno identifica el objetivo del problema
 - El alumno identifica el modelo de solución del problema



- 162 • El alumno utiliza los recursos de consulta para identificar el modelo
 163 • El alumno da solución al modelo

164 *Preguntas:*

- 165 1. ¿Cuales son las variables del problema?
 166 2. ¿Cuáles son los parámetros del problema?
 167 3. ¿Qué se desea hacer en el problema?
 168 4. ¿Cuál es el modelo que puede dar solución al problema?
 169 5. ¿Cuáles son las características del modelo propuesto?
 170 6. ¿Qué método da solución al problema?

171 *Actividad de consulta.*

- 172 • Identificación del modelo que da solución al problema
- 173 • Características del modelo
- 174 • Identificar las variables de decisión
- 175 • Identificar los coeficientes de contribución
- 176 • Plantear la función objetivo
- 177 • Identificar la tasa física de coeficientes de sustitución
- 178 • Identificar los recursos o requerimientos disponibles
- 179 • Plantear restricciones relacionadas con cas uno de los respectivos recursos
- 180 • Definir la condición de no negatividad
- 181 • Método de solución al problema.

182 Desarrollo del ABP junto con el uso de la plataforma Moodle

Tabla 2 fases del ABP y Recurso de Moodle

1.- Leer y analizar el escenario del problema

| | |
|--|--|
| El alumno se reúne con sus compañeros de grupo, en forma sincrónica o asincrónica, y evalúan todo aquello que conocen y desconocen sobre el tema de estudio planteado por el profesor para identificar términos, aspectos relevantes, crear hipótesis y descubrir el objetivo del mismo. | Foros Chat Wiki Mensajes instantáneos Correo Interno |
|--|--|

2.- Realizar una lluvia de ideas y elaborar listas, tanto de los aspectos conocidos como de los desconocidos

| | |
|---|---|
| Cada alumno confecciona una relación de lo que sabe y no sabe del problema para después ponerla en común con el resto de los compañeros del grupo. Esto tiende a crear una ola de ideas, que se suceden a medida que se conoce lo escrito por el resto, y que puede permitir recordar conceptos o plantearse aprender otros que parecen necesarios para comprender el problema. Al final hay que consolidar la lista de ideas de forma clara. | Foros Chat Wiki Glosario Material de la Asignatura Mensajes instantáneos |
|---|---|



| | | |
|--|--|----------------|
| | | Correo Interno |
| 3.- Hacer una lista de aquello que necesita hacerse para resolver el problema. | | |
| Mediante las discusiones e intercambios de ideas de la etapa anterior, los alumnos confeccionan el plan de trabajo (tareas, roles, fechas que deben cumplir cada integrante del grupo) a seguir para alcanzar la meta estipulada por el docente. Acuerdan horarios de trabajo conjunto que se realizará a través de herramientas sincrónicas o asincrónicas. Esto fomenta la retroalimentación en cuanto al contenido de aprendizaje con los miembros del grupo. | Wikis, Foros Chat,Mensajes Instantáneos Correo Interno | |
| 4.- Definir el problema | | |
| Se prepara un plan con las posibles acciones a llevar a cabo para la consecución del objetivo u objetivos propuestos en el problema. | Foros, Chat Citas Wikis | |
| 5.- Obtener información y mantener sesiones de trabajo | | |
| Recopilar, estudiar y aplicar la información necesaria para alcanzar la tarea asignada. | Foros, Chat Citas, Wikis Material de la asignatura | |
| 6.- Elaboración del documento que contiene la síntesis de los resultados del trabajo | | |
| Confección de un informe con los resultados obtenidos evaluándose, también, el desarrollo de la actividad, la colaboración de cada uno de los integrantes del grupo, los logros alcanzados, los conocimientos adquiridos y la capacidad de solución de problemas. Todo esto, mediante herramientas sincrónicas y asincrónicas. | Tareas, Wikis Talleres, Cuestionarios Encuestas | |

184 Fuente: Benítez Márquez, M. D et al

185

186 La evaluación de los alumnos se lleva acabo por medio de:

187

188

189

Tabla 3 Evaluación de alumnos

| Técnica de Evaluación | Descripción |
|-----------------------|---|
| Examen escrito | Pueden ser aplicado tanto a libro cerrado o a libro abierto. Las preguntas deben ser diseñadas para garantizar la transferencia |



de habilidades a problemas o temas similares.

| | |
|---------------------------------|---|
| Examen práctico | Son utilizados para garantizar que los alumnos son capaces de aplicar habilidad aprendidas durante e curso |
| Mapas conceptuales | Los alumnos representan su conocimiento y crecimiento cognitivo a través de la creación de relaciones lógicas entre los conceptos y su representación gráfica.□ |
| Evaluación del compañero | Se le proporciona al alumno una guía en el que se tienen distintos dominios de evaluación que le ayuda al proceso de evaluación del compañero. Este proceso, también, enfatiza, el ambiente cooperativo del ABP.□ |
| Autoevaluación | Permite al alumno pensar cuidadosamente acerca de lo que sabe, de lo que no sabe y de lo que necesita saber para cumplir determinadas tareas. |
| Evaluación del profesor | Consiste en retroalimentar al tutor acerca de la manera en que participó con el grupo. Puede ser dada por el grupo o por un observador externo.□ |
| Presentación Oral | El ABP proporciona a los alumnos una oportunidad para practicar sus habilidades de comunicación. Las presentaciones orales son el medio por el cual se pueden observar estas habilidades.□ |
| Reporte escrito | Permiten a los alumnos practicar la comunicación por escrito. |

190 **3. Resultados y análisis**

191 Al ser una investigación que se encuentra en fase de desarrollo, los resultados
192 obtenidos son del tipo cualitativo. Los resultados obtenidos mostraron que los alumnos
193 al desarrollar el trabajo colaborativo, se sienten motivados e identificados en el aspecto
194 social, que los induce a transformar sus actitudes en el acercamiento y disposición en
195 el logro del aprendizaje. Como consecuencia de este esfuerzo los alumnos, adquieren
196 la responsabilidad de su propio aprendizaje, la capacidad comunicativa y mejoraran la
197 habilidad del pensamiento crítico al identificar las características necesarias para el
198 planteamiento de problemas, lo que los lleva a crear y a plantear sus propios
199 problemas aplicados al área de interés. Esto se debe que al trabajar en grupos
200 pequeños cada integrante del equipo adquiere distintos roles, en los que comparten
201 distintos haberes con un mismo objetivo, durante el proceso de aprendizaje, al
202 momento de apoyarse y al cuestionarse los por qué y cómo logran tener una
203 instrucción de forma individual, cada miembro del equipo estará constantemente
204 profundizando sus niveles de aprendizaje y de conocimiento.

205 **4. Conclusiones**

206 El método de aprendizaje basado en problemas implica realizar cambios en la forma
207 en que el profesor construye su clase y respecto a los alumnos adquieren nuevas
208 responsabilidades relacionadas con el aprendizaje. Al iniciar el trabajo con el ABP,



209 requiere de más tiempo al realizar acciones que tienen como respuesta ciertas
210 dificultades e incluso barreras, como es para el profesor, al preparar los problemas y
211 atender a los alumnos en asesorías y dar la retroalimentación adecuada. En el caso
212 de los alumnos requieren mayor tiempo para lograr el aprendizaje ya que no es posible
213 transferir la información de manera rápida como es en los métodos convencionales.

214 Sin embargo encontramos que con este tipo de actividad se promueve el
215 pensamiento crítico, hay un aumento en la creatividad por parte del alumno, se
216 aprende a tomar decisiones nuevas, se logra desarrollar el aprendizaje auto-dirigido,
217 en el aprenden a identificar, buscar, analizar información necesaria por temas y se
218 establecen habilidades comunicativas que les brindan confianza al hablar en público.

219 **Agradecimientos**

220 El primer autor agradece el apoyo a la Dirección General de Asuntos del Personal
221 Académico de la UNAM PAPIME PE104718 “Desarrollo, implementación y evaluación
222 del curso Investigación de Operaciones con objetos de Aprendizaje”), por los recursos
223 asignados para realizar este trabajo.

224 **Índice de referencias**

- 226 • Barrows, H. S. (1986). A taxonomy of problem-based learning methods. *Medical
227 Education*, 20/6, 481–486.
- 228 • Boud, D. y Feletti, G. (1991). *The Challenge of Problem Based learning*. Kogan
229 Page: London.
- 230 • Harland, C., Brenchley, R., y Walker, H. (2003). Risk in supply networks.
231 *Journal of Purchasing and Supply Management*, 9, 51-62.
- 232 • Márquez, B., Cruces Pastor, E. M., De Haro García, J., y Gavilán, S. (2010).
233 Aprendizaje basado en problemas a través de las TIC. [En línea]
234 <http://2010.economicsofeducation.com/user/pdfsesiones/034.pdf>
- 235 • Martí, José A.; Heydrich, Mayra; Rojas, Marcia; Hernández, Annia. (2010).
236 Aprendizaje basado en proyectos: una experiencia de innovación docente
237 *Revista Universidad EAFIT*, vol. 46, núm. 158, pp. 11-21
- 238 • McGrath, D. (2002). “Teaching on the Front Lines: Using the internet and
239 Problem-Based Learning to enhance classroom teaching”, *Holist Nurs Pract*,
240 vol. 16, núm. 2, pp. 5-13
- 241 • Rúa, J. (2008). Un modelo de situación problema para la evaluación de
242 competencias matemáticas. *Universidad de Medellín* □
- 243 • Vizcarro, C., y E. Juárez, (2008) ¿Qué es y cómo funciona el aprendizaje
244 basado en problemas?, in *El aprendizaje basado en problemas en la
245 enseñanza universitaria*, by Universidad de Murcia, Servicio de Publicaciones,
246 pp. 17-36 Murcia, España

USO DE SOFTWARE MATEMÁTICO EN EL CÁLCULO, VERIFICACIÓN Y VISUALIZACIÓN DE RAÍCES DE POLINOMIOS

José Isaac Sánchez Guerra^{1,*}

¹Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. Carretera Cuautitlán-Teoloyucan Km.
2.5, San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcalli, Estado de México, C.P. 54714

EA-POAP056

Resumen

Actualmente, el uso de computadoras y otros dispositivos electrónicos para la resolución de problemas ha dado pie a que las carreras de ingeniería, principalmente, incluyan en su currícula al menos una materia de programación orientada a problemas de corte científico. Por otro lado, la velocidad de procesamiento de las computadoras ha permitido que los métodos numéricos sean ocupados ampliamente para el mismo fin.

En el presente trabajo se propone una manera de hacer uso de un software matemático para calcular las raíces de un polinomio mediante un método numérico, comparar estos resultados con el solucionador propio del software y visualizar dichas raíces graficando el polinomio.

Esta propuesta se fundamenta, entre otras, en la Teoría de Registros de Representación, dado que se pretende que los estudiantes comprendan mejor la búsqueda de raíces de polinomios haciendo transitar este concepto principalmente por los registros algebraico y gráfico, relacionando tópicos de álgebra, programación y métodos numéricos bajo un mismo contexto.

Palabras clave: Software, verificación, visualización, polinomios, representaciones semióticas.

1. Introducción

En muchos problemas de ingeniería, particularmente, los estudiantes se enfrentan a la solución de ecuaciones no lineales que no se pueden resolver de forma analítica o su solución por algún método analítico es difícil de obtener. Para encontrar la(s) solución(es) o, en la mayoría de los casos, aproximaciones a ésta(s), de este tipo de ecuaciones, se han ideado ciertos métodos aritméticos y/o algebraicos que llamamos Métodos Numéricos.

Chapra y Canale (2015) mencionan que los métodos numéricos constituyen técnicas mediante las cuales es posible formular problemas matemáticos, de tal forma que puedan resolverse utilizando operaciones aritméticas; aunque existen muchos tipos de métodos numéricos, éstos comparten una característica común: invariablemente requieren de un buen número de tediosos cálculos aritméticos. Frecuentemente, en los cursos convencionales que involucran a los métodos numéricos en escuelas de ingeniería en México, la atención se centra en la parte aritmética, algebraica y procedural de éstos, dejando de lado algunos aspectos que pueden mejorar su

* Autor para la correspondencia. E-mail: joejade@correo.com Tel. 77-11-16-07-86



46 comprensión. Entre éstos se considera a la visualización, debido a que algunos de los
47 métodos numéricos más usados actualmente tienen su origen en consideraciones

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

* Autor para la correspondencia. E-mail: joejade@correo.com Tel. 77-11-16-07-86



48 geométricas que generalmente no se destacan en el aula, entendiendo la visualización
49 como:

50

51 *La capacidad, el proceso y el producto de creación, interpretación, empleo de y*
52 *reflexión sobre cuadros, imágenes, diagramas, en nuestras mentes, en papel o con*
53 *herramientas tecnológicas, con el propósito de representar y comunicar información,*
54 *pensando y desarrollando ideas desconocidas y anticipando el entendimiento.* (Arcavi,
55 2003, p. 217).

56

57 La Real Academia Española y la Asociación de Academias de la Lengua Española
58 (2014) definen a un polinomio como una expresión compuesta de dos o más términos
59 algebraicos unidos por los signos más o menos; éstos son un caso particular de
60 funciones no lineales. En libros de álgebra, como Anfossi (1947) y Baldor (2009) se
61 muestra la solución de ecuaciones que involucran polinomios lineales y cuadráticos,
62 pero, de los libros mencionados, sólo Anfossi (1947) desarrolla una fórmula para
63 resolver ecuaciones cúbicas.

64

65 En Oaxaca, Valderrama, Sánchez, Urrutia, De la Cruz y Aguilar (2015) sólo se
66 menciona la existencia de las fórmulas de Tartaglia y Ludovico Ferrari para resolver
67 ecuaciones cúbicas y cuárticas, respectivamente, así como la prueba de Abel de la
68 imposibilidad de resolver ecuaciones polinómicas de grado quinto o mayor mediante
69 una fórmula. También se desarrollan algunas técnicas que se ocupan para determinar
70 o conocer algunos aspectos de las soluciones de una ecuación polinómica, tales como:
71 división de polinomios, división sintética o regla de Ruffini, teorema de cotas, regla de
72 signos de Descartes y un método numérico derivado del método de Newton Raphson
73 (que se ocupa para funciones no lineales, en general) llamado método de Horner (en
74 el texto no se nombra de esta manera). Se muestra cómo graficar y cómo esta gráfica
75 ayuda a ubicar sus raíces.

76

77 En Burden y Faires (2011) se desarrollan los métodos de Horner y Müller para
78 encontrar raíces de polinomios, pero en el presente trabajo ocuparemos un método
79 basado en los métodos de Newton Raphson y Müller, llamado método de Lin-Bairstow
80 (García, 2004), que nos permite encontrar o aproximar factores cuadráticos de
81 polinomios de tercer grado o mayor.

82

83 Por otra parte, la Teoría de Registros de Representaciones Semióticas de Duval (1998)
84 supone que los objetos matemáticos no son accesibles a la percepción, por lo que es
85 indispensable representarlos, y que la comprensión (integradora) de un contenido
86 conceptual reposa en la coordinación de al menos dos registros de representación, y
87 esta coordinación se manifiesta por la rapidez y la espontaneidad de la actividad
88 cognitiva de conversión.

89



90 En este trabajo se hará uso de la tecnología como apoyo para el tránsito entre registros
 91 de representación y como instrumento verificador de dicho tránsito, permitiendo a los
 92 estudiantes desarrollar sus propias ideas al respecto.

93

94 **2. Desarrollo**

95

96 Como ejemplo de la propuesta expuesta en este trabajo, se considerará la ecuación
 97 polinomial $8x^5 - 5x^3 + 2x^2 - 6x + 2 = 0$, así como el software Maple y algunas de las
 98 técnicas desarrolladas en Oaxaca et al. (2015).

99

100 Considerando el teorema de cotas, se obtiene que las raíces de la ecuación están
 101 ubicadas entre los valores $x = -2$ y $x = 2$:

102

| | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|------|------|----|
| 8 | 0 | -5 | 2 | -6 | 2 | -2 |
| -16 | 32 | -34 | 64 | -116 | | |
| 8 | -16 | 17 | -32 | 58 | -114 | 2 |
| 16 | 32 | 54 | 112 | 212 | | |
| 8 | 16 | 27 | 56 | 106 | 214 | |

103

104 Aplicando la regla de Descartes, se puede ver que se tienen 4 o 2 raíces reales
 105 positivas y sólo una raíz real negativa:

106

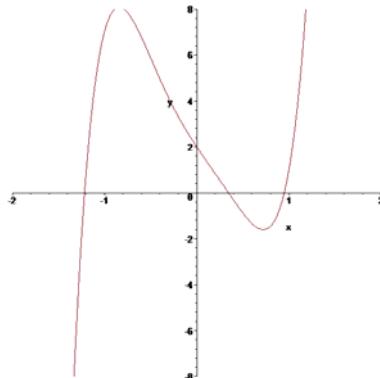
107 $p(x) = 8x^5 - 5x^3 + 2x^2 - 6x + 2$ (hay 4 cambios de signo de los coeficientes).

108 $p(-x) = -8x^5 + 5x^3 + 2x^2 + 6x + 2$ (hay un cambio de signo de los coeficientes).

109

110 Mediante el software Maple se puede verificar esta información al observar la gráfica
 111 de $8x^5 - 5x^3 + 2x^2 - 6x + 2$ (ver Figura 1):

112



113

Figura 1. Gráfica del polinomio $8x^5 - 5x^3 + 2x^2 - 6x + 2$.

114

115

116



117 Se puede confirmar que sólo hay 2 raíces reales positivas (y no 4, como sugería la
 118 aplicación de la regla de signos de Descartes), por lo que, por el Teorema Fundamental
 119 del Álgebra, debe haber 2 raíces complejas. Así, la gráfica permite verificar lo que se
 120 había predicho analíticamente y permite abordar el problema del cálculo de raíces de
 121 forma algebraica y de forma gráfica.

122

123 Se puede intentar calcular las raíces reales mediante algunas técnicas para encontrar
 124 raíces racionales, pero se verá que éstas son irracionales, por lo que, para encontrar
 125 todas las raíces del polinomio, se ocupará un programa en escrito en Maple que
 126 implementa el método de Lin-Bairstow:

127

128 a) Usando como primera aproximación para los factores cuadráticos de $8x^5 - 5x^3 +$
 129 $2x^2 - 6x + 2$ el polinomio $x^2 + x + 2$ se obtiene la siguiente factorización:

130

$$131 \quad 8x^5 - 5x^3 + 2x^2 - 6x + 2 \\ 132 \quad = (x^2 + 0.07929408053x + 0.6272884233)(x^2 + 0.8702074694x \\ 133 \quad - 0.4197373290)(8x - 7.596015692)$$

134

135 Las raíces de cada factor obtenido (que a la vez son aproximaciones de raíces del
 136 polinomio original) son:

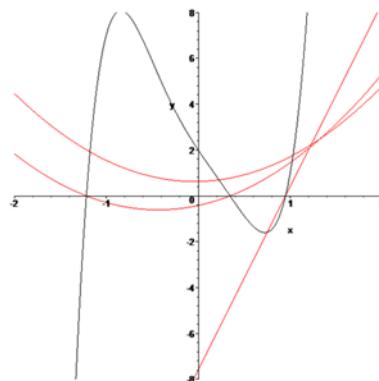
137

$$138 \quad x_1 = -0.03964704026 + 0.7910224621i, \\ 139 \quad x_2 = -0.03964704026 - 0.7910224621i, \\ 140 \quad x_3 = 0.3453144794, \\ 141 \quad x_4 = -1.215521949, \\ 142 \quad x_5 = 0.9495019615$$

143

144 En la Figura 2 se puede ver la gráfica del polinomio original (en negro) y de sus
 145 factores (en rojo):

146



147

148 **Figura 2. Factores del polinomio $8x^5 - 5x^3 + 2x^2 - 6x + 2$ obtenidos con la aproximación**
 149 **$x^2 + x + 2$.**

150



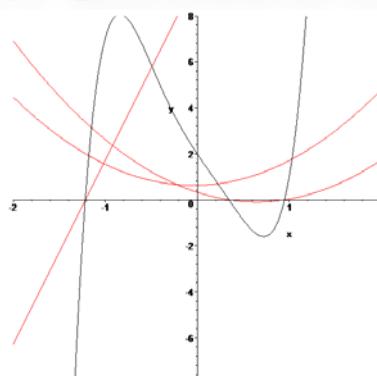
151 b) Usando como primera aproximación para los factores cuadráticos de $8x^5 - 5x^3 + 2x^2 - 6x + 2$ el polinomio $x^2 - x - 2$ se obtiene la siguiente factorización:
 152

$$153 \\ 154 \quad 8x^5 - 5x^3 + 2x^2 - 6x + 2 \\ 155 \quad = (x^2 - 1.294815956x + 0.3278762482)(x^2 + 0.07929395904x \\ 156 \quad + 0.6272884255)(8x + 9.724203472)$$

157
 158 Las raíces de cada factor obtenido (que a la vez son aproximaciones de raíces del
 159 polinomio original) son:
 160

$$161 \quad x_1 = 0.9495020722, \\ 162 \quad x_2 = 0.3453138838, \\ 163 \quad x_3 = -0.03964697952 + 0.7910224665i, \\ 164 \quad x_4 = -0.03964697952 - 0.7910224665i, \\ 165 \quad x_5 = -1.215525434$$

166
 167 En la Figura 3 se puede ver la gráfica del polinomio original (en negro) y de sus
 168 factores (en rojo):
 169



170
 171 **Figura 3. Factores del polinomio $8x^5 - 5x^3 + 2x^2 - 6x + 2$ obtenidos con la aproximación**
 172 **$x^2 - x - 2$.**

173
 174 Maple incluye un solucionador de ecuaciones; al buscar las soluciones del polinomio
 175 $8x^5 - 5x^3 + 2x^2 - 6x + 2$ con éste, se obtienen las raíces:
 176

$$177 \quad x_1 = -1.21552187587558, \\ 178 \quad x_2 = -0.0396470402272604 + 0.791022462060584i, \\ 179 \quad x_3 = -0.0396470402272604 - 0.791022462060584i, \\ 180 \quad x_4 = 0.345313883340614, \\ 181 \quad x_5 = 0.949502072989490$$

182
 183 Al comparar las aproximaciones obtenidas tanto por el método numérico aplicado
 184 como por el solucionador del software empleado, se puede ver que las calculadas

185 mediante el método de Lin-Bairstow son buenas aproximaciones con cierta precisión,
186 que depende del método numérico en sí y de las aproximaciones iniciales que se
187 tomen en cuenta para calcular los factores del polinomio.

188

189 **3. Resultados y análisis**

190

191 En general, los estudiantes de ingeniería conocen las técnicas algebraicas que se han
192 ocupado para buscar las raíces del polinomio tomado como ejemplo en los primeros
193 semestres de la carrera; casi al mismo tiempo, cursan una materia relacionada a la
194 programación orientada a ingeniería, pero no se establece un vínculo directo entre
195 estos tópicos. Además, los métodos numéricos para la búsqueda de raíces no son
196 estudiados en todas las ingenierías, al menos en la Facultad donde labora el autor, por
197 lo que se propone que haya al menos una materia referente a este tópico en todas las
198 carreras de ingeniería.

199

200 **4. Conclusiones**

201

202 Esta actividad promueve la vinculación de materias como Álgebra, Programación para
203 Ingeniería y Métodos Numéricos bajo un mismo contexto, permitiendo vincular dichas
204 materias.

205

206 Así mismo, permite el tránsito por distintos registros de representación del concepto
207 de raíces de un polinomio, principalmente el algebraico y el gráfico, favoreciendo, en
208 opinión del autor, la comprensión de dicho concepto.

209

210 **Índice de referencias**

211

- 212 • Anfossi, A. (1947). *Curso de álgebra*. México: Progreso.
- 213 • Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 215-241.
- 214 • Baldor, A. (2009). *Álgebra*. México: Patria.
- 215 • Burden, R. L. y Faires, J. D. (2011). *Análisis numérico* (9na ed.). México: Cengage Learning.
- 216 • Chapra, S. C. y Canale, R. P. (2015). *Métodos numéricos para ingenieros* (7ma ed.). México: McGraw Hill Interamericana.
- 217 • Duval, R. (1998). Registro de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En F. Hitt (Ed.), *Investigaciones en Educación Matemática II* (pp. 173-201). México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- 218 • García, C. (2004). *Apuntes de métodos numéricos*. España: Universidad de Málaga.
- 219 • Oaxaca, J. A., Valderrama, M. C., Sánchez, J. M., Urrutia, C. E., De la Cruz, J. y Aguilar, A. (2015). *Fundamentos Matemáticos para Administradores y Contadores*. México: Comité Editorial de la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM.

- 227 • Real Academia Española y Asociación de Academias de la Lengua Española
228 (2014). *Diccionario de la lengua española* (23^a ed.). Madrid: Espasa.

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

1 IMPORTANCIA DE LA DEMOSTRACIÓN EN LA ENSEÑANZA Y 2 APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA

3
4 José Luis López Hernández^{1*}
5 Escuela Nacional Preparatoria, Plantel 6.
6 Universidad Nacional Autónoma de México.

7
8 I-POAP075
9

10 Resumen

11 La forma tradicional de enseñar conceptos básicos de geometría euclíadiana ha sufrido cambios no sólo
12 de contenido curricular, sino también de cómo se presentan y se abordan dichos temas en ambientes
13 cotidianos de clase. A partir de 1980, los educadores matemáticos comenzaron a poner un mayor
14 énfasis en el concepto de demostración y en los tipos de argumentaciones dadas por los estudiantes
15 dentro del aula de matemáticas. Conviene que el profesor explique al estudiante que un dibujo no basta
16 para decir que un resultado matemático es verdadero, sino que le pida argumentar y justificar las
17 afirmaciones matemáticas pertinentes. Es importante incluir algunas demostraciones en clase y solicitar
18 a los estudiantes cierto nivel de rigor y abstracción en geometría.

19 En esta investigación se reportan las demostraciones y argumentaciones dadas por estudiantes de
20 preparatoria al resolver problemas de congruencia de triángulos en ambiente de lápiz-y-papel, las cuales
21 coinciden con las reportadas en la literatura de investigación relacionada con este tema. Los resultados
22 sugieren que los estudiantes, con frecuencia, se apoyan en evidencias empíricas, intuiciones y
23 experiencias personales para resolver los problemas propuestos.

24
25 **Palabras clave:** Demostración, congruencia, resolución de problemas,
26 geometría.

27 28 1. Introducción

29 Con frecuencia los estudiantes de nivel medio superior no se interesan en comprender
30 propiedades de los objetos geométricos y en aprender cómo demostrar proposiciones
31 de geometría euclíadiana, las cuales son evidentes para ellos al mirar las figuras
32 geométricas. El profesor requiere explicarles que un dibujo no basta para asegurar la
33 veracidad de un resultado matemático; él debe plantearles situaciones que los ayuden
34 a pensar y razonar, a justificar las afirmaciones matemáticas pertinentes, a demostrar

¹ Autor y expositor: José Luis López Hernández, jose.lopez@enp.unam.mx. Tel. 55 3728 1092.

35 algunos resultados en geometría. El razonamiento es un elemento clave en el
36 quehacer matemático, contribuye en la organización de las ideas y en la articulación
37 del discurso. Por ello, es importante incluir algunas demostraciones en la clase y
38 solicitar a los estudiantes cierto nivel de rigor y abstracción, de inducción y deducción en
39 geometría, lo cual puede ayudarles a desarrollar un pensamiento lógico y a proporcionar
40 argumentos convincentes respecto de algún resultado geométrico.

41 Diversos autores (e. g. Balacheff, 1987; Hanna, 2008, entre otros) abordan la
42 problemática relacionada con la demostración en matemáticas y sugieren que es
43 pertinente que ésta se enseñe a partir del bachillerato, sin esperar que el estudiante
44 razoné de una manera rigurosa y formal, sin olvidar que en este nivel educativo
45 básicamente el alumno comienza a aprender a usar las matemáticas y a comprender
46 y manejar sus métodos de demostración.

47 Para Hanna y Barbeau (2008) la prueba en matemáticas es importante porque
48 contribuye al desarrollo de nuevas ideas matemáticas y proporciona a los estudiantes
49 nuevas estrategias y métodos para la solución de problemas.

50 Tomando en cuenta la problemática planteada y dada la importancia de la
51 demostración en el aula de matemáticas, en el presente artículo se trata de
52 proporcionar una idea de dicho concepto desde el punto de vista de la educación
53 matemática y se analizan los procesos y tipos de argumentación dados por los
54 estudiantes de bachillerato al resolver problemas geométricos de congruencia de
55 triángulos en ambiente de lápiz-y-papel.

56

57 **2. Marco Conceptual**

58 **El concepto de demostración**

59 Dentro de la comunidad matemática, la verdad de una afirmación se sigue a través de
60 un razonamiento deductivo válido a partir de resultados establecidos; para Hersch
61 (2008) la prueba es una demostración (deductiva) que obliga a un acuerdo de todos
62 los que comprenden los conceptos involucrados. Sin embargo, en el ámbito de la
63 matemática educativa la demostración ha sido abordada desde distintos enfoques. La
64 enseñanza y el aprendizaje de la demostración en matemáticas, desde el nivel medio
65 básico hasta el nivel superior, ha cobrado importancia a partir de hace poco más de
66 tres décadas, como se evidenció en The 19th ICMI Study, celebrada en Dordrecht, Los
67 Países Bajos, en 2009.

68 De acuerdo con diferentes investigaciones, se ha discutido la importancia de la
69 demostración y sus grados de validez; así mismo, se ha puesto énfasis en los tipos de
70 argumentación dados por los estudiantes en los diversos niveles educativos.

71 En Buchbinder y Zaslavsky (2011) se reportan las experiencias de un grupo de
72 estudiantes y un grupo de profesores al enfrentarse a tareas cuyo diseño se acompaña
73 de una figura geométrica, en las que una conjetaura puede desencadenar una

74 necesidad de demostrar. Sus resultados hablan de una dudosa disposición respecto a
75 la generalidad del fenómeno observado y de un exceso de confianza respecto a la
76 conjetura, incluso cuando era falsa.

77 Zaslavsky et al, (2012), exponen su punto de vista a respecto de por qué enseñar la
78 demostración, de las posibles necesidades que tienen los estudiantes de demostrar
79 alguna aseveración y de cómo los profesores pueden facilitar la necesidad de la
80 demostración por parte de los estudiantes. Ellos comentan que un propósito de la
81 demostración en matemáticas es explicar por qué una afirmación matemática es
82 verdadera, dadas ciertas suposiciones. Por tanto, una necesidad de enseñar la
83 demostración es comprender los orígenes y las relaciones del conocimiento
84 matemático.

85 En matemática educativa, la demostración no necesariamente es la aceptada por la
86 comunidad matemática, llevada a cabo en torno a un conjunto de axiomas, sino que
87 se refiere a un proceso de argumentación que genera y valida conocimientos. Por
88 ejemplo, para Grabiner (2012), las demostraciones proporcionan explicaciones para
89 convencer de la validez y sentido de algún resultado, llevan a cabo verificaciones al
90 ayudar a distinguir entre lo verdadero y lo plausible y logran el descubrimiento de
91 propiedades, entre otras de sus bondades.

92 Bell (1976) propone tres propósitos de la demostración: verificación, iluminación y
93 sistematización; Balacheff (1987) menciona dos tipos de demostraciones: (a) las
94 intelectuales, apoyadas en propiedades matemáticas y en las relaciones que existen
95 entre ellas y, (b) las pragmáticas, en que los estudiantes recurren a la acción y a
96 ejemplos concretos, las cuales se subdividen en varios tipos: el empirismo ingenuo, la
97 experiencia crucial, el ejemplo genérico y la experiencia mental.

98 Siñeriz y Ferraris (2005) y Hanna (1990), entre otros, se refieren al tipo de lenguaje y
99 grado de formalidad utilizados en la demostración, como son la argumentación
100 deductiva formal, la argumentación deductiva coloquial, la explicación coloquial, la
101 explicación por evidencia y la explicación por dibujo, además de la prueba formal, la
102 prueba que demuestra y la prueba que explica En tanto Camargo, Perry y Samper
103 (2005), así como Palais (1999), destacan la importancia del razonamiento y la
104 visualización.

105

106 **3. Metodología o desarrollo**

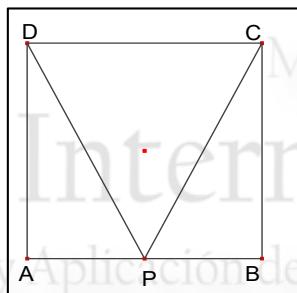
107 Este estudio se realizó en una escuela preparatoria ubicada en la Ciudad de México,
108 participaron quince estudiantes de segundo año que no habían llevado a cabo
109 demostraciones en geometría. Durante tres sesiones de trabajo conducidas por el
110 investigador (la primera de una hora y las otras dos de dos horas, cada una), los
111 estudiantes resolvieron nueve problemas elegidos del libro Geometría Plana y del
112 Espacio (Wentworth & Smith, 1979), referentes a congruencia de triángulos.

113 Los estudiantes fueron videografiados mientras resolvían los problemas de manera
 114 individual usando lápiz y papel (en un lapso de 10 a 15 minutos) y mientras discutían
 115 de manera grupal sus experiencias vividas durante las tres sesiones de trabajo. En
 116 seguida, se muestran las demostraciones y argumentaciones dadas por seis de los
 117 quince estudiantes al resolver tres de los nueve problemas propuestos.

118

119 **4. Resultados y análisis**

120 **Problema 1:** En el cuadrado $\square ABCD$ ² (Figura 1), P es punto medio de \overline{AB} . Prueba
 121 que $\overline{PC} = \overline{PD}$.



122

123

Figura 1. Cuadrado y triángulos.

124 **Estudiante A2.** Argumentación deductiva formal.

$$\begin{aligned} \overline{DA} &= \overline{CB} & \overline{AP} &= \overline{PB} \\ \overline{DA}^2 + \overline{AP}^2 &= \overline{DP}^2 & \overline{CB}^2 + \overline{PB}^2 &= \overline{CP}^2 \\ \sqrt{\overline{DA}^2 + \overline{AP}^2} &= \overline{DP} & \sqrt{\overline{CB}^2 + \overline{PB}^2} &= \overline{CP} \end{aligned}$$

125

126

Figura 2. Uso del Teorema de Pitágoras.

127 La Figura 2 muestra el uso de las hipótesis del problema y a partir de ellas hace
 128 inferencias. A partir del *Teorema de Pitágoras* lleva a cabo una secuencia lógica de
 129 expresiones simbólicas y concluye que $\overline{PC} = \overline{PD}$, dado que $\overline{DA} = \overline{CB}$ y $\overline{AP} = \overline{PB}$.

130 **Estudiante A4.** Explicación por evidencia.

² $\square ABCD$ es cualquier cuadrado cuyos vértices son A, B, C y D.

131

Pues es igual \overline{PC} a \overline{PD} porque, si afirman que la figura es un cuadrado, cualquier segmento que pase por el punto medio de uno de los lados del cuadrado y un vértice que no sea del lado en el que está el punto medio, va a tener la misma medida. Ya que los lados del cuadrado son todos de igual tamaño.

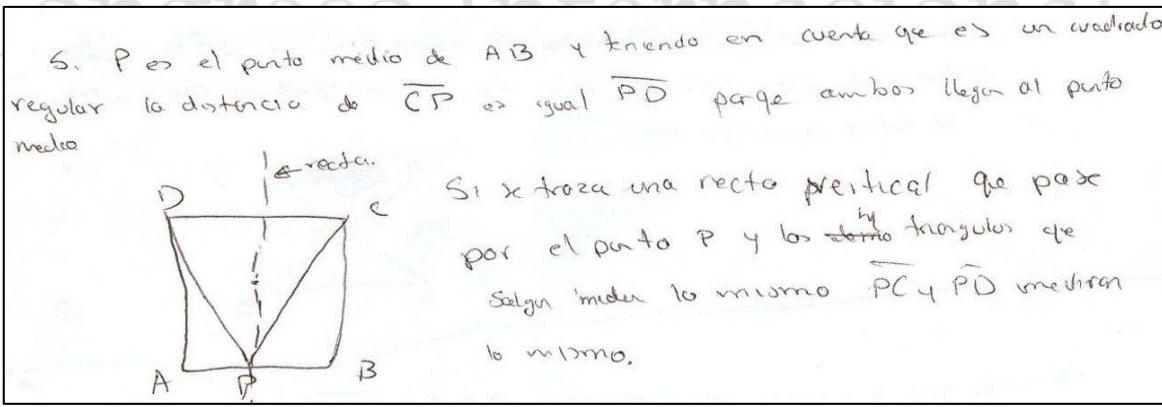
132

Figura 3. Argumentación apoyada en evidencias.

133 El estudiante trata de evidenciar la aseveración al afirmar que los segmentos \overline{PC} y \overline{PD} miden lo mismo (Figura 3), sólo por el hecho de que los puntos A, B, C y D forman un cuadrado, pero no da argumentación alguna.

136 Estudiante A11. Prueba por visualización.

137



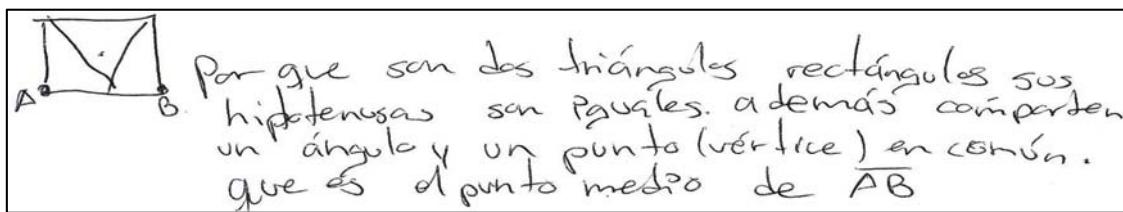
138

Figura 4. Argumentos apoyados en la visualización de la figura.

139 El estudiante se enfoca en los elementos de la representación gráfica y construye la recta auxiliar que pasa por P para obtener cuatro triángulos congruentes (Figura 4), lo cual le ayuda a concluir que $\overline{PC} = \overline{PD}$.

142 Estudiante A5. Explicación por dibujo.

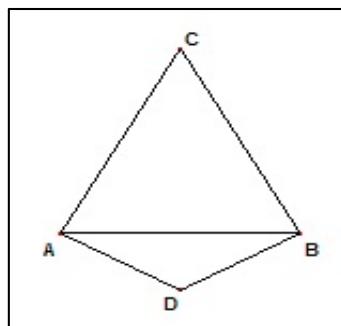
143



144

Figura 5. Afirmaciones apoyadas en la figura.

- 145 En la Figura 5, el estudiante afirma que $\overline{PC} = \overline{PD}$ porque P es punto medio de uno de los lados del cuadrado y se forman triángulos rectángulos, cuyos lados son los del cuadrado. Sólo se basa en el dibujo y afirma sin argumentar.
- 148 **Problema 2:** En la Figura 6, $\overline{AC} = \overline{BC}$ y $\overline{AD} = \overline{BD}$. Prueba que $\angle CBD = \angle DAC$.



- 149
 150 **Figura 6. Cuadrilátero y triángulos.**
 151 **Estudiante A11. Explicación coloquial.**

Si se traza una recta que pase por el punto C, el centro y D se formen dos triángulos, los cuales tendrán ángulos rectos demostrando que son congruentes de lado a lado ya que la distancia de \overline{AB} es la misma ya que solo se partió a la mitad

y como $AD = BD$ los triángulos son congruentes así mismo sus ángulos

$\angle CBD = \angle DAC$.

- 152
 153 **Figura 7. Explicación apoyada en acciones que posibilitan entender lo que se desea probar.**

154 El estudiante traza la recta auxiliar \overline{CD} que corta a \overline{AB} en su punto medio de manera perpendicular, y como $\overline{AD} = \overline{BD}$, concluye (por el criterio LLL) que $\triangle ADC$ ³ es congruente a $\triangle BDC$ (Figura 7). Él explica el significado de la proposición a demostrar mediante el uso del lenguaje coloquial.

158

³ $\triangle ADC$ es cualquier triángulo cuyos vértices son A, D y C.

159 **Estudiante A2.** Argumentación deductiva coloquial.

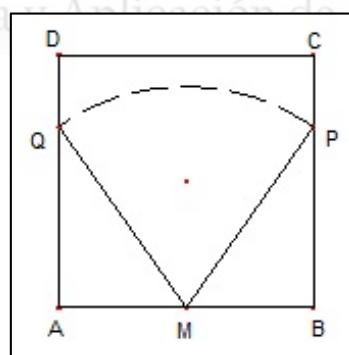
Son 2 isósceles y como tienen 2 ángulos iguales cada uno se suma y se tiene que es el mismo resultado

160

161 **Figura 8. Argumentos apoyados en la figura dada mediante el uso de lenguaje coloquial.**

162 En la Figura 8, el estudiante valida la proposición con base en las hipótesis. A partir de 163 las propiedades de los triángulos isósceles, infiere la igualdad de los ángulos porque 164 los ve como una misma suma. Sin embargo, su respuesta es muy escueta, no 165 argumenta y no explica nada. Utiliza el lenguaje coloquial.

166 **Problema 3:** En $\square ABCD$ (Figura 9), el punto medio de \overline{AB} es M. Con centro en M se 167 describe el arco \widehat{QP} ⁴ que corta a \overline{AD} en Q y a \overline{BC} en P. Prueba que $\triangle MBP$ es 168 congruente a $\triangle MAQ$.



169

170 **Figura 9. Cuadrado, triángulos y segmento de arco.**

171 **Estudiante A7.** Prueba que explica.

MQ y MP, al ser radios de la circunferencia, son iguales, y como \overline{AM} y \overline{MB} son iguales, forman 2 triángulos con 2 lados iguales entre sí, por lo cual son iguales

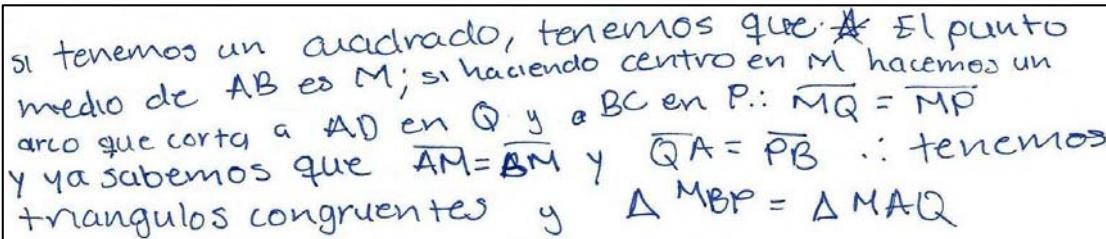
172

173 **Figura 10. Uso de conceptos geométricos para explicar lo que se desea probar.**

⁴ \widehat{QP} es cualquier arco de circunferencia con extremos Q y P.

174 En la Figura 10, el estudiante explica el significado de la proposición a demostrar. Él
175 afirma que los dos triángulos rectángulos de interés son iguales, debido a que sus
176 lados correspondientes son iguales (criterio LAL).

177 **Estudiante A12.** Explicación coloquial.

178 
179 **Figura 11. Afirmaciones no evidentes.**

180 El estudiante afirma (Figura 11) que dos triángulos son congruentes si dos de los lados
181 de uno son iguales a dos de los lados del otro, entonces clarifica la situación y concluye
182 que los triángulos rectángulos son iguales. Sin embargo, no hace inferencias reales,
183 ya que no se refiere al ángulo recto.

184 **5. Conclusiones**

185 La mayoría de los estudiantes justificó los resultados por medio de un lenguaje
186 coloquial y, en ocasiones, los procesos de argumentación fueron imprecisos o
187 incompletos; sin embargo, en algunos casos sí utilizaron un lenguaje simbólico formal
188 con claridad y elaboraron, de manera aceptable, las demostraciones relacionadas con
189 la congruencia de triángulos.

190 Es comprensible que con frecuencia los estudiantes utilicen el lenguaje coloquial para
191 tratar de demostrar la proposición en cuestión, ya que la mayoría de ellos se enfrentan
192 a este tipo de tareas por vez primera. Sin embargo, experiencias como éstas pueden
193 ayudarles a desarrollar un pensamiento lógico y crítico en matemáticas y les
194 proporcionan nuevas estrategias para la resolución de problemas.

195 Se constata una gran dificultad de los estudiantes para identificar elementos auxiliares
196 que pueden serles útiles para asegurar la veracidad del resultado. Ellos necesitan
197 desarrollar un razonamiento intuitivo de los objetos geométricos para tener acceso a
198 un mejor entendimiento de la geometría euclíadiana y a un razonamiento deductivo
199 formal para su estudio; para lograr lo anterior, se requiere tomar en cuenta el tipo de
200 tareas a resolver y la manera en que éstas son guiadas por parte de los profesores e
201 investigadores.

202

203

204 **Referencias Bibliográficas**



- 205 Balacheff, N. (1987). Processus de preuve et situations de validation. *Educational Studies in Mathematics*, 18(12), 147-176.
- 207 Bell, A. W. (1976). A study of pupil's proof-explanations in mathematical situations. *Educational Studies in Mathematics*, 7(1), 23-40.
- 209 Buchbinder, O. & Zaslavsky, O. (2011). Is this a coincidence? The role of examples in creating a need for proof. *ZDM – Zentralblatt fuer Didaktik der Mathematik*, 43, 269–281.
- 212 Camargo, L., Perry, P. & Samper, C. (2005). La demostración en la clase de geometría: ¿Puede tener un papel protagónico? *Educación Matemática*, 17(3), 53-76.
- 214 Hanna, G. (1990). Some pedagogical aspects of proof. *Interchange*, 21(1), 6-13.
- 215 Hanna, G. & Barbeau, E. (2008). Proofs as bearers of mathematical knowledge. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 40(3), 345-353.
- 217 Grabiner J.V. (2012). "Why proof? A historian's perspective". En Hanna, G., de Villiers, M. (Eds.), Proof and proving in mathematics education. The 19th ICMI Study (pp. 147–167).
- 220 Hersh, R. (2008). Mathematical practice as a scientific problem. In B. Gold & R. A. Simons (Eds.), *Proof and other dilemmas: Mathematics and philosophy* (pp. 95–108).
- 223 Palais, R. S. (1999). The visualization of mathematics: toward a mathematical exploratorium. *Notices of the AMS*, 46(6), 647-658.
- 225 Siñeriz, L. & Ferraris C. (2005). Tipos de prueba: una de las categorías de un modelo teórico del proceso de aprendizaje de la demostración en geometría. *Memorias del VII Simposio de Educación Matemática*. Chivilcoy.
- 228 Wentworth, J. & Smith, D. E. (1979). *Geometría plana y del espacio*. México: Porrúa.
- 229 Zaslavsky, O., Nickerson, S., Styliandes, A., Kidron, I. & Winicki, G. (2012). The need for proof and proving: Mathematical and pedagogical perspectives. In G. Hanna, & M. de Villiers (Eds.), *Proof and proving in mathematics education* (pp. 215-229).

DISTINGUE LA RELACIÓN ENTRE LA PROBABILIDAD FRECUENCIAL Y CLÁSICA.

Juana Castillo Padilla^{1,*1} Anakaren Vega Rodríguez² y
Fátima Sandra Rubiales Sánchez³
^{1,2 y 3}Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades.

Investigación- POAS039

Resumen

Para el aprendizaje significativo de la relación que existe entre los conceptos de probabilidad clásica y frecuencial nos apoyamos en contextos históricos. El punto de partida de la teoría de probabilidad es el estudio de los juegos de azar, que se han practicado desde la antigüedad en todas las culturas. Sin embargo, fue hasta 1705 que se publicó la versión escrita por Jacob Bernoulli, *Ars Conjectandi*. Otra referencia importante de la definición clásica de probabilidad se encuentra en los trabajos de Huygens en su publicación, *De Ratiociniis in Aleae Ludo*. El impulso fundamental es de la obra de Pierre Simón, Marqués de Laplace “*Théorie analytique des probabilités*” publicada en 1814 donde estableció la definición que actualmente conocemos como probabilidad clásica o regla de Laplace.

¿Como surge históricamente la noción en el contexto frecuencial?

En 1713 Jacob Bernoulli fue el primero en demostrar que la probabilidad de un suceso se puede estimar con la precisión que se deseé, a partir de la frecuencia relativa observada en una serie grande de ensayos del mismo experimento. Esta fue la primera demostración de la ley de los grandes números.

Pasaron muchos años para establecer una definición para la probabilidad frecuencial, fue hasta 1919, que Richard Von Mises, escribió (*Fundamentos del cálculo de probabilidades*, 1919), obra en la que abunda en la teoría del análisis de frecuencias según los postulados de John Venn.

Conocer los antecedentes hace ubicar diferencias y establecer la relación entre ellas.

Palabras clave: Probabilidad, Clásica, Frecuencial, teoría, Análisis, Cálculo.

1. Introducción

Los conceptos iniciales de la probabilidad se refieren a la diferencia entre fenómeno aleatorio y fenómeno determinista. Es fundamental que a través del curso se fomente el desarrollo del pensamiento aleatorio, si bien los alumnos tienen cierta noción del concepto de azar y del término probabilidad porque es común que en el lenguaje cotidiano en comentarios como “*es probable que venga mañana*” no lo usan con el mismo sentido preciso que en la clase de matemáticas. Según (Ortiz y Serrano,

¹ juanacp@gmail.com; karenvega051588@gmail.com; rusafatima@gmail.com



40 2001), en el estudio de la probabilidad el estudiante ha usado con cotidianamente
41 términos y expresiones para referirse a los sucesos aleatorios, que con frecuencia no
42 tienen el mismo sentido preciso que adquieren en el tratamiento que se da al azar en
43 la clase de matemáticas. Las diferencias existentes entre el lenguaje cotidiano y el
44 lenguaje probabilístico pueden ser un obstáculo para la construcción del conocimiento,
45 de manera que lo que resulta problemático no son los términos ni expresiones en sí
46 mismos, sino los conceptos y procesos subyacentes que se están comunicando y el
47 significado que transmiten.

48 Así que es fundamental que el profesor trabaje con los estudiantes el pensamiento
49 aleatorio y estudiar con profundidad los significados de azar, aleatoriedad y
50 probabilidad.

51 Poincaré uno de los grandes matemáticos que escribió sobre los conceptos de azar
52 menciona lo siguiente: "Llevo a cabo trabajos importantes sobre la teoría de la
53 probabilidad y las leyes del azar, el preámbulo de un artículo importantísimo que
54 Poincaré escribió sobre aquellas versa así: ¿Podemos hablar de leyes de azar? ¿No
55 es el azar la antítesis de toda ley? La probabilidad se opone a la certeza; es pues, lo
56 que se ignora y, por consiguiente, lo que no podría calcularse. Es a causa de nuestra
57 debilidad y de nuestra ignorancia que existe el azar para nosotros; e incluso sin salir
58 de nuestra debilidad humana, lo que es azar para el ignorante no lo es para el sabio.
59 El azar no es más que la medida de nuestra ignorancia. Los fenómenos fortuitos son,
60 por definición, aquellos cuyas leyes ignoramos" Poincaré, Jules-Henri (1854-1912).

61 JUSTIFICACIÓN

62 Vamos a presentar una reflexión desde una perspectiva didáctica sobre la noción de
63 aleatoriedad, la cual, junto con la idea de probabilidad clásica y frecuencial es punto
64 de partida del cálculo de probabilidades. Es de interés porque es importante crear en
65 los estudiantes el pensamiento aleatorio y necesario para la comprensión de los
66 significados en el cálculo de las probabilidades clásica y frecuencial.

68

69 Las expresiones "experimento aleatorio", "suceso aleatorio", el uso de los sustantivos
70 "azar", "aleatorio", aparecen con frecuencia, en el lenguaje cotidiano, pero su
71 significado, al referirse a un concepto abstracto, no queda fácilmente comprendido, lo
72 cual crea dificultades en los estudiantes.

73

74 Los objetos matemáticos no son accesibles mediante la percepción ya que estos
75 pertenecen a un plano intrapsíquico, construidos socioculturalmente, Duval (1998)
76 distingue dos tipos de representación de estos objetos, la *representación mental* y la
77 *semiótica*:



78 “Las *representaciones mentales* cubren el conjunto de imágenes y, globalmente, a las
 79 concepciones que un individuo puede tener sobre un objeto, sobre una situación y
 80 sobre lo que les está asociado. Las *representaciones semióticas* son producciones
 81 constituidas por el empleo de signos que pertenecen a un sistema de representación.
 82

83 OBJETIVO

84 Presentar una estrategia didáctica para la comprensión de la diferencia entre
 85 Probabilidad Clásica y Frecuencial.

86

87 1.1 Marco Conceptual

88 La Teoría de la Actividad de Leontiev –quien a su vez la construyó con base en el
 89 método Histórico-Cultural de Vygotski– es el eje de nuestro marco teórico.

90 Leontiev concibió la actividad
 91 como un sistema de acciones y
 92 operaciones que realiza el
 93 sujeto sobre el objeto, y ésta no
 94 se efectúa sólo en el plano
 95 material, concreto, sino también
 96 en la psique del ser humano,
 97 que es donde se transforma la
 98 propia naturaleza de él. Así, el
 99 sujeto que actua de manera
 100 colectiva va desarrollando las
 101 acciones y operaciones
 102 diseñadas para que el objeto del

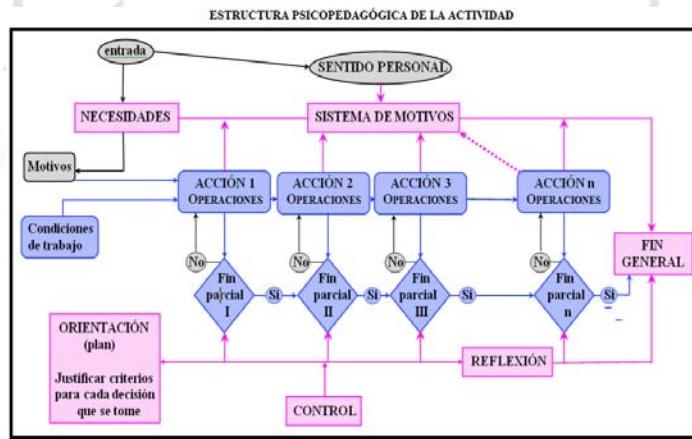


Figura1. Teoría de la Actividad de Leóntiev

103

104 conocimiento (o de estudio, en nuestro caso) sea creado socialmente. Aquí la actividad
 105 es un mecanismo por el cual la práctica social propicia el desarrollo de las funciones
 106 psíquicas humanas, que permite al hombre relacionarse con el mundo para adaptarse
 107 a él y poder transformarlo.

108
 109 El motivo de la actividad se refiere a una necesidad objetivada, como el objeto que
 110 mueve al sujeto a la realización de alguna acción. Es decir, el motivo es originado por
 111 una necesidad, la cual dirige y regula la actividad concreta del sujeto, el objeto de la
 112 actividad es su verdadero motivo, se sobrentiende que el motivo puede ser tanto
 113 material como ideal, tanto perceptible como sólo imaginable, producto del
 114 pensamiento. El motivo puede ser dado en la percepción o bien sólo existente en la
 115 imaginación, lo importante es señalar que la necesidad siempre se encuentra tras el
 116 motivo, éste siempre responde a una u otra necesidad, por consiguiente, el concepto

117 de actividad está ligado indispensablemente con el concepto de motivo. No existe
118 actividad alguna si no hay motivos, dice Leontiev “Así, las necesidades estimulan la
119 actividad del sujeto y las dirigen, pero pueden hacerlo si son objetivables”, el objeto de
120 la actividad es su verdadero motivo.

121 Los principales componentes de la actividad humana son las acciones que la realizan,
122 las acciones siempre están subordinadas al resultado que debe lograrse, es decir la
123 acción es un proceso subordinado a una finalidad consciente. De igual manera que el
124 concepto de motivo se relaciona con el de actividad, el concepto de finalidad se
125 correlaciona con el de acción. Los resultados parciales, intermedios, son condiciones
126 necesarias en la actividad colectiva, pero por sí mismos no pueden satisfacer la
127 necesidad que les dio origen. La finalidad puede aparecer abstraída para la conciencia
128 del sujeto, pero no ocurre lo mismo con su acción, por ello aparte de su aspecto
129 intencional (que debe ser logrado) aparece su aspecto operacional (cómo puede ser
130 logrado), Leontiev llamó operaciones a los procedimientos llevados a cabo para
131 realizar la acción. Así, la acción se correlaciona con la finalidad, mientras que las
132 operaciones se relacionan con las condiciones concretas.

133 De la orientación que se dé a los motivos de una actividad, de la forma en que ésta se
134 proponga a los alumnos, dependerá la toma de conciencia de sus motivos (adquiriendo
135 un carácter voluntario y premeditado) –lo cual incidiría en la formación de su carácter–
136 , así como el sentido (colaboracionista o bien individualista, etc.) de la jerarquización
137 de los motivos mismos–; todo esto a su vez influiría en la formación de su personalidad,
138 ideales, valores, etcétera–. En síntesis, la motivación debe propiciar la construcción de
139 los sistemas de motivos por los propios estudiantes.

140

141 2. Metodología o desarrollo

142 Al recordar las definiciones de Probabilidad frecuencial y Clásica, se dará una Breve
143 reseña Histórica para enlazar los dos conceptos.

144

145 Definición de probabilidad frecuencial

146 La probabilidad frecuencial es una forma empírica de calcular la probabilidad. Es
147 necesario repetir el experimento un número suficiente para alcanzar la regularidad
148 estadística. La probabilidad frecuencial a diferencia de la subjetiva, siempre se
149 cuantifica. Puede expresarse como fracción, número decimal o porcentaje. Para
150 calcular la probabilidad de un suceso *a* podemos utilizar la siguiente expresión.

151

$$152 \quad P(a) = \frac{\text{número de resultados en que se obtuvo el suceso } a}{\text{número total de intentos}}$$

153

154



155

Definición de probabilidad clásica

156

Si Ω es un espacio muestral con un número finito de elementos igualmente probables, la probabilidad de cualquier evento A es el cociente formado por el número de elementos de A entre el número de elementos del espacio muestral Ω .

158

159

*Si el espacio muestral tiene **N** elementos y el evento A tiene **k** de los **N** elementos, la probabilidad del evento A -denotada por **P(A)**- es:*

160

$$P(A) = \frac{k}{N}$$

161

Tenemos conocimiento históricamente que desde los griegos había juegos de azar, aunque poco se escribió al respecto. Una referencia que se encuentra documentada fue escrita por Jacob Bernoulli.

162

Esa estrategia entró en la visión pública en agosto de 1705, ocho años después de la muerte de Jacob Bernoulli, en su obra maestra, Ars Conjectandi.

163

- Otra referencia importante de la definición clásica de probabilidad se encuentra en los trabajos de Huygens en su publicación, De Ratiociniis in Aleae Ludo.
- Aunque la primera definición formal la entrega de Moivre (1718) en:

164

The Doctrine of Chances:

165

“Si constituyimos una fracción cuyo numerador es el número de chances (posibilidades) con la que el suceso podría ocurrir y el denominador el número de chances con las que puede ocurrir o fallar, esta fracción será una definición propia de la probabilidad de ocurrencia” (p. 1).

166

- El impulso fundamental es de la obra de Pierre Simón, Marqués de Laplace “Théorie analytique des probabilités” (1749-1827) publica un texto sobre este tema en 1814 donde estableció la definición que actualmente conocemos como **probabilidad clásica o regla de Laplace**. Lo importante para Laplace es que la probabilidad de un suceso es **una fracción cuyo numerador es el número de casos favorables y en el denominador el número de todos los casos posibles** (p. 28). Tal definición no estuvo ajena de controversias.

167

¿Como surge históricamente la noción en el contexto frecuencial?

168

En 1713 Jacob Bernoulli fue el primero en demostrar que la probabilidad de un suceso se puede estimar con la precisión que se deseé, a partir de la frecuencia relativa observada en una serie grande de ensayos del mismo experimento. Esta fue la primera demostración de la **ley de los grandes números**.

169

Pasaron muchos años para establecer una definición para la probabilidad frecuencial, fue hasta 1919, que Richard von Mises, acabada la primera guerra mundial escribió



190 Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung (*Fundamentos del cálculo de*
191 *probabilidades*, 1919), obra en la que abunda en la teoría del análisis de frecuencias
192 según los postulados de John Venn. En esta definición se tienen dos
193 características importantes:

194 **La primera** es que se acepta la probabilidad de la repetición en condiciones idénticas
195 unas de otras, teóricamente es posible, sin embargo, en la práctica es muy difícil, así
196 que el papel de la independencia es fundamental en la probabilidad.

197 **La segunda**, si los resultados aislados son impredecibles a mayor número de
198 repeticiones se puede observar una regularidad en la frecuencia relativa, y si el número
199 de observaciones es lo suficientemente grande hay una estabilidad en la regularidad.
200 Este enfoque es muy interesante para el cálculo de probabilidades pues no se exige
201 la equiprobabilidad de los sucesos elementales.

202 ...Son muchas las aplicaciones de esta definición, aunque están limitadas porque *no*
203 *pocas veces es difícil saber el valor en el cual se estabilizan las frecuencias relativas*
204 *de un evento* por la escasa información que se tiene (el suceso ha sido observado
205 pocas veces y aun no se presenta la regularidad estadística con suficiente precisión)
206 Únicamente si tenemos la seguridad de que las frecuencias relativas de los eventos
207 de un espacio muestral han alcanzado la regularidad estadística, podemos asignar
208 dichas frecuencias relativas a las correspondientes probabilidades de los eventos.

209 Si, por el contrario, la información disponible no permite ver si se ha alcanzado la
210 regularidad estadística, entonces las frecuencias relativas de los eventos deberán
211 entenderse como una ESTIMACIÓN de la probabilidad, a la cual designaremos con el
212 signo \hat{P} , es decir, si estimamos la probabilidad del evento, A mediante su frecuencia
213 relativa, escribimos $\hat{P}(A)$. (Castillo, 1998, p.81)

214
215 Puesto que las **Leyes débiles de los grandes números** nos presentan una visión
216 teórica del comportamiento de estas frecuencias relativas la comprensión de la
217 justificación queda fuera de nuestro alcance.

218 Aquí tenemos que aplicar la visión de las tablas de frecuencia realizadas en estadística
219 descriptiva en donde podemos relacionar la frecuencia relativa con la probabilidad
220 cuando estamos hablando de poblaciones (no siempre conocidas) o de la estimación
221 en muestras suficientemente grandes.

222
223
224
225
226



227

228

Tabla 1. Diferencias entre los enfoques.

| | <u>Significado</u> | <u>de la probabilidad</u> |
|---------------------------------------|---|---|
| | <u>Clásica</u> | <u>Frecuencial</u> |
| Campos de problemas | Cálculo de apuestas o riesgos en juegos de azar | <ul style="list-style-type: none"> • Estimación de parámetros en poblaciones |
| Algoritmos y procedimientos | <ul style="list-style-type: none"> • Combinatoria • Proporciones • Análisis a priori <p>de la estructura del experimento</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Registro de datos estadísticos a priori • Ajuste de curvas matemáticas • Análisis matemático • Simulación |
| Elementos lingüísticos | <ul style="list-style-type: none"> • Triángulo aritmético • Listado de sucesos • Fórmulas combinatorias • Representaciones gráficas | <ul style="list-style-type: none"> • Tablas y gráficos estadísticos • Curvas de densidad • Tablas de números aleatorios • Tablas de distribuciones |
| Definiciones y propiedades | <ul style="list-style-type: none"> • Cociente de casos favorables y posibles • Equiprobabilidad • Espacio muestral | <ul style="list-style-type: none"> • Límite de las frecuencias relativas • Carácter objetivo basado en la experiencia empírica |
| Algunos conceptos relacionados | <ul style="list-style-type: none"> • Esperanza • Equitatividad | <ul style="list-style-type: none"> • Frecuencia relativa • Variabilidad de la frecuencia relativa • Independencia de ensayos • Variable aleatoria <p>Distribución de probabilidades</p> |

229

230

231



232 **3. Resultados y análisis**

233 Para establecer la diferencia entre la probabilidad clásica y frecuencial es necesario
234 llevar a cabo una serie de actividades donde el alumno descubra que para calcular la
235 probabilidad clásica es necesario describir el espacio muestral y observar que los
236 eventos son igualmente probables, así como determinar las probabilidades de eventos.
237

238 En el caso de la probabilidad frecuencial, se pueden realizar varios experimentos para
239 ver el comportamiento en términos de la regularidad estadística como por ejemplo el
240 lanzamiento de dos dados y/o el lanzamiento de una moneda 100 veces. En el
241 lanzamiento de la moneda en cien intentos podemos observar el comportamiento para
242 la ocurrencia de águilas y cuantificar tal suceso.
243

244 Uniendo estas actividades con los procesos históricos se establece la relación entre
245 los dos tipos de probabilidades y sus diferencias.

246 **4. Conclusiones**
247

249 En esta primera etapa se ha identificado la problemática observada alrededor del
250 concepto de probabilidad, puesto que a pesar de que es un término cotidiano se tiene
251 gran dificultad en concebirla y aplicar tal concepto. Haber transitado a través de la
252 Estadística descriptiva que es más simple de concebir ahora pasan a un plano más
253 abstracto y epistemológicamente más complejo.
254

255 **Índice de referencias**
256

257 Libros

258 Duval, R. (1998). Registros de Representación semiótica y funcionamiento cognitivo
259 del pensamiento. En F. Hitt, *Investigaciones en Matemática Educativa II* (págs.
260 173-201). México: Iberoamérica.

261 Vygotsky, L. S. (2001). *Obras escogidas II*. España: Machado Libros.

262 Wertsch, J. (2006). *Vygotsky y la formación social de la mente*. Barcelona: Paidós.

263 Castillo, J., Gómez, J. (2000). *Estadística inferencial básica*. México: Grupo Editorial
264 Iberoamérica.

265 Ortiz, J. J., Batanero, C. y Serrano, L. (2001). Un estudio experimental del lenguaje
266 probabilístico en los libros de texto de bachillerato. En: L. Berenguer, B. Cobo y J.M.
267 Navas (Eds.), *Investigación en el Aula de Matemáticas* (pp.181-185). Departamento
268 de Didáctica de las Matemáticas. Sociedad Andaluza de Educación Matemática
269 Thales. Granada.
270

271 Revistas



- 272 Información en línea
273 • <https://mises.org/library/correct-theory-probability>
274 • <file:///D:/Trabajo/ESTADISTICA%20Y%20PROBA/REL%20CLÁSICA-FREC%20TFMRafaPa.pdf>
275 • <file:///D:/Trabajo/PROYECTO%202018-19/tesisjj.PDF>
277 Revisado en enero de 2019.
278

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

CICLO LÍMITE EN EL PLANO DE FASE DE SISTEMAS FÍSICOS NO LINEALES

Nicolás Calva Tapia

UNAM, FES-C, Departamento de Ingeniería

I-POAV006

Resumen

En este trabajo se investiga la existencia de un ciclo límite en el plano de fase de los sistemas no lineales. En donde esta trayectoria cerrada (ciclo límite) se encuentra aislada en el plano de fase, a la cual, se aproximan asintóticamente desde dentro o fuera de ella otras trayectorias a medida que el tiempo tiende a infinito.

Estos ciclos límite se manifiestan en los sistemas alineales no conservativos. A éste caso pertenecen los sistemas físicos auto-oscilatorios, o sea aquellos sistemas en los cuales su respuesta es periódica su amplitud y frecuencia no cambian. Esto generalmente sucede en los osciladores electrónicos, como es el caso de la ecuación de Van der Pol con un coeficiente no lineal en la ecuación diferencial.

Debido a que no todas las trayectorias cerradas son ciclos límite. Como es el caso de un sistema conservativo, en el cual, no hay amortiguamiento para disipar energía, su plano de fase es una familia de curvas cerradas, pero ninguna está aislada de la otra.

Por lo qué es fundamental emplear la herramientas tecnológica Matlab-Simulink, para poder observar la dependencia y forma de las diferentes posibles trayectorias en el plano de fase para visualizar su estabilidad, además de como poder utilizar algunos de los teoremas para determinar de una manera sencilla la existencia de estos ciclos límite, y así también contemplar por medio de la simulación el comportamiento en el dominio temporal de ciertos tipos de sistemas. A partir de su representación de las ecuaciones diferenciales alineales implementadas con los bloques en Simulink y tratadas en el espacio de trabajo de Matlab a varias condiciones iniciales.

Palabras clave: Ciclo límite, estabilidad, plano de fase, sistema no lineal, ecuaciones diferenciales alineales.

1. Introducción

Un ciclo límite, es una trayectoria cerrada que se encuentra aislada en el plano de fase, a la cual, se aproximan asintóticamente desde dentro o fuera de ella otras trayectorias a medida que el tiempo tiende a infinito.



Los ciclos límite se manifiestan en los sistemas alináeales, o sea aquellos sistemas en los cuales su respuesta es periódica su amplitud y frecuencia no cambian. Esto generalmente sucede en los osciladores electrónicos.

Como no todas las trayectorias cerradas son ciclos límite. Tal es el caso de un sistema que no tiene amortiguamiento para disipar energía, su plano de fase es una familia de curvas cerradas, pero ninguna está aislada de la otra. Existe principalmente cuatro tipos de ciclos límite: un estable, un inestable, dos semiestables.

Existen algunos teoremas, que proporcionan información sobre la existencia de un ciclo límite de un sistema físico representado por una ecuación diferencial no lineal. Estos se enuncian a continuación, Atherton (1975), Perko (2001).

1.1 Sistema de Lienard

Considerando la ecuación diferencial no lineal expresada en la forma dada por la Ec.(1).

$$\ddot{x} + f(x)\dot{x} + g(x) = 0 \quad (1)$$

Expresada en término de dos variables $f(x_1, x_2) = f(x_1)x_2 + g(x_1)$, por lo tanto:

$$\dot{x}_2 / \dot{x}_1 = - \left(x_2 f(x_1) + g(x_1) \right) / x_2$$

Introduciendo una nueva variable $y = x_2 + F(x_1)$, donde $F(x_1) = \int_0^{x_1} f(\alpha) d\alpha$

Se tiene que $\dot{y} / \dot{x}_1 = (\dot{x}_2 / \dot{x}_1) + f(x_1)$ ó $\dot{y} / \dot{x}_1 = -g(x_1) / (y - F(x_1))$. Es decir, se obtiene la representación indicada por Ec. (2).

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= y - F(x_1) \\ \dot{y} &= -g(x_1) \end{aligned} \quad (2)$$

Es decir: $\dot{x} = y - F(x) \Rightarrow \ddot{x} = \dot{y} - F'(x) \frac{dx}{dt}$, en consecuencia.

Con $\dot{y} = -g(x)$ y $F'(x) = f(x)$, entonces: $\ddot{x} + f(x)\dot{x} + g(x) = 0$

Por lo cual, Lienard demuestra que la Ec. (1) en su forma general $\ddot{x} + f(x)\dot{x} + g(x) = 0$, tiene un ciclo límite estable único, si las siguientes condiciones suficientes, pero no necesarias son satisfechas.

- a) $f(x)$ y $g(x)$ sean analíticas
- b) $g(x)$ tiene simetría impar con $g(0) = 0$ y $xg(x) = 0$
- c) $f(x)$ tiene simetría par y $f(0) < 0$, y



d) $F(x) = \int_0^x f(x) dx$ tiene una raíz a $x=a$, $a > 0$ y es monótona creciente para $x > a$, tendiendo a infinito cuando $x \rightarrow \infty$.

1.2 Teorema de Dulac

En alguna región acotada del plano un sistema analítico planar representado por Ec. (1) tiene a lo más un número finito de ciclos límite. Cualquier sistema polinomial tiene a lo más un número finito de ciclos límite en R^2 .

1.3 Teorema Blow y Lloyd

El sistema (1) con $g(x) = x$ y $F(x) = a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_{2m+1} x^{2m+1}$ tiene a lo más m ciclos límite locales y hay coeficientes $a_1, a_2, \dots, a_{2m+1}$ alternando en signo, tal que (1) tiene m ciclos límite locales.

Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

1.4 Teorema de Perko

Este establece que para $\varepsilon \neq 0$ suficientemente pequeño el sistema dado por Ec. (2), con $g(x) = x$ y $F(x) = \varepsilon [a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_{2m+1} x^{2m+1}]$ tiene a lo más m ciclos límite; además, para $\varepsilon \neq 0$ suficientemente pequeño, este sistema tiene exactamente m ciclos límite, los cuales son asintóticos a círculos de radio r_j , $j = 1, \dots, m$, centrados al origen como $\varepsilon \neq 0$ si y solamente sí la Ec. (3) de grado m . Tiene m raíces positivas ubicadas en $\lambda = r_j^2$, $j = 1, \dots, m$. Perko (2001).

$$\frac{a_1}{2} + \frac{3a_3}{8}\lambda + \frac{5a_5}{16}\lambda^2 + \frac{35a_7}{128}\lambda^3 + \binom{2m+2}{m+1} \frac{a_{2m+1}}{2^{2m+2}}\lambda^m = 0 \quad (3)$$

2. Desarrollo y análisis

Fundamentalmente se consideran tres casos de aplicación, a partir del modelo matemático representado por ecuaciones diferenciales no lineales del sistema físico, para mostrar los diferentes ciclos límite utilizando la simulación, y para el análisis se aplican alguno de los teoremas enunciados para establecer cuantos ciclos límite se desea tener, así como la amplitud de oscilación. Calva (2016).



I) Primer caso, Considérese un sistema con amortiguamiento no lineal, como lo es la famosa Ec. (4) del oscilador de relajación de van- der Pol.

$$\ddot{x} - \mu(1 - x^2) \dot{x} + x = 0 \quad , \quad \mu > 0 \quad (4)$$

La cual tiene la forma de la estructura de la Ec. (1) de Leonard:

$$\ddot{x} + f(x)\dot{x} + g(x) = 0, \text{ donde } f(x) = -\mu(1 - x^2) \text{ y } g(x) = x,$$

$$\int f(x)dx = -\mu(x - x^3/3), \text{ la cual tiene una raíz en } x = \sqrt{3}.$$

Por lo tanto, la ecuación satisface la condición suficiente para pasar a un ciclo límite. Análisis de la ecuación no lineal, aplicando el criterio de Bendixson. Perko (2001).

Representando en el espacio de estado a la ecuación de **van-der Pol**, se tiene las Ecs. (5) asignadas, es decir:

$$\dot{x}_1 = x_2 ; \quad \dot{x}_1 = P(x_1, x_2)$$

$$\dot{x}_2 = \mu(1 - x_1^2)x_2 - x_1 ; \quad \dot{x}_2 = Q(x_1, x_2) \quad (5)$$

Donde la Ec. (6) es:

$$\frac{\partial P}{\partial x_1} + \frac{\partial Q}{\partial x_2} = -\mu(1 - x_1^2) \quad (6)$$

Siendo positivo para $|x_1| > 1$ y negativo para $|x_1| < 1$, tal que existe un ciclo límite por el cambio de signo. Ahora las Ecs. (5) en términos de su pendiente se tiene Ec. (7).

$$\alpha = \frac{\dot{x}_2}{\dot{x}_1} = (\mu(1 - x_1^2)x_2 - x_1) / x_2 \quad (7)$$

Se puede observar que el único punto singular es el origen ó sea $x_1 = x_2 = 0$, y el tipo del punto singular depende de μ , iniciando con un *foco inestable* para $\mu < 2$ y un *nodo inestable* para $\mu \geq 2$.

El ciclo límite de la ecuación de **van-der Pol**, considerando diferentes valores del coeficiente de amortiguamiento μ , el cual está indicado en la Fig. 1. Atherton (1975), Khalil (2002).



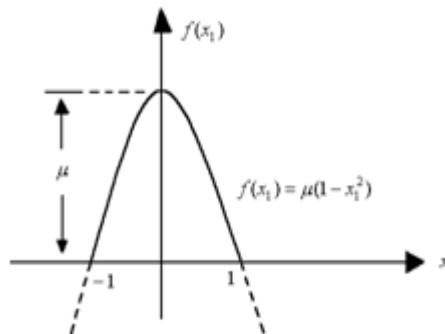


Figura 1. Amortiguamiento no lineal

A partir de la ecuación de van-der Pol, se realiza el diagrama que se muestra en la Fig. 2.

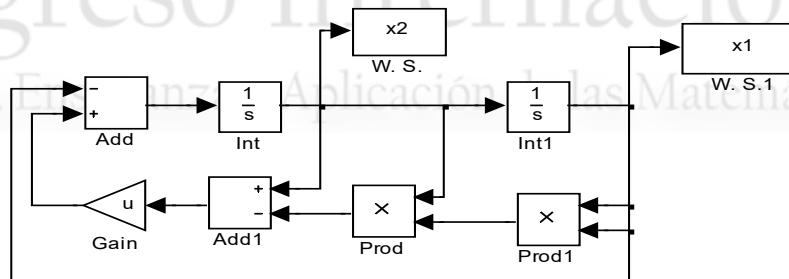


Figura 2. Diagrama de la ecuación de van-der Pol

Como resultado de la simulación, se obtienen los diagramas de plano de fase para diferentes valores del coeficiente de amortiguamiento μ , así como el flujo de las curvas solución para resaltar en las gráficas de las Figs. 3-6 las trayectorias desde dentro / fuera para observar la estabilidad y existencia del ciclo límite, la cual es la parte más resaltada en los retratos de fase indicados. Así como también el comportamiento de los estados del sistema descritos en la Fig. 7. Jordan (2007), Khalil (2002).

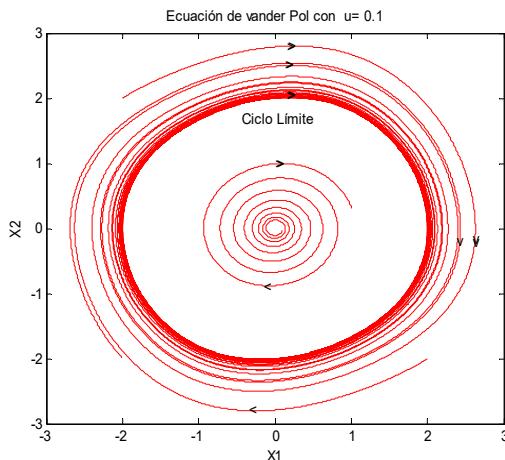


Figura 3. Valor de $\mu = 0.1$

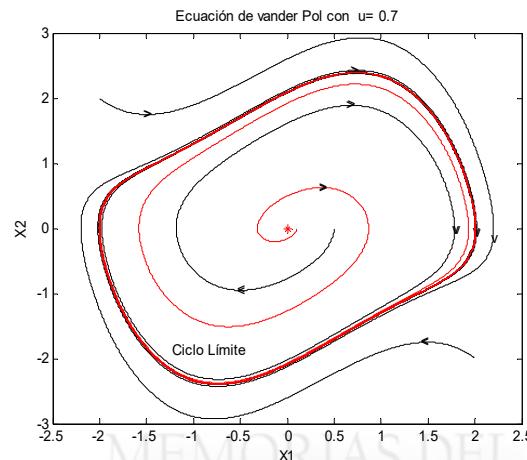


Figura 4. Valor de $\mu = 0.7$

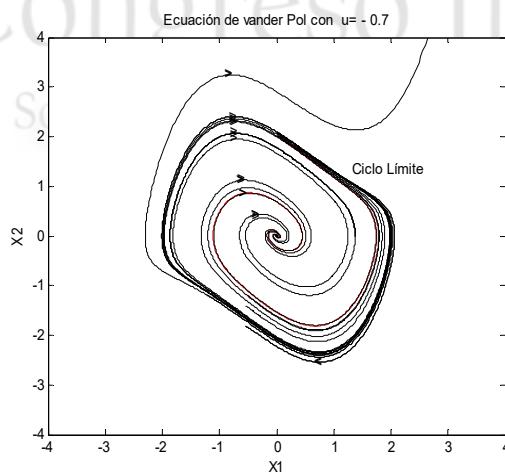


Figura 5. Valor de $\mu = -0.7$

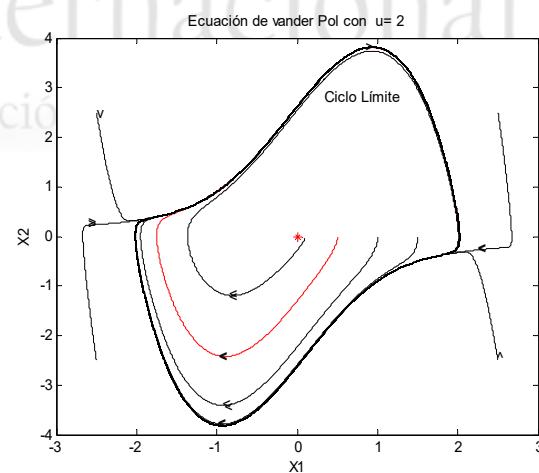


Figura 6. Valor de $\mu = 2$

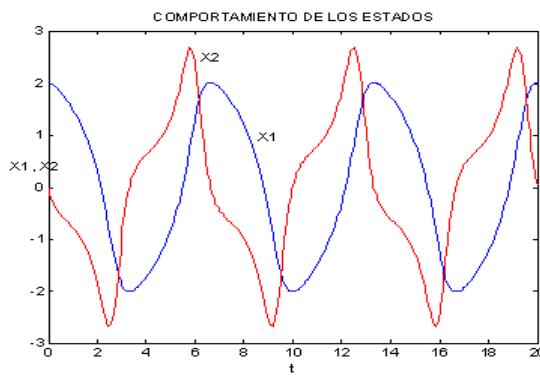


Figura 7. Estados del oscilador

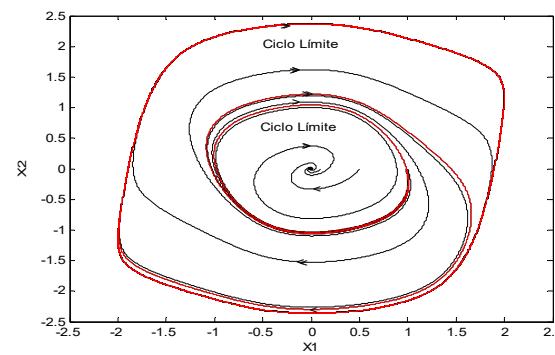


Figura 8. Dos ciclos límite

II) El segundo caso, se tienen dos ciclos límite con los valores característicos especificados con $r = 1$ y 2 , se tiene la igualdad dada por la Ec. (8).

$$(\lambda - 1)(\lambda - 4) = \frac{a_1}{2} + \frac{3a_3}{8}\lambda + \frac{5a_5}{16}\lambda^2 \quad (8)$$

$$\therefore F(x) = 8x - \frac{40}{3}x^3 + \frac{16}{5}x^5 \text{ con } \varepsilon = 0.1$$

Se implementa el diagrama del sistema indicándose en la Fig. 8 las trayectorias en el plano de fase, y en la Fig.9 el diagrama con el cual se realizó la simulación, para mostrar el comportamiento de los diferentes tipos de ciclos límite obtenidos en este sistema.

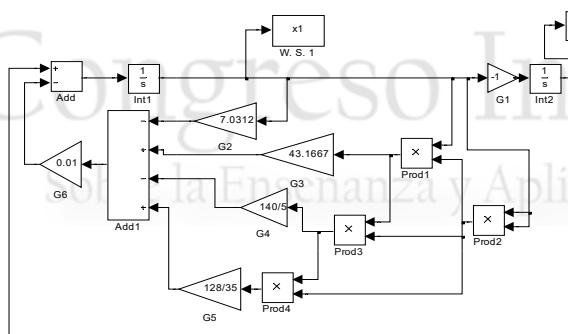


Figura 9. Simulación en el espacio de Matlab

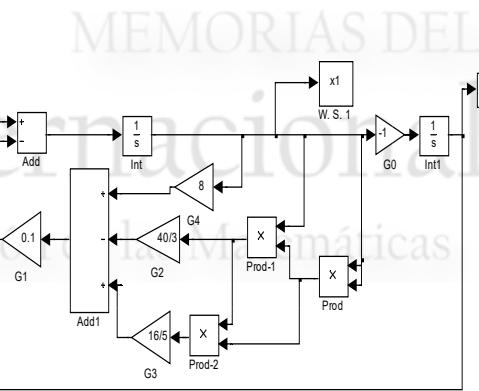


Figura 10. Representación en simulink

III) Tercer caso, se aplica el teorema de Perko al sistema en la forma de Lienard, para tener tres ciclos límite con radio ubicado en $r = 0.5, 1.5$ y 2.5 . Por lo tanto, se tienen especificados los valores característicos y se realiza la igualación indicada en la Ec. (9).

$$(\lambda - 0.25)(\lambda - 2.25)(\lambda - 6.25) = \frac{a_1}{2} + \frac{3a_3}{8}\lambda + \frac{5a_5}{16}\lambda^2 + \frac{35a_7}{128}\lambda^3 \quad (9)$$

Obteniéndose los valores correspondientes de las constantes:

$$a_1 = -7.0312, a_3 = \frac{129.5}{3}, a_5 = -28, a_7 = \frac{128}{35}$$

Cuando se toma los valores de $\varepsilon = 0.001, 0.01, 0.1$, se presenta el comportamiento de los estados y los 3 ciclos límite que se indican en las Figs. 11-15.

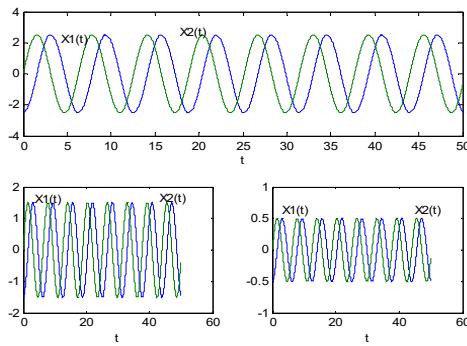


Fig. 11. Estados del sistema

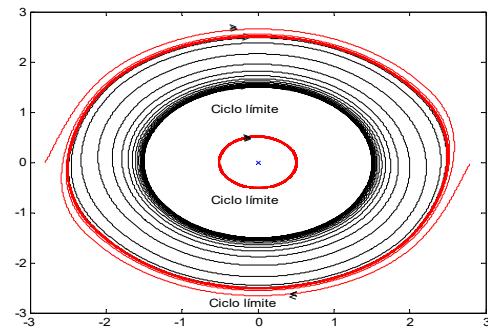


Fig. 12. Ciclos límite y trayectorias en el plano

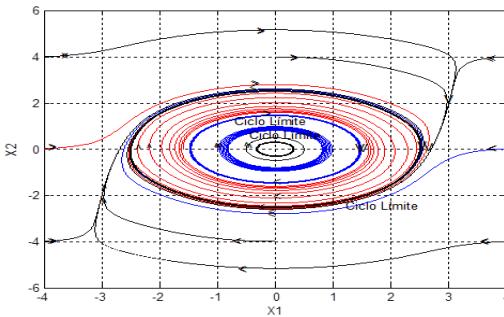


Fig. 13. Singularidad en el origen

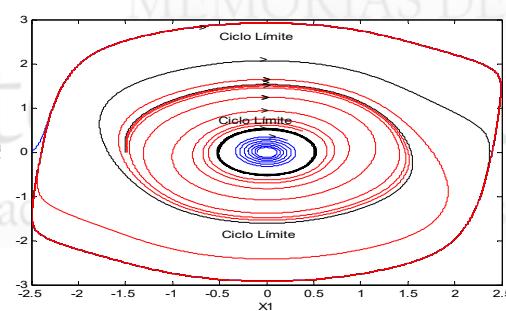


Fig. 14. Trayectorias con los 3 ciclos

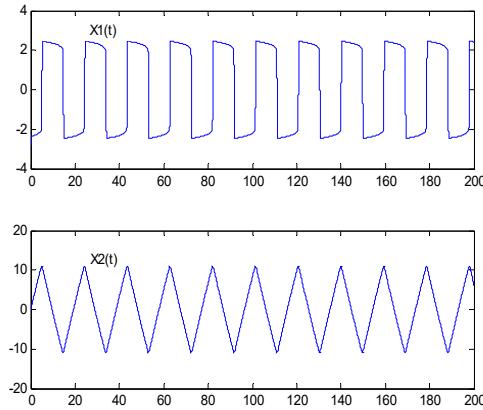
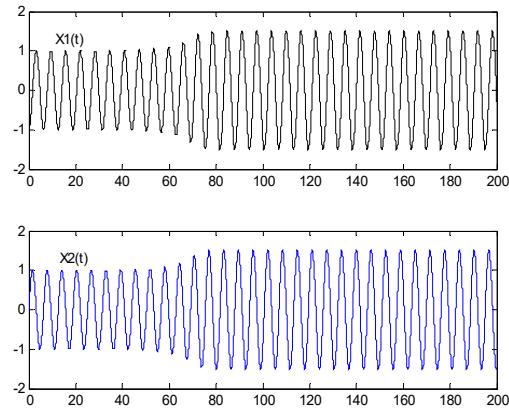


Fig. 15 . Comportamiento de los estados con $\varepsilon = 0.1$



Conclusiones

En este trabajo, se realizó el trazo de los ciclos límite en el plano de fase de tres sistemas, a partir de su representación matemática de las ecuaciones diferenciales no lineales del sistema físico.

La aplicación muestra los diversos tipos de ciclos límite que se presentan comúnmente en una gran variedad de sistemas, en el análisis se utiliza la linealización de alguno y en los otros se aplica los teoremas enunciados, para así determinar la existencia de los ciclos límite contenidos en cada caso en cuestión.

Finalmente al desplegar las trayectorias solución para diversas condiciones iniciales, se obtuvo el retrato de fase. Para así mostrar los diferentes tipos de ciclos límite obtenidos y con esto apreciar la estabilidad, así como también poder observar el comportamiento en el dominio temporal de los estados del sistema.

Referencias

- Atherton, (1975). **Nonlinear Control Engineering**, Van Nostrand Reinhold.
- Calva Tapia Nicolás, (2016). **Análisis y simulación de sistemas físicos en el plano de fase**, Octavo congreso Internacional Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas, UNAM-FESC.
- D. W. Jordan P. Smith, (2007).**Nonlinear Ordinary Differential Equations An Introduction For Scientists And Engineers**, 4/e, Oxford University Preens.
- Hassan K. Khalil, (2002). **Nonlinear Systems**, Prentice – Hall, Englewood Cliffs N.J.
- Lawrence Perko, (2001). **Differential Equations and Dynamical Systems**, Third Edition, Springer-Verlag.
- Nino Boccara, (2010). **Modeling Complex Systems**, 2/e, Springer

* nicolascalva@yahoo.com.mx

ES POSIBLE PREDECIR LA TRAYECTORIA DE UN HURACÁN POR MEDIO DE UN ALGORITMO MATEMÁTICO

Víctor M. Córdoba Lobo^{1,*1}, José Garzón Arias², Ernesto García García³

^{1,2,3}U. P. I. I. C. S. A. del Instituto Politécnico Nacional. Te 950, Col. Granjas México,
Alcaldía Iztacalco, CP 08400 .

I-POAV015

Resumen

Los huracanes, como se sabe, son fenómenos meteorológicos que generan grandes estragos. Sin embargo, es de mencionar que también producen tres grandes beneficios: sanean la atmósfera, circulan el agua estancada en el mar, depositan restos de flora al tocar tierra; pero, debido al efecto maligno de una devastación al impactar la costa, es muy conveniente poder predecir su trayectoria para estar prevenidos y no sufrir pérdidas de vida y materiales.

Esto puede ser posible si se logra obtener la ecuación de movimiento de una parcela? de aire en un sistema tridimensional que considera su origen en el centro de la tierra y un sistema rotando en la atmósfera donde para éste se consideran la circulación y la vorticidad como las principales medidas de rotación.

El desarrollo de la segunda Ley de Newton aplicada al sistema rotando con las aproximaciones apropiadas, por ejemplo, en el eje vertical la presión² p en lugar de Z , hecho internacionalmente aceptado, se puede lograr un algoritmo que permita, con los ajustes geofísicos adecuados, "predecir" la trayectoria de los huracanes con buena aproximación a la realidad.

El desarrollo de tal algoritmo, no solo es deseable sino necesario, pues si resulta efectivo al darnos una buena aproximación a su trayectoria real, se puede alertar a la población logrando con esto una disminución sensible en la pérdida de vida de los pobladores y bienes materiales en el punto de impacto.

Palabras clave: Huracanes, fenómenos, parcela, circulación, vorticidad, rotación

1. Introducción

El huracán en sus inicios, es sabido que el calor fluye de una fuente con una temperatura mayor a un sistema recipiente una temperatura menor. Este hecho puede observarse de la forma más simple: las ciudades situadas en la costa en el transcurso del día, sienten una corriente de aire que se genera en las aguas marinas y se dirige al centro habitacional. Este fenómeno, comúnmente le llamamos "brisa marina", el cual se debe a que el aire que está en contacto con la superficie del mar, está a una temperatura mayor que el que se encuentra en la superficie de la ciudad generando el flujo de aire del mar hacia el centro de población.

Con el pasar del tiempo, cuando el sol comienza a ocultarse, por razón natural la superficie del mar experimenta una disminución en su temperatura iniciándose un flujo de aire de una mayor temperatura a un sitio de menor temperatura; esto es, se invierte el flujo, por lo que ahora la dirección del viento es del centro de población hacia el mar. A este flujo de aire invertido coloquialmente es llamado "brisa citadina".

Ahora imaginemos un lugar sumamente lejano de cualquier población. La propiedad de la densidad del aire no se puede evitar, pero al no existir sistemas a una menor temperatura a los lados, el único lugar a donde se puede dirigir es hacia arriba. Esto

¹ vmcl_1@hotmail.com



46 es por razón natural ya que, a una mayor altura, hay una temperatura menor dando
 47 como resultado una densidad de aire mayor y, por acción de la gravedad, tiende a
 48 “bajar” otra vez a la superficie del mar; pero esto no sucede en la misma columna por
 49 la que se elevó sino por un lado, como lo muestra la Fig. 1.

50

51

52 $T_f \gg T_0$

53

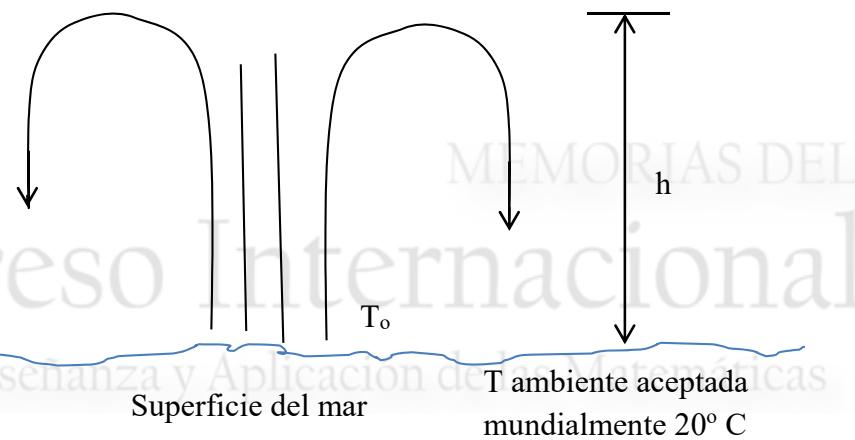


Fig. 1 Flujo de brisa marina

66

67

Ahora bien, ¿a qué altura se origina el flujo en sentido inverso? Las condiciones atmosféricas en ese sitio lo determinan y estas cambian de punto a punto; en un momento dado, la cantidad de “columnas” de aire caliente se incrementa sustancialmente teniendo estas una velocidad cada vez mayor.

72

73

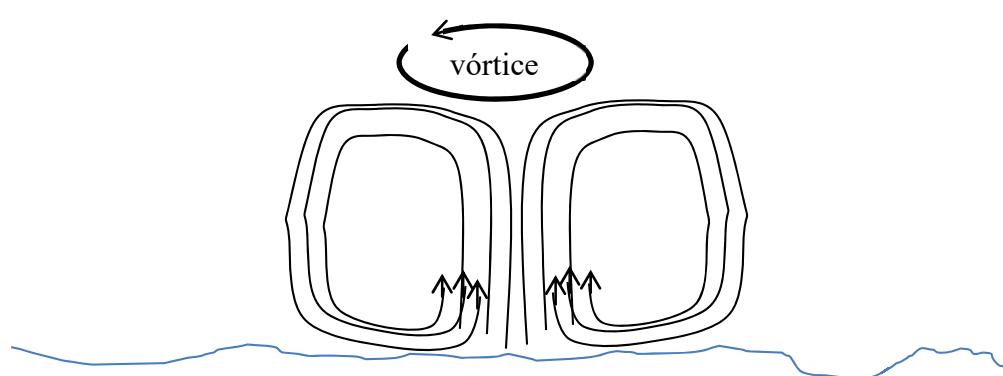


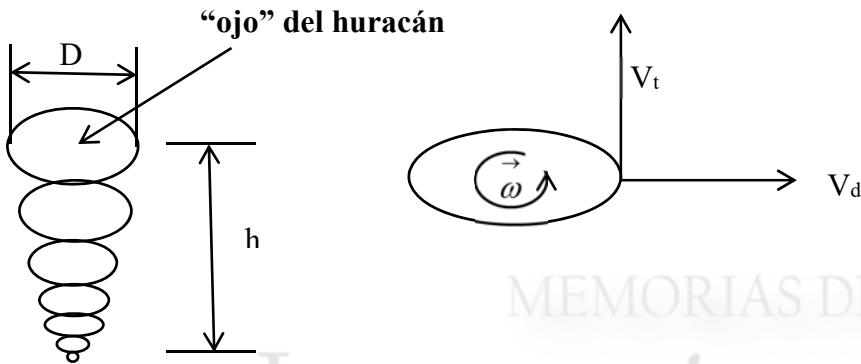
Fig. 2 Creación de un huracán

85

86

¿En qué momento sucede este hecho?, las condiciones atmosféricas lo determinan. Los huracanes se originan estadísticamente en una franja que va de 10° a 20° N siguiendo una escala que parte de tormenta tropical hasta conformarse en un auténtico

90 huracán cuya intensidad va de grado 1 (tormenta tropical) a grado 5, (huracán en su
 91 máxima expresión).



105 **D** diámetro ≈ 50 Km. en promedio

106 **h** altura de estudio 3 Km

107 **V_t** velocidad tangencial 400 km/h

108 **V_d** velocidad de desplazamiento Ej. 10 km/h

110 Fig. 3 Constitución de un huracán

111 2. Metodología.

113 Consideraciones que se hacen para desarrollar un algoritmo sobre trayectoria de los
 114 huracanes:

115 Para muchas aplicaciones en meteorología, es usual referir el movimiento a un sistema
 116 que rota con la tierra. La transformación de la ecuación del momento a un sistema de
 117 coordenadas rotando requiere de una relación entre la derivada total (absoluta) de un
 118 vector en un sistema inercial y la derivada parcial (relativa) correspondiente en un
 119 sistema rotando. Sin embargo, es obvio que en medios continuos tales como la
 120 atmósfera la definición de rotación es más difícil que para objetos sólidos.

121 En la atmósfera, la **circulación** y la **vorticidad** de un fluido, son las dos medidas
 122 principales de rotación. La circulación es un campo escalar que proporciona una
 123 medida macroscópica de la rotación para una "área finita" que contiene al fluido. La
 124 vorticidad, sin embargo, es un campo vectorial que proporciona una medida
 125 microscópica de la rotación en cada punto del área de confinamiento del fluido.

126 Esto implica que tales variables gobiernan el movimiento de rotación que tienen los
 127 sistemas atmosféricos.

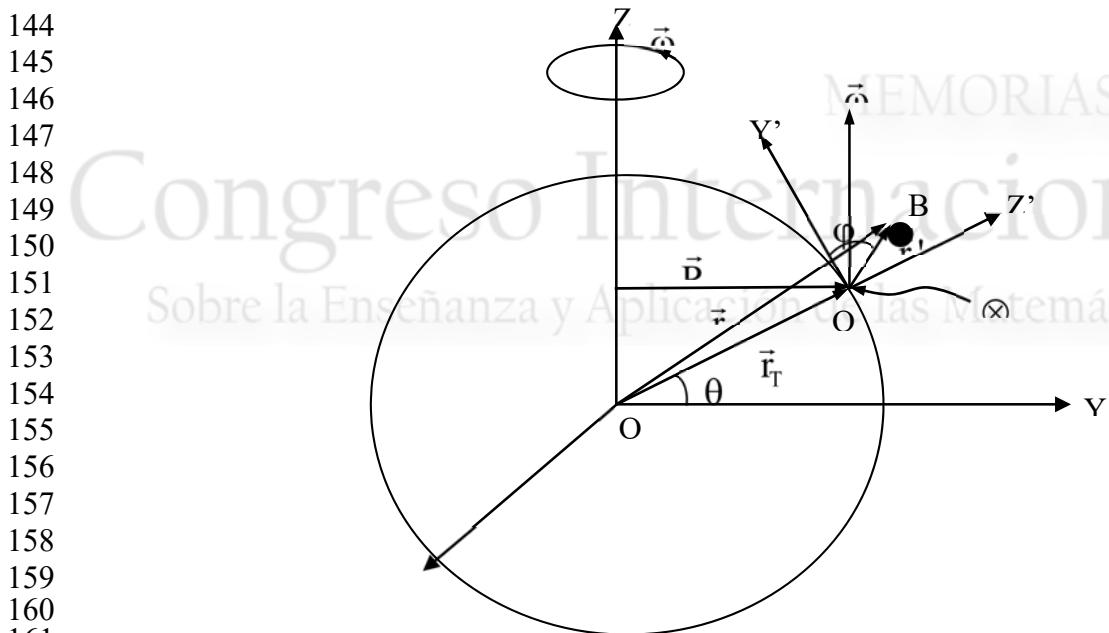
128 La altura Z (o distancia radial "r") no es la coordenada vertical más conveniente para
 129 muchos algoritmos propuestos, en virtud de la orografía tan irregular de la superficie
 130 terrestre. Por este motivo, se recomienda utilizar como coordenada vertical a la presión
 131 en lugar de Z; pues usualmente, la información se reporta en función de ésta ya que
 132 es como internacionalmente se acordó que se difundiera observar los fenómenos
 133 meteorológicos desde la superficie terrestre, la cual no es un sistema de referencia

134 inercial, convencionalmente se considera para efectos de pronósticos hasta de tres
 135 días, que la traslación de la Tierra es un movimiento lineal no acelerado por lo que es
 136 posible considerarla como un sistema inercial.

137 Basándose en tal hecho, se elige al centro de ésta como el origen de un sistema
 138 inercial y un punto cualquiera en su superficie como el origen de un sistema no inercial,
 139 con un movimiento únicamente de rotación alrededor del eje Z (eje polar) del sistema
 140 inercial con velocidad angular constante como se muestra en la Fig.4, donde el punto
 141 B representa un fenómeno meteorológico en la atmósfera.

142

143



163 **Fig. 4 Ubicación de un fenómeno meteorológico**

164

165

166 Donde r_t representa el radio de la tierra y B el fenómeno meteorológico (huracán)

167 FUERZA DEBIDA A LA PRESIÓN.

168

169 La fuerza debida a la presión \vec{F}_p , fundamental en el desplazamiento horizontal de los
 170 fenómenos atmosféricos sinópticos², es causada por la variación de la presión
 171 atmosférica al existir un cambio en la altura de la columna de aire que la define.
 172 Para obtener la expresión correspondiente a esta fuerza, se considera una parcela³
 173 de aire con una densidad ρ constante en su interior y con un volumen $V = \delta x \delta y \delta z$

² Fenómeno sinóptico: Sin óptica, observable “a simple vista”

³ Parcela: volumen cuyas propiedades físicas de más importancia son la temperatura y su composición, las cuales son aproximadamente uniformes en un plano horizontal, por lo que teóricamente la atmósfera ideal es aquella en que las superficies de igual presión no se interceptan

- 174 La segunda Ley de Newton, aplicada a una partícula en un sistema inercial, es:
 175

$$176 \quad \sum_{i=1}^{i=n} \vec{F}_i = m \frac{d_a^2 \vec{r}}{dt^2} \quad \dots \dots \quad (1)$$

- 177 Desarrollando las fuerzas que actúan:

$$178 \quad m \frac{d \vec{v}}{d t} = \vec{F}_{\text{presión}} + \vec{F}_{\text{gravedad}} + \vec{F}_{\text{fricción}} \quad \dots \dots \quad (2)$$

- 179 Desarrollando vectorialmente el sistema, se obtiene finalmente:

$$180 \quad \left. \begin{aligned} \frac{d v_x}{d t} &= \frac{d u}{d t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + f v \\ \frac{d v_y}{d t} &= \frac{d v}{d t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - f u \\ 0 &\equiv -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + F_g^* \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \quad (3)$$

- 181 Simplificando las ecuaciones (3), al tomar únicamente las componentes de interés en
 182 este trabajo (un plano horizontal tangente a la superficie terrestre), se obtienen las
 183 ecuaciones que gobiernan el desplazamiento horizontal del viento.

$$184 \quad \frac{du}{dt} - 2v\omega \sin \theta = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad \dots \dots \quad (4)$$

$$185 \quad \frac{dv}{dt} + 2u\omega \sin \theta = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad \dots \dots \quad (5)$$

186

187 VORTICIDAD

- 188 Una variable de gran interés para explicar los sucesos meteorológicos es la magnitud
 189 de la vorticidad que conllevan. La vorticidad es una medida de la rotación que tienen
 190 los sistemas atmosféricos y clásicamente está dada por

$$191 \quad \vec{V}_{\text{vort}} = \nabla \otimes \vec{v} \quad \dots \dots \quad (6)$$

- 192 Desarrollando la ecuación de la vorticidad en coordenadas geostróficas y
 193 despreciando los términos que no contribuyen sustancialmente se obtiene:

$$195 \quad \frac{\partial \xi_g}{\partial t} = -\vec{V}_g \otimes \nabla (\xi_g + f) - f \nabla \otimes \vec{V}_g \quad \dots \dots \quad (7)$$

197

198 TRAYECTORIA DE LOS HURACANES



199 En la Ciudad de México, el Dr. Julián Adem, fue el pionero en el estudio del movimiento
200 de los huracanes mediante un modelo barotrópico.
201 En 1956, el Dr. Julián Adem, estudió la vorticidad dinámica de un vórtice
202 cuasigeostrófico en un plano beta por medio de una Serie de Taylor para investigar la
203 evolución de la función corriente (ψ) en el tiempo (Adem, 1956).
204 En este desarrollo, describe la advección meridional de la vorticidad planetaria por la
205 circulación del vórtice y se predice la formación de un giro ciclónico al oeste de éste
206 centro donde la circulación advectó la vorticidad planetaria hacia el Sur y un giro
207 anticiclónico al Este del centro que, a su vez, advectó la vorticidad planetaria hacia el
208 Norte.
209 Esto es, inicialmente un huracán en una atmósfera en reposo, antes de ser deformada
210 su simetría, se moverá hacia el Oeste y la componente de este movimiento en esa
211 dirección será proporcional al radio del vórtice.
212 Conforme avanza el tiempo, gradualmente comienza a moverse hacia el norte y esta
213 componente será proporcional a la máxima velocidad tangencial del huracán.
214 Posteriormente, el Dr. Julián Adem y el Dr. Pedro Lezama, valiéndose de un modelo
215 barotrópico, encontraron una expresión analítica para el movimiento de un huracán
216 barotrópico en un flujo uniforme. Su solución contiene parámetros tales como el radio
217 del vórtice, la máxima velocidad tangencial del vórtice, la velocidad del flujo y la
218 variación del parámetro de Coriolis (Adem & Lezama, 1960).
219 Se puede mostrar que si se desprecia la variación del parámetro de Coriolis, un
220 huracán dentro de un flujo, se moverá con la velocidad de éste.
221 Se considera que el movimiento del huracán depende principalmente de las fuerzas
222 ambientales que lo rodean. Estas fuerzas pueden considerarse como una corriente en
223 movimiento constante dentro de la cual se encuentra el huracán, al que se puede
224 considerar como "un corcho en el río", ya que se desplaza a lo largo de las corrientes
225 que proporciona el ambiente que lo rodea.

226

227 **3. Resultados**

228 El método más común para pronosticar la trayectoria de los huracanes, es el
229 **estadístico**, para el cual se requiere contar con la información histórica de la
230 trayectoria de los huracanes, desde los primeros reportes (≈ 1940 -) hasta los actuales;
231 observar las trayectorias seguidas por éstos en ese tiempo y en esa región. Con base
232 en tal información, proponer (pronosticar) la trayectoria del huracán en cuestión,
233 suponiendo que si anteriormente se desplazaron con una cierta tendencia, lo más
234 probable es que en la actualidad la conserven y, como consecuencia, su trayectoria
235 pronosticada, teóricamente, será la correcta. Sin embargo, en la gran mayoría de los
236 casos, este método solo proporciona la idea de una cierta tendencia de su
237 desplazamiento.

238 Un método que permite pronosticar la trayectoria de los huracanes con una mayor
239 veracidad, es el que propone un modelo matemático en el que los valores de las
240 variables independientes iniciales se obtienen, no de datos anteriores sino de
241 observaciones de campo ocurridas en tiempo real, recabadas por las sondas

242 meteorológicas de investigación atmosférica, información⁴ que por un método
243 numérico se ajusta para efectuar un pronóstico.

244 **4. Conclusiones**

245 En este caso, la elaboración del pronóstico consta de cinco grandes pasos:

246 i).- Observaciones

247 Todos los modelos de pronóstico requieren de observaciones recabadas en un área
248 más grande que la de su dominio.

249 Para pronósticos de más de tres días, se requiere del conjunto de las observaciones
250 de todas las estaciones meteorológicas que se reportan en el globo terrestre.

251 ii).- Análisis.

252 Una vez que las observaciones se recolectaron, se interpolan en los nodos de una red
253 regularmente espaciada, basada en una determinada proyección de la superficie sobre
254 la que se aplica el modelo de pronóstico. Este proceso se denomina “Análisis objetivo”.
255 Se debe especificar la técnica empleada para establecer las condiciones iniciales para
256 cada modelo en particular.

257 iii).- Inicialización.

258 Durante el proceso, se debe ajustar el análisis de datos de tal manera que éstos y el
259 modelo sean “compatibles”, esto es, asegurarse que no habrá interferencia (para que
260 no se aborte el programa) durante el proceso del pronóstico.

261 iv).- Pronóstico.

262 Con los resultados finales obtenidos en los nodos de la red, el modelo debe ser capaz
263 de proporcionar un pronóstico en el tiempo, con intervalos de tiempo preestablecidos
264 hasta alcanzar el lapso de tiempo de predicción deseado.

265 v).- Interpretación de los resultados.

266 El método usual para efectuar un modelo Baroclínico en un sistema geoestrófico, es
267 representar un número finito de nodos en una red tridimensional que cubra totalmente
268 una región en el espacio, de tal forma que al aplicar la ecuación de la vorticidad en
269 cada uno de los nodos, se genere un conjunto de ecuaciones algebráicas simultáneas,
270 que al ser resueltas por los métodos usuales, sus soluciones se puedan interpretar
271 como predicciones en el tiempo que reflejen la evolución del campo.

272 Idealmente, la distancia entre nodos en el plano horizontal, debe ser del orden de unos
273 cientos de Km. (≈ 400 Km.) y, en el plano vertical, del orden de 2 o 3 Km.

274 Con referencia al plano vertical, no es conveniente utilizar datos obtenidos de
275 diferentes niveles de presión, pues esto incrementa la cantidad de nodos en la red, lo
276 cual conlleva a una gran cantidad de condiciones iniciales (una para cada nodo),
277 dificultando el proceso de solución. Este hecho se soslaya, al utilizar únicamente tres
278 niveles de presión representativos de la atmósfera, estos son: 0 mb., 500 mb. y 1,000
279 mb. El procedimiento tiene validez debido a que, a escala sinótica, los sistemas
280 atmosféricos poseen en la vertical una similitud comparable a la tropósfera, haciendo
281 posible con esto la obtención de modelos de pronóstico con una buena resolución
282 basados en tales niveles.

⁴ La predicción numérica es un acuerdo internacional y como tal los datos recabados son mundialmente aceptados.

283

Bibliografía

Revistas

286 Adem. J (1956). A Series Solution for the Barotropic Vorticity Equation and its Application in
287 the Study of Atmospheric Vortices. *Tellus. Vol. 8, Issue 3*, 364-3272.

288 Adem. J. & Lezama. P. (1960). On the motion of a cyclone embedded in a uniform flow.

289 *Tellus. Vol. 12 Issue 3*, 255-258.

290

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

1

EL MODELO EXPONENCIAL EN FUNDICIÓN DE METALES

2

3 **Guillén Buendía, Gabriel^{1,*}, Islas Cortes, Ana María² y Montoya Vargas, Yolanda²**

4

5 ¹*Instituto Politécnico Nacional, ESIME-Azcapotzalco. Av. de las Granjas 682, Santa
Catarina, 02250 Azcapotzalco, CDMX.*

6

7 ²*Instituto Politécnico Nacional, ESIT. Av. IPN s/n, Unidad Profesional Adolfo López
Mateos, Lindavista, 07738 GAM, CDMX.*

8

9

10 **MEMORIAS DEL
Investigación-POAV017**

11

12

13 **Resumen**

14

15 *El propósito de la fundición de hierro es producir un producto con microestructura y propiedades
16 adecuados para su uso final. Por ello, se requiere de un control sobre los elementos primarios,
17 secundarios y traza. El mejor conocimiento en las etapas del proceso es importante. Los moldes de
18 arena no son adiabáticos, por lo que se estudiaron los valores de calor específico y conductividad
19 térmica cuando está sometida a un amplio rango de temperatura. Fue ajustado el modelo exponencial
de dos parámetros, alcanzando una bondad de ajuste significativo al 95%.*

20

21

22

Palabras clave: arena, molde, fundición, exponencial.

23

24

25

1. Introducción.

26

27 Las aleaciones ferrosas y no ferrosas representan uno de los sistemas más complejos
28 e importantes. Permiten fabricar partes que se usan en la industria automotriz y otras
29 muchas. Por ejemplo, en aluminio: múltiples de admisión, tapas de cilindros,
30 componentes para motores, intercambiadores de calor, monoblocks; en hierro:
31 múltiples de escape y cigüeñales, monobloks para motores, componentes de válvulas,
32 conexiones, carcassas para motores eléctricos.

33

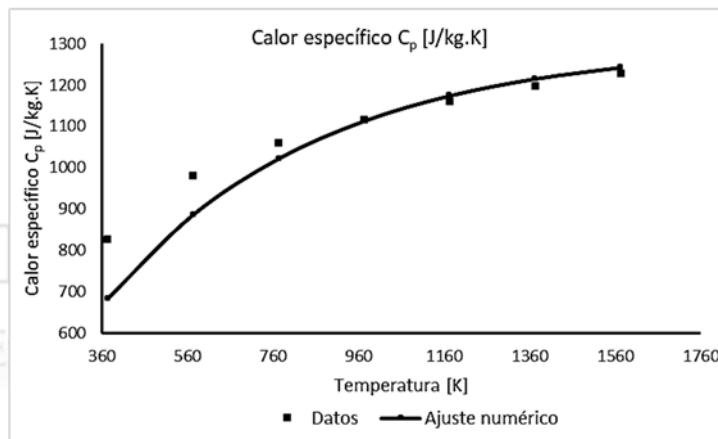
34 En los procesos de fundición, un metal sólido es sometido a temperaturas adecuadas
35 que permitan su vaciado a moldes que le confieren su forma al solidificarse. En el
36 fundido el metal interactúa con la arena que constituye al molde; por eso, es
37 trascendental analizar sus propiedades, como el contenido de SiO₂, la distribución
38 granulométrica, la consistencia en la de finura AFS, la permeabilidad adecuada al
39 metal a tratar, el contenido de arcilla, el bajo contenido de humedad y, la baja pérdida
40 de ignición, entre otras. A veces, el metal recibe tratamientos posteriores para
modificar sus propiedades.



41 2. Metodología o desarrollo.

42 En este trabajo, fue ajustado un modelo exponencial a los datos del calor específico
 43 C_p (J/kg.K) en función de la temperatura (K) a la que se sometió la arena. Así como el
 44 calor específico codificado (J/kg-K) $\times 10^{-2}$ en función de la conductividad térmica (W/mK)
 45 de la misma. En la figura 1 se ilustró el calor específico (J/kg.K) de la arena sometida
 46 a un rango de 373 a 1573 K.

47
48



49 **Figura 1.-** Calor específico C_p (J/kg.K) de la arena para fundición
 50 sometida a un rango de temperatura de 375 a 1573 K.
 51
 52
 53

54 La dinámica del calor específico C_p ilustrada en la figura 1, se escribió:

55
$$\frac{dC_p(T)}{dT} = C_k(C_\infty - C_p) \quad \text{ec (1)}$$

56 Donde:

57 C_∞ es el valor asintótico del calor específico (J/Kg*K) que la arena puede alcanzar
 58 cuando $t \rightarrow \infty$.

59 C_k es la constante de evolución.

60 T es la temperatura a la que está expuesta la arena.

61 $C_p(T)$ es el calor específico en función de la temperatura a la que fue sometida la arena.

62

63 Aplicando a la ecuación (1) el método de separación de variables, integrando y,
 64 reduciendo, se llegó a:

65
$$C_p(T) = C_\infty [1 - e^{-C_k T}] \quad \text{ec (2)}$$

66 La relación entre el calor específico codificado y la conductividad térmica de la arena
 67 observa la misma tendencia que la ecuación (2).

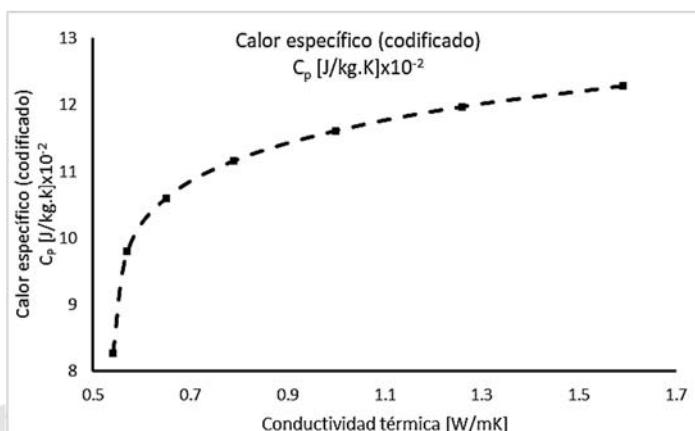
68



69 En la figura 2 aparece el comportamiento del calor específico codificado ($J/kg.K \times 10^{-2}$)
 70 en función de la conductividad térmica (W/mK) de la misma arena.

71

72



73

74

75

76

77

78

79 El ajuste numérico del modelo exponencial (2) a las propiedades térmicas de la arena
 80 fue realizado mediante una transformación lineal algebraica y, fue validada por
 81 regresión no lineal.

82

83

2.1 Transformación lineal algebraica.

84 El modelo exponencial (2) se transformó a una recta a través de álgebra:

$$85 \quad \ln\left(1 - \frac{C_p(T)}{C_\infty}\right) = -C_k T \quad \text{ec (3)}$$

86 Resultó simple hallar la ecuación de regresión lineal al relacionar la temperatura versus
 87 columna de transformación (3), usando incluso una calculadora de bolsillo. Sin
 88 embargo, es necesario evaluar previamente la asíntota del calor específico. Esto a
 89 través de tres puntos de apoyo leídos sobre la curva de datos; dos puntos fueron los
 90 extremos de la misma y, en el tercer punto, su abscisa fue el punto medio de las dos
 91 anteriores, mientras que la ordenada se leyó directamente del gráfico. Como se indicó:

$$92 \quad P_1(T_1, C_p(T)_1), \quad P_2(T_2, C_p(T)_2), \quad P_3\left(\frac{T_1 + T_2}{2}, C_p(T)_3\right)$$

93 El primer punto por estar sobre la curva, cumplió la ecuación:

$$94 \quad \left(1 - \frac{C_p(T)_1}{C_\infty}\right) = e^{-C_k T_1} \quad \text{ec (4)}$$



95 Por la misma razón, el segundo punto fue:

$$96 \quad \left(1 - \frac{C_p(T)_2}{C_\infty}\right) = e^{-C_k T_2} \quad \text{ec (5)}$$

97 Mientras qué, el tercer punto:

$$98 \quad \left(1 - \frac{C_p(T)_3}{C_\infty}\right) = e^{-C_k \left(\frac{T_1+T_2}{2}\right)} \quad \text{ec (6)}$$

99 Se procedió a multiplicar miembro a miembro los dos primeros puntos:

$$100 \quad \left(1 - \frac{C_p(T)_1}{C_\infty}\right) \left(1 - \frac{C_p(T)_2}{C_\infty}\right) = e^{-C_k(T_1+T_2)}$$

101 El tercer punto fue elevado al cuadrado:

$$102 \quad \left(1 - \frac{C_p(T)_3}{C_\infty}\right)^2 = e^{-C_k(T_1+T_2)}$$

103 Igualando los dos resultados anteriores:

$$104 \quad \left(1 - \frac{C_p(T)_1}{C_\infty}\right) \left(1 - \frac{C_p(T)_2}{C_\infty}\right) = \left(1 - \frac{C_p(T)_3}{C_\infty}\right)^2 \quad \text{ec (7)}$$

105 De la ecuación (7) fue posible hallar el valor asintótico C_∞ :

$$106 \quad C_\infty = \frac{C_p(t)_1 C_p(t)_2 - C_p(t)_3^2}{C_p(t)_1 + C_p(t)_2 - 2C_p(t)_3} \quad \text{ec (8)}$$

107

108 2.2 Regresión no lineal

109 Con el objetivo de verificar la bondad de ajuste del modelo exponencial a través de su
 110 transformación lineal; se procedió a ajustar el mismo, usando regresión no lineal. Es
 111 decir:

$$112 \quad S = \sum [C_p(t) - C_\infty (1 - e^{-C_k t})]^2 \quad \text{ec (9)}$$

113 Entonces:

$$114 \quad \frac{\partial S}{\partial C_\infty} = \frac{\partial S}{\partial C_k} = 0$$

115 Derivando parcialmente:

$$116 \quad C_\infty \sum (1 - e^{-C_k t})^2 - \sum C_p(t)[1 - e^{-C_k t}] = 0 \quad \text{ec (10)}$$

$$117 \quad C_\infty \sum t[1 - e^{-C_k t}]e^{-C_k t} - \sum tC_p(t)e^{-C_k t} = 0$$



118 Resultó un sistema de dos ecuaciones no lineal con dos incógnitas que se resolvió
 119 mediante un método iterativo.

120

121

122 3. Resultados y análisis.

123 Como se citó en antecedentes, para ajustar el modelo exponencial a los datos de la
 124 figura 1; se determinó el valor asintótico C_∞ , usando tres puntos de apoyo leídos sobre
 125 el gráfico:

126 $P_1(373, 827), P_2(1573, 1228), P_3(973, 1116)$

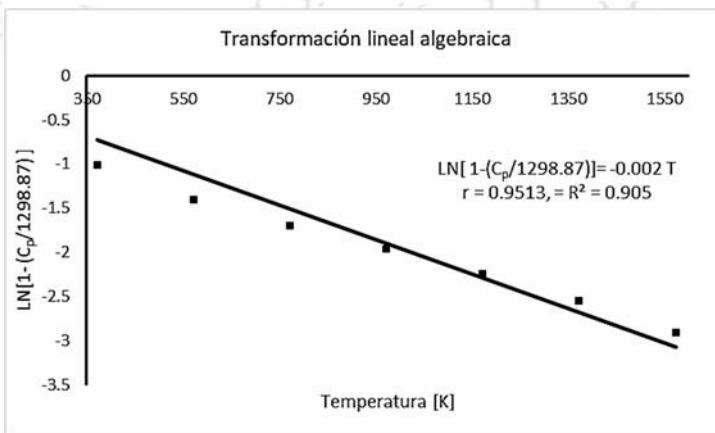
127

128 Sustituyendo estos puntos en la ecuación (8) obtuvimos:

129 $C_\infty = 1298.87 \text{ ec (11)}$

130 Con ello, fue posible calcular la recta de regresión al relacionar los datos de
 131 temperatura contra la columna transformación (3). El resultado se ilustró en la figura
 132 3:

133



134
 135 **Figura 3.-** Recta de regresión significativa al 99% que relacionó
 136 temperatura versus columna de transformación algebraica.
 137
 138

139 El valor de C_k fue de 0.002 al usar la pendiente de la recta de regresión anterior.
 140 Entonces, el modelo numérico-funcional para el calor específico quedó:

141 $C_p(t) = 1298.87[1 - e^{-0.002t}] \text{ ec (12)}$

142 La bondad de ajuste fue significativa al 95%.

143 $r = 0.8544283, \chi^2 = 42.43601 \text{ ec (13)}$

144 La suma de cuadrados residual obtenida fue de 31813.193 unidades. En la figura
 145 siguiente se mostró lo antes citado.

146



147

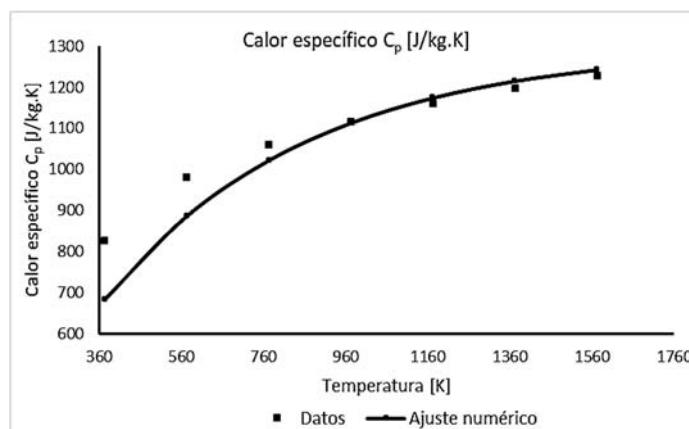


Figura 4.- Bondad de ajuste numérico del calor específico en función de un rango de temperatura de 375 a 1573 K.

148
149

150

151

152 En cuanto al calor específico codificado ($J/kg.K \times 10^{-2}$) en función de la conductividad térmica (W/mK) de la arena en estudio, se procedió con el método anterior. El resultado 153 fue:

154

$$C_p(t) = 12.4359041[1 - e^{-2.704 C_t}] \quad \text{ec (14)}$$

155 La bondad de ajuste del modelo (14) fue significativa al 95% de acuerdo con sus 156 parámetros:

157

$$r = 0.920174416, \chi^2 = 0.18763834 \quad \text{ec (15)}$$

158 La suma de cuadrados residual obtenida fue de 1.80635 unidades. En la figura 5 se 159 ilustró la bondad de ajuste numérico arriba señalado.

160

161

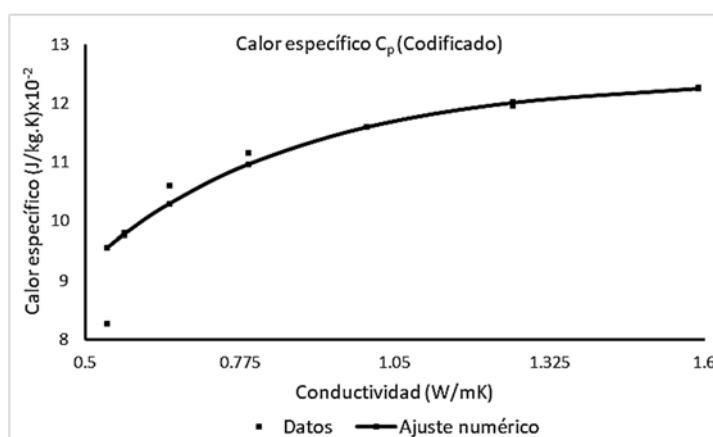


Figura 5.- Bondad de ajuste numérico de calor específico codificado en función de conductividad térmica de la arena.

162

163

164

165



166

167 Se aplicó regresión no lineal al modelo (2) con la finalidad de minimizar la suma de
 168 cuadrados residual. El resultado correspondiente a los datos del calor específico
 169 (J/kg^*K) en función de un rango de temperatura fue:

170 $C_p(t) = 1210.84[1 - e^{-0.00291t}] \quad ec (16)$

171 Los parámetros de coeficiente de correlación y chi cuadrada resultaron:

172 $r = 0.988171, \chi^2 = 2.64871 \quad ec (17)$

173 Una bondad de ajuste significativa al 99%, siendo la suma de cuadrados residual de
 174 2771.489 unidades. En la figura 6 se ilustraron los ajustes realizados al calor
 175 específico.



178

179 **Figura 6.-** Ajustes numéricos para el calor específico versus
 180 temperatura usando la transformación lineal y regresión no lineal.

181

182

183 Continuando con el análisis del calor específico codificado (J/kg^*K) 10^{-2} en función de
 184 la conductividad térmica (W/mK), resultó:

185 $C_p(t) = 12.68129[1 - e^{-2.4298 C_t}] \quad ec (18)$

186 Sus correspondientes parámetros de bondad de ajuste fueron:

187 $r = 0.93365, \chi^2 = 9.4084 \quad ec (19)$

188 La bondad de ajuste numérico fue significativa al 99% y la suma de cuadrados residual
 189 resultó de 1.511807 unidades. En la figura 7 se ilustró el análisis comparativo expuesto
 190 en líneas anteriores.

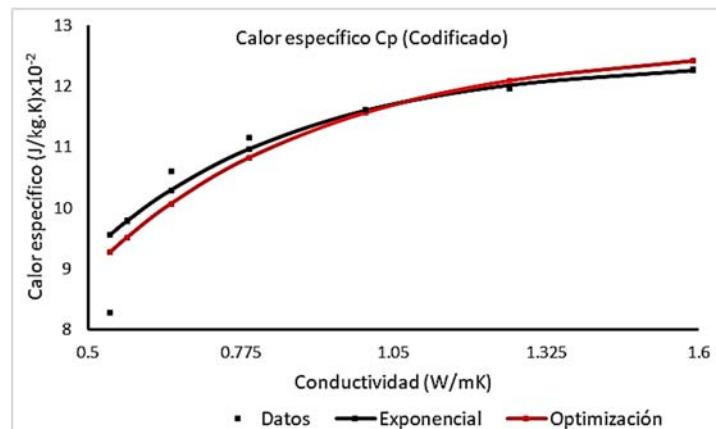


Figura 7.- Ajustes numéricos para el calor específico (codificado) en función de conductividad térmica de la arena en estudio usando ambas técnicas.

4. Conclusiones.

Los ajustes numéricos del modelo exponencial de dos parámetros sobre los datos de las propiedades térmicas de la arena para fundición, usando una transformación lineal algebraica y la técnica de mínimos cuadrados no lineales alcanzaron 95% y 99% de confianza estadística respectivamente.

Índice de referencias.

- Penke, R. D. et al., (1982), Summary of Thermal Properties for Casting Alloys and Mold Materials, NOTS/PB83/211003, University of Michigan, Ann. Arbor, MI.
- FAO-Documento técnico de pesca 192, (1993), Roma, Italia.
- Guillén, G., et al., (2017), *Las propiedades Termo-Físicas para la Arena de Fundición*, Libro Modelación con Probabilidad y Estadística, BUAP, Puebla México, pp. 205-214. ISBN 978-607-525-245-2.
- Islas, A. M., et al., (2009), *El ajuste de modelos no lineales usando la técnica de los tres puntos de apoyo de Lipka*, Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería, Memorias, pp. 345-352. Barcelona, España, 29 junio al 2 julio.

*Autor para la correspondencia. E-mail: gguillen@ipn.mx Tel. 72-65-97-24.

ESTUDIO DE LA RESISTENCIA AL IMPACTO DE ACERO MEDIANTE ÁLGEBRA

Guillén Buendia, Gabriel^{1,*}, Islas Cortes, Ana María² y Montoya Vargas, Yolanda²

¹Instituto Politécnico Nacional, ESIME-Azcapotzalco. Av. de las Granjas 682, Santa Catarina, 02250 Azcapotzalco, CDMX.

²Instituto Politécnico Nacional, ESIT. Av. IPN s/n, Unidad Profesional Adolfo López Mateos, Lindavista, 07738 GAM, CDMX.

Investigación-POAV018

Resumen

Es habitual dar soluciones robustas a planteamientos industriales, apoyados en el manejo de software matemático, que generalmente tiene un costo relativamente elevado. Sin embargo, en ocasiones éstos pueden ser resueltos con álgebra, al lograr una transformación del modelo no lineal en uno más sencillo. Entonces, ya no es necesario un equipo de cómputo, tan sólo una calculadora de bolsillo. Es el caso de este trabajo, fue analizada la curva de la resistencia al impacto en función de la temperatura de un material de acero, obtenida de la prueba de Charpy. La curva se ajustó a la ecuación de Gompertz usando dos transformaciones lineales algebraicas, la primera de ellas a partir de tres puntos leídos sobre la curva citada y, la segunda, leyendo puntos sobre la curva de manera equidistante con respecto a las abscisas y colocando las series de datos como un arreglo rectangular. Los resultados obtenidos fueron significativos al 99% de confianza estadística, similares a los obtenidos por regresión no lineal.

Palabras clave: acero, resistencia, impacto, estadística.

1. Introducción.

Los materiales son usados en una gran variedad de aplicaciones industriales y, en cada situación se requiere del material determinada resistencia a las fuerzas aplicadas en servicio. Además, en numerosas ocasiones es necesario garantizar un buen comportamiento frente a la degradación, ya sea por medios agresivos, temperatura, humedad, radiaciones nucleares, etc.

2. Metodología o desarrollo.

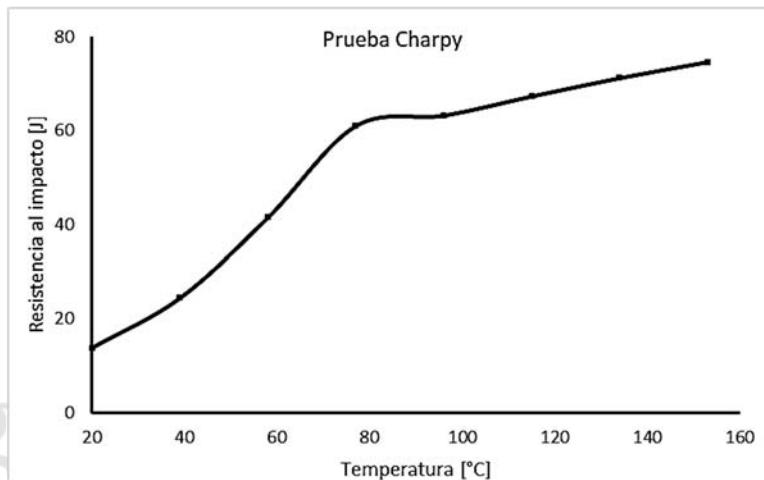
En este trabajo se analizó la temperatura de transición dúctil-frágil del acero, que se define como la temperatura a la cual la resistencia del acero al impacto es de 13.5 Joules [J] que se obtiene de la prueba de Charpy. La figura siguiente, indicó la



42 evolución de la resistencia al impacto [J] en función de la temperatura [°C] a la que fue
 43 sometida el material de acero [Gómez, 1996].

44

45



46

47

48

49

50

51

52

La curva anterior cumplió la ecuación (1) [Frances, 1994], que es conocida por el nombre de su autor, *Gompertz*:

53

$$\frac{dR}{dT} = k_2 \ln\left(\frac{\alpha}{R}\right) R \quad \text{ec (1)}$$

54

55

Aplicando el método de separación de variables a la expresión (1) e integrando se llegó a:

56

$$-\ln\left[\ln\left(\frac{\alpha}{R}\right)\right] = k_2 T + C \quad \text{ec (2)}$$

57

Reduciendo la expresión, resultó:

58

$$R = \alpha e^{-k_1 e^{-k_2 T}} \quad \text{ec (3)}$$

59

Donde:

60

R es la resistencia al impacto del material de acero [J].

61

T es la temperatura a la que fue sometido el acero [°C].

62

α , k_1 y k_2 son constantes a determinar.

63

64

Para realizar la evaluación numérica de dichas constantes, se procedió a usar dos transformaciones lineales mediante álgebra de la expresión (3). Así mismo, se usó regresión no lineal para validar los resultados antes señalados.

65

66

67



68 2.1 La técnica de tres puntos de apoyo.

69 Consistió en leer tres puntos sobre la curva, los dos primeros puntos corresponden a
 70 los extremos de la misma; mientras que, para el tercer punto, la abscisa fue el
 71 promedio de las dos abscisas anteriores y, la ordenada fue leída directamente del
 72 gráfico [Guillén, 2017]. Es decir:

73 $P_1(T_1, R_1), P_2(T_2, R_2), P_3\left(\frac{T_1 + T_2}{2}, R_3\right)$

74 Cada punto obedece a la ecuación (3), por haber sido leída sobre ella. Por ende, la
 75 ecuación para el primer punto fue:

76 $\ln R_1 - \ln \alpha = -k_1 e^{-k_2 T_1} \quad \text{ec (4)}$

77 Para el segundo punto:

78 $\ln R_2 - \ln \alpha = -k_1 e^{-k_2 T_2} \quad \text{ec (5)}$

79 El tercer punto:

80 $\ln R_3 - \ln \alpha = -k_1 e^{-k_2 [(T_1 + T_2)/2]} \quad \text{ec (6)}$

81 Al proceder a multiplicar término a término las ecuaciones (4) y (5), se obtuvo:

82 $(\ln R_1 - \ln \alpha)(\ln R_2 - \ln \alpha) = k_1^2 e^{-k_2 (T_1 + T_2)}$

83 Elevando al cuadrado la ecuación (6) se llegó a:

84 $(\ln R_3 - \ln \alpha)^2 = k_1^2 e^{-k_2 (T_1 + T_2)}$

85 Igualando las ecuaciones anteriores:

86 $(\ln R_1 - \ln \alpha)(\ln R_2 - \ln \alpha) = (\ln R_3 - \ln \alpha)^2 \quad \text{ec (7)}$

87 Despejando $\ln \alpha$ de (7):

88 $\ln \alpha = \frac{\ln R_1 \ln R_2 - \ln^2 R_3}{\ln R_1 + \ln R_2 - 2 \ln R_3} \quad \text{ec (8)}$

89 La condición para aplicar esta técnica:

90 $\frac{\alpha}{R_i} > 1; i = 1, 2, 3, \dots, n. \quad \text{ec (9)}$

91 La transformación lineal de la expresión (3) se obtuvo por álgebra:

92 $\ln \left[\ln \left(\frac{\alpha}{R} \right) \right] = -k_2 T + \ln k_1 \quad \text{ec (10)}$

93 $k_1 = e^b, \quad k_2 = -m$

94 Al ajustar una recta de regresión entre la temperatura y la columna transformación
 95 citada en (10), fue posible determinar los valores numéricos de k_1 y k_2 .



96

97 2.2 El arreglo rectangular.

98 Consistió en tomar valores sobre la curva igualmente espaciados en las abscisas, se
 99 establecieron dos subconjuntos de $n/2$ puntos cada uno, (T, R) y (T', R') . Donde los
 100 (T, R) fueron los primeros $n/2$ puntos de la curva; mientras que, (T', R') fueron los
 101 siguientes $n/2$ puntos de la misma. Ambos subconjuntos cumplieron las expresiones
 102 (11). Por haber tomado espacios iguales, la diferencia $T - T'$ fue una constante de
 103 desplazamiento τ .

104 $T \rightarrow R \quad \text{ec (11)}$

105 $T + \tau \rightarrow R'$

106 Aplicando (11) en la expresión (4) se obtuvo:

107 $\ln R = -k_1 e^{-k_2 T} + \ln \alpha \quad \text{ec (12)}$

108 $\ln R' = -k_1 e^{-k_2 (T + \tau)} + \ln \alpha$

109 Restando miembro a miembro las expresiones anteriores y, simplificando se llegó a:

110 $\ln \left[\ln \left(\frac{R'}{R} \right) \right] = -k_2 T + \ln k_1 (1 - e^{-k_2 \tau}) \quad \text{ec (13)}$

111 $k_1 = \frac{e^b}{1 - e^{-k_2 \tau}}, \quad k_2 = -m$

113 La expresión anterior es la forma lineal de la ecuación (3). La cual permite hallar los
 114 valores numéricos de k_1 y k_2 a través de los parámetros de la intersección al eje y
 pendiente de la recta de regresión de (13).

115

116 El valor numérico de α se obtiene despejándolo de la ecuación (3) y, procedió a
 117 calcularse el promedio de todos los datos de la curva en estudio.

118 $\bar{\alpha} = \frac{R}{e^{-k_1 e^{-k_2 T}}} \quad \text{ec (14)}$

119

120 3. Resultados y análisis.

121

122 En la tabla 1 aparecieron los valores de resistencia al impacto [J] en función de
 123 temperatura [°C] de un material de acero sometido a la prueba de Charpy. Como fue
 124 señalado en antecedentes, se ajustó el modelo de Gompertz usando dos
 125 transformaciones lineales obtenidas por álgebra y, regresión no lineal con fines de
 126 comparación a los métodos algebraicos.

127

128

129

130



131
132

Tabla 1.- Datos de resistencia al impacto de acero determinado por la prueba Charpy.

| Temperatura [°C] | Resistencia al impacto [J] |
|------------------|----------------------------|
| 21.3 | 14.2 |
| 40.5 | 25.8 |
| 58.1 | 41.5 |
| 76.1 | 60.3 |
| 94.2 | 62.6 |
| 147.6 | 73.7 |

133
134

3.1 La técnica de los tres puntos de apoyo.

136

137 Los tres puntos de apoyo escogidos sobre la curva, de acuerdo al procedimiento
138 indicado en antecedentes fueron:

139 $P_1(21.3, 14.2), P_2(147.6, 73.7), P_3(84.45, 60.2)$

140

141 Sustituyendo los puntos anteriores en la expresión (8) se llegó a:

142

143 $\alpha = 76.1695 \text{ ec (15)}$

144 Cumplió $\alpha > R_{\max}$

145

146 La ecuación de regresión lineal obtenida al relacionar la columna transformación (10)
147 en función de la temperatura usando los datos de la tabla 1 fue:

148

149 $m = -0.031656, b = -1.24385, r = -0.99398 \text{ ec (16)}$

150

151 La recta fue significativa al 99% de confianza estadística de acuerdo al coeficiente de
152 correlación. Los valores numéricos anteriores sustituidos en (10) permitió evaluar:

153

154 $k_1 = 3.46893, k_2 = 0.031656 \text{ ec (17)}$

155

156 Sustituyendo (15) y (17) en la expresión (3), se obtuvo el modelo numérico-funcional:

157

158 $R = 76.513e^{-3.7052e^{-0.0323T}} \text{ ec (18)}$

159 $r = 0.99295, R^2 = 0.98596, \chi^2 = 1.13541$

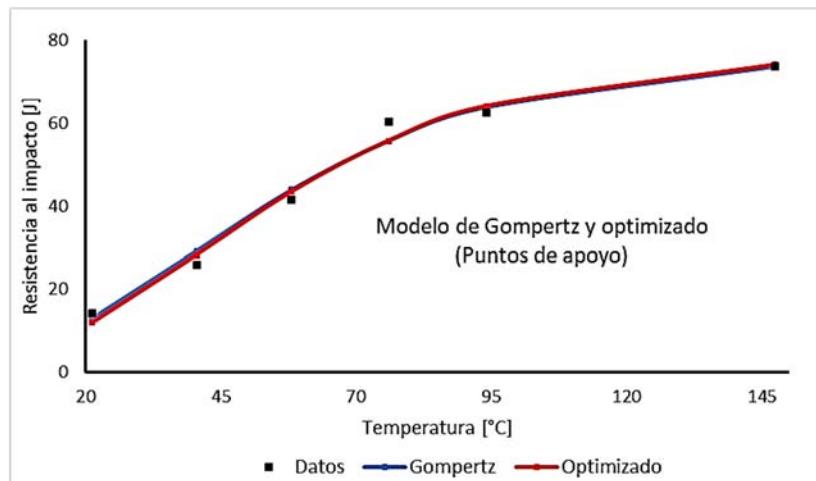
160

161 El ajuste numérico fue significativo al 99% de confianza estadística. En la figura 2 fue
162 ilustrada la bondad de ajuste alcanzado con la técnica de los tres puntos de apoyo y,
163 se comparan los resultados con un ajuste no lineal.

164



165



166

167 **Figura 2.-** Ajustes numéricos del modelo de Gompertz mediante
 168 transformación lineal (tres puntos de apoyo) y regresión no lineal.

169

170 Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

171

3.2 El arreglo rectangular.

172

173 Los datos que contiene la tabla 2 corresponden al método consistente en leer dos
 174 series de datos igualmente espaciados sobre la figura 1.

175

176

Tabla 2.- Arreglo rectangular de series de datos igualmente espaciados

| Temperatura [°C] | Temperatura' [°C] | Resistencia [J] | Resistencia' [J] | Constante τ |
|------------------|-------------------|-----------------|------------------|------------------|
| 20 | 96 | 13.9 | 63.2 | 76 |
| 39 | 115 | 24.5 | 67.3 | 76 |
| 58 | 134 | 41.5 | 71.2 | 76 |
| 77 | 153 | 61 | 74.6 | 76 |

177

178

179 Calculando la ecuación de regresión lineal al relacionar la serie de datos T contra la
 180 columna transformación indicada en (13), se llegó a:

181

$$m = -0.035166, b = 1.25697, r = -0.98136 \quad \text{ec (19)}$$

182

183 Sustituyendo los valores (19) en la expresión (13) se determinó a los valores numéricos
 de k_1 y k_2 :

184

$$k_1 = 3.7756, k_2 = 0.035166 \quad \text{ec (20)}$$



185 El coeficiente de correlación lineal indica una significativa al 95%. Se procedió a
 186 determinar el promedio de α como se señaló en (14) usando todos los datos de la tabla
 187 2, por ello:

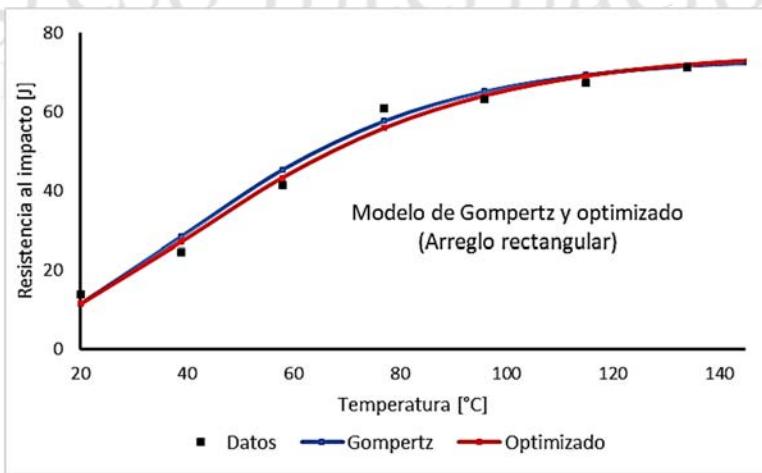
188 $\bar{\alpha} = 74.19849$ ec (21)

189 Sustituyendo los valores de (20) y (21) en la expresión (3), se llegó a el modelo
 190 numérico funcional:

191 $R = 75.49432e^{-3.59378e^{-0.03221T}}$ ec (22)
 192 $r = 0.99332, R^2 = 0.98669, \chi^2 = 1.4162$

193
 194 En la figura 3 fue ilustrada la bondad de ajuste numérico del modelo (3) a partir de la
 195 transformación lineal algebraica por el método del arreglo rectangular. Así como el
 196 ajuste comparativo obtenido por regresión no lineal.

197
 198



199

200 Figura 3.- Ajustes numéricos del modelo de Gompertz mediante
 201 transformación lineal (arreglo rectangular) y regresión no lineal.
 202
 203

204 4. Conclusiones.

205

206 La determinación numérica de la ecuación de Gompertz ajustada a datos de
 207 resistencia al impacto de acero sometidos a diversas temperaturas, fue posible y con
 208 excelentes resultados, a través de dos transformaciones lineales algebraicas. La
 209 primera, sustentada en tres puntos de apoyo leídos sobre la curva no lineal y, la
 210 segunda, leyendo puntos sobre la curva equidistantes sobre las abscisas y
 211 construyendo un arreglo rectangular. Los métodos requieren de obtener la recta de
 212 regresión y con ello, obtener el resto de las constantes numéricas del modelo de

213 Gompertz. Los resultados obtenidos con estas técnicas son comparables a la
214 regresión no lineal; fueron significativos al 99% de confianza estadística.

215

216

217 **Índice de referencias**

218 Gómez, J. C., (1996), *Método y aplicación de evaluación de vida residual para aceros de*
219 *calderas afectados por termofluencia y fisuras*, Seminario México-Japón: Materiales y
220 procesos avanzados, 37-38.

221 Franses, P. H. et al. (1994), *Fitting Gompertz Curve*, J. Opl. Res. Soc. Vol. 45-1, pp. 109.

222 Guillén, G., et al., (2017), Modelación con Probabilidad y Estadística, BUAP, 205-214. ISBN
223 978-607-525-245-2.

224

225 **Congreso Internacional**

226 Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

227

228

229

230 *Autor para la correspondencia. E-mail: gguillen@ipn.mx, Tel. 72-65-97-24.



1 UNA ACTIVIDAD EXPERIMENTAL PARA ABORDAR ALGUNOS 2 APRENDIZAJES DE ELECTROMAGNETISMO

3
4 Juan Jesús Vivas Castro^{1*}, Wilbert De Jesús López²
5
6 ^{1,2}Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades. Av. 100 Metros Esq.
7 Fortuna, Magdalena de las Salinas, Gustavo A. Madero, C.P. 07760, México, D.F
8
9

10 AV- POVD026

11 Resumen

12 *El electromagnetismo es una de las ramas más importantes de la Física, sin embargo, las
13 investigaciones en didáctica muestran que los alumnos presentan dificultades en su aprendizaje al
14 momento de explicar situaciones relacionadas con fenómenos eléctricos y magnéticos. Por tanto, en
15 este trabajo se propone realizar un estudio experimental de las características de un pequeño motor de
16 corriente continua para abordar algunos de los aprendizajes marcados en los nuevos programas de
17 Física II y IV de la Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades.*

18 *El dispositivo experimental consiste en la construcción de un circuito simple, en el cual el motor funciona
19 como un convertidor de energía mecánica a eléctrica (generador) y de energía eléctrica a mecánica
20 (motor eléctrico). Esto se logra haciendo ascender y descender masas de diferentes magnitudes y
21 observar la variación de la corriente eléctrica y diferencia de potencial en las terminales del motor.*

22 *Para describir el fenómeno observado, los estudiantes aplicaron un modelo fisicomatemático en donde
23 se utilizan conceptos y leyes de la Física, así como el análisis e interpretación estadística de los datos
24 experimentales aplicando la teoría de propagación de errores para tener una mayor certeza en los
25 resultados. Además, se determinó una constante que depende exclusivamente de las características
26 del motor, independientemente si el motor funciona como generador o motor eléctrico. Esta constante
27 sirvió para contrastar nuestros resultados experimentales con el modelo empleado. En el caso del
28 generador, se demostró que la corriente eléctrica generada es independiente de la resistencia que se
29 use en el circuito eléctrico, y se encontró una relación lineal entre la fuerza electromotriz y
30 la contraelectromotriz con la rapidez con que descienden y ascienden las masas, respectivamente. Para
31 el caso del motor eléctrico se determinó su rendimiento en función de la magnitud de las masas.*

32
33 **Palabras clave:** electromagnetismo, motor eléctrico, generador eléctrico, rendimiento.

34 35 1. Introducción

36 La importancia que tiene los motores y generadores eléctricos en la actualidad está
37 por demás demostrada en cuanto al desarrollo tecnológico y científico de la
38 humanidad. Por otra parte, los conceptos y leyes físicas involucradas para describir su
39 funcionamiento resultan ser de trascendental importancia. Es por eso por lo que en
40 este trabajo se abordan algunos conceptos y leyes del electromagnetismo al realizar
41 un estudio experimental de las características de un pequeño motor de corriente
42 directa cuando trabaja como convertidor de energía mecánica a eléctrica y viceversa.

43
44
45
46
47 A continuación, se describe el modelo empleado en este trabajo:



48 1.1 Generador de corriente eléctrica

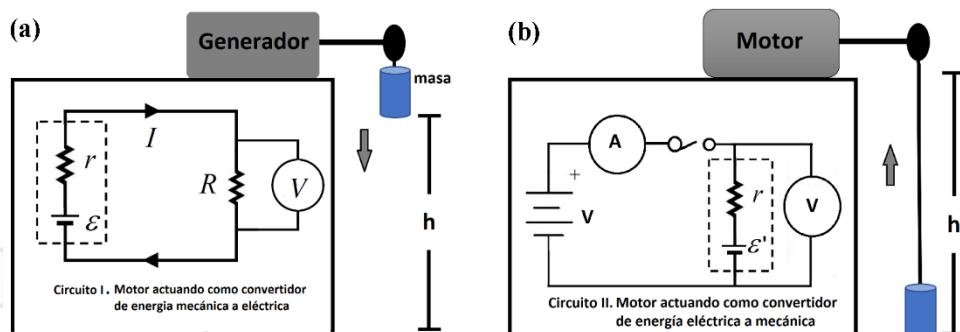
49

50 En la Fig.1 (a) se muestra una representación esquemática del sistema para el
 51 generador de corriente. Cuando la masa se deja caer, la potencia mecánica depende
 52 de la masa y de la rapidez con la que desciende:

53

54 $P_m = mgv \quad (1)$

55



56

57 Fig. 1. (a) Representación del montaje experimental y conexión del circuito cuando el motor
 58 funciona como un generador de corriente eléctrica. (b) Cuando el motor funciona como
 59 convertidor de energía eléctrica a mecánica (motor eléctrico).

60

61 Por otra parte, cuando las masas se dejan caer de una altura h , la energía mecánica
 62 se convertirá en energía eléctrica. Sin embargo, cierto porcentaje de la energía se
 63 transforma en calor por efecto Joule (Zitzewitz, Neff & Davis, 2002). También, debido
 64 al movimiento del rotor del motor se genera una variación del flujo magnético que a
 65 su vez produce una corriente alterna y luego es transformada por el conmutador del
 66 motor a corriente directa (Alonso & Rojo, 1981; Haliday, Resnick & Walker, 2011). De
 67 acuerdo con la ley de inducción de Faraday, la variación de un campo magnético con
 68 respecto al tiempo generará una fuerza electromotriz, dada por:

69

$$70 \quad \varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} \quad (2)$$

71

72 En este modelo se propone que la fuerza electromotriz ε es directamente proporcional
 73 a la magnitud de la velocidad angular del eje de rotación ω y ésta a la vez es
 74 proporcional a la rapidez tangencial con la que las masas caen v , es decir:

75

76 $\varepsilon = kv \quad (3)$

77

78 En donde k es una constante característica del motor, esencialmente dependiente del
 79 radio de la polea, de la geometría del bobinado y de la intensidad del campo magnético
 80 de los imanes (Chapman, 2005; Álvarez, 2012).

81



82 Por otra parte, la potencia eléctrica producida en el motor se puede expresar como
 83 (Sears, Zemansky, Young & Freedman, 2006):
 84

$$85 \quad P_e = \varepsilon I \quad (4)$$

86 Si se aplican las leyes de Kirchhoff al circuito, ver Fig. 1 (a), se tiene:
 87

$$89 \quad \varepsilon = rI + RI \quad (5)$$

90
 91 En donde r es la resistencia interna del motor que depende del embobinado (Serway,
 92 2005). En el caso ideal la potencia mecánica se puede igualar con la potencia eléctrica,
 93 obteniendo:

$$94 \quad mgv = \varepsilon I \quad (6)$$

95 Sustituyendo la Ec. (5) en (6) se llega a una expresión que relaciona la masa con la
 96 rapidez de descenso, es decir:
 97

$$99 \quad 100 \quad v = \frac{g(r + R)}{k^2} m \quad (7)$$

101 Para el caso de un generador real existe fricción mecánica que llega a frenar el
 102 sistema. Por tanto, para vencer esa fricción se requiere de una cierta cantidad de masa
 103 que supere a un valor mínimo de m_0 que es característico de cada generador.
 104 Entonces la masa en la Ec. (7) puede ser remplazada por una masa efectiva dada por
 105 $m - m_0$, es decir:

$$106 \quad 107 \quad v = \frac{g(r + R)}{k^2} (m - m_0) \quad (8)$$

108 1.2 Motor eléctrico

110 Ahora se considera el sistema presentado en la Fig.1(b). Cuando se aplica un voltaje
 111 determinado al circuito se hace circular una corriente I y por tanto el eje del motor gira.
 112 Además del efecto principal (la fuerza de interacción electromagnética), se tiene un
 113 efecto secundario inseparable del anterior: una bobina (muchas espiras acopladas)
 114 girando en un campo magnético produce una fuerza contraelectromotriz (*fem*) ε'
 115 inducida que, de acuerdo con la ley de Faraday-Lenz, se opone al paso de la corriente
 116 (Resnick & Halliday, 2002; Giancoli, 2009). Aplicando nuevamente las leyes de Kirchoff
 117 a una malla del circuito mostrado en la Fig. 1(b), se tiene:
 118

$$119 \quad V = \varepsilon' + rI \quad (9)$$



121 En donde V el voltaje medido en las terminales del motor. Al igual que en el caso del
122 generador se va a suponer que la fuerza contraelectromotriz será proporcional a la
123 rapidez con la que ascienden las masas, es decir:

124

125 $\varepsilon' = kv \quad (10)$

126

127 Como en cualquier dispositivo práctico que efectúa transformaciones de energía,
128 interesa el máximo rendimiento, entendido como la relación entre el beneficio obtenido
129 (la energía o trabajo desarrollado) y el costo necesario para obtenerlo (la energía o
130 trabajo suministrado). Por tanto, el rendimiento se puede definir de la siguiente
131 manera:

132

$$R_e = \frac{P_m}{P_e} \quad (11)$$

133

2. Metodología o desarrollo

134

2.1 Determinación de la resistencia interna del motor

135

136

Como se notó en el marco teórico es necesario determinar el valor de la resistencia interna del motor. Para ello se conectó una fuente de voltaje de 18V a las terminales del motor formando un circuito en serie. Se midieron diferentes valores de corriente y voltaje con un multímetro conectado en serie y paralelo, respectivamente. El eje del motor se detuvo, de tal manera que no rotara, y de esta manera la resistencia sea debida al alambre conductor que forma la bobina, ya que la fuerza contraelectromotriz aún no se genera en el motor. Posteriormente, se aplicó la ley de Ohm para determinar la resistencia interna.

137

Como se notó en el marco teórico es necesario determinar el valor de la resistencia interna del motor. Para ello se conectó una fuente de voltaje de 18V a las terminales del motor formando un circuito en serie. Se midieron diferentes valores de corriente y voltaje con un multímetro conectado en serie y paralelo, respectivamente. El eje del motor se detuvo, de tal manera que no rotara, y de esta manera la resistencia sea debida al alambre conductor que forma la bobina, ya que la fuerza contraelectromotriz aún no se genera en el motor. Posteriormente, se aplicó la ley de Ohm para determinar la resistencia interna.

138

2.2 Generador de corriente

139

140

141

142

143

144

145

146

147

148

149

150

151

152

153

154

155

156

157

158

159

160

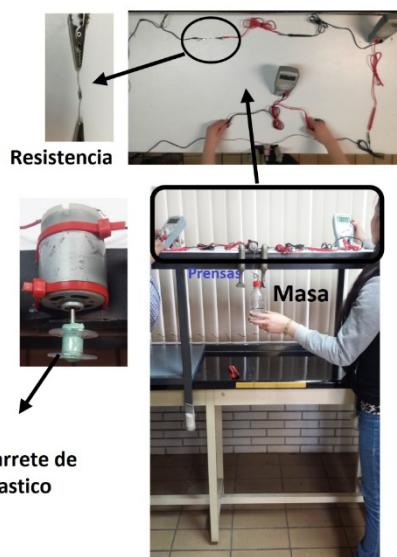
161

162

En este caso se unió un carrete de plástico al eje del motor. El motor se fija a una base de madera utilizando unos sujetadores de plástico y posteriormente se fija dicha base a una mesa usando dos prensas en forma de C. Se conecta un circuito en serie con una resistencia de valor conocido (10Ω) y un multímetro para medir la corriente eléctrica, mientras que para medir el voltaje en la resistencia de valor conocido se conecta un multímetro en paralelo, ver Fig. 2. En el carrete de plástico, que realiza la función de una polea, se ató un hilo y al extremo de este se sujetó una armella, esto con la finalidad de sujetar las masas. Para tener diferentes valores de masas se utilizó una botella de plástico en la cual se depositó cierta cantidad de agua. Las masas se dejaron caer de una altura de 1.22 m. Para determinar la rapidez con la que desciende la botella se grabaron videos usando una cámara de celular. Posteriormente, los videos fueron procesados en el programa video tracker para obtener datos de posición y tiempo de la trayectoria de la botella.



Generador de corriente eléctrica



Motor eléctrico



Fig. 2. Se presenta el sistema empleado cuando el motor trabaja como generador de corriente y motor eléctrico.

2.3 Motor eléctrico

Para este caso la conexión del circuito fue similar a la explicada anteriormente (generador eléctrico), exceptuando que se conectó la fuente de voltaje y se retiró la resistencia, ver Fig.2. En la fuente se fijó un voltaje de 7.15 v. Este voltaje se decidió en dependencia de la elección de una masa (aproximadamente de 345 g) de tal manera que el motor suba la botella de manera uniforme. Se midió el voltaje en las terminales del motor, la intensidad de corriente el circuito y la rapidez de ascenso de las masas con el uso del video.

3. Resultados y análisis

Se aplicó la teoría de propagación de errores para expresar las incertidumbres en las mediciones indirectas, mientras que el error en las mediciones directas se tomó la mínima escala que puede medir el instrumento de medición (Oda, 2013).

3.1 Determinación de la resistencia interna del motor

En la tabla 1 se muestran los resultados de las mediciones de corriente eléctrica y voltaje. Como se puede observar la relación entre corriente eléctrica y voltaje sigue un comportamiento lineal. En la Fig. 3 se muestra un ajuste de los datos experimentales a una función lineal por el método de mínimos cuadrados, en donde de acuerdo con la

189 ley de ohm, $V=rl$, el valor de la pendiente corresponde al valor de r . El valor de la
 190 resistencia interna del motor fue de $6.56 \pm 0.08 \Omega$.
 191

Tabla 1. Mediciones experimentales de corriente y voltaje para la determinación de la resistencia interna del motor.

| $I \pm 0.01(mA)$ | $V \pm 0.01(v)$ |
|------------------|-----------------|
| 74.98 | 0.49 |
| 82.19 | 0.56 |
| 97.93 | 0.65 |
| 112.52 | 0.74 |
| 128.88 | 0.86 |
| 143.58 | 0.97 |
| 153.15 | 1.02 |
| 162.17 | 1.10 |
| 178.12 | 1.19 |
| 199.99 | 1.30 |

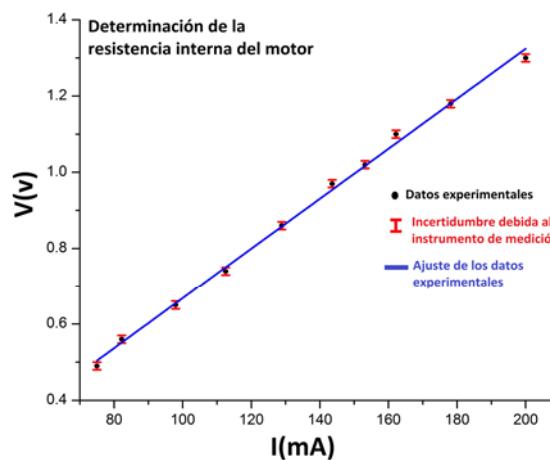


Fig. 3. Mediciones de intensidad de corriente vs voltaje en el motor, para determinar su resistencia interna.

192
193

3.2 Motor actuando como generador de corriente

195

196 En la Fig. 4 (a) se muestran las gráficas de posición vs tiempo para las diferentes
 197 masas utilizadas. Se realizó el ajuste por el método de mínimos cuadrados de los datos
 198 experimentales, en las regiones en donde las masas alcanzan una rapidez constante.
 199 Por tanto, interpretando el valor de la pendiente con la ecuación que describe un
 200 movimiento rectilíneo uniforme ($y=vt$), se obtuvo la rapidez con la que descienden las
 201 masas.

202

203 En la tabla 2 se muestran los resultados de las mediciones y los cálculos derivados de
 204 estas. Se puede observar que al incrementar la magnitud de las masas el voltaje en la
 205 resistencia y la corriente eléctrica aumentan. Mediante la aplicación de la Ec. (5) se
 206 determinó la fuerza electromotriz ϵ generada cuando descendían cada una de las
 207 masas. De estos resultados es importante observar que mientras mayor es la magnitud
 208 de la masa, se genera una fuerza electromotriz mayor, esto se puede explicar debido
 209 a que la rapidez angular con la gira la escobilla del motor es mayor, lo que implica que
 210 el cambio en el flujo magnético por unidad de tiempo incrementa, tal y como lo afirma
 211 la ley de Faraday, ver Ec. (2).

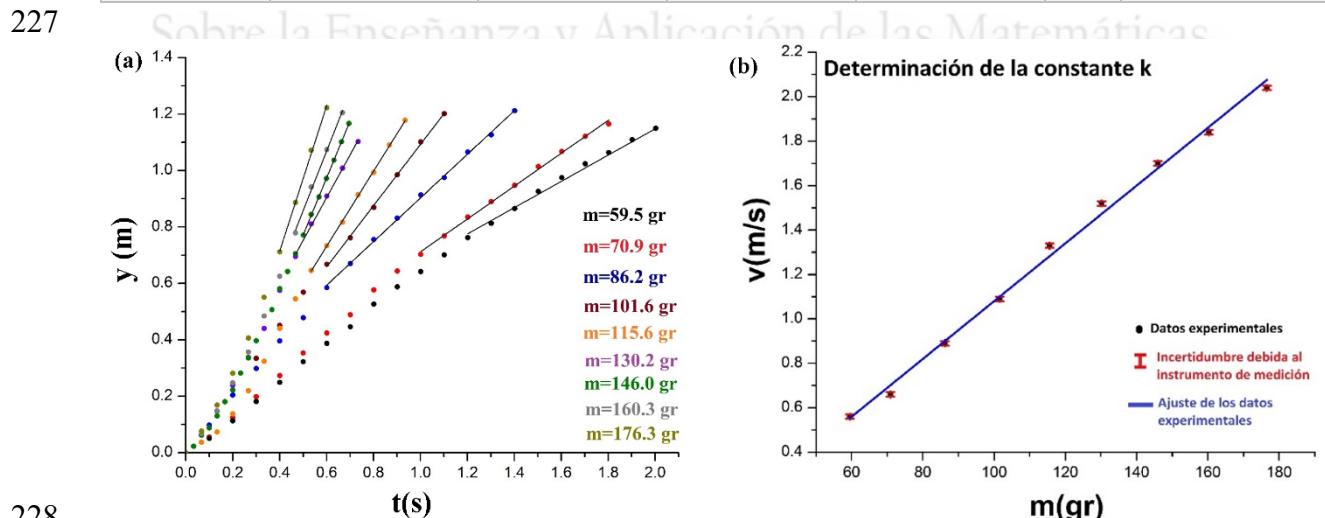
212

213 Para contrastar el modelo descrito en la introducción se determinó el valor de la
 214 constante k de dos formas. En el primer caso se aplicó la Ec. (3), obteniendo un valor
 215 promedio de $k = 3.24 \pm 0.62 \text{ Vs/m}$. La segunda forma de determinar k es
 216 interpretando la Ec. (8). En la Fig. 4(b) se presenta la gráfica de m vs v , en la cual se
 217 puede observar una tendencia lineal. Por tanto, mediante un ajuste por el método de

218 mínimos cuadrados a una función lineal se puede interpretar el valor de la pendiente y
 219 la ordenada al origen. En este caso se encontró que $k = 3.54 \pm 0.03 \text{ Vs/m}$, por tanto,
 220 este valor entra en el rango encontrado aplicando directamente la Ec. (3), lo que
 221 permite verificar el modelo empleado en este trabajo. Por otra parte, la masa efectiva
 222 fue $m_0 = 16.80 \pm 3.86 \text{ gr}$.

223
 224 **Tabla 2. Resultados experimentales de las mediciones y cálculos derivados de estos en el caso**
 225 **en que el motor actúa como generador de corriente eléctrica.**
 226

| $m \pm 0.1(\text{gr})$ | $v \pm 0.01(\text{m/s})$ | $V_R \pm 0.01(\text{v})$ | $I_{cal} \pm 0.01(\text{A})$ | $I_{exp} \pm 0.01(\text{A})$ | $\varepsilon(\text{v})$ | $k \pm 0.62(\text{Vs/m})$ |
|------------------------|--------------------------|--------------------------|------------------------------|------------------------------|-------------------------|---------------------------|
| 59.5 | 0.56 | 1.23 | 0.12 | 0.11 | 2.1 | 3.63 |
| 70.9 | 0.66 | 1.47 | 0.14 | 0.13 | 2.4 | 3.68 |
| 86.2 | 0.89 | 1.62 | 0.16 | 0.15 | 2.7 | 3.01 |
| 101.6 | 1.09 | 1.99 | 0.20 | 0.18 | 3.3 | 3.02 |
| 115.6 | 1.33 | 2.59 | 0.25 | 0.23 | 4.3 | 3.22 |
| 130.2 | 1.52 | 3.00 | 0.30 | 0.28 | 5.0 | 3.26 |
| 146.0 | 1.70 | 3.36 | 0.33 | 0.32 | 5.6 | 3.27 |
| 160.3 | 1.84 | 3.40 | 0.34 | 0.34 | 5.8 | 3.06 |
| 176.6 | 2.04 | 3.72 | 0.37 | 0.38 | 6.2 | 3.01 |



228 Fig. 4. (a) Gráficas de posición vs tiempo para cada una de las masas utilizadas en el experimento
 229 cuando el motor actúa como generador de corriente. (b) Grafica de m vs v .
 230

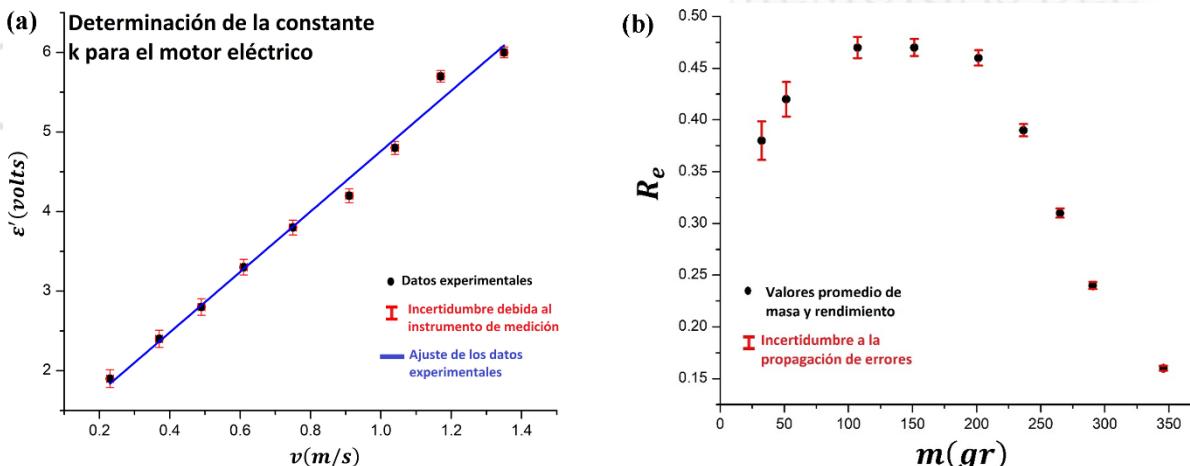
231
 232 **3.3 Motor eléctrico**
 233
 234 En la tabla 2 se muestran los resultados de las mediciones, así como los cálculos
 235 derivados de estas. En la Fig. 5 (a) se muestra una gráfica de v vs ε' , en donde se
 236 puede observar una relación lineal. Mediante la interpretación de la Ec. (10) se
 237 encontró un valor de $k = 3.8 \pm 0.2 \text{ Vs/m}$, lo cual coincide aproximadamente con el
 238 reportado por el generador eléctrico. Finalmente, en la Fig. 5(b) se muestra una gráfica
 239 del rendimiento del motor como función de la masa. En esta se puede observar que la
 240 masa para la cual el rendimiento es máximo es aproximadamente de 125 gr.

241
 242
 243
 244

Tabla 2. Valores numéricos de las mediciones, así como de los cálculos derivados de estos cuando el motor funciona como un convertidor de energía eléctrica en mecánica.

| $m \pm 0.1(\text{gr})$ | $V \pm 0.01(\text{v})$ | $I \pm 0.01(\text{A})$ | $v \pm 0.01(\text{m/s})$ | $P_m \pm 0.01(\text{W})$ | $P_e \pm 0.07(\text{W})$ | $\varepsilon' \pm 0.1(\text{v})$ | $R_e \pm 0.01$ |
|------------------------|------------------------|------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|----------------------------------|----------------|
| 345.6 | 6.62 | 0.71 | 0.23 | 0.78 | 4.70 | 1.9 | 0.16 |
| 290.6 | 6.72 | 0.65 | 0.37 | 1.06 | 4.36 | 2.4 | 0.24 |
| 265.0 | 6.78 | 0.6 | 0.49 | 1.28 | 4.06 | 2.8 | 0.31 |
| 236.5 | 6.80 | 0.53 | 0.61 | 1.42 | 3.60 | 3.3 | 0.39 |
| 201.4 | 6.84 | 0.47 | 0.75 | 1.49 | 3.21 | 3.8 | 0.46 |
| 151.4 | 6.90 | 0.41 | 0.91 | 1.35 | 2.82 | 4.2 | 0.47 |
| 107.1 | 6.95 | 0.33 | 1.04 | 1.09 | 2.29 | 4.8 | 0.47 |
| 51.5 | 7.01 | 0.20 | 1.17 | 0.59 | 1.40 | 5.7 | 0.42 |
| 32.3 | 7.04 | 0.16 | 1.35 | 0.42 | 1.12 | 6.0 | 0.38 |

245



246
 247
 248
 249

Fig. 5. (a) Relación lineal entre la fuerza contraelectromotriz y la rapidez con que suben las masas. (b) Relación entre el rendimiento del motor y la masa.

250

4. Conclusiones

251

252 En este trabajo se logró una mejor comprensión de algunos conceptos del
 253 electromagnetismo por medio de la experimentación. En particular, mediante el estudio
 254 experimental de un motor de corriente continua. Se determinó una relación lineal entre
 255 la fuerza electromotriz y contraelectromotriz con la rapidez lineal. Esta proporción viene
 256 determinada por una constante característica del motor que es independiente si este
 257 funciona como un generador de corriente continua o un motor eléctrico. Este hecho
 258 verifica el modelo empleado en este trabajo.

259

260

261

262

263

Agradecimientos

264



265 Los autores agradecen a la UNAM por medio del proyecto INFOCAB PB101619
266 “Desarrollo de proyectos de investigación multidisciplinario con alumnos” por el apoyo
267 otorgado para la realización de este trabajo.

268

269 **5. Referencias**

270

271 Álvarez, A. (2012). Modelo matemático de un motor de corriente continua
272 separadamente excitado: Control de velocidad por corriente de armadura. *Lat. Am. J.
273 Phys. Educ*, Vol. 6, No. 1, 155-161.

274 Alonso, M. & Rojo, O. (1981). *Física campos y ondas*. México: Fondo Educativo
275 Interamericano.

276 Chapman, S.J. (2005). *Fundamentos de máquinas de corriente directa*. México: Mc.
277 Graw Hill.

278 Giancoli, D. (2009). *Física 2: principio con aplicaciones*, 6^a edición. México: Pearson
279 Educación.

280 Oda, M.B. (2013). *Introducción al análisis grafico de datos experimentales*. México:
281 Facultad de Ciencias UNAM

282 Haliday, D., Resnick, R. & Walker, J. (2011). *Fundamentos de física, volumen 2*, octava
283 edición. México: Grupo Editorial Patria.

284 Resnick, R., & Halliday, D. (2002). *Física* (vol. 2). México: CECSA.

285 Sears F., Zemansky M., Young H., & Freedman, R. (2006). *Física Universitaria*.
286 California: Pearson Education.

287 Serway, R. A. (2005). *Física*. México: Pearson.

288 Zitzewitz, P. W., Neff, R., & Davis, M. (2002). *Física, principios y problemas*. México:
289 Mc Graw-Hill.

290

291

292

293

294

295

296

297

298

299

300

301

IMPLEMENTACIÓN EN JAVASCRIPT PARA EL MODELADO Y DESARROLLO DE SISTEMAS BASADOS EN AGENTES

Gastón H. Salazar-Silva^{*} y Abraham Rodríguez Galeotte

Instituto Politécnico Nacional, UPIITA. Av. IPN 2580, Col. La Laguna Ticoman, México, CDMX.

I-POAV035

Resumen

Un agente autónomo es un modelo computacional que permite describir comportamientos muy complejos dentro de un entorno. Estos comportamientos se producen a partir de funciones relativamente simples que tienen como dominio una secuencia, o historia, de las percepciones del entorno. El modelado basado en agentes se aplica en inteligencia artificial, robótica, protocolos de comunicación, economía, sociología y aplicaciones web, entre mucho más.

El presente trabajo muestra una librería que permite implementar un sistema de agentes autónomos, de una manera simple, dentro de un entorno gráfico que se ejecuta en un navegador web. Esta librería también puede operar en un sistema embebido. Como ejemplos se muestran una simulación de la navegación de múltiples robots en un entorno desconocido, así como la implementación de un robot mensajero.

Palabras clave: agentes, visualización, 3D, web.

1. Introducción

Un agente autónomo es un modelo computacional que permite describir comportamientos muy complejos dentro de un entorno. Estos comportamientos se producen a partir de funciones relativamente simples que tienen como dominio una secuencia, o historia, de las percepciones del entorno. El modelado basado en agentes se aplica en inteligencia artificial, robótica, protocolos de comunicación, economía, sociología y aplicaciones web, entre mucho más.

El concepto de programación basada en agentes no es nuevo (Shoham, 1993). Niazi & Hussain (2011) presentan una revisión del estado del arte del desarrollo de agentes. Por otro lado, Richmond & Romano (2008) proponen una herramienta para el desarrollo gráfico de agentes basado en el uso de una unidad de procesamiento

* Autor para la correspondencia. E-mail: ghsalazar@ipn.mx. Tel. +52 (55) 57-29-60-00 ext. 56882



38 gráfico (GPU, por sus siglas en inglés). El problema es que no se puede portar el
 39 código fácilmente entre entorno de programación.

40
 41 El presente trabajo muestra una librería que permite implementar un sistema de
 42 agentes autónomos, de una manera simple, dentro de un entorno gráfico que se
 43 ejecuta en un navegador web con ayuda del entorno THREE.js (Williams, 2013). Esta
 44 librería también puede operar en un sistema embebido, sin necesidad de disponer de
 45 un entorno gráfico. Por las restricciones del formato del documento, sólo se muestra
 46 la implementación de un agente reactivo como ejemplo. Esta librería se ha utilizado
 47 para simular la navegación de múltiples robots en un entorno desconocido, así como
 48 la implementación de un robot mensajero (Alvarado-González, 2016).

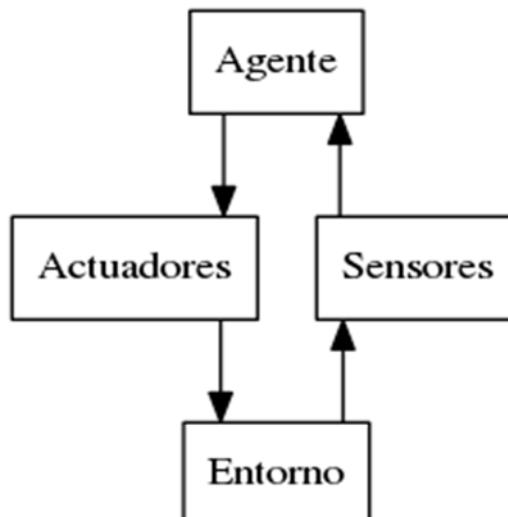
49

50 2. Metodología

51

52 Un agente autónomo es sistema capaz de interactuar con su entorno, y por ello de
 53 disponer de una interfaz con su entorno. Ésta se puede componer de sensores y
 54 actuadores (efectores) para el caso de un sistema físico. Por otro lado, un agente debe
 55 actuar en forma autónoma, es decir que debe tomar decisiones de forma
 56 independiente a partir de las percepciones que realiza sobre su entorno. Además, en
 57 un agente el comportamiento debe ser teleológico, es decir está orientado a alcanzar
 58 un objetivo. Un agente puede responder que no, porque contraviene a su objetivo.

59



60

61 **Figura 1. Descripción gráfica de un agente**

62

63 Un agente se puede describir como una función f ,



64 **Ecuación 1.** $f: p^* \mapsto a$

65 donde p denota la percepción realizada por el agente en momento actual, p^*
 66 representa una secuencia de percepciones realizada a lo largo del tiempo, es decir
 67 una historia de las percepciones, y a representa una acción a desempeñar por el
 68 agente. Las variables a y p pueden ser escalares, vectores o incluso funciones.
 69

70 **2.1 Un prototipo de agente en JavaScript**

71
 72 Para poder implementar los agentes, se deben poder desarrollar abstractamente los
 73 sensores, el planificador y los actuadores. En el caso de los sensores, deben ser
 74 capaces de detectar la información del entorno en que se encuentran y reaccionar a
 75 eventos en el mismo. Los actuadores deben ser capaz de afectar al entorno.
 76 Finalmente se debe representar el entorno sobre el cual opera el agente; para esto
 77 último se aprovecha la librería THREE.js (Williams, 2013), que no solo permite
 78 representar este entorno, sino también visualizarlo en 3D sobre un navegador web.
 79

80 Para empezar, se define la función Agent(), que es el constructor de un agente
 81 abstracto. Un agente instanciado a partir de este constructor no tendrá realmente
 82 funcionalidad, pero le permite tener una interfaz. Como se desea tener la capacidad
 83 de visualizar en 3D los agentes y su entorno, se utiliza como prototipo el constructor
 84 Object3D de la librería THREE.js.
 85

86 **Listado 1. Definición del constructor de los agentes.**

```
87      function Agent(x=0, y=0){  

88          THREE.Object3D.call(this);  

89          this.position.x = x;  

90          this.position.y = y;  

91      }  

92      Agent.prototype = new THREE.Object3D();
```

93
 94 Las tres primitivas esenciales de un agente son percibir (sense()), planificar (plan()) y
 95 actuar (act()) sobre el entorno (environment) sobre el cual el agente está operando.
 96 Como el constructor es para un objeto abstracto, estas primitivas se definen sin tener
 97 una implementación específica.
 98

99 **Listado 2. Definición abstracta de los métodos del agente.**

```
100     Agent.prototype.sense = function(environment) {};  

101     Agent.prototype.plan = function(environment) {};  

102     Agent.prototype.act = function(environment) {};
```

103



104 Estos métodos se implementan de manera abstracta porque existe un sinnúmero de
105 formas de implementar estos métodos. Para una implementación específica, el
106 comportamiento se establecerá redefiniendo estos tres métodos.

107
108 Como un agente opera sobre un entorno, se define también un constructor para los
109 entornos. Este constructor se define como una instancia de Scene(), que es
110 básicamente una colección de objetos de la clase Object3D(). Esto permite que los
111 agentes puedan ser visualizados directamente en el navegador.

112
113 **Listado 3. Definición del constructor del entorno.**

```
114 function Environment() {  
115     THREE.Scene.call(this);  
116 }  
117 Environment.prototype = new THREE.Scene();
```

118
119 Después, se implementan tres métodos para las instancias de Environment(). En esta
120 primera implementación se consideró un modelo síncrono de operación. Por ello, estos
121 métodos tienen la función de enviar el mensaje a los agentes para que realicen
122 determinadas acciones. Con el método sense(), el entorno envía una solicitud a los
123 agentes para que perciban su entorno. Lo mismo ocurre con los métodos plan() y act().

124
125 **Listado 4. Definición del método sense() del entorno. Esta estructura se repite para los**
métodos plan() y act().

```
126 Environment.prototype.sense = function() {  
127     var c = this.children;  
128     for (var i = 0; i < c.length; i++)  
129         if (c[i].sense !== undefined)  
130             c[i].sense(this);  
131 }  
132 }
```

133 Como el entorno es una instancia de Scene(), no todos los objetos que pueden existir
134 dentro de éste son agentes. por lo tanto, primero se debe determinar si el objeto
135 contiene los métodos adecuados para ejecutarse. Esto permite que el entorno pueda
136 contener objetos estáticos o de otro tipo, con los cuales los agentes pueden
137 interactuar.

138
139 **3. Resultados**

140
141 A continuación, se muestra un ejemplo sencillo que permite entender la aplicación de
142 la librería. El ejemplo es la implementación de un agente reactivo, llámese una pelota
143 rebotando contra dos paredes. Para ello se consideró modelar el comportamiento
144 como un choque inelástico.



145

146 Primeramente, se define el constructor (Listado 5), a partir de la herencia del
 147 constructor Agent(). En esta definición se incluye aspectos gráficos, por medio de
 148 mallas que son como se describen los objetos 3d en THREE.js. Además, se incluye
 149 un objeto del tipo Raycaster(), que permite determinar la distancia entre la pelota y las
 150 paredes (Cf. THREE.js).

151

Listado 5. Definición del agente reactivo Pelota.

```

152
153     function Pelota(r, x=0, y=0) {
154         Agent.call(this,x,y);
155         this.add(new THREE.Mesh(
156             new THREE.SphereGeometry( r ),
157             new THREE.MeshNormalMaterial()));
158         this.step = 0.1;
159         this.colision = 0;
160         this.radius = r;
161         this.sensor =
162             new THREE.Raycaster(
163                 this.position,
164                 new THREE.Vector3(1,0,0));
165     }
166
167     Pelota.prototype = new Agent();

```

167

Para definir un nuevo comportamiento, se debe redefinir la interfaz con el entorno.
 Cómo en este caso el entorno es gráfico, el método sense() se debe interpretar como
 la interacción entre una pared y la pelota (listado 6). Es decir, se considera que el
 comportamiento de una pelota es reactivo. Para detectar dicha interacción, se utiliza
 el método de intersección de línea, definido por el objeto de tipo Raycaster(),
 mencionado anteriormente..

173

Listado 6. Definición del método sense() en una pelota.

```

174
175     Pelota.prototype.sense =
176         function(environment) {
177             this.sensor.set(
178                 this.position,
179                 new THREE.Vector3( 1,0,0 ) );
180             var obstaculo1 =
181                 this.sensor.intersectObjects(
182                     environment.children,
183                     true);
184             this.sensor.set(
185                 this.position,
186                 new THREE.Vector3(-1,0,0));
187             var obstaculo2 =
188                 this.sensor.intersectObjects(

```



```

189         environment.children,
190         true);
191     if ((obstaculo1.length > 0 && (obstaculo1[0].distance <= this.r
192 adius)) ||
193     (obstaculo2.length > 0 && (obstaculo2[0].distance <= this.ra
194 dius)))
195     this.colision = 1;
196   else
197     this.colision = 0;
198 }
```

En cuanto al método act(), se debe entender el efecto causado por dicha interacción (listado 7). La acción simplemente es el cambio de la dirección si se detecta una colisión con la pared. Bajo otras circunstancias, se considera simplemente un movimiento lineal uniforme.

203
204 Listado 7. Definición del método act() en una pelota.

```

205 Pelota.prototype.act = function(environment) {
206   if (this.colision === 1)
207     this.step = -this.step;
208   this.position.x += this.step;
209 }
```

210 Como ya se mencionó, el comportamiento es reactivo y por lo tanto no existe una
 211 planificación, así que no se redefine plan().

212 Las paredes en las que rebota la pelota no son agentes, por lo tanto, pueden ser
 213 simplemente del tipo Object3D. Esto puede plantear creando objetos de tipo Mesh().

214 El programa principal queda muy simple. Primeramente se define una función setup()
 215 (listado 8). En esta función, se detalla las características del entorno sobre el cual el
 216 agente existirá. Por ejemplo, se define la localización de las paredes, donde estará la
 217 cámara (THREE.js), el tipo de renderizador a usar, y finalmente se anexa a un
 218 documento html.

219
220 Listado 8. Definición de función setup().

```

221
222 function setup() {
223   entorno = new Environment();
224   camara = new THREE.PerspectiveCamera();
225   camara.position.z = 30;
226
227   entorno.add( new Pared(1,7,0) );
228   entorno.add( new Pared(1,-7,0) );
229   entorno.add( new Pared(1,7,1) );
230   entorno.add( new Pared(1,-7,1) );
231 }
```



```

232     entorno.add( new Pared(1,7,-1) );
233     entorno.add( new Pared(1,-7,-1) );
234     entorno.add( new Pelota(0.5) );
235     entorno.add( camara );
236
237     renderer = new THREE.WebGLRenderer();
238     renderer.setSize( window.innerHeight*.95, window.innerHeight*.95 )
239 ;
240     document.body.appendChild( renderer.domElement );
241 }
```

242 Después se define la función `loop()`, la cual realmente es muy simple ya que utiliza la
 243 infraestructura para el manejo de eventos del propio navegador. En el caso de una
 244 implementación en algún otro entorno, se puede implementar una cola para el manejo
 245 de eventos, o incluso simplemente un ciclo continuo de operación.

246
 247 **Listado 9. Definición de función `loop()`.**

```

248     function loop(){
249         requestAnimationFrame( loop );
250
251         entorno.sense();
252         entorno.plan();
253         entorno.act();
254         renderer.render( entorno, camara );
255     }
```

256 Finalmente, el programa principal (listado 10) simplemente consiste en definir las
 257 variable globales, inicializar el sistema llamando a la función `setup()` y llamar a la
 258 función `loop()`.

259
 260 **Listado 10. Definición del programa principal**

```

261     var entorno, camara, renderer;
262
263     setup();
264     loop();
```

265 Este ejemplo es muy simple, y sin embargo permite entender la operación básica del
 266 sistema. Existen más ejemplos, mucho más complejos. Otro de los ejemplos que se
 267 incluye en la librería es un sistema de agentes autónomos, llámense robots virtuales,
 268 que interactúan con varios cuartos y entre ellos. A causa del formato de este
 269 documento, no se pudo incluir.

270
 271 Además, esta librería se ha utilizado para modelar y después programar un sistema
 272 embebido para un robot mensajero. Para ello se utilizó una tarjeta Raspberry Pi 3 con
 273 el intérprete de JavaScript node.js. Lo interesante fue que no se tuvo que modificar el



274 programa básico del comportamiento, sino simplemente cambiar la interfaz del entorno
275 virtual a un entorno físico.

276

277 **4. Conclusiones**

278

279 En el presente trabajo se mostró la aplicación de una librería que permite implementar
280 agentes autónomos, de una manera simple, dentro de un entorno gráfico, y que se
281 puede ejecutar dentro del entorno gráfico de un navegador web con ayuda del entorno
282 THREE.js.

283

284 Esta librería se puede operar en un sistema embebido, sin necesidad de disponer de
285 un entorno gráfico. Esta librería se ha utilizado para simular la navegación de múltiples
286 robots en un entorno desconocido, así como la implementación de un robot mensajero.

287

288 **Agradecimientos**

289

290 Los autores desean agradecer al Instituto Politécnico Nacional y la COFAA-IPN por los
291 diversos apoyos y estímulos que han proporcionado para el desarrollo de este trabajo,
292 como el SIBE y el EDD.

293

294 **Índice de referencias**

295

- 296 • Niazi, M., & Hussain, A. (2011). Agent-based computing from multi-agent systems
297 to agent-based models: A visual survey. *Scientometrics*, 89(2), 479-499.
- 298 • Richmond, P., & Romano, D. (2008). Agent Based GPU, a Real-time 3D Simulation
299 and Interactive Visualisation Framework for Massive Agent Based Modelling on the
300 GPU. Proceedings International Workshop on Super Visualisation. Kos, Grecia,
301 June 7, 2008.
- 302 • Williams, J. (2013). [*Three.js By Example*](#). Vancouver, Canadá: Leanpub.
- 303 • Shoham, Y. (1993). *Agent-Oriented Programming*. Artificial Intelligence, 60(931).
304 pp. 51–92.
- 305 • Alvarado-González, A.E. (2016). *Prototipo de robot móvil omnidireccional para la
306 repartición de documentos en un área delimitada*. Reporte de trabajo terminal para
307 obtener el título de Ingeniero Mecatrónico. Instituto Politécnico Nacional, México.



1 LAS TECNOLOGÍAS DE INFORMACIÓN Y EL MATERIAL DIDÁCTICO 2 EN LA DOCENCIA

3 Jesús García Lira *, Martín Castillo Sánchez, Juan José Arenas Romero
4 *INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y*
5 *Eléctrica, Azcapotzalco. Av. de las Granjas No. 682, Col. Sta. Catarina Azcapotzalco,*
6 *C.P. 02550, México*

7 **I-POAV041**

8 **Resumen**

9 La educación hoy en el mundo del siglo XXI se ha vuelto más competitiva en las instituciones y ha
10 evolucionado en el uso de tecnologías de información y comunicación la TIC, y esto es debido a que
11 debe de alcanzar un mejor nivel educativo del estudiante, la cual se requiere del apoyo de recursos que
12 ayuden en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes, como son los materiales didácticos,
13 su uso tiende a guiar, aprender y motivar al estudiante en el conocimiento de su asignatura, es decir,
14 que sirvan de apoyo en el proceso de aprendizaje del estudiante, mediante publicaciones de sistemas
15 pedagógicos innovadores utilizando herramientas tecnológicas. El rápido progreso de las Tecnologías
16 de la Información y Comunicación (TIC) continúa modificando la forma de elaborar, adquirir y transmitir
17 los conocimientos, de los sistemas educativos con sus modelos y estrategias que se han adaptado a
18 una sociedad que está cada vez más sumergida en las TIC, ya que éstas han brindado posibilidades de
19 renovar el contenido de los programas de estudio y las estrategias pedagógicas.

20 **Palabras clave:** Materiales Didácticos, TIC, enseñanza-aprendizaje

21 **1. Introducción**

22 Las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) están revolucionando nuestro
23 entorno social y en las aulas académicas, en la preparación de los estudiantes para
24 moverse con seguridad en un mundo que cambia continuamente. Se requiere
25 aprender a utilizar la gran capacidad de procesamiento y de cálculo de las
26 computadoras para incrementar la diversidad de recursos didácticos, y como
27 complemento eficaz de las metodologías convencionales o renovadas. Los alumnos
28 necesitan utilizar los diversos medios tecnológicos para formar su futuro profesional.

29 Esta situación nos debe llevar a impulsar nuevas y variadas maneras de ejercer la
30 docencia, saber aprovechar las nuevas tecnologías de información y comunicación, en
31 las que la mayoría de los estudiantes ya mantiene un dominio sobre ellas. Las
32 Tecnologías de Información y Comunicación, en la mayoría de los casos no han sido
33 utilizadas como una herramienta esencial para tener acceso a la información. Hay que
34 considerar que las nuevas formas de enseñanza-aprendizaje con el apoyo de los
35 materiales didácticos desarrollados en las escuelas a nivel superior, están provocando
36 diversas actitudes y opiniones al uso y aprovechamiento para lograr un rendimiento
37 académico óptimo en los alumnos.

39 * E-mail: avinfer66@gmail.com Tel 57-29-60-00, Ext. 54645



40 Por tanto, los profesores deben poseer los niveles de conocimiento y habilidades
41 necesarias para acompañar a sus estudiantes durante este proceso, y asumir la
42 incorporación del uso de material didáctico y las tecnologías en el quehacer
43 pedagógico y de enriquecer los ambientes de aprendizaje. El uso de las Tecnologías
44 de Información y Comunicación en la enseñanza-aprendizaje que realmente se
45 practica, tienen cabida en cualquier modelo de aprendizaje, pero hay que reflexionar
46 sobre la integración de las TIC en una enseñanza de calidad, y cuáles son sus posibles
47 virtudes y limitaciones.

48 Este tipo de tecnologías nos permiten que haya interacción entre el ser humano y las
49 máquinas, es decir que sean reactivas a las acciones de los humanos, los videojuegos,
50 por ejemplo: es una de las tecnologías más características de este tipo de interacción,
51 y es algo que no permite un libro, ni la televisión, somos receptores de información en
52 este caso y poco podemos hacer con este tipo de tecnologías. Sin embargo, con las
53 Tecnologías de Información y Comunicación (TIC), podemos elegir en función de las
54 características de la máquina, según lo que hagamos reaccionamos de modo distinto
55 y esto para las personas resulta muy atractivo. Las Tecnologías de Información y
56 Comunicación (TIC), son además un recurso para obtener información potente y
57 valiosa para que las personas nos podamos comunicar con nosotros mismos a través
58 de aparatos móviles, correo electrónico, los chats, entre otras.

59 En el mundo educativo podemos encontrar infinidad de aplicaciones de las
60 Tecnologías de Información y Comunicación (TIC), desde la creación de portales o
61 webs educativas, la creación de aulas virtuales de enseñanza-aprendizaje,
62 videoconferencias, software para la educación y lógicamente todo el conjunto de
63 material didáctico que tiene un soporte de disco o de multimedia educativo que
64 actualmente se distribuye a través de Internet. Con la aparición de las computadoras
65 portátiles y el Internet, se hizo posible el intercambio y el fácil acceso a la información,
66 trayendo consigo importantes cambios en el ámbito educativo. Por ello la educación
67 debe replantear sus objetivos, sus metas, su pedagogía y su didáctica en la
68 enseñanza-aprendizaje, si se quiere cumplir con su misión en el siglo XXI, y así brindar
69 satisfacciones de las necesidades del hombre, como dice Bill Gates en lo que trae el
70 futuro. Las corporaciones se están reinventando en torno a las oportunidades abiertas
71 por la tecnología de la información, las escuelas también tendrán que hacerlo (Ossa,
72 2002).

73 Deben crearse nuevos métodos para que el estudiante aprenda y no para que el
74 profesor enseñe; para esto, las nuevas tecnologías deberán propiciar los medios y el
75 resultado obtenido al usarlos en el aprendizaje virtuales como una nueva forma
76 organizativa de la enseñanza que permita al profesor, de una manera pedagógica,
77 gestionar y diseñar contenidos para ampliar sus conocimientos sobre algún tema, pero
78 que, además, posibilita diseñar actividades y evaluaciones que propicien una
79 retroalimentación y comprobación de los objetivos propuestos, y todo sobre la base de
80 las Técnicas de Información y Comunicación (TIC), ya sea mediante foros, correo

81 electrónico, WhatsApp, Facebook o los ejercicios interactivos, que flexibilizan el
82 proceso de enseñanza-aprendizaje del estudiante y permita que este se sienta como
83 el actor central del proceso. (Rodríguez, 2007). El uso de las diversas herramientas
84 Técnicas de Información y Comunicación en el medio educativo otorga no sólo
85 múltiples ventajas, sino que ofrece una alta flexibilidad de tiempo y espacio, también
86 permite crear materiales didácticos que apoyen al aprendizaje de los estudiantes, así
87 como también mejora la calidad de la educación y amplia las oportunidades de acceso
88 al conocimiento.

89

90 **2. Metodología o desarrollo**

91

92 2.1 Material didáctico

93

94 El profesor y los estudiantes, además de los contenidos que se enseñan de los
95 programas de estudio, las actividades, la metodología que se desarrolla, están
96 presentes un conjunto de medios, de materiales que permiten trabajar, aprender y
97 diseñar, esos son los materiales didácticos. Los materiales didácticos son un tipo
98 particular de los medios de información y comunicación que existen en nuestra
99 sociedad. Un medio vendría siendo una especie de soporte físico que registra, que
100 guarda información que no está almacenada en la mente humana. 3,000 años antes
101 de Cristo, fuimos capaces de registrar el pensamiento humano a través de códigos,
102 símbolos, colecciones de signos que hoy conocemos como la escritura, y la escritura
103 es algo complejo, algo abstracto que exige la preparación y dominio tanto del sujeto
104 que la escribe, como del sujeto que tiene que decodificar la información, ya que éste
105 último tiene que dominar los símbolos del alfabeto para poder entender el significado.

106 Definir el concepto de material didáctico es una tarea que resulta difícil, ya que existen
107 varias definiciones al respecto, según Cabero (2001), los medios o materiales
108 didácticos son elementos curriculares que, por sus sistemas simbólicos y estrategias
109 de utilización, propician el desarrollo de habilidades cognitivas en los sujetos, en un
110 contexto, determinado, facilitando y estimulando la intervención mediada sobre la
111 realidad, la captación y comprensión de la información por el alumno y la creación de
112 entornos diferenciados que propician aprendizajes. Entonces un material didáctico es
113 el conjunto de medios materiales que intervienen y facilitan el proceso de enseñanza-
114 aprendizaje, estos materiales pueden ser tanto físicos como virtuales, que despiertan
115 el interés y captan la atención de los estudiantes, que presenten información adecuada
116 con experiencias simuladas cercanas a la realidad, que vivifican la enseñanza
117 influyendo favorablemente en la motivación, retención y comprensión por parte del
118 alumno, facilitando la labor docente por ser sencillos, consistentes y adecuados a los
119 contenidos. (Muñoz, 2012).

120



121 2.2 Como se elige un material didáctico que sirva como apoyo en el proceso
122 enseñanza-aprendizaje del alumno

123 En la actualidad, adaptarse a los planes de estudios y elaborar un excelente material
124 didáctico para cumplir con los objetivos del proceso de enseñanza-aprendizaje
125 planteados en clase no es tarea fácil como puede parecer. Los materiales visuales
126 transmiten ideas y contenidos más fácilmente que las descripciones verbales, las
127 cuales proporcionan mejoras importantes de aprendizaje en el aula. Un curso
128 enriquecido con gráficos, diagramas, fotografías, presentaciones, videos y diaporamas
129 que visualizan más fácilmente los estudiantes.

130 Los estudiantes pueden usar las tecnologías para mejorar bastante su aprendizaje y
131 ayudarle a entender y procesar información de una manera integral, al contrario de
132 simplemente ver datos y figuras en una prueba. Las herramientas tecnológicas como
133 videos, multimedia, internet y equipo en general han servido de apoyo en el proceso
134 de enseñanza-aprendizaje y han sido elaboradas por el profesor, ayudando a mejorar
135 la calidad de los procesos de enseñanza-aprendizaje mediante la aplicación de
136 sistemas pedagógicos innovadores. Los profesores deben generar material didáctico
137 innovador en donde se incorporen recursos tecnológicos, pues estos traen consigo
138 nuevas oportunidades para el entorno educativo y despiertan el interés de los alumnos
139 y al mismo tiempo hacen que los alumnos se encuentren motivados por su propio
140 aprendizaje con las actividades que se les propongan. Los alumnos aprenden con
141 mayores entusiasmo cuando se involucran con las herramientas que están trabajando,
142 que conocen y utilizan diariamente, el docente debe ser original en el entendido de
143 anular lo tradicional, ser creativo, auténtico e innovador.

144 2.3 Beneficios del material didáctico en el proceso de enseñanza-aprendizaje de
145 alumno.

146 Los materiales didácticos tienen diversas funciones, una de las principales es el
147 reforzar lo que se ha enseñado en clase, y que facilite el aprendizaje de los alumnos.
148 La mayoría de los materiales didácticos, proporcionan información, a través de libros,
149 videos y programas informáticos, guías que ayuden al estudiante a crear y aplicar
150 nuevos conocimientos ejercitando habilidades. No obstante, se debe tener en cuenta
151 que los materiales didácticos no solamente sirven para transmitir información sino
152 también funcionan como mediadores entre la realidad.

153 2.4 La importancia del uso de material didáctico

154 Se habló anteriormente del concepto de los materiales didácticos, de las funciones
155 que éstos desempeñan, sin embargo, en donde radica su importancia es al utilizarlos,
156 si queremos tener un mejor desarrollo académico. Con la incorporación de las nuevas
157 tecnologías que hoy en día se tienen en todos los aspectos de la vida cotidiana y la
158 sociedad misma, esta está demandando nuevos modelos de enseñanza y aprendizaje.
159 El modelo de educación centrado en la enseñanza, donde el protagonista es el

160 profesor, deja paso a un sistema basado en el aprendizaje, donde el alumno es el
161 responsable de su propio proceso de aprendizaje y el profesor debe buscar y utilizar
162 las metodologías y los medios más adecuados que ayuden al alumno en ese proceso.
163 (García & Lacleta, 2007).

164 Las herramientas tecnológicas pueden emplearse en el sistema educativo como objeto
165 de aprendizaje para aprender o bien como apoyo al aprendizaje del alumno. Los
166 materiales didácticos apoyan al aprendizaje del estudiante y el aumento de su éxito,
167 por eso su importancia, porque pueden aumentar el logro estudiantil. Lo ideal sería
168 que los materiales didácticos utilizados se ajusten al contenido de la clase del profesor.
169 Resulta evidente considerar siempre el aprendizaje de los alumnos como centro de
170 interés más relevante dentro del proceso educativo, es por eso que deben utilizarse
171 materiales didácticos que resulten atractivos en sus contenidos para los estudiantes.

172 2.5 El papel de las Técnicas de Información y Comunicación en la formación del
173 docente.

174 La formación docente en el uso educativo de las Técnicas de Información y
175 Comunicación es un tema que se ha estudiado en diversos trabajos de investigación,
176 de los que se han deducido algunas conclusiones interesantes. Por ejemplo, el uso de
177 las TIC en actividades de formación favorece la familiarización del profesorado con
178 estas herramientas y mejora sus recursos didácticos (Kimmel et al., 1988), permite
179 desarrollar habilidades científicas tales como el trabajo en grupo o la emisión y
180 contrastación de hipótesis utilizando programas de simulación (Baird & Koballa, 1988)
181 y también ayuda a mejorar la formación científica o a adquirir una imagen más
182 adecuada de la ciencia (Greenberg et al. 1988). En tales investigaciones, y en otros
183 trabajos de carácter más general (Insa y Morata, 1998), se ha puesto de manifiesto
184 que la formación del profesorado en el uso educativo de las Técnicas de Información
185 y Comunicación, cuando se hace de forma adecuada, permite desarrollar diversas
186 funciones tales como la mejora de la formación en los tres aspectos que se describen
187 a continuación:

188 • **Formación tecnológica.** En la formación docente está relacionado con el manejo de
189 programas de computador de propósito general (procesadores de texto,
190 presentaciones, bases de datos, hojas de cálculo y otros), con la búsqueda de
191 información educativa en Internet y con el manejo de software específico para la
192 enseñanza-aprendizaje de cada disciplina.

193 • **Formación científica.** Se puede ampliar o actualizar la formación científica, mediante
194 la búsqueda de información actualizada sobre cualquier tema de su disciplina
195 (asignatura) y el manejo de programas de simulación o de resolución de problemas
196 que pueden resultar útiles para su actividad docente.

197 • **Formación pedagógica.** Se puede mejorar la formación pedagógica del docente,
198 mediante el diseño y experimentación de estrategias que utilicen las Técnicas de

199 Información de Comunicación en la práctica docente como instrumentos que puedan
200 favorecer el aprendizaje activo y reflexivo de los alumnos.

201

202 **3. Resultados y análisis**

203

204 Las aplicaciones de las tecnologías en los niveles educativos han ido evolucionando y
205 se han manifestado rápidamente; en la búsqueda por alcanzar una educación de
206 calidad, es factible otorgar mayor énfasis en el recurso humano, creando y
207 proporcionando un enfoque e interacción hacia las nuevas tecnologías. En muchas
208 instituciones a nivel superior, algunos profesores prefieren continuar con la forma de
209 enseñanza tradicional, por lo que aún no están haciendo uso de las nuevas
210 herramientas tecnológicas en el aula de clases y otros lo hacen de manera incorrecta,
211 esto demuestra un grave problema de rezago al quedar estancados y obsoletos en los
212 cambios tecnológicos, creando con esto un conflicto entre profesor-estudiante por no
213 contar con el manejo adecuado los medios tecnológicos.

214

215 El docente debe crear y buscar continuamente nuevas ideas y estrategias de
216 intervención e instrumentos de enseñanza que ayuden a los alumnos a sacar el
217 máximo provecho. Cabe mencionar que la incorporación del uso de las Herramientas
218 de Tecnologías de la Información y Comunicación en las aulas permite nuevas formas
219 de acceder, generar y transmitir información y conocimientos, teniendo como beneficio
220 el poder flexibilizar no solo el tiempo, sino el espacio en el que se desarrolla la acción
221 educativa. Cabe señalar que debe tenerse en cuenta que las posibilidades que nos
222 brindan las nuevas tecnologías como herramienta didáctica, son de gran importancia
223 y es necesario aprovechar todas sus potencialidades para formar seres humanos
224 justos, capaces y cooperativos, los que nos llevaría a afirmar que lo importante no es
225 la tecnología como tal, sino que los actores formadores puedan hacer del elemento
tecnológico, para humanizarla.

226

227 **4. Conclusiones**

228

229 No hay duda de que el uso de material didáctico facilita la enseñanza y constituye un
230 elemento auxiliar en el proceso de aprendizaje funcionando como mediador en la
231 educación de los estudiantes. Por tal motivo se deberán utilizar los materiales
232 didácticos que se presenten mediante las herramientas tecnológicas que son de uso
233 común para los estudiantes, materiales innovadores bien pensados y fabricados
234 especialmente para enseñar y aprender de manera que capten la atención de los
235 estudiantes y les permitan llegar a adquirir determinados conceptos y contribuir así al
236 desarrollo de su pensamiento lógico al mismo tiempo que se sientan motivados con su
237 aprendizaje.

238

239 Con el uso de los distintos materiales didácticos a través de las Técnicas de
240 Información de Comunicación, se puede brindar una educación de calidad a un mayor
número de estudiante, la instancia educativa debe estar preparada para ofrecer esta



241 educación, con un equipo físico, técnico y tecnológico, capaz de afrontar los retos del
242 siglo XXI.

243

244 Referencias

245

- 246 • Baird, W. E. y Koballa, T.R. (1988). Changes in Preservice Elementary Teachers'
247 Hypothesizing Skills Following Group or Individual Study with Computer Simulations.
248 *Science Education*, 72 (2), pp. 209-223.
- 249 • Cabero, J. (2001). *Tecnología Educativa, Diseño y Utilización de medios en la*
250 *enseñanza*. España. Paidos Ibérica, S.A.
- 251 • García, P. L., & Lacleta, M. L.-E. (2007). *MOODLE: difusión y funcionalidades*. I
252 Jornadas de innovación docente. Zaragoza España. [En línea]. Obtenido en
253 noviembre de 2017 de la dirección:
254 http://cvonline.uaeh.edu.mx/Cursos/Maestria/MTE/Gen02/Admon_aprendizaje/Unidad%204/Lect_7_Moodle-Difusion_y_funcionalidades.pdf.
- 256 • Greenberg, R., Raphael, J., Keller, J.L., Tobias, S. (1998). Teaching High School
257 Science Using Image Processing: A Case Study of Implementation of Computer
258 Technology. *Journal of Research in Science Teaching*, 35(3), pp.297-327.
- 259 • Insa, D. Morata, R. (1998). Multimedia e Internet: Las nuevas tecnologías aplicadas
260 en la formación. Madrid: Paraninfo.
- 261 • Kimmel, H. (1988). *Computer Conferencing as a Resource for In-Service Teacher*
262 *Education. Science Education*, 72 (4), pp. 467-473.
- 263 • Muñoz, P. A. (2012). *Elaboración de material didáctico*. Ciencia y tecnología, 14,
264 2012, pp. 183 – 194. En línea]. Obtenido en junio de 2012 de la dirección:
265 http://www.aliatuniversidades.com.mx/bibliotecasdigitales/pdf/Derecho_y_ciencias_sociales/Elaboracion_material_didactico.pdf
- 267 • Ossa, G. C. (2002). *Tendencias Educativas para el siglo XXI; Educación virtual,*
268 *online y @learning; Elementos para la discusión*. Revista electrónica de tecnología
269 educativa. Num. 15, may. 002. [En línea]. Obtenido en mayo de 2002 de la dirección:
270 <http://edutec.rediris.es/Revelec2/revelec15/cardona.pdf>
- 271 • Rodríguez, I. M. (2007). *Herramientas para la producción de materiales didácticos*
272 *para las modalidades de enseñanza semipresencial ya distancia*. Revista cubana
273 de información en ciencias de la salud, Vol. 16. No. 2. [En línea]. Obtenido en agosto
274 de 2007 de la dirección:
275 http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1024-4352007000800008



DISEÑO Y CÁLCULO DE UN SISTEMA DE ALUMBRADO MEDIANTE TECNOLOGÍA LED

Castillo Sánchez Martín*, Velázquez Vázquez María de Jesús, Rivas Martínez Juan Daniel

¹Instituto Politécnico Nacional, ESIME ZACATENCO. Unidad Profesional “Adolfo López Mateos”, Col. Lindavista, C.P. 07738, Delegación Gustavo A. Madero, D.F. Edif. 2, Academia de Mecánica

I-POAVO42

Resumen

El presente trabajo aborda el análisis técnico económico de una instalación de tecnología LED para el sistema de alumbrado de una escuela primaria, así mismo, se busca el uso eficiente de la energía eléctrica, teniendo en cuenta que se deben cumplir los criterios adecuados en los niveles de iluminación para beneficio de alumnos, docentes y personal administrativo, esto sin que se genere un impacto económico mayor en el consumo, se partió de un análisis de la instalación actual, detectando un sinnúmero de fallas en la instalación, se procedió al rediseño y cálculo, buscando la mayor eficiencia del sistema.

Palabras clave: iluminación, tecnología, LED, sistema eléctrico, ahorro de energía.

1. Introducción

1.1 Ahorro de la energía eléctrica

En todo momento se hace mención de un ahorro energético, debido a que la energía eléctrica se ha hecho fundamental en las tareas cotidianas, convirtiéndola en una necesidad para la población, pero la población conforme pasa el tiempo va en crecimiento, lo que provoca que la demanda energética que requiere la población sea cada vez mayor. El objetivo de ahorrar energía consiste en realizar las mismas actividades de manera más eficiente, es decir con un consumo de energía menor y sin una disminución de resultados en dicha actividad, solamente consumiendo la energía necesaria, evitando sobre consumos o dicho de otra manera desperdicios de energía eléctrica. En el sector industrial y comercial el ahorro de energía se puede lograr mediante sistemas avanzados de control de potencia, en las instalaciones de motores eléctricos modernos para ventiladores, bombas, mecanismos, de trasmisión y la instalación de equipos de iluminación de alta eficiencia todas estas acciones contribuyen al aprovechamiento de la energía eléctrica (Harper, 2001).

1.2 Eficiencia energética

Eficiencia energética es un término polivalente, muy empleado en los últimos años en muy diferentes contextos, y tal vez por este motivo, parece oportuno delimitar su significado.

* E-mail: avinfer@hotmail.com Tel. 57-29-60-00, Ext 54645

En principio la eficiencia energética atendería a la definición física referente a un



44 proceso o a un dispositivo, correspondiéndose a la relación entre la energía útil y la
 45 energía empleada. Actualmente está acepción se emplea, exclusivamente, para
 46 maquinaria, electrodomésticos o Luminarias, es decir procesos o aparatos que se
 47 relacionan más directamente con el usuario, y en los que ambas magnitudes son
 48 fácilmente mensurables (Onésimo, 2002).

49

50 1.3 Iluminación Led

51 L.E.D viene del inglés (Light Emitting Diode) traducido diodo emisor de luz. La
 52 iluminación led, este tipo de tecnología, es un sistema de iluminación duradero, de bajo
 53 consumo y ecológico. Actualmente todos los grandes fabricantes de sistemas de
 54 iluminación apuestan por esta tecnología que será la principal fuente de luz del futuro.
 55 Constantemente surgen en el mercado LED mejores, más eficientes, luminosos,
 56 seguros, fáciles de instalar y más baratos. La tecnología LED es actualmente la más
 57 ecológica de todas las posibles fuentes de luz. En comparación con todos los sistemas
 58 existentes para iluminación es el sistema que menos energía consume. Además no
 59 contiene mercurio u otros materiales tóxicos, contaminantes o radiactivos. El objetivo
 60 de este trabajo es rediseñar el sistema eléctrico y de iluminación de una escuela
 61 primaria utilizando tecnología LED (Aranda, 2005).

62

63 2. Metodología o desarrollo

64

65 2.1 Estado actual de la escuela

66 La escuela primaria presenta un deterioro en sus dispositivos eléctricos y luminarios,
 67 además de una mala instalación eléctrica y en pésimas condiciones como se observa
 68 en el área de la cooperativa donde se preparan los alimentos la instalación eléctrica
 69 está a la intemperie los dispositivos no están fijos y la única lámpara no funciona como
 70 se ve en las fig. (1) – (2).

71



Figura 1. Tomacorrientes del refrigerador y licuadora con cables descubiertos



Figura 2. Lámpara incandescente

72 A continuación y como resultado del levantamiento eléctrico se realizó una estimación
 73 de demanda eléctrica el cual se aprecia en el siguiente cuadro de cargas, tab. (1).

74

Tabla 1. Cuadro de cargas, situación actual.



| Tablero GN1 | | | | | | | 75 |
|---|----------------------|---|---|---|------|------------------------|----|
| Cuadro de cargas | | | | | | | 76 |
| Circuito | Carga instalada (KW) | A | B | C | 64 W | Lampara de 2X32 64W 78 | |
| C-1 | 1.408 | x | x | x | 22 | 22 | |
| C-2 | 1.152 | x | x | x | 18 | 18 | |
| C-3 | 1.152 | x | x | x | 18 | 18 | |
| C-4 | 1.074 | x | x | x | 4 | 4 | |
| Total | 4.786 | | | | | 81 | |
| Interruptor termomagnético, 1 x 30, 2 hilos | | | | | | | |

| Selección del conductor | | | | |
|---------------------------------------|-----|-------|-----|-----------|
| Lamp. led 17W | F.D | I A | L m | Caída (X) |
| | 0.8 | 11.09 | 50 | 5.27 |
| | 0.8 | 9.07 | 100 | 8.63 |
| | 0.8 | 9.07 | 100 | 8.63 |
| 54 | 0.8 | 8.46 | 50 | 4.02 |
| Cable alimentador: 2 -12 AWG | | | | |
| Se requiere conductor puesta a tierra | | | | |
| Se requiere tubería para el cableado | | | | |

- 83
 84 2.2 Cálculos de iluminación
 85 Para esta escuela primaria, donde los salones son de las mismas dimensiones,
 86 empezaremos por los cálculos de iluminación, tomando un salón como ejemplo.
 87 Datos generales (tab. (2)):
 88 Nivel de iluminación por la norma 025 STPS y la IES I. =300 luxes
 89 Horas de operación 16hrs x 265 = 4240hrs/ año
 90 Lámpara seleccionada: LED luz fría

91 Tabla 2. Datos generales del área

| Descripción | Dimensiones |
|----------------------------|-------------|
| Largo | 6.10 m |
| Ancho | 7.56 m |
| Altura total | 3.60 m |
| Altura de plano de trabajo | 2.12 m |
| Reflectancia de piso | 20% |
| Reflectancia de pared | 70% |
| Reflectancia de techo | 80% |

- 92
 93 Se necesita determinar el C.U. (Coeficiente de Utilización, tab. (3)) y el F.M. (Factor
 94 de Mantenimiento) con la Ec. (1).

$$95 \quad 96 \quad F. C. R = (5) (d) (LARGO + ANCHO) / AREA \quad 97 \quad Ec. (1)$$

$$98 \quad F. C. R = (5) (2.12) (13.66) / 46.116 = \underline{3.1398}$$

99 Tabla 3. Cuadro de coeficiente de utilización

| | |
|----------------------|-----|
| Reflectancia de Piso | 20% |
|----------------------|-----|



| | |
|-----------------------|--------|
| Reflectancia de Techo | 80% |
| Reflectancia de Pared | 70% |
| R.C.R. | |
| 3.00 | 0.88 |
| 3.1398 | 0.8702 |
| 4.00 | 0.81 |

- 101
 102 De 3 a 4 tenemos 1 de espaciamiento, de 3.1398 a 3 tenemos 0.1398 y a 4 tenemos
 103 0.8602, entonces con la Ec.2, determinaremos el valor del coeficiente:
 104 C. U.= (valor menor – valor mayor) / espaciamiento Ec. (2)
 105 C. U.= $(0.88 - 0.81) / 1 = 0.07$
 106 $0.88 - (0.07 * 0.1398) = 0.8702$
 107 $0.81 + (0.07 * 0.8602) = 0.8702$
 108 $N = (300) (46.116) / (4419.2) (0.8702)$ (F. M.)
 109
 110 Por último es necesario calcular el F.M.
 111 Depreciación de los Lúmenes de la Lámpara del fabricante = 0.84
 112 Depreciación por Suciedad Acumulada en los Luminarios
 113 Este dato nos lo proporciona el fabricante de luminarios o lo obtenemos del IESNA
 114 Categoría II, Ambiente limpio = 0.80
 115 Substituyendo valores tenemos en la Ec. (3).
 116
 117 $F. M. = (LLD) (LDD)$ Ec. (3). $F. M. = (0.84) (0.80) = 0.672$
 118 Por lo tanto:
 119 $N = (300) (46.116) / (4419.2) (0.8702) (0.672) = 5.35 = 6$ luminarias
 120
 121 Ahora procederemos a la localización de las luminarias, por lo cual debemos conocer
 122 cuál es el espaciamiento máximo entre centros de los mismos. De tablas obtenemos
 123 el factor de espaciamiento máximo el cual es dado por Ec. (4).
 124
 125 S.C.:1.2 $SM = (S.C.) (d) = (1.2) (2.12) = 2.54$ m
 126
 127 Ahora determinaremos el espaciamiento real para una distribución uniforme de
 128 luminarias con la Ec. (5).
 129
 130 $S_{REAL} = \sqrt{(\text{área}) / (\text{no. de luminarios calculados})} = \sqrt{(46.16 / 6)} = 2.77$ m.
 131
 132 Proseguimos a distribuir los luminarios en el interior del local, para determinar cuántas
 133 columnas de luminarios, se emplea la Ec. (6).
 134
 135 Columnas (x) = Ancho del local / $S_{REAL} = 7.56 / 2.77 = 2.73 = 3$
 136
 137 Y para determinar cuántas filas de luminarios son, se utiliza la Ec. (7).
 138



139 Filas (y)= Largo del local

140

141 $S_{REAL}=6.102.77= 2.20 \approx 2$

142

143 *2.3 Cálculo de la Corriente nominal*

144 Tomamos como ejemplo el circuito 1 del tablero General de alumbrado GNA

145 Circuito 1 (18 luminarias de 45W) 1Ø.

146 Obtenemos la corriente nominal, cuya fórmula para obtenerla es la Ec. (8)

147

148 $I_n = P / V \cos \theta$ ec. 3.11

149

150 Donde

151 I_n = corriente nominal (amperes)

152 P = potencia (que es el número de luminarias por los watts que utilizará)

153 V = voltaje de alimentación

154 $\cos \theta$ = Factor de Potencia (que para las luminarias se considera como 0.9)

155

156 Ahora se calcula el circuito sustituyendo los datos para el circuito 1(18 luminarias, 45W).

157 Nos da como resultado de la carga total del circuito: $P=810W$, $V=127V$

158 Aplicando la formula tendremos:

159 $I_n = 810W / (127 V \times 0.9) = 7.0866 A$

160

161 *2.4 Corriente de corto circuito*

162 Utilizamos una fórmula que representa la teoría, de que en una falla en un circuito derivado la corriente se incrementa hasta 125%, en la Ec.(9) se observa.

163

164 $I_{cc} = I_n (1.25)$

Ec. (9)

165 I_{cc} = corriente de corto circuito I_n =corriente nominal

166 Tenemos que:

167 $I_{cc} = I_n (1.25)$

168 $I_{cc} = 7.0866A (1.25)$

169 $I_{cc} = 8.8582A$

170 Con este valor podemos decidir el calibre del conductor y la protección de sobre corriente, por norma ningún circuito de iluminación debe tener una protección mayor a 20 A.

171

172 *2.5 Calculo del conductor*

173 Con el resultado anterior se revisa la Tabla 310-15(b)(16) de la NOM-001-SEDE-2012 ubicándonos en la columna de 75° y nos damos cuenta que un calibre 14 AWG nos soporta la corriente, pero la norma nos dice que mínimo debe de ser un calibre 12 AWG y este conductor es el que tomamos como el adecuado para el circuito.

174 *2.6 Calculo de caída de tensión*

175 La caída de tensión es el nivel de pérdidas que tenemos de tensión al final del circuito,



183 si este valor es más del 5% se deberá corregir cambiando el calibre del conductor
 184 por uno mayor generalmente, este valor del 5% mencionado anteriormente debe
 185 estar comprendido entre el circuito alimentador y el circuito derivado, en la Ec. (10)

186

$$187 \quad E\% = I_L (2Z_L) / V \cdot 100 \quad \text{Ec. (10)}$$

188 Donde

189 $E\%$ = caída de tensión (dado en porcentaje)

190 I_L = la corriente nominal obtenida del circuito

191 V = es el voltaje con el que se alimenta el circuito

192 Z_L = impedancia de la línea

193

194 Tomando el circuito 1, aplicando la ecuación para circuitos monofásicos y bifásicos,
 195 realizamos el cálculo de la caída de tensión a una longitud de 36m,
 196 aproximadamente, primeramente calculamos la Z_L (Ec. 11) del circuito, basándonos
 197 en los valores que vienen en la tabla 9 de la NOM-001-SEDE-2012 (DOF 2014).

198

$$199 \quad Z_L = \sqrt{(R_L^2 + jX_L^2)} \quad \text{Ec. (11)}$$

$$200 \quad Z_L = \sqrt{0.223^2 + 5.6^2} = \underline{5.6} \Omega$$

201

202 Este valor esta dado en Ω/Km por lo que se tiene que obtener la equivalencia para
 203 la distancia de 36m del circuito 1 con ayuda de la Ec. 12

204

$$205 \quad Z_{36m} = Z_L L / 1000 \quad \text{Ec. 12}$$

206

$$207 \quad Z_{36m} = 5.6 \text{ K}\Omega/\text{m} (36\text{m}) / 1000 = \underline{0.2016} \Omega$$

208

209 Con este valor proseguimos a usar la Ec. (13) y obtener la caída de tensión del circuito
 1.

211

$$212 \quad E\% = ((7.0866A (2) (0.2016 \Omega) / 127)) 100 = \underline{2.25\%}$$

213

214 El resultado es satisfactorio ya que es menor al 4% la caída que tiene, se propone que
 215 sea 4% para el circuito derivado y 1% para el circuito alimentador debido a la distancia
 216 del tablero principal (Westinghouse, 1976).

217

2.7 Calculo de la tubería

218 El cálculo de tubería se realiza para poder determinar cuál es el diámetro de tubería
 219 requerido para el número de conductores y el respectivo calibre que va a ser
 220 transportados en el interior. Como el circuito 1 es monofásico utiliza dos hilos, fase y
 221 neutro, nuestros calibres de cada hilo son de 12AWG (10.18), además el conductor
 222 de tierra, el cual debe ser de un calibre menor, en este caso es 14AWG (8.04).
 223 Calculamos el área de la tubería, Ec. (14).

224

225



226 Tubería=10.18 (2)+8.04=28.4

227

228 El resultado obtenido lo dividimos entre el factor de relleno que es el espacio a ocupar
 229 real del tubo, debe de ser 40% para esta aplicación.

230

231 $T_R = 28.4 / 0.4 = 71$

232

233 Esto equivale a una tubería de 16 mm de acuerdo a tablas.

234

235 3. Resultados y análisis

236

237 A continuación en la tab. (4), se muestra el cuadro de cargas de los circuitos instalados

238

239

Tabla 4. Diseño final de la instalación

| Cir cuito | Carga instalada (KW) | No. hilos | Cuadro de cargas | | | Selección del conductor | | | |
|--------------------------------------|----------------------------|--------------|------------------|-----|------|-----------------------------------|--------|--------|--------------|
| | | | FASES | | | Lamp. EVT4 45W | I A | L m | Caida (X) |
| | | | A | B | C | | | | |
| C-1 | 0.81 | 2 | | 18 | 0.81 | 18 | 7.09 | 25 | 1.69 |
| C-2 | 0.54 | 2 | | 12 | | 12 | 4.72 | 40 | 1.80 |
| C-3 | 0.54 | 2 | | 12 | | 12 | 4.72 | 60 | 2.70 |
| C-4 | 0.54 | 2 | 0.54 | 12 | 0.54 | 12 | 4.72 | 30 | 1.35 |
| C-5 | 0.54 | 2 | | 12 | | 12 | 4.72 | 60 | 2.70 |
| C-6 | 0.54 | 2 | | 12 | | 12 | 4.72 | 75 | 3.37 |
| C-7 | 0.27 | 2 | 0.27 | 6 | 0.27 | 6 | 2.36 | 80 | 1.80 |
| C-8 | 0.27 | 2 | | 6 | | 6 | 2.36 | 90 | 2.02 |
| C-9 | 0.27 | 2 | | 6 | | 6 | 2.36 | 100 | 2.25 |
| C-10 | 0.27 | 3 | 0.27 | 6 | 0.27 | 6 | 2.36 | 120 | 2.70 |
| C-11 | 0.54 | 4 | | 12 | | 12 | 4.72 | 70 | 3.15 |
| C-12 | 0.54 | 5 | | 12 | | 12 | 4.72 | 80 | 3.60 |
| C-13 | 0.54 | 6 | 0.54 | 12 | 0.54 | 12 | 4.72 | 60 | 2.70 |
| C-14 | 0.27 | 7 | | 6 | | 6 | 2.36 | 70 | 1.57 |
| C-15 | 0.27 | 8 | 0.27 | 6 | | 6 | 2.36 | 75 | 1.69 |
| C-16 | 0.27 | 9 | 0.27 | 6 | | 6 | 2.36 | 80 | 1.80 |
| Total | 7.02 | | 2.16 | 2.1 | 2.43 | | | | |
| Interruptor termomagnético: 1 x 15 A | | | | | | Conductor alimentador: 2 – 12 AWG | | | |



| | |
|----------------------------|--|
| Diámetro de tubería: 16 mm | Conductor puesta a tierra: 1 – 14 AWG |
|----------------------------|--|

240

241 4. Conclusiones

242

243 En este proyecto se cumple con los objetivos, que es brindar un sistema adecuado de
244 iluminación para las aulas y que así se puedan desarrollar las actividades sin
245 problemas de iluminación, obteniendo un arco de confort visual con el que se logra
246 tener una índice de aprovechamiento mayor en los estudiantes y docentes, para
247 desempeñar de mejor manera sus actividades.

248

249 El brindar una instalación eléctrica adecuada y protegida evita los accidentes y elimina
cualquier tipo de riesgo eléctrico que exista en la actualidad.

250

251 Podemos concluir que los beneficios de este proyecto favorecen no solo desde un
252 punto técnico, sino también social y económico, la evaluación económica realizada
253 demostró que se obtienen ahorros en un mediano plazo, tanto en mantenimiento,
refacciones como en consumo.

254

255

256 Índice de referencias

257

- 258 • Harper, E. (2001). El ABC de las instalaciones eléctricas industriales. México.
259 Limusa.
- 260 • Onésimo, B. I. (2002). Instalaciones eléctricas Prácticas. México. Limusa.
- 261 • Parellada, A. M. (2016). *Ciudades para un futuro más sostenible*. Obtenido de
262 *ciudades para un futuro más sostenible*. [en línea] Obtenido en julio del 2016 de la
263 dirección:
<http://www.habitat.aq.upm.es/temas/a-eficiencia-energetica.html#29>.
- 264 • Aranda, I. A. (2005). Metodología para estimular los potenciales de ahorro de
265 energía eléctrica e impacto de la demanda en edificios no residenciales. México.
266 Tesis de Licenciatura, ESIMEZ IPN.
- 267 • Velazco, I. (2009). Diseño y cálculo de instalaciones eléctricas. México. Éxodo.
- 268 • Diario oficial de la federación (2014) *ley del servicio público de energía eléctrica*. [en
269 línea]. Obtenido en agosto de 2014 de la dirección:
<http://www.biblioises.com.ar/contenido/600/622/que-es-la-iluminacion-led.pdf>
- 270 • Westinghouse. (1976). Manual de alumbrado. Madrid España. Dossat, S.A.
- 271 • The IESNA (2000). IESNA. Lighting Handbook, Reference and Application. United
272 States of America, New York, Rea, M. (ed).



1 LABORATORIOS VIRTUALES PARA PRÁCTICAS DE INGENIERÍA 2 DE MATERIALES

3 García Lira Jesús^{1,*}, Castillo Sánchez Martín, Arenas Romero Juan José, Rivas
4 Martínez Juan Daniel.

5 ¹INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y
6 Eléctrica, Azcapotzalco. Av. de las Granjas No. 682, Col. Sta. Catarina Azcapotzalco,
7 C.P. 02550, México

9 I-POAV043

11 Resumen

12 Este trabajo se plantea como optimizar el proceso de enseñanza-aprendizaje en la docencia de
13 prácticas de laboratorio, debido por las limitaciones que se tienen las escuelas en equipamientos
14 específicos para la realización de prácticas en la asignatura de Ingeniería de Materiales,
15 específicamente los tratamientos térmicos de los aceros, mediante un planteamiento en la utilización
16 del uso de laboratorios virtuales. Para ello se deben cubrir una serie de objetivos parciales, para
17 favorecer el incremento de la participación de los estudiantes durante el proceso de la realización de la
18 práctica experimental, haciendo una docencia interactiva, ser más flexible el proceso enseñanza-
19 aprendizaje adecuándolo a las posibilidades y necesidades de cada estudiante y aumentar la calidad
20 de la docencia de las prácticas de laboratorio. Además, hay que convertir a los estudiantes en los
21 principales protagonistas del proceso enseñanza-aprendizaje en la educación superior, mediante un
22 planteamiento innovador.

24 **Palabras clave:** Enseñanza, aprendizaje, Ingeniería de materiales, estudiantes, prácticas

25 1. Introducción

26 Dentro el proceso formativo en temáticas de Ingeniería está basado en la
27 experimentación o prácticas de laboratorio, donde se desarrollan grupos de trabajo en
28 el campo de la innovación educativa, correspondiente al ámbito de la Ingeniería de
29 Materiales, aplicando el proceso enseñanza-aprendizaje la cual se caracteriza por la
30 necesidad del uso de diversas técnicas que permitan la caracterización de los distintos
31 tipos de materiales utilizados en Ingeniería como herramienta para seleccionar,
32 calcular el tipo de material óptimo para una determinada aplicación. Para este proceso
33 de caracterización requiere de la utilización de numerosos equipos de laboratorio, que
34 la mayoría de los casos se caracterizan por ser de elevado costo.

35 * E-mail: avinfer66@gmail.com Tel.570290600-00, Ext. 54645



39 Por otro lado, hay que tener en cuenta el número de alumnos por grupo de prácticas
40 dificulta de la impartición de docencia de tipo experimental ya que no se dispone de
41 suficientes equipos para que los alumnos puedan manipularlos y obtener la
42 caracterización del material.

43 De manera que el estudiante se convierte en mero espectador del procedimiento y
44 toma nota del resultado solamente. Desde nuestra propia experiencia se concluye que
45 esta metodología del proceso docente en clases de laboratorio presenta algunas
46 carencias importantes, que se pueden resumir en varios aspectos: falta de
47 participación del alumno, falta de motivación y limita la autonomía del alumno como
48 protagonista de su proceso de formación. Además, hay que tener en cuenta que
49 puesto los presupuestos Escuelas Públicas es limitada, ya que los departamentos de
50 ingeniería no disponen del presupuesto necesario para equipar los laboratorios para
51 la formación de los alumnos en el campo de la ingeniería experimental.

52 Por tal motivo se debe plantear la necesidad de búsqueda de nuevas metodologías,
53 planteamientos, estrategias y acciones que ayuden a resolver estas carencias
54 detectadas dentro de los laboratorios experimentales. Donde hay que favorecer que el
55 estudiante participe más los estudiantes durante su proceso de formación profesional.
56 La docencia experimental en el ámbito universitario mejoraría su carácter estático al
57 ser más dinámica y participativa. Una de las finalidades es de resolver esta
58 problemática y mejorar la calidad de la docencia experimental en las prácticas dentro
59 del laboratorio, proponiendo el uso de nuevas tecnologías como el desarrollo de
60 herramientas multimedia que puedan ser utilizadas el alumno como un "Laboratorio
61 Virtual" (Grimaldi 2009), (Koretsky 2008), (Kostal 2009). Mediante la utilización de
62 tecnología multimedia se pueden desarrollar aplicaciones o programas que
63 representan procesos o transformaciones referentes a la caracterización de materiales
64 desde distintos puntos de vista como comportamientos mecánicos, físicos, térmicos,
65 químicos, etc.

66 El principal inconveniente de los laboratorios virtuales es que al desarrollarse una
67 programación de acuerdo el programa de la asignatura que se pretende estudiar.
68 Además, los alumnos deben tener acceso a los mismos a través de plataformas on-
69 line para poder trabajar con estas herramientas de simulación, que deben
70 caracterizarse por presentar acciones de interactividad que fomentan la participación,
71 y directamente la motivación del alumno (Quesnel 2009). Las herramientas virtuales
72 se deben diseñar de modo que los alumnos puedan cambiar parámetros y evaluar los
73 efectos de estos cambios rápidamente. Son importantes los cambios de rol de los
74 alumnos en el proceso de enseñanza-aprendizaje; donde los alumnos se convierten

75 en el principal protagonista del proceso enseñanza-aprendizaje en la realización de las
76 prácticas de laboratorio (Rak 2008), (Stone 2007).

77 Los métodos tradicionales utilizados hoy en día en los laboratorios en la observación
78 de algún ensayo del material, el alumno tiene una actitud pasiva al estar desarrollado
79 alguna práctica, mientras que con el uso de un método de multimedia basado en el
80 uso de laboratorios virtuales mejorará la calidad del proceso. Estos laboratorios
81 virtuales no sólo son útiles como sustitución de equipos muy caros, sino que también
82 pueden ser usados en procesos de estudio y análisis de procesos complejos. Con un
83 laboratorio virtual se podrá obtener las transformaciones que tienen lugar en la
84 estructura de los metales, y además que permite el análisis de problemas tecnológicos
85 como son los mecanismos de difusión, formación y cambios de microestructuras
86 durante el proceso de solidificación de los metales (Sakellariou 2007), (Uran 2008).

87 El uso de un laboratorio virtual lo podemos aplicar como una herramienta en la
88 simulación en los diagramas de fase, para su construcción y análisis. El alumno puede
89 hacer cambios de diferentes parámetros para el desarrollo de las transformaciones
90 isotérmicas, tales como la eutéctica, peritéctica eutectoide, formación de soluciones
91 sólidas; donde se realizarán los cálculos y análisis térmicos pertinentes, además podrá
92 construir el diagrama de fases y así poder interactuar con él laboratorio virtual,
93 cambiando parámetros y su posterior análisis del proceso. Otro uso de los laboratorios
94 virtuales es servir a los estudiantes como una guía tutorial. La asignatura de ciencia
95 de Materiales se caracteriza por presentar conceptos tecnológicos difíciles de entender
96 desde el punto de vista teórico y práctico, es por ello utilizar laboratorios virtuales que
97 podrían presentar un efecto muy positivo en el proceso de enseñanza-aprendizaje del
98 alumno, fomentando la motivación desde un planteamiento innovador, que permitirá
99 así afianzar los conocimientos, aumentando la interacción y motivación en un
100 entorno atractivo de alto contenido tecnológico (Suzuki 1999).

101
102 **2. Metodología o desarrollo**
103

104 Un diagrama de fases binario muestra las fases formadas a diferentes composiciones
105 de dos metales (A-B) a diferentes temperaturas. La composición comprende desde el
106 100% del elemento A y el 100% del elemento B; la composición de una aleación
107 determinada se expresa de la siguiente manera: 80%Al - 20%Be. Estas composiciones
108 habitualmente se refieren al peso, aunque también pueden hacer referencia a volumen
109 o porcentaje atómico. En la Fig. (1), se muestra un ejemplo de un diagrama de fases

110 binario de dos elementos Ti y Ni con transformaciones eutectoide, eutécticas,
 111 nomotéticas, etc.

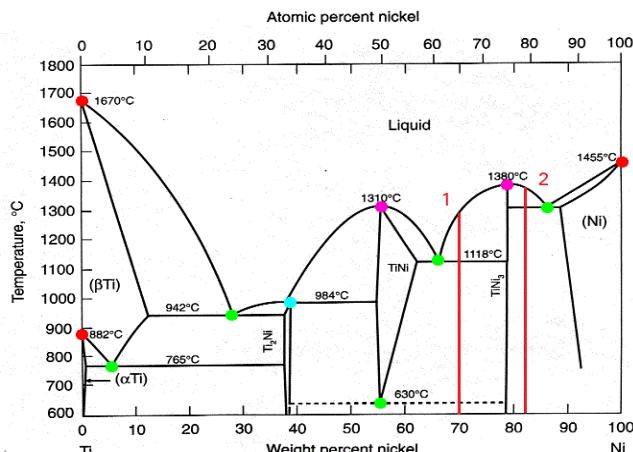


Figura 1. Diagrama de fase Titanio-Níquel

112
113

114 La información importante que podemos obtener a partir de los diagramas de fases es:
 115 1. Las fases presentes en el sistema a diferentes composiciones y temperaturas bajo
 116 condiciones de enfriamiento lento (equilibrio).
 117 2. La temperatura a la cual las diferentes fases comienzan a fundirse.
 118 3. La presencia de fenómenos de allotropía o polimorfismo en estado sólido.
 119

120 Se debe tener presente cuando se analizan las transformaciones de una aleación para
 121 un porcentaje determinado, normalmente se estudia su proceso de solidificación (tan
 122 sólo en estudios de tratamientos térmicos se realiza, al contrario). De este modo,
 123 podemos estudiar cómo se forma el material a nivel microestructural, tomando como
 124 referencia el diagrama de fases. En los diagramas de fase o de equilibrio se debe tener
 125 en cuenta los siguientes conceptos, la solubilidad es la cantidad de material o
 126 componente que se puede disolver sin formar una nueva fase. Se distinguen dos tipos
 127 de solubilidad:

128 - **Solubilidad ilimitada.** (Solubilidad total en estado sólido). Es una condición que se
 129 presenta cuando la cantidad de un material que se disolverá en otro es ilimitada, sin
 130 crear una segunda fase. En el interior de la fase sólida, la estructura, propiedades y
 131 composición son uniformes y no existe interfase alguna entre los átomos. La fase
 132 sólida es una solución sólida. La solución sólida no es una mezcla, pues las mezclas
 133 contienen más de un tipo de fase y sus componentes conservan sus propiedades
 134 individuales. Los componentes de una solución sólida se disuelven uno en el otro sin
 135 retener sus características propias.

136 - **Solubilidad limitada.** (Solubilidad parcial en estado sólido). Condición referente a
137 que sólo se puede disolver una cantidad máxima de un material soluto en un material
138 solvente.

139 - **Transformaciones.** Muchas combinaciones de dos elementos producen diagramas
140 de fases más complicados que los sistemas isomorfos (Fig.1). Estos sistemas
141 contienen reacciones que implican tres fases independientes. Cada una de las
142 reacciones puede ser identificada en un diagrama de fases complejo mediante el
143 procedimiento siguiente:

144 1. Localizar una línea horizontal en el diagrama de fases; ésta indicará la temperatura
145 a la cual ocurre una reacción (de tres fases) en condiciones de equilibrio.

146 2. Localizar tres puntos distintos en la línea horizontal: los dos extremos y un tercero
147 (normalmente cercano al centro de la línea). El punto central representa la
148 composición a la cual ocurre la reacción de tres fases.

149 3. Buscar sobre el punto central e identificar la fase o fases presentes; inmediatamente
150 por debajo del punto central, identificar la fase o fases presentes.

151 Seguidamente, escribir, en forma de reacción, la fase o fases por encima del punto
152 central que se transforman en la fase o fases por debajo del punto. Reconocer la
153 reacción con respecto a la teoría. Siguiendo estas reglas, se reconocerán rápidamente
154 dónde y a qué temperatura se produce una transformación, pero necesitamos
155 reconocer qué implica ese tipo de reacción dentro del diagrama. Como sabemos, las
156 reacciones eutécticas, peritéctica y monotécticas forman parte del proceso de
157 solidificación, mientras que las reacciones eutectoide y peritectoides implican cambios
158 de fases en sólidos ya formados.

159 Las principales transformaciones que se encuentran en un diagrama de equilibrio se
160 muestran en la Tab. (1). Teniendo en cuenta los conceptos planteados anteriormente,
161 se pretende enlazar con los aspectos que engloba el programa informático propuesto
162 que puede ser, ADIMAT es un método gráfico que ayuda a entender los mecanismos
163 de solubilidad, transformación, endurecimiento y equilibrio de fases, y trasladarlos a la
164 utilización real de los mismos en la industria (tratamientos, procesos, modificación de
165 propiedades). Basa su funcionamiento en la recogida, cálculo, representación y
166 análisis de puntos significativos (como temperaturas de fusión, temperaturas de
167 cambios alotrópicos, puntos de transformación de fases) para representar los
168 diagramas de fases, dentro del equilibrio.

169

Tabla 1. Principales transformaciones

| Nombre de la reacción | Ecuación | Características del diagrama de fases |
|-----------------------|---|---|
| Eutéctica | $L \xrightarrow{\text{enfriamiento}} \alpha + \beta$ | $\alpha \rangle \swarrow \beta$ |
| Eutectoide | $\alpha \xrightarrow{\text{enfriamiento}} \beta + \gamma$ | $\beta \rangle \overbrace{\alpha}^{\text{a}} \swarrow \gamma$ |
| Peritéctico | $\alpha + L \xrightarrow{\text{enfriamiento}} \beta$ | $\alpha \rangle \overbrace{\beta}^{\text{b}} \searrow L$ |
| Peritectoide | $\alpha + \beta \xrightarrow{\text{enfriamiento}} \gamma$ | $\alpha \rangle \overbrace{\gamma}^{\text{c}} \searrow \beta$ |
| Monotéctica | $L_1 \xrightarrow{\text{enfriamiento}} \alpha + L_2$ | $\alpha \rangle \overbrace{L_1}^{\text{d}} \searrow L_2$ |

170

Concretamente, resuelve sistemas de materiales con transformaciones del tipo eutéctico, peritéctico y eutectoide (endurecimiento por precipitación durante la solidificación), las tres reacciones más importantes dada su aparición en distintos sistemas de materiales. El objetivo principal del programa ADIMAT es servir de apoyo al alumno en el estudio (el alumno vincula teoría y práctica a través de un software específico), sin olvidar que se está formando un profesional, el cual, en un futuro muy próximo podría llegar a hacer uso del programa de nuevo, ya sea en el campo de la investigación o en el sector industrial.

179

3. Resultados y análisis

180

ADIMAT se presenta ante el usuario demandándole, ventana a ventana, los datos o valores pertinentes para representar los diagramas de fases y analizar el enfriamiento y calentamiento desde la temperatura ambiente hasta su temperatura de fusión, a través de las microestructuras que se forman, según valores introducidos al programa y el tipo de transformaciones que se llevan a cabo en cada sistema de materiales. Siguiendo los pasos a modo de asistente, el usuario va suministrando los datos al programa como las temperaturas de fusión de los elementos principales, solubilidad a temperatura ambiente, compuestos intermetálicos, cambios alotrópicos y reacciones del sistema, para que este finalmente pueda trazar el diagrama de fases correspondiente y realizar los análisis pertinentes sobre el mismo, el programa cuenta con una ventana de ayuda al usuario, como se observa en la fig. (2).

Las figs. (3), (4), muestran distintas ventanas de aplicación, en la que se aprecia el diseño gráfico de las pantallas de aplicación, así como de la ayuda misma. El usuario sabrá en todo momento en qué parte de proceso de introducción y resolución de datos se encuentra dado en el programa presenta una ventana en cada operación. En todo momento en el programa se podrá realizar modificaciones de datos introducidos, de modo que se puede ir ajustando el diagrama y el análisis del sistema, dependiendo cual sea su objetivo final, todo ello de manera muy rápida y totalmente visual según las imágenes de distintas ventanas del programa en la fig. (5). Al resolver



201 el sistema, según los datos introducidos, y obtener el diagrama correspondiente a los
 202 mismos, la aplicación ADIMAT nos ofrece dos posibilidades de análisis y visualización
 203 de los resultados. Las figs. (6), (7) muestran los resultados obtenidos del análisis
 204 microestructural de las diferentes fases a temperatura ambiente.
 205 Como se puede observar en el programa, en todo momento podremos volver a
 206 cualquier parte para la introducción de datos y así modificar cualquier dato, para
 207 observar las diferencias entre distintos tipos de diagramas.



Figura 2: Ventana flotante de ayuda teórica, suministrada por la aplicación ADIMAT



Figuras 3. Ventana correspondiente al primer paso de la introducción de datos



Figura 4. Cambios producidos en la misma al hacer clic sobre el botón ayuda de la ventana

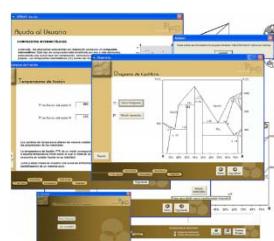


Figura 5. Distintas ventanas de ADIMAT para el usuario que utilizará.

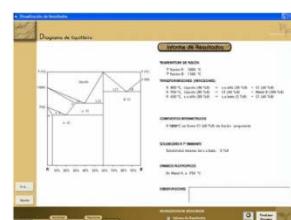


Figura 6. Resultados obtenidos generados a partir de un diagrama de fases analizado

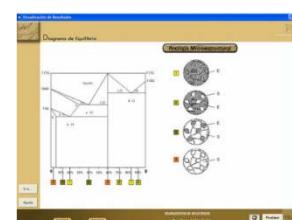


Figura 7. Análisis microestructural en el diagrama de fases.

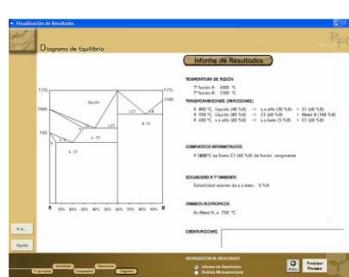


Figura 6. Resultados obtenidos generados a partir de un diagrama de fases analizado.

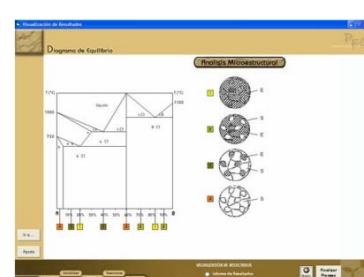


Figura 7. Análisis microestructural en el diagrama de fases.

210 **4. Conclusiones**

211
212 La utilización de laboratorios virtuales en los laboratorios de ingeniería tiene un efecto
213 muy positivo en el proceso de aprendizaje de los alumnos en el ámbito experimental
214 de la ingeniería de materiales, que se puede adaptar estas técnicas de interacción
215 entre profesor - alumno. Para la realización de la aplicación es necesario conocer y
216 dominar, el programa Visual Basic, además tener los conocimientos de Ciencias e
217 Ingeniería de Materiales. Este programa no es tan sólo un lenguaje, es un entorno de
218 desarrollo integrado en que se puede desarrollar, ejecutar, probar y depurar los errores
219 de las aplicaciones. Por último, el programa utilizado para la construcción de
220 diagramas de fases que en este trabajo se presenta, es una herramienta de ayuda en
221 el proceso enseñanza-aprendizaje. Éste programa puede ser usado como ayuda para
222 un mejor entendimiento del comportamiento de las aleaciones metálicas y está dirigido
223 a estudiantes, así como a profesionales en este campo.

224 **Índice de referencias**

- 225
226
227
228 • Mancera, E. (2003). *Errar es un placer*. México: Grupo editorial Iberoamericano.
229 • Grimaldi, D. and Rapuano, S. (2009). Using Technology Tools to Innovate
230 Assessment, Reporting, and Teaching. Measurement. 42, 485-493.
231 • Koretsky, M. D., Amatore, D., Barnes, C. and Kimura, S. Leee. (2008). Enhancement
232 of Student Learning in Experimental Design Using a Virtual Laboratory. Transactions
233 on Education. 51, 76-85.
234 • Kostal, P., Velisek, K., Mudrikova, A. (2009). ASME. 9th Biennial Conference on
235 Engineering Systems Design and Analysis. 659-662, 2008. Girona, noviembre del
236 2009
237 • Quesnel, G., Duboz, R. and Ramat, E. (2009). The virtual Laboratory Environment
– An operational Framework for multi – modeling, simulation and analysis of complex
238 system. Simulation Modelling Practice and Theory. 17, 641-653.
239 • Rak, R. J. Przeglad (2008). Utilización de laboratorios virtuales como soporte para
240 la docencia de prácticas de laboratorio en ingeniería de materiales.
241 Elektrotechniczny. 84, 1-8.
242 • Stone, D. C. (2007). Teaching chromatography using virtual laboratory exercises. Journal
243 of Chemical Education. 84, 1488-1496.
244 • Sakellariou, A., Arns, C. H., Sheppard, A. P., Sok, R. M., Averdunk, H., Limaye, A.,
245 Jones, A. C., Senden, T. J. and Knackstedt, M. A.(2007). Developing a virtual
246 materials laboratory. Materials Today. 10, 44-51, 2007.
247 • Uran, S. and Jezemik, K. Ieee Transactions on Education. 51, 69-75, 2008.
248 • Suzuki, A., Kamiko, M., Yamamoto, R., Tateizumi, Y. and Hashimoto, M.
249 Computational Materials Science. 14, 227-231, 1999.
250 • Uran, S. and Jezemik. (1999). Computational Materials Science. 14, 227-231.



DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UNA GALGA EXTENSIOMÉTRICA PARA UN OLEODUCTO DE PEMEX.

Juan Daniel Rivas Martínez^{1*},
Castillo Sánchez Martín Darío²

¹*Instituto Politécnico Nacional, ESIME Zacatenco. Unidad Profesional “Adolfo López Mateos”, Col. Lindavista, C.P. 07738, Delegación Gustavo A. Madero, D.F. Edif. 2, Academia de Mecánica. drivas-sigmatron@hotmail.com*

POAV065

Resumen

En el presente trabajo de investigación se diseñó y calculó una galga extensométrica, para utilizarla por sus propiedades físicas y eléctricas como una herramienta sencilla y efectiva que proporcione un diagnóstico acerca de las condiciones mecánicas de la tubería de acero (oleoducto), la cual será sometida a la presión interna normalizada de trabajo de PEMEX. La presión interna en la tubería de acero dará origen a una deformación mecánica conocida como deformación radial, someterá a la tubería de acero a un proceso elástico longitudinal y concentrará los esfuerzos mecánicos en las uniones por materia agregada (soldadura de aporte por arco eléctrico). Este diagnóstico temprano sobre las condiciones físicas en que se encuentre el oleoducto permitirá tener un control en la operación, transporte, en sistemas de mantenimiento, protección de los bienes materiales y el entorno por donde transite, optimizando así, los recursos materiales, tecnológicos y humanos de Petróleos Mexicanos.

Palabras clave: Transporte de Hidrocarburo, Oleoducto, Galga Extensométrica, Refinería, Tubería.

1. Introducción

Las herramientas de diagnóstico en su aplicación son fundamentales para establecer y describir de forma científica experimental una metodología de mantenimiento predictivo el cual cumple las tres directrices que rigen a todo proceso de ingeniería y que obedecen a una normatividad de instalaciones eficientes de fácil acceso y de bajo costo. “Un método más conveniente y exacto para la medida de deformaciones normales se basa en los medidores de deformación eléctricos conocidos como galgas extensométricas. Una galga extensométrica común consta de un alambre delgado de una longitud determinada, dispuesto como en la fig. (1), adherido a dos piezas de papel. Para medir la deformación ϵ_{AB} de un material dado en la dirección AB, la galga se adhiere a la superficie del material con las vueltas de alambre paralelas a AB. Cuando el material se alarga, el alambre aumenta en longitud y disminuye en diámetro, provocando que la resistencia eléctrica de la galga aumente. Midiendo

¹ drivas-sigmatron@hotmail.com Tel. 57-29-60-00, Ext. 54645 en los medidores de deformación eléctricos



38 la corriente que pasa por una galga bien calibrada, es posible determinar la
 39 deformación ϵ_{AB} de manera precisa y continua a medida que la carga aumenta".
 40 (Beer, F & Johnston R, 2017, p.471).
 41 Ante este contexto es así como surge la herramienta-modelo de supervisión de
 42 datos vía remota para la medición en campo de las deformaciones mecánicas a
 43 las que son sometidos los oleoductos que transportan los hidrocarburos
 44 amargos y no amargos del área de ductos de petroquímica básica de Petróleos
 45 Mexicanos. Por lo que se puede decir que, el control de calidad y el aseguramiento
 46 de la sanidad en las soldaduras, representa una parte importante para evaluar la
 47 integridad de las juntas; siendo la aplicación de ensayos no destructivos una
 48 alternativa que evita la alteración física de la parte inspeccionada. Es necesario
 49 conocer y vigilar el comportamiento de puntos y parámetros críticos, que
 50 representen un factor de riesgo para el buen funcionamiento del elemento
 51 mecánico; a través de registros derivados de la fabricación, inspección,
 52 operación y mantenimiento de uniones por soldadura en recipientes sujetos a
 53 presión. La aplicación de la instrumentación experimental de análisis de esfuerzos
 54 en combinación con otro tipo de ensayo de los materiales, amplia la visión
 55 referente al comportamiento que presenta una junta que contenga algún punto
 56 crítico con defectos; de tal manera que sean simuladas condiciones normales y
 57 críticas de uniones por soldadura.

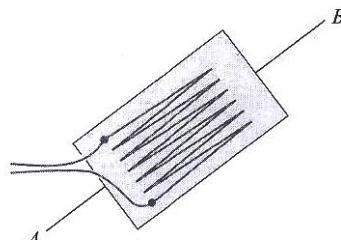
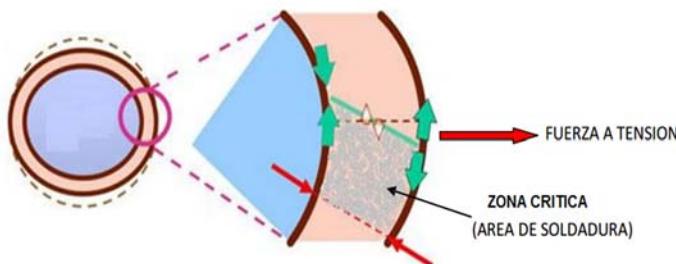


Figura.1. Galga Extensiométrica

60 2. Metodología o desarrollo

61 Las galgas extensiométricas son sensores cuya resistencia varía con la fuerza
 62 aplicada. Estos sensores convierten la fuerza, presión, tensión, peso, en un cambio de
 63 la resistencia eléctrica el cual puede ser medido. Por lo tanto, calcularemos la
 64 deformación en un ducto el cual estará sometido a una presión interna que aplica una
 65 fuerza de tensión en los puntos críticos de la soldadura. Ver Figura 2.

66



67

68

Figura 2. Tubería de Pemex con deformación.

69

Tabla 1. Datos de tubería (Norma NRF 001 PEMEX, 2013, pp.18-25).

| PARAMETRO | VALOR | UNIDADES |
|--|-----------------|-----------|
| Longitud total | 6610 (6.61) | mm (m) |
| Diámetro exterior del cilindro | 508 (20.136) | mm (pulg) |
| Diámetro interior del cilindro nominal | 495 (19.111) | mm (pulg) |
| Diámetro interior del cilindro real | 494 (19.1127) | mm (pulg) |
| Espesor de pared del cilindro nominal | 12.7 (0.508) | mm (pulg) |
| Espesor de pared del cilindro real | 11.65 (0.01165) | mm (pulg) |

70

71 Los datos que tomaremos son bajo estrictas normas de PEMEX en este caso
 72 usaremos la norma NFR-050 PEMEX, 2012. Ver Tab. (2).
 73

74

Tabla. 2 datos tomados de la Norma (NRF-050 PEMEX, 2012.p.5)

| NORMA PEMEX | NRF-050 PEMEX |
|-----------------------------------|---|
| PRESION INTERNA MAXIMA DE DECARGA | $P_{iD} = 1,900 \text{ KPA}(275lb/plg}^2\text{)}$ |
| PRESION INTERNA MAXIMA DE SUCCION | $P_{iS} = 500 \text{ KPA}(75lb/plg}^2\text{)}$ |

| | |
|-------------------------------|---------------------------|
| VELOCIDAD RELATIVA DE BOMBA | $V_B = 3600 \text{ rpm.}$ |
| DIAMETRO NOMINAL DEL TUBO | D.N.= 508mm (0.508m) |
| PARED DEL TUBO | E = 12.7mm (.0127m) |
| DIAMETRO INTERIOR | D int. = 495.3mm (.495m) |
| FACTOR DE SEGURIDAD DEL ACERO | C = 2 |

75

76 Cálculo del esfuerzo de tensión admisible con la Ec. (1). (Gere, J,2007, p.543)

77

$$\sigma = \frac{P * C * D}{2 * t} \quad (1)$$

78

$$\sigma = \frac{1900 \text{ KPA} * 2 * 0.508 \text{ m}}{2 * 0.0127 \text{ m}} = 76000 \text{ KPA} = 774.98 \text{ Kgf/cm}^2$$

79

Donde:

80

P = Es la Presión; C = Factor de seguridad; D = Diámetro Nominal.

81

t = Espesor de Pared; σ = Tensión Máxima Admisible.

82

Calculo del esfuerzo Longitudinal con la Ec. (2). (Fitzgerald, R, 1984, p.310)

83

$$\sigma_L = \frac{P(D-h)}{4h} \quad (2)$$

84

$$\sigma_L = \frac{1900 \text{ KPA}(0.508 \text{ m} - 0.0127 \text{ m})}{4(0.0127 \text{ m})} = 18525 \text{ KPA} = 188.9 \text{ Kgf/cm}^2$$

85

Donde:

86

P = Es la Presión; C = Factor de seguridad.

87

D = Diámetro Nominal; t = Espesor de Pared; σ = Tensión Longitudinal.

88

89

Calculo del esfuerzo circunferencial en un cilindro en términos de la presión interna del fluido, del diámetro y del espesor de pared. Ec. (3). (Fitzgerald, R, 1984, p.310)

90

$$\sigma_C = \frac{P(DN-h)}{2h} \quad (3)$$

91

$$\sigma_C = \frac{1900 \text{ KPA}(0.508 \text{ m} - 0.0127 \text{ m})}{2(0.0127 \text{ m})} = 37286.22 \text{ KPA} = 380.21 \text{ Kgf/cm}^2$$

92



101 Galgas Extensiometricas (NA-11-FA-10-350) de 350 con un factor de galga de 2
 102 Marca RS data sheet.ver Tab. (3).

103

104 **Tabla 3. Parametros para calcular la deformación en la tubería con galga extensiometrica.**

| GF = 2 | FACTOR DE GALGA |
|--|---|
| $\sigma = 1,686.32 \text{ kg/cm}^2$ | PRESIÓN EJERCIDA A TENSIÓN |
| $E = 2.1 \times 10^6 \text{ Kgf/cm}^2$ | MODULO DE ELASTICIDAD DE TUBERÍA DE ACERO |
| $R = 350\Omega$ | RESISTENCIA |
| $V_{EX} = 24v$ | VOLTAJE DE EXCITACIÓN |

105 Cálculo de la deformación unitaria “ $\mu\varepsilon$ ” con la:Ec.(4). (Gere, J,2007, p.23)

106

$$107 \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad (4)$$

108

Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

$$109 \quad \varepsilon = \frac{380.21 \text{ kgf/cm}^2}{2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2} = 0.000181052 = 1.8 \times 10^{-4}$$

110 Donde:

111 ε = Deformación Unitaria; E = Modulo de Elasticidad.

112 σ = esfuerzo circunferencial en un cilindro en términos de la presión interna del fluido
 113 380.21 kgf/cm^2

114

115 Calculo del incremento de resistencia con la Ec. (5): (Montesinos, M & Hernández, A,
 116 2011, p.21).

117

$$118 \quad \Delta R = R_0 * GF * \mu\varepsilon \quad (5)$$

119

$$120 \quad \Delta R = 350\Omega * 2 * 1.81 \times 10^{-4} = 0.1267\Omega$$

121

$$122 \quad \frac{\Delta R}{R} = \frac{0.1267}{350} = 0.036\%$$

$$123 \quad \frac{\Delta R}{R} = GF * \varepsilon = 2 * 1.81 \times 10^{-4} = 3.62 \times 10^{-4}$$

124

125 Tenemos una variación de resistencia de 0.126Ω a $0.036\% \quad 0.036\%$

126 Donde:

127 ΔR = Incremento de resistencia; R_0 = Resistencia de valor inicial

128 GF = Factor de Galga; $\mu\varepsilon$ = Deformación

129 **3. Resultados y análisis**



130 Para calcular el voltaje de salida tomando en cuenta una conexión de puente de
 131 WHEATSTONE tendremos la siguiente Ec. (6). (Montesinos, M & Hernández, A,
 132 2011, p.28).

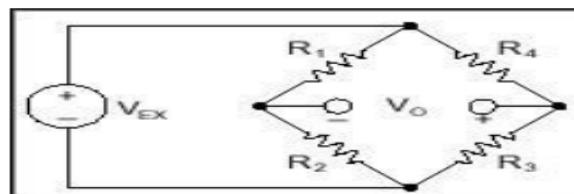


Figura 3. Puente de Wheatstone.

133
134

135

$$136 \quad V_O = \left(\frac{R_3}{R_3+R_4} - \frac{R_2}{R_1+R_2} \right) * V_{ex} \quad (6)$$

137 Donde V_O = Voltaje de salida.

138 Tomando en cuenta que las cuatro galgas están a 350Ω a un voltaje de excitación de
 139 24V. Calculamos el voltaje de salida con la Ec. (7).

140

$$141 \quad V_O = V_{ex} \left(\frac{\Delta R}{R} \right) \quad (7)$$

$$142 \quad V_O = 24 V \left(\frac{0.1267 \Omega}{350 \Omega} \right) = -0.0087 V$$

143

144 Comprobando, sustituiremos la diferencia de las 4 galgas para así llegar al voltaje de
 145 salida con la Ec. (8).

$$146 \quad V_O = \left(\frac{(R_3 - \Delta R)}{(R_3 + \Delta R) + (R_4 - \Delta R)} - \frac{(R_2 + \Delta R)}{(R_1 - \Delta R) + (R_2 + \Delta R)} \right) * V_{ex} \quad (8)$$

147

148 Sustituyendo valores.

$$149 \quad V_O = \left(\frac{(350 - 0.1267)}{(350 + 0.1267) + (350 - 0.1267)} - \frac{(350 + 0.1267)}{(350 - 0.1267) + (350 + 0.1267)} \right) * 24$$

150

$$151 \quad V_O = -0.008688 V$$

152

153 **En resumen, el voltaje de salida que será la deformación en forma de pulsación
 154 eléctrica será de -0.008688 V**

155

156 Por último, calcularemos la sensibilidad de las galgas con la Ec. (9). (Montesinos, M &
 157 Hernández, A, 2011, p.29).

158

$$159 \quad S_g = GF * R = 2 * 350 = 700 \Omega \quad (9)$$

160 Donde:

161 S_g = Sensibilidad de galga; GF = Factor de Galga; R = Resistencia.

162 Para determinar la deformación en ($\mu\epsilon$) sometida a un esfuerzo de 774.98 kgf/cm^2

163



164 $\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = (4)$

165

166 $\varepsilon = \frac{774.98 \text{ kgf/cm}^2}{2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2} = 3.69 \times 10^{-4}$

167

168 Cálculo del incremento de resistencia con la Ec. (5)

169

170 $\Delta R = R_o * GF * \mu \varepsilon$

171

172 $\Delta R = (350) (2) (3.69 \times 10^{-4}) = 0.2583\Omega$

173

174 $\frac{\Delta R}{R} = \frac{0.2583}{350} = 0.000738 = 0.0738\%$

175

176 **Tenemos una variación de resistencia de 0.2583Ω a un 0.0738%**

177

178 Teniendo el incremento de resistencia se sustituye en la Ecuacion 7, para obtener el
 179 voltaje de salida (V_o).

180 $V_o = V_{ex} \left(\frac{\Delta R}{R} \right) \quad (7)$

181 $V_o = 24 V \left(\frac{0.2583\Omega}{350 \Omega} \right) = -0.017712V$

182

183 **$V_o = -0.017712 V$ a Tensión Admisible**

184

185 **$V_o = -0.008688 V$ a Tensión Circular**

186

187 **Tenemos una diferencia de $0.009024 V$**

188

189 **4. Conclusiones**

190 Las herramientas de diagnóstico en su aplicación son fundamentales para establecer
 191 y describir de forma científica experimental una metodología de mantenimiento
 192 predictivo el cual cumple las tres directrices que rigen a todo proceso de ingeniería y
 193 que obedecen a una normatividad de instalaciones eficientes de fácil acceso y de bajo
 194 costo. El control de calidad y el aseguramiento de la sanidad en las soldaduras,
 195 representa una parte importante para evaluar la integridad de las juntas, siendo la
 196 aplicación de ensayos no destructivos una alternativa que evita la alteración física de
 197 la parte inspeccionada. Es necesario conocer y vigilar el comportamiento de puntos y
 198 parámetros críticos, que representen un factor de riesgo para el buen funcionamiento
 199 del elemento mecánico, a través de registros derivados de la fabricación,
 200 inspección, operación y mantenimiento de uniones por soldadura de recipientes
 201 sujetos a presión. Las herramientas de diseño y rediseño representan el punto de inicio
 202 para proponer alternativas de evaluación para la integridad de equipos que



203 se encuentran en operación. La aplicación de la instrumentación experimental de
204 análisis de esfuerzos en combinación con otro tipo de ensayo de los materiales,
205 amplia la visión referente al comportamiento que presenta una junta que contenga
206 algún punto crítico con defectos, de tal manera que sean simuladas condiciones
207 normales y críticas de unión por soldadura.

208 **Referencias**

- 209 • Beer, F & Johnston R. (2017). *Mecánica de Materiales*. México: editorial: Mc
210 Graw Hill/Interamericana editores, S.A. de C.V.
- 211 • Fitzgerald R. (1984). *Mecánica de Materiales*: México: editorial Fondo Educativo
212 Interamericano, S.A de C.V.
- 213 • Gere, J, (2006). *Mecánica de Materiales*. México: internacional Thomson,
214 editores, S.A. de C.V.
- 215 • NORMA NRF 001 PEMEX, (2013), *Tubería de acero para recolección y*
216 *transporte y distribución de hidrocarburos*. (pp. 18-25). México. PEMEX.
- 217 • NORMA NRF 050 PEMEX (2012), *Bombas Centrifugas*. (pp.5-11). México.
218 PEMEX.
- 219 • Montesinos, M & Hernández, A, (2011). *Diseño de un sistema de Evaluación de*
220 *la integridad Estructural*. Capítulo 2. “*Estudio del funcionamiento y selección de*
221 *galgas extensiometrías*”(pp. 21-34). Cataluña, España: Universidad Oberta de
222 Cataluña. [En línea]. Obtenido en marzo de 2019 de la dirección
223 <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.5/es/deed.es>

224
225
226
227

1 ROBÓTICA EDUCATIVA.

2 Lara Granados Pedro Josué*, López Ramírez Laura Melina.

3 Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades Plantel Vallejo, UNAM.
4 Av.100 Metros Esq. Fortuna, Magdalena de las Salinas, GAM, CP 07760, CDMX.

5
6 **POAV068.**

7 **Resumen.**

8 La enseñanza de la física en el Colegio de Ciencias y Humanidades permite utilizar diversas
9 herramientas de aprendizaje, una de ellas es el desarrollo de proyectos, en los que los estudiantes
10 pueden lograr aprendizajes mientras se involucran en algún trabajo que les resulte interesante. La
11 robótica es un tema que a muchos de nuestros estudiantes les resulta atractivo para invertir su tiempo
12 y esfuerzo en proyectos para resolver problemas extra clase, ya que una vez involucrados en la idea de
13 construir los robots, resulta más accesible que acepten Basado en estas ideas hemos constituido un
14 proyecto SILADIN en el que realizamos estos trabajos con grupos de alumnos que son invitados a
15 participar de manera voluntaria, también desarrollamos trabajos de investigación en Física y
16 matemáticas. Presentamos estos trabajos en diversos eventos como Jóvenes a la investigación y Feria
17 de ciencias entre otros. Los resultados que hemos obtenido son muy satisfactorios, por una parte, las
18 habilidades y destrezas que alcanzan los participantes, los aprendizajes que consiguen apropiarse, y
19 por otra, las experiencias al presentar sus trabajos en escenarios con grandes audiencias que les
20 permiten más oportunidades y opciones para decidir sus carreras profesionales.

21
22 **Palabras clave:** Robótica, bachillerato, ciencia, SILADIN, proyectos, física.

23 **1. Introducción.**

24 La robótica según la Real Academia de la Lengua Española (rae):

25 f. Técnica que aplica la informática al diseño y empleo de aparatos que, en
26 sustitución de personas, realizan operaciones o trabajos, por lo general en
27 instalaciones industriales. (RAE, 2018).

28 Y desde nuestro punto de vista y de diversos autores en el mundo se trata de: *Las*
29 *ciencias, técnicas y artes, que se ocupan del diseño, construcción, operación,*
30 *disposición estructural, manufactura y aplicación de los robots para colaborar con la*
31 *humanidad.*

32 La gran diferencia está, en una palabra: arte. Si bien la robótica hoy en día tiene toda
33 la formalidad de una rama de la ciencia por sí sola, también es importante pensar en
34 que el diseño y construcción de los robots es una expresión artística, el robotista
35 expresa su creatividad al construir sus robots.

36
37 *Autor para la correspondencia. E-mail: plarag@yahoo.com Tel. 55 23 21 33 61, Oficina 50 97 21 16



47 El robot según la RAE:

48

49 Máquina automática programable capaz de realizar determinadas operaciones de
50 manera autónoma y sustituir a los seres humanos en algunas tareas, en especial las
51 pesadas, repetitivas o peligrosas; puede estar dotada de sensores, que le permiten
52 adaptarse a nuevas situaciones. (RAE, 2018).

53

54 ABP

55

56 “El Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) (del inglés, PBL, problem-based
57 learning), es un método de enseñanza-aprendizaje centrado en el estudiante, en el
58 que éste adquiere conocimientos, habilidades y actitudes a través de situaciones de la
59 vida real. Su finalidad es formar estudiantes capaces de analizar y enfrentarse a los
60 problemas de la misma manera en que lo hará durante su actividad profesional, es
61 decir, valorando e integrando el saber que los conducirá a la adquisición de
62 competencias profesionales”. (Bernabéu, 2015).

63

64 Del protocolo de equivalencias del colegio: DIRECCIÓN DE GRUPOS DE TRABAJO
65 CON ALUMNOS. RUBRO II-C. Consiste en planear, promover, organizar y dirigir un
66 grupo de alumnos del Colegio, dentro de un programa o proyecto institucional, para
67 apoyar la formación, para la realización de una investigación o para el diseño y
68 construcción de prototipos, también se podrá trabajar con alumnos de servicio social o
69 de práctica profesional que colaboren en apoyo a los programas y actividades de las
70 diferentes secretarías, departamentos o área de adscripción, incluyendo el SILADIN
71 (Sistema de Laboratorios para el Desarrollo y la Innovación). (DGCCH-UNAM. 2019).

72

73

74 **2. Metodología o desarrollo**

75

76 **2.1 Proyectos en SILADIN**

77

78 Los procesos de investigación, desarrollo, experimentación, análisis de datos y
79 construcción de prototipos permiten a los alumnos un acercamiento a las áreas
80 científicas por lo que promoveremos entre ellos, la oportunidad de elegir carreras de
81 corte científico tecnológico, así como propiciar la divulgación de la ciencia y la
82 tecnología como parte de su cultura.

83

84 Orientamos nuestro proyecto al modelo educativo del colegio, hacemos énfasis en la
85 incorporación de las TIC para obtener y analizar datos de experimentos, y que los
86 alumnos sean los protagonistas en el proceso de aprendizaje a través de desarrollo de
87 sus proyectos de investigación, proponen soluciones mediante modelos mecatrónicos,
88 de física y otras áreas, logrando generar proyectos con resultados concretos.

89



90 La finalidad del proyecto, reside en que los alumnos desarrollen proyectos
91 multidisciplinarios donde apliquen los conocimientos adquiridos en los cursos de física,
92 química, biología, matemáticas y cómputo, para el diseño y construcción de prototipos
93 relacionados con la elaboración de actividades experimentales en física,
94 caracterización y aplicación de sensores, alebrijes robotizados, dispositivos
95 mecatrónicos, reportes de investigación y el desarrollo de nuevas habilidades
96 cognitivas, procedimentales y actitudinales y elevar la calidad de sus aprendizajes.
97

98 2.1.1 Enfoque pedagógico del colegio

99
100 Partiendo del enfoque pedagógico del colegio, este trabajo logrará conjuntar sus
101 principios: aprender a aprender, aprender a hacer y aprender a ser. Evidentemente
102 debido a la naturaleza del trabajo en los tres principios incorporaremos las TIC como
103 parte fundamental del proceso.

104
105 Dentro del primer principio impulsamos los conocimientos referentes a física donde se
106 tratarán temas de los cuatro cursos, como serían leyes de Newton, mecánica,
107 electrónica y óptica entre otros. Generaremos proyectos de investigación en conjunto
108 con profesores y alumnos. Las habilidades de las áreas de matemáticas y cómputo
109 serán abordadas en los diseños y cálculos de los proyectos y robots.

110
111 En el segundo principio, los alumnos desarrollarán metodologías en donde se
112 aplicarán los conceptos teóricos aprendidos para la construcción de los prototipos de
113 modelos físicos, robóticos y/o mechatrónicos.

114
115 Para el tercer principio se visualiza el trabajo colectivo de manera interdependiente, lo
116 que propiciará valores actitudinales para llevar a buen término el trabajo experimental,
117 reconocer el medio en que se desarrollan, aplicar los conocimientos obtenidos en su
118 beneficio así como de la comunidad y finalmente, divulgar los temas y logros de su
119 investigación y trabajo mediante la presentación en eventos de corte científico
120 tecnológico, como serían muestras, concursos, presentaciones y ferias de ciencias.

121

122

123

124 3. Resultados y análisis.

125

126 3.1.1 Resultados esperados.

127

128 Que los alumnos logren, tanto los objetivos como las metas citadas anteriormente,
129 participando en el “Concurso universitario Feria de ciencias”, (ENCCH-UNAM, 2019),
130 (Figura 1) generando prototipos funcionales, para que así, cuenten con información
131 que les permita realizar una elección de carrera en la que consideren las opciones de

132 formación científica tecnológica, que eleven la calidad de sus aprendizajes y amplíen
 133 su capacidad de comunicación y divulgación de la ciencia y la tecnología.
 134



135
 136 *Figura 1. Stand de participación en Feria de ciencias, fotografía obtenida durante la*
 137 *participación en Feria de ciencias 2018.Centro de convenciones UNAM CU.*

138
 139 3.1.1 Resultados obtenidos.

140
 141 Nuestro proyecto “Clan de alebrijes robóticos”, que se lleva a cabo en los laboratorios
 142 del SILADIN del plantel Vallejo obtuvimos los siguientes reconocimientos por los
 143 proyectos presentados en Feria de Ciencias 2018:

- 144 ▪ 1er. lugar “Embobínate con Helmholtz”. Investigación experimental local. Área:
 145 física, Asesor: Vivas Castro Juan Jesús
- 146 ▪ 1er. lugar “Experimentando con un motor de juguete”. Investigación experimental
 147 local. Área: física. Asesor: Vivas Castro Juan Jesús.
- 148 ▪ 1er. lugar “¿La suma de los ángulos internos de un triángulo es 180°?” Área:
 149 Matemáticas. Categoría: diseño tecnológico local. Asesores: Wilbert de Jesús
 150 López, Juan Jesús Vivas Castro.
- 151 ▪ 1er. lugar “Laberinto de Creta, robots de guía autónomos ”. Robótica, diseño
 152 innovador. Asesor: Pedro Josué Lara Granados.
- 153 ▪ 1er. lugar “Robot Escritor, evolución del aprendizaje”. Robótica, diseño innovador.
 154 Asesor: Pedro Josué Lara Granados.
- 155 ▪ 2º. Lugar “Inteligencia gregaria, un acercamiento a la inteligencia artificial”.
 156 Robótica, diseño innovador. Asesor: Pedro Josué Lara Granados.
- 157 ▪ 2º. Lugar ““Brazos robóticos y la física en el bachillerato””. Robótica, diseño
 158 innovador. Asesor: Pedro Josué Lara Granados.
- 159

- 160 ▪ 3er. lugar. "¿Por qué menos por menos da más? Una mirada en la historia
161 matemática". Categoría: Investigación documental local. Asesor: Wilbert De Jesús
162 López.
163 ▪ 3er lugar. "Modelando el crecimiento de la población mexicana con una función
164 lineal". Área: Matemáticas. Categoría: Investigación experimental local. Asesor:
165 Wilbert de Jesús López.
166 ▪ Finalista: "Deduciendo las ecuaciones de caída libre a partir del trabajo de Galileo".
167 Categoría: Investigación documental local. Asesor: Wilbert De Jesús López.
168 ▪ Finalista: "Humanoide caminante". Robótica, diseño innovador. Asesor: Pedro
169 Josué Lara Granados.
170 ▪ Tenemos una lista mucho más extensa, realizamos una breve selección, la
171 participación en este evento la venimos realizando los últimos 10 años con
172 promedio de cinco proyectos por año.

173
174 Usamos los resultados del concurso Universitario Feria de Ciencias como un indicador
175 de nuestros resultados, ya que el proceso de evaluación de los trabajos y de los
176 conocimientos de los alumnos es aplicado de manera muy formal, son investigadores,
177 profesores y profesionales en las diversas áreas los que realizan las tres etapas de
178 evaluación, todo a "sobre cerrado", garantizando además la imparcialidad y severidad
179 de los resultados.

180
181 **4. Conclusiones.**
182
183 La experiencia nos dice que a los estudiantes les interesa el desarrollo de este tipo de
184 proyectos, ya que trabajan con entusiasmo y dedicación, y que les reporta beneficios
185 inmediatos ya que adquieren habilidades para investigación y análisis de datos de
186 manera práctica y a corto plazo ya que simultáneamente avanzan su investigación y
187 el aprendizaje para realizarla.

188
189 Hemos notado que un aproximado del 80% de los estudiantes que participan en estos
190 proyectos, decantan por carreras de corte científico-tecnológico, ya que les damos
191 seguimiento a su egreso y especialmente a las carreras que les son asignadas.

192
193 Comprobamos que el uso de las herramientas matemáticas, de análisis, de
194 investigación, e incluso las herramientas de taller les dan habilidades que regularmente
195 no adquirirían en su curso regular por el colegio.

196
197 Si bien, el aprendizaje basado en proyectos es una herramienta muy interesante y le
198 da gran libertad a los estudiantes para responsabilizarse de su propio aprendizaje, es
199 muy importante que los profesores participen como guías, como generadores de
200 acciones de aprendizaje, monitores del proceso, establecimiento de periodos para
201 presentar resultados entre otros, para ayudar a que los estudiantes cumplan los
202 objetivos en tiempos razonables para cada etapa.

203
204 Finalmente, después de revisar la información referente al egreso que proporciona de
205 manera oficial nuestro colegio⁵, no nos es posible asegurar o negar que los resultados
206 que obtenemos en nuestro proyecto se puedan reflejar en esas cifras, de hecho, las
207 cifras específicas para resultados en Física y Matemáticas de sexto semestre son
208 tratadas de manera general, ya que son materias de elección y no obligatorias, y aun
209 en el caso de elección de carrera no causan diferencia alguna si nuestros estudiantes
210 las cursan o no, para poder optar por cualquier carrera universitaria. (DGCCH UNAM,
211 2018).

212
213 Sin embargo, de manera personal, cada uno de nosotros como profesores
214 coordinadores de los proyectos, podemos constatar casos de éxito en alumnos que
215 participan en nuestros proyectos de investigación, y aunque en número son muy
216 pequeños en comparación con el total de estudiantes del colegio, son notables por los
217 logros que los egresados obtienen a nivel universitario.

Congreso Internacional

Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

220
221
222
223
224

Agradecimientos

225 Agradecemos ampliamente el apoyo que hemos recibido de SILADIN y sus diversos
226 Coordinadores a lo largo de estos años de trabajo, siempre hemos recibido una muy
227 buena atención y oportunidades.

228
229
230 Agradecemos especialmente la participación entusiasta y decidida de los estudiantes
231 del Colegio de Ciencias y Humanidades del plantel Vallejo, sin ellos nada de esto sería
232 posible.

233
234
235

236

Índice de referencias

238

Información en línea

240

- 241 • Real Academia Lengua Española. (2018). Robótica - RAE. [En línea] Disponible en: <https://dle.rae.es/?id=WYTm4uf>
- 242 • Real Academia Lengua Española. (2018). Robot - RAE. [En línea] Disponible en: <https://dle.rae.es/?id=WyRIhzm>
- 243 • Bernabéu, M. D. (2015). Aprendizaje basado en problemas, el método ABP. [En línea] Disponible en: <https://educrea.cl/aprendizaje-basado-en-problemas-el-metodo-abp/>
- 244 • ENCCH-UNAM. (2019). CONCURSO UNIVERSITARIO FERIA DE LAS CIENCIAS, LA TECNOLOGÍA Y LA INNOVACIÓN. [En línea] Disponible en: <https://www.feriadellasciencias.unam.mx/>
- 245 • DGCCH-UNAM. (2019). Informe de actividades DGCCH marzo julio 2018. [En línea] Disponible en:
246 https://www.cch.unam.mx/sites/default/files/Informe_DGCCH_marzo-julio_2018.pdf
- 247

255

Libros

257

- 258 • DGCCH UNAM. (2018). *Informe de Actividades marzo-julio de 2018*, México, ed. DGCCH, 35 - 42.
- 259

260



DESARROLLO DE PROTOTIPO DE ROBOT GESTICULADOR POR RECONOCIMIENTO DE VOZ

Abraham Rodríguez Galeotte^{1,*}, Selene Anaya Alanís¹ y Gastón Hugo Salazar Silva¹
¹IPN, UPIITA. Av. IPN 2580 Col. La Laguna Ticomán, 07340, CDMX.

I-POAV069

Resumen

En el presente trabajo de investigación se busca facilitar la representación de emociones de un agente conversacional por medio del diálogo. Los robots sociales-inteligentes son un campo emergente de investigación que abarca diversas disciplinas como la robótica, mecánica, control, inteligencia artificial y electrónica; son desarrollados fundamentalmente para ayudar a las personas en las tareas cotidianas como: guía de museos, educación, estudios de conducta, ocio, diversión, etc. Existe una serie de problemáticas para lograrlo, ya que una misma frase puede ser expresada transmitiendo diferentes emociones, así como una emoción puede expresarse usando diferentes frases. Basándose en dicha afirmación, se pretende desarrollar una metodología para el diseño de las bases de conocimiento de "AIML" (Artificial Intelligence Markup Language). Considerando la expresión de emociones de acuerdo al contexto y así facilitar el diseño de un asistente virtual capaz de expresar diálogo emocional.

En la primera parte del proyecto se presentan una serie de definiciones que servirán como base para entender y ubicar a los robots, proponiendo una clasificación tanto para robots como para "animatronics", para demostrar un vínculo entre ellos.

Posteriormente, se desarrolla la propuesta que física del conformado por una cara, la cual proyecta gestos humanos denotando expresiones faciales humanas como enojo, sorpresa y alegría entre otras, apoyándose en modelos matemáticos se desarrollan las propuestas de diseño, así como la selección de materiales necesarios para su manufactura.

Por último se crea una sinergia entre la parte mecánica, la electrónica, así como la teoría de control desarrollada para las pruebas pertinentes y la puesta a punto del prototípico.

Palabras clave: Voz, Inteligencia, artificial, emociones, animatronics, reconocimiento.

1. Introducción

En la actualidad el uso de los Agentes Conversacionales Animados ha ido creciendo, ya que son una herramienta muy útil y fácil de usar para ciertas tareas. Estos pueden fungir como guías, maestros, ayudantes, y pueden brindar ayuda en la búsqueda de información sobre un tema, hasta pueden llegar a mantener una conversación de cualquier tema en específico. Los agentes son entidades capaces de percibir su entorno, los cuales pueden procesar lo que perciben y tener una reacción, es decir una respuesta o actuar en su entorno de manera racional.

Las interfaces son los dispositivos de contacto entre un usuario y una máquina. El diseño de las interfaces incide activamente en el proceso de comunicación interactiva; así, es necesario profundizar en los aspectos cognitivos del ser humano, para definir

* Abraham Rodríguez Galeotte. E-mail: egaleotti1935@hotmail.com Tel. 57-29-60-00, Ext. 56882.

modelos de interfaces adaptadas a las necesidades individuales y sociales, y al mismo tiempo, preparar a la sociedad para la adaptación a las nuevas interfaces que formarán



47 parte de su entorno. Desde los primeros tiempos de la informática, con el uso de
48 tarjetas perforadas hasta la manipulación directa del ordenador personal con menús,
49 submenús y gráficos, ha pasado mucho tiempo. Las interfaces son cada vez más
50 sofisticadas, más reducidas en tamaño, con más prestaciones y más eficientes, pero
51 lo mejor está por venir: la tecnología de reconocimiento del lenguaje natural y de la
52 fisonomía del cuerpo humano, las posibilidades de interrelación de la realidad virtual o
53 las interfaces nanotecnológicas, abren ventanas al futuro que incidirán en todos los
54 aspectos del ser humano.

55 En la era de la sociedad de la información y del conocimiento, los sistemas informáticos
56 ya no solo establecen la interacción usuario-máquina, sino también usuario-máquina-
57 usuario, por eso es importante que las nuevas interfaces puedan circular la información
58 con garantía de comunicación fluida entre los usuarios máquina. (Mosaic, 2012) y
59 (Breazeal, 2002).

60 Los robots sociales-inteligentes son un campo emergente de investigación que abarca
61 diversas disciplinas como la robótica, mecánica, control, inteligencia artificial y
62 electrónica; son desarrollados fundamentalmente para ayudar a las personas en las
63 tareas cotidianas como: guía de museos, educación, estudios conductuales, ocio y
64 diversión, etc.; por ejemplo, existen equipos que recorren los pasillos de los hospitales
65 para hacer funciones como llevar de comer a los enfermos o suministrar
66 medicamentos, o simplemente servir de guía en expediciones de campo; ya que las
67 personas tienen mejor predisposición a cooperar con agentes que tienen rostros
68 humanos y permiten mantener una conversación en la cual se podrá dar la información
69 pertinente al usuario.

70 En México son pocos los trabajos de robot sociales; en lo particular robot faciales; por
71 lo cual se propone incursionar en ésta área con el diseño y manufactura de un prototipo
72 de robot gesticulador de emociones para interfaz humano-máquina que permita al ser
73 humano interactuar con el robot por medio de comandos de voz y que éste exprese
74 como respuesta, expresiones faciales del rostro humano como: alegría, tristeza,
75 sorpresa, enojo e indiferencia; para dar un paso en la interacción de interfaces hombre-
76 máquina; ya que actualmente este campo está atrayendo progresivamente la atención
77 de empresas y centros de investigación de todo el mundo.

78 .

79 **2. Metodología o desarrollo**

80 Dada la universalidad descubierta por Ekman [Ekman and Friesen, 1975], es posible
81 hacer análisis y representaciones genéricas de estas emociones (Fig. 1).

82 **Alegría:** en la expresión pura de alegría las cejas están relajadas. El párpado superior
83 está ligeramente bajado y el párpado inferior está recto, siendo elevado por la mejilla.
84 Los labios son finos y están fuertemente presionados contra el hueso.

85 **Tristeza:** en la expresión pura de tristeza, la zona interior de las cejas se curva hacia
86 arriba. La piel y los tejidos blandos debajo de la ceja se agolpan sobre el párpado
87 superior. Los ojos se cierran ligeramente a consecuencia de la presión hacia abajo de
88 los tejidos sobre el parpado y también por el movimiento hacia arriba del párpado
89 inferior. La boca esta relajada, las arrugas asociadas a la tristeza incluyen pliegues



90 horizontales en la frente; líneas verticales entre las cejas; pliegues oblicuos sobre el
 91 párpado superior y un pliegue en forma de sonrisa bajo el labio inferior.

92 **Enfado:** en la expresión pura de enfado, los extremos de las cejas se empujan hacia
 93 abajo y se juntan. El extremo inferior de la ceja se pone al mismo nivel que el párpado
 94 elevado. El ojo está medio abierto, pero la presión de la frente impide que se vea el
 95 blanco del ojo por encima del iris. La boca está cerrada con el labio superior
 96 ligeramente comprimido, las arrugas en el enfado incluyen pliegues horizontales sobre
 97 los párpados superiores y las líneas verticales entre las cejas.

98 **Miedo:** el miedo puede variar desde la preocupación al terror. Las cejas se elevan y
 99 se juntan. La parte inferior de las cejas se curva hacia arriba. Los ojos están alerta. La
 100 boca puede estar ligeramente abierta y caída, estando estirada en ambos lados.

101 **Sorpresa:** en la sorpresa, las cejas se elevan rectas tanto como es posible. Los
 102 párpados superiores se abren lo máximo posible con los inferiores relajados. La boca
 103 se abre totalmente formando un óvalo. Se forman pliegues horizontales en la frente.

104 **Desagrado:** el desagrado puede variar desde el desdén al rechazo físico. Las cejas
 105 se relajan y los párpados están relajados o tan sólo ligeramente cerrados. El labio
 106 superior se eleva en una mueca, a menudo asimétrica. El labio inferior se relaja.

Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

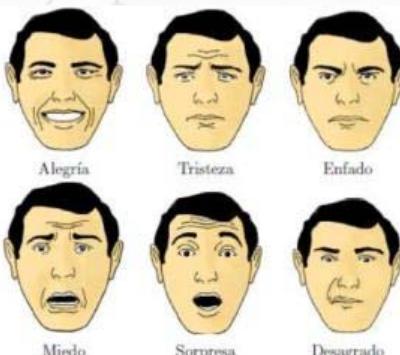


Figura 1. Expresiones universales de Eckman.

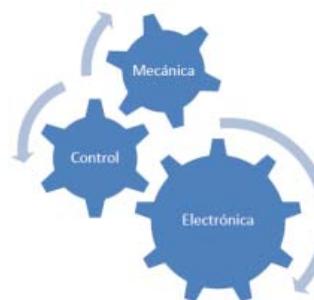
109
 110
 111

112 Debido a que la interacción de los seres humanos se debe en gran parte a la
 113 interpretación de expresiones faciales se propone el diseño y manufactura de un
 114 prototipo de robot gesticulador de emociones para interfaz humano-máquina que
 115 permita al ser humano interactuar con el robot por medio de comandos de voz y que
 116 éste exprese como respuesta, expresiones faciales del rostro humano como: alegría,
 117 tristeza, sorpresa, enfado, miedo y desagrado; para dar un paso en la interacción de
 118 interfaces hombre-máquina *HMI* (*human machine interface*) por sus siglas en inglés.

119

120 Para ello se propone el diseño y manufactura de un prototipo de cara robótica (sin que
 121 imite a la perfección una cara humana), de tal manera que las expresiones faciales
 122 puedan ser interpretadas por las personas. Para la manufactura del robot se propone
 123 trabajar principalmente en tres áreas de la mecatrónica ver (Fig. 2).

124



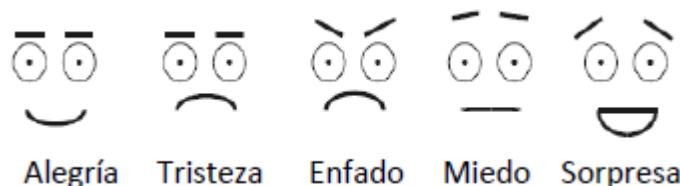
EMORIAS DEL

125

126

127

128 Está conformada por la estructura del rostro y los mecanismos para la movilidad de los
 129 elementos de salida como son: los ojos, cejas y boca. Para los rasgos faciales que
 130 vamos a utilizar en el diseño nos enfocaremos en las siguientes partes del rostro que
 131 son: ojos, cejas y boca, (Fig. 3) ya que éstos nos permiten representar muchas
 132 expresiones fácilmente reconocibles.



133

134

Figura 3. Propuesta de expresiones faciales del robot.

135

136 La cara dispondrá de los grados de libertad necesarios para: subir y bajar ojos (2
 137 grados de libertad), mover izquierda y derecha los ojos (2 grados de libertad), mover
 138 ambas cejas (2 grados de libertad), abrir y cerrar párpados (2 grados de libertad)
 139 teniendo así un total de 8 grados de libertad. Los ojos en este caso la pupila irá dentro
 140 de un mecanismo que hará el movimiento llamado *pitch* y *yaw* para que estos tengan
 141 el movimiento arriba y abajo, utilizando tres servomotores, un central y uno por cada
 142 ojo (Fig.4).

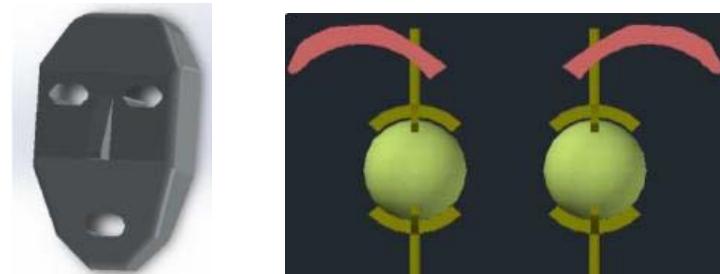


Figura 4. Diseño de la máscara del robot y los ojos.

143
144
145

146 Y por último se pretende evolucionar en el diseño de la boca del robot que junto con
 147 los labios son generadores de los estados tales como tristeza, enojo, felicidad, por
 148 medio de una matriz de *leds* programada en un microcontrolador para así poder
 149 generar sin mayor complicación los gestos faciales.

150 Se propone una comunicación entre el microcontrolador y la computadora o la interfaz
 151 de reconocimiento de voz, por medio del protocolo RS232 y una tarjeta EASYVR de
 152 reconocimiento de voz multilenguaje, para compartir datos tanto de entrada como de
 153 salida. De esta manera el microcontrolador sirve como intérprete de datos externos y
 154 como medio de transporte entre la computadora y los actuadores mecánicos de la cara
 155 del robot ver como se muestra en la (Fig. 5).

156

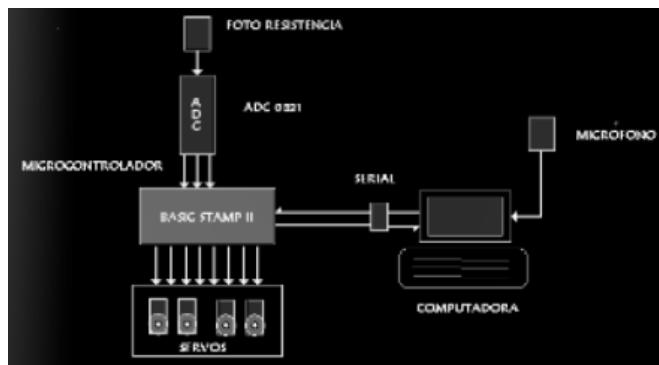
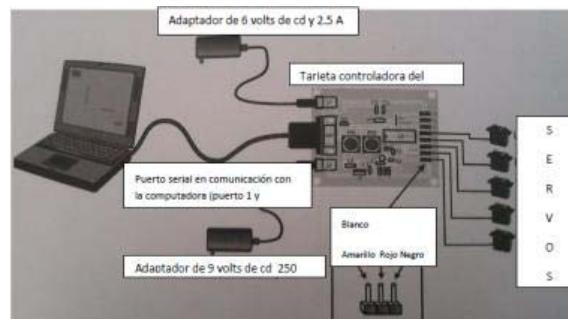


Figura 5. Diagrama de la propuesta electrónica y control del robot.

157
158
159

160 Compuesta por la unidad central de procesamiento y el conjunto de reglas y comandos
 161 que rigen el comportamiento del robot a través del sistema de reconocimiento de voz.

162 Y para el control: La conexión del sistema de control con la computadora como se
 163 detalla en la (Fig. 6).



164

165

166

167

Figura 6. Descripción del dispositivo completo de control.

3. Resultados y análisis.

168 El rostro se decidió trabajó con una máscara de plástico a la cual únicamente se le
 169 realizaron dos cortes uno en la boca para colocar la matriz de leds la cual tendría los
 170 gestos de la boca y el segundo corte se realizó en los ojos para poder colocar los
 171 mismos y que pudieran tener el movimiento adecuado. Posteriormente se colocaron
 172 los ojos con la matriz para verificar que tuvieran los cortes correctos. La matriz se
 173 montó en una “protoboard” debido a su fácil manejo



174

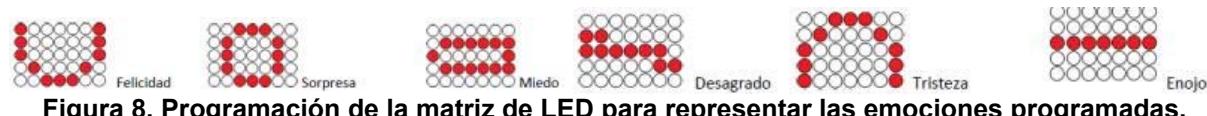
175

176

177

En cuanto al encendido de la matriz de leds para formular los movimientos de la boca quedaron de la siguiente manera:

178



179

180

181

182

183

184

185

Ya incluyendo los movimientos de cejas ojos y boca se realizaron las siguientes pruebas que ayudaron ya viéndola físicamente a determinar en cuál de ellas se formulaba mejor la expresión que se debería reflejar:



Figura 9. Gesticulación de la máscara en sus 6 estados de ánimo, arriba descritos

186
187

188 Dentro de la etapa de control se deja específicamente a la sección que se dedica al
 189 reconocimiento automático del habla (RAH) ó automatic speech recognition (ASR) en
 190 inglés. El Reconocimiento Automático del Habla (RAH) ó Reconocimiento Automático
 191 de Voz es una parte de la Inteligencia Artificial que tiene como objetivo permitir la
 192 comunicación hablada entre seres humanos y computadoras electrónicas.

193 Se proponen 3 formas de implementar el RAH para el robot: Computadora, Direct
 194 voice 364 y EasyVr. El programa piloto es generado automáticamente desde el
 195 software EasyVr Commander, después de que se entrena los comandos de voz y lo
 196 produce para la plataforma ARDUINO. El programa es modificado para ajustarse al
 197 algoritmo planteado y cargado en la tarjeta ARDUINO UNO.

198
199

200 3.1 El ciclo de enseñanza

201 Consistió en grabar las voces asociadas a los comandos editados anteriormente y que
 202 se usarán durante el reconocimiento. Para ello se utilizó la siguiente secuencia:

203 1. Seleccionar el grupo al que pertenece el comando al que queremos asociar una
 204 voz.

205 2. Seleccionar el comando propiamente dicho

206 3. Mediante el botón “*Train Command*” se inicia el ciclo de enseñanza.

207 4. Disponemos de un cierto tiempo para dictar la voz que queramos

208 5. Esa voz hay que volver a dictarla por 2^a vez para tener una mayor garantía en los
 209 posteriores reconocimientos.

210 6. Observaremos que a la derecha del comando aparece un valor que expresa el n°
 211 de veces (2) que la voz ha sido enseñada, seguido de OK cuando finaliza el ciclo.

212 7. Si rebasamos el tiempo o si la repetición de la voz por 2^a vez no corresponde con
 213 la de la primera, aparecerá el correspondiente mensaje de error.

214 8. Repetimos el proceso con todos los comandos disponibles en todos los grupos.

215

216 Una vez terminado todo el entrenamiento de la tarjeta EasyVR con EasyVR
 217 Commander, se presiona el botón “*Generate Code*” para generar el script para la
 218 plataforma de desarrollo Arduino. Una vez generado el script principal, solo es
 219 cuestión de modificarlo para adaptarlo a las necesidades de nuestro algoritmo de
 220 control.

221

222 4. Conclusiones

223

224 En este artículo se presenta el prototipo de robot gesticulador de emociones por
225 reconocimiento de voz. La cabeza mecatrónica pudo realizar un conjunto de gestos
226 para mostrar ciertos comportamientos emocionales. La arquitectura propuesta realizó
227 diferentes asociaciones de estímulos para efectuar diversos movimientos faciales y
228 aunque se tuvieron diferentes propuestas en la experimentación se encontró la mejor
229 propuesta. Con esto se logró el objetivo del inicio del proyecto y tenemos un prototipo
230 con las siguientes con las siguientes características:

231 1.- Es capaz de transmitir emociones al interlocutor.

232 2.- Es un diseño con elementos que se pueden obtener fácilmente, con lo cual
233 podemos seguir estudiándolo para así poder perfeccionarlo hasta lograr un nuevo
234 objetivo, ampliando el estudio de la parte estética y tecnologías que puedan
235 presentarse en un futuro.

236 3.- Se cuenta con una cabeza robotizada que desde el punto de vista general se puede
237 utilizar para museos, ferias, actos divulgatorios, etc, con el cual se podrá tener un
238 contacto accesible (de igual a igual).

239

240 Índice de referencias

241

- 242 • Automática, T. D. (2007). *Contribución a la robótica social "Arisco"*. Valladolid:
243 Universidad de Valladolid.
- 244 • Basicstamp, T. (2009). *Robótica Móvil y Autómata*. [En Línea]. Obtenido de
245 www.todomicrostamp.com
- 246 • Breazeal, C. L. (2002). Designing Sociable Robots. *MIT Press*, pág. 262.
- 247 • Directory,E.a.(s.f.).[EnLínea].Obtenido.www.elecdir.com/site/category/165/index.
- 248 • HONDA. (2009). *ASIMO History Robot development Process "Robótica y*
249 *microcontroladores"*.
- 250 • Jules. (s.f.). [En Línea]. Obtenido. www.hansonrobotics.com\jules.
- 251 • Mcontrol. (2008). Matrices de LEDs. *Mcontrol*. 68p.
- 252 • Dominguez Quijada, E. Z. (2005). *Desarrollo de una cabeza Robótica con*
253 *Capacidad de Seguimiento Visual*. XXVI Jornadas De Automática. España.
- 254 • Sawich, D. (2004). *Pic Robots, servo fundamentals*. pp 78-80: Mc Graw Hill.
- 255 • Whynoff, D. (Noviembre 1999). Las máquinas que caminan, hablan, gesticulan y
256 muestran emociones humanas. *Discovery Channel*, 48-55.
- 257 • Williams, K. (2004). *Humanoid Robots*. New York: MC Graw Hill.
- 258 • Ekman,P. & Friesen W.V. (1975). Detecting Deception front body or face. *Journal of*
259 *Personality and social Psychology*, 288-298.

INFORMÁTICA, MANEJO DE DATOS Y R

*Rosalba Nancy Rosas Fonseca¹
Judith Mayte Flores Perez²

^{1,2} Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. Carretera Cuautitlán-Teoloyucan Km. 2.5, Col. San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcalli, Estado de México, CP. 54714

I-POAV083

Resumen

En la actualidad las tecnologías de información y comunicación han tenido un gran impacto en todos los sectores de la industria y la educación, cuando hablamos de la informática lo primero que se nos viene a la mente es la computación, sus procesos, técnicas y métodos para guardar, transmitir o actualizar información que nos ayude en la resolución de problemas o en la toma de decisiones, sabemos que para el desarrollo de este tipo de sistemas debemos comenzar preguntándonos: ¿Qué datos son los que vamos a utilizar? y ¿cómo los vamos a utilizar? A partir de esto se deben establecer objetivos para diseñar, desarrollar e implementar sistemas, determinando los beneficios a corto, mediano y largo plazo, un claro ejemplo del desarrollo e implementación de este tipo de programas es el software de "R" cuyo objetivo es la estadística de datos.

Por lo expuesto anteriormente analizaremos cómo surge "R" y su impacto con las técnicas estadísticas para la manipulación y cálculo de datos, así como la creación de gráficos, ya que cualquier expresión evaluada por "R" debe realizar un algoritmo que nos permita obtener datos intermedios que serán almacenados en objetos para ser evaluados posteriormente, de tal manera que se puede hacer un análisis y presentar los resultados al término de la investigación para hacer efectivo su funcionamiento en la toma de decisiones.

Palabras clave: Informática, datos, diseño, desarrollo, software, estadística.

1. Introducción

En la actualidad existen diferentes programas para resolver problemas estadísticos, pero en esta ocasión hablaremos del software de R fue creado en 1993 por Ross Ihaka y Robert Gentleman. La intención inicial con R, era hacer un lenguaje didáctico, para ser utilizado en el curso de introducción a la estadística de la Universidad de Nueva Zelanda, a modo de broma Ross y Robert, comienzan a llamar "R" al lenguaje que implementaron, por las iniciales de sus nombres, y desde entonces así se le conoce a este software estadístico.

Contreras, Molina y Arteaga (2010) mencionan que R es una implementación del lenguaje de programación S y está disponible en varios formatos de código fuente de lenguaje C, tiene algunas rutinas en Fortran e inicia para sistemas operativos Unix y Linux y posteriormente como archivos binarios precompilados para Windows, Linux (Debian, Mandrake, RedHat, SuSe), Macintosh y Alpha Unix.

*nancy_fonseca1@hotmail.com



46 Paradis (2002) señala que R es un lenguaje orientado a objetos: bajo este complejo
47 término se esconde su simplicidad y flexibilidad. Es un lenguaje interpretado (como
48 Java) su sintaxis es simple e intuitiva, lo cual significa que los comandos escritos en el
49 teclado son ejecutados directamente.

50 Al inicio de R se incluyeron ocho bibliotecas estándar y actualmente se encuentran
51 disponibles 2337 librerías desarrolladas para R, que cubren multitud de campos desde
52 aplicaciones Bayesianas, financieras, graficación de mapas, wavelets, análisis de
53 datos espaciales, etc. Esto es lo que define al software como un entorno vivo, que se
54 actualiza con frecuencia y que está abierto a la mejora continua.

55 Marqués (2017) menciona que R proporciona un amplio abanico de herramientas
56 estadísticas (modelos lineales y no lineales, test estadísticos, análisis de series
57 temporales, algoritmos de clasificación y agrupamiento, gráficas, etc.) permite que los
58 usuarios lo extiendan definiendo sus propias funciones. De hecho, gran parte de las
59 funciones de R están escritas en el mismo software, aunque para algoritmos
60 computacionalmente exigentes es posible desarrollar bibliotecas en C, C++ o Fortran
61 que se cargan dinámicamente. Los usuarios más avanzados pueden también
62 manipular los objetos de R directamente.

Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

63 2. Metodología o desarrollo

64 En esta investigación la metodología empleada se basó la manipulación, análisis y
65 lectura de los datos como se observa en la Figura 12 del diagrama del proceso que va
66 de la forma más sencilla hasta la más compleja, es decir, si los datos son pocos
67 podemos teclearlos directamente en un Vector, Matriz o Dataframe y si los datos son
68 más de 100 es indispensable utilizar la importación de archivos; un ejemplo que se
69 utilizó se puede observar en la Figura 10 con la función read.csv en el paquete gdata
70 que nos permite leer hojas de cálculo creadas por Excel en data frames y a través de
71 gestores de bases de datos ya que nos permitirán crear y administrar ficheros a través
72 de código SQL.

73

74

75 3. Resultados y análisis

76

77 R es un software libre creado por investigadores de varias universidades fue diseñado
78 para apoyar en la educación, la investigación y la industria, es implementado por medio
79 de las tecnologías de información con el objetivo de realizar un análisis utilizando
80 diferentes funciones y cálculos que le permitan manipular datos para demostrar
81 resultados estadísticos y gráficos mediante una interfaz amigable.

82 El término ambiente pretende caracterizarlo como un sistema totalmente planificado y
83 coherente, en lugar de una acumulación gradual de herramientas muy específicas y
84 poco flexibles, como suele ser con otro software de análisis de datos. El hecho que R
85 sea un lenguaje y un sistema, es porque forma parte de la filosofía de creación.



88 Sus desarrolladores buscaron que los usuarios utilizarán un software que iniciará
89 con un entorno interactivo, en el que no se vean, conscientemente, a ellos mismos
90 como programadores. Por esta razón, en lugar de pensar en R como un sistema
91 estadístico, es preferible verlo como un ambiente en el que se aplican técnicas
92 estadísticas, las cuales están detrás de las metodologías de investigación que
93 pretenden establecer tendencias futuras y patrones a través de la minería de datos,
94 pero si hablamos de los grandes cambios que se han manifestado en las tecnologías
95 de información y la estadística debemos adaptarlo a la programación y a los sistemas
96 informáticos que nos permita trabajar con grandes volúmenes de información
97 utilizando algoritmos que nos describen los procesos que deben llevarse a cabo para
98 lograr diferentes cálculos matemáticos en el desarrollo de métodos para resolver
99 problemas científicos.

100 En esta investigación nos apoyamos en algunos autores como Sáez (2010) y Pérez
101 (2015) para llevar acabo la práctica desde la instalación hasta el uso y su aplicación.
102 Un claro ejemplo de esto es la manipulación de los datos en R como se muestran a
103 continuación: en la Figura 1 podemos observar como se declara una variable y se le
104 asigna un valor, Figura 2 se pueden ver algunos errores en el llamado de las variables,
105 en la Figura 3 se menciona que si utilizamos comillas en la declaración de variables
106 eso determina que son de tipo carácter, la Figura 4 nos muestra como se declaran los
107 tipos de datos de una variable, en la Figura 5 se observa como se puede cambiar el
108 tipo de dato ya establecido, en la Figura 6 se observa la forma en que se realizan las
109 operaciones básicas, en la Figura 7 se muestra como se puede consultar la ayuda, en
110 la Figura 8 se observan las clases y los valores lógicos, en la Figura 9 se muestra un
111 ejemplo de concatenación, el Figura 10 se observa como leer archivos con formato
112 .csv, en la Figura 11 nos muestra la forma de hacer gráficos con histogramas y en
113 nuestra última Figura 12 se observan los pasos que se llevaron a cabo para la
114 utilización del software de R.

115

> Estrategia =2 /Se declara y asigna valor a una variable
> Estrategia // Ponemos el nombre de la variable y nos devuelve su valor
[1] 2

116

Figura 1. Se Declara y asigna valor a una variable

117

```
> Ingresos2014=15 // De la misma forma declaramos otra variable y le asignamos un valor
> Ingresos2015 // Si nos equivocamos de variable nos mandara un mensaje de que no existe
Error: object 'Ingresos2015' not found
> Ingresos 2014 // Lo mismo pasa si la variable es diferente porque contiene un espacio
> Ingresos2014 //Aquí nos mandara un dato correcto
[1] 15
```

118

119

Figura 2. Errores en el llamado de una variable

120

```
> nombre="Nancy">// la variable con comillas nos indica que es de tipo carácter.
```

121

Figura 3. Asignar una variable de tipo carácter

122

```
> mode(Ingresos2014) //la función mode nos envía el tipo de dato.
[1] "numeric"
> mode(nombre)
[1] "character"
```

123

Figura 4. Tipos de dato.

124

```
> storage.mode(Ingresos2014) //con esta función cambiamos el tipo de dato a double
```

125

Figura 5. Cambiar tipo de dato.



> $5+2$ //De forma directa podemos hacer operaciones básicas

[1] 7

> $7/3$

[1] 2.333333

> $?4^2$

> 4^2

[1] 16

126

Figura 6. Operaciones básicas

127

> $?"+$ // Al utilizar el simbolo de interrogación nos envía un menú de ayuda

128

Figura 7. Solicitar ayuda

129

Nosotros podemos comprobar de que tipo son nuestros objetos y estructuras de datos con la función class, ejemplo:

Asignar a una variable x el número 1 $x <- 1$ lo cual nos dice que x es de tipo numérica

$x <- 1$

x

class(x)

is.numeric(x)

TRUE

La función class nos dice que tipo de clase es y el is.numeric nos devuelve un valor lógico

Si es verdadero o falso. is.character(x)

130

Figura 8. Clases y valores lógicos



131

Si queremos concatenar un enunciado se hace de la siguiente forma:

c1<-“café”

c2<-“con”

c3<-“leche”

paste(c1,c2,c3)

La impresión es : “Café con leche”

132

Figura 9. Concatenación de variables

133

Congreso Internacional

134

Vel<read.csv("//Users//nancyfonseca//Desktop//velocidades.csv") // Esta función nos permite cargar los datos de Excel se recomienda para más de 100 datos

135

Figura 10. Leer datos de un archivo

136

Si queremos hacer gráficos con histogramas tenemos que instalar la siguiente librería:

ggplot2 // instalar paquetería sirve para crear objetos en 3d

summary(Vel) //Min., 1st Qu, Median, Mean , 3rd Qu, Max.

normal<-rnorm(250) // histograma datos elegidos por la random

> hist(normal)

> hist(Vel\$velocidad) // histograma

137

Figura 11. Gráficos con histogramas

138

139



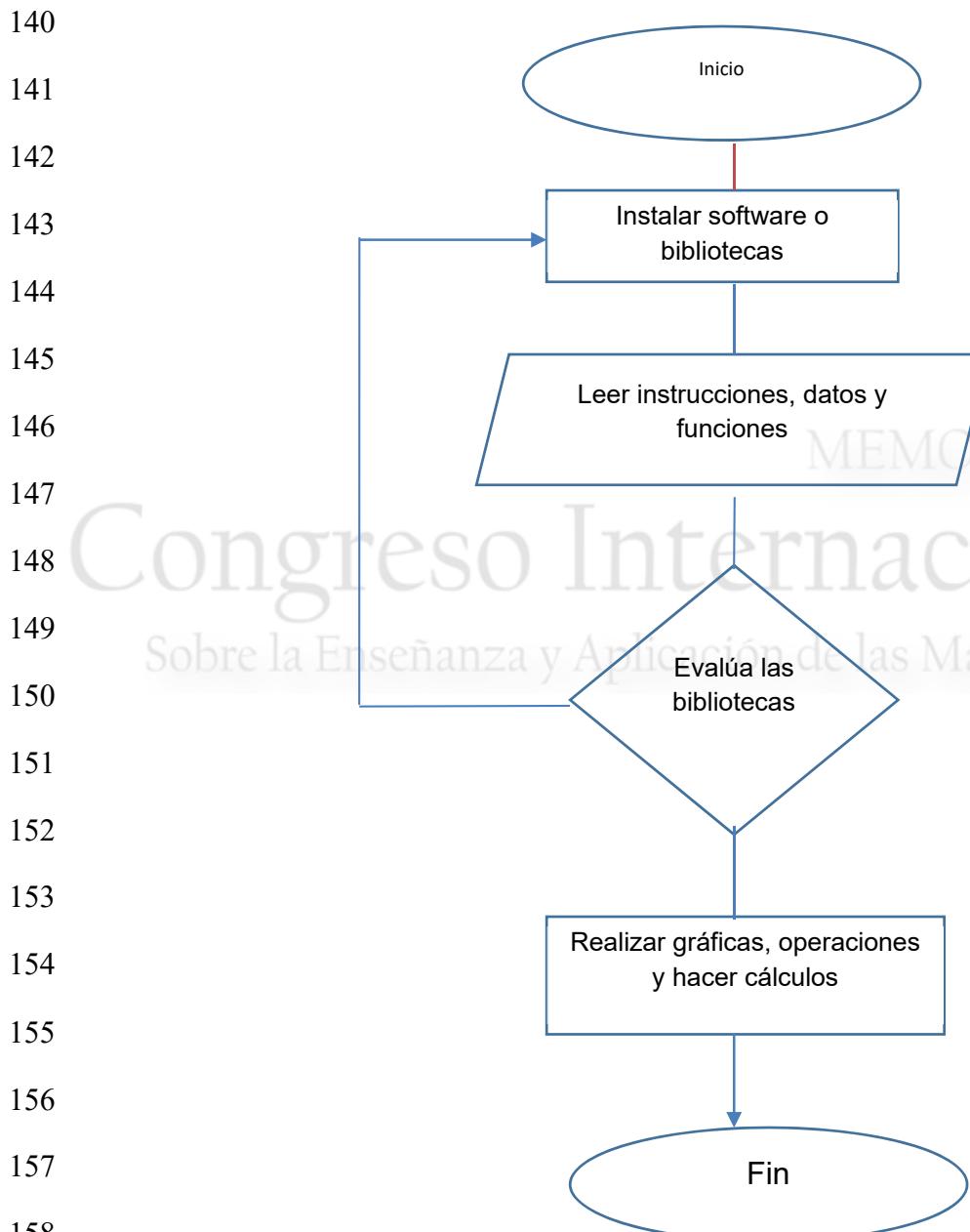


Figura 12. Diagrama del proceso

4. Conclusiones



168

169 Como se puede observar trabajar con el software de R es muy fácil y podemos realizar
170 un análisis de los datos y representarlos gráficamente en cuestión de minutos,
171 además si tenemos tablas establecidas en otro software como Excel únicamente las
172 exportamos y comenzamos a manipularlas de forma que se adecuen a nuestras
173 necesidades y nos den respuesta inmediata en la resolución de problemas, la tomas
174 de decisiones y la interpretación de resultados.

175

176 Referencias bibliográficas

177

- 178 ✓ Contreras, J. M., Molina, E. y Arteaga, P. (2010). *Introducción a la programación*
179 *estadística con R para profesores*. México: Educ.
- 180 ✓ Marqués, F. (2017). *R en profundidad. Programación gráficos y estadística*. México:
181 Alfaomega.
- 182 ✓ Pérez, C. (2015). *R. Lenguaje de programación y análisis estadístico de datos*.
183 España: Castellano.
- 184 ✓ Paradis, E. (2002). *R para principiantes*. Francia: Montpellier.
- 185 ✓ Sáez, A. (2010). *Métodos estadísticos con R y R commander*. España:
186 Universidad de Jaén.

187

188

189

190

191

192



1 IMPORTANCIA DE LA FORMA DE LÍNEA EN LA TÉCNICA 2 ESPECTROSCÓPICA RESONANCIA FERROMAGNÉTICA

3
4 María Guadalupe Hernández Santiago^{1*}, Rafael Zamorano Ulloa²

5 ¹Universidad Nacional Autónoma de México, FES
6 Cuautitlán, Depto. de Matemáticas, Edo. México.

7 ²Instituto Politécnico Nacional- ESFM,
8 Departamento de Física Avanzada, México D. F.

9 Categoría-POAV100

10 Resumen

11 La Resonancia Ferromagnética (*FMR*) es una herramienta poderosa que brinda
12 información sobre los campos magnéticos internos presentes en la muestra, tiempos
13 de relajación, cantidad de espines o momentos magnéticos absorbiendo energía de
14 las microondas, factor giromagnético y más.

15 La forma de línea *FMR* es de difícil interpretación en las ferritas debido a su apariencia
16 espectroscópica ancha y asimétrica a partir del campo resonante. Hoy en día no se
17 cuenta con el tratamiento general para interpretar las formas de línea *FMR* de las
18 ferritas a escala de micrómetros y con formas geométricas irregulares.

19 En este trabajo analizamos la forma de línea *FMR* de policristales de ferrita
20 $Zn_{0.5}Ni_{0.5}Fe_2O_4$ ($Zn-Ni\%0.5$) de tamaño micrométrico a través de parámetros clásicos
21 y novedosos que analizan el espectro a campos altos, H_+ , mayor al campo resonante.
22 Encontramos que las formas de línea *FMR* de la ferrita $Zn-Ni\%0.5$ son singuletes
23 anchos y asimétricos a la derecha del campo resonante y cercanos a cero, la curva de
24 absorción a campos altos se asocia a curvas tipo Dyson. Los parámetros semiancho
25 derecho externo y área total dependen directamente a campos de 650 a 700 mT. El
26 parámetro de conductividad de microondas es debido a la porosidad de los policristales
27 de ferrita que producen un comportamiento dieléctrico no homogéneo.

28 **Palabras clave:** ferrita Ni-Zn, forma de línea, Resonancia Ferromagnética, curva tipo
29 Dyson.

30 1. Introducción

31 El amplio uso de la ferrita en diversas áreas de aplicación tecnológica, ha impulsado
32 fuertemente a la investigación de esta en diversas áreas, en particular, en el área de
33 magnetismo, el análisis de la ferrita a través de la técnica de Resonancia
34 Ferromagnética es común.

35 *Autor para la correspondencia. E-mail: mghs_1@hotmail.com, guadalupehernandezsantiago1@gmail.com



42 La Resonancia Ferromagnética (FMR) estudia las transiciones (resonantes) de los
43 momentos magnéticos (espín) de los electrones entre los niveles de energía de los
44 átomos de una sustancia ferrimagnética (que es el registro experimental FMR), la
45 magnetización de la muestra ferrimagnética es mucho más grande que en la
46 paramagnética.

47
48 FMR es una herramienta poderosa que brinda información sobre los campos
49 magnéticos internos presentes en la muestra [1-4], tiempos de relajación [1,5-6],
50 cantidad de espines o momentos magnéticos absorbiendo energía de las microondas,
51 factor giromagnético (acoplamiento de espines a la red) [1,3,7] y más. Por esto, es
52 fundamental la comprensión de la forma de línea FMR, ancho, altura y posiciones
53 específicas del espectro mediante el análisis de los parámetros espectrales y
54 anisotropías. La forma de línea FMR, tradicionalmente, es de difícil interpretación en
55 las ferritas, debido a su apariencia espectroscópica ancha y asimétrica a partir del
56 campo resonante. La microestructura magnética de las ferritas es muy compleja, esta
57 incluye diferentes tipos de iones, distancias, interacciones, vecinos atómicos, simetría
58 local, distorsiones, defectos, vacancias, distribución de carga local. La forma de línea
59 resonante de la ferrita policristalina es asimétrica, muy ancha y muestra una absorción
60 fuera de la resonancia a campos altos, $H_r \gg H_b$, zona frecuentemente difícil de
61 interpretar [4].

62
63 Aunque diversos autores han analizado el espectro FMR de la ferrita en términos de
64 los parámetros espectroscópicos canónicos como: campo resonante, H_b , factor g,
65 ancho de línea, ΔH , área bajo la curva, A [2,3,5,8-11]; hoy en día no se cuenta con el
66 tratamiento general para interpretar las formas de línea FMR de las ferritas a escala
67 de micrómetros y con formas geométricas irregulares en la zona de campo magnético
68 alto, mayores al campo resonante.

69
70 En este trabajo estudiamos por FMR muestras de la ferrita $Zn_{0.5}Ni_{0.5}Fe_2O_4$ (NiZn%0.5)
71 microvolumenes de grano sinterizado distribuidos al azar de tamaños de 48 a 450 μm
72 de forma geométrica arbitraria. Se analizan los espectros FMR a través de los
73 parámetros espectroscópicos clásicos (campo resonante, ancho de línea, etc.) y
74 parámetros propuestos por vez primera, cola de la señal FMR, dos semianchos
75 izquierdos (uno externo, otro interno), dos semianchos derechos (externo e interno).

76
77 Hallamos que la forma de línea FMR de la ferrita Zn-Ni%0.5 de las muestras es un
78 singulete ancho y asimétrico a la derecha del campo resonante y alrededor del campo
79 cero, la curva de absorción a campos altos se asocia a curvas tipo Dyson. También,
80 se encontró que en las muestras de tamaño $> 450 \mu\text{m}$ en comparación de $< 48 \mu\text{m}$ y
81 los semianchos izquierdos externo e interno son mayores en la ferrita $> 450 \mu\text{m}$ en
82 comparación de $< 48 \mu\text{m}$. Estos resultados muestran que los momentos magnéticos
83 de la ferrita $> 450 \mu\text{m}$ resuenan a campos magnéticos mayores en comparación de los
84 momentos de la ferrita de tamaño de $< 48 \mu\text{m}$, indicando la presencia de un campo

85 interno de mayor magnitud en las muestras de menos tamaño. Además, los momentos
 86 magnéticos de la ferrita $> 450 \mu\text{m}$ se relajan más rápidamente (43.52 ps) en
 87 comparación de los momentos magnéticos de la ferrita $< 48 \mu\text{m}$, 56.26 ps.

88
 89 Los parámetros semiancho derecho externo y área total dependen directamente a
 90 campos de 650 a 700 mT. El parámetro de conductividad de microondas es debido a
 91 la porosidad de los policristales de ferrita que producen un comportamiento dieléctrico
 92 no homogéneo.

93
 94 La transcendencia de estos resultados radica en que las ferritas más pequeñas pueden
 95 ser utilizadas en dispositivos donde se requiera campos magnéticos resonantes de
 96 magnitud menor a 250 mT, frecuencia de microondas y tiempos de relajación en
 97 picosegundos. Lo cual trae consigo un menor gasto de energía y un proceso de
 98 relajación más rápido. Una posible aplicación de éstas es su uso en sensores de alta
 99 sensibilidad que escanee datos o mensajes encriptados que sean excitados a
 100 frecuencia de microondas y a tiempos promedio de picosegundos.

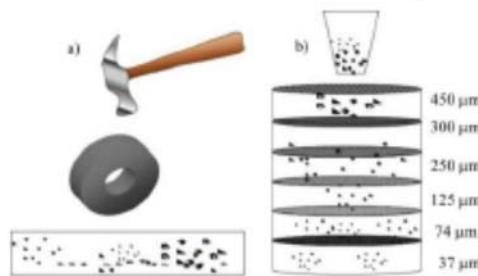
101 Congreso Internacional 102 Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

103 2. Metodología Experimental

104 2.1 Preparación de las muestras

105 La ferrita $\text{Zn}_{0.5}\text{Ni}_{0.5}\text{Fe}_2\text{O}_4$ se preparó por el método de coprecipitación, a partir de una
 106 solución acuosa de NiCl_2 , $\text{Fe}(\text{NO}_3)_3$ y ZnCl_2 ; usando Na_2CO_3 como agente precipitante.
 107 Se obtuvo un precipitado de los carbonatos de los metales y después este precipitado
 108 se filtró, se seco y se calcinó a 600°C por ocho horas.

109
 110 Las muestras a estudiar se obtuvieron de una ferrita de forma de toroide, la cual se
 111 molio y tamizó en mallas de tamaños comprendidos en los intervalos: menor de ($<$) 48
 112 μm , 48-74 μm , 74- 125 μm , 125- 250 μm , 250- 300 μm , 300-450 μm y mayor de ($>$)
 113 450 μm , como se observa en la Fig. (1)



114
 115 **Figura 1. Esquema de la ferrita NiZn%0.5**, en su forma inicial a) se tenía un toroide sinterizado, se
 116 molio y b) tamizó en mallas como se indica en el párrafo anterior. Las muestras se nombraron por el
 117 intervalo donde se encuentran, es decir, por el tamaño de la ferrita, para la ferrita menor de 48 μm , se
 118 le denota como $< 48 \mu\text{m}$, a las muestras entre 300 y 450 μm se les denota como 300- 450 μm .

119 2.2 Mediciones de Resonancia Ferromagnética (FMR)



122
 123 Las mediciones se realizaron en el laboratorio de mediciones magnéticas y biofísica
 124 del edificio de Física avanzada de la Escuela Superior de Física y Matemáticas del
 125 Instituto Politécnico Nacional, IPN. La medición, impresión y registro de los espectros
 126 para las distintas muestras de la ferrita NiZn%0. Se realizan simultáneamente con el
 127 paquete de programación JEOL ES-PRIT en una consola de control Data ESR. La
 128 consola opera a una frecuencia de microondas en banda X (~9.45 GHz), a frecuencia
 129 de campo de modulación de 100 kHz y campo magnético variable de 0 a 600 mT a
 130 temperatura ambiente (~ 300 K).

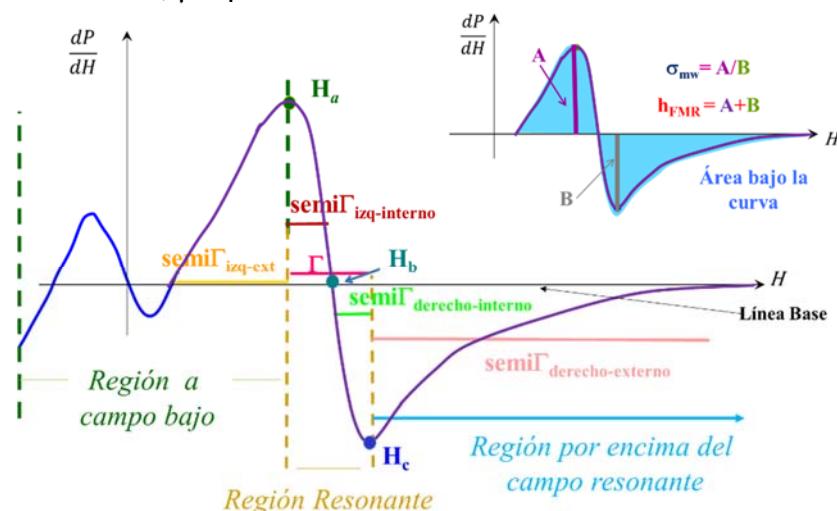
131
 132 Cada una de las muestras se colocó dentro de un tubo eppendorf calibradas con la
 133 regla en banda X a RT (temperatura ambiente), el eppendorf se colocó dentro de la
 134 cavidad resonante y se obtuvieron espectros de absorción como se observan en la
 135 siguiente sección.

136

137 3. Resultados y análisis de las señales de Resonancia Ferromagnética (FMR) de 138 la ferrita NiZn%0.5

139
 140 3.1 Línea base y parámetros a analizarse en los espectros FMR

141
 142 Todos los espectros de absorción son como el mostrado en la fig. (2), cada uno de
 143 estos absorben a campos por encima de los 500 mT por lo que se define una línea
 144 base a partir del campo máximo de absorción, cuando los procesos magnéticos de
 145 absorción de energía cesan de operar, la permeabilidad magnética de la muestra
 146 regresa a su valor base, $\mu \rightarrow \mu_0$.



147
 148 **Figura 2. Parámetros espectrales FMR de la ferrita NiZn%0.5.** El espectro Resonante se divide en
 149 las regiones; a campo bajo, resonante y por encima del campo resonante. Se observan, además, los
 150 parámetros espectroscópicos clásicos y propuestos en este trabajo.

151 El espectro de absorción se divide en las regiones, campo bajo, resonante y por
 152 encima de la zona resonante Cada uno de los parámetros espectrales son graficados
 153 en función del tamaño promedio de la ferrita, el campo máximo de absorción, H_a , el
 154 campo resonante, H_b , el campo mínimo de absorción resonante, H_c , los semianchos
 155 izquierdo y derecho internos, $H_{izq-int}$ y $H_{der-int}$ dentro de la zona resonante, el semiancho
 156 derecho externo por encima de la zona resonante, $H_{der-externo}$, el semiancho izquierdo
 157 izquierdo externo por debajo de la zona resonante, las semialturas, A y B, la altura h y
 158 la conductividad de microondas, $\sigma_{\mu\text{o}}$, en la zona resonante, fig. (2).

159

160 3.2 Parámetros espectrales en función del tamaño de los microcristales, ζ

161

162 Para cada una de las muestras de ferrita NiZn%0.5 el espectro de absorción FMR son
 163 del mismo tipo, desde $<48 \mu\text{m}$ hasta $>450 \mu\text{m}$. singulete ancho y asimétrico alrededor
 164 del campo magnético cero y alrededor del campo resonante, señal tipo Dyson. La Tab.
 165 (1) muestra los valores cuantitativos de cada uno de los parámetros.

166

167 **Tabla 1. Tabla de los valores cuantitativos de los parámetros espectrales FMR de la ferrita**
 168 **NiZn%0.5 en función del tamaño promedio de las muestras, ζ .**

169

| Tamaño promedio ζ (μm) | H_a (mT) | H_b (mT) | H_c (mT) | Semi $\Gamma_{izq-int}$ (mT) | Semi $\Gamma_{der-int}$ (mT) | Γ (mT) | Semi $\Gamma_{izq-ext}$ (mT) | Semi $\Gamma_{der-ext}$ (mT) | Área (1×10^9) | A (u.a) | B(u.a) | h(u.a) | Conduc_tividad ($\sigma_{\mu\text{o}}$) |
|---|------------|------------|------------|------------------------------|------------------------------|---------------|------------------------------|------------------------------|--------------------------|---------|--------|--------|---|
| 48 | 119.6 | 167.9 | 217.9 | 46.4 | 51.8 | 99.9 | 73.2 | 421.4 | 3.27 | 985.7 | 514.2 | 1499.9 | 1.917 |
| 61 | 103.6 | 158.9 | 214.3 | 57.1 | 55.4 | 112 | 57.1 | 425 | 3.4 | 1471.4 | 771.4 | 2242.9 | 1.907 |
| 99.5 | 96.4 | 150 | 205.4 | 53.6 | 55.4 | 108 | 71.4 | 353.6 | 2.58 | 785.7 | 442.9 | 1228.6 | 1.774 |
| 187.5 | 96.4 | 158.9 | 214.3 | 60.7 | 55.4 | 116 | 67.9 | 450 | 3.47 | 885.7 | 400 | 1285.7 | 2.214 |
| 275 | 108.9 | 160.7 | 223.2 | 55.3 | 62.5 | 117 | 76.8 | 325 | 2.11 | 628.6 | 314.2 | 942.9 | 2.000 |
| 375 | 103.6 | 166.1 | 233.9 | 62.5 | 66.1 | 128 | 75 | 342.9 | 1.86 | 471.4 | 285.7 | 757.1 | 1.65 |
| 450 | 129.7 | 183.2 | 232.4 | 53.9 | 48.9 | 102 | 87.9 | 494.5 | 2.36 | 441.9 | 354.8 | 796.8 | 1.245 |

170

171

172 La figura 3, muestra la variación de los campos máximo, resonante y mínimo, H_a , H_b y
 173 H_c en función del tamaño de la muestra, ζ . Los tres campos se comportan de forma
 174 similar a medida que el tamaño de la muestra crece, a una razón de, $\frac{20 \text{ mT}}{200 \mu\text{m}} = \frac{1 \text{ mT}}{10 \mu\text{m}}$

175

176

177 Los tres campos incrementan 1 mT cada 10 μm del tamaño de la muestra, también,
 178 indican que los campos internos decrecen en la misma magnitud. Esto se debe al
 179 número de poros en un volumen de la muestra, dado que el campo interno, H_{int} es
 proporcional a v/V , es la razón del volumen del poro entre el volumen de la ferrita, es
 dada por la ecuación,

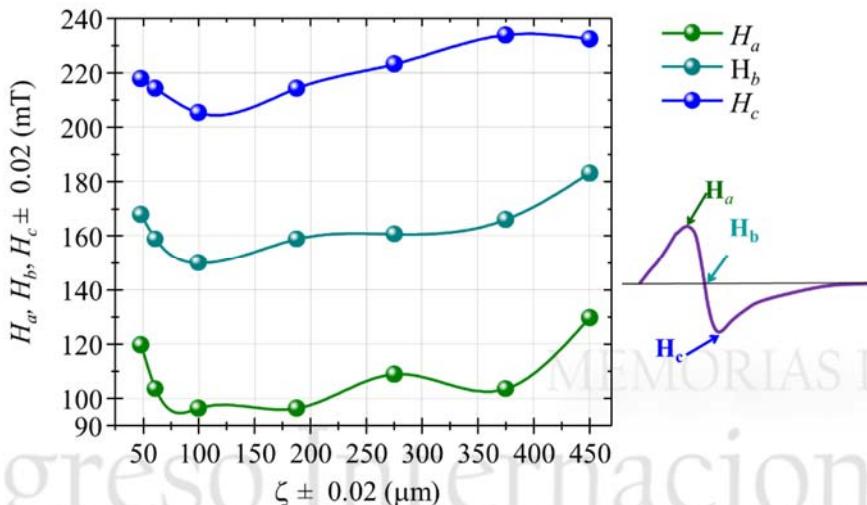
180

$$H_{int} = -\frac{K_1}{2M} + H_{int}^p = -\frac{K_1}{2M} + \frac{4\pi M_s}{3} \frac{v}{V} [2, 9].$$

181



182 Los momentos magnéticos de la muestra $> 450 \mu\text{m}$ resuenan más a campos
 183 magnéticos debido al gran número de poros, como se muestra en la fig. (3).



184
 185 **Figura 3. Campos en la zona resonante FMR de la ferrita NiZn%0.5.** El campo H_a , ocurre en el
 186 máximo de absorción de dP/dH , mientras H_c ocurre en un mínimo de absorción de dP/dH .

187
 188 En la ferrita el campo efectivo es la suma del aplicado externo más el interno de la
 189 ferrita,

190
$$\vec{H}_{\text{efec}} = \vec{H}_0 + \vec{H}_{\text{int}} \Rightarrow \vec{H}_{\text{int}} = \vec{H}_{\text{efec}} - \vec{H}_0 \quad (1)$$

191 En la zona resonante $H_0 = H_b$ y $H_{\text{efec}} = \frac{hv}{g\mu_\beta}$

192 Sustituyendo en Ec. (1) se tiene, $H_{\text{int}} = \frac{hv}{g\mu_\beta} - H_b \quad (2)$

193 El primer sumando de Ec. (2) es una cantidad no variable en función del campo
 194 aplicado externo, el campo interno depende únicamente del campo resonante como,

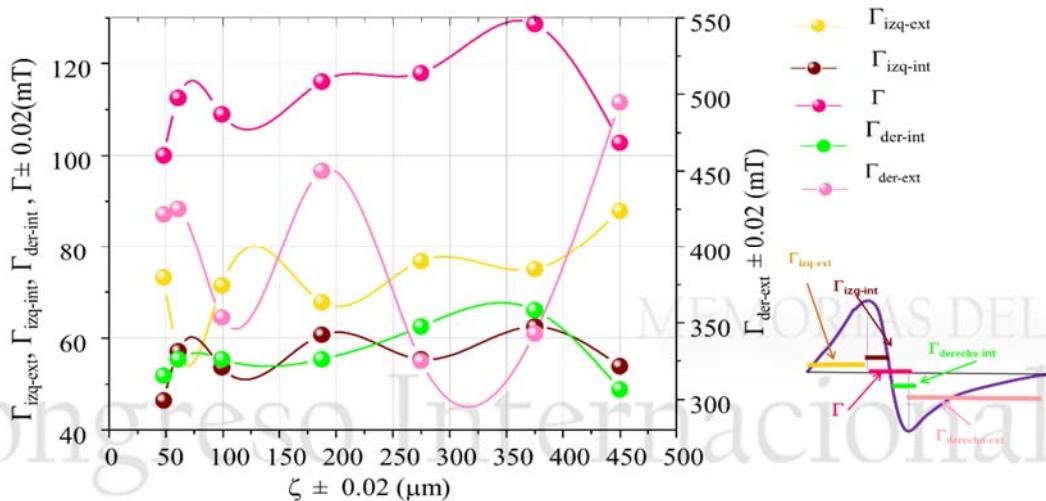
196
$$H_{\text{int}} \approx -H_b \quad (3)$$

197 Se observa, $H_{b>450} > H_{b<48} \Rightarrow H_{\text{int}>450} < H_{\text{int}<48}$.

199 El ancho de línea FMR total es, $\Gamma = (H_b - H_a) + (H_c - H_b) = H_c - H_a$, éste varía de
 200 99.988 mT a 128.572 mT, para la ferrita $<48 \mu\text{m}$ y $>450 \mu\text{m}$ respectivamente. En la Fig.
 201 (4) se muestran las graficas de los semianchos izquierdos y derechos, así como el
 202 ancho total en función del tamaño promedio de la ferrita.

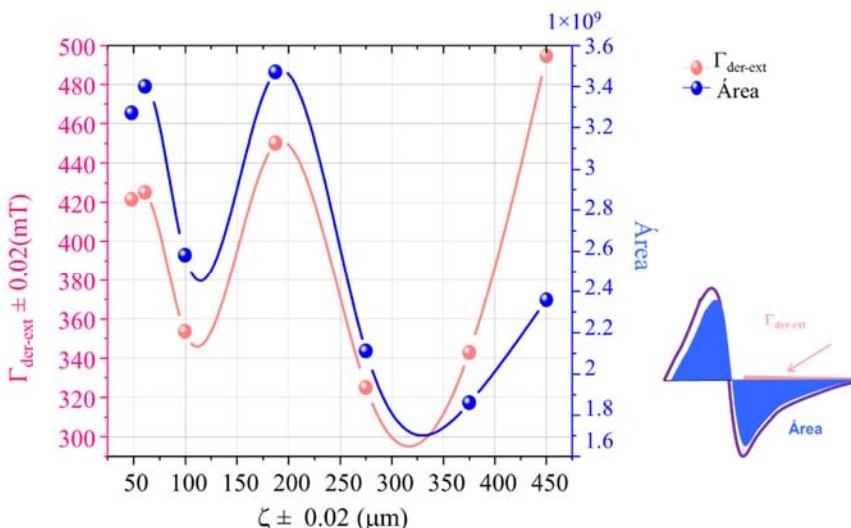
203
 204 El ancho de línea y el tiempo de relajación de los momentos magnéticos son
 205 inversamente proporcionales, $\Gamma = 2/T\gamma$ [9] o $T = 2/\gamma\Gamma = 2/\gamma\Delta H$. En las ferritas el
 206 tiempo de relajación transversal (relajación espín-espín) es muy pequeña en

207 comparación del tiempo de relajación longitudinal (relajación espín-red), se calcula que
 208 el tiempo de relajación longitudinal es 56.26 ps para la ferrita <48 μm y 43.51 ps para
 209 la ferrita >450 μm .



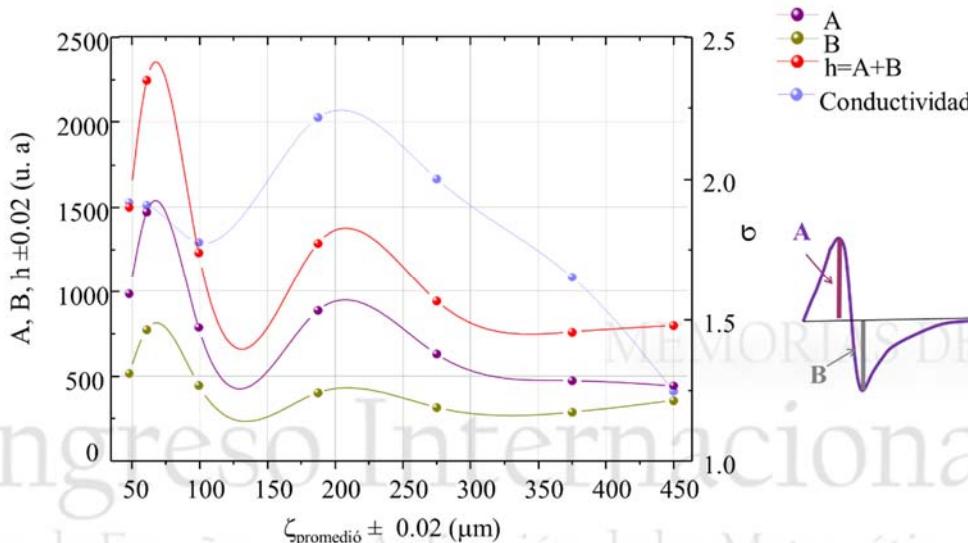
210
 211 **Figura 4. Ancho y semianchos izquierdos y derechos FMR de la ferrita NiZn%0.5.** El ancho efectivo,
 212 Γ , los semianchos izquierdos y derechos, Γ_{izq} y Γ_{der} son graficados en función del tamaño promedio de
 213 la muestra.
 214

215 El semiancho derecho externo con valores de absorción con mucho mayores a los que
 216 se presentan en curvas Lorentziana o Gaussiana. En la fig. (5) se observa la relación
 217 entre el área FMR y el semiancho derecho externo, la similitud de ambas gráficas
 218 indica que los fenómenos magnéticos resonantes se deben a la forma policristalina de
 219 la ferrita, granos y poros presentes en ella.



220
 221 **Figura 5. Área y semiancho derecho FMR de la ferrita NiZn%0.5.** El comportamiento gráfico del
 222 semiancho derecho y el área son similares.

223 El comportamiento análogo entre las semialturas A y B, ver Fig. (6), implica que la
 224 forma de línea FMR es única en cualquiera de sus tamaños, por lo que el análisis se
 225 asocia a la forma tipo Dyson.



226 **Figura 6. Área y semiancho derecho FMR de la ferrita NiZn%0.5.** El comportamiento similar entre
 227 las semialturas implica una forma de línea única para todos los tamaños.
 228

230 La forma de línea FMR tipo Dyson, asimétrica, Dyson [12] y Feher [13] la atribuyen a
 231 fenómenos de difusión de electrones por hopping. Los electrones de Fe^{2+} y Fe^{3+} en la
 232 superficie de los policristales de la ferrita saltan en ella, la ferrita se comporta como un
 233 dieléctrico no homogéneo.

234 **4. Conclusiones**

235 Los campos H_a , H_b y H_c son mayores para las muestras $>450 \mu\text{m}$. La zona resonante
 236 influye más fuerte en la ferrita de tamaño $>450 \mu\text{m}$ que en los tamaños más pequeños.

237 Los momentos magnéticos de la ferrita $>450 \mu\text{m}$ se relajan más rápidamente (43.51
 238 ps) en comparación de los momentos magnéticos de la ferrita $< 48 \mu\text{m}$, 56.26 ps.

239 Las semialturas A, B y altura h varían de forma semejante, por lo que la forma de línea
 240 de absorción FMR de la ferrita NiZn%0.5 tipo Dyson se conserva.

241 La conductividad de microondas de los electrones se debe al movimiento más
 242 rápidamente de los electrones en la ferrita $< 48 \mu\text{m}$ en comparación de los electrones
 243 de $>450 \mu\text{m}$.

252 Índice de referencias

253

254 [1] J. Espinosa de los Monteros (1966). Cerámica magnética. Bol. Soc. Esp. Cerám,
255 Vol 6 (5).

256 [2] Ümit Özgür Yahya and Hadis Morkoc (2009) Microwave Ferrite, Part 1: Fundamental
257 properties. J. Mater. Sci, Mater. In Elec. 20(9), 789-834.

258 [3] Jose R. Fermin. Ferromagnetic Resonance applications to new material, Republica
259 Boliviana de Venezuela Universidad de Zulia, Facultad Experimental de Ciencias.

260 [4] J. R. McDonald (1951). Ferromagnetic Resonance and the internal field in
261 Ferromagnetic materials. Proc. Phys. Soc. A 64 968.

262 [5] B. Parvatheeswara RAO, et al (2006). Synthesis and magnetic studies of Ni-Zn
263 ferrite nanoparticles. J. Optoelectrics and Advanced materials Vol. 8 No. 5. Pp. 1703-
264 1705.

265 [6] N. Bloembergen and S. Wang (1954). Relaxation Effects in Para- and Ferromagnetic
266 Resonance. Phys. Rev. 93. No.1.

267 [7] H. G. Beljers and D. Polder (1950). Magnetization in ferrites: g-factor in ferrite
268 material. Nature 165(20).

269 [8] Lamlin Zhang (2006), *Ferrites for UHF applications*, Center for industrial sensors
270 and measurements department of materials science and engineering group inorganic
271 materials science literature review, the Ohio State University.

272 [9] Benjamin Lax and Kenneth J. Button (1962), *Microwave ferrites and ferrimagnetics*,
273 McGraw Hill Book Company.

274 [10] R. Valenzuela, Beji, Herbst and Ammar (2011), J. App. Phys. 109 07A329.
275 Ferromagnetic resonance behavior of spark plasma sintered Ni-Zn ferrite
276 nanoparticles produced by a chemical route.

277 [11] G.S.Kupriyanova and A.N. Orlova (2016), Physics Procedia 82, 32-37 Simulation
278 of the FMR line Shape.

279 [12] F. J. Dyson (1955). Electron Spin Resonance Absorption in metals II. Theory of
280 Electron Diffusion and the Skin Effect. Phys. Rev. 98 (2), Pp. 349.

281 [13] G. Feher and F. Kip (1955). Electron Spin Resonance Absorption in metal I.
282 Experimental. Phys. Rev. 98 (2), Pp. 337.



DIMENSIONAMIENTO DE UN REACTOR QUÍMICO PARA LA OBTENCIÓN DE UN PRODUCTO INTERMEDIO: OXACILINA

Vargas-Rodríguez Y.M., Obaya Valdivia A.: Montaño Osorio, C.; Vargas-Rodríguez. G.I.
UNAM FES – Cuautitlán, Av. Primero de mayo s/n Cuautitlán Izcalli Edo. Mex.

EA-POAV104

Resumen

Los reactores, son equipos en donde se lleva a cabo una reacción química. Para el ingeniero químico, representa una operación de gran importancia, debido a que mediante transformaciones químicas de las materias primas se obtienen los productos que consume la sociedad. Por ello es fundamental comprender los modelos matemáticos que describen a los sistemas reaccionantes, para un sistema de reacciones secuenciales se plantea la ley de rapidez para cada especie participante en la reacción, obteniendo así ecuaciones diferenciales separables y ecuaciones diferenciales lineales de primer orden. En un reactor se pueden llevar reacciones no deseadas que acompañan a la reacción principal y por ello el modelado del reactor debe hacerse considerando todas las etapas laterales a la reacción principal. Un ejemplo característico de ello es la hidrólisis de antibióticos, los cuales se pueden representar como una serie de etapas de primer orden en donde el producto deseado es el intermedio de la serie de reacciones $[A \rightarrow I \rightarrow P]$, para ello es necesario el modelado de los reactores tal que el volumen del reactor proporcione el máximo rendimiento, y esto se logra a través del planteamiento y resolución de una ecuación diferencial por componente de la reacción. En este trabajo se presentan los aprendizajes conceptuales y procedimentales para obtener el dimensionamiento de un reactor químico de un producto intermedio, en este caso oxacilina [flucloxacilina \rightarrow oxacilina \rightarrow meticilina], a través del modelado y planteamiento de las ecuaciones diferenciales, en donde el alumno aplica sus conocimientos en cálculo integral y diferencial, así como las interpretaciones geométricas de la derivada y la integral, conceptos los cuales se aplican para la interpretación del punto de operación de los reactores.

Palabras clave: reactores, reacciones, consecutivas, dimensionamiento, antibióticos, hidrólisis.

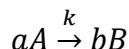
1. Introducción

Desde la perspectiva de un ingeniero químico, las reacciones químicas son de gran importancia, ya que en la industria gran cantidad de materias primas se transforman mediante reacciones en productos, los cuales son destinados para el consumo de la sociedad. Las reacciones se llevan a cabo en cantidades industriales en reactores químicos, que pueden intermitentes o de flujo continuo. En el primer caso, cuando al reactor ingresan los reactivos, ocurre la reacción y finalmente cuando se alcanza la conversión deseada, se vacía el reactor con los productos formados y si es necesario se llevan los productos a una etapa de separación y purificación. Mientras que, en los reactores de flujo continuo, el reactor es alimentado de manera continua y los productos son retirados con la misma velocidad que se alimentan los reactivos (Fogler,

44 2009). Dentro de los reactores de flujo continuo existen dos modelos ideales, el reactor
45 de agitación perfecta, CSRT (complete stirring total reactor), el cual consiste en un
46 tanque en donde los reactivos son agitados por acción de una propela, y se considera
47 que existe una agitación perfecta tal que la composición es la misma en cualquier punto
48 del reactor. El reactor de flujo pistón, PFR (piston flow reactor), es una gran tubería,
49 cuya longitud es mucho mayor que el diámetro, en este modelo se asume que la
50 reacción se efectúa a lo largo del reactor y no se realiza de manera axial al diámetro
51 de la tubería (Levenspiel,2009). El modelado matemático de los reactores de flujo
52 continuo consiste en realizar el balance de materiales de los productos y reactivos para
53 obtener la ecuación diferencial de cada entidad química, en ocasiones las ecuaciones
54 diferenciales obtenidas son de variables separables, pero en reacciones complejas se
55 obtienen ecuaciones diferenciales lineales de primer orden, incluso se pueden obtener
56 sistemas de ecuaciones diferenciales. Durante los procesos de síntesis se pueden
57 encontrar reacciones en serie, donde el reactivo se transforma a un intermedio y
58 posteriormente el intermedio se transforma a un producto de acuerdo al siguiente
59 modelo esquemático $A \rightarrow I \rightarrow P$. Un ejemplo de este esquema son las consecutivas
60 que presentan los antibióticos: flucloxacilina la cual se hidroliza a oxacilina, y la
61 oxacilina se hidroliza a meticilina [$flucloxacilina \xrightarrow{k_1} oxacilina \xrightarrow{k_2} meticilina$], para este
62 caso hay que realizar el balance de materiales para cada componente, obteniendo tres
63 ecuaciones diferenciales, las cuales habrá que integrar para obtener el perfil de
64 concentraciones. Al resolver las ecuaciones diferenciales obtenemos el volumen del
65 reactor que proporcionará la máxima conversión para el producto intermedio de
66 interés, que es la oxacilina. Por ello surge el objetivo del presente trabajo, el cual es
67 describir el uso de las matemáticas como herramienta para el dimensionamiento de un
68 reactor en donde se efectúa la secuencia de hidrólisis de los antibióticos presentados,
69 en donde al alumno usa las herramientas aprendidas para la resolución de ecuaciones
70 diferenciales y las aplica para dar solución a problemas de interés industrial como lo
71 es el diseño de reactores químicos a través del modelado de los sistemas
72 reaccionantes, en donde es fundamental tener presente el uso de la derivación e
73 integración y sus interpretaciones geométricas.

74
75 **2. Metodología o desarrollo**
76

77 Previo al modelado de reacciones químicas complejas, el alumno parte de sus
78 conocimientos adquiridos en la materia de cinética química, en donde a través de una
79 reacción sencilla plantea la rapidez de una reacción como una definición del cambio
80 instantáneo de la concentración de un reactante o producto en función del tiempo, así
81 para la reacción esquemática:



82 En donde A es un reactivo y B es el producto de la reacción, mientras que a y b son
83 los coeficientes estequiométricos, la rapidez de la reacción se expresa con base la
84 ec.1. En donde r, representa la rapidez de la reacción [mol/Ls], C_A y C_B la

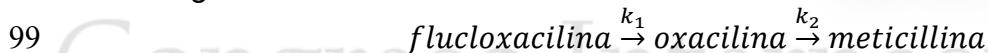


86 concentración reactantes y productos respectivamente [mol/L], t es el tiempo [s], a y b
 87 son los coeficientes estequiométricos

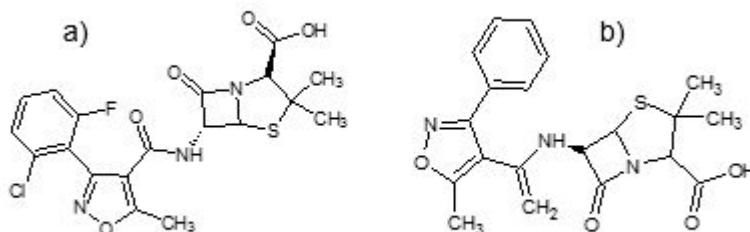
$$88 \quad r = -\frac{1}{a} \frac{dC_A}{dt} = \frac{1}{b} \frac{dC_B}{dt} \quad (\text{Ec. 1})$$

89 La ecuación de rapidez para una reacción sencilla no es complicada, puesto que la
 90 integración del modelo puede ser fácilmente ya que es una ecuación diferencial de
 91 variables separables.

92 Pero el problema a resolver no es una ecuación sencilla, se trata de una serie de
 93 reacciones complejas (consecutivas), en donde el reactante en una primera reacción
 94 forma un producto intermedio y el producto intermedio posteriormente en un segundo
 95 paso reacciona para formar un producto final. El problema presentado a los
 96 estudiantes es la serie de reacciones de unos antibióticos, en donde el producto
 97 deseado es el producto intermedio y no el producto final de la reacción, como sucede
 98 en el siguiente caso:



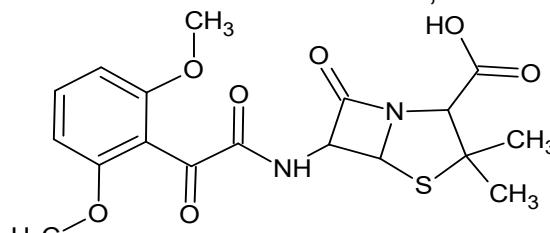
100 La flucloxacilina (fig. 1a) es un potente antibiótico en contra de las bacterias Gram
 101 positivas, pero es causante de daño hepático y nefrótico, en cambio, la oxacilina
 102 también ataca a las mismas bacterias, pero no presenta tanta agresividad como la
 103 flucloxacilina (fig. 1b)



104

Figura 1 Estructuras químicas de flucloxacilina (a) y oxacilina (b)

105 Cabe hacer notar que, en la hidrólisis de flucloxacilina la reacción no se detiene en el
 106 producto deseado (oxacilina), la hidrólisis continua y la oxacilina culmina en meticilina
 107 (fig. 2), antibiótico que no presenta la misma potencia que la oxacilina, por lo cual pese
 108 al ser el producto final de la secuencia de reacciones, no es el deseado.



109
110

Figura 2 Estructura química de meticilina

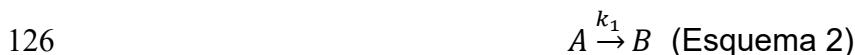
111 Esta serie de reacciones se pueden representar como en el esquema 1



113 Siendo A la flucloxacilina, B el producto intermedio de interés (oxacilina) y P la
 114 meticilina, producto final de la reacción. Para un reactor de flujo continuo, el volumen
 115 es el parámetro de diseño que nos interesa calcular, esta variable es la independiente,
 116 ya que mediante la manipulación del volumen se puede modificar la concentración de
 117 los productos. El volumen de un reactor está implícito en el tiempo de residencia, el
 118 cual se define como el tiempo que la mezcla reaccionante recorre todo el volumen del
 119 reactor y se expresa mediante:

120 $\tau = \frac{V}{Q_0}$ (Ec. 2)

121 Siendo τ el tiempo de residencia [min], V el volumen del reactor [L] y Q_0 el flujo
 122 volumétrico de alimentación [L/min], por ello la rapidez puede expresarse como el
 123 cambio de la concentración con respecto al cambio del tiempo de residencia. Las
 124 reacciones consecutivas para la hidrólisis de la flucloxacilina pueden expresarse como
 125 en los esquemas 2 y 3.



128 Y como se observa el reactivo A se consume para formar B, y el producto intermedio
 129 es un producto, pero también es un reactivo para la segunda reacción. Para llegar al
 130 modelo matemático que describe la concentración de cada entidad química respecto
 131 al tiempo de residencia hay que realizar la rapidez para cada una de ellas.

132 Rapidez para el reactivo A:

133 $r = -\frac{dC_A}{d\tau} = k_A C_A$ (Ec. 3)

134 Como se observa la ecuación 3 es de variables separables, por lo cual integrando y
 135 evaluando la constante de integración con las condiciones iniciales $\tau=0$, $C_A=C_{A0}$ resulta
 136 la ecuación:

137 $C_A = C_{A0} e^{-k_1 \tau}$ (Ec. 4)



138 Mediante esta ecuación podemos construir el perfil de concentración del reactante A
 139 en función del tiempo de residencia una vez conocida k_1 . Ahora se realiza la ecuación
 140 de rapidez para el intermedio:

141 $r = \frac{dC_B}{d\tau} = k_1 C_A - k_2 C_B \quad (\text{Ec. 5})$

142 Sustituyendo la ec.4 en la ec. 5 se obtiene la ec. 6.

143 $\frac{dC_B}{d\tau} = k_1 C_{Ao} e^{-k_1 \tau} - k_2 C_B \quad (\text{Ec. 6})$

144 Y reordenando términos, se obtiene la ec. 7.

145 $\frac{dC_B}{d\tau} + k_2 C_B = k_1 C_{Ao} e^{-k_1 \tau} \quad (\text{Ec. 7})$

146 Obteniendo una ecuación diferencial lineal de primer orden (Ec. 8)

147 $\frac{dy}{dx} + p(x)y = g(x) \quad (\text{Ec. 8})$

148 Dado que la variable independiente (y), es el tiempo de residencia y la variable
 149 dependiente (x) es C_B , la ecuación puede tomar la siguiente forma:

150 $\frac{dC_B}{d\tau} + p(\tau)C_B = g(\tau) \quad (\text{Ec. 9})$

151 Siendo para la ecuación 7 $p(\tau) = k_2$ y $g(\tau) = k_1 C_{Ao} e^{-k_1 \tau}$

152 Cuando se llega a este modelo matemático, se resuelve en clase por dos métodos,
 153 factor integrante o variación de parámetros.

154 Mediante el método del factor integrante (Carmona, 2011), se obtiene la ec 10.

155 $u(\tau) = e^{\int p(\tau)d\tau} = e^{\int k_2 d\tau} = e^{k_2 \tau} \quad (\text{Ec. 10})$

156 Por tanto, C_B se Calcula de acuerdo a la ecuación 11

157 $C_B = \frac{1}{u(\tau)} \int u(\tau)g(\tau)d\tau = \frac{1}{e^{k_2 \tau}} \int e^{k_2 \tau} k_1 C_{Ao} e^{-k_1 \tau} d\tau \quad (\text{Ec. 11})$

158 Resolviendo la integral de la ec. 11, se obtiene la ec. 12.

159 $C_B = \frac{k_1 C_{Ao}}{k_2 - k_1} [e^{-k_1 \tau} + C e^{-k_2 \tau}] \quad (\text{Ec. 12})$



160 Siendo las condiciones iniciales $\tau=0$, $C_B=0$ se calcula la constante de integración para
 161 obtener la ecuación 13. Logrando así el modelo matemático que describe la variación
 162 de la concentración de B en función del tiempo de residencia.

163
$$C_B = \frac{k_1 C_{A0}}{k_2 - k_1} [e^{-k_1 \tau} - e^{-k_2 \tau}] \quad (\text{Ec.13})$$

164 Expresando la rapidez de reacción para la formación del producto P, se obtiene la ec.
 165 14.

166
$$r = \frac{dC_P}{d\tau} = k_2 C_B = k_2 \frac{k_1 C_{A0}}{k_2 - k_1} [e^{-k_1 \tau} - e^{-k_2 \tau}] \quad (\text{Ec. 14})$$

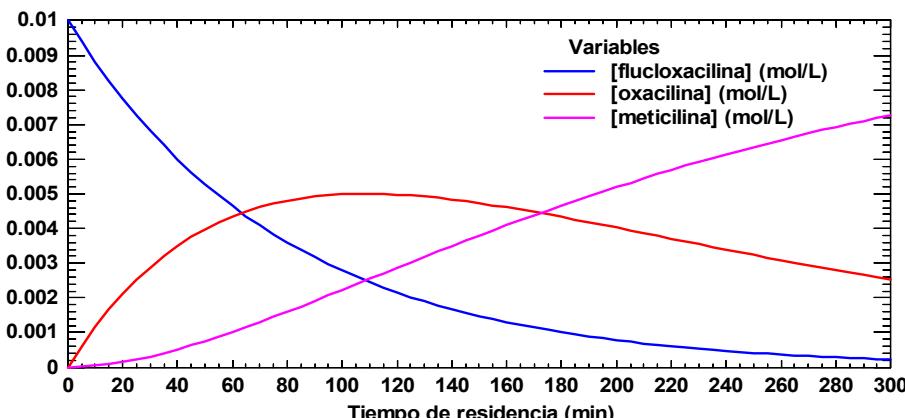
167 Esta ecuación diferencial es de variables separables, integrado y evaluando la
 168 constante en las condiciones iniciales $\tau=0$, $C_P=0$, se llega a la ecuación 15.

169
$$C_P = \frac{C_{A0}}{k_2 - k_1} [k_2 (1 - e^{-k_1 \tau}) - k_1 (1 - e^{-k_2 \tau})] \quad (\text{Ec. 15})$$

170 **3. Resultados y análisis**
 171 Una vez obtenidas las ecuaciones integradas, se procede a elaborar el perfil de
 172 concentraciones en función del tiempo de residencia ya de conocen los valores de las
 173 constantes cinéticas de la secuencia de reacciones (Sinko & Singh, 2011)

174 $k_1 = 0.01277 \text{ min}^{-1}$ y $k_2 = 0.00638 \text{ min}^{-1}$

175 Al sustituir los valores de las constantes en las ecuaciones 4, 13 y 15, utilizando un
 176 valor de concentración inicial $C_{A0}=0.001 \text{ M}$, se realiza el perfil de concentraciones
 177 asignando valores al tiempo de residencia, obteniendo el perfil de concentraciones
 178 mostrado en la figura 3.



179
 180 *Figura 3 Perfil de concentraciones en función del tiempo de la flucloxacilina, oxacilina y meticilina*

181 Como se puede observar en la figura 3, el perfil de concentración descrito por la curva
 182 roja corresponde a concentración de la oxacilina, dado que se desea obtener la mayor
 183 concentración de este intermedio es necesario determinar el tiempo de residencia en
 184 cual proporciona la mayor conversión de oxacilina, esta curva presenta un máximo en
 185 donde el valor de la derivada es cero

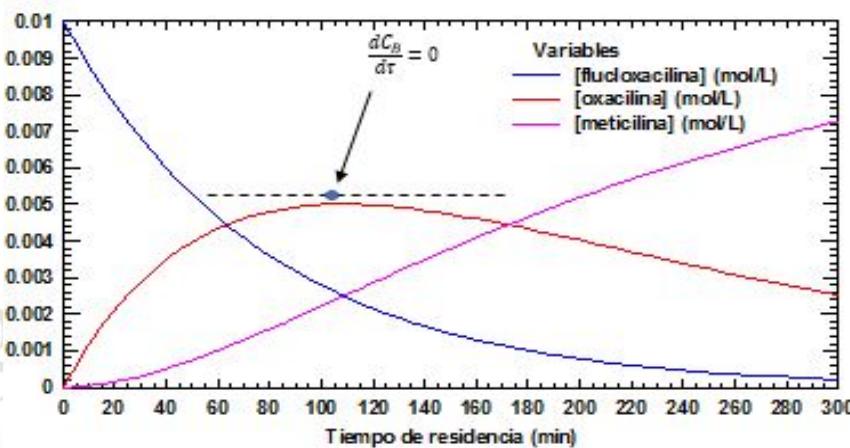


Figura 4 Aplicación de la derivada para calcular el tiempo de residencia óptimo

186 Por lo tanto, derivando la ecuación 13, se obtiene la ec. 16.

$$187 \frac{dC_B}{d\tau} = \frac{k_1 C_{A0}}{k_2 - k_1} [-k_1 e^{-k_1 \tau} + k_2 e^{-k_2 \tau}] \quad (\text{Ec. 16})$$

188 Al aplicar $\frac{dC_B}{d\tau} = 0$ se cumple que es el tiempo de residencia óptimo, ya que es el valor
 189 en donde se presenta la máxima concentración para el producto intermedio (oxacilina)
 190 por lo tanto despejando el tiempo de residencia, se obtiene la ec. 17.

$$191 \tau_{óptimo} = \frac{1}{k_1 - k_2} \ln \left[\frac{k_1}{k_2} \right] \quad (\text{Ec. 17})$$

192 Como se conocen las constantes cinéticas se calcula el tiempo de residencia

$$193 \tau_{óptimo} = \frac{1}{0.01277 \text{ min}^{-1} - 0.00638 \text{ min}^{-1}} \ln \left[\frac{0.01277 \text{ min}^{-1}}{0.00638 \text{ min}^{-1}} \right] = 107.7 \text{ min}$$

194 Conociendo el tiempo de residencia óptimo también es factible conocer la conversión
 195 óptima, a partir de la siguiente ecuación 18.

$$196 X_A = \frac{C_{A0} - C_A}{C_{A0}} \quad (\text{Ec. 18})$$

197 Sustituyendo la ecuación 4 en la 18, se obtiene la ec. 19.

198 $X_A = 1 - e^{-k_1 \tau}$ (Ec. 19)

199 Sustituyendo el tiempo de residencia óptimo (ec. 17) en la ec. 19 se obtiene la
 200 conversión óptima

201 $X_{A op} = 1 - \left(\frac{k_1}{k_2}\right)^{\frac{k_1}{k_2 - k_1}}$ (Ec. 20)

202 Sustituyendo los valores de k_1 y k_2 :

203 $X_{A op} = 1 - \left[\frac{0.01277 \text{ min}^{-1}}{0.00638 \text{ min}^{-1}}\right]^{\frac{0.01277 \text{ min}^{-1}}{0.01277 \text{ min}^{-1} - 0.00638 \text{ min}^{-1}}} = 0.745$

204 Finalmente se calcula el volumen del reactor, el cual es uno de los objetivos
 205 planteados, como ya se conoce el tiempo de residencia óptimo, el volumen óptimo del
 206 reactor se calcula a través de la ecuación 2, suponiendo un flujo de 1L por minuto.

207 $V = \tau Q_o = (107.7 \text{ min}) \left(1 \frac{\text{L}}{\text{min}}\right) = 107.7 \text{ L}$

208 4. Conclusiones

209 El uso de las matemáticas como herramienta en la materia de cinética química para
 210 ingenieros químicos es fundamental, ya que mediante el uso de ecuaciones
 211 diferenciales es posible describir a los sistemas reaccionantes, así como, dimensionar
 212 un reactor químico. Como en el ejemplo de la hidrólisis consecutiva de la flucloxacilina,
 213 se expone una reacción compleja que a través del planteamiento de las ecuaciones
 214 diferenciales las cuales corresponden a modelos de variables separables y lineales,
 215 resolviéndolas es posible conocer el tiempo óptimo para un intermedio, la conversión
 216 óptima y posterior el volumen del reactor. Mediante la aplicación de las matemáticas
 217 aplicadas a un sistema reaccionante se refuerza el proceso de enseñanza aprendizaje
 218 aplicado a la materia de cinética química y catálisis.

219

220 Agradecimientos

221 Esta investigación fue realizada con fondos del proyecto UNAM PAPIME PE 212118

222

223 Referencias

- 224 [1] Carmona, J. I. (2011) **Ecuaciones diferenciales**, 5 ed. Pearson, México
- 225 [2] Fogler, H. S. (2008) **Elementos de ingeniería de las reacciones químicas**, 4 ed., Prentice Hall, México.
- 227 [3] Levespiel, O. (2009) **Ingeniería de las reacciones químicas**, 2 ed., Limusa, México.
- 228 [4] Sinko, P.J. & Singh, Y. Eds. (2011) **Martin's physical pharmacy and pharmaceutical Science**: Physical Chemical and Biopharmaceutical Principles in the Pharmaceutical Science. 6a Ed. Wolters Kluwer Lippincott Williams & Wilkins: New York.



EFFECTO DE LA ACTIVIDAD DOCENTE EN EL ENTENDIMIENTO DE IDEAS ALGEBRAICAS: TAREAS CON PATRONES

Dévora Escorcia Custodio*. Fernando Barrera Mora. Aarón Reyes Rodríguez.
*Universidad Autónoma Del Estado de Hidalgo. Carretera Pachuca - Tulancingo km
4.5 Ciudad del Conocimiento UAEH, 42184 Pachuca de Soto, Hgo.*

I-PODP022

Resumen

Este trabajo tiene como objetivo analizar el efecto de la actividad docente, sobre el proceso de entendimiento de las ideas algebraicas de estudiantes de bachillerato, al abordar tareas con patrones. El marco teórico se estructura en torno de tres dimensiones: ontológica, epistemológica y didáctica. Los aspectos ontológicos del marco se ponen en práctica en el diseño de las tareas propuestas considerando a la matemática como la Ciencia de los Patrones. En la dimensión epistemológica al adoptar una visión socio constructivista del aprendizaje. La dimensión didáctica gira en torno a un aprendizaje con entendimiento y está centrada en el rol del profesor al favorecer la construcción de un ambiente propicio para un aprendizaje, vía la formulación de preguntas que les permitan desarrollar aspectos esenciales del pensamiento matemático. La investigación es de carácter cualitativo. Los instrumentos de recolección de la información son las tareas diseñadas bajo el ciclo de aprendizaje con entendimiento. Algunos resultados muestran que la intervención del docente será determinante para el tránsito en las diferentes fases del ciclo de aprendizaje con entendimiento hacia las ideas algebraicas.

Palabras clave: Aprendizaje, entendimiento, patrones, tareas.

1. Introducción

Diversos trabajos de investigación reconocen que las tareas y el escenario de instrucción determinan las características del conocimiento que los estudiantes construyen, y son el medio principal con el que cuentan los profesores para apoyar el entendimiento de las ideas matemáticas. Para promover el entendimiento matemático es importante que las tareas de instrucción permitan a los estudiantes, “hacer matemáticas”, así como establecer conexiones entre diversos conceptos, procedimientos o ideas (Stein y Smith, 1998). Las tareas de instrucción, por lo regular, no promueven el desarrollo de procesos matemáticos relevantes tales como establecer conjeturas, generalizar observaciones, formalizar ideas, comunicar y argumentar resultados. Sin embargo, el aprendizaje de matemáticas, desde una perspectiva de resolución de problemas requiere el desarrollo un punto de vista matemático, lo cual significa que los estudiantes adquieran habilidad para interpretar y analizar el mundo a su alrededor, a través de herramientas y lenguaje matemático.

1.1 Antecedentes

La revisión de la literatura de este trabajo se desarrolla en dos vertientes. En la primera de ellas se revisan trabajos cuyo eje son las tareas con patrones, mientras que la segunda está enfocada en la investigación que analiza el efecto de la actividad

Actividades

- Conferencias Magistrales

- Presentación de Carteles

- Actividades Culturales

* E-mail: devora2220@hotmail.com Tel. 771 1125477”



45 docente en el aprendizaje de los estudiantes, aportan evidencia que el papel del
46 docente será fundamental para el diseño e implementación de tareas de instrucción
47 con alta demanda cognitiva (Stein y Smith, op cit), orientadas al desarrollo de
48 significados.

49 Son diversas las investigaciones previas realizadas con respecto a las tareas con
50 patrones. Cuartas (2015), identificó cómo estudiantes de educación generalizan
51 patrones lineales. Mediante estudios de caso y entrevistas semiestructuradas, se
52 identificó que una estrategia recurrente para identificar el patrón fue calcular primeras
53 diferencias e identificar que son constantes. Las generalizaciones fueron empíricas y
54 se basaron en procesos de visualización. Al igual que la variedad de estudios de
55 patrones, encontramos una amplia diversidad de investigaciones relacionadas con el
56 análisis de la actividad docente. Al respecto, Montenegro, Costa y Lopes (2018)
57 realizaron un estudio con 18 estudiantes, de edades entre 10 y 13 años, cuya finalidad
58 fue analizar el impacto de las representaciones visuales en la enseñanza y aprendizaje
59 del álgebra. Los resultados confirman que el apoyo del profesor para transitar entre
60 representaciones semióticas permitió a los estudiantes entender ideas matemáticas.

61 En este contexto, el presente trabajo pretende determinar si las acciones que realiza
62 un docente, para orientar la actividad de estudiantes que se enfrentan a tareas de
63 identificación y generalización de patrones, contribuye a que conecten ideas, formulen
64 preguntas, exploren diversas rutas para resolver problemas. Es decir, se busca
65 responder a la pregunta ¿Cuál es el efecto de las preguntas que formula el profesor,
66 durante la realización de tareas con patrones, sobre el proceso de entendimiento de
67 las ideas algebraicas de estudiantes de bachillerato?

68
69 **1.2 Marco Teórico**
70

71 Para la integración del marco conceptual de este trabajo se consideran tres
72 dimensiones: ontológica, epistemológica y didáctica. La dimensión epistemológica se
73 refiere a la concepción que adoptaremos respecto a lo que son las matemáticas y el
74 aprendizaje de las matemáticas. Al respecto, adoptamos la posición de que Las
75 matemáticas son *la ciencia de los patrones* (Steen, 1988). Esta perspectiva se
76 relaciona con una postura didáctica en la cual es importante que el estudiante participe
77 activamente en la generación de las ideas y conceptos centrales de la disciplina, como
78 un cuerpo dinámico de conocimientos en constante expansión. En esta línea de ideas,
79 el estudiante, al resolver problemas recopila información, descubre o crea relaciones,
80 discute sus ideas, plantea conjeturas, y constantemente evalúa y contrasta sus
81 resultados. La actividad esencial de hacer matemáticas, no consiste en aplicar reglas
82 o algoritmos de manera automatizada, sino construir esas reglas y procedimientos que
83 nos permitan entender los patrones y regularidades que aparecen en nuestro mundo
84 (Barrera y Reyes, 2013).

85 Respecto a la dimensión epistemológica, adoptamos una aproximación de tipo socio-
86 constructivista. De acuerdo con Vygotsky (2006) para llegar a conocer algo, el sujeto
87 cognoscente usa instrumentos mediadores que le permiten obtener información
88 acerca del objeto de conocimiento. Una visión constructivista del aprendizaje pone en
89 el centro de atención al sujeto activo, consciente, orientado hacia un objetivo; el
90 conocimiento se construye, no se transmite, cada individuo con base en sus
91 conocimientos previos construye nuevo conocimiento. Aprender involucra modificar
92 estructuras mentales, por medio de un proceso de adaptación al medio, que en este
93 caso está constituido por comunidades de práctica (salones de clase).

94 En relación con la dimensión didáctica, se expondrá cuáles son, para nosotros, las
95 características deseables que debe incluir el aprendizaje, así como los medios para
96 lograr que el aprendizaje tenga esas características deseables. Uno de los conceptos
97 de mayor relevancia dentro de la dimensión didáctica lo constituye la idea de
98 aprendizaje con entendimiento. Entendemos algo, si podemos ver como ese algo se
99 relaciona o conecta con otras cosas que conocemos. Entre mayor sea el número de
100 conexiones estructuradas que se pueden realizar, será mayor nuestro nivel de
101 entendimiento (Hiebert et al., 1997). El entendimiento es una idea complicada porque
102 es algo que siempre está cambiando y está creciendo, razón por la cual existen
103 diferentes niveles de entendimiento respecto de temas o tópicos particulares. El logro
104 de un aprendizaje con entendimiento está determinada por cinco aspectos: (i) las
105 tareas, (ii) el papel del maestro, (iii) la cultura social en el salón de clase, (iv) las
106 herramientas disponibles y (v) la equidad (Hiebert et al., 1997). La capacidad del
107 profesor para integrar estas dimensiones contribuirá a desarrollar un ambiente que
108 promueve el entendimiento a través de procesos de reflexión y comunicación de ideas,
109 llevados a cabo durante la solución de problemas que representan un reto intelectual
110 para los estudiantes, más que únicamente dificultades procedimentales o de cálculo.

111 El segundo elemento esencial de la dimensión didáctica la constituye la idea del ciclo
112 básico para el desarrollo de entendimiento matemático. La construcción de la
113 comprensión matemática requiere que los estudiantes desarrollen sucesivos ciclos de
114 acción, observación, formulación de conjjeturas y justificación de resultados (Barrera-
115 Reyes, 2016). Es de suma importancia que durante la instrucción matemática el
116 profesor proponga preguntas que les guíen a los estudiantes desarrollar aspectos
117 esenciales del pensamiento matemático.

118

119 **2. Metodología**

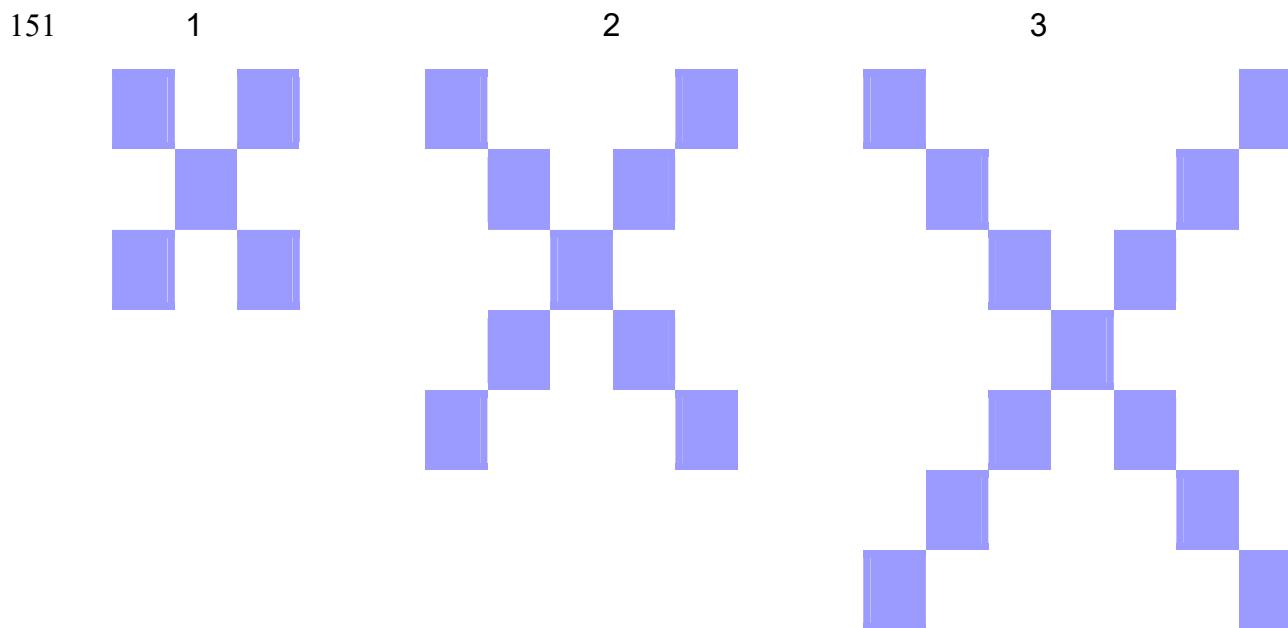
120

121 Esta investigación es de carácter cualitativo, se observó la importancia del efecto de
122 las preguntas que formula el profesor, durante la realización de tareas con patrones,
123 sobre el proceso de entendimiento del pensamiento algebraico de estudiantes, de
124 manera natural. Los instrumentos para la recolección de datos serán 3 tareas impresas
125 y filmaciones individuales y en equipo. Se implementaron en un colegio público de
126 educación media superior en la ciudad de Pachuca de Soto, en el Estado de Hidalgo.

127 Se seleccionaron a 10 estudiantes de segundo semestre de bachillerato de diferentes
 128 grupos, con edades entre 15 y 16 años, de los cuales 5 son mujeres y 5 hombres. La
 129 razón de la elección fue debido a que en primer semestre tuvieron contacto con el tema
 130 de sucesiones y los estudiantes tienen especial interés en los patrones.

131
 132 Las tareas fueron diseñadas con base en el ciclo básico para promover un aprendizaje
 133 con entendimiento (acción, observación, reflexión, conjjeturas, generalización,
 134 justificación de resultados y la comunicación inmersa en todos los momentos), se
 135 proporciona a los estudiantes las tareas impresas y material concreto (bloques de
 136 madera, fichas, palitos de colores), en cada una de ellas para la fase de acción. La
 137 tarea uno es “bloques de madera”, presenta un patrón figurativo, es de orden lineal y
 138 no cuenta con el apoyo del docente, es decir no se encuentra guiada por medio de
 139 preguntas y será individual. La tarea dos es “fichas”, contiene un patrón figurativo, es
 140 de orden cuadrático, tampoco se encuentra guiada y también será individual.
 141 Finalmente la tarea tres “palitos de colores”, es un patrón figurativo de orden lineal,
 142 fue elaborada con una serie de preguntas en cada fase, que le permiten al estudiante
 143 mantenerse en una actitud inquisitiva durante toda su realización es decir es guiada,
 144 cabe hacer mención que la presente fue calibrada con 7 estudiantes antes de su
 145 aplicación al grupo seleccionado, cuidando expresiones que evitaran la ambigüedad.
 146 La aplicación de esta tarea será en pequeños grupos, ofreciendo la oportunidad de
 147 reconocer el patrón de diferentes formas.

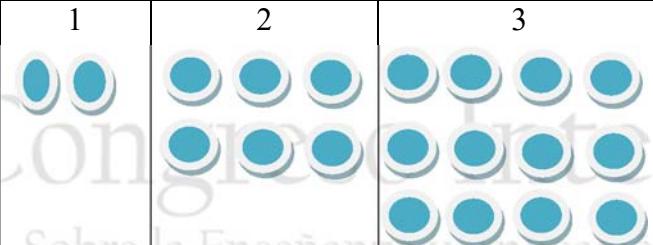
148 Tarea 1 no guiada “bloques de madera”. En la fase de acción se solicita al estudiante
 149 construya las tres primeras figuras del patrón utilizando bloques de madera y
 150 posteriormente dibujar las dos figuras siguientes (Figura 1).



152 Para la fase de observación se solicita que escriba el número de piezas de la figura 4
 153 y 73, es decir una figura cercana y otra lejana. En la fase de conjeturas que escriba la
 154 representación algebraica para cualquier figura. Finalmente para justificar sus
 155 resultados se solicita la representación de alguna figura cercana y lejana sin que
 156 indique el resultado, solamente se necesita que utilice alguna forma de presentar la
 157 cantidad de piezas.

158 Tarea 2 no guiada “fichas”. Se solicita en la fase de acción construir las primeras
 159 figuras mostradas (Figura 2) y dibujar las siguientes.

160 **Figura 2**

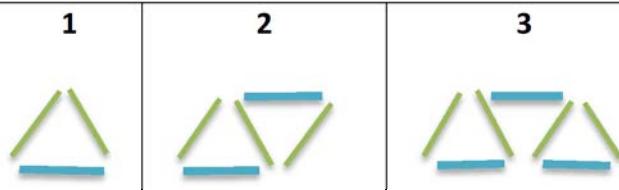
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
|  | | | | |

161

162 En la fase de observación escribir el número de piezas de la figura 4 y la figura 100.
 163 Para la fase de conjeturas se solicita la representación algebraica para cualquier figura.
 164 En la fase de justificación de resultados se solicita que redacte como encontró el
 165 patrón.

166 Tarea 3 guiada “palitos de colores”, versión A con las diferentes fases del ciclo de
 167 aprendizaje con entendimiento. En la fase de acción se solicitará a los estudiantes
 168 construyan utilizando los palitos de colores las tres primeras figuras que se observan en
 169 la (Figura 3) y dibujen las dos figuras siguientes con la finalidad de reconocer la
 170 construcción del patrón.

171 **Figura 3**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
|  | | | | |

173

174 En la fase observación se realizan algunos cuestionamientos acerca de la posición de
 175 los palillos, como los siguientes: Menciona las posiciones que tienen los palillos,
 176 ¿Cuántos palillos horizontales tiene la figura 1?, ¿Cuántos palillos horizontales tiene
 177 la figura 3?, ¿Cuántos palillos horizontales tendrá la figura 20?, ¿Tiene alguna relación

178 la cantidad de palillos horizontales con el número de figura?, ¿Cuál?, ¿Cuántos palillos
179 están en posición inclinada en la figura 2?, ¿Cuántos palillos están en posición
180 inclinada en la figura 4?, ¿Cuántos palillos estarán en la posición inclinada en la figura
181 20?, ¿Tiene alguna relación la cantidad de palillos con el número de la figura?, ¿Cuál?.
182

183 En la fase de conjeturas sugerimos las siguientes preguntas: ¿Cuántos palillos tendrá
184 la figura 500 en posición horizontal?, ¿Cuántos palillos tendrá la figura 500 en posición
185 inclinada?, ¿Cuántos palillos tendrá en total la figura 500? Si deseo referirme a la figura
186 2 sería: figura 2, si deseo referirme a la figura 5 sería: figura 5, si deseo referirme a la
187 figura 20 sería ___, si deseo referirme a alguna figura que desconozco el número de
188 palitos que la forma, sería _____. ¿Cuántos palillos horizontales tendrá cualquier figura
189 que desconozco su número?, ¿Cuántos palillos inclinados tendrá cualquier figura que
190 desconozco su número?, ¿Cuántos palillos tendrá en total cualquier figura que
191 desconozco su número?

192 Finalmente para la fase de justificación solicitamos representaciones. Por ejemplo
193 ¿Cómo representas el número de palillos de la figura 513? No obtengas el resultado,
194 solamente se necesita que utilices alguna forma de representar la cantidad de piezas.
195 Calcula el total de piezas para la figura 1027. ¿Cómo representas el número de palillos
196 de la figura 312?, ¿Cómo representas la cantidad de piezas de la figura 13 más la
197 cantidad piezas de la figura 270? La orientación para poder ver el patrón fue
198 observando horizontales e inclinadas ¿Puedes ver el patrón de otra forma?, si tu
199 respuesta es afirmativa explica otra forma.

200
201 **Resultados**
202

203 Según (Polya 1945, p.46) “el estudiante adquiere en su trabajo personal la más amplia
204 experiencia posible, pero si se deja solo ante su problema, sin ayuda alguna o casi
205 ninguna, puede que no progrese”. Al presentar las 2 primeras tareas a los estudiantes,
206 daban inicio con la fase de acción con el material concreto tratando de repetir el patrón
207 según las indicaciones, en su mayoría únicamente podían llegar a esta fase e
208 intentaban las demás utilizando representaciones con dibujos y realizando algunas
209 operaciones para acercarse al número total de piezas de las figuras lejanas. Fue muy
210 notorio que la generalización del patrón les provocaba incomodidad pues no quedaba
211 claro cómo llegar a ella (Tabla 1 y 2). Al término de las tareas algunos de ellos se
212 acercaban a preguntar la calificación de la actividad, lo que denota la importancia que
213 tiene para ellos un número otorgado por alguien más para reconocer si lo que
214 realizaron está correcto.

215
216 **TABLA 1**
217

| TAREA UNO | |
|------------|--|
| Estudiante | Fases del Ciclo de Aprendizaje con Entendimiento |

| | Acción | Observación | Conjeturas | Justificación de resultados |
|---|--------|-------------|------------|-----------------------------|
| A | | | | |
| B | | | | |
| C | | | | |
| D | | | | |
| E | | | | |
| F | | | | |
| G | | | | |
| H | | | | |
| I | | | | |
| J | | | | |

218
219
220

TABLA 2

MEMORIAS DEL

Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

| Estudiante | TAREA DOS | | | |
|------------|-----------|-------------|------------|-----------------------------|
| | Acción | Observación | Conjeturas | Justificación de resultados |
| A | | | | |
| B | | | | |
| C | | | | |
| D | | | | |
| E | | | | |
| F | | | | |
| G | | | | |
| H | | | | |
| I | | | | |
| J | | | | |

221
222 En la tarea tres, se mezclan elementos interesantes como el trabajo en equipo, las
223 tareas guiadas, la comunicación estuvo presente en cada momento en las
224 contribuciones individuales o colectivas durante la tarea (Tabla 3). Se mantuvo una
225 actitud inquisitiva durante la realización en todo momento, el docente tuvo un papel
226 fundamental al brindar al estudiante la oportunidad de utilizar material concreto,
227 realizar observaciones, formular conjeturas y justificar resultados, es decir la
228 oportunidad de hacer matemáticas, para aprender matemáticas.
229

230
231

TABLA 3

| Equipos | TAREA TRES | | | | Nuevas ideas |
|---------|------------|-------------|------------|-----------------------------|--------------|
| | Acción | Observación | Conjeturas | Justificación de resultados | |
| | | | | | |

| | | | | | |
|---------|--|--|--|--|---|
| A,B,C | | | | | 4 |
| D,E,F | | | | | 4 |
| G,H,I,J | | | | | 5 |

232

233 Los estudiantes culminaron con éxito todas las fases de la tarea encomendada,
 234 logrando generalizar de manera natural el patrón, dando sentido a la representación
 235 algebraica, lo que provocó el incremento por querer observar desde otro ángulo el
 236 patrón. Y claro está que la actitud del docente influyó demasiado al estar ilusionado e
 237 interesado en las ideas o conjeturas de los participantes y tomar como una idea
 238 importante todas y cada una de las aportaciones de los mismos.

239

240 Referencias

241

242 Barrera, F. y Reyes (2013). *Elementos didácticos y resolución de problemas: formación*
 243 *docente en matemáticas*. Pachuca, México: Universidad Autónoma del Estado
 244 de Hidalgo.

245

246 Barrera, F., y Reyes, A. (2016). *Design technology-based tasks for enhancing*
 247 *mathematical understanding through problem solving*. En L. Uden, D. Liberona
 248 y T. Welzer (eds.), *Learning Technology for Education in Cloud* (pp. 183-192).
 Springer.

249

250 Cuartas J.S. (2015). *Manera de generalizar patrones lineales a partir de secuencias*
 251 *pictóricas por niños de quinto grado*. Tesis de maestría inédita. Medellín,
 Universidad de Antioquia.

252

253 Hiebert, J. C. (1997). Making sense: teaching and learning mathematics with
 254 understanding. En J. C. Hiebert, *Making sense: teaching and learning*
mathematics with understanding. Portsmouth, NH: Heinemann.

255

256 Montenegro, P., Costa C., & Lopes B. (2018). Transformations in the visual
 257 representation of a figural patterns. *Mathematical Thinking and Learning*. 20(2),
 91-107.

258

Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton: Princeton University Press.

259

260 Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). *Mathematical tasks as a framework for*
 261 *reflection: From research to practice*. *Mathematics Teaching in the Middle*
School, 3, 268-275.

262

263 Vygotski, L. S. (2006). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*.

264 Barcelona: Crítica.

EL USO DE WOLFRAM ALPHA, COMO HERRAMIENTA DE APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS

José Garzón Arias^{1,*}, Víctor Manuel Córdoba Lobo² y Ernesto García García³

^{1,2,3} Unidad Profesional Interdisciplinaria de Ingeniería y Ciencias Sociales y Administrativas del Instituto Politécnico Nacional .

Te 950, Col. Granjas México,
Alcaldía Iztacalco, CP. 08400, Cd. México.

EA-PODP032

Resumen

El temor que la mayoría de los estudiantes mexicanos le tienen a la matemática se manifiesta en bloqueo mental, desesperación, angustia y, finalmente, en reprobación. La función del docente consiste en ayudar al estudiante a superar el miedo a las matemáticas, para mejorar su razonamiento numérico y simbólico. En la búsqueda de herramientas para ayudar al alumno, el docente hace uso del software que le parece novedoso y adecuado al campo de la disciplina que imparte.

Una función del buen software en matemáticas, consiste en mostrar los pasos que se requieren para obtener un resultado matemático, en un determinado problema, como lo hace el software Wolfram Alpha.

Wolfram Alpha es un software flexible, definido como un gestor del conocimiento científico, cuando se usa como parte de las herramientas en la enseñanza de las matemáticas. Este, permite al estudiante que el resultado de un problema coincida con el presentado por el docente; es decir, funciona como un tutor personal del alumno. Aunque los comandos de este tipo de software están en inglés, con un conocimiento elemental de este idioma se puede operar este programa. Cuando el alumno se acostumbra a "experimentar con soluciones alternativas de un problema", le da más seguridad y confianza a su propio razonamiento. En este sentido, la función del software Wolfram Alpha, es mostrar otras alternativas de solución a un problema, permitiéndole al estudiante experimentar con sus propias ideas.

Palabras clave: Wolfram Alpha, aprendizaje, enseñanza, Matemáticas.

1. Introducción

Los alumnos de la Unidad Profesional Interdisciplinaria de Ingeniería y Ciencias Sociales y Administrativas (UPIICSA) del Instituto Politécnico Nacional (IPN), que cursan matemáticas a nivel licenciatura, además de presentar deficiencias en Álgebra, Trigonometría y Geometría Analítica, traen consigo un temor infundado del aprendizaje de las matemáticas (García, 2011), lo cual no es muy diferente de otros centros educativos a nivel superior.

*José Garzón Arias, jgarzon@ipn.mx.Tel. 56-24-20-00,Ext 70108



42 Los docentes de la UPIICSA en esta disciplina del conocimiento humano, pretendemos
43 como facilitadores del conocimiento, subsanar deficiencias y apoyar a nuestros
44 alumnos para que le pierdan el miedo a adquirir nueva información y a desarrollar sus
45 capacidades lógicas y analíticas proporcionadas por el aprendizaje de las
46 matemáticas.
47 Como el alumno promedio actualmente está familiarizado con el uso de las
48 computadoras y su extensión, refiriéndonos al caso de los celulares, le es fácil usar los
49 recursos educativos en línea.
50 El software Wolfram Alpha (Hands, 2012), es un gestor de conocimientos online, que
51 realiza cálculos, presenta desarrollos matemáticos, efectúa gráficas de algún tópico en
52 particular (Dimiceli,Lang,&Locke, 2010).
53 Algunos de los profesores de Matemáticas de la UPIICSA, usamos este software como
54 apoyo a nuestra enseñanza y lo sugerimos a nuestros estudiantes como un asistente
55 personal, que funge como tutor personalizado de las materias de matemáticas.
56 Los temas de Cálculo y de las Ecuaciones Diferenciales, se facilitan con la ayuda de
57 este software, el cual no solo presenta la solución, también presenta los pasos de la
58 solución así como las formas alternativas de las expresiones y las gráficas respectivas
59 (Dimiceli et al, 2010).

60 Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

61 2. Metodología

62 A continuación se presenta la metodología usada en el aula donde se aplica el uso del
63 software Wolfram Alpha:
64 a) En la clase se presenta por ejemplo, el tema relativo a la solución de Ecuaciones
65 Diferenciales Ordinarias de Primer Orden y Primer Grado. Cuando se especifica la
66 diferencia entre solución general y solución particular, se presenta una gráfica de lo
67 que sería la solución general y lo que sería una solución particular. Es decir, se
68 presenta una familia de curvas que representa la solución general y una sola curva,
69 que representa la solución particular.
70 b) Habiendo llegado a la solución de problemas tipo, se le pide al alumno que resuelva
71 a mano algunos problemas específicos. Posteriormente, se les pide con el uso de su
72 celular, que resuelvan los mismos problemas y grafiquen sus soluciones haciendo uso
73 del Wolfram Alpha. El alumno normalmente se siente satisfecho cuando su solución
74 coincide con el presentado por el software.
75 c) Se asignan problemas de tarea que tienen que resolver a mano, los cuales
76 posteriormente entregarán al docente para ser evaluados. Se le indica al alumno que si
77 tuviera duda en la solución de sus problemas de tarea, puede contrastar esta con la
78 solución presentada por el software Wolfram Alpha, lo cual les da completa seguridad.
79
80 La evaluación, como se conoce en la docencia, involucra varias rúbricas (Sáiz
81 Manzanares & Arreba, 2014), cuando se usa un software como Wolfram Alpha, se
82 requiere tomar en cuenta el esfuerzo que realiza el alumno para entender y dominar
83 un tema dado. Esto se logra aplicando al menos una rúbrica que tenga que ver con el
84 uso del mencionado software.
85



86 Lo adecuado en un curso de Cálculo y de Ecuaciones Diferenciales es, como se
 87 acostumbra en la enseñanza matemática, pedirle al alumno que “arrastre el lápiz” para
 88 plantear y resolver un problema y, una vez que se obtiene la solución a mano de éste,
 89 comprobarlo por medio de este software. Por lo tanto, siguen siendo los exámenes
 90 escritos una parte importante de evaluación, a los cuales nuestros alumnos le siguen
 91 teniendo aversión.

92

93

94 **3. Resultados y análisis**

95

96 Dado que los grupos escogidos para hacer el análisis fueron de más de 30 alumnos,
 97 el tamaño de la muestra se considera adecuado para la investigación.

98 Considérese el siguiente protocolo de investigación:

99 1.- Opiniones vertidas en clase.

100 2.- Conclusiones extraídas durante la clase.

101 3.- Desarrollo del trabajo individual.

102 4.- Resultados obtenidos en clase.

103 5.- Resultado de los exámenes departamentales.

104 6.- Problemas resueltos de tarea.

105

106 Los resultados que se obtienen con el uso de esta técnica son alentadores, ya que los
 107 alumnos parecen mejorar tanto en su gusto por el conocimiento matemático, como en
 108 el grado de aprovechamiento del mismo. Además, se reduce el índice de reprobación
 109 en las materias de Cálculo y Ecuaciones Diferenciales (ver Tabla 1).

110

111 **Tabla 1.- Porcentaje de aprobados y reprobados en los grupos modelo**

112

| Metodología empleada | Porcentaje de aprobados | Porcentaje de reprobados | Ausentes |
|------------------------|-------------------------|--------------------------|----------|
| Con el uso del Wolfram | 67% | 30% | 3% |
| Sin el uso del Wolfram | 39% | 52% | 9% |

113

114 Se diseñó un cuestionario sencillo de 10 preguntas que se aplicó a 120 de los alumnos
 115 que cursaron la asignatura de Cálculo Diferencial y Ecuaciones Diferenciales con
 116 ayuda del software Wolfram Alpha, obteniéndose los siguientes resultados (ver Tabla
 117 2):

118

119

120

Tabla 2.- Preguntas de validación de los resultados obtenidos en clase

| Pregunta | De acuerdo | En desacuerdo | Indefinidos |
|---|------------|---------------|-------------|
| La enseñanza es acorde a tus expectativas | 33% | 53% | 14% |
| El método te permitió interiorizar el conocimiento, haciéndolo propio | 35% | 55% | 10% |
| El trabajo en equipo te permitió adquirir y usar un lenguaje común con tus compañeros | 50% | 37% | 13% |



| | | | |
|--|-----|-----|-----|
| El método de clase te ofreció una estructura que abrió las posibilidades para otros trabajos futuros en matemáticas. | 43% | 44% | 23% |
| Relacionaste conocimientos previos y desarrollaste nuevos procesos mentales propios. | 38% | 26% | 36% |
| El software Wolfram Alpha facilitó tus tareas | 72% | 20% | 8% |
| El sistema de clase te facilitó la organización con tus compañeros, asignando tiempos y recursos | 19% | 34% | 47% |
| Sentiste durante la clase una sensación de seguridad y tranquilidad | 62% | 35% | 3% |
| Te sentiste a gusto con la responsabilidad cumplida en la asignatura | 58% | 21% | 21% |
| Adquiriste la autonomía suficiente para continuar el estudio de esta disciplina, si lo quisiera | 47% | 40% | 13% |

121

122

123

124

4. Conclusiones

125

126

- ✓ El Método de la Matemática Dinámica con el uso del software Wolfram Alpha en las aulas de clase, y como tutor personal de los alumnos, mejora significativamente el índice de aprobación de los alumnos de la unidad de aprendizaje de Cálculo Diferencial y Ecuaciones Diferenciales.
- ✓ Les permite a los alumnos expresarse con seguridad y libertad durante la clase.
- ✓ Les da confianza en su trabajo individual y les permite interactuar de manera eficiente con el docente.
- ✓ Les motiva para adquirir la autonomía necesaria para continuar con sus estudios.

135

136

137

138

Agradecimientos

139

140

Los autores, quienes son becarios del Sistema de Becas de Exclusividad de la COFAA-IPN y del Programa de Estímulo al Desempeño Docente (EDD) del IPN, agradecen el apoyo a las autoridades de la UPIICSA y del Instituto Politécnico Nacional, quienes proporcionaron los recursos, facilidades y permisos necesarios, para la realización de este trabajo.

145

146

Indice de referencias

147

148

Hands, A. (2012). Wolfram|Alpha. *Technical Services Quarterly*, 29(2), 171-172. doi:10.1080/07317131.2012.651027.

150

151

152

Dimiceli, V. E., Lang, A. S. I. D., & Locke, L. (2010). Teaching calculus with Wolfram|Alpha. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41(8), 1061-1071. doi:10.1080/0020739X.2010.493241.



153 Sáiz Manzanares, M. C., Arreba, A. B. (2014). Aprendizaje basado en la evaluación
154 mediante rúbricas en educación superior. *Suma Psicológica*, 21(1), 28-35.
155 doi:10.1016/S0121-4381(14)70004-9.

156

157 García, E. G. (26 de Septiembre de 2011). Evaluación diagnóstica del bajo desempeño
158 académico en matemáticas de los alumnos de la UPIICSA-IPN y alternativas de
159 solución. *Tesis de grado*. Del. Iztacalco, CD. México, México: UPIICSA-IPN.

160

161

162

163

MEMORIAS DEL

Congreso Internacional

Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas



ESTRATEGIAS INTERACTIVAS DE APRENDIZAJE DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO

Domingo Márquez Ortega¹, Juan Carlos Axotla García, Miguel de Nazareth Pineda
Becerril, Omar García León

Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM
Km 2.5 carretera Cuautitlán-Teoloyucan
San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcallí,
Estado de México. C.P. 54714.

EA-POID059

Resumen

En el presente trabajo se describe algunos de los procedimientos metodológicamente en el planteamiento y solución de ejercicios utilizados en el área de análisis numérico, con el fin de reforzar y comprobar los resultados de aplicación y enseñanza en la carrera de Tecnología. La solución analítica por medio de recursos alternativos como es el uso de software, la hoja de cálculo Excel para comprender y motivar a los alumnos de la carrera de Tecnología en la Materia de Computación III. Con estos nuevos enfoques se brinda la posibilidad de que los estudiantes desarrollen una comprensión de conceptos importantes de forma moderada y profunda de la materia. Generando cambios en el proceso de aprendizaje, utilizar las estructuras para generar códigos de los algoritmos con los métodos, bajo un ambiente de aprendizaje que permita adquirir la habilidad, el conocimiento de una de forma representativa, para establecer un vínculo referente para el estudiante por medio del Pensamiento procedimental. Para cortar la brecha entre los conceptos teóricos de los contenidos de forma inmediata y pasar al análisis que genere un aprendizaje significativo con aplicaciones prácticas

Palabras clave: Análisis numérico, software, procedimental, aprendizaje significativo.

1. Introducción

El cálculo de los ceros o raíces de una función, o de un cierto conjunto de funciones, es un problema que aparece reiteradamente en la computación científica. Por otro lado, solamente en un número realmente muy reducido de casos existen fórmulas que permiten expresar simbólicamente tales ceros. Desde un punto de vista computacional, la estrategia para resolver este tipo de problemas consiste en generar sucesiones de valores que se aproximen tanto como uno desee a dichas raíces. Es más, estas sucesiones suelen obtenerse combinando dos métodos numéricos: uno muy eficiente pero localmente convergente y otro lento (o bastante menos eficiente) pero con buenas propiedades de convergencia global. El conocido método de Newton juega un papel crucial en todos esos métodos eficientes. Otro tipo de problemas que también aparecen frecuentemente en la práctica son los de optimización sin restricciones. Si bien el análisis teórico (en aritmética exacta) de estos problemas y los

¹*Domingo Márquez Ortega. E-mail: marquez_od@yahoo.com.mx



43 mencionados en el párrafo anterior discurren en parte por sendas distintas, desde un
44 punto de vista computacional, hay estrechas relaciones entre ambos. Como veremos,
45 nuevamente, el método de Newton vuelve a jugar un papel relevante.

46
47 En el lenguaje matemático los cálculos se realizan mediante algoritmos numéricos
48 estables. El tratado *Axiomatic Basis of Computer Programming* de Hoare (Wirth, 1987)
49 mostró en forma lúdica que los programas se prestan a un análisis riguroso basado en
50 el razonamiento matemático. No obstante, es evidente que un enfoque sistemático y
51 científico en la construcción de programas tiene conexión primaria en el caso de
52 programas grandes y complejos que incluyan conjuntos de datos complicados. Los
53 programas, después de todo, son formulaciones concretas de algoritmos abstractos
54 basados en ciertas representaciones y estructuras matemáticas que llevan a la
55 construcción de interfaces gráficas para el estudiante.

56
57 En el presente trabajo, ilustraremos algunas de las herramientas que proporciona el
58 uso de los recursos didácticos de la red para la resolución de algunos ejemplos de
59 casos prácticos utilizados en la licenciatura.

60 2. Metodología o desarrollo

61 En esta sección, consideraremos siempre una función continua $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ tal que
62 $(f(a)f(b)) < 0$ lo cual, gracias al teorema de Bolzano, nos garantiza que f tiene al
63 menos un cero en (a, b) . El problema numérico que abordaremos será, lógicamente,
64 el cálculo numérico eficiente de ese cero (si es único) o de alguno de ellos.

65 Las técnicas computacionales para resolver este tipo de problemas combinan el
66 método de bisección, lento pero casi infalible, con ciertas variantes de (o el propio)
67 método de Newton que son algoritmos muy eficientes pero cuya convergencia es local.

68
69
70 El método de bisección (Burden, 1999), La estrategia del método de bisección consiste
71 en generar una sucesión de intervalos cada vez más pequeños de modo que siempre
72 contengan un cero de f . En concreto, denotemos $[a_1, b_1] := [a, b]$ y consideremos $c_1 :=$
73 $\frac{a+b}{2}$.

74
75 Pueden darse dos casos (recordemos que $f(a)f(b) < 0$):

- 76
77
- 78 1. $f(c_1) = 0$: En este caso, paramos pues hemos obtenido un cero de f .
 - 79 2. $f(c_1) \neq 0$: En esta situación, elegimos aquel subintervalo $[a_1, c_1]$ o $[c_1, b_1]$ en
80 cuyos extremos la función f toma signos opuestos. Necesariamente, dicho
81 subintervalo contiene una raíz de f .

82 Este proceso se repite una y otra vez. Por tanto, o bien el proceso anterior proporciona
83 un cero de f en un número finito de pasos o bien genera una sucesión de puntos c_n
84 que converge a un cierto cero de f en (a, b) . En particular, el método de bisección es



85 muy robusto (converge en un contexto muy general). Por otro lado, las acotaciones
 86 aproximadas.

87 $|c_n - \alpha| \approx \frac{b-a}{2^n}$ Ec. (1.1)

88

89 Reflejan que la convergencia de c_n al cero suele ser bastante lenta.

90 1) El intervalo (a, b)

91 2) Error de tolerancia $0 < \epsilon < 1$

92 Ecuación Recursiva

93 $x = \frac{a+b}{2}$ Ec. (1.2)

94 Punto medio del intervalo: El punto medio del intervalo = Límite inferior del Intervalo +
 95 la mitad del intervalo $[a, b]$. Si el intervalo es $[a, b]$. Esto es

96 $x = a + \frac{b-a}{2}$ Ec. (1.3)

97 $x = \frac{2a+b-a}{2}$ Ec. (1.4)

98 $x = \frac{a+b}{2}$ Ec. (1.5)

99 Convergencia: El Método de Bisección se detiene cuando al evaluar la función en x
 100 el valor absoluto es menor a un error de tolerancia.

101 $|f(x)| < \text{error}$ o bien $|b - a| < \text{error}$

102

103 Tabla. 1 Algoritmo del Método de Bisección

104

| Paso | Procedimiento | Comentario |
|------|--|---|
| 1. | Leer el intervalo (a, b) y el error de la tolerancia | |
| 2. | Evaluar $f(a)$ y $f(b)$ | |
| 3. | Si $(f(a)f(b)) > 0$, entonces no hay raíz | Dar otro intervalo o terminar el método. |
| 4. | Si $ f(a) < \epsilon$, entonces la raíz es a | Se detiene el método |
| 5. | Si $ f(b) < \epsilon$, entonces la raíz es b | Se detiene el método |
| 6. | $x = \frac{a+b}{2}$ | |
| 7. | Evaluar $f(x)$ | |
| 8. | Si $(f(a)f(b)) < 0$, entonces $b = x$, $f(b) = f(x)$; | Si $f(a) * f(b) \geq 0$ $a = x$ $f(a) = f(x)$ |
| 9. | Regresar al paso 4 | |

105 Ejemplo: Encontrar una aproximación de la raíz de $x^3 - x - 1 = 0$ en $I = [1,2]$, con
 106 una precisión de $\epsilon = 10^{-5}$.

107



- 108 (a) Utilizando el Método de Bisección.
 109 (b) Utilizando de Newton-Raphson.

110
 111 a) Método de la Bisección
 112

113 $x_{n+1} = \frac{a_n + b_n}{2}$ Ec. (1.6)

114
 115 **3. Resultados y análisis**
 116

117 En la tabla 2 se ilustran los cálculos realizados a mano, cabe destacar que cuando el
 118 estudiante realiza dichas operaciones en este problema con 14 iteraciones.

119
 120 **Tabla. 2 Valores por el Método de Bisección**
 121

| k | a_k | b_k | $x_{k+1} = \frac{a_k + b_k}{2}$ | $f(x_{k+1})$ |
|-----|-----------|-----------|---------------------------------|--------------|
| 1 | 1 | 2 | 1.5 | >0 |
| 2 | 1 | 1.5 | 1.25 | <0 |
| 3 | 1.25 | 1.5 | 1.375 | >0 |
| 4 | 1.25 | 1.375 | 1.3125 | <0 |
| 5 | 1.3125 | 1.375 | 1.34375 | >0 |
| 6 | 1.315 | 1.34375 | 1.328125 | >0 |
| 7 | 1.3125 | 1.328125 | 1.3203125 | <0 |
| 8 | 1.3203125 | 1.328125 | 1.324218 | <0 |
| 9 | 1.324218 | 1.328125 | 1.3261715 | >0 |
| 10 | 1.324218 | 1.3261715 | 1.32519 | >0 |
| 11 | 1.324218 | 1.32519 | 1.324704 | <0 |
| 12 | 1.324704 | 1.32519 | 1.324947 | >0 |
| 13 | 1.324704 | 1.32519 | 1.324947 | >0 |
| 14 | 1.324704 | 1.324825 | 1.3247645 | >0 |

122
 123 Al utilizar las herramientas didácticas de internet integradas en una sola estructura se
 124 puede realizar una serie de cálculos analíticos y gráficos para la solución y análisis de



125 problemas matemáticos como se ilustra en las figs. (1-3). Una estructura de un
 126 programa fundamental para realizar los cálculos para el método de bisección.
 127



128
 129
 130 Figura 1. Ilustración para ingresar de forma interactiva la expresión
 131

132 Cuando se ingresa la función y al dar ejecución aparece un menú con diferentes
 133 opciones como se observa en la fig. 2. Donde el estudiante puede seleccionar e
 134 interactuar de forma dinámica e interpretativa de acuerdo a lo solicitado.
 135



136
 137
 138 Figura 2. Ilustración para seleccionar que es lo que se quiere responder
 139

140 El resultado se obtiene en fracciones de segundo y sin error, los cálculos son los
 141 siguientes.
 142

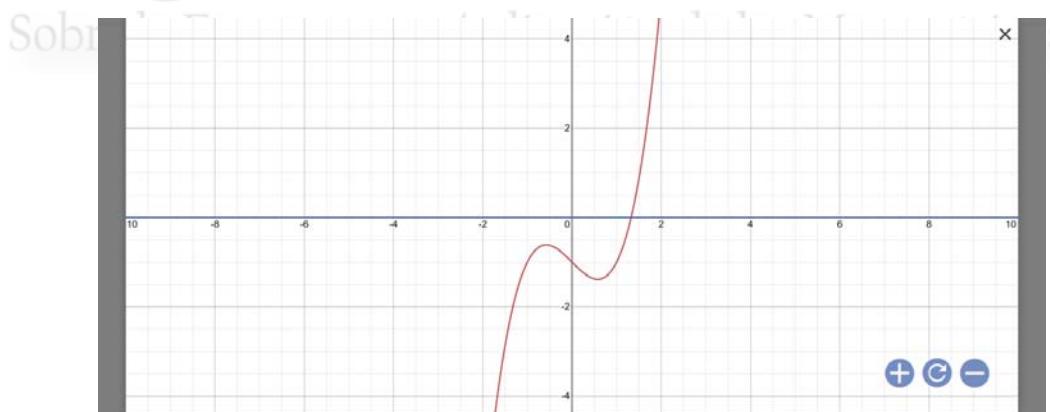


143

144

145

146 Una estructura de la interpretación grafica integrada es fundamental en el mismo
 147 programa para tener una comprensión de los cálculos para encontrar la solución e
 148 interpretación geométrica para el método de bisección como se muestra en la figura 4.
 149



150

151

152 Figura 4. Ilustración la interfaz gráfica y botones para aplicar propiedades

153

154 Es importante destacar a Maple en donde se trabajó con pequeños códigos que nos
 155 llevan a la solución de las funciones en ocasiones difíciles o complejas de obtener
 156 como se puede ver. Si calculamos la solución con la sentencia fsolve, en Maple el
 157 resultado es

158

159 > **s:=fsolve(f(x),x=a..b);**
 160 *s := 1.324717957*

161 a) Método de Newton-Raphson

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad \text{Ec. (1.7)}$$

163



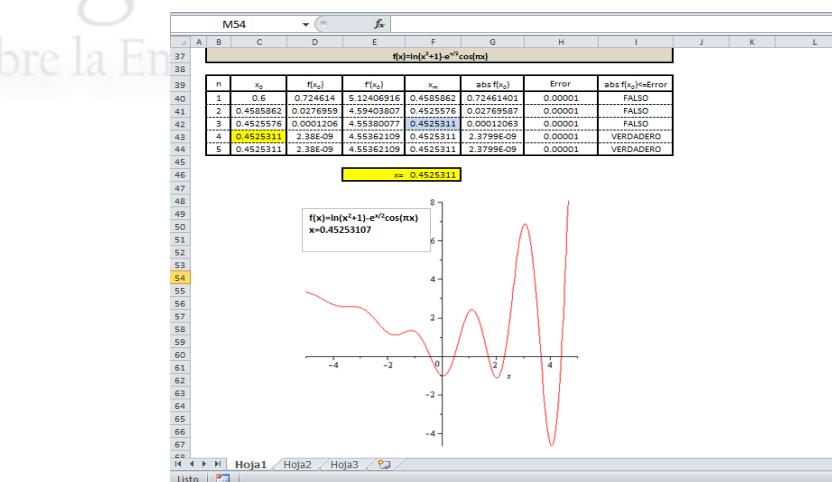
164
165

Tabla. 3 Valores por el Método de Newton-Raphson

| <i>k</i> | <i>x_k</i> | <i>f(x_k)</i> | <i>f'(x_{k-1})</i> | <i>x_{k+1}</i> | <i>E_{k+1}</i> |
|-----------------|-----------------------------|--------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------|---------------------------------|
| 1 | 1.5 | 0.875 | 5.75 | 1.347826 | 0.15 |
| 2 | 1.347826 | 0.10068 | 4.4499 | 1.325201 | 0.02 |
| 3 | 1.325201 | 2.0609*10 ⁻³ | 4.2684 | 1.384718 | 4.83*10 ⁻⁴ |
| 4 | 1.324718 | 1.82*10 ⁻⁷ | 4.2646 | 1.324717 | 1*10 ⁻⁶ |

166
167
168
169
170
171
172

En la Figura 5 se muestra una función, donde el estudiante desarrolla su habilidad para poder analizar y obtener los resultados de forma rápida y simple, gracias al pensamiento numérico es capaz de diseñar las formulas, implementarlas, en el siguiente ejercicio lo resolvió por el método de Newton-Raphson y utilizando la fórmula 1.7, en la hoja de cálculo Excel.



173
174
175
176
177
178
179

Figura 5. Ilustración en Excel de la Función $f(x) = \ln(x^2 + 1) - e^{\pi/2} \cos(\pi x)$

Luego de realizar cuatro iteraciones se obtiene el resultado de la función como se observa en la figura 5.

$$x = 0.4525311 \quad \text{error} = 0$$

180
181
182
183
184
185
186

4. Conclusiones



187 Trabajar con herramientas interactivas es una estrategia didáctica para el aprendizaje
188 en áreas multidisciplinarias es fundamental para el desarrollo del pensamiento
189 matemático.

190 Se genera un formalismo simple, confiable y preciso, el cual se propone como una
191 forma más de poder ser usado, además de resolver problemas matemáticos, también
192 se generan actividades matemáticas. Por lo que resulta ser una herramienta que apoye
193 al estudiante a plantear y obtener soluciones y así mismo al docente, para facilitar la
194 elaboración tanto de actividades como de ejercicios.

195 En los ejercicios se introducen ejercicios elaborados con editores de ecuaciones, se
196 puede incluir textos gráficos, paso a paso mostrando un desarrollo sistematizado pero
197 al mismo tiempo desarrollado de forma manual es un tiempo considerable para
198 posteriormente analizar de forma inmediata.

199 Referencias

- 200
- 201 • Burden, R. L. (1999). *Análisis Numérico*. México: Grupo editorial
202 Iberoamericana, S. A.
 - 203
 - 204 • Wirth, N. (1987). *Algoritmos y Estructura de Datos*. México: Prentice Hall.
 - 205

206 Información en línea

- 207
- 208 • Software y servicios basados en matemáticas para educación, ingeniería e
209 investigación (2019). Maple para educación. [En Línea] Disponible en:
210 <http://www.maplesoft.com>
 - 211
 - 212 • Solucionador de problemas de álgebra. (2019). El solucionador gratuito de
213 problemas responde las preguntas de tu tarea. [En línea] Disponible en:
214 <https://www.mathway.com/FiniteMath>
 - 215
 - 216



RECURSOS INTERACTIVOS EN LA ENSEÑANZA PRÁCTICA DE MÉTODOS NUMÉRICOS

Rogelio Ramos Carranza^{1,*}, Armando Aguilar Márquez²,
Frida M. León Rodríguez³, Omar García León⁴, Juan R. Garibay Bermúdez⁵

^{1, 2, 3, 4, 5} Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán UNAM . Km. 2.5 Carretera
Cuautitlán Teoloyucan, San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcalli, 54720

EA-PODP109

Resumen

Se desarrolló un paquete de programas por computadora como parte de un proyecto de investigación, con la finalidad de contar con recursos para complementar la teoría en la asignatura de métodos numéricos para las distintas carreras de Ingeniería que se imparten en la FES Cuautitlán de la UNAM. El paquete está conformado por programas interactivos que sirven para resolver ecuaciones algebraicas mediante los métodos de bisección y Newton Raphson; un programa que resuelve sistemas de ecuaciones algebraicas lineales mediante el método de descomposición LU, un programa que utiliza el método de ajuste de curvas utilizando la metodología "spline", también ampliamente utilizado para aproximación y modelado numéricos; otro programa que está incluido es el que sirve para resolver integrales mediante los métodos clásicos de integración trapezoidal e integración de Simpson de un tercio y tres octavos y un programa más que sirve para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias por medio del método de Runge-Kutta de cuarto orden. La teoría correspondiente a cada uno de los recursos computacionales ha sido tomada de distintos textos de análisis numérico para ciencias e ingeniería, los que en la mayoría de los métodos muestran con toda claridad el desarrollo matemático correspondiente excepto en el caso de los métodos de Runge-Kutta, para el que se consideraron otros textos que no son propiamente de métodos numéricos sino que tratan de la solución de ecuaciones diferenciales y que se apoyan en la teoría del cálculo multivariable; mientras que la parte del software se apoyó en el libro de los expertos en el área de los métodos numéricos, quienes presentan de una manera sencilla y práctica a manera de recetas numéricas, abundando más en el desarrollo del software correspondiente y presentado en tres lenguajes de programación; de los que se decidió por el que fue desarrollado en lenguaje C.

Palabras clave: Interactividad, Enseñanza Práctica, Métodos Numéricos

1. Introducción

El paquete de programas del que se trata en esta indagatoria se realizó como parte de un proyecto con apoyo del programa Institucional PAPIME en el que se propuso el desarrollo de los programas de tipo interactivo con objeto de contar con recursos computacionales para la parte práctica de la asignatura de Métodos Numéricos parte del paquete de programas fue desarrollado por un estudiante de Ingeniería Mecánica y quien lo realizó cubriendo tanto el servicio social y su tesis de Licenciatura el cual fue aprobado con mención Honorifica debido a las características interactivas y de generalidad de cada uno de sus componentes y cuyas actividades fueron dirigidas por uno de los autores de este artículo; otros dos de los programas fueron desarrollados por profesores integrantes del mencionado proyecto. Todos los programas a los que



nos referimos fueron creados usando el lenguaje de programación “C” y se encuentran a la disposición de los estudiantes en las salas de cómputo asignadas al departamento de Matemáticas de la FESC de la UNAM, y los cuales han sido utilizados para la clase práctica de Métodos Numéricos que se imparte para las Carreras de Ingeniería Mecánica, Ingeniería Química, Ingeniería en Alimentos y Licenciatura en Tecnología. Es importante señalar que aquí no mostraremos la parte teórica de cada uno de los métodos; es decir, el desarrollo matemático de cada uno de los métodos correspondientes a los programas por cuestiones de espacio; sin embargo, se cita aquí que el desarrollo matemático podrá ser consultado en dos libros producidos por dos de los autores de este documento y disponibles en la biblioteca de la FESC (Ramos, 2016 y 2017); por lo que, aquí se enfoca este documento en mostrar algunos gráficos de su funcionamiento. Se hablará también de la teoría que sustenta la metodología que está relacionada con la interactividad y daremos algunos de los resultados observados en el uso del recurso objeto de esta indagatoria y finalmente se hablará de las conclusiones a la que se llega en la aplicación práctica del trabajo realizado por un grupo de profesores y un alumno y apoyado por el Departamento de Matemáticas y por la Universidad Nacional Autónoma de México.

2. Metodología

Se han considerado algunos aspectos teóricos metodológicos relacionados con la interactividad en el desarrollo de recursos computacionales y se describen aquí algunas acepciones (Figura 1); luego de hacer algunas citas del concepto se describirá el desarrollo de los elementos interactivos, mostrando algunas de sus interfaces y se hará referencia al método numérico correspondiente.

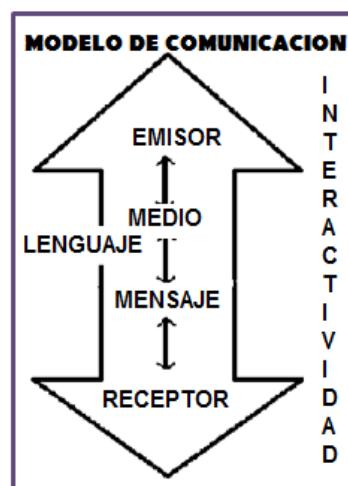


Figura 1. Elementos del concepto de interactividad y su interrelación

La interactividad mediada por tecnología se entiende como un proceso a través del cual un interacto que al utilizar alguno de los elementos periféricos de entrada de un sistema y mediante una interfaz hace una solicitud y obtiene una respuesta generada

79 por el sistema en alguno de los periféricos de salida. La interactividad requiere de un
80 código específico que permita la comunicación entre el ser humano y la máquina, dicho
81 código es conocido como interfaz que hace el papel de intérprete entre el lenguaje
82 humano y la máquina.

83 Actualmente está en curso el debate acerca de lo que puede mejorar el proceso de
84 enseñanza aprendizaje entre la tecnología y el diseño de la instrucción. La tecnologías
85 son solamente vehículos que entregan instrucción, pero no tienen influencia por si
86 mismas en el aprovechamiento de los estudiantes (Clark, 2001); también se ha
87 encontrado que los estudiantes obtienen beneficios significativos de aprendizaje
88 cuando aprenden por medios audiovisuales por computadora, sin embargo, dichos
89 beneficios se deben a las estrategias instruccionales.

90 Algunos autores sugieren que el aprendizaje mediado por computadora o en línea
91 debería tener una alta autenticidad. (es decir, los estudiantes deben aprender en el
92 contexto del lugar de trabajo), alta **Interactividad**, y alta colaboración (Ring y Mathieu,
93 , 2002). En su artículo se discute el fundamento de la teoría educativa para el diseño
94 en línea eficaz y sugiere un modelo de teoría educativa adecuada. La interacción (o
95 interactividad) cumple una variedad de funciones en el transacción educativa (Sims,
96 1999) ha enumerado estas funciones: permiten el control del alumno, facilitan la
97 adaptación del programa basada en la entrada del alumno, permiten diversas formas
98 de participación y comunicación, y actúan como una ayuda para el aprendizaje
99 significativo además, la interactividad es fundamental para la creación de comunidades
100 aprendizaje. Finalmente, el valor en la perspectiva de otra persona, generalmente
101 obtenida a través de la interacción, es un aprendizaje clave y componente en las
102 teorías del aprendizaje constructivista (Jonassen, 1991), y en inducir la atención plena
103 en los estudiantes (Langer, 1989).

104
105 2.1 Descripción del contenido del paquete de programas

106 Los programas de Bisección y el de Newton-Raphson son programas para resolver
107 ecuaciones algebraicas y ambos son métodos de aproximaciones sucesivas y cuya
108 característica más apreciable es que son de tipo interactivo y permiten que la ecuación
109 a resolver sea introducida como dato de entrada, lo cual le da la propiedad de
110 generalidad; la interfaz de bisección se muestran en la figura 2. En ambos programas
111 es posible crear tablas de datos mostrando en ellas las imágenes cuyos signos son
112 negativos en color rojo, distinguiéndose de las imágenes positivas que se muestran en
113 color negro; dando lugar a la visualización de los valores entre los cuales se encuentra
114 una solución, raíz o cero de la ecuación algebraica a tratar. Otra de sus opciones es
115 aquella en la que el usuario valúa el resultado de la ejecución del programa lo cual le
116 permitirá hacer un mejor uso de los parámetros relacionados con la precisión y la
117 exactitud. En el caso del programa de bisección se requiere de un intervalo inicial,
118 mientras que en el caso de Newton se necesita de un valor inicial y la derivada de la
119 ecuación. A continuación se muestra la interfaz del programa que resuelve el ejemplo:

120 $f(h) = 0.3308 - \arcsen(h) - h * \sqrt{1 - h^2}$... (1)

121



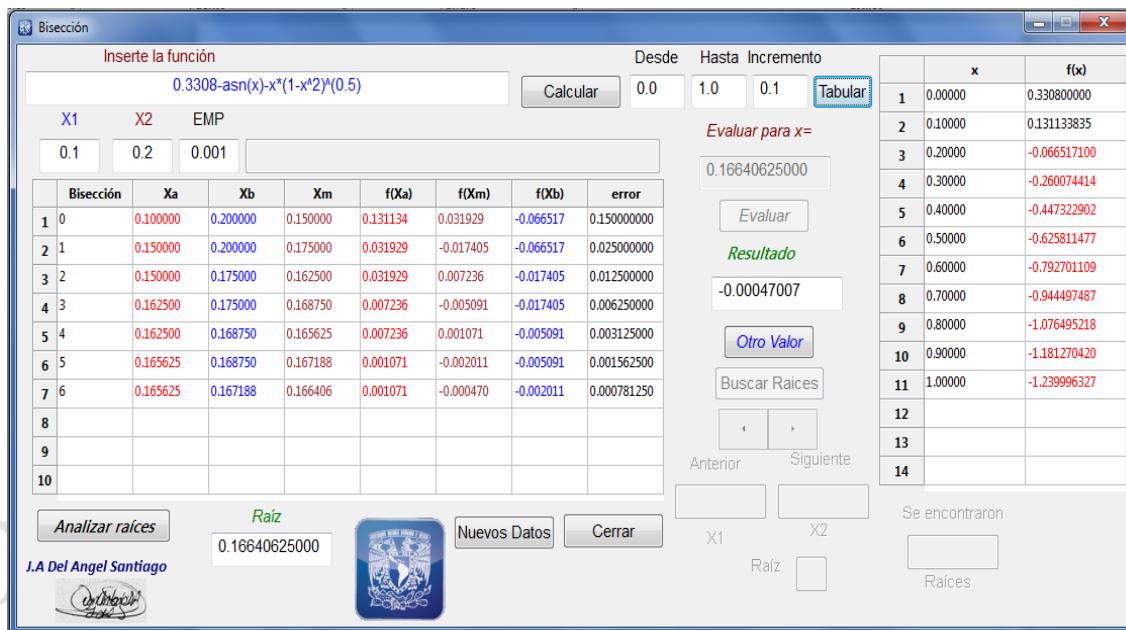


Figura 2. Interfaz del método de bisección resolviendo una ecuación algebraica

Se incluye en el paquete el método de descomposición LU, que es uno de los métodos más efectivos en la solución de sistemas de ecuaciones algebraicas lineales y que soporta hasta un sistema de orden 10. Este programa permite introducir el orden del sistema a resolver y requiere como datos de entrada la matriz de coeficientes del sistema, así como el vector de términos independientes. La salida del programa muestra el vector solución así como los factores L (en color azul) y U (en color rojo) respectivamente.



Figura 3. Interfaz del programa de descomposición LU

Respecto a los métodos de integración el paquete incluye los métodos de integración trapezoidal, integración de Simpson de un tercio e integración de Simpson de tres octavos, para los que se introducen los valores de la función a integrar en forma discreta o bien se introduce la función a integrar como datos de entrada y el programa



150 se encarga de construir la tabla correspondiente; en el caso de integración trapezial
 151 no se tiene condición alguna; mientras que, en los caso de los métodos de Simpson
 152 se deberán de cumplir las condiciones correspondientes que están relacionadas con
 153 el número de puntos de los que se compone la función discretizada o tabulada. En la
 154 interfaz que se muestra en la figura 3, se optó por introducir la función a integrar, la
 155 cual corresponde a un caso bien conocido en la teoría de las probabilidades por citar
 156 un ejemplo:

157
 158

159

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{0.01}^3 e^{-\frac{x^2}{2}} \dots (2)$$

160

161

162

163

164

165

166

167

168

169

170

171

172

173

174

175

176

177

178

179

180

181

182

183 Otros recursos interactivos que incluye el paquete de programas son los que resuelve
 184 una ecuación diferencial ordinaria usando el método de Runge-Kutta el cual permite
 185 introducir la ecuación diferencial ordinaria con su condición inicial, y el intervalo en el
 186 que se desea obtener la solución. El caso tratado aquí para dar un ejemplo de la
 187 ejecución del programa (Figura 5) es la ecuación diferencial:
 188

189

$$y' + \frac{2y}{x} = \frac{\cos(x)}{x^2} \dots (3)$$

190

191

192

con condición inicial $y(\pi) = 0$

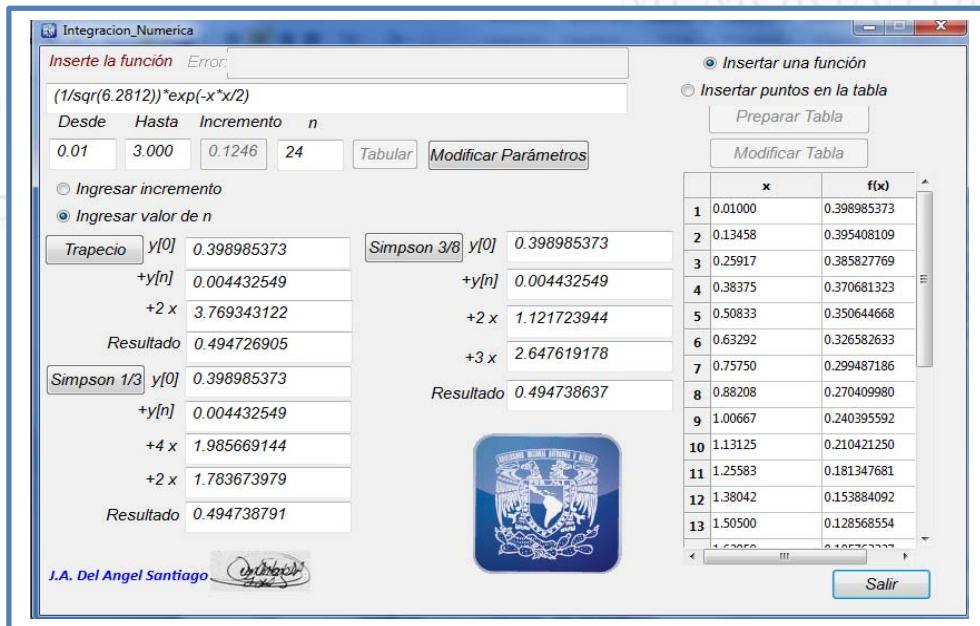


Figura 4. Interfaz del programa de integración numérica



193

en el intervalo $\left[\pi, \frac{13\pi}{12}\right]$

194

195

196

197

198

199

200

201

202

203

204

205

206

207

208

209

210

211

212

213

214

215

216

217

Otros elementos que contiene el paquete se refieren a los métodos de interpolación de Newton de diferencias finitas, interpolación de Lagrange e Interpolación “spline”, de los cuales uno de los más ampliamente utilizados es el de aproximación y modelado “spline”, los cuales no se muestran en el documento por cuestiones de espacio; sin embargo todos los programas que componen al paquete se encuentran a disposición de los estudiantes y profesores de la FESC en la sala de computo de matemáticas donde podrán ser consultados y guardados por los usuarios para su utilización.

225

226 3. Resultados y análisis

227 El primer resultado que se obtiene al poner en uso el paquete de programas aquí
 228 tratado es que se cubre la necesidad o requerimiento en la asignatura de métodos
 229 numéricos para cubrir la parte práctica la cual se ha llevado a cabo a partir del cambio
 230 en el contenido y forma de la asignatura en la que se propone complementar la teoría
 231 con 2 horas de práctica, lo cual se ha implementado en las salas de computo
 232 pertenecientes al Departamento de Matemáticas de la FESC; otro de los resultados
 233 interesantes; tal vez, el más importante es el que se refiere a la motivación; debido a
 234 lo cual los estudiantes participan activamente permitiéndoles probar algunos aspectos
 235 en el computo numérico de los casos que se proponen en cada práctica, intercambiar

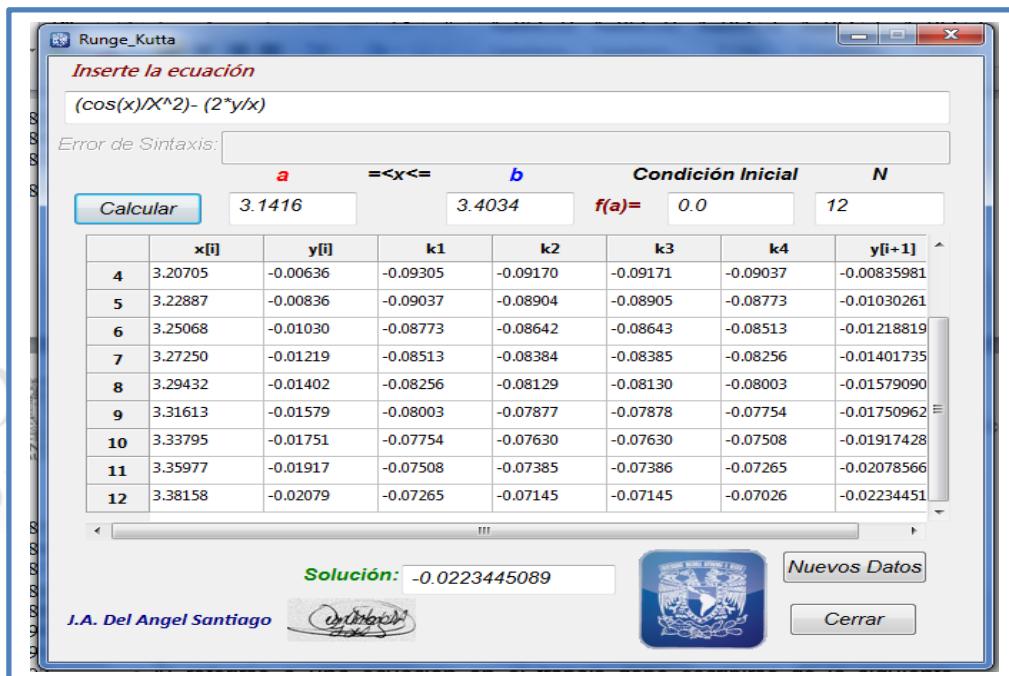


Figura 5. Interfaz del programa del método de Runge-Kutta de cuarto orden



236 observaciones entre ellos, realizar conjeturas y despertar el interés por realizar sus
237 propios programas; así mismo, esta actividad les permite trabajar en equipo, verificar
238 los resultados obtenidos en la teoría y reafirmar sus conocimientos. Se ha observado
239 un incremento en los resultados finales obtenidos por los estudiantes; es decir, se
240 observa una mejora en el rendimiento escolar lo que se podría contrastar con los
241 cursos en los que no se usa la herramienta computacional objeto de este estudio.
242

243 **4. Conclusiones**

244 Una primera conclusión es que el uso y aplicación de los métodos numéricos sin la
245 asistencia de la computadora sería incompleto. La utilización del conjunto de
246 programas con el que se realiza la práctica de los métodos numéricos es un recurso
247 propio de la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán y por supuesto que su uso es
248 libre, reduciendo así la dependencia tecnológica que traen consigo los elementos de
249 software comercial y que no están dedicados específicamente al contenido
250 programático de la asignatura para la que fue desarrollado el paquete tratado en este
251 documento y objeto de nuestra indagatoria. También se ha de concluir que este no es
252 del todo lo completo o deseable, motivo por el que el grupo de investigadores que se
253 ocuparon de esta investigación se compromete a continuar desarrollando otros
254 elementos de software que permitirían tener un curso de la asignatura de métodos
255 numéricos de un buen nivel académico. Entre los recursos que se encuentran
256 propuestos para su desarrollo se contemplan métodos de solución de ecuaciones
257 diferenciales en derivadas parciales que resuelven los problemas típicos de este tipo
258 de ecuaciones diferenciales y que además son los que se presentan en la realidad en
259 casi todos los campos o áreas del conocimiento por considerar dos o más variables
260 independientes. Un aspecto más que es el resultado de la motivación por los
261 resultados obtenidos debido al uso de software propio, ha generado el interés por
262 desarrollar una propuesta de investigación para el *Modelado y Aproximación*
263 *Numéricos* mediante el uso de los “B-spline” a través del método del elemento finito.
264

265 **4. Referencias**

- 266 Clark, R. E. (1983). Reconsidering research on learning from media. *Review of
267 Educational Research*, 53(4), 445-459.
- 268
- 269 Jonassen, D. (1991). Evaluating constructivistic learning. *Educational Technology*,
270 31(10), 28-33.
- 271
- 272 Langer, E. (1989). *Mindfulness*. Reading, MA: Addison-Wesley
- 273
- 274 Ramos, R., Aguilar, A. (2016). *Métodos Numéricos I: Interpolación, Derivación e
275 Integración Numéricas*. México: Universidad Nacional Autónoma de México.
- 276
- 277 Ramos, R., Aguilar, A. (2017). *Métodos Numéricos II: Ecuaciones Diferenciales
278 Ordinarias y Parciales*. México: Universidad Nacional Autónoma de México.



- 279
280 Ring, G., & Mathieu, G. (2002). The key components of quality learning. Paper
281 presented at the ASTD Techknowledge 2002 Conference, Las Vegas
282
283 Sims, R. (1999). Interactivity on stage: Strategies for learnerdesigner communication.
284 Australian Journal of Educational Technology, 15(3), 257-272. Retrieved June 6, 2003,
285 from <http://www.ascilite.org.au/ajet/ajet15/sims.html>
286
287
288
289
290
291
292
293
294
295
296
297
298
299
300
301
302
303
304
305
306
307
308
309
310
311
312
313
314 *Autor para la correspondencia. E-mail: egorrc@gmail.com Tel.5623 189

PERCEPCIÓN DE ESTUDIANTES DE UNA LICENCIATURA ACERCA DEL CONTRATO MORAL DE SUS DOCENTES

Celia Rodríguez Chávez^{1,*}, Juan R. Garibay Bermúdez²

FESC-UNAM. Km. 2.5 Cuautitlán Teoloyucan. Cuautitlán Izcalli, Edo. Méx. CP54714

POEC016

Resumen

El concepto de contrato moral desarrollado por investigadores especialistas en educación en valores, posibilita que el docente trascienda la noción de compromiso a la de un cumplimiento especificado consigo mismo que implica en primera instancia una serie de deberes y obligaciones en su labor como educador con los estudiantes y otras no menos importantes como son el contrato moral hacia los propios colegas docentes y hacia la institución como tal. El presente estudio se dirigió a investigar la parte del docente de su contrato moral hacia los estudiantes. A partir de una muestra representativa se aplicó un cuestionario donde se indaga la visión de los estudiantes sobre sus maestros acerca de congruencia, explicitación de las condiciones de la asignatura al inicio del semestre, si hubo requisitos sorpresa, requisitos excesivos o indebidos de calificación, justicia al asignar la nota, equidad en el trato, cumplimiento de asistencia, puntualidad, preparación de clases, amabilidad en el trato, accesibilidad dentro y fuera del aula, propiciación de un buen clima de aula, motivaciones positivas e inspiración de respeto. En la escala de evaluación se indagaba si el rubro lo cumplían todos, la mayoría, algunos, ninguno de los docentes. A través de un tratamiento estadístico se presentan los resultados generales y por género, que indican como perciben los estudiantes a sus docentes resultando en general una buena apreciación del compromiso de los profesores. Se presentan sugerencias que favorezcan la mejora del compromiso del docente universitario a través de la reflexión sobre su trabajo que lo impulse a firmar consigo mismo su contrato moral en conjunción con los deberes y obligaciones que le marca la institución.

Palabras clave: compromiso; docente; percepción; estudiantes

1. Introducción

Muchos estudios sobre educación destacan aspectos sobre la ética, la responsabilidad y el compromiso docente, desde diferentes perspectivas teóricas de tipo sociológico, pedagógico, organizacional, de acuerdo a la revisión de la literatura. (Rivera, 2018). El compromiso docente, según algunos autores, surge desde la vocación mientras que otros afirman considerar que la docencia es una profesión que se construye. Autores como Larrosa (2010), afirman que la vocación se debe conjuntar con la adquisición de competencias, es decir desempeños situados (Carlos, 2009) a través de una formación continua como lo recomienda la Conferencia sobre Educación Superior de América

¹*Celia Rodríguez Chávez. E-mail: celiarodriguezchavez@hotmail.com Tel.56-23-18-84

39 Latina y el Caribe según Tunnerman, (2008). El docente de hoy, de acuerdo a Martínez
40 (2000), debe firmar un contrato moral para realizar su tarea educativa, y en esta misma
41 línea de pensamiento, Esteban, Prats y Torguet, (2001), plantean que la docencia
42 actual requiere tres funciones: a) ser un experto en un área del conocimiento, b) ser
43 un experto en prácticas educativas, y c) la conciencia del docente en cuanto a ser un
44 modelo de actuación. Estas tres funciones llevan a la especificación de la concreción
45 del contrato moral en tres ámbitos a) contrato moral del docente hacia los alumnos; b)
46 contrato moral del docente hacia los colegas; c) contrato moral del docente hacia la
47 institución. El presente estudio se planteó como objetivo: Determinar los
48 comportamientos indicadores del compromiso de los profesores clasificados como
49 contrato moral, desde la perspectiva de los estudiantes de cuarto semestre de la
50 licenciatura de administración de una IES.

51

52 **2. Metodología**

53

54 **2.1 Instrumento**

55 Se diseñó un cuestionario con veinte rasgos comportamentales de los docentes,
56 indicadores de su contrato moral, para determinar la perspectiva de los estudiantes a
57 partir de lo que Esteban, Prats y Torguet (2001) postulan dentro del cumplimiento del
58 contrato moral hacia los estudiantes. Los comportamientos docentes fueron
59 clasificados de la manera siguiente:

- 60 1. Congruencia entre el decir y el actuar
- 61 2. Encuadre. Explicitación de cómo se llevaría el curso.
- 62 3. Requisitos sorpresivos.
- 63 4. Requisitos obligatorios excesivos de tipo económico.
- 64 5. Confianza. Permitir expresar inquietudes sobre comprensión de los temas.
- 65 6. Puntualidad al inicio de clase.
- 66 7. Puntualidad al término de clase.
- 67 8. Constancia en la asistencia.
- 68 9. Aviso de falta anticipada.
- 69 10. Amabilidad en el trato con los estudiantes.
- 70 11. Justicia para asignar la calificación.
- 71 12. Buen clima de aprendizaje.
- 72 13. Honestidad.
- 73 14. Respeto entendido como trato digno y cortés.
- 74 15. Equidad en el trato sin diferenciar género y condición social.
- 75 16. Argumentación sobre los temas impartidos.
- 76 17. Tolerancia con puntos de vista diferentes.
- 77 18. Preparación de clase.
- 78 19. Disponibilidad para asesorías y dudas fuera del tiempo de clase.
- 79 20. Motivaciones positivas para el aprendizaje.



81

82

83 2.1.1 Obtención de muestra

84

85 Se tomó como población a los 442 alumnos inscritos en el 4° semestre de la carrera
86 de Licenciado en Administración durante el semestre 2018-2, de los cuales 278 son
87 mujeres y 164 son hombres, de acuerdo a Ec. (1):

88

$$89 n = \frac{NZ_0^2 PQ}{(N-1)e^2 + Z_0^2 PQ} \quad n = \frac{(442)(1.96)^2(0.912)(0.088)}{(442-1)(0.05)^2 + (1.96)^2(0.912)(0.088)} = 97$$

90

91 N = 442 total de alumnos inscritos al 4° semestre de la carrera de Lic. en Administración
92 durante el semestre 2018-2.

93 $Z_0 = 1.96$ valor obtenido de tablas de áreas bajo la curva normal, con 95% de nivel
94 de confianza.

95 $P = 0.92$ proporción favorable de respuesta

96 $Q = 1-0.92 = 0.08$ proporción no favorable de respuesta

97 $e = 5\%$ error máximo permitido.

98

99 Como $N_m=278$ y $N_h= 164$, entonces la muestra se distribuirá de la siguiente forma:

100

$$101 n_m = \frac{nN_m}{N} = \frac{(97)(278)}{442} = 61 \text{ mujeres} \quad n_h = \frac{nN_h}{N} = \frac{(97)(164)}{442} = 36 \text{ hombres}$$

102

103 3. Resultados y análisis

104

105 3.1 Resultados

106

107 Se estableció la siguiente escala numérica de valoración para los incisos de las
108 respuestas:

109

110

Tabla 1. Valoración de incisos

| Inciso de la respuesta | Valor numérico |
|------------------------|----------------|
| a) Todos | 8 pts. |
| b) La mayoría | 6 pts. |
| c) Algunos | 4 pts. |
| d) Ninguno | 2 pts. |

111



112 A continuación se presentan los resultados de la población total y por género.

113

114

115

Tabla 2. Puntuación media por género y total

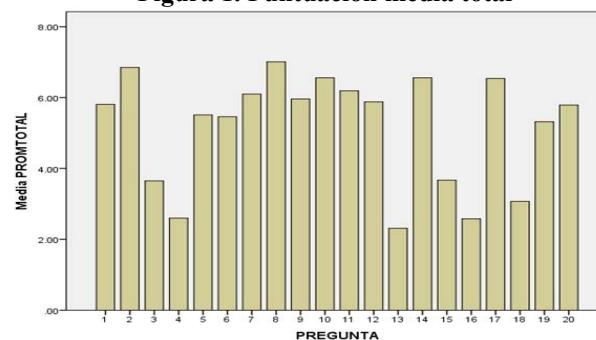
| Pregunta | Mujeres | Hombres | Total |
|----------|---------|---------|-------|
| 1 | 5.70 | 6.00 | 5.81 |
| 2 | 6.85 | 6.83 | 6.85 |
| 3 | 3.57 | 3.78 | 3.65 |
| 4 | 2.56 | 2.67 | 2.60 |
| 5 | 5.44 | 5.61 | 5.51 |
| 6 | 5.41 | 5.56 | 5.46 |
| 7 | 6.13 | 6.06 | 6.10 |
| 8 | 7.05 | 6.94 | 7.01 |
| 9 | 5.77 | 6.28 | 5.96 |
| 10 | 6.59 | 6.50 | 6.56 |
| 11 | 6.10 | 6.33 | 6.19 |
| 12 | 5.87 | 5.89 | 5.88 |
| 13 | 2.26 | 2.39 | 2.31 |
| 14 | 6.52 | 6.61 | 6.56 |
| 15 | 3.77 | 3.50 | 3.67 |
| 16 | 2.72 | 2.33 | 2.58 |
| 17 | 6.69 | 6.27 | 6.54 |
| 18 | 3.02 | 3.17 | 3.07 |
| 19 | 5.31 | 5.33 | 5.32 |
| 20 | 5.93 | 5.56 | 5.79 |

116

117 La siguiente ilustración muestra la puntuación media de la población total

118

Figura 1. Puntuación media total



119



120 Las respuestas de los estudiantes en los diferentes ítems indican que la mayoría de
121 los docentes cumplen con su compromiso en el aula, lo cual lleva a considerar que
122 existe un buen nivel de contrato moral.

123
124 El estudio indica que en cuanto a la percepción de género existen diferencias, sin que
125 estas sean significativas, es decir no se marcan diferencias en la apreciación de los
126 estudiantes hombres y de las estudiantes mujeres.

127
128 *3.2 Análisis*
129

130 A partir de los resultados obtenidos por el tratamiento estadístico, a continuación se
131 presenta la puntuación obtenida en orden descendente, sobre los aspectos explorados
132 desde las percepciones de los estudiantes, para deducir conclusiones y
133 recomendaciones del presente estudio sobre el compromiso de los docentes enfocado
134 como contrato moral.

- 135
- 136 • Un señalamiento destacado en la percepción de los estudiantes se refiere a la
137 honestidad de sus docentes en cuanto a que no pidieron requisitos que
138 transgredieran los principios éticos, para acreditar la asignatura.
 - 139 • Los estudiantes indican que los profesores utilizaron argumentos razonados en sus
140 exposiciones evitando caer en el argumento de autoridad: “esto es así porque lo
141 digo yo”
 - 142 • Los estudiantes señalaron que sus docentes no exigieron requisitos excesivos de
143 tipo económico, como por ejemplo apuntes que se vendan a precio excesivo y
144 tampoco solicitaron requisitos no pedidos desde el inicio del curso.
 - 145 • Otra característica del compromiso moral del docente destacada por los
146 estudiantes es la referida a que los docentes se presentaban regularmente a
147 impartir sus clases
 - 148 • A continuación le sigue, la explicitación al inicio del semestre de cómo se llevaría
149 el curso, es decir el Encuadre, como algo que cumplieron los docentes.
 - 150 • Los estudiantes afirman que los docentes fueron amables en las clases y fuera de
151 ellas, así como también infundieron respeto con sus actitudes y palabras.
 - 152 • Los profesores, de acuerdo a la percepción de los estudiantes, respetaban los
153 puntos de vista en los cuales había diferencia.
 - 154 • Los estudiantes percibieron que sus docentes preparaban sus clases.
 - 155 • Los alumnos expresan que sus docentes terminaban la clase a tiempo, sin embargo
156 se observa una diferencia indicadora de que no iniciaban a tiempo, al menos no en
157 la misma proporción de la puntualidad del término de la clase.
 - 158 • Los estudiantes señalan que su mayoría los docentes fueron justos en la manera
159 de asignar la calificación y que solo algunos faltaron a la equidad en el trato.

- 160 • Los estudiantes también indican que la mayoría de sus docentes avisaban
161 anticipadamente si algún día no vendrían a clase.
- 162 • En cuanto a la congruencia de los docentes en su hacer y decir además de la
163 utilización de motivaciones positivas, los estudiantes las colocan en un nivel
164 cercano a la mayoría.
- 165 • Los estudiantes afirman, igualmente, que los docentes crearon un clima en el aula
166 propicio para el aprendizaje.
- 167 • Los docentes, de acuerdo a la percepción de los estudiantes en un nivel intermedio
168 entre la mayoría y algunos señalan que la disponibilidad de consulta fuera del aula
169 no parece ser un rasgo a destacar. Dado que el estudio se aplicó en el turno
170 matutino, es de observar que muchos docentes son de tiempo completo o medio
171 tiempo y que se les asigna horas para atender a los estudiantes.
- 172 • Los resultados del estudio, si bien indican desde la percepción de los estudiantes,
173 que en su mayoría los docentes cumplen su compromiso enmarcado como contrato
174 moral, dan lugar a seguir investigando los componentes de dicho contrato moral en
175 una perspectiva más profunda que posibilite una comprensión de la representación
176 social que deja en los estudiantes, sobre todo de los casos, al parecer no muy
177 numerosos afortunadamente, de los docentes que no cumplen con su contrato
178 moral.
- 179 • Las diferencias de género, como ya se afirmó anteriormente, no modifican
180 esencialmente las percepciones de la población estudiantil estudiada sobre sus
181 profesores. Los autores de este trabajo consideran que se pueda investigar a futuro
182 el pensamiento de los estudiantes hombres y las estudiantes mujeres para conocer
183 las diferencias más en detalle de cómo perciben algunos aspectos del compromiso
184 de sus profesores.
- 185 • La recomendación de los autores del presente trabajo va en el sentido, ya afirmado
186 reiteradamente a través de otros estudios sobre la educación en valores, acerca de
187 la formación docente de los profesores universitarios que imparten las asignaturas
188 en la licenciatura en administración. (Rodríguez, C. Garibay, J y Rivera, R. 2010),
189 (Rodríguez, C. Garibay, J y Rivera, R. 2011). En este caso, la reflexión sobre el
190 contrato moral del docente, es parte de un proceso de formación para el ejercicio
191 de la docencia universitaria.
- 192 Fassola (2007) afirma que ante los desafíos de la sociedad postmoderna, las
193 instituciones educativas eligen alternativas de cambio, considerando de alta prioridad
194 la forma de practicar la docencia, pues de acuerdo a Martínez (2000), la nueva escuela,
195 requiere una forma diferente de entender y ejercer la profesión docente. La renovación
196 de la mirada del escenario de la docencia debe incluir entre otros elementos, la
197 formación docente de manera continua que contemple ineludiblemente no solamente
198 el dominio pedagógico, propiciando que cualquier docente sea un experto en prácticas
199 educativas (además de ser un experto en su propia área de conocimiento), sino
200

201 también la dimensión ética de la docencia, la cual plantea que la exigencia ética es la
202 piedra angular y eje central de lo pedagógico e inspira el conjunto de las actividades
203 pedagógicas que en su seno parecieran solamente cuestiones técnicas, según
204 Fassola, (2007). Dicha autora ejemplifica lo anterior cuando expresa que todo
205 dispositivo, todo método de trabajo, incluso una inflexión de voz toma partido a su
206 manera, ya sea para que los individuos se reconozcan unos a otros, o ya sea para que
207 fomente la intolerancia, la rivalidad, la utilización de los demás para adquirir ventajas.
208 Por ello es importante que el docente también adquiera la conciencia de que voluntaria
209 o involuntariamente es un modelo de actuación y que está transmitiendo valores, de
210 los cuales, si no está consciente contribuye a fomentar el currículum oculto de corte
211 negativo (Colón, 2016). La formación docente incluye el manejo de la transversalidad
212 para la enseñanza de los valores, de acuerdo a Palos (2000). Esta toma de conciencia
213 de su papel en la sociedad y su actuación en el aula puede suscitar en el docente la
214 necesidad ineludible de firmar su contrato moral más allá de los códigos de ética y
215 requerimientos de actuación que le solicite la institución. Su compromiso lo
216 fundamentará a partir de su conciencia y no solamente por factores externos, que no
217 dejan de tener su importancia, pero que pueden cobrar sentido si el profesor está
218 consciente, incluso hasta poder cuestionarlos constructivamente.
219 Los autores del presente trabajo consideran que se cumplió el objetivo planteado
220 acerca de conocer la percepción de los estudiantes de la licenciatura en administración
221 de la IES donde se llevó a cabo el estudio, sobre el compromiso de los profesores
222 enfocado como contrato moral, pues permite dimensionar una panorámica acerca del
223 desempeño de los docentes de dicha licenciatura como favorable y lleva a sugerencias
224 futuras, por ejemplo, acerca de si habría diferencias si el estudio se aplica a los
225 estudiantes de los últimos semestres, además de lo ya señalado sobre indagar a
226 profundidad acerca de los docentes que cumplen y de los que no incumplen en uno o
227 varios aspectos con la dimensión ética implícita en el contrato moral.

229 Índice de referencias

231 Libros

- 232 • Carlos, J. (2009). *¿Cómo evaluar competencias educativas? Diseño e instrumento*
233 *métodos pedagógicamente eficaces*. Bogotá: Biblomedia Editores
- 234 • Martínez M. (2000). *El contrato moral del profesorado. Condiciones para una nueva*
235 *escuela*. México: SEP
- 236 • Palos, J. (2000). Educar para el futuro. Los temas transversales del currículum.
237 España: Desclée De Brouwer
- 238 • Rivera, R. (2017). El contrato moral del docente desde la perspectiva de los
239 estudiantes de Medicina Veterinaria y Zootecnia de la FESC-UNAM. México:
240 Colegio Mexiquense de Estudios Psicopedagógicos de Zumpango

- 241 • Rodríguez, C., Garibay, J. & Rivera, R. (2010). Exploración de valores personales
242 de los alumnos de Administración y Contaduría de la FESC-UNAM. XII Congreso
243 de APCAM. Septiembre 2010. Guanajuato, México: Memorias del evento.
244 • Rodríguez, C. Garibay, J. & Rivera, R. (2011). Exploración de habilidades de
245 comunicación interpersonal de los alumnos de la Licenciatura de Administración de
246 la FESC-UNAM. XIV Congreso de APCAM. Septiembre 2011. Jalisco. Memorias del
247 evento.
248 • Tunnermann, C. (2008). La educación superior en América Latina y el Caribe: diez
249 años después de la Conferencia Mundial de 1998. Colombia: IESALC y UNESCO.
250

Capítulo de libros

- 252 • Esteban, F. Pratts, E. y Torguet, S. (2001). Cap. 1.5. El contrato moral del docente.
253 En Buxarrais. R. (Eds.). *Bloque 1. Una propuesta de educación en valores*. Master
254 en Educación en Valores de la Universidad de Barcelona. Barcelona.

Revistas

- 257 • Colón, A. J. (2016). El efecto del currículo oculto de educación ambiental en
258 estudiantes de educación superior. *Revista de Investigación* 40(88), 166-175.
259 Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=376147131009>
260 • Larrosa, F. (2010). Vocación docente versus profesión docente en las
261 organizaciones educativas. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del
262 Profesorado*, 13(4), 43–51 Recuperado de <http://aufop.com>

Información en línea

- 265 • Fassola, Z. G. (2007). El contrato moral del docente y la resignificación de la
266 finalidad formativa. En Corbo, D. J. (ed.) *La educación como ética de la libertad. Construcción
267 autónoma de la personalidad moral y de la ciudadanía democrática*, 249-263. Uruguay: Fundación Konrad Adenauer-Fundación Ciudad de Montevideo
268 Recuperado de: <https://archivos.juridicas.unam.mx/www/bjv/libros/9/4483/11.pdf>



ACTIVIDADES DEL AULA DE MATEMÁTICAS COMO INVESTIGACIÓN EN LA RED LaTE MÉXICO

María Del Consuelo Macías González*, Verónica Cabrera Molina
Tecnológico de Estudios Superiores de Cuautitlán Izcalli.
Av. Nopaltepéc s/n, Fracción la Coyotera del ejido San Antonio Cuamatla,
Cuautitlán Izcalli, Estado de México, C.P. 54748.

I-POEC063

Resumen

Tradicionalmente la enseñanza de las matemáticas ha seguido métodos rígidos, que se basan en aprender los conocimientos de manera sistemática y operar a partir de ahí, como cuando nos enseñaron las tablas de multiplicar, en el cual todo era a partir de la memorización. La oportunidad de generar nuevas fuentes didácticas de aprendizaje, tal como, materiales de apoyo y divulgación en el aula de matemáticas con ayuda de la tecnología es parte de innovar en el quehacer docente. La falta de actualización por parte de la sociedad implica que estas nuevas fuentes didácticas de aprendizaje no estén siendo explotadas correctamente. Es por eso que hacemos uso de la incorporación de la tecnología educativa que consiste en el modo sistemático de concebir, aplicar y evaluar el conjunto de procesos de enseñanza y aprendizaje, reconociendo los recursos técnicos y humanos y las interacciones entre ellos.

Este trabajo de investigación surge como propuesta de participación en los trabajos de la Red Temática Mexicana para el Desarrollo e Incorporación de Tecnología Educativa (RED LaTE México), conformado por investigadores, líderes académicos, expertos de la industria y ciudadanos comprometidos con las políticas educativas, culturales y científico-tecnológicas; dedicados a la investigación, innovación y desarrollo tecnológico especializado o interesados en todas las áreas afines a la tecnología educativa, teniendo como objetivo el diseño de actividades en el aula de matemáticas de futuros ingenieros mediante la tecnología, ya que, hoy en día las instituciones de educación superior persiguen generar estrategias que fortalezcan el aprendizaje, y es la tecnología, parte de la transición de esta transición..

Palabras clave: Tecnología educativa, Red LaTE, enseñanza, estrategias.

1. Introducción

Hoy en día las instituciones de educación superior persiguen generar estrategias que fortalezcan el aprendizaje, y es la tecnología parte de la transición que se realiza en los planes de estudio y que conllevan al estudiante a desarrollarse y estar a la vanguardia.

La Tecnología Educativa (TE), es considerada por Cabero (2001) como una disciplina integradora, viva, polisémica, contradictoria y significativa en la historia de la educación. Es en la TE que se debe considerar todo el proceso donde interviene el alumno en el sentido de su formación. Es decir desde el momento en el cual él decide ser parte de la institución. Todo aquello que intervenga en su proceso, ya sea administrativo, académico, de vinculación, etc.

*Autor para la correspondencia. E-mail: ingconsuelomacias10@hotmail.com, Tel. 5534031978



47 El Tecnológico de Estudios Superiores de Cuautitlán Izcalli (TESCI) es un organismo
48 público descentralizado del Estado de México creado por decreto el 28 de agosto de
49 1997 con personalidad jurídica y patrimonio propios. Tiene por objeto formar
50 profesionales, docentes, investigadores e investigadoras a través de programas
51 educativos acreditados y realizar proyectos científicos y tecnológicos. Se vincula con
52 los sectores público, privado y social para consolidar el desarrollo de la comunidad y
53 promover la cultura tecnológica regional, estatal, nacional y universal.
54

55 Uno de los principales problemas a los que se enfrenta la educación en el TESCI, es
56 al perfil de ingreso que cada uno de los aspirantes ofrecen al inscribirse a esta
57 Institución, ya que si bien es sabido, los candidatos que desean integrarse a esta casa
58 de estudios, traen una diversidad de elementos, mismos que se sugiere homogeneizar
59 y coadyuvar a una formación inicial reforzada, por lo que en el Reglamento de Alumnos
60 del TESCI, en su Capítulo II del Concurso y Admisión de los alumnos en su Artículo
61 11 a la letra dice: "El concurso de selección consistirá en la evaluación de
62 conocimientos y de aptitudes académicas, examen psicométrico, entrevista con el Jefe
63 de División y un curso propedéutico" (Reglamento para los alumnos, 2006)

64
65 Este proyecto de investigación emana de la línea de investigación diseño e
66 implementación de tecnología educativa, del cuerpo académico innovación y
67 tecnología educativa perteneciente al Departamento de Investigación y Desarrollo
68 Tecnológico (DIDT), cuyo objetivo central es generar propuestas e innovaciones para
69 el diseño y desarrollo de proyectos académicos institucionales en forma conjunta,
70 participativa e integral a través de la conformación de equipos de trabajo mediante el
71 uso de tecnología, particularmente en el aula de matemáticas, identificando las
72 matemáticas usadas en contextos reales, como la industria mediante el proyecto de
73 Dual, residencias y posgrado, desarrollar tecnología educativa e impactar en el
74 aprendizaje significativo de las matemáticas a través de ella.

75 Dentro de la necesidad de ampliar la investigación, miembros del cuerpo académico
76 se integraron a la Red Temática Mexicana para el Desarrollo e Incorporación de
77 Tecnología Educativa (RED LaTE México) que surge cuando líderes y pioneros que
78 se encontraban reunidos en el marco del Primer Simposio de Innovación en la
79 Enseñanza de la Educación Básica usando nuevas tecnologías realizado el 4 y 5 de
80 Diciembre del 2014 en CINVESTAV Guadalajara. Ahí se integró una mesa de trabajo
81 de manera espontánea donde se analizó el avance en torno a los desafíos
82 identificados y se precisó, entre otras propuestas, la urgencia de organizar de mejor
83 forma los capitales (talento, mejores prácticas, recursos) con que se cuenta como
84 productores de Tecnologías para la Educación a fin de dar impulso a una agenda
85 nacional que permita de conjuntar los esfuerzos, infraestructura y talento.
86 Posteriormente y derivado de dicha sesión de trabajo durante 2015 se realizaron 4
87 reuniones más de trabajo a distancia donde se sumaron otros líderes de producción e
88 incorporación de tecnología en los estados con quienes se sentaron las bases
89 conceptuales y organizativas para desarrollar una comunidad nacional enfocada a



90 impulsar acciones de producción con mayor calidad y en forma articulada. Así surge
91 RED LaTE que se configura como una Red y Laboratorio Tecnopedagógico distribuido,
92 que es parte de las Redes Temáticas CONACyT desde 2016, dando la formalidad a la
93 Red desde una perspectiva sociotecnocientífica con un aval nacional.

94
95 RED LaTE es considerada un foro conformado por una red de investigadores, líderes
96 académicos, expertos de la industria y ciudadanos comprometidos con las políticas
97 educativas, culturales y científico-tecnológicas; dedicados a la investigación,
98 innovación y desarrollo tecnológico especializado o interesados en la formulación de
99 iniciativas legislativas asociados a temas de informática educativa, cómputo educativo,
100 robótica pedagógica y en general todas las áreas afines a la tecnología educativa. Es
101 por ello que por necesidades semejantes en el TESCI y lo considerado por la red, se
102 plantea trabajar actividades del aula de matemáticas como parte de la investigación
103 que permita contribuir a la Red LaTE como miembros activos.

104
105 Es por eso que dentro de esta investigación se diseña un curso dirigido a los docentes
106 del TESCI, donde el docente participante genere una actividad con el uso de algún
107 software, programa o incluso red social donde su materia pueda ser beneficiada
108 relacionando la competencia a abordar y que está sea una estrategia didáctica que
109 apoye al aprendizaje significativo. Esto con la finalidad de que el participante
110 comprenda la importancia del uso de la tecnología en el aula de matemáticas en el
111 marco del aprendizaje basado en competencias, elabore actividad del aula y forma de
112 evaluación bajo modelo del aprendizaje basado en competencias. Para que en la
113 educación se puedan explotar los beneficios de las TIC en el proceso de aprendizaje,
114 es esencial que tanto los estudiantes y los docentes en diversas actividades sepan
115 utilizar estas herramientas y permanezcan actualizados.

116
117 Debemos considerar lo que la UNESCO (1998) señala: ... "la educación superior debe
118 hacer frente a los retos que suponen las nuevas tecnologías, que mejoran la forma de
119 producir, organizar, difundir y controlar el saber y de acceder al mismo".

120
121 **2. Metodología**
122
123 Dentro de las etapas de la investigación que se realiza en este trabajo, se tiene el de
124 la planeación donde se inicia con el punto de partida, es decir, la delimitación del tema,
125 el problema y objetivo.

126
127 La manera en que se delimita el tema para este proyecto, tiene que ver con el uso de
128 la tecnología en la educación, es decir, ¿cómo el estudiante puede usar tecnología en
129 sus actividades académicas?, ¿cómo impacta el uso de ellas? y ¿cuáles serán las
130 estrategias para hacerlas?

131 Teniendo conocimiento del punto de partida, se lleva a cabo el desarrollo del marco
132 teórico, identificando los antecedentes, el marco conceptual, marco referencial, que si



133 bien podemos identificar que la TE ha ganado un campo importante en el desarrollo
 134 de proyectos que involucran el desarrollo de estrategias didácticas en el aula.

135

136 El desarrollo del diseño de la investigación se realiza a la par del marco teórico, ya que
 137 se determina el tipo y enfoque de la investigación, así mismo la formulación de la
 138 hipótesis, determinando las variables y técnicas a utilizar. Es así donde determinamos
 139 que la investigación es descriptiva, teniendo como eje el poder obtener información
 140 que nos oriente a la formación de futuros ingenieros.

141

142 Se llevó a cabo una recolección de datos considerando lo que Sánchez Aviña (2012)
 143 identifica: levantamiento de la información, procesamiento de la información
 144 tratamiento estadístico de la información y representación de los resultados.

145

146 Obteniendo así mediante una encuesta a una muestra de alumnos:

147

¿Buscas algún tipo de ayuda para tratar de mejorar tú desempeño académico en las materias de matemáticas?

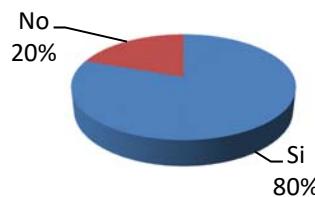


Fig. 1 Resultado de pregunta 5

148

149

150

¿Qué consideras que pudiera servirte para tener un mejor aprendizaje y comprensión en dichas materias, más teoría o práctica? Teoría

Las dos 5% Práctica 89% Teoría 6%



Fig. 2. Resultado de pregunta 6

151

152

153



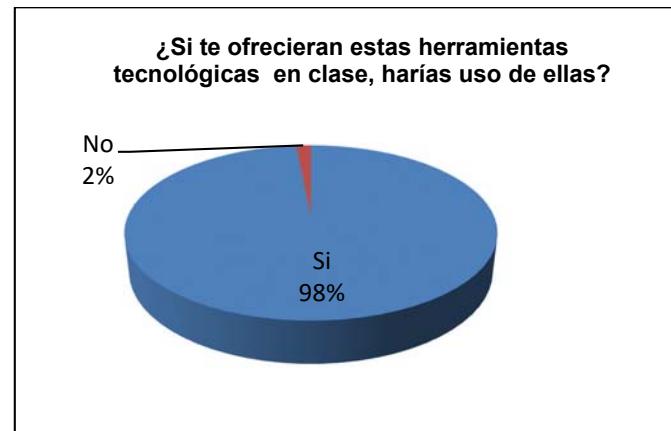


Fig. 3. Resultado de la pregunta 9

154
155

156

157 Aunque el instrumento de investigación fue realizado mediante más cuestionamientos,
158 estos arrojan información que nos fundamenta la necesidad de diseñar estrategias de
159 aprendizaje para el aula.

160

161 Diseño de curso hacia los profesores.

162

163 El objetivo del curso es que el docente participante genere una actividad con el uso de
164 algún software, programa o incluso red social (herramienta tecnológica) donde la
165 asignatura se vea impactada al ser impartida relacionando la competencia a abordar y
166 que está sea una estrategia didáctica que apoye al aprendizaje significativo. Teniendo
167 como propuestas temáticas dentro del curso: uso de la tecnología en el aula.

168 Identificación de las necesidades del aula, ¿qué tecnología es la adecuada para la(s)
169 materias(s) que imparte? y el diseño de la actividad cubriendo cada una de los
170 aspectos de la competencia.

171

172 Generación de material para el curso.

173

174 Dentro de esta fase, se diseña el material de las temáticas y productos que será los
175 viables con respecto al objetivo del curso.

176

177 Uso de la tecnología en el aula. En este rubro se le presenta al docente una actividad
178 donde se realiza el uso de la tecnología y la reacción ante una situación así.

179

180

181

182

183

184

185

186

187



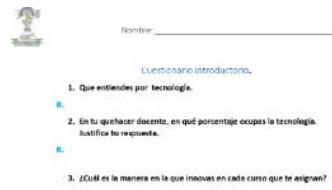
Fig. 4. Diseño de actividades



188

189 La actividad 1, se les proporciona el Quick Response code o código de respuesta
 190 rápida (código QR), siendo un cuestionario que ellos deben realizar, tal como se
 191 muestra en la fig. 5.

192



193

194

195

196 La siguiente actividad se les solicita que ellos generen la actividad de compartir un
 197 video que sea consultado mediante un código QR. Al realizar este tipo de actividades
 198 en el aula se pretende que el docente reflexione con respecto al innovar en el quehacer
 199 docente.

200

201 Identificación de las necesidades del aula. Mediante una lluvia de ideas, se les solicita
 202 al docente puedan compartir que estrategia didáctica propondrían si se requiere revisar
 203 tres lecturas diferentes para poder rescatar elementos para su aprendizaje significativo
 204 del alumno.

205

206

207

208

209

210

211

212

213

214

215

216

217

Fig. 5. Actividad 1. Cuestionario

Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

Memoria DEL

Aula



Fig. 6. Identificación de las necesidades del aula

218

219 Tal como se muestra en la fig. 6, se le plantea al docente una serie de lecturas con
 220 temáticas relacionadas con la tecnología en el aula, misma que para ser abordadas se
 221 realiza la propuesta de realizar un e-book, mediante la herramienta book creator,
 222 (aplicación que permite crear un libro digital de una forma sencilla), con la finalidad de
 223 rescatar elementos importantes. La actividad se plantea por equipos y asignándoles
 224 una lectura para poder realizarla mediante esta aplicación.

225

226 ¿Qué tecnología es la adecuada para la(s) materia(s) que imparte?. En este apartado,
 se pretende que los docentes presenten su libro electrónico, mediante una breve



227 explicación y se le solicita, indagar sobre la tecnología de acuerdo a las materias que
 228 imparte y cuáles son las más adecuadas.

229

230 Diseño de la actividad didáctica cubriendo cada una de los aspectos de la
 231 competencia. Es en este momento que se le solicitará al docente se genere una
 232 actividad donde la tecnología sea el eje. Que esta actividad se llevada paso a paso.

233

234

235

236

237

238

239

240



Fig. 7. Estructura del diseño de la actividad

241

Dicha estructura pretende que la actividad no sea implementada solo en el aula de
 242 quien la diseña, sino se pueda insertar como parte de una actividad de del tema y que
 243 pueda ser de un o más programas de estudio de las diversas carreras que se imparten
 244 en el TESCI.

245

246 Fase 4. Difusión del material generado.

247

248 Dentro de esta fase, se pretende que lo generado dentro del curso a los profesores
 249 sea difundido de manera institucional, de primera instancia y posteriormente difundirlo
 250 mediante una antología de actividades que se publique en un espacio virtual. Que sea
 251 implementada y se realice un análisis de impacto de acuerdo al aprendizaje
 252 significativo en el estudiante.

253

3. Resultados y análisis

254

255 Se puso en marcha la impartición del curso, donde participan 17 docentes de
 256 diferentes áreas de la institución. Dicho curso tiene lugar dentro del centro de cómputo.

257

258 Para que en la educación se puedan explotar los beneficios de las TIC en el proceso
 259 de aprendizaje, es esencial que tanto los estudiantes y los docentes en diversas
 260 actividades sepan utilizar estas herramientas.

261

262 Es importante recalcar que las asignaturas relacionadas con las matemáticas, son las
 263 que cuentan con el mayor índice de reprobación y que es por eso que, este trabajo
 264 nos permite diseñar estrategias de apoyo en el aula, que seguramente semestre con
 265 semestre nos permitirán modificar para que sea cada vez más favorable el resultado
 266 del desempeño de los estudiantes en el área de las matemáticas.

267

268 Debido a los cambios en las relaciones interpersonales que puede causar la
 269 innovación tecnológica, es importante mencionar que algunos aspectos pueden



271 repercutir en la comunidad del TESCI al contar con la automatización de procesos del
 272 quehacer docente. Sin lugar a dudas la existencia de la tecnología impacta en el
 273 conocimiento y contribuye al bienestar del usuario, que este caso son los estudiantes.
 274

275 Dentro de cada una de las fases se encontraron distintos productos muy interesantes
 276 propuestos por los docentes del curso.



Fig. 8 Actividades del curso

286 Dejando al descubierto que los docentes a pesar de no manejar distintas herramientas,
 287 están dispuestos a llevar al aula lo que acaban de aprender, motivados por que en los
 288 estudiantes será reflejado en su aprendizaje significativo.



Fig. 9. Reporte de las lecturas.

298 El diseño e implementación de programas de capacitación docente que utilicen las TIC
 299 efectivamente son un elemento clave para lograr reformas educativas profundas y de
 300 amplio alcance. Las instituciones de formación docente deberán optar entre asumir un
 301 papel de liderazgo en la transformación de la educación, o bien quedar atrás en el
 302 continuo cambio tecnológico. Para que en la educación se puedan explotar los
 303 beneficios de las TIC en el proceso de aprendizaje, es esencial que tanto los futuros
 304 docentes como los docentes en actividad sepan utilizar estas herramientas. Es por eso
 305 que el diseño de herramientas didácticas por parte de docentes de la institución hace
 306 más enriquecedor ya que se tienen identificados distintos elementos que se viven día
 307 con día en el aula.



Fig. 10 Creación de e-book.

313



315 Después de utilizar algunas herramientas en actividades comunes en el aula, se
316 realiza el producto objetivo del curso: diseño de actividad para el aula de matemáticas
317 con herramientas tecnológicas.

318

319

320

321

322

323

324

325



Fig. 11 Actividad diseñada para el aula

326

4. Conclusiones

327

328 La incorporación de nuevas tecnologías en la educación actual enriquece los
329 ambientes de aprendizaje, la transformación de las prácticas educativas, de las
330 estructuras curriculares y favorece la realización de material complementario.

331 Es por eso que esta propuesta de trabajo pretende enriquecer y retroalimentar los
332 procesos de enseñanza-aprendizaje que impactan a los estudiantes en el ámbito
333 superior mediante actividades que paso a paso lo lleven utilizando las nuevas
334 tecnologías a un aprendizaje significativo. Teniendo en cuenta que la tecnología es un
335 valor agregado, único y distintivo en el desarrollo de actividades didácticas.

336

337 Dentro de los resultados inmediatos obtenidos, el estudiante se interesa más el hecho
338 realizar una práctica o actividad (muestra dinamismo y de retroalimentación en clase),
339 permite evidenciar habilidades, aptitudes, actitudes a problemáticas frente a una
340 problemática real en el momento del desarrollo y esto permite al docente a poder
341 evaluar la competencia en cuestión y afianzar el aprendizaje en el estudiante.

342

343 Tal como comenta Macias (2012), este trabajo sienta las bases para desarrollar
344 actividades didácticas basadas en modelación, ofreciendo pistas metodológicas
345 interesantes como son el análisis de modelos matemáticos en uso y que estas
346 contribuyan a la producción, apropiación y gestión relacionada con la tecnología
347 educativa.

348

349 Es así que el ser miembro de la red LaTE afianza el compromiso de cooperación e
350 intercambio de conocimiento y experiencias fortaleciendo la investigación, la
351 innovación relacionado con la tecnología educativa.

352

5. Referencias Bibliográficas.

353

Libros

354

355

356

357

358

359

Burgos, J. V., & Lozano, A. (2011). Tecnología educativa y redes de aprendizaje de colaboración: retos y realidades con impacto educativo a través de la innovación. (Trillas, Ed.) México.



- 360
361 Cabero, J. (coord.) (2001). Tecnología Educativa. Madrid, Síntesis.
362
363 Cebrián, M. (2007). Enseñanza Virtual para la Innovación Universitaria. España.
364
365 Hidalgo, J. (1997). Investigación Educativa. Una estrategia constructivista. México:
366 Paradigmas Ediciones.
367
368 Rodríguez D. y otros (Coord): Tecnología Educativa. Nuevas Tecnologías aplicadas a
369 la educación. Marfil, Alcoy, 1996.
370
371 Sánchez Aviña, J. G. (2012). El proceso de la investigación de tesis. Un enfoque
372 contextual. (2^a ed.). Puebla, México: Universidad Iberoamericana Puebla
373
374 UNESCO. (2008). Estándares de competencia en TIC para docentes. Francia: Eduteka
375
376
377
378 Tesis
379
380 Macias, C. (2012). Uso de las nuevas tecnologías en la formación matemática de
381 ingenieros, tesis de maestría no publicada, México, CICATA-IPN.
382
383 Revistas
384
385 Ramírez, W. (2017). Uso de las plataformas educativas y su impacto en la práctica
386 pedagógica en instituciones de educación superior de San Luis Potosí. EDUTEC.
387 Revista Electrónica de Tecnología Educativa.
388
389
390 Información en línea
391
392 Pérez, G. (2000) Impacto de las TIC en educación: funciones y limitaciones.
393 Consultado en 02/01/2019 en <http://www.dewey.uab.es/pmarques/siyedu.htm>

“LA HABILIDAD MATEMÁTICA Y SU INFLUENCIA EN LA EVALUACIÓN POR COMPETENCIAS.”

Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán
Preparatoria Oficial Anexa a la Normal de Cuautitlán Izcalli. Av. Fresnos #68, Col.
Arcos del Alba, Cuautitlán Izcalli, Edo Méx.

A través del Programa de Actualización, Formación Docente y Académica

I - POEC067

Resumen

El tema de Calidad en la Educación tomó relevancia cuando se incorporó al artículo 3º Constitucional y se estableció un perfil docente deseable para el desempeño profesional, siendo la actividad más relacionada con la calidad el diseño de estrategias de evaluación de los aprendizajes y la utilización de los resultados para la mejora de su práctica docente, bajo un enfoque educativo basado en competencias, (DOF, 2013). Bajo el supuesto de que las actividades enfocadas a la calidad implican un uso del saber matemático, se realizó una investigación enfocada a construir argumentos y encontrar evidencias que sostengan que para lograr que la evaluación se use como herramienta de gestión para mejorar el desempeño del alumno, se requiere en el docente habilidades de razonamiento variacional. Este estudio aportó un modelo para identificar los elementos variacionales en el proceso de evaluación por competencias y abre la oportunidad para validar la influencia del pensamiento variacional en la elaboración y/o uso de los instrumentos de evaluación por competencias. También se demostró la falta de habilidad docente en el proceso de evaluación por competencia, por lo que se confirma la necesidad de incidir en estrategias de formación para profundizar sobre este modelo mediante situaciones que evidencien la variabilidad del proceso de evaluación.

- Aprendizaje Cooperativo (AC)

- Análisis Estadístico y Diseño

Palabras clave: Evaluación, Calidad, Competencias, Pylvar, Variabilidad, Entornos (AE), Metodología (ID)

- Modelación y Simulación (MS)

1. Introducción

- Vinculación con otras

- Historia (HM)

- disciplinas (VD)

- Resolución de Problemas

La evaluación de los aprendizajes es un aspecto medular dentro de la propuesta curricular del Nuevo Modelo Educativo para la Educación Media Superior, en donde se propone “entender la evaluación como un proceso relacionado con la planeación y el aprendizaje que incluye como variables a las situaciones didácticas, las actividades del estudiante y los contenidos y es el resultado de aplicar diversos instrumentos a los aspectos a valorar” (SEP, 2017, pág. 849). Es importante notar que, a pesar de que el Nuevo Modelo Educativo considera a la evaluación por competencias esencial para que se alcance el perfil del egresado. El Informe de la Educación Obligatoria en México 2017, para el caso específico de la Educación Media Superior menciona un resultado importante: “se observa que los profesores, más que formar en competencias, buscan solventar las necesidades de sus alumnos en el dominio de contenidos. En otras palabras, no se evidencia una comprensión profunda del enfoque por competencias”, (INEE, 2017, pp.220).

Por otra parte, de acuerdo con Ravela, (2009), la aversión a la evaluación está fuertemente arraigada en la cultura de la profesión docente. En primer lugar, porque

*Autor para la correspondencia. E-mail: roguardar@gmail.com Tel. 55-25-60-10-47



evaluar a los estudiantes es una de las actividades más ingratis, aburridas y que, generalmente se hace mal. En segundo lugar, porque prevalece la idea de que, la educación no puede ser evaluada, debido a su complejidad y subjetividad. Tenti, (citado por Ravela, 2009), hace notar la paradoja de que los docentes son probablemente los profesionales que más evalúan (a sus estudiantes) y, al mismo tiempo, los que más rechazan toda forma de evaluación externa sobre su propio trabajo; muestran una resistencia a ser observados por una sociedad que duda de la calidad de su trabajo. Este autor destaca que buena parte del problema de la evaluación docente tiene que ver con confusiones conceptuales.

De acuerdo con Schmelkes, (1994), las actividades de la escuela deben verse como un proceso y el proceso es el que produce los resultados. Caracterizar los procesos requiere identificar las variables de entrada y salida, así como sus interrelaciones. Tal orientación se basa en la Teoría de Sistemas, la cual sostiene que la compresión de los sistemas sólo ocurre cuando se estudian globalmente, involucrando todas las interdependencias de sus partes, además, requiere un nivel de cooperación y de comprensión de las nuevas formas de organización de comunidades de aprendizaje, (Cantú, 2011). Dichos conceptos fueron originados principalmente en las Teorías de la Administración de negocios con apoyo de herramientas de Probabilidad y Estadística, y que han permeado en todo tipo de organismos de actividad humana que busquen mejorar su desempeño, como en el caso de la Educación.

Cantoral, (2016) menciona que a través de la Teoría Socioepistemológica se puede establecer una filiación entre el conocimiento matemático y las prácticas humanas. Este autor ha caracterizado el pensamiento variacional como eje fundamental del pensamiento matemático. Por otra parte, su uso es fundamental en los modelos de Gestión de la Calidad ya que permite identificar las variables de un proceso y sus relaciones, con ello definir los criterios e indicadores para poder evaluarlo, controlarlo, generar predicciones y aunado con la retroalimentación, se vuelven mecanismos eficaces hacia la mejora continua.

En el estudio realizado por el Banco Mundial, (Bruns y Luque, 2014), en Latinoamérica se encontró que quienes ingresan a las carreras pedagógicas tienen conocimientos matemáticos menos sólidos que el conjunto general de los estudiantes de la educación superior. Las competencias matemáticas son básicas para entender los modelos de gestión de calidad y sus herramientas de control, utilizadas en la evaluación por competencias, por lo que es necesario identificar el grado en que los docentes hacen uso de ellas en un proceso fundamental como lo es la evaluación.

De lo anterior, surge la pregunta: *¿Cómo se manifiesta la noción de variación en actividades realizadas por el docente durante el proceso de evaluación del desempeño en el aula?*

El objetivo de la investigación consistió en analizar la relación entre la manifestación de habilidades del razonamiento variacional y el proceso de evaluación de competencias. La hipótesis de investigación se estableció como sigue: “Una mayor habilidad de razonamiento variacional aumenta la eficacia del docente para la evaluación del desempeño en el enfoque por competencias.”

89 Esta investigación buscó construir argumentos y encontrar evidencias que sostengan
90 que para lograr que la evaluación se use como herramienta de gestión para alcanzar
91 un mejor desempeño del alumno, se requiere que el docente tenga habilidades de
92 *razonamiento variacional*, propias del pensamiento matemático. Se buscó identificar
93 dichas habilidades en las actividades de evaluación realizadas por el docente dentro
94 del aula, iniciando desde la planeación didáctica, la construcción de instrumentos y
95 uso de indicadores para evaluar el desempeño del alumno, hasta el análisis de los
96 resultados, bajo la perspectiva de que el pensamiento matemático está escondido en
97 las prácticas sociales cotidianas, (Cantoral, 2016, pp.56) y que la cultura de la calidad
98 implica un uso de saber matemático.

99

100 **2. Metodología**

101

102 El estudio utilizó un diseño de investigación no experimental transversal conjuntamente
103 con técnicas cualitativas para dar cumplimiento a las siguientes actividades, acordes
104 con objetivos específicos:

- 105 • Definir las principales actividades del proceso de evaluación del desempeño en
106 el aula bajo el modelo por competencias.
107 • Identificar elementos de la planeación docente relacionados con la evaluación
108 por competencias.
109 • Describir los elementos variacionales presentes en los instrumentos de
110 evaluación del aprendizaje diseñados por el docente.
111 • Identificar las habilidades de razonamiento variacional en el docente mediante
112 ejercicios que caracterizan al Pensamiento y Lenguaje Variacional, (Pylvar).
113 • Relacionar las actividades de evaluación con las habilidades de razonamiento
114 variacional del docente.

115 Se realizó una indagación empírica para analizar la relación entre la manifestación de
116 habilidades del razonamiento variacional y el proceso de evaluación de competencias
117 en una muestra de 20 profesores de Bachillerato General del Estado de México. Con
118 base en el marco teórico se definieron las principales actividades del proceso de
119 evaluación del desempeño en el aula bajo el enfoque por competencias; mediante este
120 modelo se identificaron elementos de la planeación docente relacionados con la
121 evaluación por competencias. Se construyeron instrumentos para identificar el nivel de
122 habilidades de razonamiento variacional en el docente mediante ejercicios que
123 caracterizan al Pensamiento y Lenguaje Variacional, (Pylvar), tomando en cuenta lo
124 propuesto por Caballero y Cantoral, (2013) y se diseñaron situaciones de evaluación
125 de desempeño para conocer las actividades realizadas por el docente durante este
126 proceso, finalmente, mediante una matriz de datos, se relacionaron las actividades de
127 evaluación con las habilidades de razonamiento variacional del docente.

128 Con base a lo estipulado en las características del perfil docente para el desempeño
129 de las funciones docentes en la educación media superior para el Ciclo Escolar 2017-
130 2018, (SEP, 2017), la importancia de los procesos de evaluación también se manifiesta
131 en la dimensión 2, la cual se refiere a la capacidad del docente para planear las

132 actividades de formación, enseñanza, aprendizaje y evaluación atendiendo al modelo
 133 basado en competencias, ubicándolos en diferentes contextos significativos para el
 134 alumno. Los parámetros e indicadores que se toman en cuenta para la presente
 135 investigación se encuentran en la Tabla 1.

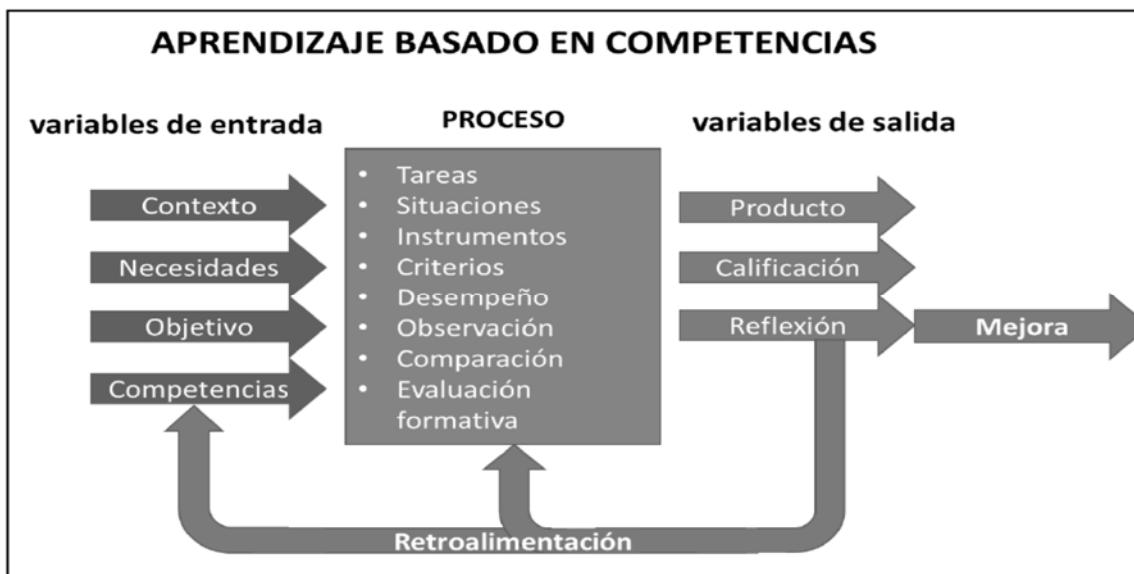
136

| | |
|--|---|
| 2.3 Establece estrategias de evaluación y retroalimentación para el desarrollo de los procesos de aprendizaje y formación de los estudiantes. | 2.3.1. Emplea instrumentos de evaluación pertinentes para la obtención de información sobre el desempeño de los estudiantes. 2.3.2. Comunica a los estudiantes de manera constructiva y sistemática sus observaciones sobre los resultados de las evaluaciones, para el logro de los aprendizajes. |
|--|---|

137 *Tabla 1. Parámetro 2.3 e indicadores, perteneciente a la Dimensión 2 del Perfil de*
 138 *Desempeño Docente (SEP, 2017).*

139

140 Por otra parte, se propone un esquema con enfoque sistémico para identificar, los
 141 elementos variacionales que deberían ser considerados por el docente durante el
 142 diseño y aplicación de las estrategias de evaluación del aprendizaje tomando como
 143 base el modelo por competencias.



144
 145 *Figura 1. Esquema sistémico del modelo de aprendizaje por competencias.*
 146 *(Construcción propia).*

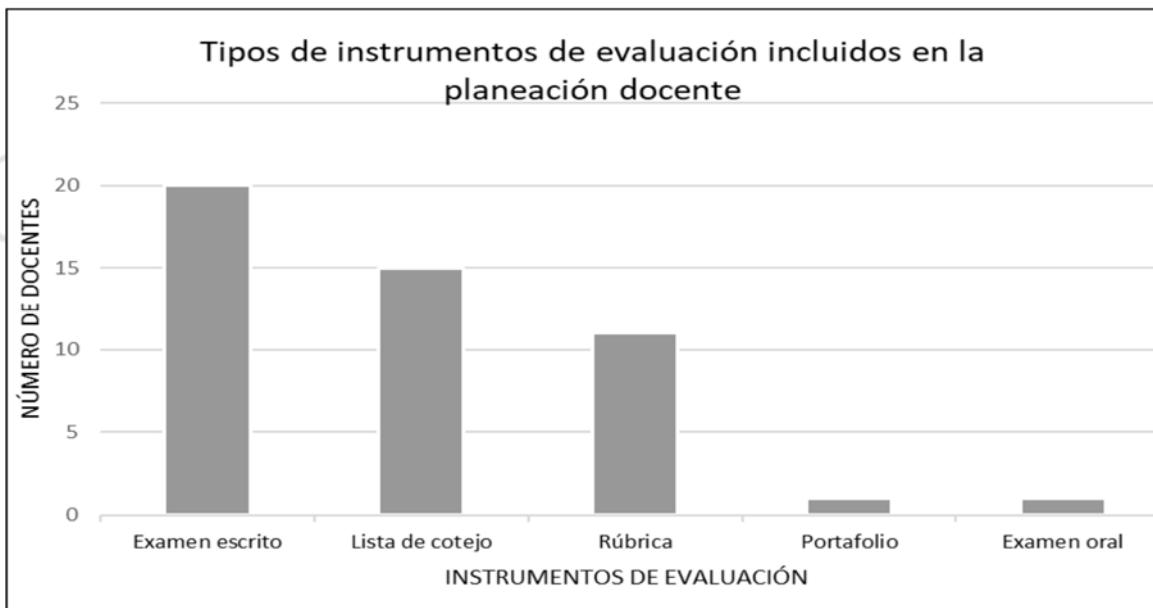
147

148 3. Resultados y análisis

149

150 El objetivo general buscó identificar los elementos principales y analizar las posibles
 151 relaciones entre dos situaciones cognitivamente complejas en el docente: el

152 razonamiento matemático variacional y el proceso de evaluación de competencias.
 153 Con base al marco teórico se elaboró un modelo sistémico del proceso de
 154 aprendizaje y evaluación por competencias, con la finalidad de explicitar los
 155 elementos, el orden y las relaciones entre ellos. Los resultados mostraron que sólo el
 156 15% de la muestra de profesores, incluyen en su planeación todos los elementos del
 157 modelo de aprendizaje y evaluación por competencias, el resto emplea herramientas
 158 tradicionales de evaluación de aprendizajes, (fig.2). De la muestra de 20 docentes
 159 sólo 3 presentaron una rúbrica con elementos variacionales congruentes con el
 160 producto a evaluar.
 161



162
 163 *Figura 2. Identificación de los elementos de evaluación por competencias en la planeación*
 164 *docente*

165
 166 Respecto a los ejercicios de comparación/estimación, sólo 7/20 docentes, es decir, el
 167 35% contestaron correctamente las situaciones problemáticas de comparación/
 168 estimación. La argumentación que fundamenta dos de esas situaciones sólo fue
 169 elaborada correctamente por el 10% de maestros, es decir sólo dos participantes
 170 construyeron el argumento correcto para explicar el fenómeno variacional solicitado.
 171 Por otra parte, el 95% de los docentes contestaron correctamente los ejercicios de
 172 seriación, sin embargo, sólo el 80% logró dar los argumentos que fundamentan el
 173 resultado de la serie, (ver figuras 3 y 4).

174

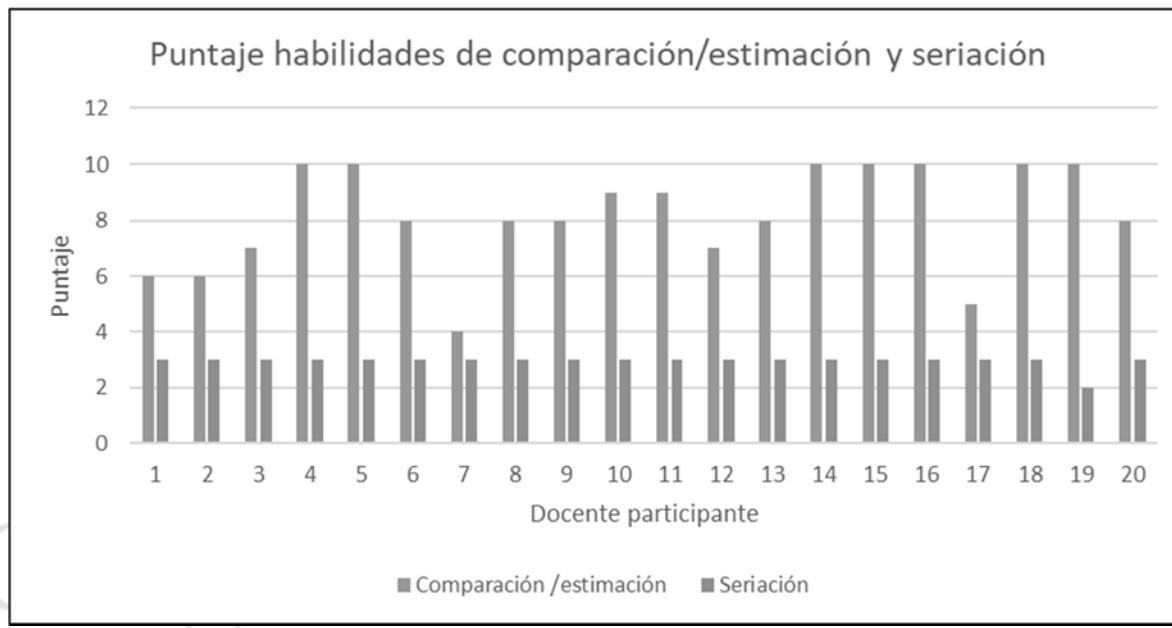


Figura 3. Comparación de puntajes obtenidos en habilidades de pensamiento variacional.
 Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

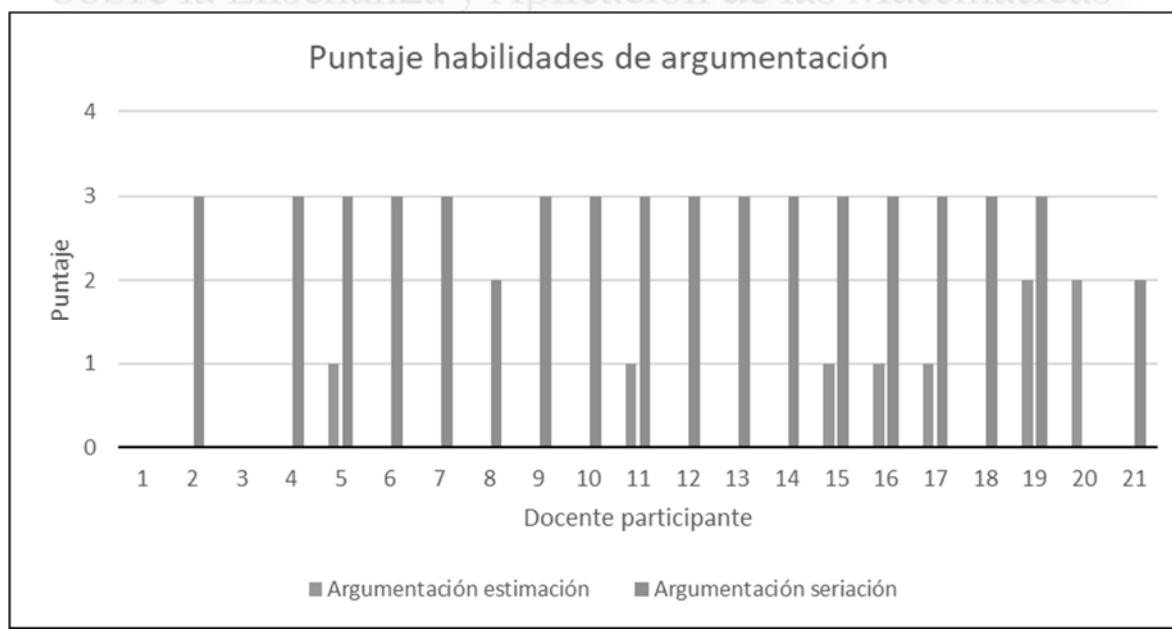


Figura 4. Comparación de puntajes obtenidos en habilidades de argumentación del pensamiento variacional.

Al aplicar el instrumento para Identificar las habilidades de razonamiento variacional en el docente muestran que los participantes tuvieron un puntaje promedio de 14.15, siendo 18 el máximo puntaje. Los docentes del área profesional de Matemáticas e Ingeniería no destacaron en esta prueba. El estudio reveló que la gran mayoría de los docentes tuvo dificultades en los reactivos donde se solicitaba que construyeran

187 su respuesta, es decir en la argumentación. Por otra parte, los resultados obtenidos
188 de las situaciones de evaluación de competencias mostraron que sólo cerca de la
189 mitad de los docentes aplica adecuadamente el proceso para desarrollar y valorar
190 una competencia genérica. Adicionalmente, el 40% de los docentes mostraron
191 desconocimiento de las estrategias de enseñanza-aprendizaje que favorecen el
192 desarrollo de competencias.

193

194 **4. Conclusiones**

195

196 Los resultados confirman carencias conceptuales y metodológicas en los docentes
197 respecto a la evaluación basada en competencias, no hay claridad entre la
198 interrelación entre los criterios, indicadores y evidencias.

199 La triangulación de los datos obtenidos no sugiere que exista relación entre los
200 puntajes de habilidades variacionales de la matemática escolar con las habilidades
201 mostradas en el proceso de evaluación por competencias, sin embargo, es necesario
202 fortalecer en el docente el modelo por competencias para que, una vez adaptado
203 adecuadamente, se puedan realizar más estudios respecto a la aplicación del
204 pensamiento variacional y el pensamiento el sistémico.

205 Se concluye que no existe evidencia que afirme que a una mayor habilidad de
206 razonamiento variacional aumente la eficacia del docente para la evaluación del
207 desempeño en el enfoque por competencias, por lo que la hipótesis de esta
208 investigación es falsa. Cabe hacer notar que este estudio aportó evidencia para
209 identificar los elementos variacionales en el proceso de evaluación por competencias,
210 con lo que se dio puntual respuesta a la pregunta de investigación. Sin embargo, se
211 demostró en general la falta de habilidad docente en el proceso de evaluación por
212 competencia y se detectaron problemas en cuanto al proceso de aplicación de los
213 instrumentos, algunos por causa del carácter voluntario de los participantes de la
214 muestra, otros, debido al tiempo limitado para aplicar las pruebas, a la organización de
215 la muestra y otros más derivados de la estructura y validez de los mismos.

216

217 **Agradecimientos**

218

219 La Mtra. Rosa Ma. Guadarrama Gómez agradece el apoyo al Gobierno del Estado de
220 México, a través de la Secretaría de Educación y del Consejo Técnico del Período
221 Sabático para la realización de esta investigación realizada durante el ciclo escolar
222 2017-2018.

223

224 **Índice de referencias**

225

- 226 • Bruns B. Luque, J. (2014) *Profesores excelentes: Cómo mejorar el aprendizaje en*
227 *América Latina y el Caribe*. Banco Mundial.
- 228 •



- 229 • Caballero, M., y Cantoral, R. (2013). *Una caracterización de los elementos del*
230 *pensamiento y lenguaje variacional.* En Flores, Rebeca (Ed.), *Acta Latinoamericana*
231 *de Matemática Educativa* (pp. 1197-1205). México, DF: CLaME.
- 232 •
- 233 • Cantoral, R. (2016). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa.*
234 *Estudios sobre la construcción social del conocimiento.* México. Gedisa.
- 235 •
- 236 • Cantú, J. (2011). *Desarrollo de una cultura de calidad.* México: Mc Graw-Hill
- 237 •
- 238 • DOF (2013b). *Decreto por el que se reforman, adicionan y derogan diversas*
239 *disposiciones de la Ley General de Educación.* Disponible en
240 http://www.dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5313841&fecha=11/09/2013
- 241 •
- 242 • INEE (2017). *La educación obligatoria en México.* Informe 2017. México: INEE.
- 243 •
- 244 • Ravela, P. (2009). La evaluación de la calidad de los sistemas educativos propuesta
245 de un modelo. En *Avances y desafíos en la evaluación educativa.* (pp. 27-40).
- 246 •
- 247 • Schmelkes, S. (1994) *Hacia una mejor calidad de nuestras escuelas.* p. cm.-
248 (Colección INTERAMER, ISSN 1021-4666; no. 32)
- 249 •
- 250 • SEP (2017) *Perfiles, parámetros e indicadores para docentes y Técnicos Docentes*
251 *en Educación Media Superior.* Ciclo 2017-2018. Coordinación Nacional del Servicio
252 Profesional Docente. Disponible en
253 <http://servicioprofesionaldocente.sep.gob.mx/content/ms/docs/2017/permanencia/p>
254 *arametros_indicadores/PPI_DESEMPEÑO_EMS.pdf*

1 **BALANCE DE MATERIA, MEZCLA HEPTANO-OCTANO EN UN PLATO**
2 **DE UNA COLUMNA DE RECTIFICACIÓN.**

3 Celina Elena Urrutia Vargas¹; Armando Aguilar
4 Márquez², José Juan Contreras Espinosa³
5

6 Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán
7 carretera Cuautitlán-Teoloyucan Km. 2.5
8 Vista Hermosa y Av. Narciso Mendoza, Col.
9 San Sebastián Xhala

10

11

Experiencia-P0ER013

12

13

14 **Resumen**

15

16 *El planteamiento de ecuaciones matemáticas y su resolución son indispensables en la solución a*
17 *problemas de una columna de rectificación en Ingeniería Química, como el caso particular de una*
18 *mezcla de heptano-octano para la obtener un producto destilado con un alto porcentaje 98 %de moles*
19 *de heptano y colas de destilación con un porcentaje mínimo 5% en moles de heptano. Las ecuaciones*
20 *algebraicas que resultan del planteamiento del problema nos permiten conocer el balance total de*
21 *materia en moles /h (tomando en cuenta el caudal de alimentación y como resultado el producto*
22 *destilado además el producto de colas de destilación).Con el fin de motivar a los alumnos de primer*
23 *semestre que cursan la asignatura de álgebra en la mencionada carrera, se les presenta el problema*
24 *en clase para que visualicen la utilidad de los sistemas de ecuaciones lineales en encontrar variables*
25 *que representan una concentración y con esto se dé respuesta a la pregunta que siempre plantean en*
26 *los cursos de matemáticas: ¿y este tema para que me servirá en mi carrera?*

27

28

Palabras clave: destilación, columna, platos, rectificación, ecuaciones, álgebra

29

30

1. Introducción

31

32

El estudiante de Ingeniería Química tiene en las matemáticas una gran herramienta en la resolución de problemas de columna de destilación y rectificación, además con las ecuaciones planteadas a partir de este tipo de información en las que se dispone de las composiciones y corrientes para conocer las variables que afectan dicho proceso logra llegar a la solución de los problemas. “Raramente nos hacemos las preguntas: ¿qué piensa el estudiante de lo que vamos a enseñarle?....en el campo de la didáctica y son el resultado de las reflexiones y cambios de paradigmas acerca de lo que es enseñar y aprender” (Quesada, 2012, p.102).Las ecuaciones algebraicas son indispensables cuando existen varias ecuaciones de balance, es por eso que el método algebraico es útil para encontrar las concentraciones que se desconocen, en la resolución de un balance de materia es conveniente un diagrama de flujo, en el cual se identifiquen claramente todas las corrientes de entrada y salida, se recomienda los

*Celina Elena Urrutia Vargas. E-mail: celinaelena@yahoo.com.Tel.56231886

44 pasos siguientes: se debe establecer una base o concentración sobre la cual se
45 planteará el balance de materia para analizar las unidades utilizadas en las
46 concentraciones y que éstas sean congruentes además en el planteamiento del
47 problema las ecuaciones se deben representar las incógnitas (variables) con el fin de
48 encontrar la solución de los sistemas de ecuaciones planteados mediante los
49 diferentes métodos algebraicos.

50

51 **2. Desarrollo**

52

53 En la asignatura de álgebra que se imparte en la carrera de Ingeniería Química en la
54 Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán UNAM, en el primer semestre se abarcan
55 distintos temas para recordar los conceptos básicos necesarios de matemáticas que
56 en teoría tendrían que tener los alumnos que ingresan a la Universidad. Es debido a
57 esto que los profesores de matemáticas tienen que buscar las estrategias necesarias
58 para motivar al alumno con la premisa de que “El aprendizaje consiste en establecer
59 relaciones entre la información nueva y conocimiento previo” (Estévez,
60 2002,p.53),para lograr que el aprendizaje sea significativo, se propicia que los
61 alumnos desarrollen habilidades de razonamiento matemático, si bien la asignatura es
62 de primer semestre se les demuestra a los estudiantes que en semestres posteriores
63 se enfrentarán con la resolución de problemas de columna de rectificación y una de
64 las bases necesarias son las asignaturas de matemáticas que previamente han
65 cursado. Los autores están de acuerdo en la cita “Se conoce que un tipo de problemas
66 se centra en componentes afectivas del aprendizaje: ¿Cómo se pueden crear actitudes
67 positivas hacia las matemáticas? ¡Cómo se pueden crear contextos en los que se
68 enseñe a matematizar?”(Freudenthal,1981,p.133).Se aborda el contexto que facilite el
69 estudiante tenga atención selectiva a su objeto de estudio y que sea capaz de
70 visualizar cómo organiza su pensamiento para llegar a la mejora de la educación
71 matemática, es por esto que los profesores deben reflexionar sobre lo que es el vínculo
72 entre el alumno y los conocimientos, además del rol o papel que desempeñan como
73 guías o facilitadores en el proceso enseñanza aprendizaje.Como primer paso se les
74 da información de lo que es rectificación(se recuerda que los estudiantes son de primer
75 ingreso en Ingeniería Química y la información que se les da es suficiente con fin
76 demostrativo) es una operación para realizar una circulación en contracorriente de
77 vapor, en un aparato denominado columna de rectificación, que tiene como partes
78 principales: la columna donde se lleva a cabo el encuentro entre el líquido y el vapor;
79 el calderín en donde la mezcla se somete a punto de ebullición para su separación y
80 se encuentra en la base de la columna; el condensador de reflujo situado en la parte
81 superior de la columna, que suministra líquido en forma descendente para contactarlo
82 con el vapor.Para la columna de platos consideramos mezclas binarias, la rectificación
83 es marcha continua, cuando los caudales de entrada y salida de la columna
84 permanecen constantes. Por conveniencia se les asigna letras a F que será el caudal
85 de alimentación, D será el destilado, por último W el producto de las colas, para
86 establecer un balance total de materia.

*Celina Elena Urrutia Vargas. E-mail: celinaelena@yahoo.com.Tel.56231886

87 En un primer tiempo se le asigna a los estudiantes la tarea que en analizar la
 88 información de un problema de una columna de rectificación de una mezcla heptano-
 89 octano ($\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-CH}_3$) - ($\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-CH}_3$). Existió una retroalimentación con cuestionamientos del tema y propiciando una
 90 lluvia de ideas. Acto seguido se les presenta un problema clásico de rectificación en
 91 columna, resaltando que en el nivel de primer ingreso en que se encuentran sólo se
 92 realizará el balance total de material, las demás incógnitas las resolverán en semestres
 93 superiores.

95 2.1 Problema

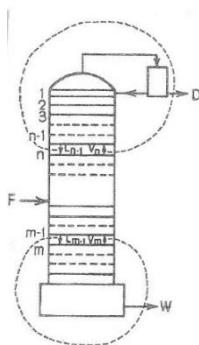
96 Se presenta un problema clásico de una columna de rectificación para que el
 97 estudiante se resuelva los sistemas de ecuaciones que resultan del planteamiento del
 98 problema:

99 Una mezcla equimolecular heptano-octano entra como alimentación en un plato
 100 intermedio de una columna de rectificación que trabaja a la presión atmosférica
 101 normal. Se desea obtener un producto destilado que contenga 98% moles de
 102 heptano y un producto de colas que solo ha de contener 5% moles de heptano. La
 103 alimentación entra en la columna a su temperatura normal de ebullición. El vapor
 104 procede del piso 1 entra en condensador de reflujo, que en esta columna es un
 105 condensador total; una parte del condesado vuelve a la columna a la columna a su
 106 temperatura de condensación y otra sale como producto destilado, de tal modo que
 107 la relación entre el líquido que retorna y el vapor que llega (relación de reflujo) es
 108 $L/V=3/4$. Determíñese el número de pisos teóricos necesarios y la posición del plato
 109 de alimentación. (Ocon, 1974, p.311).

110

111 2.1.1 Solución

112



113

114

115

116 **Figura 1. Diagrama de una columna de rectificación en marcha continua, *Problemas de***

117 *Ingeniería Química, operaciones básicas* Ocon/Tojo(1974),pág.311

118

119 Si se alimenta una composición conocida y se rectifica, da lugar a productos de cabeza
 120 y cola en cantidades y composiciones diversas, que están en función de los valores
 121 asignados a las variables independientes. Se efectuará el balance de materia sin

*Celina Elena Urrutia Vargas. E-mail: celinaelena@yahoo.com.Tel.56231886

122 atender al diseño de la columna de rectificación ni a las relaciones de equilibrio vapor-
 123 líquido de la mezcla a tratar.

124 Se inicia como base de cálculo de una mezcla heptano (CH_3 , CH_2 , CH_2 , CH_2 , CH_2 , CH_2 ,
 125 CH_3) y octano (CH_3 , CH_2 , CH_2 , CH_2 , CH_2 , CH_2 , CH_2 , CH_3) con alimentación de la columna
 126 de $F=100$ moles /h

127

128 Los balances de materia parten de las ecuaciones

129

130 $F=D+W$ Ec. (1)

131 Sustituyendo el valor de la alimentación de la mezcla heptano-octano tomada como
 132 base

133 $100=D+W$ Ec. (2)

134 Y de sus concentraciones correspondientes que se indica en el problema

135 $100(0.5)=0.98D+0.05W$ Ec. (3)

136 Despejando D de la ecuación Ec. (2)

137 $D=100-W$ Ec. (4)

138 Sustituyendo el valor de la ecuación Ec. (4) en la ecuación Ec. (3)

139 $100(0.5)=0.98(100-W)+0.05W$ Ec. (5)

140 Realizando las operaciones queda en términos de W

141 $50=98-0.98W+0.05W$ Ec. (6)

142 $50-98=-0.93W$ Ec. (7)

143 $-48=-0.93W$ Ec. (8)

144 $-48/-93=W$ Ec. (9)

145 Reacomodando

146 $W=-48/-0.93$

147 $W=51.6$ moles/h

148 Sustituyendo el valor de W en Ec. (4), se encuentra el valor del destilado D

149 $D=100-51.6$ Ec. (10)

150 $D=48.4$ moles/h

*Celina Elena Urrutia Vargas. E-mail: celinaelena@yahoo.com.Tel.56231886

153

3. Resultados

154

155 El resultado de la clase demostrativa o sesión didáctica en la que se muestra al
156 estudiante de Ingeniería Química que cursa la asignatura de álgebra en primer
157 semestre fue positivo, por el nivel de participación y motivación que mostraron los
158 alumnos incluso se vertieron comentarios como “álgebra si la voy a ocupar en mi
159 carrera”, “sí es de utilidad el planteamiento de ecuaciones en problemas de Ingeniería
160 Química”
161

162

4. Conclusiones

163

164 En la resolución del problema de ingeniería en el que el alumno vincula la teoría con
165 la práctica, éste logra el desarrollo de la habilidad de razonar además de lograr la
166 resolución de algunos problemas simples, tendrá la capacidad para resolver
167 problemas más complicados, se logra la visualización de que la clase de álgebra es
168 más que una serie de ejercicios áridos con repeticiones, comprende la utilidad de los
169 conocimientos algebraicos, por último se desarrolla con este tipo de problemas el
170 desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo en matemáticas que necesita el alumno
171 de Ingeniería.
172

173 Referencias

174

- 175 • Estévez,E.(2002).*Enseñar a prender.Estrategias cognitivas*.Editorial Paidos
176 Mexicana,S.A.Pág.53
- 177 • Freudenthal,H.(1981).*Major problems of mathematics education, Educational
178 Studies in Mathematics* vol.12,pág.133
- 179 • Ocon,J.(1974).*Problemas de Ingeniería Química,operaciones básicas,tomo
180 I*,editorial Aguilar.España.Pág.313
- 181 • Quesada, María de Rocío (2012).*Cómo planear la enseñanza estratégica*. Ed.
182 Limusa.México.Pág.102

183

184

185

186

187

188

189

190

191

192

193

194

*Celina Elena Urrutia Vargas. E-mail: celinaelena@yahoo.com.Tel.56231886



Memorias del Congreso Internacional Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán
2 y 3 de mayo del 2019, Cuautitlán Izcalli, Estado de México
ISSN 2448 - 7945



195
196

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

*Celina Elena Urrutia Vargas. E-mail: celinaelena@yahoo.com.Tel.56231886

1

CINEMA TEMÁTICO

2

Nadia Huerta Sánchez^{1,*}, Julieta Hernández Hidalgo²

3

^{1,2}Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades Plantel Vallejo. Eje Central
Lázaro Cárdenas S/N, Magdalena de las salinas, 07760 Gustavo A. Madero, CDMX

4

A través del Programa de Actualización, Formación Docente y Académica

5

EA-POER076

6



7

Resumen

8

El Estatuto General de la UNAM (Dic. 1974), manifiesta en artículo 1º: La UNAM [...] tiene por fines impartir educación superior para formar profesionistas, investigadores, profesores universitarios y técnicos útiles a la sociedad; organizar [...], y extender con la mayor amplitud posible los beneficios de la cultura.

9

La Universidad cumple todos los días con las primeras dos misiones. Con respecto a la tercera, es necesario entender su significado. Según el diccionario de la RAE, cultura es un “conjunto de conocimientos que permite a alguien desarrollar un juicio crítico”.

10

En el caso particular del Colegio de Ciencias y Humanidades, en el documento “Orientación y Sentido de las Áreas del Plan de Estudios Actualizado” (2006) menciona que: ... “El Colegio concibe al alumno como sujeto de cultura y no su mero receptor ni destinatario, por lo que éste no sólo debe comprender los conocimientos sino también juzgarlos, relacionarlos con su propia experiencia y realidad, asimilarlos crítica y personalmente y, si fuera el caso, trascenderlos, reelaborarlos o sustituirllos por otros mejor fundados.”

11

Desafortunadamente muchos alumnos perciben a las matemáticas como una serie de conocimientos complicados e inútiles. Esta visión puede ser modificada mostrando el escenario en que nace, sus ideas y descubrimientos por medio del cine, comentándolos con expertos y ejercitándolos por medio de juegos. Si fuera posible cambiar la percepción que los alumnos tienen de las matemáticas, podrían escoger su profesión por convicción más que por temor, por lo que se tendrían profesionistas con una alta capacidad de razonamiento.

12

- Modelación y Simulación (MS)

13

Este proyecto nació en el marco del día internacional de pi, que es parte de un esfuerzo institucional para divulgar las matemáticas, combatir el miedo que los alumnos le tienen.

14

- Resolución de Problemas

15

Palabras clave: Cine, matemáticas, divulgación, difusión, cultura, juegos.

16

- Uso de las TIC's (UT)

17

1. -Introducción

Manipulables (EM)

18

- Pensamiento Numérico

19

Actividades

20

El Estatuto General de la UNAM (Dic. 1974), junto con la Ley orgánica de la Universidad Nacional Autónoma de México (Ene. 1945) manifiesta en artículo 1º:

21

La universidad Nacional Autónoma de México es una corporación pública –organismo descentralizado del Estado– dotada de plena capacidad jurídica y que tiene por fines impartir educación superior para formar profesionistas, investigadores, profesores universitarios y técnicos útiles a la sociedad; organizar y realizar investigaciones principalmente acerca de las condiciones y problemas nacionales, y extender con la mayor amplitud posible los beneficios de la cultura.

22

Dra. Graciela Ángela Chávez Díaz

23

Autor para la correspondencia: .Nadia Huerta Sánchez. E-mail: consofia@gmail.com



Congreso 2 y 3 de Mayo del 2019

45 La Universidad cumple todos los días con la formación de profesionistas y la
46 investigación por medio de clases, seminarios y otras actividades. Con respecto a la
47 tercera misión “*extender los beneficios de la cultura*” implica que nos preguntemos
48 sobre las acciones que pueden difundir además de poner al alcance del público algo,
49 en este caso los conocimientos matemáticos y su contexto.
50 Coloquialmente la palabra “culto” se utiliza para describir a aquella persona que
51 conoce y asiste a conciertos de música, representaciones teatrales y otras expresiones
52 artísticas. En este sentido la misión cumple con el fin encomendado; pero en realidad
53 la cultura es un “conjunto de conocimientos que permite a alguien desarrollar un juicio
54 crítico”. En consecuencia, la universidad tiene la obligación de divulgar todos aquellos
55 saberes que permitan el desarrollo de un juicio crítico.
56 Dentro de las distintas actividades humanas existe, al menos una, que tiene como
57 parte de su método el juicio crítico; de hecho es gracias a ella que se han logrado
58 progresos que han repercutido en la forma de vida de millones de personas: la ciencia;
59 dentro de ella, la rama que desarrolla el pensamiento deductivo e inductivo además de
60 la habilidad de razonar sistemáticamente un problema, es la matemática.
61 En el caso particular del Colegio de Ciencias y Humanidades, en el documento
62 “Orientación y Sentido de las Áreas del Plan de Estudios Actualizado” (2006) se
63 mencionan cuestiones en este mismo sentido: desarrollar un juicio crítico.
64 Desafortunadamente muchos alumnos perciben las matemáticas como una serie de
65 conocimientos complicados e incluso inútiles y al científico que la desarrolla como
66 alguien distraído, un poco loco y con poco interés sobre los problemas sociales y
67 políticos de su entorno. Esta visión distorsionada (muchas veces implementada por los
68 científicos) puede ser modificada mostrando el panorama que los rodea, así como a
69 sus ideas y descubrimientos por medio del cine, ya que entre otras cosas transmite
70 mucho más que el conocimiento en sí. Dependiendo del material que se escoja se
71 puede modificar la visión que la mayor parte de las personas tiene de la misma.
72 Si fuera posible cambiar la percepción que los alumnos de los dos subsistemas del
73 bachillerato tienen de las matemáticas podríamos tener estudiantes que escogen su
74 profesión porque están convencidos de que el área que eligen es la que les gusta y no
75 por miedo a enfrentar los problemas matemáticos y en ese sentido tendríamos
76 profesionistas con una alta capacidad de razonamiento.
77 Este proyecto nació en el marco del día internacional de π , que es parte de un
78 esfuerzo institucional para divulgar las matemáticas y combatir el miedo que los
79 alumnos tienen a esta asignatura, así como relacionarlo con su vida cotidiana.
80 Tradicionalmente el día internacional de π se celebra el 14 de marzo de acuerdo al
81 formato de fecha estadounidense. La UNAM se unió a la festividad desde hace seis
82 años y conjunta varias actividades: algunas lúdicas, otras conferencias y por último un
83 cine-debate de una película que tiene que ver con matemáticas. Durante todo este
84 tiempo se ha observado que estas actividades tienen un impacto positivo en la
85 percepción que los alumnos tienen de las matemáticas, incluso varios profesores había
86 sugerido que esos eventos se realizaran con más frecuencia, pero la logística que se
87 despliega esos días son difíciles de replicar pues entre otras cuestiones requieren

88 presupuesto. De esta forma se observa que la actividad tiene impactos positivos en la
 89 comunidad, pero que es difícil de replicar.

90 El CineMa temático pretende conjuntar todas estas ideas e inquietudes, proponiendo
 91 una posible solución, para los inconvenientes que presenta. La primera edición se hace
 92 a cargo del Mtro. Isaac Ortigoza Suárez y la profa. Nadia Huerta, pero el modelo y
 93 logística del colegio hacen necesario introducir varias modificaciones que se abordan
 94 gracias al trabajo de la profesora Julieta Concepción Hernández Hidalgo, que son
 95 quienes presentan este trabajo.

96

97 **2. Metodología o desarrollo**

98

99 Se presentó una película cada dos semanas en horario de 1 a 4, en la sala audiovisual
 100 3 del SILADIN, después de la proyección se dio un tiempo para un debate, es decir, la
 101 dinámica sería la de un cine-debate y por último se aplicará alguna actividad lúdica.

102 En la Tab. 1 se enlistan las fechas, películas, y actividades que se realizaron en cada
 103 sesión, así como los invitados a la misma.

104

105

Tabla 1. Fechas, películas, invitados y actividades presentadas.

| # | Fecha | Película | Invitados | Actividad |
|---|-------------|----------------------|--------------------------------------|---|
| 1 | 14/Sep/2018 | Los inventores | Clubs de robótica del CCH Vallejo | Presentación de prototipos en funcionamiento, se compartió la experiencia de concursar y de elaborar robots |
| 2 | 28/Sep/2018 | Ágora | Wilberth López de Jesús | Espirógrafo |
| 3 | 12/Oct/2018 | Talentos ocultos | Cinthya Annel Monroy | Concurso de armado de aviones de papel |
| 4 | 26/Oct/2018 | Los Pelayos | Julieta Concepción Hernández Hidalgo | Presentación de la actividad: grandes y chicos |
| 5 | 9/Nov/2018 | La reina del Ajedrez | Club de ajedrez* | Presentación de algunos problemas matemáticos relacionados con el ajedrez |

106

107 Después de cada película se realizó una actividad lúdica que tuviera que ver con otras
 108 organizaciones del mismo colegio, o en su defecto que pudiera llevarse a cabo con
 109 materiales que todos pudieran tener, o que fuera fácil de adquirir como una app o un
 110 tablero imprimible para impulsar a que los jóvenes hagan uso de los múltiples recursos
 111 y organizaciones con los que ya cuenta el plantel.

112 Al finalizar la actividad pidió a los alumnos que llenaran un cuestionario de satisfacción
 113 y de manera opcional los profesores contarán con otro listado de preguntas que
 114 pueden utilizar para evaluar la comprensión que los alumnos tuvieron de la película y
 115 del impacto que ésta pudo haber tenido sobre su persona.



116 En general, se pretendía invitar a ciertos grupos, fuera de su horario de clase, como
117 una actividad complementaria y que esta actividad no afectase a sus asignaturas, por
118 ello las sesiones se realizaron en un horario intermedio, los viernes, para que, además,
119 la película sirviera como incentivo para que los alumnos de la mañana se queden a
120 todas sus clases y a que los alumnos de la tarde lleguen temprano al plantel.
121 Los aspectos logísticos que tuvieron que realizarse fueron:

122 ♦ Antes:

- 123 ○ Redacción y difusión de la invitación por medio de redes sociales, correo
124 electrónico, manta (Se adjuntan los modelos al final de la presentación).
125 ○ Montaje el equipo: Cañón o pantalla, laptop, película (usb o dvd),
126 bocinas, grabadora de audio, (¿Palomitas?), sede (¿cortinas?).
127 ○ Preparar actividad y los materiales para la misma.
128 ○ Diseño del cuestionario de satisfacción (formulario de google), Impresión
129 del código QR

130 ♦ Durante

- 131 ○ Estar presente en la función para tender cualquier posible eventualidad,
132 ○ Presentar al comentarista o debatientes, moderar el mismo.
133 ○ Llevar a cabo la actividad
134 ○ Grabar el audio del debate
135 ○ Contar asistentes, tomar una fotografía de los asistentes para que sirva
136 de evidencia en cada función
137 ○ Pegar la dirección electrónica del cuestionario de satisfacción de la
138 película para que los jóvenes lo llenen (código qr).

139 ♦ Después:

- 140 ○ Recoger equipo
141 ○ Mandar audio
142 ○ Redacción de un breve informe
143 ○ Revisión de resultados de cuestionarios

145 3. Resultados y análisis

147 Debido a algunos problemas logísticos con los cuestionarios sólo fue posible rescatar
148 un muy pequeño número de resultados de las encuestas que se enlistan a
149 continuación.

150 Cabe mencionar que como muestran las ilustraciones 2, 3 y 4 los alumnos tiene una
151 buena aceptación del material, tanto de los videos como de las actividades posteriores.
152 Parece haber un impacto positivo en la perspectiva de las matemáticas con la que
153 salen los asistentes. En particular, en las mujeres, pues películas de Ágora las ayuda
154 a reflexionar más acerca de la carrera que pueden escoger y del papel que las mujeres
155 tuvieron en otros momentos de la historia.



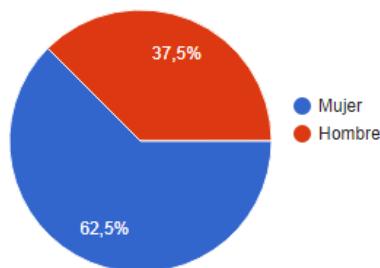
Película que evalúas

8 respuestas



Género

8 respuestas



156
157
158

Figura 1. Como puede verse en esta gráfica, casi todos los alumnos que llenaron la encuesta fueron quienes vieron Ágora, y de la misma forma se puede ver que la mayoría fueron hombres

159
160
161

En donde en esta ocasión todos los asistentes fueron alumnos, que aceptaron la invitación de un profesor, esperábamos generar un público que nos acompañara sin necesidad de la intervención de su profesor.

¿Te gustó la actividad asociada a esta película?

8 respuestas

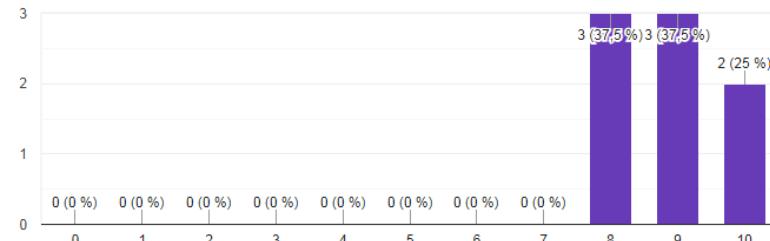


162
163

Figura 2. Las actividades propuestas han tenido una buena aceptación entre los alumnos.

¿Te gustó la película?

8 respuestas



164
165
166
167

Figura 3. La selección de películas ha tenido buena acogida entre los estudiantes, parecen adecuadas para el público objetivo, en términos de los objetivos del CineMa temático, entre los que están la modificación de su actitud ante la matemática.

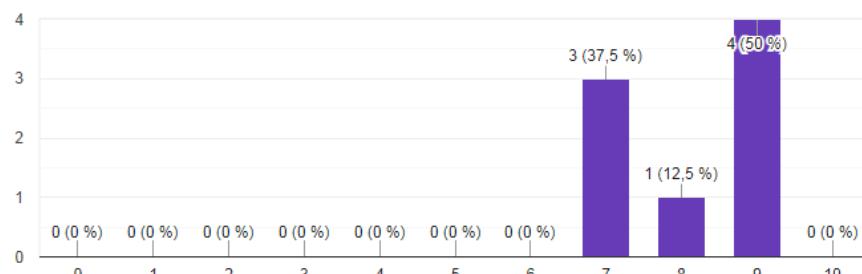
168
169
170
171
172

En varios casos las conferencias fueron impartidas por profesores del colegio, que previamente se informaron del tema de la película, y que leyeron los libros sobre los cuales se basan muchas de ellas, éstas, así como alguna sección de la bibliografía secundaria que se anexan en las referencias.



¿Te fue útil la información que se dio después?

8 respuestas



173
174
175

Figura 4. Las charlas después de las películas pueden mejorar, nadie salió odiándolas. La puntuación es la menor de todas.

176 Como puede observarse en las Figs. (2) - (5), este formato ha tenido una buena acogida
 177 entre la comunidad, teniendo que variar el tipo de información que los conferencistas
 178 comentan. Se buscará variar las temáticas para relacionarlas con la matemática y
 179 quede más claro el vínculo que existe entre ellas.
 180

181 A continuación, en las Figs. (5), (6) se anexa un ejemplo de la invitación que se publicó
 182 en redes sociales, y se envió por correo electrónico a los estudiantes, ambas en
 183 tamaño carta.
 184
 185



Figura 5. Ejemplo de poster que anuncia la película de esa ocasión además de los datos de la misma.



186
 187
 188
 189

Figura 6. Invitación en la que se procura despertar la curiosidad de los posibles asistentes, además de dar una breve sinopsis de la película y hacer divulgación de la matemática que se toca en el film o de la historia en que se genera ésta última.

190 **4. Conclusiones**

191
192 Existieron varios problemas de implementación entre otros con los llenados de los
193 cuestionarios y el tiempo que es posible dedicar a esta actividad, pues se vio que debe
194 acotarse el horario a dos horas, por lo que de existir otra edición se trataría de realizar
195 una dinámica similar con capítulos de series como: Numb3rs, Scorpion, Touch, entre
196 otras, de la misma forma se pretende ir armando una ludoteca matemática que pueda
197 estar al alcance de los estudiantes, con la ayuda de los jóvenes que quieran realizar
198 servicio a la comunidad, validando horas de prepa sí, entre otras posibilidades.
199

200 **Agradecimientos**

201
202 A la dirección del CCH Vallejo por facilitar los recursos necesarios para poder hacer
203 posible el presente proyecto.

204
205 Al Mtro. Isaac Ortízo Suárez por compartir su tiempo, conocimientos y experiencia
206 para hacer posible la implementación de esta idea en el colegio.

207
208 Al Mtro. Wilbert de Jesús López por su invaluable ayuda para llevar a cabo el presente
209 proyecto.

210
211 **Índice de referencias:**

- 212
- 213 • Consejo Universitario. (1974) Estatuto General de la UNAM. UNAM
 - 214 • Consejo técnico del CCH. (2006) Orientación y Sentido de las Áreas del Plan de
215 Estudios Actualizado. UNAM
 - 216 • Shetterly, M.L. (2017). Talentos ocultos. Estados Unidos de América: Harper Collins
217 Español.
 - 218 • Catmull, E. (2015). *Creatividad*, S. A. México: conecta.
 - 219 • Hagenbeck, F. G. (2017). *Matemáticas para las Hadas*. México: Grijalbo.
 - 220 • Stewart, I. (2006). *Cartas a una joven matemática*. España: Drakontos Bolsillo.
 - 221 • Isaacson, W. (2011). *Steve Jobs*. La biografía. España: Random House Mondadori.
 - 222 • García-Pelayo, I. (2011). *La fabulosa historia de los Pelayos*. España. Debolsillo.
 - 223 • Davis, J. (2015). *Los inventores*. México. Océano



OBTENCIÓN DE DATOS POR LOS ALUMNOS, EXPERIENCIA DURANTE UN CURSO EMPLEANDO SOFTWARE ESTADÍSTICO

Pedro Ivan Ramirez Montes^{1,*}, Belem Hernández Morgado¹, José Luz Hernández Castillo¹, Frida María León Rodríguez¹ y Armando Aguilar Márquez¹

¹ Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, Universidad Nacional Autónoma de México. Carr. Cuautitlán-Teoyoyucan Km. 2.5, San Sebastian Xhala, 54714 Cuautitlán Izcalli, Edo. de Méx.

EA- POER081

Resumen

En este trabajo se presenta la experiencia de los autores ampliando las actividades en el aula presentadas originalmente por Paret y Martzla (2008) para la enseñanza de la estadística. Se planificó el desarrollo de una práctica con el objetivo de mejorar la enseñanza de los temas “Estudios de repetibilidad y reproducibilidad (R&R, por sus siglas en inglés) de sistemas de medición de tipo cruzado” (Automotive Industry Action Group, 2010) y “estudio de linealidad y sesgo” (Escalante, 2013).

Los materiales para el desarrollo de la práctica consisten en paquetes de botanas como muestras y una balanza de cocina como instrumento de medición, estos medios fueron seleccionados por la familiaridad de los alumnos con ellos. Dichos medios permitieron realizar la práctica dentro del laboratorio de computo en el que se desarrolla el curso normalmente, durante el desarrollo de la práctica los estudiantes realizan los roles de “operador” y “analista” mientras que el profesor participa únicamente como guía. La elección de un tema impartido aproximadamente a la mitad del curso permite que los estudiantes adquieran familiaridad con el software estadístico utilizado previo al desarrollo de la práctica. En este trabajo se discute como el desarrollo de dicha práctica permite ejemplificar de manera adecuada la recolección de datos. El desarrollo de la práctica proporciona elementos para una discusión posterior sobre temas como: aleatorización de las mediciones o el tipo de errores y su impacto en la reproducibilidad o en la repetibilidad.

Palabras clave: software estadístico, Minitab, linealidad y sesgo, sistemas de medición, reproducibilidad, repetibilidad.

1. Introducción

Paret y Martzla (2008) propusieron una serie de actividades empleando dulces M&M's con el objetivo de hacer inmediatamente entendible algunos conceptos de estadística, permitiendo la transformación de un objeto cotidiano en una poderosa herramienta de aprendizaje. En base a este antecedente, en este trabajo se presenta el desarrollo de una práctica con el objetivo de mejorar la enseñanza de los temas “Estudios de repetibilidad y reproducibilidad (R&R, por sus siglas en inglés) de sistemas de medición de tipo cruzado” (Automotive Industry Action Group, 2010) y de un “estudio de linealidad y sesgo” (Escalante, 2013).

La práctica consiste en tres etapas, la primera consiste en la recolección de datos, la segunda en el procesamiento de los datos mediante un software estadístico y la tercera el análisis y discusión de los resultados.

* Autor para la correspondencia. E-mail: pedroivan_86@hotmail.com Tel. 56-23-19-04



48 Las actividades descritas por los autores en este trabajo impactan principalmente la
 49 primera etapa y en cierta medida la tercera etapa, por lo que nos limitaremos a describir
 50 la experiencia durante la primera etapa.

51 1.1 repetibilidad y reproducibilidad

52 El estudio de repetibilidad y reproducibilidad (R&R) del sistema de medición busca
 53 estudiar la variabilidad de un sistema de medición (los componentes de dicho sistema
 54 incluyen dispositivo de medición y sus operadores) que puede estar influenciada por
 55 factores como la calibración y el entorno de medición. Se entiende por repetibilidad “la
 56 variación provocada por el dispositivo de medición”, puede observarse, por ejemplo,
 57 cuando un mismo operador usa el mismo dispositivo repetidas veces bajo las mismas
 58 condiciones, observándose una variación. La Fig. (1) muestra un instrumento de
 59 medición 1, que es utilizado en condiciones de repetibilidad (por ejemplo, el mismo
 60 operador, el mismo procedimiento, el mismo ambiente de medición), comparado contra
 61 el instrumento de medición 2 también usado en condiciones de repetibilidad, de la
 62 distribución de las mediciones puede observarse que este último posee mayor
 63 repetibilidad.

64

Sobre la Enseñanza Matemáticas



65

66

67

68 La reproducibilidad puede entenderse como “la variación provocada por causas
 69 distintas a la variación del instrumento” por ejemplo debidas a la medición por varios
 70 operadores, se observa con mayor facilidad cuando diferentes operadores usan el
 71 mismo dispositivo de medición bajo las mismas condiciones y aun así existe una
 72 variación entre las mediciones de los operadores.

73 En la Fig. (2) se observa la comparación entre buena reproducibilidad (distribución
 74 izquierda) y baja reproducibilidad (distribución derecha), en ambos casos las
 75 mediciones se realizan por cuatro operadores, usando las mismas condiciones.

76

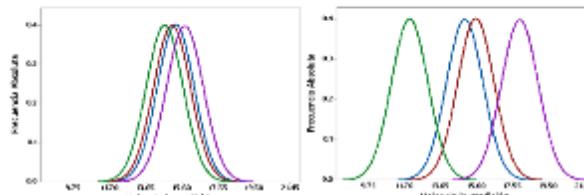
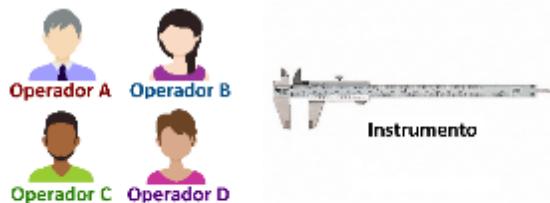


Figura. 2. Reproducibilidad

77
78
79

1.2 Sesgo y linealidad

80 El sesgo (o exactitud) puede definirse como la diferencia observada entre el valor de
 81 referencia (valor real, valor del *master*) y el promedio observado de las mediciones de
 82 la misma característica en la misma parte. El sesgo es una medida del error sistemático
 83 de un sistema de medición. La linealidad es el cambio de el sesgo a lo largo del rango
 84 de medición esperado. Sistemas de medición con linealidad inaceptable pueden
 85 también proceder de un sesgo que cambie de manera no lineal, los distintos tipos de
 86 sesgo se ejemplifican en la Fig. (3).

87 Problemas con el sesgo y la linealidad pueden originarse por una mala
 88 calibración, un equipo desgastado o alguna reparación, patrón desgastado (*master*
 89 desgastado), cambios ambientales (temperatura, humedad, vibración), errores de
 90 paralaje, diseño inadecuado, violación del principio de operación, entre otros.

92



Figura. 2. Sesgo y linealidad

93
94
95

1.3 Importancia de los sistemas de medición

96 Uno de los principios de la metodología seis sigma es la gestión basada en el uso de
 97 datos, por lo que un análisis acerca de si el sistema de medición provee de información
 98 confiable es de primordial importancia para el desarrollo de la metodología seis sigma.
 99 De manera adicional, como requisito las organizaciones certificadas en ISO 9001
 100 deben determinar los métodos de medición (seguimiento, análisis y evaluación)



102 necesarios para asegurar resultados válidos (ISO 9001:2015). En la Fig. (4) se
 103 muestran el número de certificados emitidos en la región de Norte América en el
 104 periodo de 1993 a 2017.

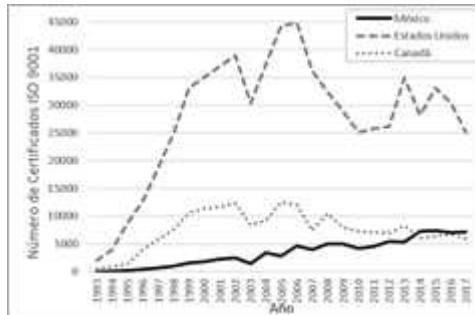


Figura. 4. Número de certificados ISO 9001 en América del Norte por país.

105
 106 La popularidad del estándar para sistemas de gestión de la calidad en México (7184
 107 de certificados en 2017) y en el mundo (1,058,504 de certificados en 2017) (The ISO
 110 survey 2017), hacen que el análisis de los sistemas de medición sean un aspecto muy
 111 importante de la educación estadística de los ingenieros.

2. Desarrollo

2.1 Estudio R&R

112 El desarrollo de la práctica comienza cuando se les entrega a los estudiantes la
 113 muestra, que consiste en dos juegos de partes que se consideran representativas (20
 114 bolsas con cacahuetes “japoneses”) del proceso en el que se emplea el sistema de
 115 medición, Inicialmente los estudiantes colocan etiquetas para identificar cada una de
 116 las partes, lo que permite seguir el orden de medición aleatorio. Los estudiantes
 117 generan usando el software estadístico una lista con un orden aleatorio para efectuar
 118 las mediciones, cada estudiante participa como operador y mide la misma pieza en
 119 tres ocasiones ayudando a su compañero a registrar los valores correspondientes.
 120 Este proceso se repite hasta generar un total de 90 mediciones (Fig. (5)).
 121

122 La segunda parte de la sesión se desarrolla de manera normal, es decir cada uno de
 123 los estudiantes genera la gráfica y resultados del estudio R&R en su computadora,
 124 siguiendo las instrucciones del Profesor.





Figura. 5. Recolección de datos del estudio R&R.

133
134
135
136
137
138
139
140
141
142
143
144
145
146

2.2 Estudio de Sesgo y linealidad
 El desarrollo de la práctica comienza al solicitar a los estudiantes que seccionen cinco objetos que consideren representativos del intervalo de medición del instrumento que se emplea. Posteriormente se identifican estos objetos y el profesor proporciona para cada uno de ellos el valor de referencia de la característica a medir (en este caso la masa del objeto). Los estudiantes generan un orden aleatorio para realizar las mediciones, para este estudio un único operador mide las cinco piezas diez veces de forma aleatoria. La segunda parte de la sesión se desarrolla de manera normal, es decir cada uno de los estudiantes genera la gráfica y resultados del estudio R&R en su computadora, siguiendo las instrucciones del Profesor (Fig. (6)).

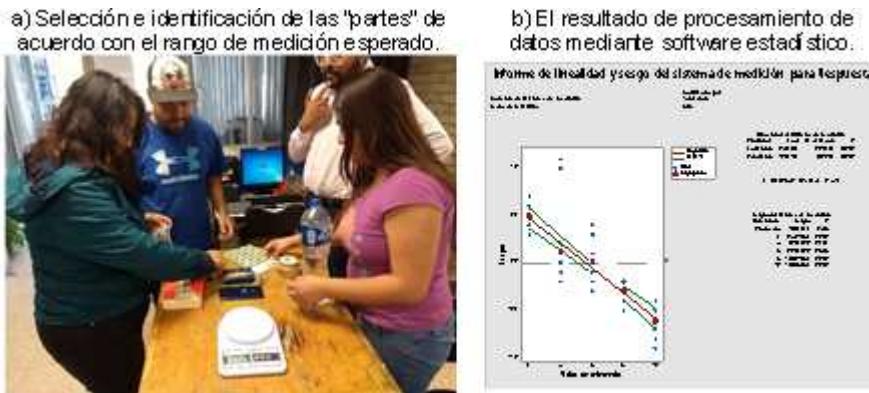


Figura. 6. Recolección de datos del estudio de sesgo y linealidad.

147
148
149
150

3. Resultados y análisis

Durante el desarrollo de esta experiencia los autores pudimos constatar como objetos cotidianos se transforman en medios de aprendizaje que permiten, por ejemplo,

mostrar la influencia del entorno de medición, en la Fig. (7) se observa que un ventilador cercano podría ser el origen de alguna vibración, mientras que la mesa al presentar cierto tambaleo impide que el instrumento se encuentre nivelado. Las actividades de recolección de datos por medio de los alumnos también permiten ejemplificar, la influencia de la técnica de medición, en la Fig. (7) también se muestra como algunos operadores colocan la parte en el centro del plato de la balanza mientras otros lo hacen en uno de sus bordes.

160



a) ejemplos de fuentes de variación



b) Diferencias en procedimiento de medición

161
 162 **Figura 7. Ejemplos de la Influencia del entorno de medición y metodología en el resultado de
 163 los estudios.**

164

Otro tipo de errores que se observan son, por ejemplo, mensajes de error debido a que los estudios no se encuentran balanceados, resultado de errores en el registro de los datos.

las fases de análisis y discusión de resultados de la práctica, utilizando datos obtenidos de libros de texto o datos “de muestra” (obtenidos del desarrollador del software estadístico), difieren en algunos casos con el análisis de juegos de datos obtenidos por los estudiantes. Observamos que esta diferencia se origina en una mala recolección o registro de los datos, que puede conducir, por ejemplo, a dispersión excesiva en los datos, dificultando el análisis.

De acuerdo con lo anterior consideramos que este tipo de actividades deben complementarse con juegos de datos obtenidos de libros de texto o datos “de muestra”, seleccionados para permitir ejemplificar alguna característica del sistema de medición.

Como se menciona en la introducción las etapas de procesamiento de los datos con software estadístico, así como la discusión y análisis de los resultados, prácticamente no se modifican a comparación de una experiencia usando datos obtenidos de libros de texto o datos “de muestra”.

182

183 **4. Conclusiones**

184

Las actividades de recolección de datos por parte de los estudiantes, descritas en este trabajo, contribuyen a mejorar la enseñanza de los temas de “Estudios de repetibilidad y reproducibilidad de sistemas de medición de tipo cruzado” y “estudio de linealidad y

188 sesgo" ya que proporcionan elementos para exemplificar errores que pueden afectar la
189 realización de dichos estudios. Esto facilita la discusión y análisis de los resultados.
190 En particular los autores consideran que las actividades permiten de manera natural a
191 los estudiantes, ejercitarse habilidades como el trabajo en equipo y la comunicación. Los
192 resultados sugieren que la enseñanza usando datos obtenidos de libros de texto o
193 datos "de muestra no debería de sustituirse sino complementarse con actividades de
194 recolección de datos por los alumnos.
195 Se sugiere el desarrollo de actividades similares para mejorar la enseñanza de otros
196 temas como el diseño de experimentos o pruebas de hipótesis incluidos en diversos
197 cursos impartidos en la FES Cuautitlán.

198

199

200 Índice de referencias

201

202 Automotive Industry Action Group. (2010). Measurement Systems Analysis
203 Reference Manual (cuarta edición). Southfield, MI: Automotive Industry Action Group.

204

Charlet, L. (s/f). The ISO Survey. Recuperado de
205 <http://www.iso.org/cms/render/live/en/sites/isoorg/home/standards/certification--conformity/the-iso-survey.html>

207

Escalante, E. J. (2013). Seis-sigma: metodología y técnicas (segunda edición).
208 México, D.F.: Limusa.

209

Paret, M., y Martzla, E. (2008). Recursos de enseñanza – Aplicaciones para el aula.
210 Recuperado de <http://www.minitab.com/es-mx/academic/teaching-resources/classroom-applications/>

212

The International Organization for Standardization. (2015). ISO 9001:2015, Sistemas
213 de gestión de la calidad —Requisitos. Ginebra, Suiza: The International Organization
214 for Standardization.



USO DE LECTURAS OBLIGATORIAS PARA LA ENSEÑANZA DEL CONTROL ESTADÍSTICO DE PROCESOS

Pedro Ivan Ramirez Montes^{1*}, Miguel de Nazareth Pineda Becerril¹, Omar García León¹, Juan Rafael Garibay Bermúdez¹.

¹ Departamento de Matemáticas, Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, Universidad Nacional Autónoma de México. Carr. Cuautitlán-Teoloyucan Km. 2.5, San Sebastian Xhala, 54714 Cuautitlán Izcalli, Edo. de Méx.

EA- POER084

Resumen

En este trabajo se presenta las diversas características que hacen de las lecturas obligatorias un recurso didáctico enriquecedor. Inicialmente, esta clase de ejercicios se introdujeron como un medio para promover el desarrollo, en los estudiantes (Shuman, Besterfield-Sacre, y McGourty, 2005), de algunas de las llamadas “capacidades profesionales” (competencias o habilidades blandas) delineadas por organismos como el Consejo de Acreditación de la Enseñanza de la Ingeniería (CACEI), o el Consejo de Acreditación para Ingeniería y Tecnología (ABET, por sus siglas en inglés). En particular la capacidad de comunicarse eficazmente (de forma oral y escrita) y la capacidad de aprender en forma continua y autónoma (Olmedo-Torre, Martínez, Perez-Poch, y García, 2016). En el contexto particular de la Facultad de Estudios Superiores de Cuautitlán también se justificó la introducción de lecturas obligatorias con la finalidad de proporcionar una aproximación a la tarea de lectura de compresión de textos en idioma inglés. Durante algunos semestres se ha empleado el trabajo de Kelly y Drury (2002) como una opción a elegir, en este se analiza el uso del control estadístico de procesos (SPC, por sus siglas en inglés) en las organizaciones y se presentan algunos modelos. Esta lectura enriquece la discusión de los contenidos ya que presenta temas poco desarrollados en los libros de texto como los aspectos organizacionales (humanos) que afectan el desempeño del SPC, además se introducen de manera interesante la aplicación de investigación cualitativas como el Grupo Focal, Encuestas y la entrevista enfocada en un contexto de Ingeniería.

Palabras clave: competencias, profesionales, control, estadístico, de procesos, comunicación.

1. Introducción

A principio de la década de los noventas del siglo pasado, surgieron reportes de sectores como la industria, el gobierno y la academia que señalaban deficiencias serias en la educación de la ingeniería en Estados Unidos de América (USA, por sus siglas en inglés), resultado de ello el Consejo de Acreditación para Ingeniería y Tecnología (ABET, por sus siglas en inglés) de USA, hizo público una serie de criterios referentes a las capacidades que los graduados de programas de ingeniería deberían poseer, con el fin de evaluar la pertinencia de los programas educativos en conseguir dichas habilidades en sus egresados.

La publicación de los criterios por parte de la ABET, junto con un reporte seminal de la Sociedad Americana para la Educación de la Ingeniería (ASEE, por sus siglas en



47 inglés) se consideran como las iniciativas más importantes que han impactado la
48 enseñanza de la ingeniería en los últimos años (Shuman, Besterfield-Sacre, y
49 McGourty, 2005).

50 Las habilidades señaladas por la ABET pueden dividirse en dos categorías, la primera
51 de ellas incluye habilidades como por ejemplo a) la ampliación de conocimiento en
52 matemáticas, física, química, ingeniera, etc. para la solución de problemas; b)
53 habilidad para conducir y diseñar experimentos, así como analizar e interpretar datos;
54 c) habilidad de diseñar sistemas, componentes o procesos capaces de cumplir con
55 necesidades previamente especificadas.

56 El segundo conjunto de habilidades incluye las llamadas “capacidades o competencias
57 profesionales”, a menudo referidas como habilidades blandas con una connotación
58 peyorativa, en estas se incluyen habilidades como a) La habilidad para trabajar en
59 equipos multidisciplinarios; b) Una comprensión de los asuntos contemporáneos; c)
60 Capacidad de entender su responsabilidades éticas y profesionales; d) Capacidad
61 para evaluar el impacto económico, ambiental, social y global de las soluciones de
62 ingeniería; e) Comprensión de la necesidad de un aprendizaje permanente durante su
63 trayectoria profesional (localización, evaluación e integración de nuevos
64 conocimientos); f) Capacidad de comunicación efectiva (diversas audiencias).

65 Se ha señalado también que los estudiantes graduados de ingeniería no están lo
66 suficientemente preparados con respecto a habilidades de comunicación y que esta
67 habilidad resulta más importante que aspectos como la motivación, la educación y el
68 trabajo duro para el ascenso profesional (Sadiku y Ali, 2015).

69 En el contexto nacional existe El Consejo de Acreditación de la Enseñanza de la
70 Ingeniería, Asociación Civil (CACEI) es una asociación civil con participación de
71 actores que representan a Instituciones de educación superior, el gobierno mexicano,
72 el sector productivo, y organizaciones internacionales de profesionales de ingeniería.
73 El CACEI es la instancia acreditadora de los programas de estudio ofrecidos en el país.
74 La acreditación tiene como objetivo garantizar la calidad y pertinencia de los
75 programas educativos, buscando que estos sean congruentes con estándares
76 internacionales. En este sentido el CACEI evalúa que los egresados de un plan de
77 estudios desarrollen capacidades deseables en un ingeniero, el conjunto de criterios
78 publicados por el CACEI guarda una enorme similitud con los criterios publicados por
79 la ABET. Cabe resaltar que los cursos de idiomas también son considerados por el
80 CACEI como parte importante de la formación en ingeniería.

81 De las 1800 horas (bajo tutela de un académico) consideradas para la formación de un
82 ingeniero propuesta en el documento marco de CACEI solamente 300 es decir el 16.6
83 % corresponde a cursos dedicados a desarrollarlo en los egresados de programas de
84 ingeniería habilidades como la Capacidad de aprendizaje permanente y autónomo o
85 la capacidad de comunicación efectiva, las 300 horas no son exclusivas para estas
86 dos habilidades, sino que se prorratean en la adquisición de otras habilidades (puede
87 ocurrir de manera simultánea)g (María Elena Antonia, 2018).

88 Dados los anteriores antecedentes los autores de este trabajo han discutido diversas
89 estrategias en las que la incorporación de actividades dentro y fuera del salón de

90 clases permitan o ayuden a desarrollar particular la capacidad de comunicarse
91 eficazmente (de forma oral y escrita) y la capacidad de aprender en forma continua y
92 autéonoma.

93

94 **2. Metodología o desarrollo**

95

96 Existen diversas propuestas en la literatura sobre los elementos que componen el
97 aprendizaje continuo, el modelo RIRI (por sus siglas en inglés) desarrollado por Henry
98 y Rogers (como se citó en Shuman, Besterfield-Sacre, y McGourty, 2005) consiste en
99 la recepción, interrogación, reflexión, y la integración. Miller, Olds, and Pavelich
100 sostienen que el aprendizaje autónomo pudiera evaluarse de manera indirecta a través
101 de la medición del desarrollo intelectual (como se citó en Shuman, Besterfield-Sacre,
102 y McGourty, 2005). La propuesta de Shuman, et al (como se citó en Shuman,
103 Besterfield-Sacre, y McGourty, 2005) es que esta habilidad depende y se desarrolla a
104 la par de otras habilidades como la de lectura, escritura y comunicación oral, la
105 capacidad de analizar y retener nueva información, así como el pensamiento crítico.
106 Investigaciones recientes en la Universitat Politècnica de Catalunya han mostrado que
107 las herramientas más usadas para la evaluación de competencias profesionales son
108 las rubricas, pero el uso de listas de verificación y escalas también son apropiadas
109 para este propósito (Olmedo-Torre, Martínez, Perez-Poch, & García, 2018).

110

111 En el contexto del Departamento de Matemáticas de la Facultad de Estudios
112 Superiores Cuautitlán (FESC) debe considerarse la comprensión de textos en idioma
113 ingles ya que esta ha sido incluida como requisito de titulación o como parte de
114 programa en algunas carreras ofrecidas por la FESC.

115

116 2.1 Selección de Lecturas Obligatorias

117

118 Motivados por la importancia del desarrollo de habilidades profesionales en el
119 desarrollo profesional de los estudiantes atendidos en los cursos relacionados con
120 aspectos de calidad se propuso incorporar una actividad fuera del aula que consiste
121 en la lectura del documento "Sociotechnical Reasons for the De-Evolution of Statistical
122 Process Control" de Kelly y Drury (2002) publicado en la Quality Management Journal
123 que es una publicación oficial de American Society for Quality (ASQ, por sus siglas en
124 inglés). El texto presenta un modelo desarrollado para entender las consecuencias de
125 un uso incorrecto del control estadístico de procesos, se introducen de manera
126 interesante la aplicación de investigación cualitativas como el Grupo Focal, Encuestas
127 y la entrevista enfocada en un contexto de Ingeniería.

128 La actividad que se le propone al estudiante es la elaboración de un resumen y un
129 trabajo de extensión libre, La elaboración del resumen permite en algunos casos
130 evaluar su capacidad de comprender y retener nueva información. Para el trabajo
131 de extensión libre se le sugiere al estudiante desarrolle ideas de como emplearía la
132 información recién adquirida para mejorar el control de calidad en la organización en



133 la que trabaja, o para aplicar de manera más eficiente los conocimientos adquiridos
 134 durante el curso.

135

136 3. Resultados y análisis

137

138 Se analizan los resultados para un grupo de la carrera de química industrial durante el
 139 semestre 2019-I, el total de alumnos inscritos en el curso fue de 27, al final del curso
 140 el total de estudiantes que entregaron el resumen y el trabajo en extensión libre fue de
 141 17. En la Tab. (1) se resumen los principales hallazgos.

142

Tabla 1. Detalles de los trabajos entregados para la evaluación.

| | |
|---|---|
| Número total de trabajos | 17 (63% del total de alumnos inscritos) |
| Número de alumnos que entregaron solo el resumen | 6 (35.3%) |
| Número de alumnos que entregaron resumen y un trabajo de extensión libre | 11 (64.7 %) |
| El trabajo de extensión libre no refleja una comprensión del texto. | 3 (27.3 %) |
| El trabajo de extensión libre permite distinguir reflexión e integración* del conocimiento. | 8 (72.7 %) |

143

144 Del total de estudiantes que se involucraron en la actividad solamente un 35.3 % no
 145 realizó el trabajo de extensión libre, limitándose a resumir la información que habían
 146 leído. En un 72.7 % de los casos los trabajos de los estudiantes permiten distinguir
 147 que se efectuó la etapa de reflexión e integración de los nuevos conocimientos,
 148 permitiendo evaluar que existe la capacidad de aprendizaje autónomo y continuo. En
 149 la Tab. (2) se presentan algunos fragmentos tomados de los trabajos, estos reflejan
 150 que el estudiante fue capaz de asimilar la información de manera adecuada. Los
 151 últimos dos fragmentos de la tabla 2 se presentan como ejemplos de cuando el
 152 estudiante no logra entender la nueva información, un 27.3 % de los alumnos en el
 153 grupo analizado, dada la forma en la que se desarrolló la actividad esto no puede
 154 distinguirse del simple caso en el cual el alumno no es capaz de comprender el idioma
 155 inglés.

156
 157

Tabla 2. Fragmentos recuperados de los trabajos que muestran reflexión e integración o la falta de ello.



| | |
|--|---|
| "la implementación de ciertos valores en el ambiente laboral podrían ayudar fuertemente a las empresas" | El estudiante propone acciones para mejorar la implementación del SPC |
| "La falta de veracidad en los resultados del SPC también es reflejo de empresas que no invierten en la capacitación de sus empleados" | La estudiante identifica posibles barreras para el correcto uso del SPC |
| "por lo que prevenir la des-evolución del SPC, parece no ser posible. Por lo que buscar nuevas herramientas y/o cambiar protocolos en la producción puede cambiar la visión que se tiene al control estadístico del proceso" | La estudiante propone adecuaciones a la implementación del SPC |
| "Generando no solo disgustos con el cliente, además de cambios drásticos en el proceso de producción que generan productos de mala calidad que según el SPC indica que son buenos" | El estudiante no comprende la diferencia entre límites del proceso y las especificaciones del cliente. |
| "Por ejemplo aquí podemos ver gráficamente como se mejora el SPC de un gráfico (figura 4) con respecto a otro (grafico 5)" | El estudiante no comprende que los gráficos no representan una mejora del método sino de cómo puede utilizarse. |

158

159 Cabe señalar que el grado en que la habilidad de aprendizaje autónomo y continuo se
 160 ha desarrollado en el estudiante se mide indirectamente a través de su habilidad de
 161 comprensión de lectura, de comunicación escrita y de su capacidad de retener y utilizar
 162 la nueva información.

163 **4. Conclusiones**

164

165 Derivado de los resultados encontrados se propone que el uso de lecturas obligatorias
 166 como una alternativa viable para ayudar a desarrollar y evaluar en los estudiantes de
 167 ingeniería de la FESC habilidades profesionales deseables en los ingenieros como
 168 aprendizaje autónomo y continuo y capacidades de comunicación escrita.

169 Se recomienda para una aplicación posterior el uso de rubricas que permitan una
170 evaluación más detallada. Las posibles limitaciones incluyen la cantidad de
171 estudiantes que un profesor debe atender, así como la disponibilidad de material en
172 español que permita distinguir los casos en los cuales el estudiante no puede aprender
173 de manera continua y autónoma del caso en el que el idioma es el principal problema.
174

175 * Autor para la correspondencia. E-mail: pedroivan_86@hotmail.com Tel. 5521358362, Fax 00-00-00-00

176

177 Índice de referencias

178 Barrera Bustillos, M. E. (2018). Marco de Referencia 2018 del CACEI en el Contexto
179 Internacional. CACEI

180 Kelly, H. W., Drury, C. G., & (primero). (2002). Sociotechnical Reasons for the De-
181 Evolution of Statistical Process Control. *Quality Management Journal*, 9(1), 8–22.

182 Olmedo-Torre, N., Martínez, M. M., Perez-Poch, A., & García, B. A. (2018). Perception
183 of the acquisition of generic competences in engineering degrees. *International Journal
184 of Technology and Design Education*, 28(2), 495–506.

185 Sadiku, M. N. O., y Ali, W. H. (2015). *Signals and Systems : A Primer with MATLAB*.
186 CRC Press.

187 Shuman, L. J., Besterfield-Sacre, M., y McGourty, J. (2005). The ABET “Professional
188 Skills” — Can They Be Taught? Can They Be Assessed? *Journal of Engineering
189 Education*, 94(1), 41–55.

1 UTILIDAD DE LA RECTA, FUNCIÓN DE LA ALIMENTACIÓN EN 2 COLUMNA DE RECTIFICACIÓN

3 Juan Rafael Garibay Bermúdez¹
4 Celina Elena Urrutia Vargas²
5 Pedro Guzmán Tinajero³

6 Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán
7 Carretera Cuautitlán-Teoloyucan Km. 2.5
8 Col. San Sebastián Xhala
9

10
11
12
13
14 Experiencia-POER086

Resumen

15 Uno de los desafíos en la enseñanza del álgebra en las carreras de Ingeniería, es que los alumnos
16 de primer semestre comprendan que la asignatura es una herramienta de suma importancia en las
17 materias subsecuentes que tomarán a lo largo de su carrera Universitaria y que junto a los conceptos
18 matemáticos es la base para dar solución a problemas prácticos como es el caso del número mínimo
19 de platos teóricos en una columna de rectificación de una mezcla cloroformo-benceno, en donde las
20 ecuaciones algebraicas son útiles para calcular los caudales del producto de cabeza y de cola en
21 Kmol/h de la destilación, además para calcular la ecuación de la recta en función en condiciones de la
22 alimentación. En el desarrollo de esta experiencia docente, en clase, se les presenta el problema a
23 los alumnos, se forman equipos, se genera lluvia de ideas para encontrar la solución, existe
24 retroalimentación en el pizarrón, se realiza un diagrama de flujo de la torre de destilación, se plantean
25 las ecuaciones, se resuelven y se analizan las soluciones, al finalizar la clase el alumno tiene
26 expresiones como "sí necesito saber de las ecuaciones de la recta para solucionar problemas de
27 Ingeniería", con esto se da respuesta a la pregunta que siempre plantean en el curso de matemáticas
28 ¿y estos temas para que me servirán en mi carrera?

29
30 **Palabras clave:** cloroformo, benceno, mezclado, rectificación, ecuaciones,

31 1. Introducción

32 El planteamiento de sistemas de ecuaciones para conocer valores de variables, son
33 fundamentales para encontrar la solución en problemas de Ingeniería Química en
34 operaciones básicas para condiciones de: balances de materiales y procesos que
35 involucran, transporte de fluidos, las corrientes y sus composiciones,
36 donde la fricción se considera mínima, con circulación en régimen estacionario. Las
37 magnitudes de la corriente del fluido son constantes en relación al tiempo en cada
38 punto del sistema, la aplicación del principio de conservación de la masa en dos
39 puntos para considerar la cantidad de materia que pasa por ambos, es igual. Las
40 matemáticas son una herramienta indispensable cuando se tienen ecuaciones en
41 las que se pueda despejar una variable en función de las restantes. En este contexto,

42 *celinaelenas@yahoo.com.mx. E-mail: Tel. 56231886,



44 los estudiantes de Ingeniería desarrollan la habilidad de resolución de problemas
45 para el planteamiento de modelos reales y con el análisis de la información, se acota
46 el problema para llegar a la solución.

47

48 **2. Desarrollo**

49 A los alumnos de la carrera de Ingeniería Química, en clase de álgebra se les
50 presenta un problema de aplicación de la industria, como parte de un aprendizaje
51 significativo. Se inicia con un problema de una columna de rectificación en marcha
52 continua para separar una mezcla binaria, se forman equipos, se genera una lluvia
53 de ideas para resolver el problema (tomando en cuenta que los alumnos cursan el
54 primer semestre y el problema solo ilustrará el balance de materiales y el cálculo de
55 la recta en función de la alimentación). Los autores están de acuerdo con la cita “La
56 meta con la que entra el docente al aula es que sus estudiantes desarrollen un fuerte
57 sentido de pertenencia y control sobre su propio aprendizaje en un ambiente centrado
58 en el alumno y el trabajo cooperativo” (Díaz, 2006). El ejemplo mencionado es una
59 columna de rectificación con una mezcla binaria de alimentación cloroformo-
60 benceno, cuando se conocen todas las composiciones, se selecciona uno de los
61 pesos como base y se llega al valor de las variables, tomando en cuenta el peso de
62 destilado, se resuelve por el método de sustitución y finalmente se pueden encontrar
63 los valores del destilado y el desperdicio que sale de la columna de rectificación,
64 además de la recta y su pendiente en función de la alimentación.

65

66 **2.1 Problema**

67 Se proyecta una columna de rectificación en marcha continua para separar 20, 000
68 Kg/h de una mezcla cloroformo –benceno cuya composición es de 0.35 en fracción
69 molar de cloroformo, para suministrar un producto de cabeza de composición 0.97
70 en fracción molar de cloroformo y un producto de cola de composición 0.97 en
71 fracción molar de benceno. La columna ha de trabajar a la presión atmosférica
72 normal, y la alimentación entrará a 16°C. La cabeza de la columna va provista de un
73 condensador a la temperatura de condensación. (Ocon, 1974) Calcúlese:

- 74
- 75 a) Los caudales de alimentación, producto de cabeza y producto de cola, en
76 Kmol/h.
 - 77 b) La ecuación de la recta c (es función de las condiciones de la alimentación).

78

79 **Solución:**

80 Las masas moleculares del cloroformo y del benceno son 119.4 y 78.1
81 respectivamente; luego la masa molecular media de la alimentación será

*celinaelenas@yahoo.com.mx. E-mail: Tel. 56231886,

82

$$M_m = 0.35 (119.4) + 0.65 (78.1) = 92.6 \text{ Ec. (1)}$$

84

$$F = (20\,000)/92.6 \text{ Kmol/h Ec. (2)}$$

85 El flujo de alimentación será:

86 Los caudales de producto de cabeza y cola se determinan a partir de los siguientes
 87 balances de materia:

$$88 \quad 216 = D + W \text{ Ec. (3)}$$

90

$$91 \quad D = -W + 216 \text{ Ec. (4)}$$

92

$$93 \quad 216(0.35) = 0.97D + 0.03WEc. (5)$$

94

95 Tomando en cuenta las concentraciones que se proporcionan

Congreso Internacional

96

$$97 \quad 216(0.35) = 0.97(-W + 216) + 0.03WEc. (6)$$

98

$$99 \quad 75.6 = -0.97W + 209.52 + 0.03W \text{ Ec. (7)}$$

100

$$101 \quad 75.6 - 209.52 = -0.94W \text{ Ec. (8)}$$

102

$$103 \quad -133.92 = -0.94W \text{ Ec. (9)}$$

104

$$105 \quad W = \frac{-133.92}{-0.94} = \frac{142.5 \text{ Kmol}}{h} \text{ Ec. (10)}$$

106

107 Sustituyendo en la Ec. (3)

108

$$109 \quad 216 = D + 142.5 \text{ Ec. (11)}$$

110

$$111 \quad D = 216 - 142.5 \text{ Ec. (12)}$$

112

$$113 \quad D = 73.5 \text{ Kmol/h}$$

114

115

116

117 En este sentido la ecuación de la recta en la forma punto pendiente es muy útil para
 118 que se visualice la alimentación en la columna, “la forma pendiente intersección al
 119 origen de una ecuación de una recta con pendiente m e intersección y (0, b)”
 120 (Demana, 2007) es:

$$121 \quad y = mx + b \text{ Ec. (13).}$$

*celinaelenas@yahoo.com.mx. E-mail: Tel. 56231886,



122
123 Para determinar la ecuación de la recta, se toma en cuenta el coeficiente angular de
124 la recta que es 4.70, entonces la ecuación de la recta que es función de la
125 alimentación será:

126
127
128

129
$$\frac{y - 0.35}{x - 0.35} = 4.70; y04.70x - 1.29 \text{ Ec. (14)}$$

130
131

132
$$Y = 4.70x - 1.29 \text{ Ec. (15)}$$

133
134
135
136

137 3. Resultados

138 La respuesta de los alumnos para la sesión didáctica, en donde se les presenta para
139 que sirven las matemáticas en su carrera y en el caso en particular donde se les
140 muestra que el planteamiento de ecuación y su correspondiente sustitución son útiles
141 en balance de materia, fue altamente satisfactoria y de gran motivación, debido a que
142 el alumno visualiza la utilidad de la recta y su pendiente.

143
144

145 4. Conclusiones

146 Se logra con este tipo de problemas el desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo
147 que necesita el alumno de Ingeniería, el estudiante se da cuenta que los principios
148 fundamentales se pueden establecer tanto en palabras como en la forma de símbolos
149 matemáticos.

150 Con los casos prácticos enfocados a la industria, se desarrolla la habilidad del alumno
151 de razonar, de comprensión y después, de lograr la resolución de algunos problemas
152 simples, además de darse cuenta que los conocimientos de la asignatura de álgebra,
153 en especial la ecuación de la recta, es útil para los cálculos en la columna de
154 rectificación.

155
156
157

- 158 • Demana, F. (2007). *Precálculo. Gráfico, numérico, algebráico*. México: Pearson
159 Educación.

*celinaelenas@yahoo.com.mx. E-mail: Tel. 56231886,



- 160 • Díaz, F. (2006). *Enseñanza situada vínculo entre la escuela y la vida*. México:
161 McGraw Hill.
162 • Ocon, J. (1974). *Problemas de Ingeniería Química. Operaciones básicas*. España:
163 Grupo Editorial Aguilar.
164
165
166
167
168

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

*celinaelenas@yahoo.com.mx. E-mail: Tel. 56231886,

EXPERIENCIAS OBTENIDAS EN INTELIGENCIA DE NEGOCIOS USANDO FLIPPED CLASSROOM

Marco Alberto Silva Reyes^{1,*} y Jacqueline Valadez Romero¹

¹ Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM. Km. 2.5. Carretera Cuautitlán – Teoloyucán, Col. San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcalli, Estado de México, C.P. 54715

EA-POER099

Resumen

La asignatura de inteligencia de negocios se imparte en la FESC en las licenciaturas de Administración y Contaduría, con un programa muy similar en ambas asignaturas donde se incluye en la 5ta unidad el desarrollo de un caso práctico utilizando una herramienta de software para tal efecto, siendo este último donde la mayoría de los alumnos presenta dificultades.

Para aminorar la dificultad de aprender y dominar un nuevo software se tomó como base la clase inversa virtual donde se desarrolló material didáctico en forma de video tutoriales que el alumno uso como referencia para recordar y repetir los ejercicios al mismo tiempo que desarrollaba el caso práctico, pudiendo consultarlos en cualquier momento y lugar.

Esto permitió mejorar el aprovechamiento de la parte práctica de las materias además de permitir centrar la clase en la resolución de las dudas y revisión de los comentarios.

Palabras clave: enseñanza, inteligencia de negocios, flipped classroom, innovación educativa.

1. Introducción

La inteligencia de negocios ha ido evolucionando desde los años 60s de un proceso donde el departamento de sistemas de información desarrollaba un modelo de datos basado en un almacén de datos y herramientas de análisis en línea a un modelo donde los tomadores de decisiones pueden ahora realizar la mayor parte del proceso sin ayuda del departamento de tecnologías de información.

La independencia del departamento de información se ha dado en gran parte al surgimiento de herramientas de Self-Service BI (inteligencia de negocios de autoservicio) que actualmente se encuentran posicionadas en el cuadrante de líderes de Gartner para las plataformas analíticas y de inteligencia de negocios.

El egresado de estas licenciaturas que cuente dentro de su paquete de habilidades con el uso y dominio de alguna de estas herramientas contará con una ventaja competitiva para su desarrollo profesional, sin embargo desarrollar los conocimientos

*E-mail: ma.silvareyes@gmail.com Tel. 044-55-2909-2296



45 y dominio en el software en un semestre es un reto complicado de alcanzar tanto para
46 el alumno como para el profesor.

47

48 El aula invertida ofrece una forma de trabajo diferente que permite maximizar el
49 aprovechamiento del tiempo por un lado en la resolución de dudas por parte del
50 profesor y por otro en el desarrollo en conjunto del conocimiento por parte de los
51 alumnos.

52

53 Por tal motivo se optó por la metodología de clase invertida para desarrollar el caso
54 práctico de la asignatura permitiendo no solo utilizar la clase presencial para la
55 profundización de conocimiento y resolución de dudas sino que también se obtiene
56 material de referencia que puede ser consultado en cualquier momento por parte del
57 alumno.

58

59 **2. Metodología o desarrollo**

60

61 Este proceso de cambio en la forma de impartir la asignatura se ha llevado a cabo en
62 los semestres 2018 I, 2018 II y 2019 I en las asignaturas mencionadas con un promedio
63 de 40 alumnos por asignatura (aproximadamente 130 alumnos en total).

64

65 Se identificó que el caso práctico era el idóneo para la implementación de esta
66 metodología ya que tomando como fuente de información una base de datos ficticia
67 similar al comportamiento de los productos de una compañía de comercio mayorista,
68 el alumno debía implementar los conocimientos adquiridos durante el semestre para
69 la construcción de un modelo de inteligencia de negocios que le permitiera analizar e
70 identificar puntos de oportunidad y proponer mejoras basado en la información
71 proporcionada.

72

73 Para tal efecto se determinaron los temas clave a desarrollar dentro del software Power
74 BI:

75

- 76 1. Creación de la dimensión de tiempo.
- 77 2. Consolidación de Hojas de Excel.
- 78 3. Creación de la dimensión de productos.
- 79 4. Creación de la tabla de hechos de ventas
- 80 5. Creación de las dimensiones de clientes y geografía
- 81 6. Creación de un modelo constelación (añadir tablas de hechos de plantilla y fill
rate)

83

84 Para cada tema se realizaron videotutoriales que fueron compartidos mediante la
85 plataforma educativa Moodle permitiendo que los alumnos tuvieran acceso a ellos en
86 cualquier momento y lugar.

*E-mail: ma.silvareyes@gmail.com Tel. 044-55-2909-2296



87 A continuación de muestra una captura de pantalla de la forma en que se presentó la
88 información en la Plataforma Educativa MOODLE:

89

90

Proyecto

Tutorial Power BI

-  Modelado Dimensional - 01 - Dimensión de Tiempo.
-  Modelado Dimensional - 02 - Consolidar Hojas de Excel
-  Modelado Dimensional - 03 - Dimensión de Productos.
-  Modelado Dimensional - 04 - Creación de la tabla de hechos
-  Modelado Dimensional- 05 - Dimensiones de Clientes y Geografía.
-  Modelado Dimensional - 06 - Creación de constelación (2da tabla de hechos)

91

92

Imagen 1. Listado de videos publicados en la plataforma Moodle.

93

94 Para cada tema se solicitaba a los alumnos haber revisado el video previo a la clase e
95 intentar realizar el ejercicio para que las dudas se pudieran resolver al momento de la
96 clase.

97

98

3. Resultados y análisis

99

100 Con base a la metodología implementada de flipped classrom se pueden analizar los
101 siguientes resultados, uno de ellos es que el alumno tiene un mayor acercamiento a
102 las herramientas necesarias para el aprendizaje de la inteligencia de negocios con la
103 aplicación de casos prácticos que le permiten adquirir las competencias necesarias
104 para su desempeño profesional.

105

106 El alumno se enfrenta a casos reales debido a que los ejercicios prácticos son basados
107 en una base de datos ficticia que le permite desarrollar el análisis y solución de
108 problemas, y permitiendo así la habilidad de realizar propuestas que permitan el
109 mejoramiento de los indicadores.

110

111 Tanto el alumno como el profesor tienen la oportunidad de aprovechar el tiempo de
112 una mejor forma en clase debido a que el alumno en casa desarrolla las prácticas de
113 la herramienta apoyándose de los videos tutoriales, y en clase se refuerza el
114 aprendizaje con apoyo de la tutoría del profesor.

115

*E-mail: ma.silvareyes@gmail.com Tel. 044-55-2909-2296



116 Es sin duda importante señalar que el profesor en este tipo de metodología es visto
117 como tutor o guía en el logro del aprendizaje de la asignatura, es mostrado como apoyo
118 en el logro del objetivo principal que es la adquisición de conocimiento, el estudiante
119 tiene la oportunidad de ver cuantas veces sea necesario los videos, rehacer los
120 ejercicios, y logrando de esta forma la adquisición de competencias.

121

122

123 **4. Conclusiones**

124

125 El implementar en el caso práctico la metodología de clase invertida ha traído los
126 siguientes beneficios a la materia:

127

- 128 • Los alumnos se sintieron más en confianza al contar con videos desarrollados
129 y enfocados totalmente a resolver el tema de clase a diferencia de usar un video
130 genérico que demostrará las prestaciones de la aplicación sobre una base que
131 desconocían.
- 133 • Otro factor de peso fue el hecho de que los videos estén en su idioma nativo,
134 dado que la gran mayoría de cursos y tutoriales de internet se encuentran en
135 inglés.
- 137 • Factores que se vieron reflejados en la prueba final donde se evalúan 3
138 habilidades principales: tecnológicas, de análisis y de solución siendo las
139 tecnológicas las que resultaron con las mejores calificaciones de manera
140 consistente en las tres materias.

141

142 **Referencias**

143

144 Revistas

145

- 146 • Poonawat, W., & Lehmann, P. (2017). Using Self-service Business Intelligence
147 for Learning Decision Making with Business Simulation Games. CSEDU 2014 -
148 Proceedings of the 6th International Conference on Computer Supported
149 Education, (págs. 235-240). U.K.

150

151 Información en línea

152

- 153 • Waranya, Peter y Thomas (Oct. 2015), Teaching Business Intelligence With a
154 Business Simulation Game, en Proceedings of the 9th European Conference
155 on Games Based Learning, Nord-Trondelang University College Steinkjer,
156 Norway, recuperado de

*E-mail: ma.silvareyes@gmail.com Tel. 044-55-2909-2296



- 157 https://www.academia.edu/31620302/Teaching_Business_Intelligence_With_a_Business_Simulation_Game.
- 158
- 159 • UNAM, Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán (s.f), Programa de la
160 asignatura de introducción a la inteligencia de Negocios [Archivo PDF].
161 Recuperado de
162 http://www.cuautitlan.unam.mx/licenciaturas/contaduria/descargas/1965_introduccion_a_la_inteligencia_de_negocios.pdf.
- 163
- 164 • Quesada Castillo, R. (2006, Septiembre). Evaluación del aprendizaje en la
165 educación a distancia “en línea”. RED. Revista de Educación a Distancia,
166 número M6 (Número especial dedicado a la evaluación en entornos virtuales
167 de aprendizaje) [Archivo PDF]. Recuperado de <http://www.um.es/ead/red/M6>.
- 168 • Gartner (2017). Magic Quadrant for Business Intelligence and Analytics
169 Platforms [sitio web]. Recuperado de
170 <https://www.gartner.com/doc/reprints?id=1-3TXXSLV&ct=170221&st=sb>
- 171 • Power BI: <http://powerbi.microsoft.com>
- 172
- 173
- 174

Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

*E-mail: ma.silvareyes@gmail.com Tel. 044-55-2909-2296

PROPICIANDO LA ARGUMENTACIÓN EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS: EL CASO DE LA GEOMETRÍA EUCLIDIANA

Marcos Campos-Nava^{1,*} y Agustín Alfredo Torres-Rodíguez²

¹ Área Académica de Matemáticas y Física, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Carr. Pachuca-Tulancingo s/n Fracc. Carboneras, CP 42080.

² Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de Atitalaquia, Departamento de Ciencias Básicas, Av. Tecnológico No. 9, Col. Tezoquipa, 42970, Atitalaquia, Hgo.

EA-POID004

Resumen

A lo largo de la historia en educación matemática, se ha considerado a la geometría euclíadiana como un modelo de teoría axiomática que permite comprender el proceso lógico-deductivo de la argumentación partiendo de axiomas, definiciones y postulados para demostrar teoremas.

Existe consenso que en la enseñanza de las matemáticas a nivel bachillerato, los teoremas se enuncian al estudiante sin mayor justificación, lo cual propicia que se consideren axiomas o proposiciones que no requieren demostración. En el mejor de los casos si se sigue el orden establecido en los elementos de Euclides, se comenzaría por demostrar la proposición I.1, y así sucesivamente; en consecuencia, la proposición I.47, el Teorema de Pitágoras, requeriría 46 demostraciones previas para poderse justificar.

En esta propuesta se sugiere abordar la proposición I.1, que permite la construcción de triángulos equiláteros, y en lugar de seguir el orden establecido, pasar a las proposiciones I.4 y I.8 que tratan sobre criterios de congruencia y que se pueden demostrar por comparación de figuras; seguido de esto, se puede justificar la proposición I.9, la cual permite bisectar un ángulo dado.

Sabiendo bisectar un ángulo es posible entonces demostrar que los ángulos de la base en un triángulo isósceles son iguales (proposición I.5), así como dividir un segmento en dos partes iguales, construir la mediatrix de un segmento dado, trazar una perpendicular a una recta dada y por ende poder construir también rectas paralelas.

Se considera que con los resultados enlistados, y utilizando el concepto de área, es posible demostrar sin mayor dificultad el Teorema de Pitágoras y el Teorema de Thales, saberes que son indispensables para abordar tópicos de la geometría analítica como distancia entre puntos y pendiente de una recta. Es importante señalar que esta propuesta no pretende restar el formalismo que requiere la instrucción de estos tópicos.

Palabras clave: Geometría Euclíadiana, Argumentación en Matemáticas, Elementos de Euclides.

*Autor para la correspondencia. E-mail: mcampose@uaeh.edu.mx



42 **1. Introducción**

43
44 Una pregunta que todo profesor de matemáticas debiera hacerse en algún momento
45 es ¿qué deben aprender los estudiantes en la clase de matemáticas? La respuesta no
46 es única y dependerá de lo que cada profesor conciba en general sobre ¿Qué son las
47 matemáticas?, y en particular sobre lo que significa saber matemáticas.

48
49 Posiblemente algunos profesores conciben que saber matemáticas es desarrollar
50 adecuadamente cálculos numéricos y algebraicos, pues tal vez consideren que las
51 matemáticas son la ciencia de los números; este enfoque estaría favoreciendo el
52 desarrollo de algoritmos y procedimientos estandarizados para hacer cálculos.

53
54 Otros profesores pudieran considerar que saber matemáticas significa aprender
55 muchas fórmulas para diversos tópicos, por ejemplo saber las fórmulas para el cálculo
56 del área y el perímetro de diversas figuras o saber la fórmula del cuadrado y el cubo
57 de un binomio, o bien las fórmulas para derivar funciones algebraicas; este enfoque
58 no es muy distinto del anterior, se privilegia la algoritmia y la memorización.

59
60 Sin embargo, también existen profesores que consideran que las matemáticas son la
61 ciencia de los patrones (Steen, 1988), y que en ese sentido conciben que aprender
62 matemáticas significa identificar, analizar e interpretar diversos tipos de patrones
63 (numéricos, algebraicos, geométricos, estadísticos, etc.), y que como parte de la
64 identificación de patrones, una actividad inherente debiera ser la de justificar o
65 argumentar que los patrones descubiertos se comportan de cierta manera y no de otra.

66
67 Si los profesores fueran conscientes de la relevancia de desarrollar la capacidad
68 argumentativa de los estudiantes en la clase de matemáticas, posiblemente se
69 interesarían por diseñar actividades y estructurar sus sesiones, de forma que los
70 estudiantes valoren la necesidad de argumentar y justificar las respuestas que
71 obtienen al resolver un problema matemático.

72
73 En este sentido, la geometría sintética, particularmente desde su enfoque euclíadiano
74 ha sido considerada tradicionalmente, un modelo de desarrollo para el pensamiento
75 lógico-deductivo (Camargo y Acosta, 2012; Sánchez, 2012; Gutiérrez y Jaime, 2012),
76 en la cual, a partir de un grupo de axiomas o postulados iniciales, se van demostrando
77 teoremas cada vez más sofisticados hasta poder construir una teoría axiomática.

78
79 *Los griegos han razonado con toda la precisión posible dentro de las
80 matemáticas, y dejaron al género humano modelos del arte de demostrar. La
81 geometría dejó con ellos de ser una recolección de recetas prácticas, de
82 enunciados empíricos o concretos, para convertirse en una ciencia racional y
83 formal. (Lodoño y Prada, 2011, p. 188).*

84



85 Es pertinente aclarar que el objetivo de esta propuesta no radica en proponer una
86 forma alternativa de enseñar la geometría euclídea, sino en una forma de enseñar a
87 los estudiantes la importancia de justificar los resultados, la importancia de diferenciar
88 entre axiomas y teoremas, y por consiguiente, tener un acercamiento a la naturaleza
89 de las matemáticas como una ciencia lógico-deductiva.
90

91 En esta propuesta se parte de los axiomas o postulados del libro I de los Elementos
92 de Euclides, y se proponen algunas variantes en el orden en que se van enunciando y
93 demostrando las diferentes proposiciones que lo componen, así como la introducción
94 de algunos conceptos que permitan justificar teoremas más avanzados, y con ello
95 conseguir mediante un conjunto reducido de proposiciones, acceder a los Teoremas
96 de Thales y de Pitágoras, dos proposiciones que los autores consideramos
97 fundamentales para avanzar en temas más profundos de la geometría sintética y la
98 geometría analítica.
99

100 Como es bien sabido, Euclides de Alejandría vivió entre los siglos III y IV a de C., y es
101 conocido por muchos como el padre de la geometría, su obra está compilada en trece
102 volúmenes conocidos como “Los Elementos de Euclides”, cada tomo o volumen
103 aborda diferentes tópicos de matemáticas, principalmente de geometría plana y del
104 espacio. El libro I inicia con lo que él mismo llamó definiciones (un conjunto de 22,
105 entre las que figuran la definición de línea recta, ángulo recto, rectas perpendiculares,
106 rectas paralelas, círculo, etc.); los famosos 5 postulados de la geometría euclídea,
107 (el equivalente a los axiomas); y las nociones comunes (un conjunto de 5 nociones). A
108 partir de esto, Euclides empieza a enlistar una serie de teoremas, que son conocidos
109 comúnmente como proposiciones, en total son un conjunto de 48, la mayoría se refiere
110 a construcciones geométricas que son posibles con regla y compás, y que involucran
111 rectas, segmentos rectilíneos y triángulos.
112

113 Es común enlistar las diferentes proposiciones (teoremas) que Euclides demuestra,
114 asignando un número romano para indicar el volumen en el que está contenida,
115 seguida de un número indo-árabigo para ubicar el número de proposición, de tal forma
116 que I.1 se referirá a la proposición 1 del libro I; y por ejemplo, III.5 se referirá a la
117 proposición 5 del libro III.
118

119 Existen diversos estudios que reportan haber analizado la estructura de las
120 proposiciones enunciadas por Euclides, (Gutiérrez y Jaime, 2012, Sánchez, 2012) al
121 grado de llegarlas a clasificar de diferentes maneras, no es el objetivo de esta
122 propuesta hacer una nueva clasificación o ahondar sobre la estructura de las mismas,
123 sin embargo para nuestros fines, hemos identificado que existen algunas
124 proposiciones que son más fáciles de justificar que otras y que no requieren de un
125 conjunto amplio de proposiciones previamente demostradas, por lo que hemos de
126 sugerir al profesor que no siga estrictamente el orden de las proposiciones del libro I,
127 ya que si fuera el caso, para demostrar la proposición I.47 (El Teorema de Pitágoras),

128 se podría sobre-entender que es necesario haber demostrado las 46 proposiciones
129 previas. En este sentido, como menciona Sánchez, (2012): “*El primer libro de*
130 *Elementos tiene como objetivo central la demostración del teorema el Pitágoras (T.47)*
131 *y su recíproco (T.48)*”. (p. 79).

132

133 2. Metodología o desarrollo

134

135 La metodología seguida para esta propuesta es de corte cualitativo, es un estudio de
136 caso y se utilizó la técnica de análisis de contenido, para revisar en documentos
137 publicados, lo que otros autores han propuesto para enseñar geometría sintética, así
138 como el análisis de algunos libros de texto de bachillerato en tópicos de geometría.
139

140 Retomando el estudio reportado por Rondero, Reyes y Campos (2015), se analizaron
141 5 libros de texto sugeridos en los programas de estudio de bachillerato en México para
142 el curso de geometría y trigonometría de primer año, encontrando hallazgos similares
143 a los ya reportados por estos autores en torno a la Relación Pitagórica.
144

145 Los libros analizados incluyen tópicos de geometría que aparecen en los Elementos
146 de Euclides (Ángulos y Triángulos; Polígonos y Circunferencia), además de tópicos de
147 trigonometría (Funciones trigonométricas; Leyes de Senos y Cosenos). Sin embargo
148 no favorecen la identificación de patrones ni la argumentación del comportamiento de
149 los mismos, en todos los casos proponen construcciones geométricas a las que llaman
150 “Métodos” para la obtención de un resultado, es decir, se promueve un aprendizaje
151 algorítmico, sin interés por justificar el ¿por qué esos métodos o construcciones son
152 aplicables a todos los casos?.

153

154 A manera de ejemplo, se citará (sin mencionar al autor, el nombre de la obra o la
155 editorial, por principios éticos) la forma en que un libro de texto para bachillerato, que
156 es sugerido en las referencias del programa de matemáticas II, aborda el concepto de
157 bisectriz de un ángulo.

158

159 *Bisectriz de un ángulo es el lugar geométrico de los puntos equidistantes de sus*
160 *lados, La bisectriz divide al ángulo en dos mitades iguales. Para dibujar la*
161 *bisectriz de un ángulo cualquiera conocido, desde el vértice del ángulo se traza*
162 *una circunferencia de radio cualquiera que corta al segmento en “A” y en “B”,*
163 *luego se trazan dos arcos desde “A” y “B” con el mismo radio. El punto donde*
164 *se cortan junto con el vértice “O” del ángulo determina la bisectriz.*

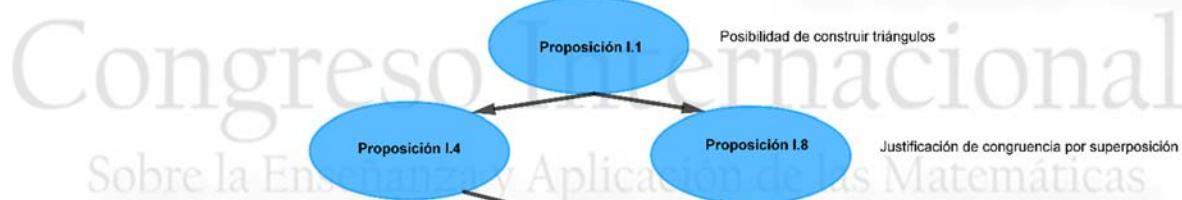
165

166 Cabe señalar que la anterior definición y método de construcción de la bisectriz de un
167 ángulo, aparece en el primer capítulo del libro de texto, sin antecedentes previos sobre
168 la obra de Euclides, sin hacer referencia a la proposición en la cual se propone esta
169 construcción en los Elementos, sin haber definido previamente ¿qué es un lugar
170 geométrico? Y en general sin explicación alguna sobre el método axiomático o la

171 importancia de justificar un resultado, o una demostración previa de algún otro
 172 teorema. Lo anterior ejemplifica lo mencionado en el resumen de este trabajo, en la
 173 cual los autores afirmamos que en bachillerato los teoremas son presentados a los
 174 estudiantes sin mayor justificación.

175
 176 Posteriormente se analizaron las proposiciones del Libro I de los elementos de
 177 Euclides (Heath, 1952), para identificar aquellas que los autores consideran clave para
 178 justificar Teoremas importantes como el Teorema de Pitágoras, y que no requieren de
 179 un conjunto grande de Teoremas previamente demostrados, se organizaron en dos
 180 categorías de la siguiente manera *i)* Proposiciones que permiten construir
 181 perpendiculares y paralelas y *ii)* Proposiciones que en conjunto con el concepto de
 182 área, permiten justificar Teoremas relevantes.

183



184

185

186 **Figura 1: Representación esquemática del orden a seguir.**

187

188 En la Figura 1 se muestra esquemáticamente el orden que se propone a seguir para
 189 abordar las proposiciones del libro I de los Elementos de Euclides, para poder llegar
 190 con mayor rapidez a la justificación de Teoremas Clave de la Geometría. En el
 191 siguiente apartado se detalla la propuesta para abordar las proposiciones del libro I y
 192 llegar a la justificación del Teorema de Pitágoras.

193

194 **3. Resultados y análisis**

195

196 3.1 Los teoremas que permiten construir rectas paralelas y perpendiculares

197

198 *I.1 Dado un segmento finito de recta, construir un triángulo equilátero* (Heath, 1952,
 199 traducción de los autores).

200



201 Se consideró como punto de partida la primera proposición de Euclides, en la cual él
202 argumenta cómo con ayuda únicamente de un compás, es posible construir un
203 triángulo equilátero, conociendo la longitud de sus lados, el cual no es otro que el
204 conocido procedimiento que se enseña desde la educación básica. Para justificar la
205 validez de la construcción propuesta, Euclides hace uso de las definiciones 4 (línea
206 recta); 15 (círculo) y 20 (triángulo equilátero); así como de los postulados 1 y 3.
207

208 La explicación es simple y clara y consideramos que es accesible a estudiantes de
209 niveles básicos, cabe señalar que en lo que sigue del libro I, no hay alguna proposición
210 que enuncie cómo construir triángulos isósceles o escalenos, sin embargo se deduce
211 la construcción de éstos a partir de la proposición I.1 sin mayor dificultad.
212

213 En lugar de seguir el orden establecido, se sugiere que ahora se aborden las
214 proposiciones I.4 y I.8, que consideramos que al igual que I.1 no requieren
215 prácticamente de proposiciones previas, en este caso, ambas proposiciones se
216 refieren a dos conocidos criterios de congruencia de triángulos, y la argumentación
217 que da Euclides (y que es poco usual en el resto de su obra), es por superposición de
218 figuras para verificar que coinciden en todos sus puntos y por lo tanto son congruentes.
219

220 *I.4 Si dos triángulos tienen dos lados iguales a dos lados respectivamente, y tienen
221 iguales los ángulos contenidos por los lados iguales, entonces también tienen la base
222 igual a la base, el triángulo igual al triángulo, y los ángulos restantes iguales a los
223 ángulos restantes respectivamente, a saber aquellos opuestos a los lados iguales.*
224 (Heath, 1952, traducción de los autores)

225
226 *I.8 Si dos triángulos tienen los dos lados iguales a dos lados respectivamente, y tienen
227 también la base igual a la base, entonces también tendrán los ángulos iguales a
228 aquellos que están contenidos por los lados iguales.* (Heath, 1952, traducción de los
229 autores)

230
231 Las anteriores proposiciones corresponden respectivamente a los conocidos criterios
232 de congruencia de triángulos LAL y LLL; y como se ha mencionado, además del hecho
233 de poder construir triángulos (no necesariamente equiláteros), cuyo método queda
234 establecido en la proposición I.1, se requiere la definición de ángulo y el ejercicio cuasi-
235 mental de comparar ambas figuras para su justificación.
236

237 3.1.1 La Proposición clave de la propuesta: Bisectar un ángulo
238

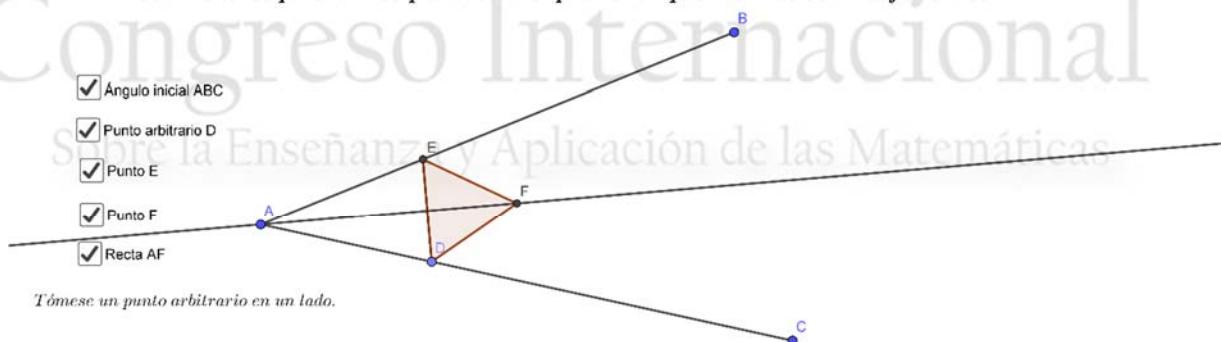
239 *I.9 Para bisectar un ángulo rectilíneo dado.* (Heath, 1952, traducción de los autores)

240
241 Los autores consideramos que la proposición clave en esta propuesta es la anterior,
242 debido a que al ser capaces de bisectar un ángulo, se puede justificar la proposición
243 I.5 conocida como *Pons asinorum* (Puente de los asnos) que justifica por qué los

244 triángulos isósceles tienen ángulos iguales en la base, que a su vez permite justificar
 245 la división de un segmento en dos partes iguales, al mismo tiempo que permite justificar
 246 la construcción de la mediatrix de un segmento (lo que equivale a trazar una
 247 perpendicular por el punto medio de un segmento).

248
 249 La construcción y justificación se detallan a continuación: i) Dados tres puntos
 250 diferentes en el plano, se define un ángulo rectilíneo; ii) Se determina un punto
 251 arbitrario en uno de los lados del ángulo; iii) Se determina un punto en el otro lado tal
 252 que desde el vértice del ángulo a cualquiera de estos dos puntos la distancia sea la
 253 misma; iv) Se construye un triángulo equilátero que tenga como base el segmento que
 254 une a los puntos antes encontrados; v) se observa que además del triángulo equilátero
 255 construido, se ha determinado un triángulo isósceles. Ver figura 2.
 256

Sean cualesquiera tres puntos en el plano tal que los tres sean diferentes.



257
 258
 259
 260

Figura 2: Construcción previa a justificar I.9

261 En la figura 2 se puede observar que por construcción se tiene el triángulo DEF
 262 equilátero y en consecuencia el triángulo AED isósceles. El triángulo AEF es
 263 congruente con el triángulo ADF, por el criterio LLL (I.8); lo anterior implica que el
 264 ángulo EAF (vértice A) es igual al ángulo DAF (vértice A) por la proposición I.4; en
 265 consecuencia hemos bisectado el ángulo original ABC (vértice A).

266
 267 La recta AF ha por tanto dividido en dos partes iguales al ángulo inicial, pero se puede
 268 justificar que también ha dividido en dos partes iguales al segmento ED; ya que se
 269 puede justificar que el triángulo con vértices A, E y la intersección de AF con ED es
 270 congruente con el triángulo de vértices A, D y la intersección de AF con ED.

271
 272

273 En consecuencia se puede también justificar que el ángulo E, intersección de AF con
274 ED y A (vértice en la intersección) es igual al ángulo F, intersección de AF con ED y E
275 (vértice en la intersección); por lo tanto esos ángulos son rectos, y la recta AF, además
276 de ser bisectriz del ángulo, es mediatrix del segmento ED.
277

278 Sabiendo trazar la mediatrix de un segmento (que implica saber encontrar el punto
279 medio de un segmento), se puede construir sin dificultad una perpendicular a una recta
280 por un punto en ella o por un punto fuera de ella (Proposición I.11) y análogamente se
281 sabe construir una perpendicular a otra recta dada por un punto cualquiera, por
282 consiguiente se puede construir una paralela a otra recta por un punto dado cualquiera
283 (Proposición I.31). Lo anterior conlleva la posibilidad de construir figuras como
284 triángulos rectángulos, rectángulos y paralelogramos en general, además de definir y
285 construir trapecios.
286

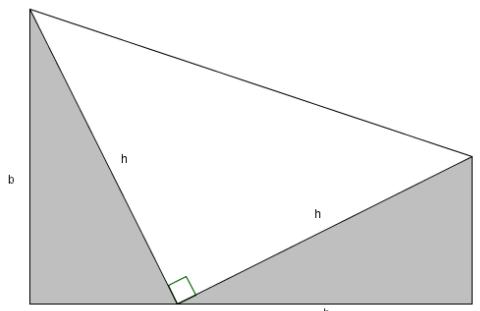
287 3.2 El concepto de área y la demostración de I.47.
288

289 Si se define el área de una figura plana como la cantidad de unidades cuadradas que
290 contiene, es fácil justificar que el área de un rectángulo se obtiene del producto de la
291 longitud de la base por la altura; análogamente ahora que sabemos trazar paralelas,
292 es fácil justificar que triángulos con base común y altura común tienen la misma área
293 (la mitad del área de un rectángulo con la misma base y altura).
294

295 El Teorema de Thales, que no aparece enunciado en el libro I de Los Elementos de
296 Euclides, ya que a saber, requiere establecer razones proporcionales entre segmentos
297 correspondientes de rectas paralelas cortadas por rectas transversales a éstas, se
298 puede justificar (lo cual no se abordará en este texto) por comparación de áreas entre
299 los triángulos que se pueden definir al trazar rectas transversales a dos paralelas.
300

301 Si ahora se define que un trapecio es cuadrilátero con un par de lados paralelos, se
302 puede justificar sin dificultades el conocido resultado que permite hallar el área de un
303 trapecio como la mitad de la suma de la longitud de las bases (lados paralelos) por la
304 altura (distancia que las separa).
305

306 Para demostrar la proposición I.47 (Teorema de Pitágoras), de la cual es sabido que
307 existen cientos de formas de hacerlo (Loomis, 1972, citado en Rondero, Reyes y
308 Campos, 2015), se propone hacerlo por medio de comparación de áreas de los
309 triángulos rectángulos que se forman en un trapecio rectángulo (ver fig. 3).
310



311

312

313 **Figura 3: Trapecio rectángulo formado por tres triángulos rectángulos. Fuente:**
 314 Diamond (2013)

315

316 Esta demostración es muy conocida, y resulta simple y elegante, sólo requiere saber
 317 cómo se calculan el área de triángulos y trapecios, además de álgebra básica, y es
 318 atribuida a James Garfield, presidente de los Estados Unidos y fanático de las
 319 matemáticas (Diamond, 2013).

320

321 **4. Conclusiones**

322 Los autores de este trabajo, consideramos que esta propuesta puede incidir sobre 2
 323 aspectos fundamentales: Un primer punto concierne a la modificación o adecuación
 324 de la planeación didáctica para adaptar los contenidos dentro de una actividad o tarea
 325 de aprendizaje que puede diseñarse teniendo como núcleo la estrategia didáctica
 326 propuesta, ajustándose a los aprendizajes esperados y dando cumplimiento a los
 327 objetivos y competencias involucrados.

328

329 Un segundo elemento se refiere a la importancia del desarrollo en el aula, de
 330 estrategias didácticas, que proporcionen una mayor relevancia a prácticas que
 331 potencien el pensamiento matemático, concretamente el pensamiento geométrico.
 332 Esta práctica en particular puede coadyuvar en el desarrollo de 2 elementos
 333 primordiales del *pensar matemáticamente*: la conjectura y verificación de propiedades
 334 o relaciones geométricas de las construcciones abordadas, así como las habilidades
 335 de comunicación y argumentación de las ideas y conceptos matemáticos puestos en
 336 juego. A este respecto los autores sugerimos que la revisión de estos postulados de
 337 Euclides (y el método axiomático implícito) es un buen ejemplo de rigor metodológico
 338 que conduce al conocimiento racional.

339

340 **Índice de referencias**

341 Libros

342

- 343 • Heath, T. (1952). The thirteen books of Euclid's elements. En: Benton, H. Greats
 344 Books of the Western World. Encyclopaedia Britannica, Inc.

345

346 Revistas

347

- 348 • Steen, A. (1988). The Science of Patterns. *Science*, Vol. 240, pp. 611-616.
349 • Lodoño, C. y Prada, B. (2011) Lecciones Epistemológicas de la historia de la
350 geometría. *Cuestiones de Filosofía*, No. 13, pp.183-211.

351

352 Información en línea

353

- 354 • Camargo L. y Acosta M. (2012). La geometría, su enseñanza y su aprendizaje. *TED: Tecné, Epistemé y Didaxis*. No. 32, Vol. 1, pp. 4 – 8. [En línea] Disponible en:
355 <http://www.scielo.org.co/pdf/ted/n32/h32a01.pdf>
356 • Diamond (2013). La demostración del presidente. [En línea] Disponible en:
357 <https://www.gaussianos.com/la-demostracion-del-presidente/>
358 • Gutiérrez, A. y Jaime, A. (2012). Reflexiones sobre la enseñanza de la geometría
359 en primaria y secundaria. *TED: Tecné, Epistemé y Didaxis*. No. 32, Vol. 1, pp. 55-
360 70. [En línea] Disponible en:
361 <http://revistas.pedagogica.edu.co/index.php/TED/article/view/1859/1834>
362 • Sánchez, S.H. (2012). La historia como recurso didáctico: El caso de los
363 Elementos de Euclides. *TED: Tecné, Epistemé y Didaxis*. No. 32, Vol. 1, pp. 71-
364 92. [En línea] Disponible en:
365 <http://revistas.pedagogica.edu.co/index.php/TED/article/view/1860/1836>
366 • Rondero, C., Reyes, A. y Campos, M. (2015). Análisis de libros de texto de
367 matemáticas en bachillerato: el caso de la relación pitagórica. En Memorias del
368 XIII Congreso Nacional de Investigación Educativa. Chihuahua, México. [En línea]
369 Disponible en:
370 https://www.researchgate.net/publication/322577759_ANALISIS_DE_LIBROS_DE_TEXTO_DE_MATEMATICAS_DE_BACHILLERATO_EL_CASO_DE_LA_RELACION_PITAGORICA
371
372
373
374



ENSEÑANZA MATEMÁTICA DESDE LA PERSPECTIVA LINGÜÍSTICA CONDUCENTE A UN APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO Y EVALUACIÓN FORMATIVA

Villanueva Aguilar Gloria^{1,1*}, Contreras Espinosa José Juan ² Aguilar Márquez
Armando ³ Garibay Bermúdez Juan Rafael ⁴ Altamira Ibarra Jorge ⁵
Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán
Carretera Cuautitlán-Teoloyucan Km. 2.5 Vista Hermosa y Av. Narciso Mendoza, col.
San Sebastián Xhala

POID034

Resumen

Esta investigación de carácter teórica-documental, expone las razones que justifican la aplicación en el aula de una técnica didáctica innovadora, dentro del modelo educativo de carácter constructivista de formación en competencias; esta técnica consiste en inducir al estudiante a un dominio del lenguaje matemático.

En este modelo, se considera la enseñanza matemática desde su dimensión lingüística, esta óptica del proceso formativo permite que, durante la enseñanza y aprendizaje de ésta área de conocimiento científico en el aula, se reconozca y utilicen las mismas consideraciones y técnicas didácticas que se toman en cuenta en el aprendizaje de una lengua extranjera, con el fin de coadyuvar a la interiorización y abstracción de los conceptos matemáticos.

En este trabajo se proponen algunas estratégicas que permitirán a los estudiantes en clase, "aprender a aprender" mediante el uso del lenguaje matemático, precepto que asegura su posterior autonomía en cualquiera de los ámbitos, no solo el educativo, también el laboral.

Las estrategias propuestas comprenden desde la distribución física de los estudiantes en el aula; la mediación en debates grupales, que permiten a los estudiantes usar la expresión como medio de aprendizaje y, la evaluación formativa a través de la expresión oral y escrita de los temas, tanto de manera grupal como individual.

Algunos de los objetivos adyacentes con la aplicación de esta metodología de aprendizaje es el desarrollo de la capacidad eficiente y eficaz de una comunicación oral y escrita, tanto de las ideas, como de los conocimientos, la capacidad de trabajo grupal el liderazgo, la capacidad de análisis, entre otros.

Palabras clave: Perspectiva, Lingüística, Aprendizaje, Significativo, Evaluación, Formativa

1. Introducción

Considerar la enseñanza de las matemáticas desde una dimensión lingüística y considerar la enseñanza de estas asignaturas de manera similar a la enseñanza de una lengua extranjera, como lo señala Pimm (2002) permitirá a los estudiantes aprender a expresar los conceptos matemáticos, distinguir las dificultades, errores y obstáculos que de manera específica experimentan los alumnos durante el aprendizaje, manejo de estrategias y en la resolución de problemas. Ésta perspectiva

¹

*Gloria Villanueva Aguilar. E-mail: gloriva75@hotmail.com Tel. 24559177

42 didáctica permitirá al profesor y a los compañeros, orientar mejor la tarea de
43 enseñanza y evaluación del aprendizaje. Llevándose así una mejora y mayor
44 desarrollo de un aprendizaje significativo en el proceso de enseñanza-aprendizaje de
45 las matemáticas.

46 Otro factor considerado de gran relevancia en esta metodología es la integración de
47 los alumnos y el docente, como un grupo de trabajo colaborativo, con lo cual, se facilita
48 poder romper con la barrera que significa la utilización de un lenguaje propio de ésta
49 área de conocimiento.

50 Como puede deducirse de lo antes mencionado, cuando el docente puede lograr a
51 través de la aplicación de diversas metodologías, como la organización de mesas en
52 forma de U, discusión de ideas en grupos reducidos para posteriormente participar en
53 un debate con toda la clase, tal como se lleva a cabo en la enseñanza de una lengua
54 extranjera orientada a la dimensión de dominio lingüístico; permite que también en el
55 área matemática, el alumno se apropie del medio de comunicación especializado en
56 el campo de las matemáticas.

57 Esta apropiación de un tipo especial de lenguaje, es requisito fundamental para la
58 construcción y asimilación continua de los sistemas cognitivos subyacentes que
59 integran los conceptos y abstracciones que conlleva el desempeño matemático;
60 entonces el alumno sentirá que ha realizado un aprendizaje que le permite formar parte
61 de un grupo selecto dentro del conocimiento científico.

62 Al hacer referencia a "una dimensión lingüística" hacemos referencia a la semántica
63 que determina el discurso en un campo específico del conocimiento, considerado de
64 gran complejidad y que determinará los niveles de aprendizaje en el proceso
65 enseñanza-aprendizaje. Por lo que es relevante lograr una comunicación tanto
66 bidireccional como multidireccional que permita una comunicación asertiva dentro del
67 aula, a diferencia de la comunicación unidireccional que normalmente ocurre en las
68 aulas en la metodología tradicional de transmisión de la información centrada en el
69 docente.

70 Estas son las razones conducentes para que el uso del lenguaje oral y escrito de la
71 terminología y los símbolos matemáticos utilizados, así como su significante, en el
72 lenguaje coloquial, deben ser dominados y utilizados dentro del aula, no solo por los
73 docentes, sino también y, de manera continua por todos estudiantes.

74 Por este motivo, debe propiciarse implícitamente y explícitamente el objetivo de que
75 los alumnos enriquezcan su vocabulario cotidiano con los elementos que conforman
76 el vocabulario de las asignaturas matemáticas, adquiriendo de manera constante,
77 dentro y fuera del aula, el desarrollo de una eficiente comunicación, a través de la
78 capacidad de expresión matemática de manera oral y escrita de todos los integrantes
79 del grupo de aprendizaje, que permita una óptima y clara comunicación entre pares y
80 con el docente sobre los conceptos y condiciones operativas de los temas que se están
81 manejando en las asignaturas.

82 Ignorar la aplicación en la enseñanza matemática de la metodología de la enseñanza
83 de lenguas extranjeras, en muchas ocasiones conduce a que los estudiantes tienen la

84 creencia de que no entienden un concepto en concreto y todo porque no pueden
85 expresar una idea determinada a través del lenguaje coloquial que ellos manejan.
86 Incluso, muchas veces, se les dificulta pedir ayuda al docente para la comprensión de
87 un concepto, debido a su incapacidad de expresar sus ideas mediante el lenguaje
88 apropiado. Un ejemplo de ello, podría ser cuando algún alumno considera que no le
89 es posible comprender *el concepto de límite* y, solamente después de una tutoría
90 dirigida al aprendizaje del concepto, el docente puede detectar mediante la
91 comunicación oral de lo que expresa el alumno, es que lo que, en realidad lo que no
92 le permite integrar el nuevo conocimiento por la falta de comprensión del concepto de
93 *fracción*.

94 Clara Lee, (2006) señala en concordancia de esta propuesta que "Los alumnos que
95 son capaces de hablar de su formación matemática, pueden expresar las dudas que
96 limitan su aprendizaje, ya que saben que conceptos matemáticos utilizar y así expresar
97 en qué áreas pueden mejorar dicho aprendizaje".

98 Por desgracia, como señala Daniel Eudave, 2007, "los enfoques tradicionales de la
99 enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, específicamente la estadística, aún
100 prevalecientes en muchas escuelas, se ocupan sobre todo de promover la asimilación
101 y repetición de definiciones tipo, de la ejecución eficiente y pulcra de algoritmos
102 inalterables, del conocimiento y aplicación de fórmulas y, en los niveles más
103 avanzados, de la demostración formal de los fundamentos matemáticos de los
104 conceptos". En este enfoque se supone que es posible aprender y comprender un
105 concepto matemático o estadístico desligado del contexto en el que posteriormente
106 habrá de ser transferido o aplicado. Incluso, esta descontextualización parece ser un
107 requisito para lograr el aprendizaje de los conceptos.

108 Por lo anterior es necesario implementar una didáctica inclusiva, en donde los alumnos
109 participen mediante diferentes técnicas del discurso de la temática dentro del aula,
110 esto es, realizar una planeación didáctica adecuada que permita que los alumnos lean
111 palabras esenciales y utilicen fraseología apropiada para expresar conceptos
112 matemáticos.

113 Un ejemplo de este cambio puede ser el siguiente, inducir a los estudiantes a
114 diferenciar dos conceptos básicos para el aprendizaje de las técnicas de la inferencia
115 estadística :***La desviación estándar poblacional de la distribución de valores de***
medias muestrales \bar{x}_i , representa "el promedio de la dispersión o alejamiento que
117 cada media muestral de un conjunto universal de muestras tiene, con respecto a la
118 media poblacional de medias muestrales $\mu_{\bar{x}_i}$ "; y poder ser capaces de explicar la
119 diferencia entre este constructo matemático y el de "La desviación estándar
120 poblacional μ de un conjunto de datos x_i ". La lectura de estos elementos gramaticales
121 matemáticos puede ser utilizado en un primer sentido al hablar de ellos x_i ; \bar{x}_i
122 ; $\mu_{\bar{x}_i}$, σ , $\sigma_{\bar{x}_i}$; como la producción de una sucesión de sonidos en un idioma al
123 enfrentarse a un texto escrito. Sin embargo, lo que se requiere para llevar a cabo el
124 aprendizaje de las matemáticas, es la lectura en un segundo sentido, en el cual, se

125 requiere disponer de capacidades en el primero más la de "**comprender**" el concepto
126 que representa lo que se lee.

127

128 **2. Desarrollo**

129 El cambio metodológico en la enseñanza, no sólo de las matemáticas, sino de otras
130 materias, es paralelo a las posiciones constructivistas sobre el aprendizaje y sobre la
131 construcción del conocimiento. Estas concepciones consideran que, además de la
132 formación científica del profesor, se precisan algunos conocimientos mínimos de
133 psicología, educación y didáctica de la disciplina (Thompson, 1992). Entre algunos de
134 estos conocimientos podemos considerar los siguientes:

- 135 • Saber organizar e implementar proyectos de estadística y análisis exploratorio de
136 datos.
- 137 • Promover la expresión oral y escrita de la interpretación de los conceptos y
138 conocimientos matemáticos.
- 139 • Promover diferentes formas de cooperación y trabajo entre sus alumnos.
- 140 • Comprender los experimentos, simulaciones, representaciones gráficas,
141 encuestas, datos, no sólo como ayudas a la enseñanza, sino como formas
142 esenciales de conocimiento y comprensión en estadística.
- 143 • Conocimiento de técnicas didácticas de trabajo en equipo.
- 144 • Trabajo en proyectos.
- 145 • Aprendizaje Colaborativo, entre otros.

146 Como puede observarse de lo anterior, en una clase de matemáticas, especialmente
147 de estadística, y de una perspectiva didáctica lingüística que es el enfoque particular
148 de este trabajo, se involucran varios cambios, que a continuación iremos describiendo
149 brevemente pero sustancialmente.

150 Primeramente, es la inclusión de lo que llama Clara Lee "comunidad de discurso", esto
151 significa que en el tipo de manejo del aprendizaje de los alumnos se deben incluir, el
152 fomento de una creciente participación de la comunicación entre los estudiantes, en
153 los cuales se propicie, de manera supervisada el intercambio de ideas con la utilización
154 del lenguaje utilizado en la clase para la expresión de los diferentes conceptos que
155 involucran generalmente una gran abstracción, pero que a través de su uso cotidiano
156 y aplicación, llegan a integrarse en su bagaje cognitivo de manera significativa.

157 En segundo lugar, el modelo a seguir en la planeación didáctica de una clase de
158 estadística descriptiva o estadística diferencial, se basará en el modelo defendido por
159 el Congreso Nacional de Profesores de Matemáticas (*National Conseil of Teacher of
Mathematics*, NCTM, 1991), cuyos principios fundamentales son "apoyar, hacer y
161 hablar de matemáticas".

162 En este modelo los alumnos expresan, explican, discuten y llevan a cabo una
163 evaluación de sus ideas utilizando el lenguaje matemático estadístico con la actuación
164 de los profesores como facilitadores, orientadores y mediadores de la expresión e
165 interpretación conceptual de manera correcta. Otra forma de interpretar lo anterior es
166 que, uno de los principales pilares de este método didáctico con un enfoque lingüístico,
167 induce mediante la práctica de verbalización, que ideas y conceptos matemáticos,



168 sean propicios a recibir una retroalimentación del profesor, los compañeros e incluso
169 de ellos mismos, que contribuya a la mejora y mayor desarrollo cognitivo del área
170 matemática.

171 El curso se concentra en el cuarto semestre de las licenciaturas administración y se
172 organiza en 2 sesiones de tres horas en la segunda licenciatura. La longitud de las
173 sesiones permite organizarlas de acuerdo a un esquema que alterna actividades por
174 parte de los alumnos, debate en clase y exposición por parte del profesor, apoyada
175 en presentación del tema con power point, y otros materiales. Los alumnos
176 previamente disponen de una copia de los apuntes y preparados especialmente para
177 la temática a tratar.

178 Se tiene como objetivo de una sesión específica tratar de evaluar el nivel de
179 aprehensión conceptual del tema "distribución de medias muestrales". Este tema es
180 uno de los dedicados a la epistemología de la Inferencia Estadística.

181
182 2.1. Metodología
183

184 2.1.1.1 Objetivos

185 Explorar, la presencia o ausencia de la conceptualización operativa de las ideas
186 estocásticas fundamentales para lograr la alfabetización estadística, en el manejo de
187 los conceptos de promedio y desviación estándar poblacional ; μ , σ , referentes a una
188 población de datos; y la conceptualización operativa del promedio y desviación
189 estándar poblacional referentes a una población de un conjunto de muestras cuyos
190 promedios representan una población de la variable \bar{x}_i . La sesión se organizó de la
191 siguiente manera:

- 192 • Resumen de lo tratado en la sesión anterior (10 minutos): Reconocimiento de
193 elementos que integran una población a través de un enunciado que refleje con
194 toda claridad este hecho y solicitar el cálculo del promedio y la desviación estándar,
195 justificando porque elementos lingüísticos los consideró como Población
- 196 • Presentación de la sesión: Objetivos, contenidos y relación con los temas anteriores
197 (10 minutos). Se dedicará la sesión revisar los conceptos y simbología de cuando
198 no se analiza a la población pero se requiere obtener estadísticos o indicadores
199 muestrales que provengan de una determinada población. Para ello a partir de un
200 enunciado que permita decidir a los alumnos como realizar un muestreo aleatorio
201 se obtendrá una muestra, cuyos valores de promedio y desviación estándar serán
202 la resolución de un problema de una sola muestra. Una vez resuelto los alumnos
203 harán una lista de todas las muestras diferentes que se pueden obtener de la
204 población de los datos iniciales, considerando que no puede haber parejas que se
205 repitan, es decir, que el orden no determina que una muestra sea diferente
- 206 • Planteamiento de una actividad (entre las descritas en el apartado anterior) y
207 trabajo de los alumnos por parejas (5 minutos). Se plantea la actividad 2 que
208 consiste en la elaboración de una tabla de frecuencias de la población de medias
209 muestrales \bar{x}_i obtenidas

- 210 • Una vez realizada la actividad anterior y de obtener la distribución de medias
211 muestrales \bar{x}_i se pide a los alumnos calcular el promedio y la desviación estándar
212 poblacional de la variable \bar{x}_i y nombrar el símbolo resultante de tal manera que no
213 se pueda confundir con las medidas obtenidas en las medidas de los datos x_i , el
214 docente supervisa el trabajo de los alumnos mientras la resuelven, y ayuda en los
215 puntos conflictivos (20 minutos)
- 216 • Debate de posibles soluciones (20 minutos). Se discuten las soluciones al
217 problema, alguna de las cuales posiblemente serán errónea. Son los mismos
218 alumnos los que deben descubrir cuál es la solución correcta y, asimismo, analizar
219 los pasos erróneos en las soluciones incorrectas. El docente procura intervenir sólo
220 en caso de que no surgiese en la clase la solución correcta.
- 221 • Se solicita que los alumnos de manera individual realicen la siguiente actividad:
222 Elaborar dos gráficos de campana de Gauss y realizar las siguientes acciones a)
223 nombrar la variable del eje de la variable analizada, b) localizar en el gráfico los
224 valores centrales y los valores a $+, -$ una desviación estándar. (5 minutos)
- 225 • Reflexión sobre la interpretación de los cambios que sufrió la variable y plantear
226 que distribución y escritura matemática utilizarían para plantear la pregunta de
227 posibles valores de un dato elegido aleatoriamente tanto de la variable x_i , como de
228 la variable \bar{x}_i : Se elabora conjuntamente una lista de las diferencias conceptuales
229 de las medidas estudiadas (10 minutos).
- 230 • Evaluación de la sesión a través de comentarios escritos o en plenaria donde el
231 docente evalúa la fluidez y consistencia de la expresión de las ideas y conceptos
232 matemáticos, utilizando el lenguaje adecuado para la temática.
- 233

234 **3. Resultados y análisis**

235 Esta organización del proceso de enseñanza en el aula, de este y, otros temas de la
236 asignatura permitieron una mayor comunicación multidireccional del grupo integrado
237 por el docente y los alumnos que propició que los conocimientos e interpretaciones
238 conceptuales del lenguaje matemático se lograsen con mayor facilidad y se rompieran
239 barreras de expresión de ideas matemáticas.

240 También, con esta metodología, se pudo evaluar, a través de la expresión oral de los
241 alumnos, el logro de una mayor comprensión por parte de éstos, del concepto de
242 cambio de variable al estudiar un comportamiento de datos o valores de los elementos
243 de un conjunto (estadística descriptiva) contrastado con el comportamiento de datos
244 muestrales o valores de un conjunto de muestras (inferencia estadística).

245 **4. Conclusiones**

246 Tal como señala Clara Lee ((20069 esta metodología desarrolla en el alumno la
247 capacidad de hablar sobre ideas matemáticas ya que usando el registro matemático y
248 por lo tanto saben que pueden poner en práctica las ideas matemáticas enraizadas en
249 su bagaje cognitivo. Lo cual conduce a un mayor dominio de la lengua matemática o
250 dicho de otra manera, al logro de la alfabetización matemática, con lo cual, se obtiene

252 un empoderamiento, ya que las personas que saben utilizar las matemáticas toman el
253 control de aspectos de su vida que no pueden alcanzar quienes no son capaces de
254 "hacer" matemáticas.
255

256 **Referencias**

- 257 • Batanero, C., y Godino, J. D. (2002). Estocástica y su didáctica para maestros.
258 Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
259 • Clare L. (2006). *El lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas*. Ed. Morata.
260 • National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional Standards for
261 Teaching Mathematics*. Reston, VA: NCTM
262 • Pimm, D. (1990). *El lenguaje matemático en el aula*. Ed. Morata y Ministerio de
263 Educación, cultura y Deporte.
264 • Vygotsky, L. S. (1995). *Pensamiento y lenguaje*. Ed. Paidos. Barcelona España.

265 Capítulo de libros

- 266 • Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of
267 research. En D. A. Grows (Ed.), *Handbook on Mathematics Teaching and Learning*
268 (p. 127- 146), Macmillan, New York.

269 Información en línea

- 270 • Eudave Muñoz, Daniel, El aprendizaje de la estadística en estudiantes universitarios
271 de profesiones no matemáticas. *Educación Matemática* [en linea] 2007, 19 (agosto)
272 : [Fecha de consulta: 11 de febrero de 2019] Disponible
273 en:<<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40519203>> ISSN 1665-5826
274 • Batanero Carmen, (2001). Estadística y didáctica de la matemática: relaciones,
275 problemas y aportaciones mutuas. *Didáctica de la Matemática*, Universidad de
276 Granada. [Fecha de consulta: 11 de febrero de 2019] Disponible
277 <http://www.ugr.es/~batanero/>
278

279



ACTIVIDAD LÚDICA PARA EL APRENDIZAJE DE LA ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD.

Primer Autor^{1,*}, Segundo Autor² y Tercer Autor³

Anakaren Vega Rodríguez^{1*}, Juana Castillo Padilla², Fátima Rubiales Sánchez³
Colegio de Ciencias y Humanidades Plantel Vallejo.

Experiencia- POID038

Resumen

La enseñanza de la Estadística y Probabilidad en el Bachillerato suele quedarse en el nivel de los algoritmos o la simple memorización de fórmulas olvidando que su estudio debe favorecer el desarrollo de la unidad del lenguaje y el pensamiento, al posibilitar la mejora del razonamiento estadístico para una adecuada toma de decisiones a través del aprendizaje como un proceso metodológico que comience en los sentidos personales de los alumnos hasta alcanzar niveles cada vez más avanzados. La gran importancia del papel del maestro radica en que debe diseñar las actividades, orientadas por las acciones, los medios y las condiciones para que el estudiante, como sujeto activo en la adquisición de los conocimientos, construya, reconstruya y utilice adecuada y conscientemente sus propias mediaciones y estrategias de aprendizajes, logrando así el tránsito del plano externo al plano interno en cada una de estas actividades lo que le permitirá una mayor solidez de lo aprendido y por tanto una mayor eficiencia en la recuperación de la información. En el grupo de investigación en matemática educativa Hipatia de Alejandría contamos con nuestra propia concepción del Aprendizaje Significativo, basado en el Método Histórico Cultural de Vygotski y la Teoría de la Actividad de Leontiev y así, hemos elaborado actividades dándole un desarrollo amplio y profundo a los significados conceptuales y metodológicos de la estadística.

Palabras clave: Aprendizaje Significativo, Método Histórico Cultural de Vygotski, Teoría de la Actividad de Leontiev, Estadística y Probabilidad, Aprendizaje, Proceso Metodológico.

1. Introducción

La enseñanza de las matemáticas buscan que el aprendizaje sea significativo, entendiendo que no debe quedarse en el nivel de la memorización y la aplicación de los algoritmos, tampoco será partiendo de los significados abstractos de los conceptos ya formalizados en la disciplina; por el contrario, el aprendizaje debe ser un proceso metodológico, didáctico, que comience con los sentidos personales e ir avanzando a niveles cada vez más abstractos.

1

*Anakaren Vega Rodríguez. E-mail:karenvega051588@gmail.com Tel.55-43-94-63-40.

41 El planteamiento central de este trabajo consiste en el diseño de una actividad lúdica
42 con la finalidad de llamar la atención de los alumnos por aprender estadísticas,
43 llevando a las aulas actividades de estudio que despierten el interés de los alumnos,
44 los estimule para encontrar diferentes formas de resolver problemas y formulen
45 argumentos que validen sus resultados. Sin embargo el programa nos dice el ¿Qué?,
46 más no el ¿Cómo? y por tal motivo el aporte principal del presente trabajo se centra
47 en elaborar una propuesta educativa con el fin de transformar la forma de enseñanza-
48 aprendizaje de la estadística, que actualmente suele ser siguiendo la memorización
49 mecánica de los algoritmos sin ver sus significados conceptuales y sin contextualizar
50 los problemas, ejemplos y ejercicios dentro del marco de las experiencias e intuiciones
51 accesibles a los alumnos de nuestro medio social para trabajar con los significados
52 esenciales de los algoritmos aritméticos, algebraicos y de sus respectivas
53 representaciones gráficas.

54
55 **2. Desarrollo**

56
57 *2.1 Mediaciones o herramientas semióticas.*

58 El uso de los sistemas de símbolos y signos, culturalmente establecidos a lo largo de
59 cientos de miles de años de evolución socio-histórica de la especie humana, entre los
60 cuales el más importante es el lenguaje. Según Vigotsky el lenguaje se compone de
61 dos planos fundamentales, el fonético o expresivo y el significativo. La significación
62 de las palabras es producto o resultado de la generalización, con la que se llega a la
63 formación de los conceptos. Sin embargo, pensamiento y lenguaje mantienen su
64 relativa independencia, aunque ambos se apoyan mutuamente. La función primaria
65 del lenguaje es la comunicación, es decir el intercambio social. Vigotsky no solo
66 examina el aspecto de las funciones desde el punto biológico también examina el
67 aspecto cultural tomando al lenguaje como una herramienta para el humano de
68 comunicación social. Al aprender a hacer algo las personas pueden desarrollar tanto
69 sus funciones psicológicas superiores como sus capacidades de aprendizaje y, en
70 ciertos casos, hasta su conciencia de asumirse como sujetos del aprendizaje mismo,
71 lo que ocurre cuando se está en el nivel del aprendizaje significativo. Así llegamos al
72 postulado fundamental de la teoría del signo de Vigotsky: el concibe los sistemas
73 semióticos (de signos) en calidad de herramientas o mediaciones semióticas cuya
74 función fundamental en el aprendizaje consiste en ir aproximando gradualmente o en
75 saltos cualitativos, según sea el caso los significados o sentidos personales de los
76 conceptos.
77

78
79
80
81
82
83



84 2.1.2 *Zona de Desarrollo Próximo (ZDP)*

85

86

87 El estudio de la relación entre desarrollo y aprendizaje Vigotsky señala que todo
 88 aprendizaje en la escuela siempre tiene una historia previa, todo niño ya ha tenido
 89 experiencias antes de entrar en la fase escolar, por tanto aprendizaje y desarrollo están
 90 interrelacionados desde los primeros días de vida del niño. Vigotsky refiere dos niveles
 91 de desarrollo al primero lo llama nivel de *desarrollo actual* (NA) y al segundo nivel de
 92 desarrollo potencial. El nivel de desarrollo actual, comprende lo que puede realizar de
 93 manera independiente con los procesos que ya han sido completados es decir puede
 94 resolver los problemas utilizando los significados que ya han sido interiorizados. Por
 95 otro lado, si requiere ayuda o acompañamiento de otras personas para resolver una
 96 determinada tarea constituye su nivel de *desarrollo potencial* (NP).

97 Diferenciar en una persona su NA y su NP es lo que Vigotsky denominó su *Zona de*
 98 *Desarrollo Próximo* (ZDP) (figura 1), Vigotsky muestra con la zona de desarrollo
 99 próximo que existe un camino por el cual se puede avanzar, partiendo del NA a través
 100 del andamiaje.

Sobre la Enseñanza

Matemáticas

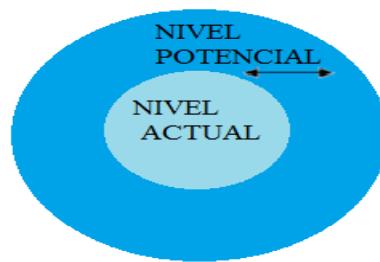


Figura 1. *Zona de Desarrollo Próximo.*

111 2.1.3 *Estructura Psicopedagógica de La Actividad*

112

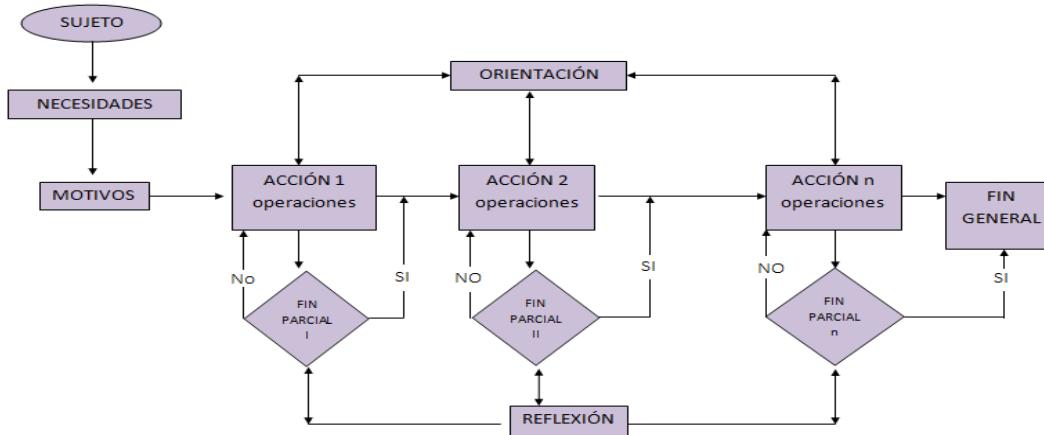
113

114

115 Leontiev descubrió la estructura fundamental de todo tipo de actividad basada en la
 116 evolución de las capacidades cognoscitivas de los alumnos, cuyo fin general exige
 117 pasar por una serie de acciones compuestas a su vez por una serie de operaciones
 118 concretas. La actividad cognoscitiva constituida por las acciones mencionadas,
 119 conforma una estructura en la que los distintos componentes se relacionan y vinculan
 120 del modo representado en la figura 2.

121





124
 125
 126
 127

Figura 2. Estructura de la Actividad de Leontiev

128 La función de las actividades diseñadas para el aprendizaje es, que el estudiante
 129 desarrolle los sentidos personales que tiene sobre el concepto u objeto de estudio,
 130 para ir aproximando a los significados teóricos que el profesor considere apropiados,
 131 para convertir los sentidos personales en herramientas semióticas.

132 Por otro lado, a partir de la mediatización de los instrumentos-signos, el hombre es
 133 capaz de mediatizarse a sí mismo y su conducta, lo cual otorga, de acuerdo a Vygotsky
 134 (1978), el carácter superior, social y voluntario de sus procesos psicológicos. En este
 135 sentido, es posible observar que los mediatizadores son al principio externos,
 136 materiales, que son utilizados en condiciones de actividad conjunta (Leontiev, D. A.;
 137 1989); gradualmente se convierten en internos, psíquicos y utilizables de manera
 138 individual para la regulación y dirección de su propia conducta.

139 **3. Didáctica concreta para generar motivos para el aprendizaje**

140
 141

142 En el grupo de investigación en matemática educativa Hipatia de Alejandría contamos
 143 con nuestra propia concepción del Aprendizaje Significativo, basado en el Método
 144 Histórico Cultural de Vygotski y la Teoría de la Actividad de Leontiev y así, hemos
 145 elaboramos una actividad diseñada para el aprendizaje de la Estadística en el tema de
 146 Distribución de Probabilidad.

147

148 La metodología del presente trabajo tiene bases en el aprendizaje significativo como
 149 la transformación de la conciencia a través de la unidad que existe entre pensamiento
 150 y lenguaje y que buscará generarse a través de principios pedagógicos y didácticos
 151 como son la actividad, la zona de desarrollo próximo, las mediaciones o herramientas
 152 semióticas.

153

154 La actividad consiste en la realización de tres acciones:

- 155 • La primera acción consiste en realizar el juego “Chicos y Grandes”.
- 156 • La segunda acción “Construcción de tablas y Gráficas”
- 157 • La tercer acción “Probabilidad Teórica”

158

159 La actividad Chicos y Grandes dedicada a desarrollar el sentido personal en los
160 alumnos de conceptos y métodos de la estadística descriptiva, la probabilidad y la
161 estadística inferencial muy distorsionados o inexistentes en el medio común, es decir,
162 el fin general de la actividad es: desarrollar en los alumnos el nivel actual de su Zona
163 de Desarrollo Próximo con elementos significativos conceptuales que serán objetos de
164 aprendizaje en el transcurso del año escolar.

165

166 El fin general de la actividad es: Que los alumnos desarrollen los sentidos personales
167 de los conceptos básicos de la probabilidad y la estadística inferencial.

168

169 La lógica de la actividad estará integrada con la lógica del aprendizaje, de modo que
170 el alumno pueda darle significado a los conceptos y a las operaciones realizadas para
171 llegar a cada fin parcial.

172

173 La primera acción consiste en la realización del juego “Chicos y Grandes” donde de
174 forma activa participa para ganar el juego recolectando los datos muestrales de 50
175 lanzamientos, la siguiente acción permitirá organizar la información en tablas así como
176 su representación gráfica para realizar un análisis de los datos, finalmente en la tercera
177 acción el alumno calcula la probabilidad teórica del experimento y realiza un análisis
178 comparativo que le permita reflexionar sobre la toma de decisiones.

179

180 En síntesis esta actividad está estructurada para lograr una transformación interna en
181 los alumnos con respecto a los conceptos de la probabilidad y la estadística inferencial.
182 Partimos del nivel actual dentro de su ZDP y en el transcurso de esta actividad se
183 desarrollarán sus sentidos personales que los alumnos tienen de dichos conceptos a
184 través de tres acciones con sus respectivos fines parciales y operaciones realizadas
185 para cumplirlos.

186

187

188 **4. Resultados**

189

190 Se presentan algunos de los resultados y observaciones que se obtuvieron en el salón
191 de clases. La Actividad fue aplicada en su modalidad de trabajo de campo en un grupo
192 de sexto semestre de bachillerato del Colegio de Ciencias y Humanidades Plantel
193 Vallejo.

194

195





Figura 3. Desarrollo del juego “Chicos y Grandes”.

196
197
198
199
200

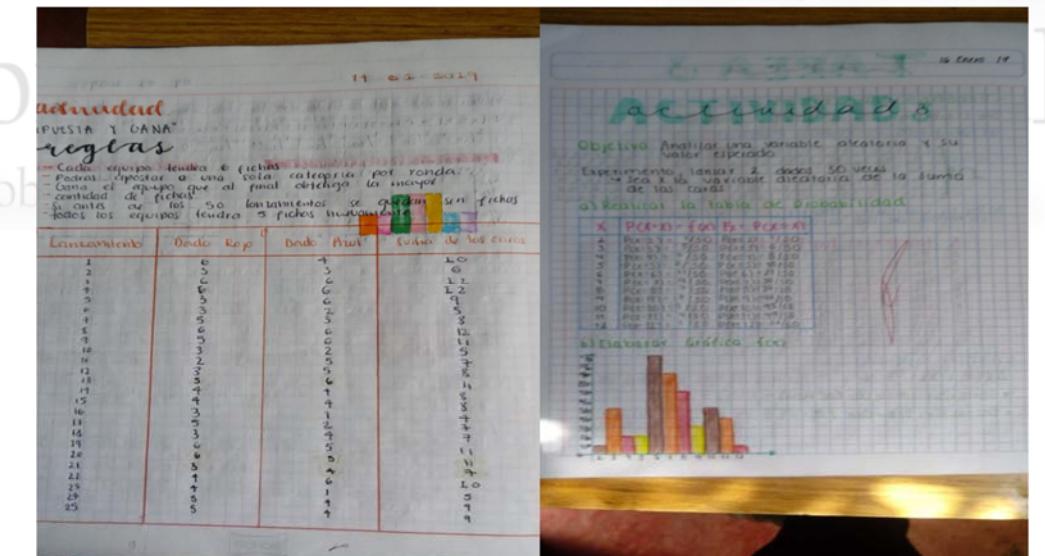


Figura 4. Construcción de Tablas.

201
202
203
204
205
206
207



208
 209
 210
 211
 212
 213

214 El desarrollo de las acciones y con el diálogo dirigido por parte del profesor el alumno
 215 logra realizar un análisis de los datos en términos de la probabilidad y es capaz de dar
 216 argumentos para realizar la mejor apuesta e incluso para determinar si el juego es
 217 justo.

218
 219

5. Conclusiones

220
 221 Con este tipo de problemas se propone que en lugar de comenzar la enseñanza
 222 aprendizaje por el algoritmo en su sentido clásico, como suele hacerse todavía,
 223 eliminando las capacidades de decisión y creatividad de los alumnos, lleguen al
 224 algoritmo riguroso sin quedarse en el nivel de las estrategias o en las intuiciones de la
 225 heurística. Nuestra Propuesta Educativa para contribuir al mejoramiento del marco
 226 pedagógico del CCH y a reformular el Sentido y Orientación del Área de Matemáticas
 227 en esta revisión curricular, abre la posibilidad de acercarnos al gran principio del CCH,
 228 que es la de Aprender a aprender. La actividad con su orientación hacia el Aprendizaje
 229 Significativo y su concepción del significado Aprender a aprender, fueron posibles
 230 debido a que logramos adaptar una gran teoría del conocimiento como lo es el Método
 231 Histórico Cultural o Social y una Teoría de la Actividad, a las características muy
 232 particulares de los alumnos del CCH.

233
 234
 235
 236
 237
 238
 239

*Anakaren Vega Rodríguez. E-mail:karenvega051588@gmail.com Tel.55-43-94-63-40.



240

Índice de referencias

241 Libros

- 243 • Castillo, J., Gómez, J. (2000). Estadística inferencial básica. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- 244 • Castillo Padilla, Juana, Ángeles López, Rebeca y otros, "Enseñanza-aprendizaje en el bachillerato. Bases teóricas", en Eutopía, Tercera época, año 5, núm. 16, enero-junio de 2012, pp. 25-35.
- 245 • Vygotsky, L. S. (1995). Pensamiento y lenguaje (pp. 97-115). A. Kozulin (Ed.).
246 Barcelona: Paidós.
- 247 • Leontiev, D. A. (2005). Aproximación a la teoría de la actividad: Vigotsky en el
248 presente. Eclecta, 3(9), 29-39.
- 249 • Andreiev, I. (1984) Problemas lógicos del conocimiento científico. Moscú, Progreso.
- 250
- 251
- 252
- 253

254 Tesis

- 255 • Castillejos, X. (2015). El método histórico cultural de Vigotsky y la teoría de la
256 actividad de Leontiev en el aprendizaje significativo de la probabilidad y la
257 estadística inferencial en el CCH. Tesis que para obtener el título de Licenciatura en
258 Actuaría. UNAM.



CURVAS ENVOLVENTES DE BÉZIER CON UNTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA

Domingo Márquez Ortega, Juan Carlos Axotla García, Miguel de Nazareth Pineda
Becerril, Omar García León, Carlos Oropeza Legorreta
Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM
Km 2.5 carretera Cuautitlán-Teoloyucan
San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcallí,
Estado de México. C.P. 54714.

ID-POID057

Resumen

El uso de las tecnologías en el análisis de problemas permite diversificar y al mismo tiempo enriquecer el conocimiento para el estudiante por medio de la representación geométrica lleva a un pensamiento analítico. Bajo ese panorama las curvas de Bézier son ampliamente usadas en los gráficos generados por la computadora para el modelado de curvas suaves. Como la curva está completamente contenida en la envolvente convexa de los puntos de control, dichos puntos pueden ser visualizados gráficamente sobre el área de trabajo y usados para manipular y ajustar la curva de una forma intuitiva y dinámica. Las transformaciones afines tales como traslaciones y rotaciones pueden ser aplicadas, con gran facilidad, a las curvas, aplicando las transformaciones respectivas sobre los puntos de control. El resultado son herramientas que los diseñadores ocupan regularmente, bajo el nombre genérico de "trazados" o diseño vectorial, cuya matemática opera con las ideas que estos matemáticos franceses, Bézier y de Casteljau, desarrollaron. Con operaciones elementales (sumas y multiplicaciones) razonable a primera vista con la parametrización polinómica de grado n de las curvas. Las curvas de grados superiores son más difíciles de evaluar. Cuanto más complejas son las superficies que se necesitan, las curvas de bajo orden son menos apropiadas. Para garantizar la suavidad de las curvas el punto de control en el que se juntan dos curvas y el punto de control sobre cualquiera de los lados debe ser colineal. Esta opción está frecuentemente desactivada en programas como Adobe Illustrator o Inkscape. Estas curvas poli-Bézier pueden ser observadas en el formato de archivo SVG. Para cortar la brecha entre los conceptos teóricos de los contenidos de forma inmediata y pasar al análisis que genere un aprendizaje significativo con aplicaciones prácticas de envolventes.

Palabras clave: Gráficos, transformaciones, curvas suaves, diseño vectorial.

1. Introducción

Para el diseño asistido es recomendable emplear representaciones sencillas de curvas y superficies, que involucren operaciones elementales, como sumas y multiplicaciones. Por tanto, el candidato más razonable a primera vista son las parametrizaciones polinómicas. Así podríamos representar curvas polinómicas de grado n como se muestra en la Ec. (1) :

$$c(t) = a_0 + a_1 t + \cdots + a_n t^n \quad t \in [0,1] \quad \text{Ec. (1)}$$



47 Donde cada coeficiente a_i es un punto del plano o del espacio, dependiendo en que
 48 dimisión se esté trabajando, la interpretación de los coeficientes hace referencia a los
 49 valores que toma la curva en las proximidades del punto inicial $c(0) = a_0$, ya que
 50 esencialmente son las derivadas de la parametrización en $t = 0$ en la Ec. (2)

51
$$a_i = \frac{c^{i(0)}}{i!} \text{ Ec. (2)}$$

52 Por lo que no es claro cuál será el comportamiento global de la curva. Es común en el
 53 diseño, se quiere observar la curva desde otro punto de vista, realizando las
 54 operaciones básicas de rotación y translación, creando inclusive una deformación en
 55 definitiva por la aplicación, por lo tanto el comportamiento de los coeficientes es
 56 impredecible. Como se puede observar el comportamiento de los coeficientes bajo
 57 aplicaciones afines es complejo, debido a que dichos coeficientes, solo a_0 es un punto,
 58 el origen de la curva, mientras que el resto de los vectores, son la derivada de la
 59 parametrización. Por ello es conveniente emplear una representación distinta a las
 60 polinómicas.

61
 62 Una base distinta para los polinomios de grado n o inferior, distinta de la canónica
 63 $\{1, 1, \dots, t^n\}$, nos la proporciona los polinomios de Bernstein, los mismos que se emplean
 64 en la teoría de la aproximación para demostrar el Teorema de Weierstrass de
 65 aproximación uniforme de funciones continuas por polinomios. Se construye a partir
 66 de la fórmula Ec. (3), del binomio de Newton

67
$$(x + a)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k a^{n-k}, \quad \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \text{ Ec. (3)}$$

68 Si se toma $x = t$, $a = 1 - t$ en la expresión anterior, se obtiene la Ec. (4)

69
$$1 = (t + 1 - t)^n = \sum_{k=0}^n B_k^n(t), \quad B_k^n(t) = \binom{n}{k} t^i (1 - t)^{n-1} \text{ Ec. (4)}$$

70 Donde $B_k^n(t)$ es el polinomio i -ésimo de Bernstein de grado n .

71 2. Metodología o desarrollo

72
 73 Ejemplo los polinomios de Bernstein de grado dos son como se muestra en la Ec. (5)

74
$$B_0^2(t) = (1 - t)^2, B_1^2(t) = 2t(1 - t), B_2^2(t) = t^2 \text{ Ec. (5)}$$

75 Estos polinomios forman una base alternativa $\{B_0^n(t), \dots, B_n^n(t)\}$ de los polinomios de
 76 grado n o inferior en una variable t y, frente a la base canónica, presenta la ventaja de
 77 ser todos del mismo grado.



78 El polinomio i -ésimo. $B_n^n(t) = t^n$, coincide con el último polinomio de la base
 79 canónica, Burden (1985). El anterior, $B_n^n(t) = n(t^{n-1} - t^n)$, involucra tan solo dos
 80 polinomios de la base canónica. Y así sucesivamente el polinomio $B_k^n = (t)$, por el
 81 término $(1 - t)^{n-1}$, tiene coeficientes no nulos sólo para los monomios t^k, \dots, t^n , por
 82 lo cual la matriz de cambio de base es triangular superior como se observa en la Ec.
 83 (6).

84

$$\begin{pmatrix} B_0^n(t) \\ \vdots \\ B_n^n(t) \end{pmatrix} = \left(\begin{bmatrix} 1 & \cdots & -1^n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \right) \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ t^n \end{pmatrix}, \text{ Ec. (6)}$$

85 Por ello, su determinante es el producto de los términos de la diagonal principal, que
 86 corresponden al coeficiente del monomio de menor grado de cada polinomio $B_k^n = (t)$,
 87 que es no nulo, $\binom{n}{k}$, con lo cual, el determinante es no nulo y los polinomios de
 88 Bernstein forman base de los polinomios de grado n o inferior

89 Las curvas polinómicas de grado n como combinación de estos polinomios

90

$$c(t) = \sum_{k=0}^n c_k B_k^n(t), \quad t \in [0,1] \quad \text{Ec.(7)}$$

91 Donde todos los coeficientes c_k son puntos del plano o del espacio afín, según que la
 92 curva sea plana o espacial, A estos coeficientes de los denominadores vértices del
 93 polígono de control $\{c_0, \dots, c_n\}$, de la curva Bézier $c(t)$. Una curva de grado n tiene,
 94 pues un polígono de control de $n + 1$ Vértices.

95 Cabe hacer notar que la parametrización $c(t)$ va del intervalo $[0,1]$, Dos de los vértices
 96 del polígono control tienen una interpretación inmediata. A la vista de la expresión de
 97 los polinomios de Bernstein, Ec. (4), resulta que $B_k^n(0) = 0$, sea cual sea el grado de
 98 n , salvo para $k = 0$, para el cual toma el valor $B_0^n(0) = 1$. Del mismo modo $B_k^n(1) = 0$,
 99 salvo para $k = n$, que no tiene término $(1 - t)$, por lo cual $B_n^n(1) = 1$.

100 Así pues, la curva pasa por los vértices c_0, c_n .

101

$$c(0) = \sum_{k=0}^n c_k B_k^n(0) = c_0 \quad c(1) = \sum_{k=0}^n c_k B_k^n(1) = c_n \quad \text{Ecs. (8)}$$

102 **3. Resultados y análisis**

103

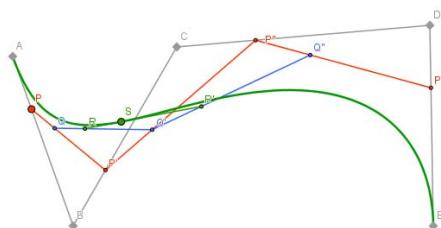


104 De hecho, los únicos vértices del polígono por los que pasa la curva. Como se observa
 105 el resto de los vértices están relacionados con las derivadas sucesivas de la
 106 parametrización.

107 El polígono de control sirve para controlar la forma de la curva, Foley (1992). Sin
 108 embargo, ese control no es local, ya que desplazando un vértice, se mueve toda la
 109 curva, como se observa en la fig. 1 donde el vértice A y E son inicial y final
 110 respectivamente.

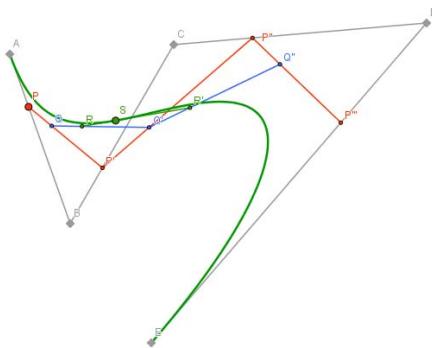
111

Congreso Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas



112

113 **Figura 1. Una curva de Bézier siempre pasa por los vértices primero y último**



114

115 **Figura 2. Una curva de Bézier al mover el vértice E, se deforma la parte más próxima a él.**

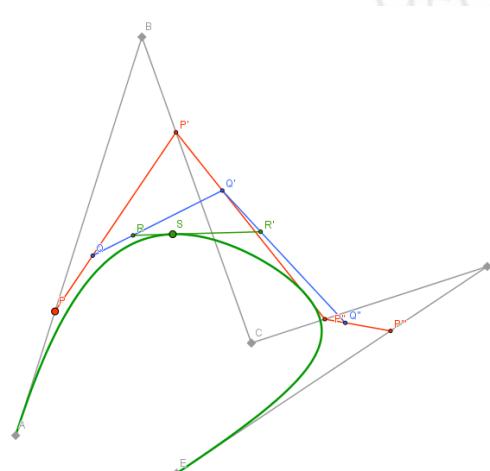
116 Como se puede observar el desplazamiento del vértice E, en la fig. 2 hace que la curva
 117 de Bézier sea otra completamente diferente a la que se trazó en la fig. 1.

118 La parte más próxima al vértice en cuestión. Esto se debe a que el máximo del
 119 polinomio i -ésimo de Bernstein está en $t = \frac{k}{n}$,

120 $0 = \frac{dB_k^n(t)}{dt} = \frac{n!}{k!(n-k)!} t^{k-1} (1-t)^{n-k-1} \{k(1-t) - (n-k)t\} \rightarrow nt = k.$ Ec. (9)

121 Con lo cual la variación del vértice k afecta más a los valores de $c(t)$ en las
 122 proximidades del máximo.

123 Esta propiedad mejora cuando se emplea curvas polinómicas en partes. Una
 124 propiedad importante de la representación de Bézier, que es inmediata a partir de la
 125 fórmula de la Ec. (4), es que la suma de los polinomios de Bernstein de grado n es la
 126 unidad. Por tanto, la expresión de la Ec. (7) de la parametrización de la curva es una
 127 combinación baricéntrica de los vértices del polígono de control.



128

129 **Figura 3. La curva está contenida dentro de la envolvente convexa de su polígono de control**

130 Además la Curva de Bézier facilita la transformación de la curva por una aplicación
 131 afín F , ya que:

132 $f(c(t)) = f\left(\sum_{k=0}^n c_k B_k^n(t)\right) = \sum_{k=0}^n f(c_k) B_k^n(t),$ Ec. (10)

133 Es decir, la curva imagen tiene por polígono de control la imagen del polígono primitivo,
 134 $\{f(c_0), \dots, f(c_n)\}$.

135

136 Algoritmo de Bézier fig. 4

Congreso Internacional Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

```

/*
Código para generar una curva cúbica de Bézier
*/
typedef struct
{
    float x;
    float y;
} Point2D;

/*
cp es una matriz de 4 elementos donde:
cp[0] es el primer punto, o P0 en el diagrama de abajo
cp[1] es el punto de control, o P1 en el diagrama de abajo
cp[2] es el segundo punto de control, o P2 en el diagrama de abajo
cp[3] es el punto final, o P3 en el diagrama de abajo
t es el valor del parámetro, 0 <= t <= 1
*/
Point2D Pointoncubicbezier( Point2D* cp, float t )
{
    float ax, bx, cx;
    float ay, by, cy;
    float tquared, tcubed;
    Point2D result;

    /* cálculo de los coeficientes polinomiales */
    cx = 3.0 * (cp[1].x - cp[0].x);
    bx = 3.0 * (cp[2].x - cp[1].x) - cx;
    ax = cp[3].x - cp[2].x - cx - bx;

    cy = 3.0 * (cp[1].y - cp[0].y);
    by = 3.0 * (cp[2].y - cp[1].y) - cy;
    ay = cp[3].y - cp[2].y - cy - by;

    /* calculate the curve point at parameter value t */
    tquared = t * t;
    tcubed = tquared * t;

    result.x = (ax * tcubed) + (bx * tquared) + (cx * t) + cp[0].x;
    result.y = (ay * tcubed) + (by * tquared) + (cy * t) + cp[0].y;

    return result;
}

/* Computebezier: Fills an array of Point2D structs with the curve
points generated from the control points cp. caller must
allocate sufficient memory for the result, which is
numberofPoints* sizeof(Point2D)
*/
void Computebezier( Point2D* cp, int numberofPoints, Point2D* curve ) {
    float dt;
    int i;

    dt = 1.0 / ( numberofPoints - 1 );
    for( i = 0; i < numberofPoints; i++ )
        curve[i] = Pointoncubicbezier( cp, i*dt );
}

```

137

138

Figura 4. La curva cubica de Bézier utilizando lenguaje C.

139 Los polinomios de Bernstein son útiles para deducir las propiedades fundamentales de
 140 las curvas de Bézier, pero no proporcionan una forma eficiente de construirlas. La
 141 manera tradicional de trazarlas está basada en el algoritmo de De Casteljau. La
 142 manera de demostrar la equivalencia con la construcción de Bernstein es por mera
 143 recursividad. Por medio de la generalización de la siguiente formula de la Ec. (11):

144
$$c(t) = \sum_{k=0}^{n-r} c_k^r(t) B_k^{n-r}(t) \quad \text{Ec. (11)}$$

145 Cuyo caso r=0 es trivial. Supóngase que es cierta para r-1, se obtiene la Ec. (12)

146
$$c(t) = \sum_{k=0}^{n+1-r} c_k^{r-1}(t) B_k^{n+1-r}(t) \quad \text{Ec.(12)}$$

147 Nótese que la formula en la Ec. (11) expresa el algoritmo de De Casteljau se puede
 148 suplir n-r interpolaciones por los polinomios de Bernstein de gradon-r

149

150

151 4. Conclusiones



- 152 Las curvas más importantes que se usan actualmente en el diseño computacional son
153 las representaciones de las superficies de Bézier y los B-Splines. Que son gracias al
154 trabajo de dos matemáticos franceses, Bézier y de Casteljau, ya que utilizan
155 polinomios, para ser empleados en robótica, así mismo el cálculo numérico en la
156 ingeniería en la que desarrollan aplicaciones para el incipiente diseño computacional
157 de los años 60, bajo el alero de la industria automotriz.
- 158 Las ventajas del algoritmo de De Casteljau son su sencillez y el hecho de que involucra
159 sumas y términos positivos, lo cual confiere robustez a la hora de realizar cálculos con
160 aritmética de coma flotante

161 **Bibliografía**

- 162
- 163 • Burden, R. y Douglas F. (1985). *Análisis numérico*. Editorial Iberoamérica, México.
- 164
- 165 • J.D. Foley et al. (1992). *Computer Graphics: Principles and Practice in C*, 2nd ed.,
166 Addison Wesley

167 Información en línea

- 168
- 169 • Curva de Bézier, Disponible en:
170 https://es.wikipedia.org/wiki/Curva_de_B%C3%A9zier
- 171
- 172 • Polinomio de Bernstein, Disponible en:
173 https://es.wikipedia.org/wiki/Polinomio_de_Bernstein

174

175 *Domingo Márquez Ortega. E-mail: marquez_od@yahoo.com.mx



LA TRANSFORMACIÓN EN LA ESTRUCTURA DE UN PROBLEMA MATEMÁTICO

Yazmin Fuentes Morales*

*Instituto Superior de Ciencias de la Educación del Estado de México. Extranco los
Uribe S/N*

EA- POID064

Resumen

El objetivo de mi trabajo es compartir los hallazgos que he encontrado en relación a la forma en cómo se va transformando la estructura de los problemas matemáticos en cada nivel educativo, así como el impacto que tiene el uso de recursos y estrategias para enriquecer nuestra labor frente al grupo.

Para conocer qué elementos debemos considerar como maestros para desarrollar las clases relacionadas a problemas matemáticos, la autora Ma. Del Carmen Chamorro nos hace menciona que es importante: “delimitar el estado mental de los estudiantes y usar un buen lenguaje” para poder realizar un buen planteamiento al grupo (Chamorro, 2005).

A partir de las dificultades observadas en el grupo he implementado ciertas estrategias de enseñanza, la primera estrategia corresponde a la elaboración de una tabla donde los alumnos logran identificar tres elementos claves del problema que son: datos, operación y resultado.

Otra de las estrategias a las que he recurrido es el uso del juego, pues en niveles superiores se han olvidado que también necesitan los alumnos de dinámicas que les permitan aprender de manera lúdica y sin olvidar que también del uso de material concreto que les permita a los estudiantes representar la información detectada dentro del problema.

En cuanto a los resultados obtenidos al implementar estas estrategias han sido de gran funcionalidad porque los estudiantes muestran mayor habilidad al resolver un problema y se evita la mecanización de información.

Como conclusión puedo hacer referencia que la enseñanza de problemas matemáticos no debe significar un obstáculo para los alumnos sino un medio que los motive a seguir desarrollando sus habilidades cognitivas y al mismo tiempo que como docentes no nos olvidemos que dentro de las aulas existen estudiantes que presentan características diferentes y que todos deben ser considerados cuando planeamos nuestras clases.

* Autor para la correspondencia. E-mail: c_yaz_j@hotmail.com Tel. 044-722-468-2609



33 **Palabras clave:** problema, matemáticas, juego

34

35 **1. Introducción**

36

37 Las matemáticas han sido consideradas como parte esencial en el proceso de
38 formación de los estudiantes, su importancia radica en que motiva al alumno a pasar
39 a un campo que le implica mayor reflexión, análisis en la toma de decisiones,
40 establecimiento de hipótesis y la comprobación para la solución de diversas
41 situaciones que le demandan una toma de decisiones acertadas.

42

43 Esta asignatura ha generado ciertos temores hacia los estudiantes, los ideales que
44 prevalecen en ellos son: es difícil cursarla, demanda la memorización de fórmulas, los
45 procedimientos deben seguirse al pie de la letra, etcétera.

46

47 Cuando han llegado a la etapa donde tiene que hacer la selección de una carrera
48 profesional tratan de elegir una donde dentro de su tira de materias no aborden
49 matemáticas, por el temor de no ser capaces en pasar la asignatura o por sus
50 experiencias previas relacionadas al fracaso o dificultades presentadas.

51

52 El fracaso también va encaminado sobre el tipo de andamiaje que recibieron por parte
53 del maestro, existen quienes están impartiendo esta asignatura y su perfil de
54 preparación académica es otro, pero también encontramos a compañeros que están
55 comprometidos con su trabajo y que constantemente están buscando y aplicando
56 nuevas herramientas y estrategias de enseñanza que incentiven a los alumnos a
57 difuminar la idea que las matemáticas son difíciles.

58

59 Los motivos que justifican la elección de la problemática detectada surgen a partir de
60 observar las altas cifras de reprobación que hay en los exámenes nacionales
61 (ENLACE) e internacionales (PISA) enfocados al área de las matemáticas, donde
62 después de varios intentos en tratar de modificar las cifras no se ha logrado obtener
63 los resultados deseables.

64

65 El trabajo lo he dividido en ejes de análisis que nos brindan información en relación a
66 qué es un problema matemático, cómo se trabajan desde el nivel preescolar hasta el
67 nivel medio superior, qué elementos se deben considerar para plantearlos y los
68 requisitos para una resolución eficaz.

69

70 **Concepciones sobre qué es un problema matemático**

71

72 Existen diversas personalidades que han definido el concepto de problema, entre ellas
73 podemos encontrar a:

74

* Autor para la correspondencia. E-mail: c_yaz_j@hotmail.com Tel. 044-722-468-2609



75 Campistroues y Rizo lo definen como “Toda situación en la que hay un planteamiento
76 inicial y una exigencia que obliga a transformarla. Se añade como condición que la vía
77 de pasar de la situación o planteamiento inicial a la nueva situación exigida tiene que
78 ser desconocida y la persona debe querer realizar la transformación” (Campistrous &
79 Rizo, 1997, pág. 9)

80

81 G. Pólya nos hace referencia que el problema implica la búsqueda consciente de algo,
82 donde se debe tener como antecedente una acción apropiada para alcanzar la meta,
83 pero a la vez representa algo difícil de lograr. (Pólya, 1965)

84

85 Para el Psicólogo **Hoc** un problema califica una situación, supone la confrontación de
86 un sistema cognitivo a una tarea. “Es la representación de un sistema cognitivo
87 construido a partir de una tarea, sin disponer inmediatamente de un procedimiento
88 admisible para alcanzar el objetivo” (Chamorro, 2005, pág. 351)

89

90 Se observa que los autores citados anteriormente tienen en común qué un problema
91 es la búsqueda de una respuesta a algo, donde el alumno diseñará los caminos a
92 seguir y seleccionará los instrumentos o recursos a emplear, es decir, entra en un
93 proceso de planeación para llegar a un objetivo determinado, propiciando en ellos la
94 reflexión y la toma de decisiones acertadas.

95

96 **El planteamiento de los problemas matemáticos desde los diferentes niveles 97 educativos**

98

99 **Educación preescolar**

100

101 Este nivel educativo es la primera institución donde los educandos reciben una
102 educación de manera formal, aprenden contenidos relacionados al concepto de
103 número teniendo como uno de sus propósitos fundamentales el “Comprender las
104 relaciones entre los datos de un problema y usar procedimientos propios para
105 resolverlos.” (SEP, 2017, pág. 299) Se van estableciendo los primeros elementos para
106 resolver problemas matemáticos donde dentro de las aulas se propicia que reflexionen
107 y comprendan los datos de un problema, busquen sus propias alternativas de solución
108 y las contrasten con el resto de sus compañeros.

109

110 Las consideraciones que las docentes toman en cuenta para trabajar con los niños en
111 relación a los problemas matemáticos es que los datos no deben exceder a diez
112 elementos, para que puedan resolverlos aplicando acciones sobre las colecciones y
113 no tengan que hacer uso de operaciones.

114

115 **Educación primaria**

116

* Autor para la correspondencia. E-mail: c_yaz_j@hotmail.com Tel. 044-722-468-2609



117 En este nivel educativo uno de los propósitos que van encaminados a la resolución de
118 problemas es “Buscar, organizar, analizar e interpretar datos con un propósito
119 específico, y luego comunicar la información que resulte de este proceso.” (SEP, 2017,
120 pág. 300). El trabajo va encaminado al descubrimiento de los pasos que se requieren
121 para resolverlos, se va integrado el uso de operaciones para su solución, lo que
122 anteriormente en el preescolar no se favorecía.

123
124 Se espera que los estudiantes se apropien de los significados de las operaciones y
125 sean capaces de reconocer las situaciones y los problemas en los que pueden emplear
126 determinada operación.

127
128 **Educación secundaria**

130 Dentro de este nivel educativo el trabajo con problemas matemáticos va encaminado
131 al uso de incógnitas, logrando así el propósito general “Resolver problemas que
132 impliquen el uso de ecuaciones hasta de segundo grado” (SEP, 2017, pág. 300)

133
134 Se busca que los estudiantes aprendan álgebra a través del uso flexible de sus
135 elementos fundamentales, saber números generales, incógnitas y variables en
136 expresiones algebraicas, ecuaciones y situaciones de variación; en estas últimas, tanto
137 en su expresión simbólica como en su representación por medio de tablas y gráficas
138 cartesianas. (SEP, 2017, pág. 304)

139
140 El trabajo realizado en preescolar y primaria se verá reflejado en este nivel educativo,
141 porque cuando el alumno ha aprendido a interpretar y representar la información
142 incluida dentro de un problema matemático será capaz de hacer uso de incógnitas y
143 representar la información por medio de gráficas.

144
145 **Educación Media Superior**

146
147 En la signatura de matemáticas se promueve en los alumnos el desarrollo del
148 “pensamiento lógico-matemático mediante el uso de aritmética, álgebra, probabilidad
149 y estadística, permitiéndole proponer alternativas de solución a problemas tomados de
150 su vida cotidiana desde diversos enfoques” (SEP, Matemáticas I, 2018, pág. 6)

151
152 Finalmente observamos como existe una gran articulación con cada uno de los niveles
153 educativos que cursa el educando, cada uno le aporta las herramientas que requiere
154 para resolver con gran facilidad un problema matemático, la ruta inicia desde la
155 representación de datos, la búsqueda de alternativas de solución, el manejo de
156 operaciones, el trabajo con incógnitas y finalmente la representación con gráficos
157 como lo son tablas o gráficas.

158
159 **Qué elementos se deben considerar para plantear un problema matemático**

* Autor para la correspondencia. E-mail: c_yaz_j@hotmail.com Tel. 044-722-468-2609



160
161 Las ideas de Ma. del Carmen Chamorro en su libro titulado “Didáctica de las
162 matemáticas” en relación a las consideraciones que como docentes debemos tener
163 para trabajar con problemas matemáticos es de gran importancia, entre ellas podemos
164 encontrar:

- 165
- 166 • Determinar el estado mental de los alumnos frente a la interpretación y
167 resolución de tareas problemáticas.
 - 168 • Seleccionar el lenguaje y la terminología adecuada
 - 169 • Elegir la forma de presentación de los materiales didácticos
 - 170 • Gestionar las variables didácticas específicas de la proposición y resolución de
171 problemas.
 - 172 • Elaborar un panorama amplio de proposición y resolución de problemas que
173 incluyan las actividades fundamentales para llevar esa tarea a buen fin.
174 (Chamorro, 2005, pág. 350)

175
176 Las aportaciones de la autora nos hacen reflexionar sobre la labor que como maestros
177 estamos realizando, muchas veces por las tareas extraescolares que tenemos a
178 nuestro cargo, al momento de planificar y seleccionar los materiales consideramos que
179 cualquier problema matemático se puede presentar al grupo, pero estamos dejando
180 de lado el propósito que se pretende lograr al término de la sesión y las características
181 que deben tener.

182
183 **Requisitos para una resolución de problemas eficaz**

184
185 Sabemos que no existe una receta mágica que nos diga paso a paso como se debe
186 resolver un problema pero si algunas generalidades que se pueden aplicar para su
187 resolución.

188
189 Polya (1973) hace mención de 4 pasos para lograr resolverlos de manera eficaz:
190 **Definir el problema:** el estudiante debe comprender el problema, para ello requiere
191 leerlo detenidamente, identificar los datos que conoce del problema y cuáles son los
192 que requiere buscar.

193
194 **Planificar una estrategia de solución:** diseño de posibles alternativas que le
195 permitirán resolver el problema, aquí puede contrastar si el procedimiento que empleo
196 para resolver un problema lo puede aplicar para resolver el siguiente. “Una técnica
197 heurística para analizar mejor un problema es hacer un dibujo que represente el
198 problema” (Baroody, 2000, pág. 238)

199
200 **Estrategia planificada:** el trabajo va encamino a la solución del problema con la
201 estrategia diseñada, pero tenido en cuenta que no toda solución es lineal, esta puede
202 ser modificada.

* Autor para la correspondencia. E-mail: c_yaz_j@hotmail.com Tel. 044-722-468-2609



203

204 **Comprobación de resultados:** esta tarea consiste en volver a leer el problema para
205 averiguar si el resultado obtenido responde a lo que se estaba buscando.

206

207 Otro autor que trata al igual que Polya en ver esas generalidades es **Baroody** pero
208 ahora centrare mi atención sobre otros dos elementos que no fueron considerados
209 anteriormente:

210

211 **Motivación:** corresponde a la iniciativa que el docente toma para motivar a sus
212 alumnos en el momento de resolver los problemas matemáticos.

213

214 **Flexibilidad:** se observa cuando dentro de la resolución de los problemas el alumno
215 adapta rápidamente los recursos que tiene a su alcance para resolverlos, viendo
216 implícitos conocimientos, técnicas y la motivación.

217

218 Las ideas de Polya y las de Baroody coinciden en los elementos que son esenciales
219 para resolver con gran destreza un problema matemático, lo único que hace falta es
220 que el docente los ponga en práctica y esté al pendiente sobre la forma en como es el
221 desempeño de los alumnos para estarlos incentivando día con día.

222

223 **El juego como estrategia de enseñanza**

224

225 El juego es una actividad que los alumnos disfrutan, les permite liberar sus energías,
226 aprender de los demás, interactuar con otras personas y lograr un aprendizaje
227 compartido en el que pueden retroalimentar sus saberes. En los primeros años
228 escolares es más utilizado por los docentes, representa un pretexto para enseñar de
229 manera lúdica, pero en niveles superiores esta estrategia se deja a un lado y se opta
230 más por una mera transmisión de conocimientos.

231

232 Se tiene el ideal que si se implementa el juego dentro de la enseñanza los estudiantes
233 están perdiendo el tiempo, no se logra el objetivo planteado para la sesión, no se tiene
234 un buen control de grupo, entre otros. Para evitar esos puntos contradictorios es
235 necesario considerar que para llevarlo a la práctica se requieren de ciertas
236 características las cuales son: tener un fin común, tener o imponer reglas para su
237 realización, además que implique la participación activa de todos los participantes.
238 (Bosch, 1999)

239

240 Al tener bien presente estas características e implementarlas dentro de nuestra labor
241 como docentes lograremos que el grupo se muestre más atraído por las actividades
242 que son diseñadas con este tipo de estrategia, se estará favoreciendo el trabajo en
243 equipo, los espacios a utilizar serían diversos y sobre todo se evitaría tanta
244 memorización o clases tediosas.

245

* Autor para la correspondencia. E-mail: c_yaz_j@hotmail.com Tel. 044-722-468-2609



246 2. Metodología o desarrollo

247

248 Con el estudio de los referentes teóricos integrados anteriormente dan muestra de la
249 retroalimentación que he venido realizado a mi labor como docente, ahora durante el
250 diseño de mis planeaciones trato de hacer una buena selección del tipo de problemas
251 matemáticos que les voy a presentar a los alumnos teniendo en mente el tema que
252 voy a bordar y cuál va hacer mi objetivo.

253

254 Para trabajar con la resolución de problemas matemáticos he puesto en práctica la
255 estrategia de realizar una tabla donde los alumnos recuperan tres elementos: datos,
256 operación y resultado, aunque este tipo de estrategia se trabaja a nivel primaria,
257 considero que es de gran utilidad seguir implementándola en niveles superiores,
258 porque favorece en los alumnos el identificar desde un inicio cuál es la información
259 contenida en el problema, qué tipo de operación les servirá para resolverlo y finalmente
260 encontrar el resultado, comprobando a través de una relectura del problema si la
261 respuesta es acorde a lo que se les estaba solicitando en un inicio.

262

263 La forma en como he integrado en mi actuar diario esta estrategia se ve reflejada
264 cuando al trabajar un problema matemático los alumnos identifican los datos que lo
265 integran, cuando ya lo han hecho, procuro cuestionarlos por qué los consideran como
266 datos, posteriormente manifiestan que tipo de operación nos puede ayudar a
267 resolverlo, para ello es fundamental identificar algunos verbos que representen sumar
268 o restar según sea el caso y finalmente después de haber hecho la operación colocan
269 el resultado. De manera particular primero lo trabajo a nivel grupo y posteriormente lo
270 realizan de manera individual.

271

272 La siguiente estrategia corresponde al uso del juego como estrategia de enseñanza la
273 cual ha sido de gran ayuda dentro de mi labor como docente porque trato de evitar que
274 las clases sean monótonas o que estén sentados todo el tiempo.

275

276 Por ejemplo, para resolver un problema conforme varios equipos donde tiene la
277 consigna de resolverlo en un determinado tiempo, todos tienen que involucrarse,
278 tienen que hacer uso de un material para exemplificar su procedimiento, etcétera, al
279 término cada equipo comparte la estrategia que implementaron y si es que llegaron al
280 mismo resultado, considero que esta forma de trabajo ha motivado a los alumnos a
281 dejar a un lado esa idea de que las matemáticas son aburridas o tediosas, porque se
282 trabajan en diversos espacios de la escuela y con materiales llamativos.

283

284 Al llevar a la práctica este tipo de estrategia estoy respetando los estilos de aprendizaje
285 que hay dentro del aula, porque no todos aprenden viendo sino que también requieren
286 de moverse y usar material concreto para poder representar la información, siempre
287 debemos tener en mente el propósito y las reglas para su realización.

288

* Autor para la correspondencia. E-mail: c_yaz_j@hotmail.com Tel. 044-722-468-2609



289 3. Resultados y análisis

290
291 Los resultados que se han logrado alcanzar con la puesta en práctica de las dos
292 estrategias aplicadas en el aula han sido favorables, los alumnos se muestran más
293 motivados al resolver los problemas matemáticos, van tenido más conciencia de donde
294 van surgiendo los resultados, se da un trabajo colaborativo, se evita tanto la
295 mecanización y memorización de información, aprenden de manera lúdica, se favorece
296 la socialización, se respeta los estilos de aprendizaje de cada uno de ellos y sobre todo
297 las clases son diversas.

298
299 Muestran mayor detenimiento al leer un problema, tratan de descifrarlo haciendo uso
300 de la tabla que les mencione anteriormente y de material concreto que les ayude a
301 representar los datos del problema, con ello podrán concretar fácilmente una estrategia
302 de solución y se estaría evitando la desmotivación de algunos de ellos al no poder
303 resolver un problema.

304 4. Conclusiones

305
306 El trabajo con la asignatura de las matemáticas representa un gran reto para nosotros
307 como maestros al observar la apatía de algunos alumnos, pero esa apatía la podemos
308 transformar buscando y aplicando diversas estrategias para atraer la atención de los
309 alumnos, actualmente existen tantos medios y programas electrónicos de los cuales
310 podemos hacer uso pero desafortunadamente no lo hacemos porque no sabemos
311 emplearlas y no queremos aprender porque demanda más tiempo de nosotros.

312
313 Considero que si iniciamos el cambio con las dos propuestas mencionadas en este
314 trabajo serán de gran ayuda para el aprendizaje de los alumnos y las altas cifras de
315 reprobación se irán disminuyendo.

316 Bibliografía

317 Libros

- 318 Baroody, A. J. (2000). *El pensamiento matemático de los niños*. España: Visor.
319 Bosch, L. P. (1999). El juego en la acción educativa del Nivel Inicial: fundamentos. En
320 L. P. Bosch. Buenos Aires: Novedades educativas.
321 Campistrous, L., & Rizo, C. (1997). *Aprender a resolver problemas aritméticos*. La
322 Habana: Pueblo y Educación.
323 Chamorro, M. d. (2005). *Didáctica de las matemáticas*. Madrid: PEARSON.
324 Pólya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
325 SEP. (2017). Aprendizajes Clave para la educación Integral México, México: SEP.
326 SEP. (2018). *Matemáticas I*. México: SEP.

* Autor para la correspondencia. E-mail: c_yaz_j@hotmail.com Tel. 044-722-468-2609



INDUSTRIA 4.0, METODOLOGÍA MULTIDISCIPLINARIA APLICADA EN LA ENSEÑANZA DE LA INGENIERÍA

Jesús Vicente González Sosa^{1*}, Diana Laura Jiménez Díaz¹,
Jesús Loyo Quijada¹, Miguel Ángel López Ontiveros¹

*Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco.
Área de Innovación en Sistemas, Departamento de Sistemas,
División de Ciencias Básicas e Ingeniería.
Av. San Pablo 180, Col. Reynosa Tamaulipas,
Delegación Azcapotzalco, C.P. 02200, Cd. México.*

I-POID092

Resumen

La ingeniería forma parte esencial en el desarrollo de un país por ello la estructuración de nuevos métodos de enseñanza en las entidades académicas, con la finalidad de formar profesionistas con sentido técnico en elementos de la industria, como lo es la Industria 4.0, que ofrece un amplio campo de aplicación en los diversos sectores de desarrollo. En este trabajo se muestra una metodología que involucra tres pilares de la Industria 4.0 aplicados a la enseñanza-aprendizaje, los cuales son: manufactura aditiva, la nube y sistemas integrados, en donde se encuentran áreas de oportunidad para el aprovechamiento de la Industria 4.0 en entidades académicas fortaleciendo el quehacer profesional. Por otro lado, los pilares aplicados en esta metodología fundamentan las líneas de desarrollo en la industria que se extrapolan hacia la educación. Los resultados obtenidos en este proceso radican específicamente en el interés de los estudiantes por conocer y aplicar conocimientos prácticos y de vanguardia como lo es la Industria 4.0, con el propósito de obtener habilidades de aplicación y desarrollo en su preparación hacia la vida profesional.

La metodología se fundamenta por medio de algoritmos que permiten vislumbrar los puntos determinantes de un proceso de esta índole, ofreciendo resultados palpables para un proceso de enseñanza práctico.

Por último, este trabajo permite identificar áreas de desarrollo para futuras generaciones en el sector educativo fortaleciendo los procesos de enseñanza-aprendizaje de la ingeniería aplicada.

Palabras clave: Industria 4.0, metodología de enseñanza, herramienta didáctica, aprendizaje, algoritmos de procesos.

1. Introducción

La aplicación de la Industria 4.0 en la educación fomenta un crecimiento importante en los procesos de enseñanza a nivel superior, en donde los fenómenos a trabajar son funcionales y tangibles, parte importante de la herramienta mencionada genera interconexión en las áreas productivas, en donde se logra relacionar los recursos digitales formando redes de intercomunicación en el desarrollo de casos aplicables con los procedimientos o pilares de la Industria 4.0.

¹ *Jesús Vicente González Sosa. E-mail: jvgs@azc.uam.mx, Tel. 53189532, ext. 142

45 En los procesos intelectuales generalmente se hace referencia a situaciones
46 pedagógicas en donde se plasman aspectos conceptuales, informáticos, sistémicos,
47 de investigación, que forman parte de las capacidades para producir métodos de
48 aprendizaje en función del método científico (González, 2002).
49 Las tecnologías utilizadas en años anteriores de manera particular o individual
50 lograban resultados aislados, a partir de los procesos multidisciplinarios se
51 potencializaron los procesos tecnológicos, de manufactura y sobre todo de la
52 enseñanza, ello por la integración de todos los fenómenos que permiten optimizar los
53 procesos, mejorando en todo momento la eficiencia (Ningenia, 2016).
54 Con el soporte y la aplicación de la tecnología, se obtienen operadores inteligentes en
55 tiempo real de 4C (es decir, percepción y conexión, comunicación, computación y
56 control) a objetos físicos y virtuales, por lo que ofrece una amplia gama de aplicaciones
57 en muchos campos (López, 2012), incluyendo la industria aeroespacial, automotriz, de
58 comunicaciones, médica y de salud, industria manufacturera.
59 El enfoque multidisciplinario que muestra la Industria 4.0 da pauta a procesos
60 controlados y funcionales que permiten ser aplicables a la enseñanza dentro de las
61 áreas temáticas de la ingeniería; con lo cual se manifiestan de manera concreta los
62 pilares representativos de la Industria 4.0, como lo son big data, manufactura aditiva,
63 sistemas integrados, la nube, internet de las cosas; los cuales mantienen activa la
64 etapa de enseñanza-aprendizaje y la sinergia entre ellos.

65

66 **2. Metodología de desarrollo**

67 La enseñanza de la ingeniería muestra situaciones importantes por analizar que
68 permiten desarrollar nuevas metodologías para el aprendizaje, basadas en la
69 enseñanza, en este trabajo se muestra la evolución en los procesos de enseñanza,
70 mostrando el método tradicional y la aplicación de la Industria 4.0 como parte de un
71 entorno multidisciplinario para su aplicación en la enseñanza a nivel superior, con lo
72 que se busca obtener la sinergia con las diferentes áreas de la ingeniería y otras
73 carreras profesionales.

74 En esta etapa se describen los aspectos generales de Industria 4.0, en función de sus
75 pilares y la forma en la cual se aplica para su desempeño como una herramienta en la
76 enseñanza de la ingeniería.

77 Los pilares de Industria 4.0 se representan de la siguiente figura 1.



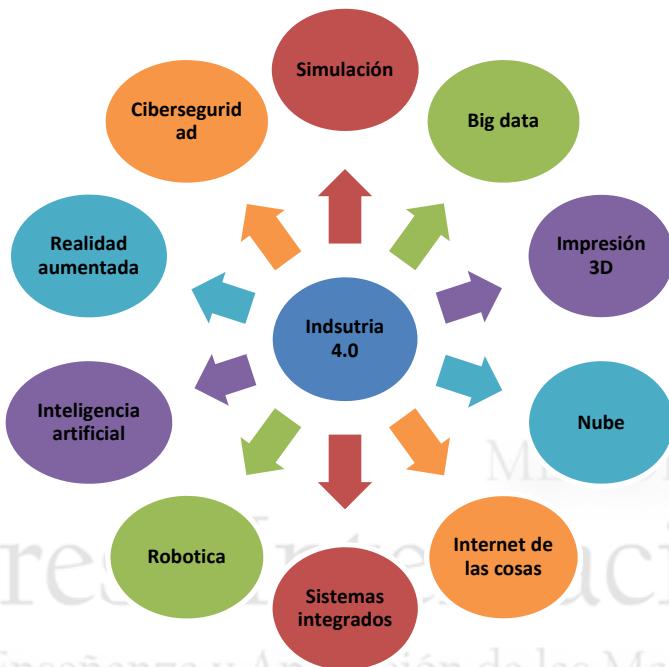


Fig. 1. Pilares de la Industria 4.0

78
79
80

81 En la figura anterior se observan los diferentes pilares existentes en la Industria 4.0,
 82 los cuales se adoptan para su aplicación en la docencia como parte de la metodología
 83 multidisciplinaria.

84

La descripción breve de los pilares se menciona a continuación:

85
86

a) Sistemas integrados: integra tecnologías operacionales con los procesos tecnológicos de la información y la comunicación.

87
88

b) Robots: máquinas inteligentes que automatizan tareas que antes dependían exclusivamente del ser humano.

89
90

c) Internet de las cosas: establece la comunicación de forma multidireccional entre los equipos, máquinas, y productos con lo cual se facilita la toma de decisión.

91

d) Impresión 3D: es la fabricación de piezas con facilidad y menor tiempo.

92
93

e) Big data: datos caracterizados por el volumen analizándose a través de algoritmos.

94
95

f) Nube: almacenamiento, acceso y uso de servicios de información en línea, con lo que se logra acceder a los recursos informáticos con mayor facilidad y flexibilidad.

96
97

g) Simulación: representación virtual del funcionamiento en conjunto de una máquina, proceso y personas en tiempo real.

98
99

h) Inteligencia artificial: es el desarrollo de algoritmos que permiten a las computadoras procesar datos a una velocidad inusual, logrando aprendizaje automático.

100
101

i) Ciberseguridad: es fundamental para que todas las demás tecnologías logren una adecuada penetración en esta fase de digitalización.

102
103

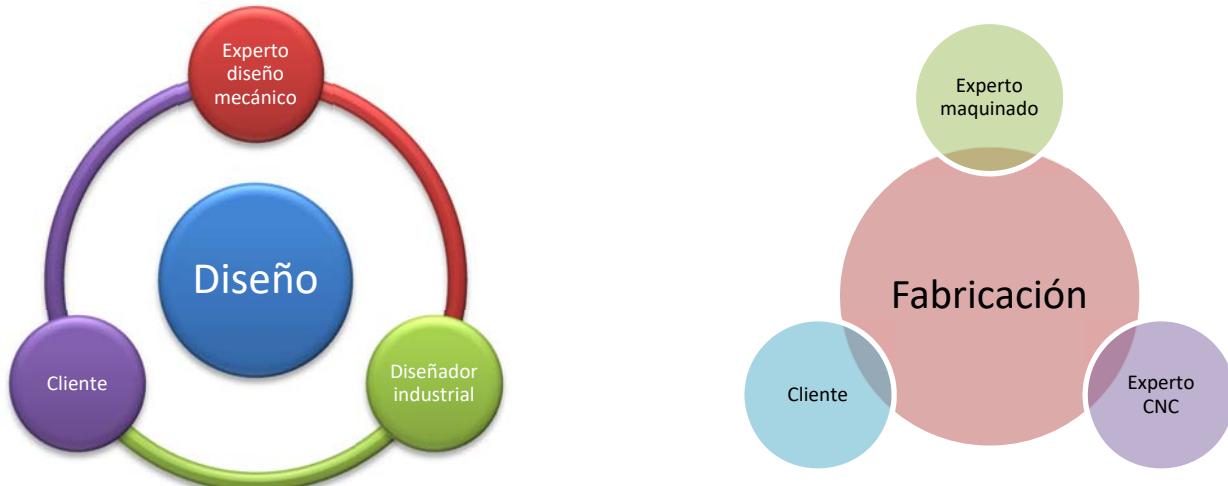
j) Realidad aumentada: permite completar el entorno real por medio de objetos digitales, lo cual se interpreta como un sistema que combina la simulación, el modelado y la parte virtual.

104 De aquí se logra identificar que la Industria 4.0 es un método multidisciplinario, debido a
 105 que se requieren de diferentes áreas de la ciencia aplicada para su aplicación.
 106 Enfocándolo a la parte docente, la aplicación se describe a continuación a través de
 107 un caso.
 108 Aplicación de la metodología Industria 4.0 desde el punto de vista multidisciplinario en
 109 la evaluación de un nuevo producto de ingeniería.
 110 Las primeras etapas y las personas que intervienen en el diseño y fabricación, desde
 111 el punto de vista tradicional se expresan en la tabla 1 y son:
 112
 113

Tabla 1. Etapas en la producción de engranes

| Diseño | Fabricación |
|----------------------------|-----------------------------------|
| Experto en diseño mecánico | Experto en maquinado convencional |
| Diseñador Industrial | Experto en control numérico |
| Cliente | Cliente |

114 De la tabla se logra identificar la individualidad existente en la elaboración del producto
 115 especificado, sin considerar una vertiente para el desarrollo en el proceso.
 116 Al observar cada uno de los procesos mencionados para la elaboración de un producto
 117 se considera que solo la persona con experiencia en la temática podrá llevar a cabo
 118 cada una de las actividades mencionadas, lo cual se puede representar por medio de
 119 la figura 2.
 120
 121

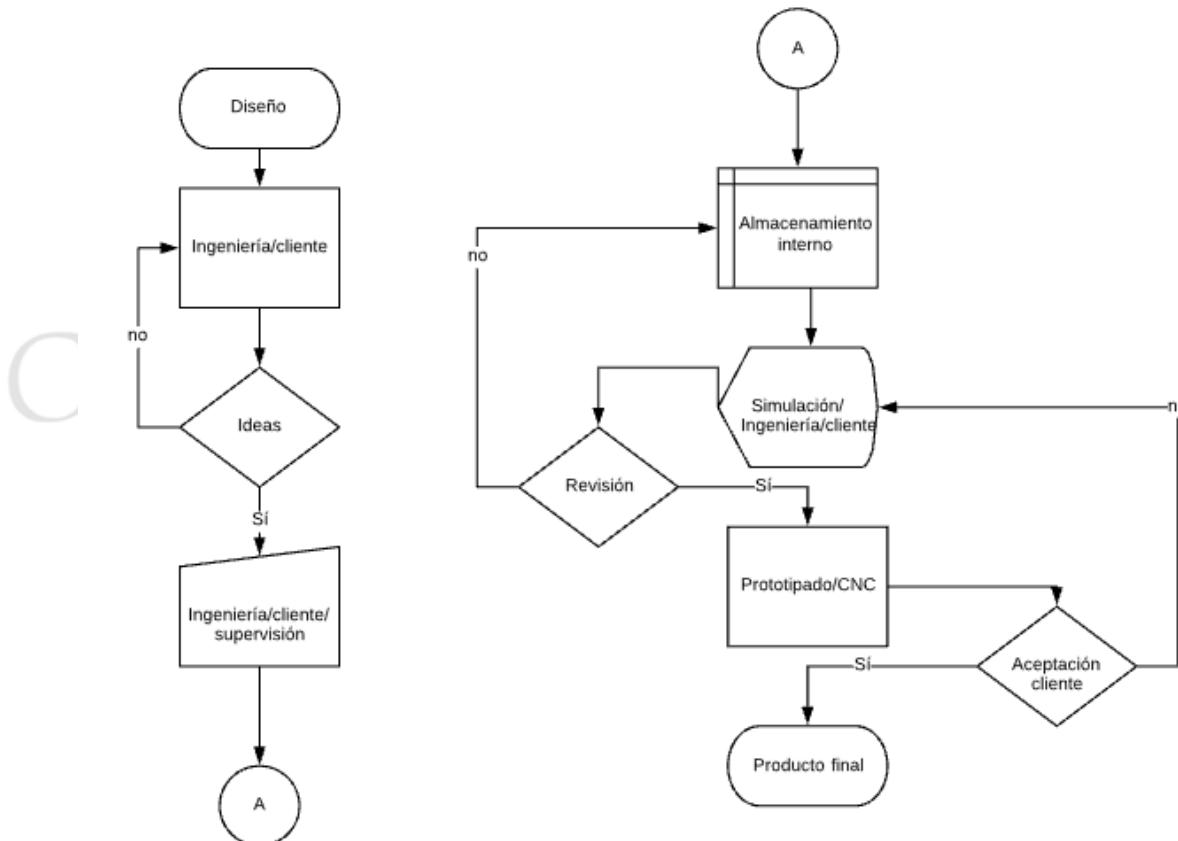


122 **Fig.2. Esquema de las etapas de producción tradicional**
 123

124 En la figura se tienen ambos casos, diseño y fabricación, en donde se identifica la
 125 relación cíclica de las etapas para el desarrollo de un producto desde punto de vista
 126 tradicional, que significa realizar una actividad para continuar después con otra y así
 127 sucesivamente.

128 Por otro lado, la metodología multidisciplinaria de la Industria 4.0, aplicada a la
 129 ingeniería, se representa por medio de diagramas de flujo en la figura 3, en donde la
 130 relación entre cada una de las etapas tiene sinergia de acuerdo al desarrollo de cada
 131 una de ellas.

132



133
 134 Fig. 3. Diagrama de flujo de la metodología Industria 4.0 en el diseño y fabricación
 135

136 En la figura 3 se logra identificar, en primera instancia, de acuerdo con el diagrama de
 137 flujo que para el diseño como para la fabricación se necesita de la intervención para
 138 diferentes áreas de aplicación logrando el producto final.

139 En la tabla 2, se mencionan las áreas, sectores y personas que se involucran en esta
 140 metodología para cada una de las actividades descritas de diseño y fabricación de un
 141 producto.

142 Un punto importante por resaltar es la importancia del cliente en todo momento para
 143 la aplicación de la metodología de industria 4.0 como herramienta multidisciplinaria en
 144 un proceso de ingeniería para lograr el desarrollo de un proceso.

145

146

147

148

149
 150
 151

Tabla 2. Industria 4.0 multidisciplinaria en la enseñanza de la ingeniería para el diseño y fabricación de un producto.

| | |
|---|--|
| Industria 4.0, metodología multidisciplinaria | Diseño <ul style="list-style-type: none"> • Cliente • Supervisor • Área de ingeniería • Calidad • Simulación • Diseñadores • Mercadotecnia • Compras • Ventas Fabricación <ul style="list-style-type: none"> ▪ Cliente ▪ Supervisión ▪ Metrología ▪ Informática ▪ Diseñadores ▪ Mercadotecnia ▪ Compras ▪ Ventas |
|---|--|

152
 153 En la tabla es claro que el desarrollo de un producto involucra a la mayor cantidad de
 154 personas inmersas en la aplicación de la metodología, debido a la sinergia que existe
 155 en la actualidad con la diversidad de las áreas de aplicación para el diseño y
 156 fabricación de un producto, en donde se logra mantener la comunicación de manera
 157 constante entre cada uno de los integrantes del grupo multidisciplinario, que no
 158 necesariamente son expertos en la innovación de productos.
 159 En cada una de las etapas desarrolladas a través de la metodología se involucran los
 160 pilares de la Industria 4.0 de manera directa e indirecta y una de las sobresalientes es
 161 la nube y las bases de datos en tiempo real, al igual que la simulación para el proceso.
 162 Es sin duda importante identificar los pilares para lograr compaginar cada una de las
 163 áreas en las cuales se trabaja tanto el diseño como la fabricación en los diferentes
 164 productos involucrados en la ingeniería como elementos de la enseñanza-aprendizaje.
 165 Esquemáticamente se puede representar la metodología multidisciplinaria de la
 166 Industria 4.0 en la ingeniería a través de la figura 4, mostrando la fusión de las
 167 diferentes áreas para su aprovechamiento en los métodos de enseñanza-aprendizaje
 168 de la ingeniería.
 169



Fig.4. Sinergia de etapas multidisciplinarias Industria 4.0

170

171

172

173

Al comparar la figura 2, que involucra un proceso tradicional con la 4 se observa la diferencia de la intervención de áreas y no solo de personal especializado, por lo cual se ha considerado como un buen proceso de aplicación a los procesos de enseñanza-aprendizaje de la ingeniería con la Industria 4.0, como se ha identificado en este trabajo, bajo la experiencia de utilizar diversas metodologías en el área especificada. Además, en la figura se observa la relación cíclica pero debe ser en ambos sentidos para lograr la multidisciplinariedad en cada una de las etapas, por ejemplo en supervisión se involucran las áreas de diseño, calidad, ventas, cliente, entre otros; para el caso de fabricación se tiene a los de diseño, simulación prototipado, ventas, calidad y con ello se conjuntan las áreas de la ingeniería, trasladándola hacia la parte docente se realizan equipos de estudiantes que cumplen con las características similares a las que se reflejan en los pilares de la Industria 4.0 para vincular la metodología con la educación.

186

187

3. Resultados

188

En función de lo desarrollado en este trabajo se logra identificar diversas vertientes que permiten fortalecer la investigación para continuar trabajando con las nuevas metodologías de aprendizaje por medio de la Industria 4.0, como fenómeno de mejora en la formación de profesionistas, es sin duda una forma diferente de abordar las tendencias de la enseñanza en los niveles superiores de educación, hablando de forma directa en las ingenierías como parte de las ciencias que favorecen al sector industrial en la formación de los profesionistas.

195

Lo que ha mostrado la metodología multidisciplinaria es la formación de ingenieros con habilidades de vanguardia para mantener un avance significativo en la tecnología de la educación.

198

199

Al aplicar la metodología y el fenómeno de Industria 4.0 se obtienen los siguientes datos de mejora en el sector académico de acuerdo con una evaluación realizada a

200 los involucrados en la aplicación de la metodología, estudiantes y docentes, para
 201 identificar aquellas áreas de desarrollo en la educación de las nuevas generaciones,
 202 mostrándose los resultados en la figura 5 y 6.
 203

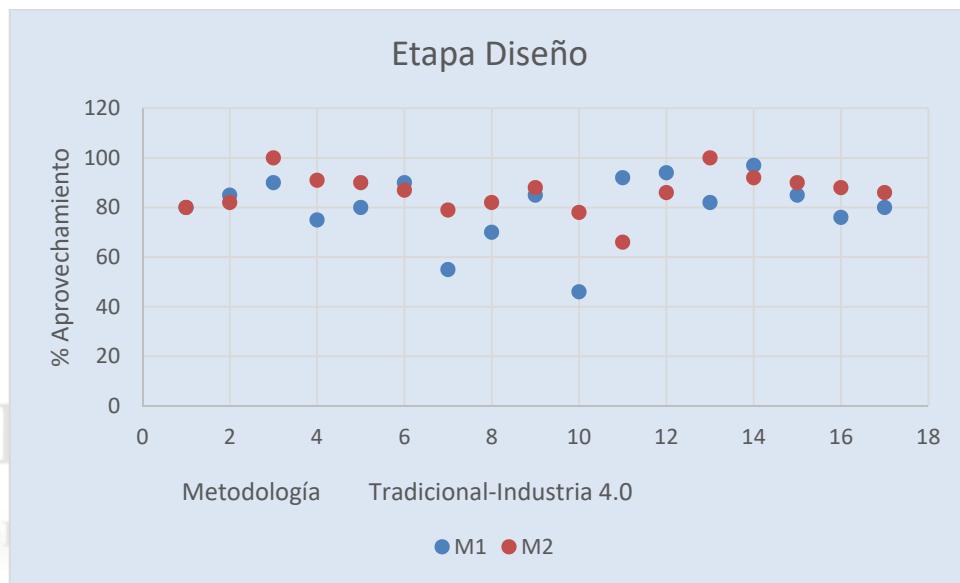


Fig. 5. Gráfico de aprovechamiento en la etapa de diseño

204
 205 La figura muestra parte de los resultados que se obtuvieron al evaluar el desempeño
 206 y aprovechamiento de la etapa de diseño por medio de las dos metodologías,
 207 tradicional (M1) e Industria 4.0 (M2), en la dispersión se logra observar que M2 tiene
 208 una tendencia de mejora con respecto a M1 para ambos partes, docentes y
 209 estudiantes, lo cual indica que les ha favorecido en el proceso de aprendizaje al aplicar
 210 la metodología multidisciplinaria en los casos de estudio, que generalmente son
 211 proyectos finales o actividades intermedias durante un periodo escolar.
 212

213 Como parte de esta misma evaluación se realizó una breve encuesta en donde el 82%
 214 de los encuestados están de acuerdo y conformes en la aplicación de nuevas
 215 metodologías que involucren aspectos diferentes y tangibles con las nuevas
 216 tecnologías de vanguardia como lo es la Industria 4.0, independientemente del nivel
 217 en el cual sea aplicado, por su parte los estudiantes se ven motivados para llevar a
 218 cabo una mejora en su proceso de enseñanza-aprendizaje, dado que se motivan por
 219 interactuar y no solo ser un espectador más en el momento de tomar clases con
 220 didácticas diferentes a las tradicionales que se ven reflejadas en los proyectos y
 221 prácticas de laboratorio.
 222

223



Fig. 6. Gráfico de aprovechamiento en la etapa de fabricación

224
225
226

227 En la etapa de fabricación como se observa en el gráfico se tiene un mejor
 228 aprovechamiento de M2 dado que la tendencia es casi lineal y ello significa que se ha
 229 aprovechado en un mayor porcentaje, indicando que la fabricación tiene involucrados
 230 más aspectos de la Industria 4.0 y se aplica de manera tangible en los proceso de
 231 enseñanza-aprendizaje, mientras que M1 no deja de ser importante y con un futuro
 232 diferente, ya que se pretende seguir creciendo poco a poco con el método de M2.
 233 Con los resultados que se tienen hasta el momento se identifican aprovechamientos
 234 sustanciales que en un futuro tendrán impactos importantes en los sectores educativos
 235 para los alumnos y un gran reto para los docentes que desean involucrar este tipo de
 236 metodologías en sus métodos de enseñanza.

237
238

4. Conclusiones

239 En esta sección se presentan los puntos sobresalientes como parte de lo realizado en
 240 este trabajo y la tendencia de la metodología multidisciplinaria de la Industria 4.0 como
 241 herramienta en la enseñanza-aprendizaje de las áreas de la ingeniería.

242 Se considera relevante el tener diversas formas de llevar a cabo los procesos de
 243 enseñanza en los niveles superior para las ingenierías, dado que se ofrece un
 244 panorama diferente y real que se puede extrapolar al sector industrial, en donde se
 245 verán reflejados los aprendizajes de los estudiantes mediante tecnologías que tienen
 246 sus inicios en la industria y como se aplican en las metodologías dentro del sector
 247 educativo.

248 La industria 4.0 es una herramienta valiosa que se lleva hacia cualquier sector y
 249 muestra de ello es la aplicación de ésta como una metodología de enseñanza para
 250 alumnos de ingeniería, identificando en todo momento los parámetros de control o
 251 críticos que se presentan al ser aplicada por los estudiantes y docentes en dichos
 252 procesos académicos.



253 Se ha notado hasta el momento el interés por innovar en las metodologías que
254 involucran aprendizaje y enseñanza, mostrando que la educación va a la par con toda
255 aquella nueva tecnología que se va presentando, considerando en todo momento que
256 son herramientas tangibles con grandes beneficios en los estudiantes.
257 Por otro lado, se han detectado algunas vertientes en las cuales se tiene que trabajar
258 en los pilares de la Industria 4.0 para ser aplicables al 100% en los procesos de
259 enseñanza-aprendizaje, pero este trabajo es un buen ejemplo de lo que se puede
260 hacer con procesos industriales trasladándolos al aula y mejorando la calidad de la
261 enseñanza, sobre todo en las carreras de la ingeniería que generalmente tienen un
262 foco rojo al momento de identificar las aplicaciones en los proceso teóricos.
263 Por último, se tiene una tendencia por general nuevas líneas de desarrollo y aplicación
264 con cada uno de los pilares para identificar su importancia en los procesos educativos,
265 logrando tener un grupo multidisciplinario de docentes que deseen participar en un
266 grupo de trabajo a través de algunos de los pilares de la Industria 4.0 y lograr la sinergia
267 en las diferentes entidades académicas para enriquecer la docencia en aquellas
268 ciencias como lo es la ingeniería en sus diferentes ramas.
269

270 5. Referencias

- 271 • González, H. Z. (2002). Capacidades de pensamiento de orden superior.
272 Edukateka. Recuperado de: <http://www.eduteka.org/CapacidadesMentales.php>.
- 274 • Ningenia (2016). Qué es la Industria 4.0. Recuperado el 17 de Enero de 2017
275 de <http://www.ningenia.com/2016/05/31/que-es-la-industria-4-0/>.
- 276 • L. Xu, W. He, and S. Li, "Internet of Things in Industries: A survey," IEEE Trans.
277 Ind. Informat., doi: 10.1109/TII.2014.2300753, to be published.
- 278 • T.S. Lopez, D. C. Renasinghe, and M. Harrison, "Adding sense to the internet
279 of things: An architecture framework for Smart objects systems", Pers. Ubiquit.
280 Comput., vol. 16, pp. 291-308, 2012.
- 281 • Ynzunza Cortés, Carmen Berenice, Izar Landeta, Juan Manuel, Bocarando
282 Chacón, Jacqueline Guadalupe, Aguilar Pereyra, Felipe, Larios Osorio, Martín,
283 2017. El Entorno de la Industria 4.0: Implicaciones y Perspectivas Futuras.
284 Conciencia Tecnológica,<<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=94454631006>>
285 ISSN 1405-5597
- 286 • Laka-Mugartza, J., Gonzalez-Rodriguez, M.(2015). INDUSTRY 4.0. DYNA,
287 90(1). 16-17. DOI: <http://dx.doi.org/10.6036/7392>
- 288 • Alvarez Laverde Humberto, (2016), El mantenimiento para la era de la Industria
289 [en línea]. Obtenido en enero 2018 de la dirección:
290 <http://www.ceroaverias.com/articulos/actualidad/industria4>

SIMULACIÓN DINÁMICA COMO MÉTODO DE APRENDIZAJE EN INGENIERÍA

Jesús Vicente González Sosa^{1*}, Diana Laura Jiménez Díaz¹

¹Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco.

Área de Innovación en Sistemas, Departamento de Sistemas,

División de Ciencias Básicas e Ingeniería.

Av. San Pablo 180, Col. Reynosa Tamaulipas,

Delegación Azcapotzalco, C.P. 02200, Cd. México.

I-POID093

Resumen

La simulación como parte de la preparación de un profesionista se ha convertido en una de las áreas de desarrollo fundamental para la sociedad educativa, dado el impacto que tiene en el desarrollo académico, por ello se debe generar de manera constante una mejora en la implementación de métodos enseñanza-aprendizaje referidas a este rubro, ante esta situación día a día se generan opciones para agilizar y comprender a detalle las temáticas de la ingeniería, a través de simulaciones dinámicas, las cuales ofrecen perspectivas tangibles, desde un punto de vista virtual, de los fenómenos a estudiar y analizar en las diferentes áreas de la ingeniería.

En relación a ello se han generado métodos por medio de diferentes herramientas dinámicas para lograr analizar procesos enfocados en la ingeniería, utilizando software que permite elaborar diagramas, algoritmos y procesos con sus respectivos parámetros de control, con lo cual se enriquece el aprendizaje de los estudiantes cuando logran apreciar fenómenos teóricos en casos prácticos y con alternativas de solución viables de acuerdo a la simulación dinámica obtenida a través del software.

Como parte de los resultados se tienen casos de estudio identificados y mejorados con el uso de la herramienta dinámica, pretendiendo generar una base de casos para el aprendizaje de la ingeniería, ubicándolos en la nube y asimismo aprovechar las tecnologías actuales, enfatizando que se hace uso de las herramientas para lograr una mejora en la enseñanza-aprendizaje.

Palabras clave: aprendizaje, metodología de enseñanza, herramienta virtual didáctica, simulación, casos de estudio.

1. Introducción

La dinámica de sistemas en la aplicación de la ingeniería tiene un impacto interesante dada la aplicación, ya que integra diversas disciplinas tecnológicas, teóricas y de ciencia para abordar problemáticas de toda índole, desde la parte social hasta la innovación, cuyo propósito radica en fomentar nuevas tendencias en la enseñanza de la ingeniería fortaleciendo en todo momento las herramientas del docente para su desarrollo dentro del aula (Martínez, 2012). La aplicación de los modelos dentro de la dinámica de sistemas sirve como apoyo, gráfico y visual, para el desarrollo del

¹ *Jesús Vicente González Sosa. E-mail: jvgs@azc.uam.mx, Tel. 53189532, ext. 142

43 conocimiento en el área que se aplique, con el propósito de mejorar los procesos de
44 enseñanza.
45 En la aplicación la dinámica de sistemas incentiva al análisis de cualquier caso o
46 problemática, por ello la importancia de su aplicación en la enseñanza a nivel superior,
47 en donde se abordan temáticas por medio de herramientas computacionales, que
48 ofrecen elementos visuales y tangibles como lo son gráficos y procesos interactivos en
49 tiempo real, cuyo interés radica en identificar los parámetros de control para mejorar
50 el proceso o caso de análisis, que se pueden representar por medio de diagramas
51 causales, de flujo y de procesos (Ibarra, 2015).
52 La educación y la enseñanza identifican problemas lineales y estáticos acorde a lo que
53 se dese obtener con el propósito de facilitar el proceso, sin embargo, es difícil mostrar
54 las problemáticas tal cual se presentan en la vida real; por ello Forrester establece en
55 una de sus publicaciones relacionadas directamente con la parte educativa que: "La
56 mente humana toma imágenes, mapas y relaciones estáticas de una manera
57 maravillosamente efectiva" (Forrester, 1992).
58 Por otro lado, la tecnología utilizada para el desarrollo de simulaciones representa la
59 realidad con base en modelos matemáticos y lógicos, que traducen el proceso de
60 estudio en un modelo interactivo en donde se logran modificar los parámetros,
61 obteniendo un análisis con alternativas de mejora en función a los resultados al
62 momento de procesar los datos del caso de estudio (Giraldo, 2016)
63 En este trabajo se aplicará el modelador libre llamado Bizagi, el cual ofrece diversas
64 alternativas de solución a casos de estudio en las diferentes áreas de la ingeniería.
65
66

67 **2. Metodología de desarrollo**

68 En esta sección se describe de manera general un caso para la aplicación de un
69 software denominado Bizagi, el cual ofrece la facilidad de realizar procesos dinámicos
70 obteniendo simulaciones que permiten comprender el proceso en cuestión, por ello la
71 importancia de contar con software que facilite la comprensión de situaciones
72 ingenieriles como lo son procesos productivos e industriales.

73 Las ventajas que ofrece Bizagi son: reducción de costos, reducción de tiempos en cada
74 proceso, aumento en el control de riesgo, aumentar la cadena de valor, alineación en
75 las áreas de negocios y tecnología, la mejora continua.

76 Es un programa utilizado en el sector industrial que se logra adaptar a la parte docente
77 con lo que se busca identificar la mejora continua en los procesos de enseñanza
78 aprendizaje de la ingeniería y este software cumple con los requisitos necesarios para
79 la actividad dentro de los procesos industriales en la parte académica.

80 Para lo cual se tomará como aplicación un caso analizado para un proceso en el
81 estudio del trabajo identificando parámetros de control para la mejora en un proceso
82 teórico que se deriva de un modelo dinámico en donde se controla en tiempo para
83 desarrollar el caso.

84 A continuación, se tiene la información del caso en la forma común y posteriormente
85 se traduce con el software para observar la diferencia y lo atractivo que es trabajar con

86 entornos virtuales para mejorar la condición de los métodos de enseñanza-aprendizaje
 87 de las ingenierías.
 88 El caso para analizar consiste en el proceso de producción de estrellas para llaveros
 89 elaboradas con material MDF, representado por medio de un diagrama de flujo.
 90 El diagrama de flujo se tiene en la figura 1.

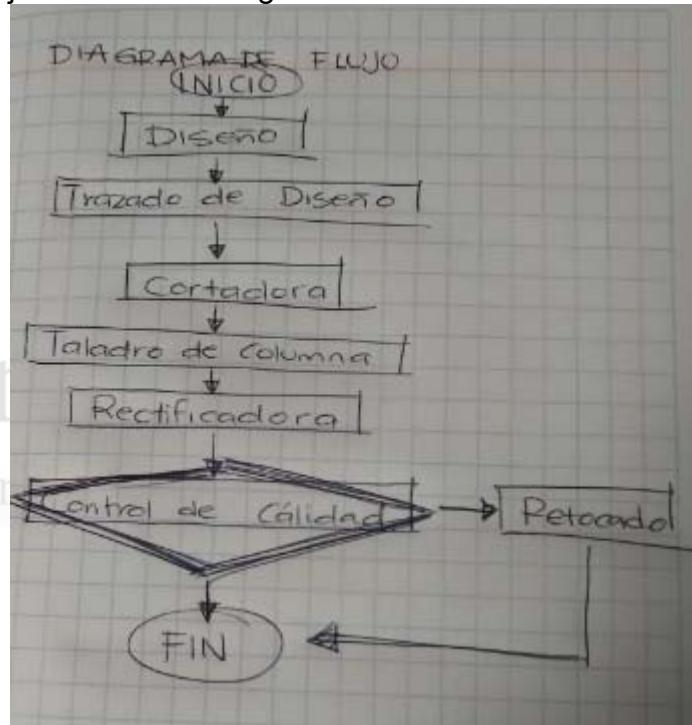


Fig.1. Diagrama de flujo convencional del proceso mencionado

91
 92 Desde el punto de vista convencional en una clase se realizan los diagramas de flujo
 93 de la forma en la cual se describe en la figura 1, la cual ejemplifica el proceso en la
 94 producción de llaveros en forma de estrella, para evaluar las etapas en la elaboración
 95 del producto.
 96 Ahora el diagrama de flujo con el software se muestra en la figura 2, en donde se logra
 97 identificar la manera en la cual se interactúa para determinar los parámetros de control.

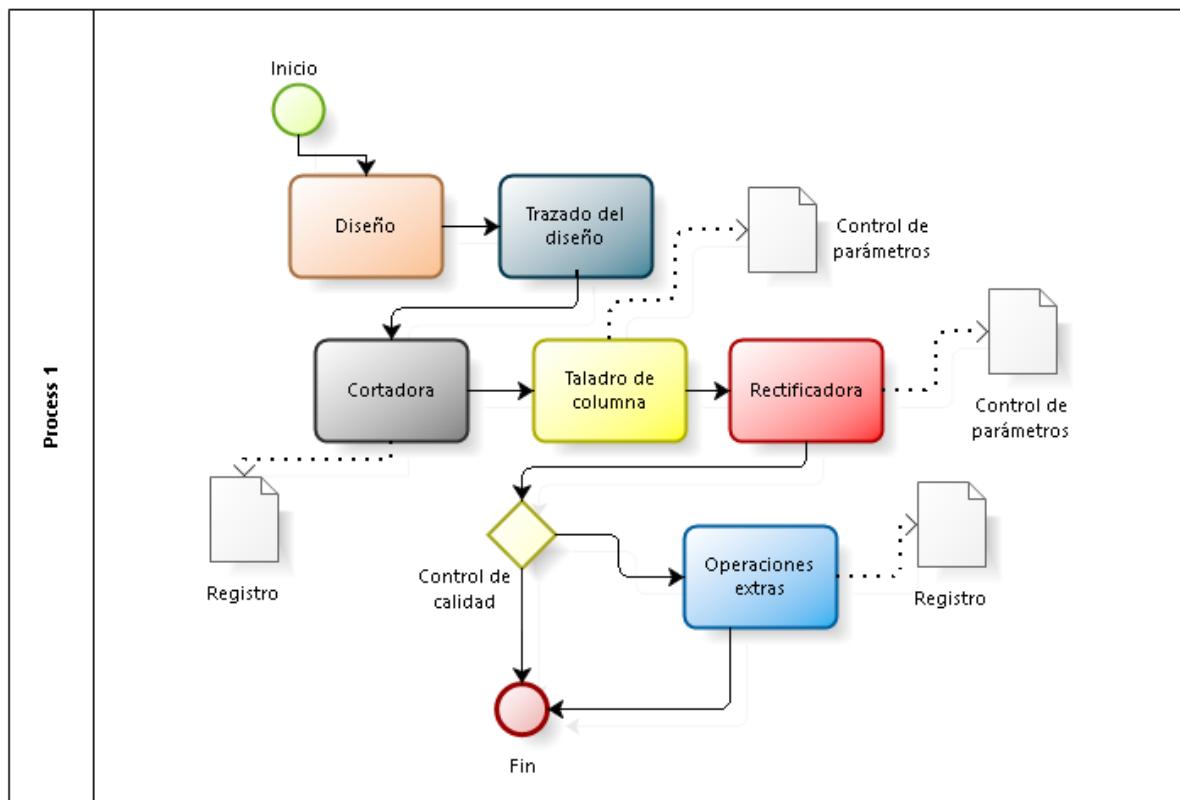


Fig. 2. Diagrama de flujo con el software

100
101
102

103 La figura anterior ofrece una visión completa del proceso a través del diagrama de flujo
 104 en donde se pueden anexar datos de registro para cada uno de los procesos u
 105 operaciones que pueden contener parámetros de control para la mejora continua de
 106 cada uno de ellos.

107 Como parte de las alternativas se logra anexar una gama de imágenes en donde se
 108 aprecia de forma general el proceso que se sigue en el momento de realizar los
 109 productos y el control de esto mismo, como se aprecia en la figura 3, con el conjunto
 110 de imágenes en el proceso.

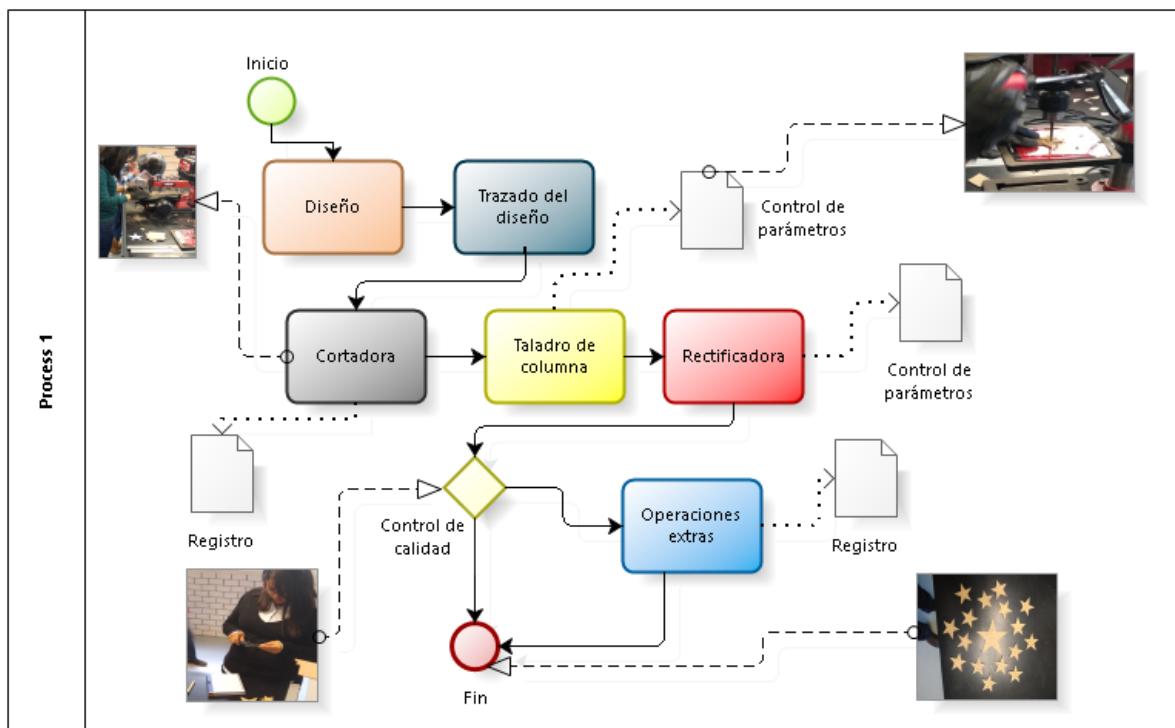
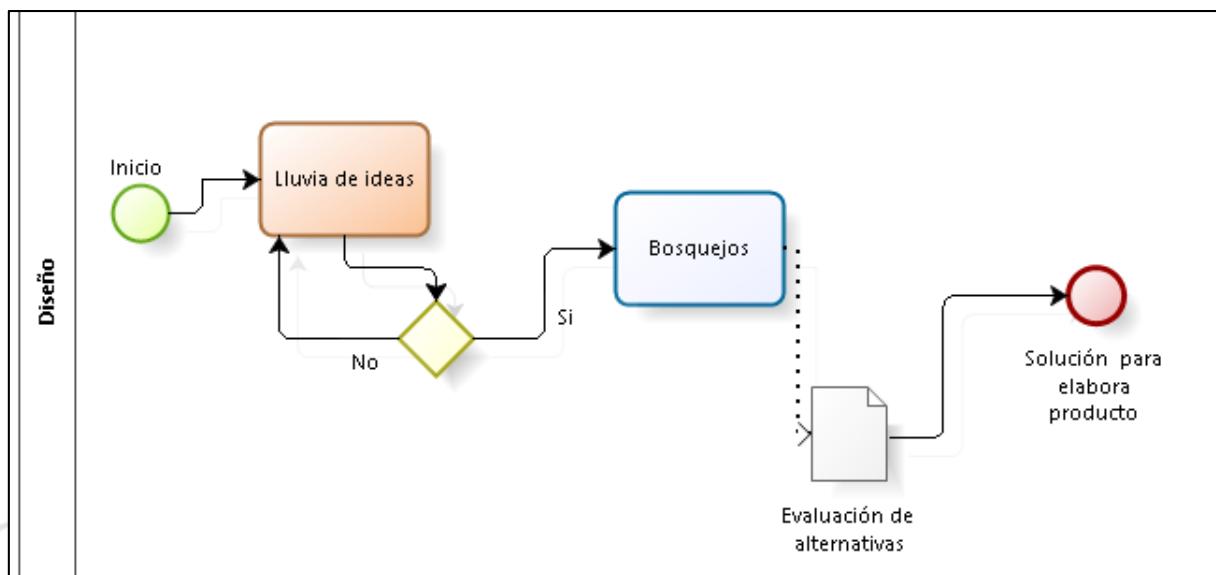


Fig. 3. Imágenes en el proceso para determinar el control en el desarrollo del producto.

111
112
113

114 La figura 3 muestra la secuencia del proceso por medio de imágenes para hacer más
 115 sencillo el análisis y tangible en su aplicación para determinar los criterios básicos en
 116 la elaboración de los productos y el control de la calidad de este mismo.

117 Posteriormente para todo el proceso se puede seleccionar cada una de las operaciones
 118 para mantener constantemente la mejora en cada uno de ellos, el primer diagrama es
 119 para el caso del diseño, figura 4, que da alternativas de solución para el diseño.



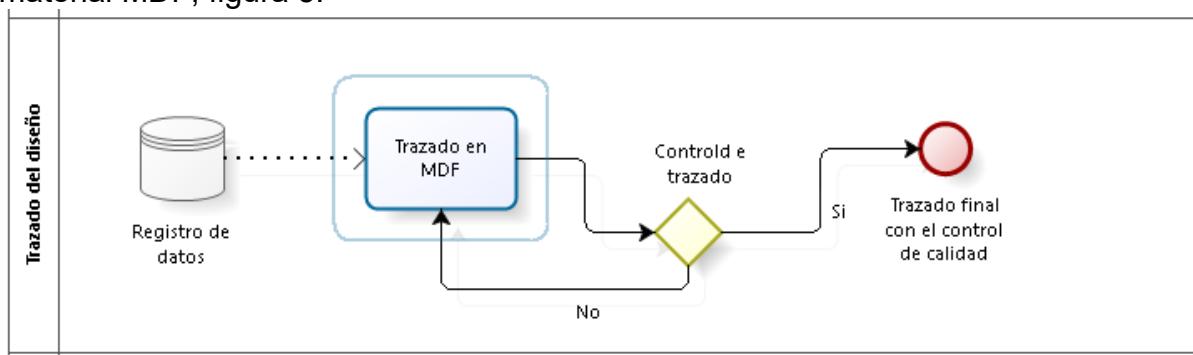
120

121

122

123 La figura permite identificar en que paso se debe actuar para lograr enriquecer cada
 124 una de las alternativas de solución en donde se identifica la sección que se puede
 125 manejar como retroalimentación para reiniciar el proceso.

126 La segunda sección corresponde al trazado del diseño para marcar las figuras en el
 127 material MDF, figura 5.



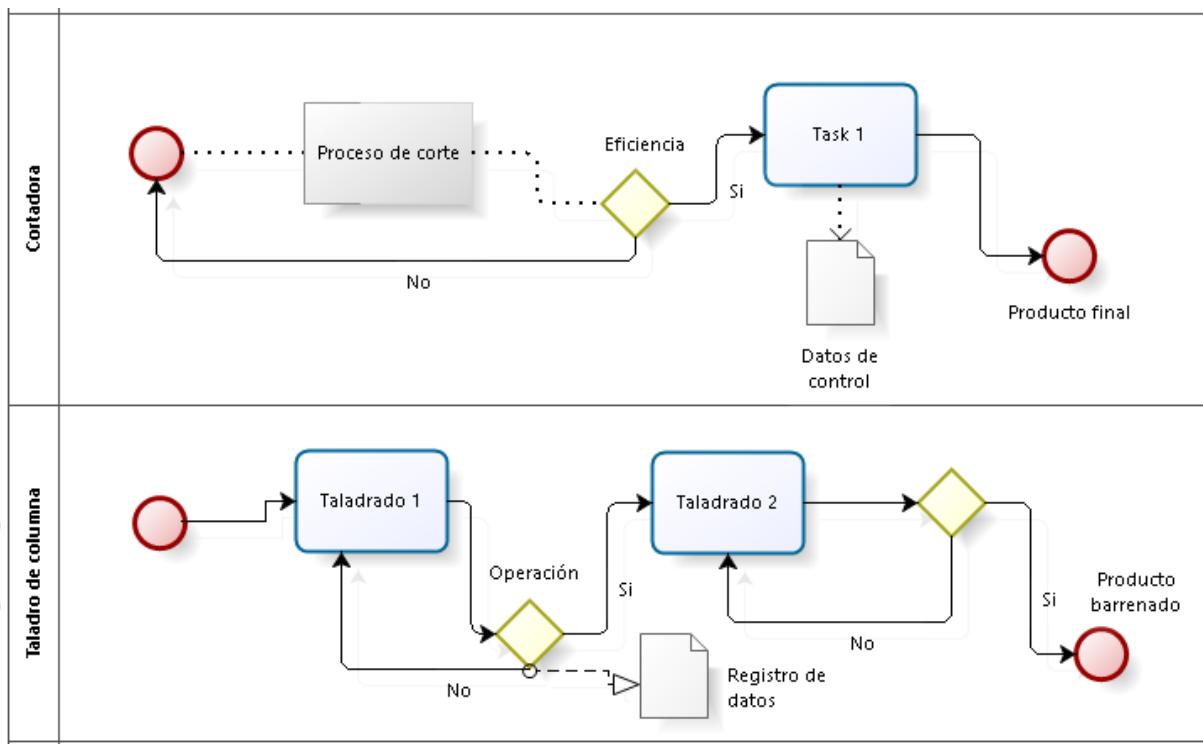
128

129

130

131 En esta figura se tiene en primer lugar el registro de los datos obtenidos en el proceso
 132 anterior, diseño, para lograr el trazado de las figuras en el material para controlar cada
 133 uno de los trazos y las herramientas a utilizar.

134 Como parte de operación se tiene la cortadora y el taladro de columna, en donde se
 135 realizan operaciones de corte y barrenado para obtener los productos
 136 correspondientes de los llaveros, figura 6.



137

138

139

140 Nuevamente al igual que en las figuras anteriores en la figura 6 se tiene el control de
 141 cada proceso para identificar los elementos críticos en cada uno de los procesos.

142 Como se aprecia en todos y cada uno de los diagramas mostrados en las figuras
 143 permiten establecer los controles por medio de un software que mantiene una
 144 plataforma amigable al usuario en el momento de aplicar los conceptos en un proceso
 145 de estas características.

146 Los diagramas se plasman de forma personalizada para que el usuario, estudiante,
 147 identifique de manera directa la secuencia en cada proceso presente para el producto
 148 final.

149 Existen más vertientes en el software, sin embargo, para este caso se considera
 150 necesario considerar los diagramas de flujo como parte de un análisis dinámico de un
 151 proceso de producción, sin perder de vista que se pueden obtener gráficas con esta
 152 herramienta para contabilizar y evaluar de forma puntual el desarrollo de un proceso,
 153 las gráficas permiten visualizar de otra forma el contenido de las operaciones en la
 154 producción y los detalles como parte de las variables dependientes e independientes
 155 que se logran de los diagramas de flujo y sus alternativas de evaluación.

156 Por lo que se puede mencionar que la herramienta de Bizagi, se considera completa
 157 en el análisis de un proceso para producción con parámetros de control dinámico, en
 158 función del tiempo, para la base de datos y/o registro de las operaciones.

159

160

161 **3. Resultados**

162 Como parte de los resultados en el proceso de producción en el caso de estudio se
 163 aprecia en la figura 7, producto final.



Fig. 7. Producto final en material MDF.

164

165

166

167 La figura anterior muestra el resultado al llevar acabo de forma ordenada y controlada
 168 cada uno de los procesos que se describieron en cada diagrama de flujo de las figuras
 169 anteriores, logrando tablas y gráficas de control para el desarrollo del trabajo de
 170 producción.

171 La tabla 1, muestra el control de calidad en la elaboración de los productos en cuanto
 172 a la longitud total y la longitud al centro de la pieza.

173

174

Tabla 1. Control de calidad producto final

| No | Longitud | Centro |
|----|----------|--------|
| 1 | 26.25 | 10.07 |
| 2 | 24.36 | 7.74 |
| 3 | 24.73 | 9.24 |
| 4 | 28.12 | 9.24 |
| 5 | 26.42 | 8.89 |
| 6 | 25.17 | 7.65 |
| 7 | 23.56 | 7.85 |
| 8 | 25.93 | 7.88 |
| 9 | 26.63 | 8.13 |
| 10 | 23.6 | 9.04 |
| 11 | 24.48 | 8.68 |
| 12 | 25.1 | 7.68 |
| 13 | 25.94 | 8.72 |
| 14 | 27.14 | 10.47 |
| 15 | 26.03 | 10.02 |
| 16 | 26.6 | 9.23 |
| 17 | 49.55 | 19.83 |

175 La gráfica representativa de la tabla anterior se muestra en la figura 8.





Fig. 8. Gráfico del control de calidad para el producto final

177
 178 La figura anterior muestra el control de calidad en un gráfico de radar en donde se
 179 aprecia que existieron piezas que no cumplieron con el control y fueron la pieza 9 y 17.
 180 Con los datos recabados en los diagramas de flujo se logró desarrollar todo el trabajo
 181 de investigación que se muestra.
 182

183 4. Conclusiones

184 Como parte de las conclusiones se tiene que el uso de herramientas como Bizagi en
 185 el desarrollo de procesos dinámicos favorece el aprendizaje, ya que cuenta con
 186 sistema amigable para su desarrollo y el aprendizaje mejorando el entorno, parte
 187 importante es que los estudiantes quedan satisfechos con los resultados que ofrece el
 188 software.

189 En el caso de estudio algo que reditúa la aplicación de la herramienta es el control del
 190 tiempo en cada una de las fases del proceso que se logró disminuir el tiempo de
 191 producción a través del control de calidad en cada etapa de este mismo.

192 Los diagramas de flujo lograron el objetivo de mejorar las condiciones críticas para el
 193 control de cada proceso inmerso en sus diversas alternativas de evaluación y el
 194 impacto sobre el producto final satisface la condición inicial de cada diagrama de flujo.
 195 Por último, cabe rescatar que se analizarán a detalle los diagramas para formular
 196 nuevas tendencias de mejora y lograr implementar las metodologías con estas
 197 herramientas para los procesos de enseñanza-aprendizaje en las diversas áreas de la
 198 ingeniería, fomentando en todo momento que son herramientas, apoyos de
 199 aprendizaje, más no la solución al problema que se presente.

200
 201 5. Referencias



- 205 • Natalia Martínez, Giovanni López, Hugo Andrade, Gerardo Muñoz. (2012). La
206 dinámica de sistemas en un proyecto educativo para la sostenibilidad de un
207 sistema de alerta temprana en salud. X Congreso Latinoamericano de Dinámica
208 de Sistemas, 1, 1-15.
- 209 • Danny W. Ibarra Vega, Johan Manuel Redondo. (2015). Dinámica de sistemas,
210 una herramienta para la educación ambiental en ingeniería. Revista Luna Azul,
211 1, 152-164.
- 212 • Forrester, J. (1992). La Dinámica de Sistemas y el Aprendizaje del Alumno en
213 la educación escolar. Proyecto Educativo Dinámica de Sistemas. Grupo de
214 Dinámica de Sistemas Escuela de Administración Massachusetts Institute of
215 Technology.
- 216 • Jaime A. Giraldo, Juanita Pinilla. (2016). Simulación de procesos de negocios
217 (BPSIM) como soporte didáctico en el aprendizaje de la gestión de procesos de
218 servicio. Formación Universitaria, 9, 99-108.
- 219 • Melo-González, Rafael, López-Sánchez, C., Camacho-Gamboa, C., Esparza-
220 Lagunes, A., Villa-Domínguez, R. (2012), Simulación dinámica de sistemas, una
221 herramienta para el análisis del desempeño de sistemas y procesos en la
222 industria petrolera: Metodología y resultados. Tecnología, Ciencia, Educación
223 [En línea]: Obtenido en enero de 2019 de la dirección:
224 <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=48224413007>.
- 225 • Andrés Beatriz, Sanchis Raquel (2016). Modelado y Simulación de la Cadena
226 de Suministro con AnyLogic. Universidad Politécnica de Valencia.
- 227 • Fullana B. Carmen, Urquía G. Elena. (2005). Los modelos de simulación: una
228 herramienta multidisciplinar de investigación. Encuentros
229 multidisciplinares, ISSN-e 1139-9325, Vol. 11, N.º 32, 2009, págs. 37-48
- 230 • Ruiz Romero Magdalena (2017). Estudio comparativo de Herramientas de
231 Simulación. Tesis de Grado. Sevilla.

PLATAFORMAS VIRTUALES COMO HERRAMIENTA DE LAS TIC'S EN LA INGENIERÍA

Jesús Vicente González Sosa^{1*}, Diana Laura Jiménez Díaz¹,
Amanda Lolita Pineda Norman²

*Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco.
Área de Innovación en Sistemas, Departamento de Sistemas,
División de Ciencias Básicas e Ingeniería.
Av. San Pablo 180, Col. Reynosa Tamaulipas,
Delegación Azcapotzalco, C.P. 02200, Cd. México.*

²*Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería*

EA-POID094

Resumen

Los procesos de mejora en la ingeniería teórica y aplicada han mostrado interés por analizarse desde diversos puntos de vista y en diferentes áreas de aplicación, por lo que se identifican claramente que los elementos de aprovechamiento se están logrando por medio de las tecnologías actuales, conocidas como TIC'S, y ello fundamenta la importancia que se tiene en función a éstas. Con esto se plantea mejorar las condiciones de aprendizaje en la ingeniería considerando diferentes herramientas, entre las cuales se tienen las plataformas virtuales, que tienen el propósito de manipular la información de manera puntual para el aprendizaje, estructurando los procesos de enseñanza en medios digitales, facilitando la comprensión del usuario en temáticas de interés, en este caso los estudiantes de ingeniería.

El trabajo muestra la diversidad de plataformas educativas virtuales, que pueda utilizar tanto el estudiante como el docente, comparando cada una de las que se han utilizado para los procesos de enseñanza, identificando cuáles de estas se involucran en el sector industrial para mejorar sus condiciones de trabajo; de ahí la importancia de hacer uso de plataformas para familiarizar al estudiante con los entornos a los cuales puede estar atraído después de su preparación académica.

Los resultados obtenidos muestran que los factores predominantes, son de forma directa el usuario y la herramienta que utiliza para su desarrollo y desempeño en la labor correspondiente, además se mantiene al día la actualización de las plataformas para identificar las áreas de oportunidad y determinar el impacto en cada sociedad, educativa e industrial, para continuar aplicando estas herramientas en el entorno de la ingeniería.

Palabras clave: plataformas, proceso, enseñanza, metodología, didáctica, tecnologías.

1. Introducción

Es indudable que el uso de las plataformas educativas, conocidas igualmente como virtuales son la innovación en las herramientas requeridas para los procesos de enseñanza-aprendizaje, ofreciendo ventajas en los procesos educativos para mantener la esencia de la educación como parte de las nuevas tendencias en este rubro.

¹ *Jesús Vicente González Sosa. E-mail: jvgs@azc.uam.mx, Tel. 53189532, ext. 142

44 El desarrollo científico y tecnológico de la sociedad actual afecta a todos los sectores
45 profesionales, lo que provoca una actualización y estrategias para mejorar las formas
46 de trabajo, sin olvidar que los docentes a nivel superior se enfrentan a fenómenos
47 relacionados con la tecnología mostrando en todo momento retos de crecimiento en
48 los procesos de aprendizaje de esta índole (Rodríguez, 2010). Con lo cual se percibe
49 el enfoque de los procesos de enseñanza a partir de las herramientas que conjugan
50 las TIC'S.

51 El conjunto de transformaciones que se han dado por la tecnología tiende a garantizar
52 la evolución de los procesos formativos dentro de la educación en los diversos niveles
53 académicos.

54 Las TIC'S se están convirtiendo en herramientas cada vez más indispensables en las
55 instituciones de educación superior, porque sirven de apoyo didáctico, permiten
56 intercambiar trabajos, ideas, información diversa, procesadores de texto, editores de
57 imágenes, de páginas web, presentaciones multimedia, utilización de aplicaciones
58 interactivas para el aprendizaje (Pérez, 2013). Parte de lo que ofrecen estas
59 herramientas en su aplicación, es la participación de los usuarios para filtrar y fomentar
60 el desarrollo de información con iniciativa propia para mejorar los procesos educativos
61 (Bautista, 2007).

62 En los tiempos actuales la educación debe ser cada día más activa para fortalecer el
63 aprendizaje y la enseñanza, por lo cual las plataformas educativas fortalecer esta
64 realidad, dado que permiten concientizar de manera crítica los modelos educativos
65 para lograr la implementación de estas herramientas en los niveles superiores de la
66 educación, provocando que las nuevas generaciones formulen una cultura digital con
67 sentido y dirección formativa.

68 Además, los aprendizajes semipresenciales son una combinación adecuada de los
69 modelos tradicionales con la tecnología de vanguardia, mostrando adecuadamente los
70 procesos evolutivos de la enseñanza (Marsh, 2003).

71 Es sin duda tener claro que los procesos educativos van cambiando de acuerdo a las
72 generaciones de la tecnología que se van mostrando durante los ciclos en la
73 enseñanza y con las plataformas educativas se da un paso hacia los nuevos entornos
74 de enseñanza para los diversos sectores académicos.

75 Es sin duda que la incorporación de las tecnologías de la información y de la
76 comunicación (TIC) al mundo educativo ha sido quizás más lenta y más tardía de lo
77 deseable, pero indudablemente el proceso es imparable y generalizado tanto
78 cualitativa como cuantitativamente (Muñoz, 2012).

79

80 **2. Metodología de desarrollo**

81 Las plataformas tienen una variedad diversa de acuerdo a los niveles educativos por
82 lo que se deben identificar de manera correcta o concreta la funcionalidad de cada una
83 de ellas para su aplicación en los procesos de enseñanza-aprendizaje.

84 Sampedro y Muñoz en el año de 2012 mencionaban la existencia de al menos cuatro
85 plataformas educativas en una primera etapa, las cuales se crearon desde el año 1993;
86 y una segunda etapa desde el año 1999 mencionan que surgen Cloraline 2001, Moodle



87 2002, Dokeos 2004, Sakai 2005, Blackboard, a partir de la fusión entre esta empresa
 88 y WebCT en 2006; También se lanzan Edmodo en 2008, Schoology en 2009, Chamilo
 89 2010, como bifurcación de Dokeos, Redalumnos 2011 y Socialwire 2012.
 90 En una revisión más reciente ya se pueden ver innumerables plataformas virtuales
 91 utilizadas a lo largo del mundo, tanto de forma institucional, o por profesores y alumnos
 92 de forma más particular; tal es el caso de la revista digital Revista de Educación y
 93 Cultura que el 2016 hace una lista de las 37 plataformas virtuales educativas gratuitas,
 94 de las cuales se enumeran las primeras 10 en la tabla 1, mencionando si existe página
 95 web de estas hasta enero de 2019.

96 **Tabla 1. Plataformas educativas.**

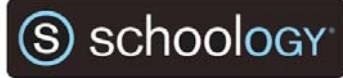
| Nombre | Página web | ¿Existe la página web? |
|-------------------------------|---|------------------------|
| 1.-Com8s | http://com8s.com/ | No |
| 2.-Schoology | https://www.schoology.com | Si |
| 3.-Edmodo | https://www.edmodo.com | Si |
| 4.-Course Sites By Blackboard | https://es.coursesites.com/webapps/Bb-sites-course-creation-BBLEARN/pages/index.html | Si |
| 5.-Lectrio | http://lectrio.com/ | No |
| 6-Udemy | https://www.udemy.com/ | Si |
| 7- RCampus | https://www.rcampus.com/ | Si |
| 8.-Twiducate | http://www.twiducate.com/ | Si |
| 9.-Hootcourse | http://hootcourse.com/ | Si |
| 10.-Moodle | http://moodle.org/ | Si |

97
 98 En la tabla anterior se identifican algunas de las plataformas, las cuales tienen activa
 99 la página de internet para lograr el acceso y utilizarse en las labores docentes.
 100 A continuación, se mencionan dos plataformas utilizadas por profesores de la UAM
 101 Azcapotzalco y Facultad de Ingeniería de la UNAM, rescatando el hecho de que son
 102 plataformas libres que tienen un impacto sobre los estudiantes, por la interactividad
 103 que muestra el entorno para su desempeño en el sector académico, tabla 2.

104 **Tabla 2. Plataformas utilizadas en los procesos de enseñanza**

| Nombre de la plataforma virtual | Características |
|---------------------------------|-----------------|
| | |



| | |
|---|---|
| Schoology  | Una plataforma gratuita para establecer un contacto organizado con un grupo de personas que comparten intereses básicamente contiene herramientas que pueden servir para estar en línea con un colectivo y programar actividades, compartir ideas, material educativo o administrar un curso virtual 100% o que sirva como complemento de un curso presencial. Fuente: Revista de Educación y Cultura. |
| Edmodo  | Una plataforma social que facilita la comunicación y la interacción virtual como complemento de la presencialidad, un ambiente de aprendizaje donde los involucrados pueden ser Directivos, Docentes, Estudiantes y hasta padres de familia. Contiene además aplicaciones que refuerzan las posibilidades de ejercitarse en destrezas intelectuales, además de convertirse en una opción sana para el ocio. La plataforma Edmodo también deja en bandeja de plata la posibilidad de monitorizar la interacción de la red por medio de las estadísticas que de ésta se pueden extraer. Fuente: Revista de Educación y Cultura. |

105

106 En la tabla anterior se identifican los aspectos generales de las plataformas, cuyo
 107 propósito es general un proceso comparativo de las herramientas a utilizar por los
 108 docentes, además, la importancia de extrapolarse a los sectores industriales,
 109 mostrando las diferentes habilidades que se adquieren en el momento de realizar la
 110 preparación académica.

111 En la figura 1, se coloca la pantalla principal de la herramienta mencionada.

112



Fig. 1. Pantallas principales de Schoology

113

114

115

116 De manera personal y dada la experiencia con las plataformas, se ha seleccionado
 117 específicamente la herramienta de Schoology para el aprovechamiento de su entorno
 118 tecnológico con la parte docente. En la práctica, la creación de carpetas que se puede
 119 hacer en Schoology y tener un orden en el curso pueden ser las siguientes, de acuerdo
 120 con la tabla 3 que se muestra:

121

Tabla 3. Herramienta y su descripción de elementos didácticos

| Nombre de la carpeta /Descripción | Ejemplos de archivos |
|---|---|
|  Varios Aquí van a encontrar el Calendario escolar, los Horarios de asesorías, el Programa de estudio de la materia, las Reglas de la clase, etc. | Cal2019-2.pdf 151 KB FUNDAMENTOS_DE_ESTADISTICA.pdf 426 KB corrección tema 5 FUNDAMENTOS_DE_ESTADISTICA.pdf 370 KB mapa_curricular_computacion_2016.pdf 103 KB Horarios de asesoría y talleres.pdf 109 KB Rúbrica de evaluación.pdf 228 KB Reglas de clase Gpo3 19-2.pdf 1 MB |
|  Primer Parcial Aquí van a encontrar las notas de clase, tareas, recortes, tablas, etc. para el primer parcial el cual incluye los temas 1 y 2: Estadística descriptiva y Conceptos básicos de inferencia estadística. | Tarea 1. Collage o cartel Tarea 2. Lectura Tema 1 clase 12feb18.pdf 2 MB Tema 1 recortar para 14feb17.docx 253 KB Tema 1 clase 14feb18.pdf 925 KB Tarea 3. Importar datos a R y hacer estadística descriptiva Tema 1 recortar para 19feb18.docx 231 KB Tema 1 clase 19feb18.pdf 858 KB Tema 1 recortar para 21feb18.docx 162 KB Tema 1 clase 21feb18.pdf 967 KB Tema 1 clase 26feb18.pdf 405 KB Tema 2 clase 26feb18.pdf 2 MB Tema 2 recortar para 28feb18.docx 359 KB Tema 2 clase 28feb18.pdf 1 MB Tema 2 28feb18 Ejercicios en casa.pdf 215 KB |

122

123 De la tabla anterior se logra identificar la secuencia y la facilidad con la que se maneja
 124 la información para un curso, independientemente del contenido de éste, pero bien se
 125 sabe solo es una herramienta que tiene como principal objetivo ayudar y fortalecer el
 126 quehacer docente con los estudiantes de las nuevas generaciones.
 127 Una ventaja que ofrece la plataforma es la app que se diseñó, en donde puedes
 128 acceder a la información, mensajes y seguimiento del curso tanto para el profesor
 129 como para el alumno, sin perder en ningún momento la secuencia del curso.

130

3. Resultados y análisis

132 Una de las principales ventajas de estas dos plataformas es que están disponibles
 133 tanto para sistema operativo Android como para iOS, lo que significa que los alumnos
 134 pueden ver notificaciones al instante, como puede ser una tarea; además, pueden ir
 135 leyendo en algún trayecto un artículo o apuntes vistos en clase. También se pueden
 136 responder encuestas, exámenes o algún tema de discusión en cualquier momento.



137 Es importante mencionar que para este trabajo se realizaron una serie de encuestas,
 138 las cuales ofrecen información fundamental para determinar el impacto que se tiene
 139 con estas herramientas en los niveles superiores como lo son las ingenierías.
 140 Los resultados de las encuestas se muestran a continuación de acuerdo con la
 141 implementación de las preguntas en dicha encuesta, se preguntó a 50 profesores de
 142 acuerdo con lo que se muestra en la figura 2.

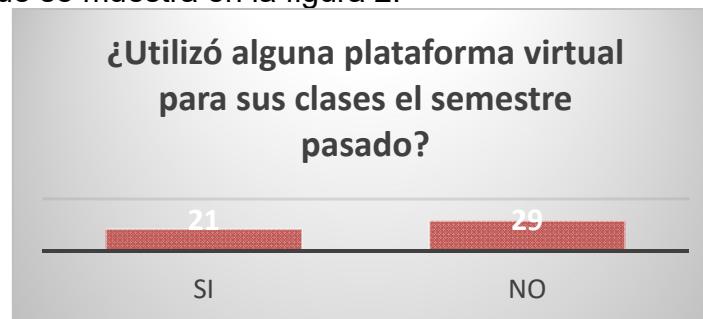


Fig. 2. Utilización de plataforma virtual

143
 144 Algunas de las materias que imparten los profesores entrevistados se pueden ver en
 145 la tabla 4.
 146
 147
 148

Tabla 4. Materias que imparten los profesores entrevistados

| División | Materia |
|-----------------------------------|---|
| DIE | Estructuras de datos 1 y 2 Proyectos de investigación Diseño digital moderno |
| DIMEI | Temas selectos de materiales Dibujo mecánico Diseño de Herramental Termodinámica aplicada Creatividad e Innovación Liderazgo |
| División de Ciencias Básicas | Probabilidad y estadística Dibujo Cálculo vectorial Álgebra Álgebra lineal Geometría analítica Estática |
| División de Ciencias de la Tierra | Geología general Geología física Temas selectos de exploración |

149
 150 De los 21 profesores que dijeron que sí utilizaron alguna plataforma educativa en sus
 151 clases, 10 mencionaron Educafiplus, la cual es una plataforma institucional, 7
 152 mencionaron plataformas como Google classroom, Padlet, Canvas, etc, 3 profesores
 153 mencionaron Schoology y 1 profesor Edmodo, figura 3.

Nombre de la plataforma virtual



Fig. 3 Plataformas educativas utilizadas por profesores de la Facultad de Ingeniería de la UNAM

También se preguntó a esos 21 profesores que tanto aprovechan la plataforma educativa durante su curso, tanto ellos como sus alumnos, en el sentido de que el intercambio de información y comunicación es constante a lo largo del semestre, 14 profesores respondieron que la utilizan mucho la plataforma, 6 que regular y 1 que muy poco.

Aprovechamiento de la plataforma educativa

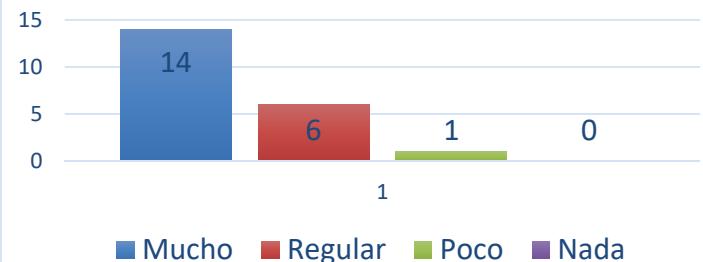


Fig. 4. Aprovechamiento de la plataforma educativa

Los 14 profesores que mencionaron utilizar mucho la plataforma, figura 4, es porque ahí suben las presentaciones en clase, material como lecturas o tablas, dejan las tareas y por ahí mismo las revisan, también pueden dejar proyectos, subir algún comunicado, hacer exámenes y resolver dudas de los alumnos.

4. Conclusión

En este trabajo se muestran alternativas de las herramientas en el uso de la tecnología de vanguardia en los procesos educativos, en los diferentes niveles, sin embargo, a nivel superior es en donde se abordan con mayor impacto las plataformas para hacerlas un vínculo directo con la educación de los estudiantes y fortalecer el uso de la tecnología en cuestiones de interés para su aprovechamiento en los aprendizajes de la licenciatura, en este caso para las ingenierías, aunado a ello se tiene que los docentes deben cumplir con las habilidades para apropiarse de una herramienta con

178 estas características y ofrecer una mejor preparación de los alumnos por medio de los
179 entornos que nos muestran las TIC'S.

180 Como se puede apreciar en la encuesta realizada a los profesores de la Facultad de
181 Ingeniería, el 42% de ellos utiliza alguna plataforma educativa, de los cuales, el 67%
182 la aprovecha al máximo. Por lo anterior, podemos decir que ya es una cantidad
183 considerable de profesores los que usan alguna plataforma educativa, y los que no la
184 usan mencionaron que es porque no las conocen o que su clase no se presta para
185 usarlas.

186

187 **5. Referencias**

- 188 • Germán Rodríguez Salido, Rafael Muñoz Beltrán, Carlos Chamorro Alfonso.
189 (2010). Las plataformas virtuales: oportunidades para la docencia en ingeniería
190 de caminos, canales y puertos. Jornadas sobre Innovación Docente y
191 Adaptación al EEES, 1, 235-240.
- 192 • Mónica Luz Pérez Cervantes, Anuar Francisco Saker. (2013). Importancia del
193 uso de las plataformas virtuales en la formación superior para fortalecer el
194 cambio de actitud hacia las TIC; Estudio de caso: Universidad del Magdalena,
195 Colombia. Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa, 6, 153-166.
- 196 • Bautista J. Juan (2007) Bautista Blog. Importancia de las TIC en el proceso de
197 Enseñanza aprendizaje. [En línea]. Caracas: Juan Bautista. 2007 nov 20.
198 Disponible en: [http://comunidadesvirtuales.obolog.com/importancia-tic-
199 proceso-ensenanza-aprendizaje-40185](http://comunidadesvirtuales.obolog.com/importancia-tic-proceso-ensenanza-aprendizaje-40185)
- 200 • Marsh, G., McFadden, A. y Price, B. (2003). Blended Instruction: Adapting
201 Conventional Instruction for Large Classes. Online Journal of Distance Learning
202 administration, 6, 9-23.
- 203 • Martín Sampedro, Héctor J., Cuadros Muñoz, Roberto, Las Plataformas E-
204 Learning En El Aula. Un Caso Práctico De Edmodo En La Clase De Español
205 Como Segunda Lengua. marcoELE. Revista de Didáctica Español Lengua
206 Extranjera [En línea] 2012, (Julio-Diciembre):Disponible
207 en:<<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=92152423005>> ISSN.
- 208 • Revista de Educación y Cultura. Marzo de 2016. 37 Plataformas Educativas
209 Gratuitas. [En línea]. Disponible en: [http://www.educacionyculturaaz.com/37-
210 plataformas-virtuales-educativas-gratuitas/](http://www.educacionyculturaaz.com/37-plataformas-virtuales-educativas-gratuitas/).
- 211 • Muñoz Carril, Pablo César, González Sanmamed, Mercedes (2012). La
212 integración de las TIC en la universidad. Formación y uso de aplicaciones de
213 infografía y multimedia. Perfiles Educativos, vol. XXXIV, núm.137, pp. 46-67.

EL USO DE NOTACIÓN COMPACTA EN REDUCCIONES MATEMÁTICAS

José. M. Rivera Rebolledo^{1,*}, A. Hernández Galeana¹ y R. Gaitán Lozano²
¹Departamento de Física, ESFM-IPN, México D.F., México.
²Centro de Investigaciones Teóricas, FES-Cuautitlán UNAM

EA-IDPOID106

Resumen

En el presente trabajo se muestran algunos ejemplos de reducción de desarrollos matemáticos encontrados en diferentes casos de física y matemáticas, en principio con una extensión innecesaria, por medio de notación que ayuda a reducirlos sin perder por ello su comprensión. La notación va a depender mucho de la situación tratada, y en cierta forma se tiene que improvisar en el momento de su análisis, disponiéndose por lo tanto de un mayor tiempo que se puede enfocar en los correspondientes comentario y discusión.

Palabras clave: notación, reducción.

1. Introducción

Durante la preparación de notas de clase y en la clase misma, el profesor se encuentra con diversas expresiones y desarrollos matemáticos en los cuales él considera la viabilidad de hacer simplificaciones por medio de la utilización de distintos tipos de notaciones y abreviaciones que lo llevan a una presentación más corta evitando las expresiones demasiado extensas; el tiempo que ahorró en las simplificaciones lo puede emplear en abundar en las explicaciones de distintos puntos de los temas, lo cual a la vez puede redundar en una mejor comprensión de los mismos.

2. Metodología o desarrollo

Un primer ejemplo sencillo es la ecuación cuadrática cuya forma estándar es

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; \quad \text{Ec. 1}$$

donde la segunda expresión puede quedar abreviado como:

*J. M. Rivera Reboleto, E-mail:jrivera@esfm.ipn.mx Tel. 57-29-60-00, ext. 55320, Fax 55-86-29-57



38 $2ax = -b \pm \Delta, \Delta^2 = b^2 - 4ac$ Ec. 2

39 Otro ejemplo es la forma utilizada para la expansión en serie de Fourier de una función
 40 Zill [1], Spiegel [2] con $L = p$, esto es,

41 $f = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=0}^{\infty} [a_n \cos\left(\frac{1}{p}n\pi x\right) + b_n \sin\left(\frac{1}{p}n\pi x\right)]$ Ec. 3

42 para la cual se propone la forma más simple:

43 $f = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=0}^{\infty} (a_n \cos y_n + b_n \sin y_n)$ Ec. 4

44 $y_n = \varepsilon_n x, \varepsilon_n = \frac{1}{p}n\pi$ Ec. 5

45 A continuación damos un tercer caso Zill [1], como lo es el de intervalos de una
 46 función, en su forma normal y tabulada, respectivamente:

47 $f(x) = 0, -\pi < x < 0, \pi - x, 0 < x < \pi$ Ec. 6

48

49 $f \quad x \epsilon$

50 $0 \quad (-\pi, 0) \quad$ Ec. 7

51 $\pi - x \quad (0, \pi) \quad$ Ec. 8

52

53 Del libro de Halliday [3] tomamos el siguiente ejemplo cuando se trabaja con el
 54 potencial eléctrico para dos cargas opuestas separadas una distancia r_1 , expresados
 55 en sus dos formas en principio como:

56

57 Caso 1): $V_{+q} = k \frac{q}{\infty} = 0 = V_{\infty}$ y $V_{-q} = 0 = V_{\infty}$ Ec. 9

58

59 Caso 2): $V_{+q} = k \frac{q}{r_1} > V_{\infty}$ y $V_{-q} = -k \frac{q}{r_1} < V_{\infty}$ Ec. 10

60

61 quedarían ahora, con

62

63 $V \approx \frac{1}{r}, V^{\pm} = V_{q^{\pm}}$ Ec. 11

64 como:

65



66 Caso $V^+ \approx V^- \approx \frac{1}{V_\infty} V^\pm$ Ec. 12

67

68 1 0 0 1

69

70 2 $\frac{1}{r_1}$ $-\frac{1}{r_1}$ $> < 1$ Ec. 13

71

72 De Zill [1], cuando se quiere integrar una expresión, se puede utilizar el
 73 símbolo:

74 $+ \int_0^{2\pi} = \text{integrando,}$ Ec. 14

75 por ejemplo,

76 $\int_0^{2\pi} f(x)w(x)\psi_n(x)dx,$ Ec. 15

77 que acepta la forma más simple:

78 $\int_0^{2\pi} f \cdot w \cdot \psi_n dx, f(x), \text{etc.}$ Ec. 16

79 esto es, se suprimen las dependencias en x de las funciones.

80 De Jackson [4], sec. 9.1, una forma más fácil de evaluar la derivada parcial de la
 81 magnitud de un vector de posición es:

82 $r^2 = |\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 = \frac{1}{f^2}, \quad f = \frac{1}{r}$ Ec. 17

83 $\Rightarrow 2r \frac{\partial r}{\partial x} = 2(x - x') \quad \text{y} \quad \frac{\partial r}{\partial x}|_{x=0} = -\frac{x'}{r}$ Ec. 18

84 Cf. $\frac{\partial}{\partial x} \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2} = \dots$ Ec. 19

85 $\frac{\partial}{\partial x} f = \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{r} = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial r}{\partial x} = +\frac{x'}{r^3}; \quad \frac{\partial}{\partial x} f|_{x=0} = \frac{x'}{r^3}$ Ec. 20

86

87 3. Resultados y análisis

88



89 Por ser éste un trabajo esencialmente de notaciones, consideramos que los resultados
 90 van en función de las simplificaciones obtenidas en los diferentes casos o desarrollos
 91 tratados. Así, destacamos básicamente los siguientes resultados.
 92

93 Ecuación cuadrática: $2ax = -b \pm \Delta$, $\Delta^2 = b^2 - 4ac$ Ec. 21

94 Serie de Fourier,

97 $f = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=0}^{\infty}(a_n \cos y_n + b_n \sin y_n), y_n = \varepsilon_n x, \varepsilon_n = \frac{1}{p}n\pi$ Ec. 22

98 Potenciales de cargas puntuales:

100 Caso $V^+ \approx V^- \approx \frac{1}{V_\infty} V^\pm$

102 1 0 0 1

104 2 $\frac{1}{r_1}$ $-\frac{1}{r_1}$ $> < 1$ Ec. 23

105 Y para función de Green:

107 $r^2 = |\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 = \frac{1}{f^2}, f = \frac{1}{r}$ Ec. 24

108 $\Rightarrow 2r \frac{\partial r}{\partial x} = 2(x - x') \quad y \quad \frac{\partial r}{\partial x}|_{x=0} = -\frac{x'}{r}$ Ec. 25

109
 110 El análisis de estas expresiones nos dice que se debe ser cuidadoso al trabajar con
 111 distintos tipos de ecuaciones, eligiendo la forma más corta y asequible con el fin de
 112 reducirlas en lo posible de manera significativa. Así, en la ecuación cuadrática ya no
 113 se va repitiendo en el desarrollo la raíz cuadrada, en serie de Fourier se abrevia la
 114 expresión para los argumentos de las funciones seno y de coseno, en el caso del
 115 potencial eléctrico el arreglo mostrado da idea más clara de los resultados, sin
 116 necesidad de utilizar la constante k e introduciendo el factor de escala $\frac{1}{V_\infty}$. Finalmente,
 117 en el ejemplo de la función de Green, se evitan tanto las derivaciones de la raíz
 118 cuadrada en el denominador.

119 4. Conclusiones

120 En este trabajo hemos incluido diferentes expresiones más o menos representativas
 121 utilizadas tanto en matemáticas como en física que nos ilustran sobre la conveniencia
 122 de hacer determinadas abreviaciones en los desarrollos, así como el evitar



125 innecesarias repeticiones, que nos simplifican grandemente los mismos. Lo anterior
126 nos conduce a un ahorro significativo de espacio y de tiempo, que pueden muy bien
127 ser empleados en explicar y aclarar las dudas que se presenten en los temas, así como
128 en comentar los temas con mayor amplitud. Ello proporciona al estudiante un mejor
129 panorama de lo expuesto y/o estudiado, y por supuesto se espera que de la misma
130 forma mejore su comprensión general de los distintos tópicos abordados durante el
131 curso tomado.

132

133

134

135 **Agradecimientos**

136

137 H. G. y J. M. R. R. agradecen apoyo del Sistema Nacional de Investigadores SNI, de la Comisión
138 de Fomento a las Actividades Académicas, COFAA-IPN, del Programa de Estímulo al
139 Desempeño Docente, PEDD-IPN y Secretaría de Investigación y Posgrado del IPN. R. G.
140 agradece el apoyo del Sistema Nacional de Investigadores, SNI, y al proyecto PAPIIT
141 IN113916.

142

143 **5. Referencias**

144

- 145 1. Zill, D. G. (1988). *Ecuaciones diferenciales*. México, D. F.: Grupo edit.
Iberoamérica.
- 146 2. Spiegel, M. R. (1963). *Advanced Calculus*. New York: Ed. Schaum
- 147 3. Halliday, D. & Resnick, R. (1966). *Physics, part II*. New York: John Wiley.
- 148 4. Jackson, J. D. (1962). *Classical Electrodynamics*. New York: John Wiley.

149

150

151



1 CIUDAD VIRTUAL APLICADA EN LA ENSEÑANZA DE LAS 2 MATEMÁTICAS

3
4 *Rosalba Nancy Rosas Fonseca¹
5 Ixban Isai López Ibañez²
6 Judith Mayte Flores Perez³

7 ^{1,2,3} Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. Carretera Cuautitlán-Teoloyucan
8 Km. 2.5, Col. San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcalli, Estado de México, CP. 54714

9
10 IE-POIE085
11
12
13 Resumen
14
15 *En la actualidad sabemos que existen diferentes factores que influyen en la alta deserción y el bajo
16 rendimiento en la enseñanza de las matemáticas, entre los que podemos mencionar se encuentra el
17 método de enseñanza tradicional, no es que esta forma sea mala, sino que, con el paso de los años
18 debemos ir adaptándola a la tecnología y a las nuevas necesidades de nuestro mundo cambiante,
19 donde el docente tiene la función de explicar y exponer claramente de forma progresiva sus
20 conocimientos enfocándose en el aprendizaje del alumno, pero partiendo de que el estudiante no es
21 un vaso vacío al que hay que llenar por medio de términos conceptuales y comprensiones lógicas, el
22 alumno puede interactuar y no solo ser quien recibe, sino generar un aprendizaje recíproco, partiendo
23 de una enseñanza dinámica e interactiva en donde el cerebro, el aprendizaje y la inteligencia humana
24 interactúan con una variedad de disciplinas, lo que ha dado como resultado que las inteligencias
25 múltiples tengan profundo impacto en la educación.*

26
27
28 **Palabras clave:** Matemáticas, enseñanza, inteligencias múltiples, aprendizaje.
29
30
31 *nancyfonseca1@hotmail.com

32 1. Introducción

33 Comenzaremos hablando de las inteligencias múltiples, Garner, H.(1995) ha
34 reconocido 8 inteligencias múltiples en todos los seres humanos: la lingüística-verbal,
35 la musical, la lógica-matemática, la espacial, la corporal-kinestésica, la intrapersonal, la
36 interpersonal, y la naturalista. La lingüística-verbal es la capacidad de dominar el
37 lenguaje y poder comunicarnos con los demás es universal y transversal en todas las
38 culturas, la musical es la capacidad de percibir las formas musicales, la composición,
39 la interpretación, la transformación y la valoración de todo tipo de música y sonidos, la
40 lógica-matemática implica la capacidad de usar los números eficazmente, analizar
41 problemas lógicamente e investigar problemas científicamente usando razonamientos
42 inductivos y deductivos, la inteligencia espacial es la capacidad de formar e imaginar
43
44



45 dibujos de dos y tres dimensiones y el potencial de comprender, manipular y modificar
46 las configuraciones del espacio amplio y limitado. Por tanto, es la habilidad de observar
47 el mundo y los objetos desde diferentes perspectivas, la corporalcinestésica es la
48 capacidad de tener las habilidades corporales y motrices que se requieren para
49 manejar herramientas o para expresar ciertas emociones, la inteligencia intrapersonal
50 define la capacidad de conocerse a uno mismo; entender, explicar y discriminar los
51 propios sentimientos como medio de dirigir las acciones y lograr varias metas en la
52 vida, la inteligencia interpersonal abarca la capacidad de fijarse en las cosas
53 importantes para otras personas acordándose de sus intereses, sus motivaciones, su
54 perspectiva, su historia personal, sus intenciones, y muchas veces prediciendo las
55 decisiones, los sentimientos, y las acciones de otros, la inteligencia naturalista permite
56 detectar, diferenciar y categorizar los aspectos vinculados a la naturaleza, como por
57 ejemplo las especies animales y vegetales o fenómenos relacionados con el clima, la
58 geografía o los fenómenos de la naturaleza. Como podemos observar existen
59 diferentes tipos de inteligencias que nos van a permitir definir las características de
60 los alumnos y como lo menciona Armstrong, T. (2002). Todos tenemos la capacidad
61 de desarrollar las ocho inteligencias hasta un nivel razonable de rendimiento si
62 recibimos el apoyo, el enriquecimiento y la formación adecuada, Ninguna inteligencia
63 existe por sí sola en la vida real. Las inteligencias siempre interactúan entre sí. Por
64 ejemplo, cuando un niño juega al fútbol necesita inteligencia cinético-corporal (correr,
65 dar la patada a la pelota, atrapar la pelota), espacial (orientarse en el terreno de juego
66 y anticiparse a la trayectoria de la pelota), lingüística e interpersonal (manifestar su
67 punto de vista a los otros si se produce una discusión durante el juego). Así es como el
68 desarrollo de esta plataforma tiene la intención de apoyar al alumno en la proceso
69 enseñanza-aprendizaje.

70
71 La idea de diseñar esta plataforma surge por la falta de recursos digitales que puedan
72 ser utilizados libremente por docentes y alumnos de la FESC para hacer dinámicas,
73 interactivas y atractivas presentaciones y documentos que contengan, animaciones,
74 audio, video con personajes propios de un software en línea diseñado para la FESC,
75 que ayude en la labor de comunicación y la relación enseñanza-aprendizaje de las
76 diferentes asignaturas impartidas en la facultad a través de procesos pedagógicos e
77 inteligencias múltiples.

78 Sabemos que actualmente la tecnología ha causado gran impacto en todas las áreas
79 del conocimiento facilitando la comunicación atravesando barreras y acortando
80 distancias, de tal forma que ya no hay pretexto para no tener a la mano la información
81 y el manejo de ésta para la toma de decisiones.

82 Los principales objetivos que debemos tomar en cuenta son los siguientes

- 83 1) Motivar al alumno en el aprendizaje a través de las inteligencias múltiples.
- 84 2) Impulsar al alumno en el uso de la tecnología.
- 85 3) Generar en el alumno el autoaprendizaje.



- 86 4) Tener iniciativa para la solución de problemas.
87 5) Motivar al docente en el uso de la tecnología a través de una herramienta de
88 fácil manejo.
89 6) Captar la atención de la mayoría de los educandos a través del uso de las
90 inteligencias múltiples.

91
92 Dentro de la FESC actualmente no existe un software de este estilo, al ser docentes
93 de la facultad y querer diseñar presentaciones, videos y documentos animados nos
94 encontramos con software en línea, del cual podíamos disponer únicamente para uso
95 personal, generando con esto una limitante para la enseñanza y el aprendizaje;
96 algunas plataformas en línea por mencionar son:

97 a) Powtoon tiene como función principal crear videos y presentaciones animadas e
98 interpretar lo que el usuario introduce en su interfaz, reproduciéndose una especie de
99 caricatura, de una persona hablando mostrando cuadros de diálogo que el usuario
100 haya escrito y animando las escenas o sus elementos. Es muy usado en el ámbito
101 escolar y también por ciber-nautas que con videos caricaturizados quieren comunicar
102 una idea a un público elegido.

103 b) Canvas es una plantilla de gestión estratégica para el desarrollo de nuevos modelos
104 de negocio. Es un gráfico visual con elementos que describen propuesta de producto
105 o de valor de la empresa, la infraestructura, los clientes y las finanzas. Ayuda a las
106 empresas a alinear sus actividades mediante la ilustración de posibles
107 compensaciones.

108 c) Go animate creador de video-animación-presentación que cuenta con grandes
109 animaciones fáciles de usar y características de programas de edición, como arrastrar
110 y soltar. Tiene una enorme colección de pistas de audio en sus bibliotecas, así como
111 grandes recursos. Los videos hechos en esta plataforma pueden ser compartidos en
112 Youtube y también se pueden descargar para verlos fuera de línea, aunque siempre
113 colocan marcas de agua en todos los videos creados en su editor.

114 Como podemos ver son programas que utilizamos con ciertas restricciones, por eso la
115 importancia de elaborar una plataforma con fines educativos que nos permita ampliar
116 nuestra gama de contenidos de forma dinámica y atractiva en el proceso de la
117 enseñanza.

118 2. Metodología o desarrollo

119
120 Se plantea la siguiente metodología de análisis y diseño de sistemas de información
121 para cumplir con los objetivos y metas de este proyecto tal y como se muestra en la
122 **figura 1**, comenzaremos haciendo un análisis del entorno pedagógico que debemos
123 utilizar para el enfoque educativo de la plataforma, en la etapa de diseño se realizarán
124 los personajes, las animaciones, el uso de diferentes fuentes y audios que nos
125 permitan exportar videos o presentaciones, así como establecer los requerimientos



126 técnicos para el diseño físico. En la etapa de desarrollo se llevará a cabo la animación
 127 de los personajes, fondo gráfico y la programación para el diseño lógico, en la etapa
 128 de implementación se cargará el contenido a un servidor y en la etapa de
 129 mantenimiento se llevarán a cabo pruebas de testeo, para evaluar el correcto
 130 funcionamiento del servidor y el contenido así como la interacción con los usuarios
 131 en diferentes materias.

132
 133 **3. Resultados y análisis**

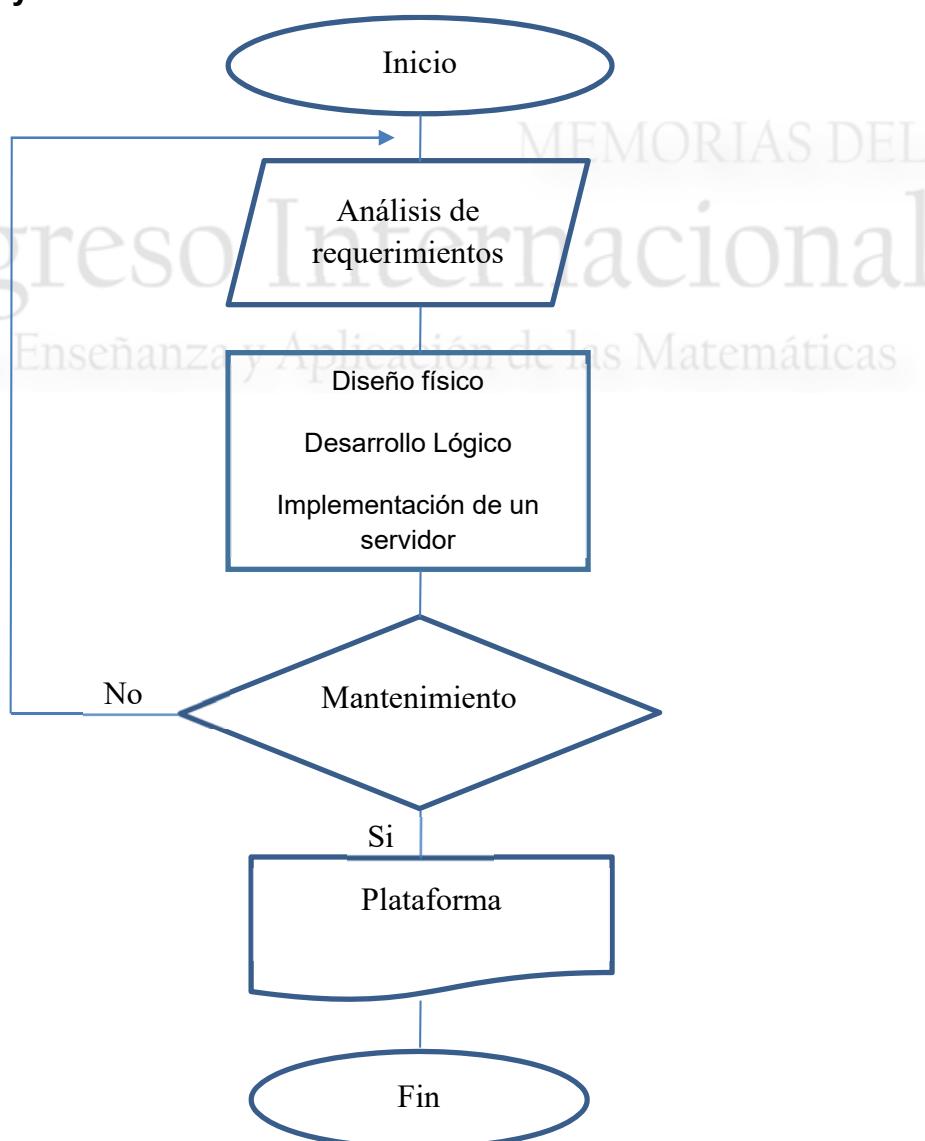


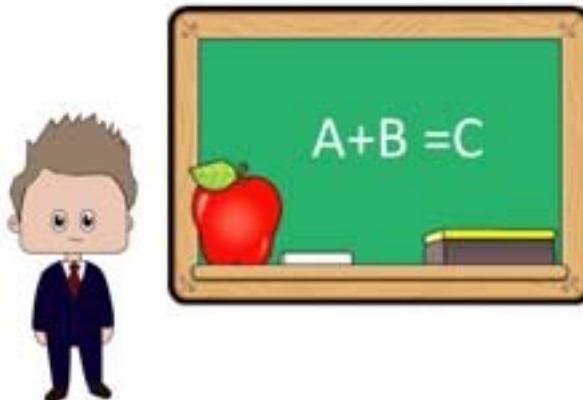
Figura 1. Diagrama del proceso

169 **Tipo de producto:** Materiales Digitales
170 Nombre del producto: Manuales de descripción, avances y detalles de este producto:
171 Guías de uso con soporte multimedia
172
173 **Tipo de producto:** Actividades académicas
174 Nombre del producto: Material de Apoyo.
175 Descripción, avances y detalles de este producto: Utilización de Videos Tutoriales. Se
176 utilizará el contenido desarrollado para las matemáticas.
177 El impacto será en todas las carreras pero en esta primera versión se implementará
178 solo para Informática.
179
180 Asignaturas en las que impacta: El impacto debe ser para todas las asignaturas de la
181 facultad pero en esta primera prueba se implementará en las matemáticas.
182 La plataforma está diseñada para ser utilizada en la educación y principalmente en la
183 FES, sirviendo de apoyo en la enseñanza a través de presentaciones, animaciones y
184 personajes propios.
185
186 A continuación se mostrarán algunos de estos personajes para el uso de la plataforma,
187 podemos, observar en la **figura 2** que el usuario podrá caracterizar su personaje
188 utilizando diferente vestuario, color de ojos, color de cabello, en la **figura 3** se observa
189 que también puede cambiar la escenografía, en la **figura 4** se observa que puede
190 agregar o quitar objetos, así que dependiendo la situación o las necesidades del
191 usuario podrá personalizarlo cambiando los gestos, color de cabello, color de piel,
192 forma de ojos, etc., así como los elementos (computadora, tableta, pizarrón, etc).
193



194
195 **Figura 2. Personaje 01 (será caracterizado por el usuario)**
196
197

198



199

200

201

Figura 3. Personaje 02 (El usuario podrá agregar entornos gráficos)



202

203

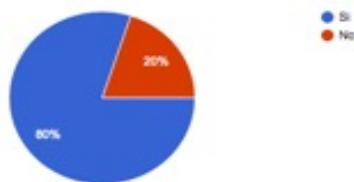
Figura 4. Personaje 03. (El usuario podrá agregar objetos)

204

205 Se realizaron algunas encuestas para conocer la inquietud de los estudiantes y
206 docentes con respecto al uso de software en las clases y los resultados fueron los
207 siguientes, en la **gráfica 1** se puede observar que los alumnos y docentes conocen
208 diferentes plataformas que ayudan al diseño de presentaciones, en la **gráfica 2**
209 podemos ver que en el aprendizaje prefieren presentaciones que incluyan,
210 animaciones, texto, imágenes, audio y video y no solo una de estas características y
211 en la **gráfica 3** observamos que realizan presentaciones con texto e imágenes.
212

¿Conoces las plataformas digitales que te ayudan en el diseño de las presentaciones para tus clases?

5 respuestas

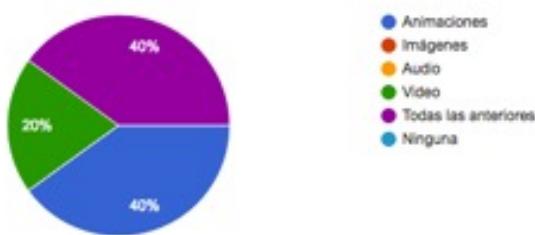


213
214
215
216

Gráfica 1. Presentaciones (Hace referencia al software de presentaciones actuales)

¿Cuándo expones utilizas?

5 respuestas

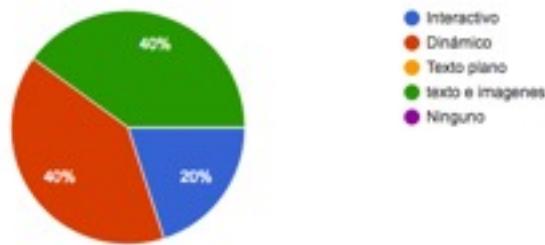


217
218
219
220
221

Gráfica 2. Material (Hace referencia al uso de material para diseño de presentaciones)

¿qué tipo de software prefieres para la elaboración de material?

5 respuestas



222
223
224
225
226
227
228
229

Gráfica 3. Software (Hace referencia a las preferencias del usuario en la interfaz para uso de presentaciones.)



230
231 Por tal motivo podemos concluir que el docente tiene la tarea de ser el emisor, el
232 aprendizaje el medio y el alumno el receptor, pero también pueden invertirse los
233 papeles y el alumno ser el emisor, el aprendizaje el medio y el docente el receptor,
234 esto nos va a permitir que exista una retroalimentación en donde las inteligencias
235 múltiples pueden interactuar ayudándonos en el proceso de enseñanza-aprendizaje
236 y mejorando el progreso cognitivo a través de ambientes ciberneticos con
237 características pedagógicas, en las encuestas observamos que la mayoría de los
238 alumnos prefieren el material digital dinámico e interactivo, esto nos lleva a reforzar
239 nuestra experiencia en el aula ya que sabemos que las características de los alumnos
240 son diferentes por lo que debemos utilizar herramientas que nos ayuden a captar la
241 atención de los estudiantes: visuales, auditivos, kinestésicos, analíticos, etc., para
242 apoyar y mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

243
244
245
246 **Referencias bibliográficas:**
247
248 • Armstrong, T. (2002). *Las inteligencias múltiples en el aula*. Buenos Aires:
249 Manantial.
250 • Bernal, César.(2006) *Metodología de la Investigación*. México: Pearson
251 Prentice Hall.
252 • Kendall, K.(2005). *Análisis y diseño de sistemas*. México: Pearson.
253 • Gardner, H. (1995). *Inteligencias múltiples. La teoría en la práctica*. Barcelona:
254 Paidós.
255
256

1 CONSIDERACIONES PARA EL DISEÑO DE AULA VIRTUAL: 2 APRENDIZAJE DE MÉTODOS NUMÉRICOS

3
4 Dra. Nelly Rigaud Téllez^{1,*}, M. en I. Roberto Blanco Bautista²

5 ¹*Facultad de Estudios Superiores Aragón- UNAM. Av. Hacienda de Rancho Seco*
6 *S/N, Impulsora Popular Avícola, 57130 Nezahualcóyotl, Méx.*

7
8 **Categoría-POIE105**

9 **Resumen**

10 La falta de una estrategia con enfoque al aprendizaje de Métodos Numéricos en Ingeniería, da como
11 resultado que el alumno no alcance un nivel de comprensión en su asignatura, de tal forma que no le
12 permite aplicar dichos conocimientos en asignaturas subsecuentes y en la propia. Esto se manifiesta
13 en una enseñanza sin ejemplos realísticos, generando situaciones difusas y tediosas lo que ocasiona
14 reprobación y deserción.

15 Existe una tendencia para incluir en forma más frecuente las TIC en la enseñanza, esto es, migrar a un
16 modelo en el que se logren reproducir prácticas en un intento de aproximar al estudiante a su realidad
17 social, especialmente, en el campo de la ingeniería.

18 A pesar de la diversidad de publicaciones sobre las TIC en el ámbito educativo, aún se detectan lagunas
19 sobre la instrumentación de sus herramientas, principalmente en cómo modificar las estrategias de
20 enseñanza de profesores en Métodos Numéricos, las estrategias de aprendizaje de los estudiantes y
21 los mecanismos de evaluación.

22 Este escenario plantea una decisión educativa más allá del aula, donde el tiempo y la distancia no sean
23 un obstáculo, y donde la significatividad de los recursos tecnológicos multiplique las posibilidades
24 didácticas del profesor y potencie las formas de construcción del alumno.

25 Un puente que permite la promoción del conocimiento haciendo uso de tecnologías es el aula virtual;
26 un espacio organizado con intención educativa, que descansa en el uso de instrumentos culturales y al
27 que se accede a través de la web y/o dispositivos electrónicos. Su potencialidad va desde sus
28 características intrínsecas de significatividad, representación e intercambio, hasta sus repercusiones
29 extrínsecas, en organización.

30 En la ponencia se presentarán en forma breve algunas de las potencialidades que caracterizan al
31 entorno del aula virtual, constituyéndose en una herramienta útil para el diseño y desarrollo de
32 situaciones de enseñanza y aprendizaje.

33
34 **Palabras clave:** Métodos Numéricos, aula virtual, objetos de aprendizaje, entorno personal de
35 aprendizaje.

36 **1. Introducción**

37 En los Métodos Numéricos no solo se reflexiona sobre tópicos tradicionales de cálculo,
38 álgebra lineal, ecuaciones diferenciales, etc., la disciplina también se concreta en
39 diseñar y usar algoritmos, cuya característica principal es la posibilidad de obtener
40 resultados numéricos de distintos problemas matemáticos complejos, a partir de una
41 transformación de procesos analíticos a numéricos, con un número finito de
42 operaciones aritméticas.



47 Dado que la noción de algoritmo es un concepto clásico en Métodos Numéricos, la
48 naturaleza de su enseñanza tiende a ser de tipo conductual, con la consecuencia de
49 que los estudiantes experimentan su naturaleza procedural que suele caer en
50 cursos de recetas matemáticas desvinculadas y sin sentido.
51
52 Es precisamente esta situación, uno de los obstáculos más importantes con los que
53 los estudiantes se enfrentan, la cual se refleja una aparente actitud de desinterés y
54 una pobre comprensión de la asignatura, consecuentemente, un bajo rendimiento
55 académico.
56
57 Existe otro esquema de enseñanza que se orienta a analizar propiedades esenciales
58 de conceptos matemáticos y numéricos, con problemas específicos (elegidos por el
59 profesor), que van de simples a complejos. Esta forma de enseñanza, se enriquece al
60 considerar que las numerosas operaciones lógicas se realicen con el apoyo de
61 computadoras. Así que el binomio computadora-lenguaje de programación ha sido
62 usado para la enseñanza y aprendizaje de los Métodos Numéricos. Este enfoque ha
63 resultado exitoso en el ámbito educativo, y está vigente. También es cierto que
64 software comercial como Excel, Matlab, Maple, etc., permite nuevos acercamientos al
65 estudio de los métodos numéricos.
66
67 Desafortunadamente, los estudiantes acostumbrados a tratar con esquemas analíticos
68 no visualizan fácilmente, que la resolución de problemas numéricos puede ser
69 implementada en asignaturas subsecuentes y, más aún, en su futura vida profesional.
70
71 Pocos esfuerzos se han realizado para considerar la enseñanza de Métodos
72 Numéricos bajo una perspectiva cognitiva, centrada en el estudiante y apoyada con
73 TIC, donde se vea favorecido el razonamiento lógico, el pensamiento matemático, la
74 búsqueda de soluciones, el análisis y el procesamiento de información. Tal como lo
75 señala F. Díaz Barriga (Díaz Barriga, Rigo Lemini, & Hernández Rojas, 2015), se trata
76 de que los procesos educativos busquen reproducir prácticas en un intento de
77 aproximar al estudiante a su realidad social, en este caso, al campo de la ingeniería.
78
79 Este escenario reciente, plantea una decisión educativa más allá del aula, donde el
80 tiempo y la distancia no sean un obstáculo, y donde la significatividad de los recursos
81 tecnológicos multiplique las posibilidades didácticas del profesor y potencie las formas
82 de construcción del alumno. La perspectiva se visualiza con posibilidades de mejorar
83 la enseñanza y aprendizaje de Métodos Numéricos, considerando, por ejemplo, a un
84 aula virtual con un carácter complementario a la actividad docente, para la gestión de
85 materiales y la organización de un curso, y con la incorporación de herramientas
86 personalizadas y abiertas como Google Apps, Trello, Youtube, etc. que apoyan el
87 aprendizaje.
88

89 Surge la pregunta, ¿qué consideraciones se deben tomar en cuenta para el diseño de
 90 un aula virtual, en donde se incorporen herramientas externas de recursos digitales
 91 orientados al aprendizaje de Métodos Numéricos? El objetivo es presentar algunas de
 92 las potencialidades que caracterizan al entorno del aula virtual y herramientas libres,
 93 así como las consideraciones para el diseño e-learning, como una orientación en la
 94 creación de un curso online de Métodos Numéricos.

95

96 **2. Metodología o desarrollo**

97

98 El objeto de estudio de la Cibernética son los sistemas, y las redes entre tales
 99 sistemas, bajo procesos de transformación de la acción (o sea, control) y de
 100 transformación de la información (comunicación). Con base en los métodos de
 101 aplicación de la cibernética de análisis, síntesis y construcción de modelos y
 102 fundamentados en lógica matemática, se ha desarrollado la siguiente estrategia
 103 original de la investigación (Fig. 1).

104

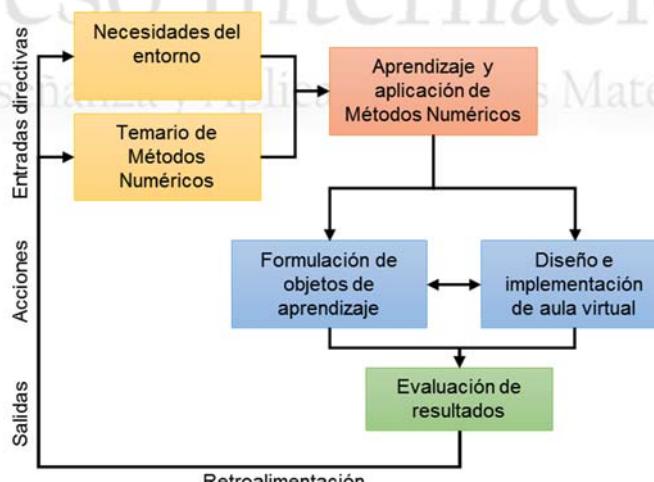


Figura 1. Proceso de investigación

105

106

107

108 En la figura 1, se muestra que el proceso está constituido por un conjunto de
 109 compromisos, decisiones y actividades requeridas para el diseño de un aula virtual. En
 110 las entradas directivas, se analizan las necesidades del ambiente externo que incluyen
 111 al mercado laboral, otras Instituciones de Educación Superior (IES) y cuerpos
 112 acreditadores. Con respecto al temario de Métodos Numéricos, se requieren
 113 considerar las políticas de la institución, tecnologías existentes y el temario de Métodos
 114 Numéricos en relación con el Plan de Estudios vigente.

115

116 Estas dos entradas determinan, los recursos, capacidades y competencias, lo cual se
 117 constituye como la entrada para establecer los objetivos orientados al aprendizaje y
 118 aplicación de Métodos Numéricos, bajo una perspectiva constructivista y apoyada con
 119 TIC.

120 Para llevar a cabo los conceptos arriba descritos, se realizan acciones que se integran
 121 en la formulación de objetos de aprendizaje y la implementación del aula virtual que
 122 permitan alcanzar resultados deseados.

123

124 Nótese que la estrategia de investigación es un proceso dinámico, que requiere de una
 125 coordinación continua de acuerdo con las necesidades cambiantes del ambiente.

126

127 **3. Resultados y análisis**

128

129 Se procedió a realizar una revisión bibliográfica, de acuerdo con Rigaud y Blanco
 130 (2018), tanto para la formulación de objetos de aprendizaje, como para el diseño e
 131 implementación del aula virtual.

132

133 A continuación se presentan los resultados obtenidos.

134

135 3.1 Formulación de objetos de aprendizaje

136

137 Un objeto de aprendizaje cuenta con información acerca de su contenido e
 138 intencionalidad pedagógica, que se puede definir como un conjunto de recursos que
 139 al menos tiene tres componentes: contenidos, actividades de aprendizaje y elementos
 140 de contextualización. Esto se puede desagregar en notas (cápsulas con información
 141 relevante), actividades formativas (actividades de aprendizaje), recursos digitales
 142 como elementos contextualizados que motivan e interesan al estudiante y que le
 143 facilitan una visión integral de contenidos (videos, juegos, foros, etc.), así como
 144 esquemas de evaluación del aprendizaje.

145

146 Los objetos de aprendizaje en entornos virtuales, básicamente, están organizados en
 147 “tareas que se pueden realizar”, esto en función de lo que las herramientas
 148 tecnológicas permiten y también, de acuerdo al patrón del comportamiento del usuario
 149 que puede ramificarse en distintas actividades, como se muestra en la figura 2.

150



Figura 2. Entorno personal de aprendizaje

151

152

153 Nótese que la corriente del aprendizaje incide en procesos formales y no formales de
154 aprendizaje, aunque sus contenidos son técnicos y especializados. Además, el centro
155 del entorno es el usuario que puede relacionarse con distintas actividades, que
156 favorecen la autonomía del aprendizaje, en la medida que cada persona puede
157 planear, regular y dar concreción a sus propias metas de aprendizaje.

158
159 Los componentes arriba descritos, enmarcados por la educación matemática, y los
160 componentes de contenidos y capacidades tecnológicas, se transforman en un
161 conjunto de etapas para la formulación del objeto de aprendizaje que se constituyen
162 de lo siguiente (Tabla 1).

163
164 **Tabla 1. Formulación de objetos de aprendizaje**

| | |
|---|---|
| 1. Nombrar al objeto de aprendizaje, con la definición de temas y subtemas en el programa de estudio de la asignatura. | 4. Determinación de actividades constructivistas y/o conductuales (basado en la indagación, basado en problemas, cooperativo, basado en archivos, etc.). También se pueden considerar clases magistrales, acordes al objetivo y tema por estudiar, asimismo, las formas de evaluar resultados con pruebas y rúbricas previamente diseñadas. |
| 2. Definir el perfil de usuarios y usuarios potenciales. | 5. Actividades de formación en tres etapas: de iniciación, profundización, y concienciación. |
| 3. Justificar la definición del objeto de aprendizaje, mediante el análisis de necesidades del entorno, la delimitación de contenidos, conceptos teóricos y aplicaciones. | 6. Diseño de esquemas de evaluación para cada etapa anterior, según las actividades constructivistas generadas. |

165
166 En la tabla 1, y considerando el caso de Métodos Numéricos; para el nivel de iniciación,
167 se pueden generar notas básicas y proporcionar material multimedia que motive e
168 incentive al estudiante. En la etapa de profundización, se generan actividades
169 formativas, cuestionarios/ tests, casos prácticos que emulen escenarios reales en
170 sistemas productivos y de servicios, y proporcionar material multimedia, tanto
171 mostrados en un aula virtual, como con apps. Para el nivel de concienciación, se refiere
172 a la estructura de comunicación (asistencia, seguimiento y retroalimentación),
173 orientado a favorecer que el rol del estudiante sea activo, y no de un receptor pasivo
174 de conocimientos, por la mediación de las TIC que corresponda a las expectativas de
175 estudiantes.

176

3.2 Diseño e implementación de aula virtual

177

178 Un aula virtual es un espacio organizado con intención educativa, que descansa en el
 179 uso de instrumentos culturales y al que se accede a través de la web y/o dispositivos
 180 electrónicos. Su potencialidad va desde sus características intrínsecas de
 181 significatividad, representación e intercambio (en su capacidad multimedia, tipo de
 182 actividades, modalidad y como mediador y promotor de contextos con significado),
 183 hasta sus repercusiones extrínsecas, en las formas de organización y sus
 184 repercusiones sociales (flexibilidad, escalabilidad y estandarización).
 185

186

187 Es claro que de acuerdo con la experiencia de los docentes en el diseño de aulas
 188 virtuales, el diseño de las mismas tendrá variaciones. A continuación (Fig. 3), se
 189 enlistan parámetros fundamentales, asociados con éxito (uso activo) (Pástor, Jiménez,
 190 Arcos, Romero, & Urquiza, 2018).

191



Figura 3. Parámetros en un aula virtual

192

193

194

195 De la figura 3, el diseño de la página principal tiene el propósito de informar y generar
 196 una primera impresión favorable en el usuario, en el cual se consideren las opciones
 197 principales del aula, tales como título, objetivos, funciones para tareas, foros, etc.
 198 Normalmente en las plataformas de Moodle, se encuentran tres secciones, divididas
 199 en columnas. La columna de la izquierda sirve para alojar actividades, administración,
 200 recursos, etc., en la columna central se alojan unidades de aprendizaje (Título, imagen,
 201 instrucciones, documentos, tareas y evaluación), y en la columna derecha, novedades,
 202 eventos, calendarios etc.

203

204 Se sugiere un diseño acoplado en serie, comenzando con el título de la asignatura,
 205 luego una imagen representativa, la presentación del curso, un foro social (o de apoyo
 206 a un tutor) y un foro técnico (de preguntas).

207

208 Con respecto al diseño de recursos es conveniente crear un título, la imagen,
 209 instrucciones, no más de tres documentos PDF y galería de imágenes.

210

211 Cabe mencionar que, para los dos diseños anteriores, se generen Mockups, que son
 212 bocetos preliminares de cómo se diseñaría la interfaz de una aplicación web, de tal
 213 forma que se tenga una imagen visual de todo el proceso.



214 En los siguientes diseños, se recomienda generar una plantilla sin olvidar
215 componentes pedagógicos que orienten las estrategias de enseñanza que un docente
216 requiere para crear sus recursos de aprendizaje en un entorno virtual.

217

218 La continua relación entre la formulación de objetos de aprendizaje con los diseños
219 para el aula virtual permite que el contenido de un curso para Métodos Numéricos esté
220 presentable y bien estructurado. Se propone la Metodología PACIE cuyas etapas
221 permiten relacionar la formulación de objetos de aprendizaje con el diseño e
222 implementación de un aula virtual (Ferrer & Bravo, 2012).

223

224 La metodología está enfocada al uso de la TIC, como un soporte a los procesos de
225 aprendizaje y autoaprendizaje, PACIE son las siglas de procesos secuenciales
226 Presencia (P), Alcance (A), Capacitación (C), Interacción (I) y Elearning (E).

227

228 En esta metodología se toman en cuenta la motivación y el acompañamiento, la
229 calidad y calidez humana. Asimismo, se incorpora la comunicación, presentación de la
230 información, procesos sociales dirigidos al análisis de información que permiten
231 construir conocimientos mediante la interacción e intercambio de experiencias
232 educativas.

233

234 Se ha considerado esta metodología ya que va más allá de informar, exponer y crear,
235 es decir; se logran crear espacios creativos, y al mismo tiempo, se comparte
236 información y comunicación.

237

238 **4. Conclusiones**

239

240 Debido a los análisis de la información consultada y con base, en la estrategia de
241 investigación, se pretende lograr el objetivo principal que es incorporar la materia de
242 Métodos Numéricos en un contexto virtual, lo cual tendrá como consecuencia un
243 incremento en la eficiencia del desempeño del alumno.

244

245 La virtud del aula virtual es que existe una buena interactividad para promover que los
246 alumnos asuman conscientemente, como protagonistas de su formación, la decisión
247 de relacionarse con una plataforma en forma sincrónica y asincrónica a distancia.

248

249 Asimismo, este esquema permite la flexibilidad, como la adaptación a las necesidades
250 de una organización, de los propósitos del docente, y especialmente, del perfil de
251 usuarios, mediante estrategias de comunicación e intercambio de ideas.

252 Otra característica que se vislumbra para un aula virtual en la asignatura de Métodos
253 Numéricos es la escalabilidad, esto es, la capacidad de la plataforma Moodle, para
254 funcionar eficazmente con un pequeño o gran número de usuarios, y la
255 estandarización, permite hacer uso del curso, por usuarios potenciales.

256



257 Finalmente, se pretende que el desarrollo de un aula virtual para Métodos Numéricos
258 sea viable, en términos de multiplicar habilidades de los usuarios, tanto en el ámbito
259 educativo, como en el profesional.

260

261 Este artículo ha sido posible gracias al apoyo recibido de la Dirección de Asuntos del
262 Personal Académico, DGPA-UNAM, a través del Proyecto PAPIME PE101119.

263

264 *nerigaud@unam.mx, 56231090

265

266 Índice de referencias

267

268 Díaz Barriga, F., Rigo Lemini, M., & Hernández Rojas, G. (2015). *Experiencias de
aprendizaje mediadas por las tecnologías digitales. Pautas para docentes y
diseñadores educativos*. Ciudad de México: Newton.

269

270
271 Ferrer, K. F., & Bravo, M. (2012). Metodología PACIE en los ambientes virtuales de
aprendizaje para el logro de un aprendizaje colaborativo. *Diálogos Educativos*, 12(24),
272 3-17.

273

274 Pástor, D., Jiménez, J., Arcos, G., Romero, M., & Urquiza, L. (2018). Patrones de diseño para
275 la construcción de cursos online en un entorno virtual de aprendizaje. *INGENIARE
Revista Chilena de Ingeniería*, 26(1), 157-171.

276

277 Rigaud Téllez, N., & Blanco Bautista, R. (2018). Hacia un estado del arte de laboratorios
278 virtuales para matemáticas en IES. *Congreso Internacional sobre la enseñanza y
Aplicación de las Matemáticas* (págs. 1-8). Estado de México: FES Cuautitlán.

279

280



TIC EN PROCESOS DE IDENTIFICACIÓN PARAMÉTRICA PARA VALIDACIÓN DE SOLUCIONES EN ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

José Miguel Pérez Lozano^{1,*}, Jonathan Israel Hernández Hernández¹ y Agustín Alfredo Torres Rodríguez¹

¹Instituto Tecnológico de Atitalaquia. Av. Tecnológico No. 9. C. P. 42970. Colonia Tezoquipa Atitalaquia, Hidalgo, México.

I-POIT010

Resumen

Este trabajo presenta el estudio sobre el impacto de las TIC y su posible uso en temas de modelado y soluciones particulares usadas en ecuaciones diferenciales de primer y segundo orden estudiadas de manera general en un curso convencional de ecuaciones diferenciales, el cual se imparte en la mayoría de programas de ingeniería. Se emplea el uso de técnicas numéricas como herramientas complementarias a la hora de comprobar los resultados experimentales aplicados en el aula y así mismo se introduce el empleo de los conceptos de aproximación y determinación de parámetros en los modelos estudiados. Como resultado de este trabajo se presenta el caso de 3 metodologías (Algoritmos genéticos – Levenberg Marquardt) y sus respectivos procesos de aplicación dependiendo de las características de cada ejemplo, así como el impacto de esta estrategia didáctica como proceso de aprendizaje y enseñanza.

Palabras clave: Ecuaciones Diferenciales, Modelado, TIC, Identificación Paramétrica.

1. Introducción

Día a día las nuevas tecnologías están dando un cambio radical en el proceso de la enseñanza de las matemáticas, motivo por el cuál es imprescindible conocer nuevos métodos o metodologías, las cuales permitan tanto al docente como al alumno, dar un impacto más significativo en el desarrollo de las competencias a desarrollar en los cursos de ecuaciones diferenciales que se imparten en la mayoría de programas de ingeniería, así como una mejor formación integral al momento de resolver problemas de ingeniería. La existencia de software especializado implica un reto a los docentes en el diseño de actividades que involucren los temas aprendidos en clase con el uso de algoritmos, mediante estas nuevas tecnologías. En este trabajo se presentan 3 metodologías, basadas en el uso de los algoritmos (Levenberg-Marquardt y Algoritmos Genéticos), los cuales le permitan al estudiante estimar los parámetros de las ecuaciones diferenciales propuestas, así como de sus soluciones generales.

* Autor para la correspondencia. E-mail: josemiguelperezlozano@hotmail.com



46 1.1 Fundamentación.

47

48 El comportamiento en el dominio del tiempo de los sistemas que se estudian en
49 ingeniería (sistemas físicos, mecánicos, eléctricos, químicos, económicos, entre otros)
50 se rige por modelos matemáticos, para los cuales en el curso denominado ecuaciones
51 diferenciales, se estudian diversos métodos para dar solución a dichas ecuaciones en
52 el ámbito lineal y multivariable. Sin embargo, la aplicación de la teoría que se ve en
53 dicho curso, requiere que los modelos matemáticos que describen el comportamiento
54 estático y dinámico de estos sistemas, así como sus elementos sean conocidos y
55 comprendidos (Isermann, 2011).

56

57 La identificación paramétrica puede apoyarse en el empleo de algoritmos de
58 optimización, que son herramientas cuyo objetivo es encontrar la mejor solución a un
59 problema matemático, expresado en la mayoría de las veces por una ecuación, y que
60 a su vez, las variables de las que depende la ecuación que define el problema, pueden
61 estar sujetas a restricciones para así, limitar la zona de búsqueda y minimizar el coste
62 computacional (Beck, 2014).

63

64 El método de Levenberg-Marquardt es una técnica de optimización estándar para la
65 solución de problemas de mínimos cuadrados no lineales (Beck, 2014). Por su parte,
66 los algoritmos genéticos son técnicas de búsqueda y optimización basados en los
67 principios de genética y selección natural (Affenzeller, Winkler, Wagner & Beham,
68 2009).

69

70 Algunos trabajos que evalúan la estrategia de los algoritmos de optimización para la
71 identificación paramétrica son: el de Guerra, Duarte y Correa (2019), quienes emplean
72 un método de optimización global para estimar las frecuencias naturales de un sistema
73 MRA. Asimismo el de García, Amaya y Correa (2017), que estiman en tiempo real los
74 parámetros de un proceso térmico de diversos materiales sometidos a radiación. Por
75 su parte, Röhler, Pereira y Fiol (2014) estudian la implementación de mejores
76 estrategias para la estimación de flujos de tráfico. Guzmán et al. (2010) usaron
77 algoritmos genéticos para ajuste de un modelo matemático para el ambiente interno
78 de un invernadero bajo condiciones climáticas de la región centro de México.

79

80 En torno al empleo de las tecnologías digitales en la enseñanza de las matemáticas,
81 tenemos el estudio de Gamboa (2007), quien habla sobre las tendencias actuales en
82 la enseñanza de la matemática, así como de la importancia del uso de la tecnología
83 como un medio que le facilita al estudiante, identificar y examinar aspectos importantes



84 en el aprendizaje de las matemáticas. También menciona que la introducción de estas
85 nuevas tecnologías en el salón de clases, ha cambiado la forma en el proceso de
86 enseñanza, esto debido a que en comparación con otros ambientes, por ejemplo "lápiz
87 y papel", es difícil y laborioso obtener los mismos resultados.
88

89 **2. Metodología.**

90 Para llevar a cabo la correcta implementación de la identificación paramétrica, se
91 propusieron las siguientes fases.
92

93 Fase 1. En esta fase se eligió la ecuación diferencial de primer orden del modelo de
94 enfriamiento de Newton y el modelo de un péndulo simple para la ecuación
95 diferencial de segundo orden.

96 Fase 2. Realizar la implementación del fenómeno físico correspondiente a la
97 ecuación diferencial a estudiar, para ello se debe elegir un software de
98 modelado 3D que incluya análisis por elemento finito y exportar los datos
99 obtenidos (en un futuro se pretende que los datos sean obtenidos mediante
100 experimentos físicos).

101 Fase 3. Importar los datos al programa y asignar el vector de la variable dependiente
102 y la función independiente.

103 Fase 4. Para el método 1, Levenbeg-Marquardt (LM-1), se define la solución general
104 de la ecuación diferencial y los parámetros a encontrar, en el caso de la
105 ecuación diferencial no lineal, introducir la solución aproximada del modelo
106 linealizado.

107 Fase 5. Para el método 2, Levenbeg-Marquardt (LM-2), se define la ecuación
108 diferencial a utilizar, para este método no se necesita introducir la solución
109 general, este método realiza la identificación paramétrica en torno a la
110 ecuación diferencial, para ello solo se necesita definir la función de costo con
111 el parámetro a minimizar, para este método se utilizó como parámetro el
112 error cuadrático medio.

113 Fase 6. Para el método 3, Algoritmos Genéticos (AG), al igual que en el anterior solo
114 se define la ecuación diferencial y la función de costo a utilizar.
115

116 En todas las fases 3, 4 y 5, se definen las condiciones iniciales que se usaron en la
117 simulación, la finalidad de que los alumnos realicen cada una de ellas, es la de conocer
118 la metodología de su uso e implementación de cada uno de los 3 métodos, para
119 posteriormente proponer otros modelos a simular más adelante, y así poder introducir
120 correctamente las ecuaciones diferenciales a realizar y la estimación de parámetros
121 de manera satisfactoria. Cabe mencionar que para ello se utilizó el módulo de
122 optimización del software Matlab.
123

124 Un dato importante es que sólo se involucró a un número reducido de alumnos del
125 grupo para realizar la interfaz gráfica, esto debido a que la gran mayoría no tenía los
126

127 conocimientos necesarios en programación. Sin embargo el uso de la herramienta
128 diseñada será de utilidad para el resto del grupo, así como para las futuras
129 generaciones de la institución que cursen la materia de ecuaciones diferenciales.

130

131

132 **2.1 Desarrollo.**

133

134 **Caso 1**

135

136 Como un primer acercamiento sobre esta propuesta didáctica, se centró básicamente
137 en las ecuaciones de primer y segundo grado ya que son en las que se basa
138 primordialmente el curso de ecuaciones diferenciales. Primeramente se eligió el
139 problema de la Ley de enfriamiento de Newton cuya expresión viene expresada por la
140 Ecuación (1).

141

Ecuación 1. $\frac{dT}{dt} = -k(T-T_a)$

142

143 La cual analiza las temperaturas entre un cuerpo y su medio ambiente cuando la
144 diferencia de temperaturas no es muy alta y su solución viene dada por la Ecuación
145 (2).

146

Ecuación 2. $T = T_a + (T_i - T_a) * e^{-kt}$

147

148

149 Donde T , T_i , T_a son la temperatura en el objeto, la temperatura inicial y la temperatura
150 ambiente respectivamente, k es la constante de enfriamiento.

151

152 **Caso 2**

153

154 El segundo acercamiento se basó en las ecuaciones diferenciales de segundo orden,
155 se eligió la ecuación diferencial de un péndulo simple la cual se presenta en la
156 Ecuación (3).

157

Ecuación 3. $T_q = ml \frac{d^2\theta}{dt^2} + Bl \frac{d\theta}{dt} + mg * \sin(\theta)$

158

159 Para esta ecuación diferencial se utilizó una aproximación a un modelo conocido, dicho
160 modelo propuesto fue el masa resorte amortiguador y esta aproximación se utiliza
161 cuando el ángulo del péndulo es menor a +/- 10 grados y viene dada por la Ecuación
162 (4) (Craig, 2005).

163

Ecuación 4. $F = M \frac{d^2x}{dt^2} + B \frac{dx}{dt} + Kx$

164

165

166 La solución de este sistema viene dada por la Ecuación (5).



167

168 **Ecuación 5.** $x = C_1 e^{-P_1 t} + C_2 e^{-P_2 t}$

169

170 Donde P_1 y P_2 están dados por la Ecuación (6).

171 **Ecuación 6.** $P_{1,2} = \frac{B}{2M} \pm \sqrt{\left(\frac{B^2}{4M^2}\right) - \frac{K}{M}}$

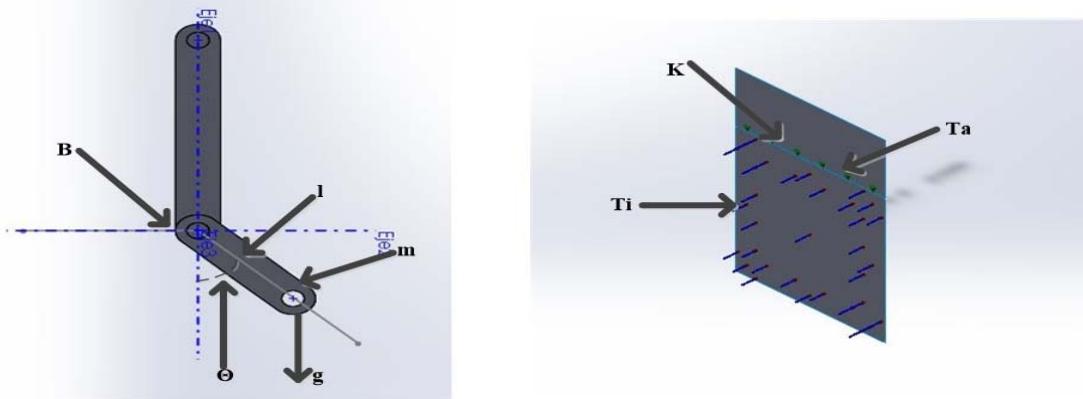
172

173 2.2 Uso de las TIC

174

175 La parte que sustenta este proyecto es la implementación de una interfaz gráfica de
 176 usuario (IGU) que le permita al alumnado una herramienta didáctica como apoyo en el
 177 proceso de enseñanza-aprendizaje. La parte inicial de este proceso consiste en
 178 generar la información necesaria de los modelos matemáticos elegidos para
 179 posteriormente ser analizados. En este paso se utilizó como software Solidworks y
 180 mediante sus herramientas de modelado 3D y simulación por elemento finito, se
 181 obtuvieron los datos de interés mediante la manipulación de algunas variables (Ver
 182 Figura 1).

183 *Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas*
 184



185

186

187 **Figura 1. Fenómenos físicos para analizar**

188

189 En el caso de la Figura 1 (dibujo izquierdo) se muestran los elementos simulados para
 190 el caso del péndulo (correspondiente a la ecuación de segundo orden), y en la imagen
 191 de la derecha de la misma figura, el resultado modelado a partir de la ecuación de
 192 primer orden referente a la ley de enfriamiento de Newton.

193

194

195

196 La interfaz gráfica se desarrolló mediante Matlab por la facilidad de uso y los paquetes
 197 de optimización numérica que posee (Ver Figura 2).

198



199

200

201

202

203

3. Resultados y análisis.

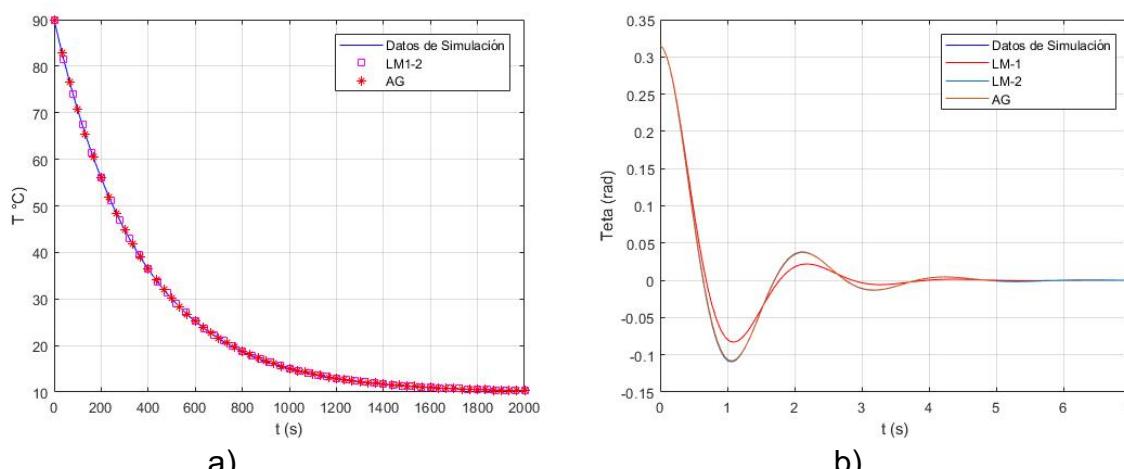
204

205

206

207

De acuerdo con las 2 ecuaciones diferenciales elegidas, se muestran a continuación los resultados de los 3 métodos implementados en la interfaz gráfica (Ver Figura 3).



208
 209
 210
 211
 212
 213
 214
 215
 216
 217

Figura 3. Resultados de los métodos implementados

Como puede apreciarse en ambos casos, los 3 métodos aplicados permitieron presentar a los estudiantes no solamente los resultados de la aproximación y optimización (mediante la estimación de parámetros), sino que además le permiten visualizar las soluciones generales buscadas.

218 Al término de la actividad de enseñanza con la interfaz gráfica, se les aplico un
 219 pequeño cuestionario a los alumnos para que expresaran y evaluaran el desempeño
 220 de la herramienta de enseñanza diseñada, así como su experiencia con el uso de ella
 221 (Ver Figura 4).
 222

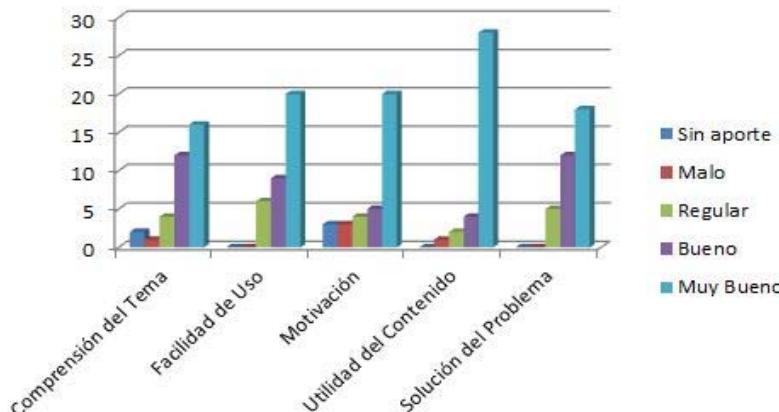


Figura 4. Evaluación de los alumnos

223
 224 Se puede observar que el uso de herramientas didácticas mediante el empleo del uso
 225 de las TIC, facilita la compresión de dichos temas, además de motivarlos en su proceso
 226 de aprendizaje y por lo tanto, les ayuda a resolver de mejor manera los problemas
 227 planteados, conociendo los valores de las variables que se involucran en cada
 228 problema mediante la identificación paramétrica.
 229

230 **4. Conclusiones.**

231

232 Los autores de este trabajo consideramos que esta propuesta didáctica hace uso de
 233 una combinación de herramientas de las TIC (en este caso Solidworks y Matlab) para
 234 apoyar el proceso de enseñanza de un tópico matemático en lo general, pero que
 235 además resulta de especial interés en el tratamiento de estos temas de la asignatura
 236 de ecuaciones diferenciales. Temas que por su naturaleza, pueden requerir una mayor
 237 y más profunda aprehensión de distintas ideas y conceptos asociados, como son los
 238 significados en torno a las soluciones generales (y particulares) de ecuaciones
 239 diferenciales ordinarias de primer y segundo orden, los conceptos de aproximación y
 240 determinación de parámetros en modelos matemáticos, con el apoyo de otras
 241 metodologías, y finalmente el empleo de herramientas digitales que permiten realizar
 242 cálculos y también presentar los resultados en una forma más óptima y comprensible,
 243 y que por tanto pueden contribuir con un mejor aprendizaje.

244 Creemos asimismo que la implementación de la evaluación de la actividad por parte
 245 de los estudiantes nos permite retroalimentar el diseño de esta actividad, y proponer
 246 mejoras posteriores.
 247

248



250 **Índice de referencias**

251 Libros

- 252 • Affenzeller, M., Winkler, S., Wagner, S. & Beham, A. (2009). *Genetic Algorithms and Genetic Programming Modern Concepts and Practical Applications*. USA: CRC Press.
- 253 • Beck, A. (2014). *Introduction to nonlinear optimization. Theory, Algorithms, and Applications with MATLAB*. USA: SIAM.
- 254 • Craig, J. (2005). *Introduction to Robotics. Mechanics and Control*, Third Edition. USA: Pearson.
- 255 • Isermann, R. (2011). *Identification of Dynamic Systems. An Introduction with Applications*. USA: Springer.

256 Revistas

- 257 • Gamboa, A. R. (2007). Uso de la tecnología en la Enseñanza de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en Educación Matemática* 3, 11 - 44.
- 258 • García, E., Amaya, I. y Correa, R. (2017). Algoritmos de optimización en la estimación de propiedades termodinámicas en tiempo real durante el tratamiento térmico de materiales con microondas. *Revista UIS Ingeniería* 16 (2), 1 - 18.
- 259 • Guerra, K., Duarte, J. M. y Correa, R. (2019). Metodología para la solución de modelos masa-resorte-amortiguador (MRA), mediante algoritmos de optimización global. *Revista UIS Ingeniería* 18, 49 - 60.
- 260 • Guzmán, R., Castañeda, R., García, J.J., Lara, A., Serroukh, I. y Solís, L.O. (2010). Algoritmos genéticos para la calibración del modelo climático de un invernadero. *Rev. Chapingo Serie Horticultura* 16(1), 23 - 30.
- 261 • Röhler, A. F., Pereira, J. M. y Fiol, S. G. (2014). Algoritmos de optimización basados en colonias de hormigas para la estimación de flujos de tráfico. *Computación y Sistemas* 18(1), 37 - 50.

262

263

264

265

266

267

268

269

270

271

272

273

274

275

276

277

278

279

280

281

282

283

284

285

286

287



1 **¿CÓMO COMPRENDER MEJOR A LAS ASÍNTOTAS?**

2 **LA VISUALIZACIÓN HERRAMIENTA CONFiable.**

3 Ochoa, H. Giselle^{*1}, González M. Vianet Olimpia² · Ramírez G. Jorge³.

4 ¹Escuela Nacional Preparatoria No. 3 “Justo Sierra” UNAM, Dirección: Av. Ing.
5 Eduardo Molina 7342. Constitución Republica. Ciudad de México. CDMX
6 giselle280972@yahoo.es; giselle.ochoa@enp.unam.mx

7 ² Escuela Nacional Preparatoria No. 6 “Antonio Caso” UNAM, Corina 3, Coyoacán,
8 Del Carmen, 04100 Ciudad de México, CDMX
9 vianet.gonzalez@outlook.com

10 ³ Escuela Nacional Preparatoria No. 5 “José Vasconcelos” UNAM, Calz. del Hueso
11 729, Tlalpan, Ex-Hacienda Coapa, 04859 Ciudad de México, CDMX
12 elizadmf@yahoo.com.mx

13 **EA-POIT014**

14 **Resumen**

15 La obtención de asíntotas de la gráfica de una función, en diversas ocasiones pueden generar dudas
16 de diversas índoles como su extensión, el tipo de asíntota y el porqué de su comportamiento.

17 Es por esta razón que se indagó en una nueva forma de enseñar el tema, con ayuda del software
18 GeoGebra, organizadores gráficos para garantizar su comprensión y de esta manera reforzar el tema
19 de límites con tendencia hacia el infinito positivo o negativo.

20 En esta ponencia se muestra una secuencia didáctica que, a través de un software de Geometría
21 Dinámica, un organizador gráfico y una serie de ejercicios diseñados por el autor puedan reforzar la
22 comprensión de la asíntota misma; el tema de funciones y límites que en diversas ocasiones se trata de
23 forma mecanicista en la enseñanza a Nivel Medio Superior.

24 Dentro de esta investigación, se observan diversos errores conceptuales por parte de los estudiantes,
25 como que una asíntota se obtiene al determinar el dominio de la función, y no que en una función
26 racional una asíntota vertical es aquella en la cual su denominador es cero. A su vez se muestra el
27 trabajo realizado por los estudiantes al tratar de generalizar el tema, para la obtención de cualquier tipo
28 de asíntota. El uso de un software de Geometría Dinámica como GeoGebra contribuye a mejorar su
29 aprendizaje al relacionar sus resultados con la gráfica de la función.

30 Por todo lo anterior, considerar enseñar este tema con la ayuda de un software de Geometría Dinámica
31 aunado a una serie de estrategias didácticas implementadas puede mejorar el conocimiento de temas
32 trascendentales en el Cálculo como son funciones y límites de diversa índole.

33 **Palabras clave:** Límites, asíntotas, GeoGebra, Secuencia Didáctica, Funciones, Visualización

41 **1. Introducción**



42
43 El concepto de límite es uno de los más difíciles de formar en los estudiantes, es
44 trascendental en el aprendizaje del Cálculo ya que otros conceptos como continuidad,
45 derivada, integral y serie recurren a él, por lo que cualquier esfuerzo por mejorar su
46 enseñanza siempre será reconocido.
47 El concepto de límite en la mayoría de los casos se enseña de forma intuitiva, pero en
48 muchas ocasiones este puede diferir de su formalismo matemático.
49 Por lo anterior, es muy común que la enseñanza de este tema sea mecanicista, ya que
50 cuando el docente no hace uso de estas herramientas tecnológicas, éste se limita a
51 exponer gráficas en las cuales su tabulación sea sencilla con la explicación analítica
52 para este caso, pero es casi imposible que el docente pueda realizar el análisis de
53 diversos casos de funciones a través de su imagen gráfica, por lo que se limita a
54 realizar un análisis analítico sin una relación con su gráfico motivo por el cual el alumno
55 tiene que hacer un “acto de fe” de que así se comporta la función y generar una imagen
56 gráfica por intuición que en muchos casos puede diferir de la situación real de lo que
57 acontece formalmente.
58 El apoyo de un software como GeoGebra permite establecer una relación intrínseca
59 de la gráfica de diversas funciones con los resultados de los procedimientos analíticos,
60 y esto permite consolidar los conceptos matemáticos de límites, así como la
61 comprensión de las asíntotas tanto verticales por su tendencia a límites laterales y las
62 asíntotas horizontales por la convergencia de una función cuando la variable tiende a
63 infinito.

64
65 **2. Metodología o desarrollo**

66
67 La secuencia didáctica se llevó a cabo con tres grupos de sexto año de la Escuela
68 Nacional Preparatoria No. 3 “Justo Sierra” de la UNAM correspondientes al área 1
69 “Físico y de las Ingenierías” y del área 2 “Químico Biológicas y de la Salud” atendiendo
70 a una población de 163 estudiantes, que tienen entre 17 y 19 años de edad.

71
72 **2.1. Las actividades de la secuencia**

73
74 La secuencia didáctica consta de 3 situaciones didácticas que se describen
75 brevemente a continuación:

76 a) *La primera situación.* Esta es una actividad de apertura de la secuencia que
77 consistió en la obtención de los límites cuando la variable tiende a infinito positivo o
78 negativo a través de la tabulación. Posteriormente, se llevó a cabo la obtención de
79 límites con tendencia hacia el infinito positivo o negativo a través del análisis de
80 funciones potenciales. Esta actividad tuvo una duración de 100 minutos equivalentes
81 a 2 horas clase.



82 Para ello, el docente formó equipos de 5 personas para que los alumnos observen la
 83 tendencia de las funciones tales como la identidad, $f(x) = x^2; f(x) = x^3; f(x) = x^4$
 84 cuando la variable tiende al infinito positivo o al infinito negativo.
 85 Así mismo, se le solicitó al alumno que observará cada uno de los gráficos de estas
 86 funciones y comprobarán sus deducciones.
 87 Una vez hecho esto se les solicitó a los alumnos que dieran respuesta a los siguientes
 88 límites:

$$89 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x; \lim_{x \rightarrow \infty} x^2; \lim_{x \rightarrow \infty} x^3 \text{ y } \lim_{x \rightarrow \infty} x^4$$

90 En general los alumnos infirieron que:

$$91 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x^n = \infty \text{ con } n \in \mathbb{N}$$

92 De forma análoga, se les solicitó que obtuvieran los límites de las mismas funciones
 93 cuando la variable tiende a un infinito negativo y se observó que en su mayoría los
 94 estudiantes infirieron que $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n = \begin{cases} \infty & \text{Si } n \text{ es par} \\ -\infty & \text{Si } n \text{ es impar} \end{cases} \text{ con } n \in \mathbb{N}$

95 Posteriormente se les solicitó a los estudiantes que tabularan las funciones $f(x) = \frac{1}{x^n}$
 96 para $n=1,2,3$ y 4 y obtuvieran sus respectivos límites cuando variable tiende al infinito
 97 positivo o negativo. En general, los alumnos dedujeron que: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x^n} = 0$ con $n \in \mathbb{N}$

98 La segunda parte de esta situación se abordó en un laboratorio de computó, el cual
 99 consta de aproximadamente 40 computadoras, las cuales tenían ya instalado el
 100 software de GeoGebra. En ocasiones los alumnos tenían que estar en parejas o
 101 decidían trabajar con sus dispositivos móviles (los cuales ya contaban con este
 102 software).

103 En esta parte del docente solicitó al alumno que graficará otro tipo de funciones con
 104 ayuda del software como $f(x) = \frac{6x^3 - 3x^2 - 4x + 1}{2x^3 + 5x^2 - 3x + 5}$, y explica que las asíntotas
 105 horizontales de una función se determinan cuando los límites al infinito convergen así
 106 mismo les pide observar la gráfica y que identifiquen si existe asíntota horizontal. Una
 107 vez hecho esto el profesor expuso el proceso para obtenerla.

108 La siguiente función a graficar fué: $f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 1}{3x - 2}$

109 Nuevamente debieron observar que pasa con el límite de la función cuando la variable
 110 x tiene al infinito positivo o negativo. Después, el profesor expuso el proceso analítico
 111 para obtenerlo.



112 De la misma forma expuso dos ejemplos más.
 113 Posteriormente el profesor indica que realicen 5 ejercicios, en los cuales los alumnos
 114 tenían que obtener el límite de la función cuando la variable tiende al infinito positivo o
 115 negativo a través de observar el crecimiento geométrico de la función, y a su vez
 116 graficar con GeoGebra cada una de las funciones, indicando las asíntotas horizontales
 117 de la función si es que las tiene: Este trabajo lo realizaron los estudiantes fuera del
 118 aula.

119 Esta actividad se retroalimentó, pero no contó como
 120 proceso para su evaluación del tema.

121
 122 b) *La segunda situación:* La duración es de 100
 123 minutos equivalentes a 2 horas clase en el aula más otras
 124 dos sesiones fuera de ella. Esta explicación se dio con el
 125 apoyo de una computadora y cañón para transmitir el
 126 conocimiento y se logrará ver la visualización.

127 Esta situación consistió en exponer la obtención de las
 128 asíntotas mediante el proceso del límite. Para las asíntotas
 129 horizontales, el docente mostró ante el pizarrón el proceso
 130 formal del límite a través del cambio de variable (si t tiende a

131 infinito $1/t$ tiende a cero). Para ello utilizó ejemplos de funciones como: $f(x) = \frac{1}{x-2}$;

132 $h(x) = \frac{1}{(x-5)^2}$; $g(x) = \frac{2x^3 - 3x^2 + 4x - 5}{4x^3 + 5x^2 - 3x + 4}$ y $z(x) = \frac{8x - 6}{\sqrt{4x^2 - 3x + 1}}$, en cada caso se explicó

133 la obtención de las asíntotas verticales y horizontales, se puede observar claramente
 134 que cada ejemplo elevó su dificultad, pero el hecho de tener el gráfico contribuyó a la
 135 mejor comprensión del tema por parte del alumnado.

136 Para finalizar, se les solicitó a los alumnos que realizaran un organizador gráfico en el
 137 cuál ellos expusieran a grandes rasgos el procedimiento general para obtener una
 138 asíntota vertical y una horizontal apoyado con el uso de gráficos en GeoGebra.

139 Esta actividad, se evaluó a través de una rúbrica, la cual fue enviada a los alumnos
 140 por medio de un grupo de Facebook, para que ellos se dieran cuenta de los aspectos
 141 que tenían que considerar para la evaluación del organizador gráfico.

142
 143 c) *La tercera situación.* Consistió en un trabajo colaborativo, en el cual el docente
 144 a través de una hoja de trabajo les pidió a los estudiantes que para cada una de las
 145 funciones determinaran la asíntota vertical y horizontal de forma analítica (con el
 146 proceso de cambio de variable) y de forma geométrica. Además, que dibujaran su
 147 gráfico con GeoGebra y trazarán con un color diferente a la función las asíntotas
 148 verticales y horizontales expresando su ecuación.

149 Este trabajo se evaluó a través de una escala estimativa, para cada ejercicio.

150

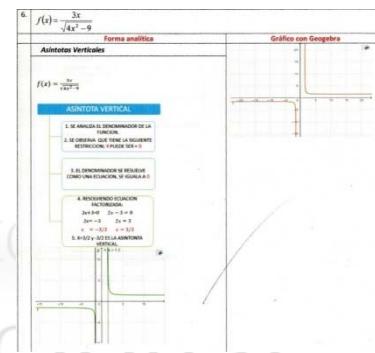


Fig. 1. Determinación del proceso de asíntotas verticales por parte de los

151 3.Resultados y análisis

152

153 La obtención de límites trascendentes fue entendida por los alumnos de manera
 154 relativamente fácil, pero la interpretación de la gráfica en su tendencia hacia infinito
 155 causó cierta confusión dado que los alumnos se orientaban por el crecimiento o
 156 decrecimiento de la función y no por la tendencia de la variable a trabajar, una vez
 157 vencido el obstáculo los estudiantes pudieron relacionar sus resultados con la gráfica
 158 de la función a estudiar.

159 Así mismo lograron visualizar cuando una función converge o diverge conforme a la
 160 tendencia de crecimientos de la función.

161 Durante la explicación de las asíntotas verticales, una dificultad observada en los
 162 alumnos es cuando al hacer el denominador de la función racional igual a cero, esta
 163 se convertía en una ecuación la
 164 cual su solución demandaba el
 165 uso de conocimientos previos de
 166 álgebra, obstáculo que impedía a
 167 los estudiantes la obtención de
 168 dicha asíntota. A pesar de esta
 169 dificultad, se pudo verificar que
 170 los conceptos de límites laterales
 171 y su relación con la asíntota
 172 vertical fue comprendido, y esto
 173 se pudo verificar mediante los
 174 gráficos de GeoGebra, esto
 175 contribuyó a reforzar los aprendizajes de ecuaciones lineales y cuadráticas, así como
 176 el manejo de diversas factorizaciones.

177 El caso de las asíntotas horizontales demandó que los alumnos comprendieran su
 178 obtención a través de la convergencia de la función en su tendencia hacia infinito.

179 En el caso gráfico la dificultad se encontró en mencionar la ecuación de la recta en la
 180 asíntota vertical como $x = k$ con $k = \text{cte}$. y de la horizontal como $y = c$ con $c = \text{cte}$. ya
 181 que ellos asignaban la ecuación de forma indistinta sin generar un análisis de cada
 182 situación.

183 La obtención de límites con tendencia al infinito a través del cambio de variable,
 184 presentó dificultad debida al manejo algebraico que esta presenta. Es en este punto
 185 donde los alumnos se dieron cuenta de sus deficiencias algebraicas para la obtención
 186 de la suma y cociente de fracciones algebraicas. Asimilán el concepto de asíntota
 187 como una tendencia de aproximación a una recta. La escritura formal del límite es otra
 188 gran complicación para el alumno, ya que cada uno de ellos se concentra en el proceso
 189 algebraico. Por lo anterior, es importante que el docente haga mención que la palabra
 190 límite se da en cada paso del proceso del límite y no lo visualicen como un
 191 procedimiento algebraico.

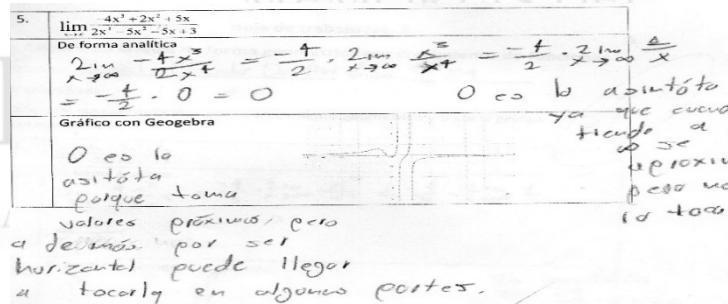


Fig. 2. Comprensión del tema de las asíntotas horizontales por parte de los estudiantes

192 En funciones del tipo $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt[2]{x^2}}$, donde se obtiene un valor absoluto, el análisis de
 193 las tendencias hacia el infinito positivo o negativo según sea el caso, causaba gran
 194 dificultad, pero el análisis de la gráfica contribuyó a su comprensión para el proceso
 195 de enseñanza - aprendizaje.
 196 En el caso donde la función racional en su denominador implicaba una raíz, algunos
 197 alumnos se conflictuaban con el caso de funciones del tipo $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt[2]{x^4}}$, ya que ellos
 198 asumían de forma intuitiva que al presentarse una raíz, se tenían que presentar dos
 199 tipos de asíntotas y no consideraban que el $|x^2| = x^2 \forall x$; pero el uso de un gráfico
 200 elaborado por GeoGebra permitió generar conflictos cognitivos que les permitiera
 201 analizar la situación y cuestionarse el por qué su resultado no concordaba con lo que
 202 se visualizaba, lo que es principio de una mejor comprensión del tema.
 203 La elaboración del organizador gráfico fue una ardua tarea, debido a que verbalizar el
 204 concepto no es una tarea sencilla y cognitivamente es un proceso que genera la
 205 comprensión del tema. Dado que el alumno tenía que mencionar el proceso sin
 206 considerar que se tiene que tener una función racional, la generalización a saber es
 207 cognoscitivamente difícil y requirió que el docente hiciera visible sus errores. También
 208 a la mayoría de los
 209 estudiantes les costó mucho
 210 definir el proceso para la
 211 asíntota vertical, ya que
 212 consideraban que el dominio
 213 de la función tenía que ser
 214 diferente de cero, y no el
 215 denominador de la función
 216 racional. Escribir el proceso
 217 para las asíntotas
 218 horizontales tuvo su
 219 complicación al describir con
 220 palabras, en este caso
 221 algunos alumnos usaron el proceso con el proceso geométrico en lugar de un cambio
 222 de variable, pero es innegable que el estructurar la información en un solo escrito
 223 permitió la asimilación del tema.

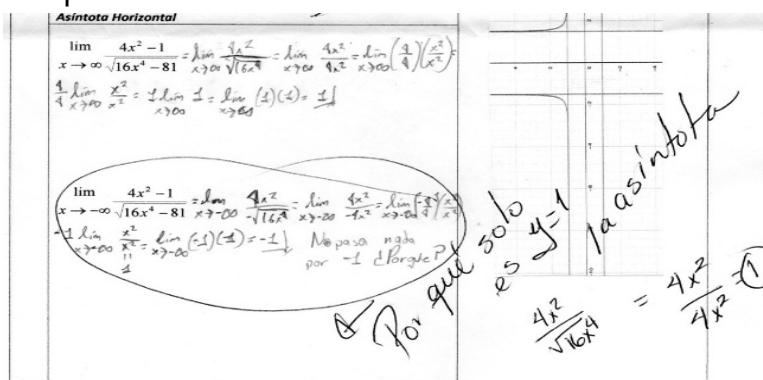
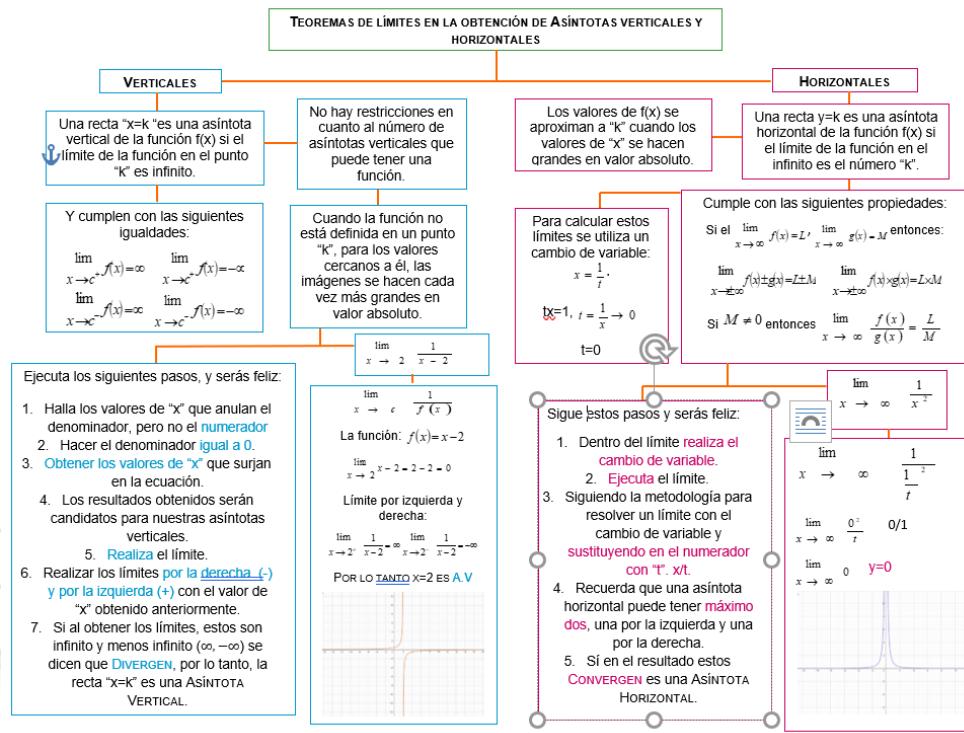


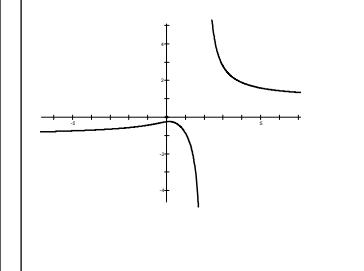
Fig. 3. Generación de un conflicto cognitivo de los estudiantes



224
225
226
227

228 Al realizar una evaluación final del tema, se les solicitó a los alumnos lo siguiente:
229

230
231 De la siguiente gráfica de la función $f(x) = \frac{\sqrt{4x^2 - 2x + 1}}{2x - 4}$
232 obtén de forma analítica las asíntotas verticales y
233 horizontales, dibuja la asíntota y escribe su ecuación.
234 Justifica la asíntota vertical con el proceso de límite lateral y la horizontal por el proceso de límite al infinito positivo y el proceso de límite al infinito negativo.
235
236
237



238
239 Fig. 4. Ejercicio muestra de la evaluación final del tema de asíntotas.
240

241 En este caso se observó la comprensión del tema el 90% de los estudiantes
242 presentaron un proceso correcto, el 10% presentó errores debido a la dificultad de
243 considerar las dos tendencias, el proceso formal lo lograron sólo un 70% del
244 estudiantado y describir la ecuación de la asíntota lo logró un 95%.



246 **4. Conclusiones**

247

248 La enseñanza en el proceso de límites y su relación con las asíntotas con el apoyo de
249 GeoGebra permite al docente mostrar diversas situaciones en donde la intuición
250 geométrica tiene serias limitaciones.

251 La secuencia didáctica posibilitó que los alumnos visualizaran diversos casos de
252 funciones, con apoyo del docente en primera instancia y después con el apoyo del
253 software de geometría dinámica. El hecho de que los estudiantes compararan sus
254 resultados obtenidos en el proceso analítico con la gráfica de la función establecida
255 por GeoGebra, generó motivación en su aprendizaje al corroborar de forma propia que
256 su proceso fue correcto, y en otros casos generó un conflicto cognitivo dado que se
257 preguntaban el por qué su resultado no concordaba con lo visualizado en la gráfica, es
258 en esta circunstancia donde el alumno indagaba entre sus compañeros o con el
259 docente mismo. Este momento permitió observar como el alumno se hacía consciente
260 de su propio aprendizaje, es decir la autorregulación, expectativa que en el contexto
261 educativo es un gran paso.

262 El proceso de aprendizaje de límites se fortalece a través de la visualización del gráfico,
263 lo cual permite un mayor sustento conceptual a través de relacionar los límites laterales
264 con la asíntota vertical, así como asociar el concepto de límite con tendencia al infinito
265 con el proceso de convergencia de una función y su estrecha vinculación con las
266 asíntotas horizontales.

267

268 **5. Referencias**

269

270 Fernández Casuso, M. (2000). Perfeccionamiento de la enseñanza-aprendizaje del
271 tema límite de funciones con el uso de un asistente matemático. Revista
272 Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME, 3(2), 171-187.

273

274

275



APRENDIZAJE DE ECUACIÓN DE LA RECTA Y FUNCIÓN LINEAL CON EDMODO Y GEOGEBRA

González Medina Vianet Olimpia^{1,*}, Ochoa Hofmann Giselle² y
Ramírez González Jorge³

¹*Escuela Nacional Preparatoria No. 6 “Antonio Caso” UNAM. Corina 3, Coyoacán,
Del Carmen, 04100 Ciudad de México, CDMX.*

²*Escuela Nacional Preparatoria No. 3 “Justo Sierra” UNAM. Av. Ing. Eduardo Molina
7342. Constitución República. Ciudad de México. CDMX.*

³*Escuela Nacional Preparatoria No. 5 “José Vasconcelos” UNAM. Calzada del Hueso
729, Tlalpan, Ex-Hacienda Coapa, 04859 Ciudad de México, CDMX.*

EA-POIT020

Resumen

Representaciones semióticas se denominan a todas aquellas representaciones realizadas a través de signos tales como figuras, fórmulas algebraicas, gráficos, esto es algo fundamental en Matemáticas, para lograr la comprensión de los conceptos es necesario desarrollar tareas donde se deban trabajar tres tipos de acciones: La primera orientada a la formación de una representación identificándola como perteneciente a un registro dado; la segunda orientada al proceso y transformación de una representación dentro del registro donde fue creado (acción de tratamiento), y finalmente la transformación de una representación semiótica de un registro a otro (acción de conversión). Con base en lo anterior, se diseñó una propuesta didáctica para el Nivel Medio Superior en la asignatura de Geometría Analítica particularmente en el tema de la Ecuación de la recta, dicha propuesta se aplicó en un grupo de Quinto Grado de la Escuela Nacional Preparatoria No. 6.

Dicha propuesta consta de 7 actividades distribuidas en 12 sesiones de 50 minutos en el salón de clases y de 12 horas de trabajo extra-clase. En las actividades 1,2 y 3 se lleva a cabo la representación algebraica o gráfica de los conceptos (tipo 1), en las actividades 4 y 6 se llevan a cabo los tres tipos de representación, aquí se aplica un examen en Edmodo, en la actividad 5 se llevan a cabo el tipo 1 y 3 aquí se utilizó Geogebra, para finalizar en la actividad 7 se realiza modelización que incluye los 3 tipos. Los resultados obtenidos muestran que 36 de 41 alumnos aprobaron el examen, en cuanto al examen diagnóstico pre vs post, el 59% incrementó sus aciertos del 40% al 80% y un 24% de 20% a 40%, el variar las actividades y trabajo colaborativo hubo buenos resultados, porque todos los alumnos incrementaron su aprendizaje en un mayor o menor incremento.

Palabras clave: Geogebra, Edmodo, propuesta didáctica, representaciones semióticas.

1. Introducción

Se denomina representaciones semióticas a todas aquellas representaciones realizadas a través de signos tales como figuras, fórmulas algebraicas, gráficos, etc, de acuerdo a Aznar, M., Distefano, M., Moler, E. & Pesa, M. (2018) quienes citan a Duval (1998, 2004).



47 En otra opinión, sostienen, Prada, R., Hernández, C. & Jaimes L. (2017): "La teoría de
48 las representaciones semióticas (DUVAL, 1993, 1998) afirma que un concepto se
49 construye mediante tareas que impliquen el uso de diferentes sistemas de
50 representación y promuevan la articulación coherente entre sus representaciones" p.
51 16.

52

53 Báez, A., Pérez-González, O. & Triana-Hernández, B. (2017) comentan de acuerdo a
54 lo expuesto en la teoría de Duval, R. (1999): "Debido a que los conceptos matemáticos
55 no son directamente accesibles a la percepción, para lograr la comprensión de los
56 conceptos es necesario desarrollar tareas donde se deben trabajar tres tipos de
57 acciones con los registros de representación semiótica: La primera orientada a la
58 formación de una representación identificándola como perteneciente a un registro
59 dado; la segunda orientada al proceso y transformación de una representación dentro
60 del registro donde fue creado (acción de tratamiento), y finalmente la transformación
61 de una representación semiótica de un registro a otro (acción de conversión)" p. 23.

62

63 En el Nivel Medio Superior dentro del estudio de la Geometría Analítica se estudia la
64 Ecuación de la recta (en forma abstracta), así como su visualización y representación
65 gráfica de la función lineal, esto significa que los estudiantes deben adquirir la habilidad
66 de la representación semiótica de ambos conceptos, es decir, se debe trabajar los tres
67 tipos de acciones con los registros de representación semiótica:

68

69 La primera orientada a la formación de una representación identificándola como
70 perteneciente a un registro dado (objeto matemático algebraico o geométrico); la
71 segunda orientada al proceso y transformación de una representación dentro del
72 registro donde fue creado (acción de tratamiento, algebraico a algebraico), y finalmente
73 la transformación de una representación semiótica de un registro a otro (acción de
74 conversión, algebraico al geométrico).

75

76 **2. Metodología o desarrollo**

77

78 Por lo antes mencionado se elaboró una propuesta didáctica para que los estudiantes
79 adquieran la habilidad para realizar los tres tipos de acciones, a través de 12 sesiones
80 de 50 minutos en el salón de clases y de 12 horas de trabajo extra-clase de cada
81 alumno.

82

83 A continuación se describen las 7 actividades de la propuesta didáctica.

84

85 2.1 Título de la propuesta didáctica: Ecuación y función lineal

86

87 Esta propuesta fue implementada en la Escuela Nacional Preparatoria No. 6 "Antonio
88 Caso", en el turno vespertino, en un grupo de 41 alumnos en la asignatura de
89 Matemáticas V.



90 Las unidades y temas en las que se inserta dentro del programa de estudio son:

91 92 Unidad 2. Álgebra para analizar los objetos geométricos.

93 94 95 96 97 98 99 2.1 Conceptos básicos de la geometría cartesiana

a) Coordenadas de un punto, b) Distancia entre dos puntos, d) ángulo de inclinación y pendiente de una recta, e) Ángulo entre dos rectas. Condición de paralelismo y perpendicularidad, f) Lugar geométrico, g) Ecuación de la recta: 1. Forma punto pendiente, 2. Forma pendiente y ordenada al origen, 3. Forma general

100 101 102 103 104 105 106 Unidad 3 Funciones para modelar la relación entre variables.

107 108 109 110 111 10.1 Concepto de función real de variable real

107 108 109 110 111 10.2 Variable independiente y dependiente

107 108 109 110 111 10.3 Dominio, codominio, recorrido y regla de correspondencia

107 108 109 110 111 10.4 Función polinomial

a) Función de primer grado $f(x) = mx + b$

107 Fase de inicio

109 110 111 2.1.1 Actividad 1: Revisión de conceptos (plano cartesiano, coordenadas rectangulares, abscisa, ordenada, distancia entre dos puntos). 2 sesiones

112 113 En esta primera actividad se llevará a cabo el tipo uno de la representación semiótica, es decir, la representación algebraica o gráfica de los conceptos.

114

| El profesor: | Los alumnos: |
|--|--|
| Solicitará al grupo formar equipos de 2 integrantes cada uno. | Se organizan y se sientan por equipos, entregando al profesor una hoja con los nombres de los integrantes. |
| Asigna número a cada equipo de acuerdo al orden en que fueron entregadas las hojas con los integrantes. | Realizan ejercicios aplicando los conceptos aprendidos. |
| Explica los conceptos y da ejemplos. | Juegan "submarino". |
| Dará las instrucciones para repasar los temas vistos a través del juego "submarino". | |
| Tarea extra-clase: <input checked="" type="checkbox"/> Se forma un grupo de Facebook para aclarar dudas <input checked="" type="checkbox"/> Hacer una figura geométrica anotando las coordenadas de cada punto a unir para formar la misma. Se evaluará la actividad con la lista de cotejo 1 (Tabla 1). | |

115

116

Tabla 1. Lista de cotejo 1 (5 puntos)

| Conceptos | Sí (1 punto) | No |
|---|--------------|----|
| 1.- Escribió las coordenadas a localizar | | |
| 2.- Dio las instrucciones para unir los puntos | | |
| 3.- Trazó el plano cartesiano | | |
| 4.- Localizó los puntos de la figura geométrica | | |
| 5.- Unió los puntos para dibujar su figura geométrica | | |
| Total | | |

117

118

119 Fase de desarrollo



120
 121 2.1.2 Actividad 2: Revisión de conceptos (pendiente de una recta, ángulo de
 122 inclinación, cálculo de la pendiente, condición de paralelismo y perpendicularidad entre
 123 dos rectas y calcular el ángulo formado por dos rectas). 2 sesiones

124
 125 En esta segunda actividad se llevará a cabo el tipo uno de la representación semiótica,
 126 es decir, la representación algebraica o gráfica de los conceptos.
 127

| | |
|--|---|
| El profesor: | Los alumnos: |
| Solicitará al grupo sentarse por equipos ya formados la clase anterior. | Se sientan por equipos. |
| El profesor explica los conceptos y resuelve ejercicios. | Realizar en pares los ejercicios en clases. |
| Tarea extra-clase: | |
| <ul style="list-style-type: none"> ✓ Resolver 4 ejercicios, dados dos puntos encontrar la pendiente, ángulo de inclinación y graficar. Se evaluará la actividad con la lista de cotejo 2 (Tabla 2). | |
| Investigar los conceptos de: función, variable dependiente e independiente, dominio, codominio, rango o recorrido, regla de correspondencia | |

128
 129 **Tabla 2. Lista de cotejo 2 (12 puntos)**

| Conceptos | Si (1 punto) | No |
|-------------------------------|--------------|----|
| Ejercicio 1 | | |
| 1.- Obtención de la pendiente | | |
| 2.- Obtención del ángulo | | |
| 3.- Gráfica | | |
| Ejercicio 2 | | |
| 1.- Obtención de la pendiente | | |
| 2.- Obtención del ángulo | | |
| 3.- Gráfica | | |
| Ejercicio 3 | | |
| 1.- Obtención de la pendiente | | |
| 2.- Obtención del ángulo | | |
| 3.- Gráfica | | |
| Ejercicio 4 | | |
| 1.- Obtención de la pendiente | | |
| 2.- Obtención del ángulo | | |
| 3.- Gráfica | | |
| Total | | |

130
 131
 132 2.1.3 Actividad 3: Revisión de conceptos (lugar geométrico, Ecuación, Ecuación de la recta, función, variable dependiente e independiente, dominio, codominio, rango o recorrido, regla de correspondencia,). 1 sesión

133
 134 En esta tercera actividad se llevará a cabo el tipo uno de la representación semiótica,
 135 es decir, la representación algebraica o gráfica de los conceptos.

| | |
|---|---|
| El profesor: | Los alumnos: |
| Solicitará al grupo sentarse por equipos ya formados. | Realizar en pares los ejercicios en clases. |
| Explica los conceptos da ejemplos. | |

136
 137 2.1.4 Actividad 4: función lineal y su gráfica (Ecuación de la recta punto-pendiente,
 138 pendiente-ordenada al origen y ecuación general) 2 sesiones.

139
 140 En esta cuarta actividad se llevará a cabo el tipo uno, dos y tres de la representación
 141 semiótica, es decir, 1) la representación algebraica o gráfica de los conceptos, 2) el
 142 tratamiento algebraico de diferentes formas de la ecuación de la recta y 3) la primera
 143 conversión de algebraica a geométrica.

| | |
|---|--------------------------------|
| El profesor: | Los alumnos: |
| Solicitará al grupo sentarse por equipos ya formados. | Se sientan por equipos. |
| El profesor explica la función lineal y su gráfica y da ejemplos utilizando Geogebra. | Resuelven ejercicios en pares. |



148 2.1.5 Actividad 5: Actividad 5.- Gráfica de función lineal a expresión algebraica lineal
 149 (función creciente y decreciente). 2 sesiones.

150

151 En esta quinta actividad se llevará a cabo el tipo uno y tres de la representación
 152 semiótica, es decir, 1) la representación algebraica o gráfica de los conceptos y 3) la
 153 segunda conversión de geométrica a algebraica.

154

| El profesor: | Los alumnos: |
|--|-------------------------|
| Solicitará al grupo sentarse por equipos ya formados. | Se sientan por equipos. |
| Los conceptos de función creciente y decreciente. | Resuelven ejercicios. |
| El profesor explica cómo obtener la expresión algebraica lineal dada una gráfica, se utiliza Geogebra. | |
| Tarea extra-clase en pares. Se evaluará la actividad con la lista de cotejo 3 (Tabla 3): | |
| <ul style="list-style-type: none"> ✓ I Encontrar la ecuación de la recta y su gráfica a) dado un punto y la pendiente y b) dados dos puntos. ✓ II Encontrar la pendiente y la intersección con los ejes dada la ecuación lineal. ✓ III Dada la gráfica dar la ecuación de la recta, pendiente y coordenadas de intersección con los ejes. | |

155

156

Tabla 3. Lista de cotejo 3 (32 puntos)

| Conceptos | Si (1 punto) | No |
|--|--------------|----|
| Ejercicio 1 <ul style="list-style-type: none"> - Ecuación de la recta - Gráfica | | |
| Ejercicio 2 <ul style="list-style-type: none"> - Ecuación de la recta - Gráfica | | |
| Ejercicio 3 <ul style="list-style-type: none"> - Pendiente - Intersección con ejes - Gráfica | | |
| Ejercicio 4 <ul style="list-style-type: none"> - Pendiente - Intersección con ejes - Gráfica | | |
| Ejercicio 5 <ul style="list-style-type: none"> - Pendiente - Intersección con ejes - Gráfica | | |
| Ejercicio 6 <ul style="list-style-type: none"> - Pendiente - Intersección con ejes - Gráfica | | |
| Ejercicio 7 <ul style="list-style-type: none"> - Pendiente - Intersección con ejes - Gráfica | | |
| Ejercicio 8 <ul style="list-style-type: none"> - Pendiente - Intersección con ejes - Gráfica | | |
| Ejercicio 9 <ul style="list-style-type: none"> - Pendiente - Intersección con ejes - Gráfica | | |
| Ejercicio 10 <ul style="list-style-type: none"> - Pendiente - Intersección con los ejes - Gráfica | | |
| Ejercicio 11 <ul style="list-style-type: none"> - Pendiente - Intersección con los ejes - Gráfica | | |
| Ejercicio 12 <ul style="list-style-type: none"> - Pendiente - Intersección con los ejes - Gráfica | | |
| Ejercicio 13 <ul style="list-style-type: none"> - Pendiente - Intersección con los ejes - Gráfica | | |
| Ejercicio 14 <ul style="list-style-type: none"> - Pendiente - Intersección con los ejes - Gráfica | | |
| Ejercicio 15 <ul style="list-style-type: none"> - Pendiente - Intersección con los ejes - Gráfica | | |
| Total | | |

157

158

159 2.1.6 Actividad 6: .- Análisis de la ecuación de la línea recta (dominio, recorrido,
 160 intersección con los ejes, simetría, intervalos de crecimiento/decrecimiento/constante,
 161 así como su gráfica). 1 sesión

162

163 En esta sexta actividad se llevará a cabo el tipo uno, dos y tres de la representación
 164 semiótica, es decir, 1) la representación algebraica o gráfica de los conceptos, 2) el
 165 tratamiento algebraico de diferentes formas de la ecuación de la recta y 3) la primera
 166 conversión de algebraica a geométrica.

167

| El profesor: | Los alumnos: |
|--|---|
| El profesor explica cómo se realiza un análisis de la ecuación de la línea recta. | Toman notas del análisis de la ecuación de la línea recta y un ejemplo. |
| Se aplica examen en la plataforma Edmodo que consta de 11 preguntas en el cual incluye definiciones, expresión de la ecuación de la recta en diferentes formas y dada una gráfica dar la ecuación correspondiente. | Resuelven examen en plataforma Edmodo en forma individual. |
| Tarea extra-clase | |
| <ul style="list-style-type: none"> ✓ Resolver tarea resumen del tema de Ecuación de la Recta en forma individual, en un archivo Word y gráficas en Geogebra. Se evaluará la actividad con la lista de cotejo 4 (Tabla 4). ✓ Entregar un problema resuelto por medio de un modelo lineal Se evaluará la actividad con la lista de cotejo 5 (Tabla 5). | |

168



169

Tabla 4. Lista de cotejo 4 (12 puntos)

| Conceptos | Si (1 punto) | No |
|---|--------------|----|
| Ejercicio 1 Dados dos puntos <ul style="list-style-type: none"> • Calcula la distancia entre los puntos | | |
| Ejercicio 2 Analiza la ecuación de la recta <ul style="list-style-type: none"> • Intersección en Eje X • Intersección en Eje Y • Dominio • Rango • Gráfica | | |
| Ejercicio 3 Dados dos puntos <ul style="list-style-type: none"> • Calcular pendiente • Calcular ángulo | | |
| Ejercicio 4 Calcular el ángulo formado por las dos rectas <ul style="list-style-type: none"> • Ángulo | | |
| Ejercicio 5 Dados dos puntos <ul style="list-style-type: none"> • Encontrar la ecuación de una recta | | |
| Ejercicio 6 Dada la Ecuación de la recta <ul style="list-style-type: none"> • Gráfica | | |
| Ejercicio 7 Dada la gráfica de la recta <ul style="list-style-type: none"> • Dar su ecuación correspondiente | | |
| Total | | |

170

171

Fase de cierre

173

2.1.7 Actividad 7: Modelización con funciones lineales. 2 sesiones.

174 En esta séptima actividad se llevará a cabo el tipo uno, dos y tres de la representación semiótica, es decir, 1) la representación algebraica o gráfica de los conceptos, 2) el tratamiento algebraico de diferentes formas de la ecuación de la recta y 3) la primera conversión de algebraica a geométrica.

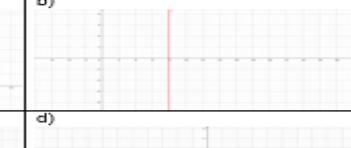
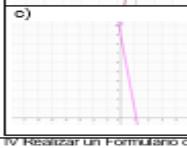
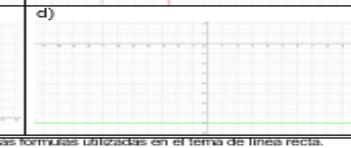
179

| | |
|---|---|
| El profesor: | Los alumnos: |
| Solicitará al grupo sentarse por equipos ya formados. | Se sientan por equipos. |
| El profesor explicará problemas que se pueden representar con un modelo lineal. | Resolver un problema que se pueda representar con un modelo lineal. (Entrega en pares), el problema deberá tener dos preguntas. |
| Tarea extra-clase <ul style="list-style-type: none"> ✓ Entregar un archivo Word resolviendo los puntos solicitados en Tabla 6. | |

180

181

Tabla 6. Tarea de Línea Recta

| | |
|---|--|
| Carátula con datos generales (título del trabajo, asignatura, tema: Línea Recta, nombre de los participantes, grupo, plantel y nombre de la asesora) | |
| Introducción (Proporcionar un breve panorama general de la temática abordada) | |
| Objetivo (Explicar el propósito del trabajo) | |
| I Exricular cada uno de los siguientes conceptos: a) Distancia entre dos puntos b) Pendiente de una recta c) Ángulo de inclinación d) Cálculo de la pendiente e) Condición de paralelismo y perpendicularidad entre dos rectas f) Calcular el ángulo formado por dos rectas g) Lugar geométrico h) Ecuación i) Ecuación de la recta j) Función k) Variable dependiente e independiente l) Dominio m) Codominio n) Rango o recorrido o) Regla de correspondencia | |
| II Graficar 5 ejemplos de acuerdo a las siguientes especificaciones (Nota: las gráficas se harán a mano en el cuaderno y se insertarán las gráficas en el documento Word). a) Dos coordenadas b) Una coordenada y una pendiente c) Una ecuación lineal completa d) Una ecuación lineal incompleta e) La intersección de dos rectas | |
| III De acuerdo a las siguientes gráficas, proporcionar las ecuaciones que las representan. a)  b)  c)  d)  | |
| IV Realizar un Formulario que contenga todas las fórmulas utilizadas en el tema de Línea Recta. | |
| V Crear un problema resuelto por medio de un modelo lineal. | |
| VI Conclusiones del aprendizaje obtenido del tema de Línea Recta, así como el apoyo que se obtuvo con el uso del Word para mostrar dicho aprendizaje. | |

182

183



184 3. Resultados y análisis

185

186 Antes y después de iniciar la secuencia de línea recta, se realizó un examen
 187 diagnóstico de 29 preguntas con un total de 44 aciertos, esto se llevó a cabo para tener
 188 elementos del progreso de cada uno de los 41 alumnos así como del resultado del
 189 examen en Edmodo, los resultados se observan en la tabla 7.

190

191

Tabla 7. Resultados de las actividades de la propuesta didáctica

| No. | Exa. Diag pre Aciertos de 44 | 1 Figura geometrítica | Pendiente 4 ejercicios | Ecuaciones y Gráficas | Ejercicio | Edmodo 29 Aciertos | Cat. Evaluada | Análisis de recomendaciones | Trabajo de tareas Post | Exa. Diag post Aciertos de 44 | Promedio Línea Recta Edmodo vs post |
|-----|---------------------------------|--------------------------|---------------------------|--------------------------|-----------|-----------------------|------------------|--------------------------------|---------------------------|----------------------------------|---|
| 1 | 5 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 10 | 10 | 3.0 | 20 | 20 | 7.05 |
| 2 | 8 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 10 | 10 | 3.0 | 31 | 22 | 5.22 |
| 3 | 5 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 10 | 10 | 3.0 | 31 | 22 | 5.22 |
| 4 | 2 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 15 | 15 | 3.0 | 10 | 28 | 6.93 |
| 5 | 5 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 15 | 15 | 3.0 | 10 | 28 | 6.93 |
| 6 | 5 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 17 | 17 | 3.0 | 10 | 20 | 6.52 |
| 7 | 4 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 18 | 18 | 3.0 | 10 | 19 | 6.05 |
| 8 | 5 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 18 | 18 | 3.0 | 10 | 22 | 6.52 |
| 9 | 6 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 18 | 18 | 3.0 | 22 | 6.52 | |
| 10 | 5 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 18 | 18 | 3.0 | 22 | 6.52 | |
| 11 | 5 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 18 | 18 | 3.0 | 22 | 6.52 | |
| 12 | 5 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 18 | 18 | 3.0 | 22 | 6.52 | |
| 13 | 5 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 18 | 18 | 3.0 | 22 | 6.52 | |
| 14 | 5 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 18 | 18 | 3.0 | 22 | 6.52 | |
| 15 | 5 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 18 | 18 | 3.0 | 22 | 6.52 | |
| 16 | 5 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 18 | 18 | 3.0 | 22 | 6.52 | |
| 17 | 3 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 17 | 17 | 3.0 | 10 | 28 | 6.93 |
| 18 | 5 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 17 | 17 | 3.0 | 10 | 27 | 7.07 |
| 19 | 3 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 17 | 17 | 3.0 | 10 | 27 | 7.07 |
| 20 | 3 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 17 | 17 | 3.0 | 10 | 27 | 7.07 |
| 21 | 2 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 17 | 17 | 3.0 | 10 | 27 | 7.07 |
| 22 | 5 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 17 | 17 | 3.0 | 10 | 27 | 7.07 |
| 23 | 10 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 18 | 18 | 3.0 | 10 | 27 | 7.07 |
| 24 | 5 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 18 | 18 | 3.0 | 24 | 6.48 | |
| 25 | 5 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 18 | 18 | 3.0 | 24 | 6.48 | |
| 26 | 8 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 18 | 18 | 3.0 | 36 | 5.57 | |
| 27 | 5 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 17 | 17 | 3.0 | 36 | 5.57 | |
| 28 | 5 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 17 | 17 | 3.0 | 36 | 5.57 | |
| 29 | 5 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 18 | 18 | 3.0 | 36 | 5.57 | |
| 30 | 5 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 18 | 18 | 3.0 | 36 | 5.57 | |
| 31 | 5 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 18 | 18 | 3.0 | 36 | 5.57 | |
| 32 | 5 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 18 | 18 | 3.0 | 36 | 5.57 | |
| 33 | 5 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 18 | 18 | 3.0 | 36 | 5.57 | |
| 34 | 4 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 18 | 18 | 3.0 | 36 | 5.57 | |
| 35 | 5 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 18 | 18 | 3.0 | 36 | 5.57 | |
| 36 | 2 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 17 | 17 | 3.0 | 26 | 7.09 | |
| 37 | 5 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 17 | 17 | 3.0 | 26 | 7.09 | |
| 38 | 4 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 18 | 18 | 3.0 | 35 | 6.25 | |
| 39 | 5 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 18 | 18 | 3.0 | 35 | 6.25 | |
| 40 | 7 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 18 | 18 | 3.0 | 35 | 6.25 | |
| 41 | 11 | 5 | 3.2 | 3.2 | 3.2 | 18 | 18 | 3.0 | 43 | 9.05 | |
| | | | | | | | | | 2.76 | | |
| | | | | | | | | | | 6.45 | |
| | | | | | | | | | | | |

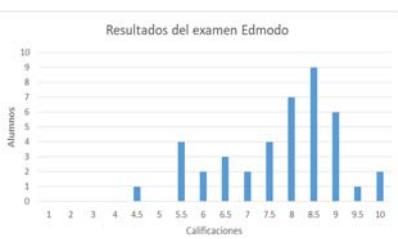


Figura 1. Resultados del examen en Edmodo

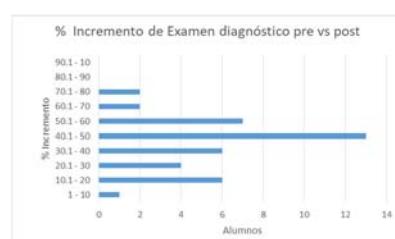


Figura 2. Incremento de aciertos por alumno en el Examen diagnóstico pre vs post.

4. Conclusiones

205

206 El variar las actividades y el trabajo colaborativo en clase, tiene buenos resultados en
 207 el aprendizaje, con esta propuesta didáctica se observa que todos los alumnos
 208 aprendieron en un mayor o menor incremento, pero en todo momento hubo
 209 aprendizaje, este progreso puede deberse a que no todos tienen los mismos
 210 conocimientos previos.

211

212



213 *Autor para la correspondencia. E-mail: vianet.gonzalez@outlook.com Tel. 55-31-06-18-65

214

215 Libros

216

- 217 • Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y*
218 *aprendizajes intelectuales*. Colombia: Universidad del Valle.
- 219
- 220 • Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano*. Colombia: Universidad del
221 Valle.

222

223 Revistas

224

- 225 • Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif
226 de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* 5,37-65.

227

228 Capítulo de libros

229

- 230 • Duval, R. (1998). *Registro de representación semiótica y funcionamiento cognitivo*
231 *del pensamiento*. En F, Hitt (Ed), *Investigaciones en matemática educativa II* (pp.
232 173-201). Ciudad de México, México. Grupo Editorial Iberoamericano.

233

234 Información en línea

235

- 236 • Aznar, M., Distefano, M., Moler, E. & Pesa, M. (2018). Una secuencia didáctica para
237 favorecer la conversión de representaciones semióticas de curvas y regiones del
238 plano complejo. *Uniciencia*. pp. 50 – 51. [En línea] Disponible en:
<http://www.revistas.una.ac.cr/index.php/uniciencia/article/view/10171/12454>
- 239
- 240 • Dirección General de la Escuela Nacional Preparatoria. (2017). Planes de estudio
1996. *Programa Matemáticas V*, pp. 1 – 19. [En línea] Disponible en:
http://dgenp.unam.mx/planesdeestudio/quinto-2017/1500_matematicas_5.pdf
- 241
- 242 • Prada, R., Hernández, C. & Jaimes L. (2017). Representaciones semióticas
243 alrededor del concepto de función en estudiantes de Ingeniería. Góndola,
244 Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias. p. 16. [En línea] Disponible en:
https://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/GDLA/article/view/10491/pdf_1
- 245
- 246 • Báez, A., Pérez-González, O. & Triana-Hernández, B. (2017). Propuesta didáctica
247 basada en múltiples formas de representación semiótica de los objetos matemáticos
248 para desarrollar el proceso de enseñanza aprendizaje del cálculo diferencial.
249 Academia y Virtual. p. 23. [En línea] Disponible en:
<https://revistas.unimilitar.edu.co/index.php/ravi/article/view/2743/2637>



ROBÓTICA VIRTUAL APLICADA A LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Víctor Manuel Ulloa Arellano^{1,*}, Verónica Quijada Monroy², Lizette Harumi Paulín Zavala³, Marco Antonio Camacho Galván⁴, Fernando Octavio Lugo Delgado⁵
^{1,2,3,4,5} Facultad de Estudios Superiores Acatlán, UNAM. San Juan Totoltepec s/n,
Santa Cruz Acatlán, C.P. 53150, Naucalpan Estado de México.

EA-POIT028

Resumen

Se expone una propuesta de estrategia didáctica para la enseñanza de las matemáticas, orientada a estudiantes de educación media superior. El objetivo es incentivar el razonamiento algorítmico para el planteamiento, análisis y resolución metódica de problemas matemáticos de complejidad diversa, a través de recursos computacionales, específicamente de robótica virtual. Dicha propuesta busca integrarse como material de apoyo para el docente de bachillerato, a efecto de centrar la enseñanza en el desarrollo en el alumno de las habilidades inherentes al razonamiento matemático para la resolución de problemas prácticos.

Palabras clave: enseñanza, matemáticas, razonamiento, algoritmo, robótica, virtual.

1. Introducción

Los cambios que en particular se vislumbraban en el siglo XX en cuanto a la práctica de las matemáticas, y que obligarían a revisar la educación matemática, se han cumplido, sin embargo, tales cambios no se han visto reflejados en la educación matemática o no han logrado consolidarse en México; y peor aún, los logros de los estudiantes de educación respecto de las habilidades y competencias parecen ir en retroceso como puede observarse en los resultados que desde 2003 se repiten en cuanto al desempeño de estudiantes mexicanos en el Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (conocido como prueba PISA), mismo que aplica una prueba internacional sobre educación, y que es promovido entre países integrantes de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE). Los resultados del Informe señalan que, desde hace 15 años, México se encuentra en los más bajos niveles educativos de las naciones integrantes, pues en la aplicación del instrumento en 2015, en el que la media del resultado en puntos es de 500, los alumnos mexicanos no aprobaron en ninguna de las áreas de ciencias, lectura o matemáticas. En cuanto a matemáticas, los estudiantes de México obtuvieron en promedio 408 puntos, dato por debajo del promedio OCDE, que es de 490 puntos; otro dato de interés señala que, en promedio, uno de cada 10 estudiantes en los países de la OCDE (es decir, 10.7 por ciento) logran obtener un nivel de competencia excelente en matemáticas, sin embargo, en México sólo ocurre en un 0.3 por ciento de sus alumnos participantes, lo cual los sitúa por debajo de los resultados de Brasil, Chile y Uruguay (OCDE, 2015).

*victormu@apolo.acatlan.unam.mx. Tel. 56-23-17-46



En ese mismo estudio, la OCDE revela que el PIB per cápita invertido por México en educación está 56 puntos porcentuales por debajo del promedio de los países objeto de evaluación. Si bien las causas del bajo rendimiento de nuestros estudiantes en matemáticas son variadas, y el contexto socioeconómico de nuestra nación impone grandes obstáculos para la educación, es indispensable desde el ámbito de la academia, formular estrategias innovadoras cuyo objetivo sea proveer al docente de nivel medio superior con alternativas para una mejor enseñanza de las matemáticas. En este sentido, el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos, desarrollado por la OCDE, considera fundamental a la competencia matemática, dado que es parte integral del conjunto de habilidades que todo ciudadano debe utilizar con la finalidad de desenvolverse en la vida cotidiana, con la capacidad de resolver problemas a través de la aplicación de algoritmos; ejecución de procesos de medición; cálculo numérico; razonamiento y proceso lógico entre otras características. En este orden de ideas, se asume a la competencia matemática como es una forma de comunicación, específicamente, como lenguaje que permite interpretar el entorno y representar, explicar y predecir fenómenos.

De esta forma, PISA sintetiza la habilidad matemática como el pensamiento ordenado y lógico que potencia el desarrollo del individuo y fomenta el avance de la ciencia.

En virtud de lo anterior la propuesta didáctica expuesta en este artículo, ofrece una estrategia innovadora para que el estudiante desarrolle las habilidades del razonamiento algorítmico para la solución de problemas matemáticos, a través de recursos computacionales, con una mejora en su capacidad de análisis y de pensamiento.

Dicha estrategia proveerá al docente de matemáticas de nivel medio superior, de recursos de apoyo para la enseñanza de la matemática a través de materiales especialmente diseñados para fomentar el razonamiento y no la memorización de procedimientos partiendo del constructivismo. Este es un enfoque moderno de la enseñanza de las matemáticas. “Las recientes teorías constructivistas apuestan para que sea el estudiante (o aprendiz) quien construya sus propias estructuras cognitivas, basándose en cada momento en las estructuras que previamente posee, mientras el profesor juega el papel de colaborador.

Estas teorías se traducen en el ámbito educacional en técnicas concretas: el aprendizaje basado en situaciones reales (componente epistemológica) y el aprendizaje en grupo (componente heurística)” (Barreto, Gutiérrez, Pinilla y Parra, 2006:27). En términos de constructivismo, “uno de los supuestos fundamentales de la psicología cognitiva del aprendizaje es que el nuevo conocimiento lo <<elabora>> en gran parte el estudiante. Los estudiantes no se limitan a añadir nueva información a su fondo de conocimientos. Por el contrario, deben conectar la nueva información con las estructuras del conocimiento ya establecidas, y elaborar nuevas relaciones entre dichas estructuras.

El proceso de construcción de nuevas relaciones es esencial para el aprendizaje. Supone que el conocimiento matemático (tanto el de procedimientos -que indica cómo se llevan a cabo las manipulaciones matemáticas-, como el conceptual -de conceptos

y relaciones matemáticas-) siempre lo <<inventa>> cada estudiante, por lo menos en parte” (Resnick y Ford, 2010:290). Entonces, en un contexto de constructivismo para la enseñanza de las matemáticas, no debe pasarse por alto el carácter simbólico de la materia dado que: “Las matemáticas son una clase especial de actividad simbólica y el conocimiento matemático es una clase especial de conocimiento simbólico” (Kaput y Hegedus, 2004:132).

Entonces, esta naturaleza simbólica de las matemáticas encuentra un escenario natural para su enseñanza en el enfoque del razonamiento algorítmico, el cual puede integrarse como uno de los elementos constituyentes del eje transversal de conocimiento en los mapas curriculares, dado que constituye la base fundamental para la resolución de problemas prácticos, los cuales son planteados en términos matemáticos.

Según el National Council of Teachers of Mathematics (1990), en matemáticas, un problema es una situación nueva que enfrenta un individuo y se le pide resolverla. Este concepto suele confundirse con ejercicios de ejecución.

Según Pólya (2009), la resolución de problemas es una habilidad que se puede desarrollar mediante la imitación y la práctica.

“Se considera que la existencia de ciertas condiciones determina si una situación es un verdadero problema para determinado individuo:

1. El individuo tiene un propósito deseado y claramente definido que conoce conscientemente.
2. El camino para llegar a esa meta está bloqueado, y los patrones fijos de conducta del individuo, sus respuestas habituales, no son suficientes para romper ese bloqueo.

3. Tiene que haber deliberación. El individuo toma conciencia del problema, lo define más o menos claramente, identifica varias hipótesis (soluciones posibles) y comprueba su factibilidad” (National Council of Teachers of Mathematics, 1990).

Henderson & Pingry (1953) señalan que si la vida fuera de una naturaleza tan constante, de forma tal que el ser humano únicamente tuviera que realizar unas pocas tareas y siempre de la misma manera, la memoria y el hábito serían suficientes para tal encomienda. Dado que tal situación no corresponde a la realidad, uno de los objetivos de la educación media es enseñar a los estudiantes cómo formular y resolver reflexivamente problemas, tanto para realizar, en un futuro, una educación avanzada, así como para enfrentar los desafíos propios del ejercicio profesional.

Para Pólya (2002), el proceso general de resolución de problemas consiste en: determinar la relación entre los datos y la incógnita; de no encontrar una relación inmediata, pueden considerarse problemas auxiliares; obtener finalmente un plan de solución. Como puede observarse, este último es un algoritmo, el cual puede implementarse con apoyo de diferentes programas de cómputo. En la estrategia didáctica que se propone, se utiliza el programa de robótica virtual *RoboBlockly*.

Si bien no es limitante a otras áreas, desde una perspectiva educacional, las tecnologías de la programación y robóticas pueden contribuir positivamente en particular en la enseñanza de STEAM (ciencia, tecnología, ingeniería, arte y



matemáticas); desde el construcciónismo, puede considerarse que las tecnologías informáticas y por lo tanto los objetos que se manipulan, se convierten en valiosos instrumentos al emplearse para plantear el diseño, la construcción y la programación de proyectos que para los estudiantes sean significativos desde un punto de vista personal y epistemológico (Angulo, 2016).

Por lo tanto, algunas de las propuestas didáctico pedagógicas compatibles y actuales a considerar para la enseñanza bajo un ambiente virtual a través de la robótica son el construcciónismo, el Aula invertida, el Aprendizaje basado en problemas, la Gamificación, el Aprendizaje colaborativo, la Educación a Distancia y el Aprendizaje Mixto (Angulo, 2016).

Los elementos no tangibles, como los que integran un ambiente de programación, tienden a atraer al estudiante y se evita las limitaciones que genera el tener que contar con diversos elementos físicos o reales que pueden ser difíciles de conseguir o caros, además de que, al faltar apenas un solo elemento, puede fallar toda la estrategia de construcción de proyectos. La interacción con robots puede reforzar procesos educativos, en particular aquellos que se refieren al aprendizaje conceptual al entrenamiento cognitivo, a la motivación y a la curiosidad.

El uso de laboratorios de robótica, ya sean virtuales físicos, se han utilizado comúnmente, ya sea como parte del currículo e infraestructura formal, o como iniciativa docente, para la enseñanza de temas de ingeniería en nivel licenciatura, para clubes de programación, robótica, o mecatrónica. En el nivel bachillerato los laboratorios se han utilizado en cursos especiales para experiencias de introducción a la robótica o para promover las disciplinas consideradas como STEAM (ciencia, tecnología, ingeniería, arte y matemáticas).

En algunos países, como el caso de España se ha introducido la robótica como asignatura en el nivel básico (Rebollo, 2012), hay experiencias en que se plantea su implementación a nivel nacional desde la capacitación a docentes (Ministerio de Educación de El Salvador, 2013) sin embargo, no se destacan las iniciativas para una propuesta de enseñanza de las matemáticas a estudiantes de bachillerato general, dentro de sus mismas clases de matemáticas.

Actualmente en nuestro país, sólo se han encontrado dos experiencias similares a la que proponemos: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla en 2010 siendo el primer estado del país en impartir la mechatrónica en bachillerato en 10 planteles como inicio de una prueba piloto en laboratorios físicos (Universia, 2010) y la Universidad Autónoma de Guadalajara, que inicia la realización de Trayectorias de Aprendizaje Especializante (TAE) en sus preparatorias, para la enseñanza de la física, con el fin de ampliar a química y matemáticas. Laboratorios Virtuales (Notimex, 2016).

Por otra parte, a nivel internacional (UC Davis, 2015) propone el proyecto *RoboBlockly*, desarrollado por la Universidad de California, en el laboratorio Davis de Ingeniería de Integración y en el Centro UC Davis de Computación Integrada y Educación STEM (C-STEM). *RoboBlockly* es un entorno gratuito de simulación de robots (robótica virtual) basado en la web para la enseñanza de robótica, programación, matemáticas, ciencias y arte. Su interfaz está diseñada para programar robots mediante bloques de

construcción (o de forma opcional con el lenguaje Ch) para aprender robótica, codificación, matemáticas, ciencias y arte. Este proyecto ha sido desarrollado para cumplir la *Common Core State Standards Initiative* (Normas Estatales Básicas Comunes), la cual es una normativa educativa de 2010 que detalla lo que los estudiantes de K–12 (estudiantes con edad máxima entre los 17 y 19 años) en todo Estados Unidos deben saber sobre artes, lengua inglesa y matemáticas, al final de cada grado escolar (ASCD, 2019).

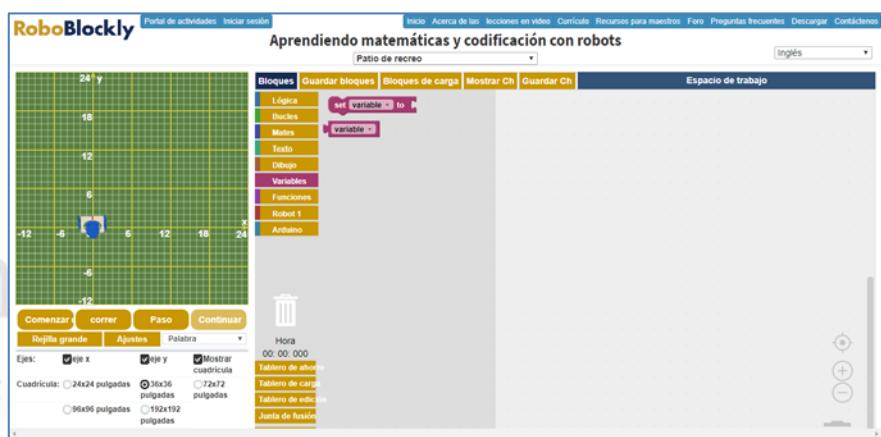


Figura 1. Interfaz de *RoboBlockly*

2. Metodología y desarrollo

2.1 Metodología

La presente propuesta didáctica tiene por objetivo, con el apoyo del entorno virtual *RoboBlockly* y tomando como eje articulador el pensamiento algorítmico, el diseño, desarrollo e implantación de estrategias para la enseñanza de las matemáticas a nivel medio superior, (particularmente para estudiantes de la Maestría en Docencia para la Educación Media Superior, campo de conocimiento de las matemáticas) en el marco de las dimensiones de PISA, a saber:

- El contenido. Es decir, la temática que se incorpora en los problemas y tareas de Matemáticas. Se organiza en cuatro categorías: Espacio y forma; Cambio y relaciones; Cantidad y Probabilidad y Datos.
- Los procesos. Se ejecutan para la resolución de problemas y tareas de Matemáticas. Los estudiantes deben demostrar dominio en tres clases de procesos: Formular situaciones en el ámbito matemático; Emplear conceptos, datos, procedimientos y razonamiento matemático; e Interpretar, aplicar y evaluar resultados matemáticos.
- La situación o contexto. Específicamente hace referencia al contexto de la vida cotidiana en la cual se ubica un problema matemático. Los cuatro tipos de situaciones son: Personal, Social, Profesional y Científica.

2.1 Desarrollo

Problema: Graficar con robots un sistema de inecuaciones lineales con robots

Estándar común: Matemáticas.

Descripción de la actividad: Resolver ecuaciones lineales y desigualdades en dos variables y graficar las soluciones en el plano cartesiano.

Objetivo: los estudiantes demostrarán su conocimiento para resolver y graficar desigualdades lineales en el plano de coordenadas programando un robot virtual.

Tabla 1. Diseño de actividad en *RoboBlockly*

| | |
|------------------------------------|---|
| Mensaje inicial para el estudiante | Modelando sistemas de desigualdades lineales en un plano de coordenadas Este problema implicará resolver sistemas de desigualdades lineales. Un lineal la desigualdad es como una ecuación lineal, excepto que '=' se reemplaza por '<', '>', '<=' o '>'. |
| Bloques precolocados | |
| Planteamiento del problema | Drive the robot to any coordinate pair (x, y) where x and y are restricted by the inequalities $-12x + 30 < -60$ and $7y + 30 \leq 2y$ |
| Mensaje de error | No lo hice hasta un punto (x, y) que es una solución para el sistema dado de desigualdades Inténtalo de nuevo. |
| Sugerencia | Usa el mismo método que para resolver sistemas de ecuaciones lineales. En sistemas de desigualdades lineales, una solución se encuentra en la superposición de la región sombreada delimitada Por las dos desigualdades lineales. Nota: Recuerda que dividir / multiplicar por Los negativos invierten el signo de la desigualdad. |
| Possible solución en Ch | #include <linkbot.h> CLinkbot robot; double radius = 1.75; double trackwidth = 3.69; robot.turnRight(90, radius, trackwidth); robot.driveDistance(8, radius); robot.turnLeft(90, radius, trackwidth); robot.driveDistance(6, radius); |

3. Resultados y análisis

La figura 2 muestra los resultados obtenidos al resolver la actividad.

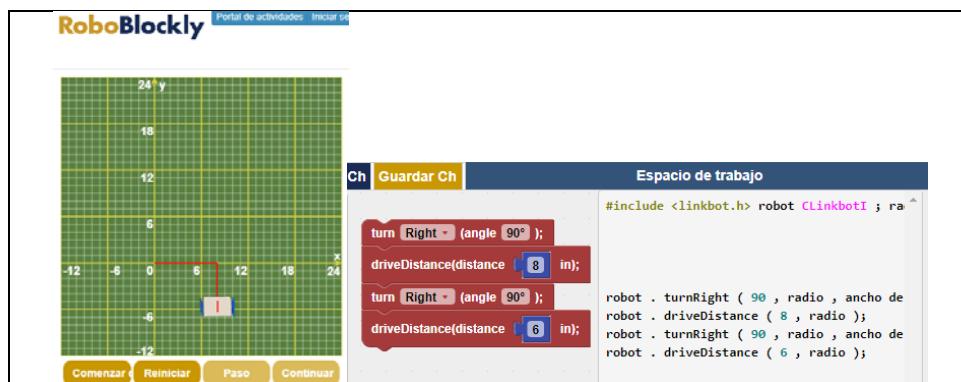




Figura 2. Resultado de la actividad en RoboBlockly

Cálculos matemáticos de estudiantes: Los estudiantes deberán resolver cada desigualdad para encontrar el conjunto de soluciones limitado por:

$$\begin{aligned} -12x + 30 &< -60 \text{ Ec. (1)} \\ 7y + 30 &\leq 2y \text{ Ec. (2)} \\ -12x + 30 &< -60 \Rightarrow -12x < -90 \Rightarrow x > 7.5 \text{ Ec. (3)} \\ 7y + 30 &\leq 2y \Rightarrow 30 \leq -5y \Rightarrow -6 \geq y \text{ Ec. (4)} \end{aligned}$$

Entonces una posible solución es (8,-6).

4. Conclusiones

Al desarrollar estrategias docentes centradas en el pensamiento algorítmico y su implementación con recursos de robótica virtual, se busca incentivar en el estudiante el sentido lógico y analítico, inherente a toda rama de las matemáticas. Pese a que los algoritmos no se encuentran insertos de forma explícita en el mapa curricular de la educación media superior, se hacen presentes de forma implícita de forma transversal en las asignaturas del área de las matemáticas. Al orientar tales materias desde un enfoque algorítmico y de robótica, el estudiante aprenderá a plantear problemas matemáticos, cuyas soluciones desarrollará en términos algorítmicos y los implementará con robots virtuales.

Esta estrategia fortalece las habilidades lógico analíticas y de pensamiento estructurado en el marco referencial de las dimensiones PISA.

Agradecimientos

Los autores agradecen a la Secretaría de Posgrado e Investigación de la Facultad de Estudios Superiores Acatlán UNAM, por su apoyo a través del proyecto PAIDI/008/19.

Libros

- Ministerio de Educación de El Salvador. (2013). *Manual de Robótica Educativa en el Aula*. El Salvador: Ministerio de Educación de El Salvador.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1990). *Sugerencias para resolver problemas*. México: Trillas.
- Pólya, G. (2002). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

- Pólya, G. (2009). *Mathematical discovery: On understanding, learning, and teaching problem solving*. New York: Ishi Press.
- Resnick, L. B., & Ford, W. W. (2010). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Barcelona: Paidós.

Capítulo de libros

- Henderson, K., & Pingry, R. (1953). The solve problems in mathematic. En H. Fehr, & N. C. Mathematics, *The Learning of Mathematics: Its Theory and Practice*. National Council of Teachers of Mathematics Yearbook. Washington: The Council.

Revistas

- Barreto Tovar, C., & Gutiérrez Amador, L., & Pinilla Díaz, B., & Parra Moreno, C. (2006). Límites del constructivismo pedagógico. *Educación y Educadores*, 9 (1), 11-31.
- Kaput, J., y Hegedus, S. (2004). An introduction to the profound potential of connected algebra activities: Issues of representation, engagement and pedagogy. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Bergen, Norway, 3, 129-136.

Información en línea

- ASCD, (2019). Common Core State Standards. Recuperado de <http://www.ascd.org/research-a-topic/common-core-state-standards-resources.aspx>
- Angulo, C. (15 de 12 de 2016). Educaweb. Obtenido de Usos y beneficios de la robótica en las aulas: <https://www.educaweb.com/noticia/2016/12/15/usos-beneficios-robotica-aulas-10717/>
- Notimex. (30 de septiembre de 2016). Robótica educativa para la vocación científica. El Universal. Recuperado el 15 de noviembre de 2018, de <http://www.eluniversal.com.mx/articulo/ciencia-y-salud/tecnologia/2016/09/30/robotica-educativa-promueve-vocacion-cientifica>
- OCDE. (2015). PISA 2015. Resultados clave. Obtenido de <https://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus-ESP.pdf>
- Rebollo, G. (2012). *Robótica como asignatura en enseñanza secundaria. Resultados de una*. Espiral. Cuadernos del Profesorado, 5(10), 56-64. Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4989965.pdf>
- UC Davis Center (2015). Learning Math and Coding with Robots. California, EEUU: University of California. Recuperado de <http://www.roboblockly.org/>
- Universia. (18 de octubre de 2010). Inicia la BUAP enseñanza de mecatrónica en bachilleratos. Obtenido de Universia México: <http://noticias.universia.net.mx/vida-universitaria/noticia/2010/10/18/642786/inicia-buap-ensenanza-mecatronica-bachilleratos.html>

ANÁLISIS DE TEXTOS CON ÉNFASIS ESTADÍSTICO EN ESTUDIANTES DE PSICOLOGÍA CON LA PLATAFORMA MOODLE

Luis Fernando González Beltrán *, Olga Rivas García

Facultad de Estudios Superiores Iztacala UNAM,

Av. De los Barrios 1, Los Reyes Iztacala, Tlalnepantla, Estado de México

I-POIT029

Resumen

Es común la queja con respecto al bajo nivel de preparación de los estudiantes, sus graves problemas de comprensión lectora y el abuso de la memorización mecánica como casi única estrategia de estudio. Además de las preocupaciones de los profesores, las estadísticas (INEE, 2009) muestran que México ocupa el lugar 48 entre los 66 países de la OCDE, en comprensión lectura, y el 81% tienen competencia insuficiente para la ejecución de las actividades cognitivas complejas: análisis, síntesis y solución de problemas. A nuestros alumnos, además, hay que prepararlos para realizar intervenciones y determinar su efectividad, por lo que la enseñanza de la estadística es un componente que no tiene sentido fuera del contexto de todo el proceso. Aquí probamos una experiencia didáctica que cubriera ambos aspectos, que fuera un consumidor crítico de la información, tanto teórica, como metodológica y estadística. Para la comprensión lectora, Santoyo (2001) propuso un heuristic para el análisis estratégico de textos, que sirviera como base en la enseñanza de habilidades Metodológico Conceptuales. Su efectividad sobre la comprensión lectora nos llevaron a extenderla a la enseñanza de la estadística, en un contexto de investigación. Participaron 16 alumnos, de sexto semestre, de psicología. El procedimiento incluyó un curso virtual mediante la plataforma Moodle, donde se entrenó la estrategia de análisis de los textos y se profundizó en las categorías relacionadas con los diseños experimentales y la prueba de hipótesis. Los resultados en el análisis de textos mostraron un incremento sostenido para alcanzar una ejecución casi perfecta. Además se logró que se criticaran las pruebas estadísticas de cada lectura y se propusieran mejoras. Este modelo ofrece una prometedora experiencia formativa, que debería de probarse en otras asignaturas, que requieran la lectura de artículos empíricos.

Palabras clave: Competencias, lectura, estadística, plataforma, Universitarios, Psicología.

1. Introducción

El mayor peso en el aprendizaje de los alumnos a nivel superior es mediante la lectura de textos (Guerra y Guevara, 2016), por lo que la comprensión lectora es una competencia básica. Un problema es que nuestros estudiantes consideran aparte el proceso de lectura del proceso de comprensión, y para ellos no hay diferencia entre leer un periódico, un comic o un artículo de investigación. La mayoría de los alumnos reportan que no usan estrategia alguna, como formular preguntas antes de la lectura para contestarlas con el texto, ni consideran necesario hacer uso de su conocimiento previo para relacionarlo con la lectura.

* Autor para la correspondencia. E-mail: gobl0616@gmail.com Tel. 50-77-58-90

Por su parte, los profesores casi nunca hacen explícita la intención de la lectura, es decir, no consideran que para que el alumno aproveche una lectura deben incluir

47 instrucciones detalladas de lo que se espera de los alumnos al leer un texto (Zarzosa,
48 1997).

49 Se ha reportado que menos del 50% de los alumnos universitarios lee y comprende
50 un texto en su totalidad, y que presentan hay un desinterés por la lectura que afecta el
51 nivel intelectual y cultural de los alumnos (Carrillo, 2007). Otro estudio (Cisneros, Olave
52 & Rojas, 2012) indica que los estudiantes recurren a la copia parcial (paráfrasis) y
53 literal como estrategias de comprensión y resolución de preguntas abiertas, y por si
54 fuera poco, los estudiantes de semestres avanzados no mejoraron su capacidad
55 inferencial.

56 Por otro lado, tenemos también complicaciones con su adquisición de habilidades
57 metodológicas, conocidas también como procedimentales, que consisten en echar
58 andar una serie de esquemas cognitivos que explican cómo se logró un cambio en el
59 fenómeno, o como se solucionó un problema (Jiménez, Santoyo y Colmenares 2016).
60 En asignaturas aplicadas, o laboratorios, es común pedir “prácticas” que consisten
61 mayormente en repetir experimentos “clásicos” o “modelos”, y en raras ocasiones que
62 busquen la solución de un problema real. Aun cuando la práctica implique evaluar la
63 pertinencia de diferentes diseños metodológicos, y hasta de concebir una alternativa
64 novedosa de solución a un problema de su área profesional, las prácticas se diseñan
65 para realizarse en equipo, y puede resultar en la mala costumbre de que el
66 planteamiento principal lo haga uno solo de los miembros del equipo.

67 Para atacar estos problemas, Santoyo (2001), ha desarrollado una técnica de análisis
68 de textos, que entrena la comprensión lectora, y sin suponer que las habilidades más
69 complejas surgirían solas, promueve el análisis, la evaluación y la comprensión de los
70 textos teóricos, aplicados y metodológicos, que se tienen que revisar en la carrera de
71 Psicología. Espinosa, Santoyo & Colmenares (2010) aplicaron con éxito el
72 procedimiento con tres lecturas, en alumnos de primero, tercero y quinto semestre de
73 psicología. En todos sus grupos observaron incrementos en sus puntajes conforme
74 analizaban más lecturas, con diferencias entre los grupos debido al semestre cursado.
75 Hemos extendido esta metodología, para aplicarla a un grupo de licenciatura en
76 psicología de la FES Iztacala, con alumnos de primer semestre. Las diferencias entre
77 pre- y post-test fueron significativas a favor del post-test (González & Rivas, 2017).

78 Con el propósito de aumentar la generalidad de la técnica de análisis de textos, se
79 diseñó una experiencia instruccional para dicho análisis, añadiendo a la clase un curso
80 virtual en una plataforma Moodle y que contempla la discusión guiada y pormenorizada
81 de las categorías relacionadas con la estadística, en específico, de los diseños
82 experimentales y la prueba de hipótesis. Con el curso se pretendió entrenar la
83 capacidad lectora, la evaluación de artículos de investigación, y el análisis estadístico.
84 Nuestro objetivo fue probar el efecto del curso virtual en los conocimientos y
85 habilidades estadísticas de alumnos de psicología, al contestar preguntas sobre la
86 pertinencia de los diseños, las pruebas y conclusiones de los autores de los artículos
87 que se proponían para análisis y crítica.

88

89 **2. Metodología o desarrollo**



90

91 2.1 Participantes.

92

93 Un grupo de la licenciatura de Psicología del sistema abierto, de 16 alumnos, de sexto
94 semestre.

95

96 2.2. Materiales e Instrumentos

97

98 Se utilizaron seis artículos como materiales de lectura, de acuerdo al programa de la
99 asignatura correspondiente.

100 Las categorías de análisis se modificaron de las presentadas por Cepeda, Santoyo y
101 Moreno (2010) y fueron las siguientes: 1) Justificación: argumentos del porqué realizar
102 el estudio; 2) Supuestos Básicos: elementos conceptuales del trabajo; 3) Objetivo del
103 autor; 4) Unidad de análisis: los elementos básicos que constituyen al objeto de
104 conocimiento; 5) Estrategia del autor: cómo se realizó el estudio; 6) Consistencia
105 interna: análisis de la estructuración lógica de los componentes del trabajo; 7)
106 Consistencia externa: evaluación de la importancia de la investigación, las
107 implicaciones teóricas y prácticas, y la vinculación del trabajo con los resultados de
108 otras investigaciones; 8) Conclusiones del autor; 9) Conclusión del lector; y 10) Cursos
109 de acción alternativos: Es una propuesta alterna o creativa del lector para nuevos
110 estudios, planteamientos o procedimientos experimentales.

111 Cada categoría se calificaba de acuerdo a un puntaje de 1, si responde de forma
112 incorrecta, y hasta 3 si lo hace correctamente, para los casos en que debería identificar
113 o analizar, y en aquellos casos en que requieren deducir, evaluar e integrar, también
114 hay un puntaje de hasta 5, cuando responde de forma creativa y va más allá del texto.
115 Con un total de 10 categorías, el puntaje mínimo de un aceptable nivel de ejecución
116 sería 30, por lo que se calculó un índice de precisión, dividiendo el puntaje que obtenía
117 cada alumno, entre 30.

118 Para evaluar sus conocimientos estadísticos se diseñó una prueba con 10 preguntas
119 de opción múltiple acerca de la pertinencia de la Estrategia del autor: el tipo de diseño
120 utilizado, la estadística de prueba, y de la consistencia tanto interna como externa: el
121 control de las variables, la generalización de los resultados, etc.

122

123 2.3. Procedimiento

124

125 Los alumnos trabajaron seis semanas en la plataforma Moodle, donde primero debían
126 leer las categorías con ejemplos, ver la presentación digital del análisis de un artículo
127 (Fuller, 1947), y contestar un cuestionario sobre la categorización y los ejemplos. Entre
128 las preguntas del cuestionario estaban “¿Cuáles categorías las puedes encontrar tal
129 cual en un texto?” Se consideraba correcto decir que la justificación y el objetivo.
130 “¿Cuáles categorías las tienes que construir, desarrollar o inventar tú?” Se esperaba
131 que dijeran conclusión propia y cursos alternativos de acción. “¿Cuáles son las
132 categorías que requieren de otro u otros textos para completarse?” Supuestamente

133 solo deberían de considerar la consistencia externa. Esta actividad tenía un 5% de
134 peso en la calificación final, y se solicitó al inicio del curso, antes de cualquiera de las
135 lecturas. El cuestionario se retroalimentaba individualmente por alguno de los autores.
136 A continuación tenían una lectura por semana, y deberían aplicar las categorías de
137 análisis al artículo, la retroalimentación fue personalizada e incluía los puntajes
138 alcanzados.

139 Después de cada lectura, se abría un foro en la plataforma con 10 preguntas abiertas
140 sobre conocimientos estadísticos. Se pedía que cada alumno eligiera una pregunta
141 para contestarla en el foro y que cuando todas se hubieran respondido, discutiera al
142 menos tres respuestas de sus compañeros.

143 Finalmente se pedía contestar individualmente la prueba de opción múltiple y se
144 instigaba a que cada uno propusiera cursos alternativos para esos aspectos del diseño
145 y el control experimental.

146 147 3. Resultados y análisis

148 Se calculó el índice de precisión promedio de los participantes, por cada lectura. Se
149 graficó la ejecución conforme avanzaban las sesiones, como se puede apreciar en la
150 Fig. (1). La tendencia fue un incremento sostenido para alcanzar una ejecución casi
151 perfecta. El índice inicial fue de .45, y creció hasta .96 para la última sesión, con
152 diferencias significativas (prueba t, p = 0.002).

153 El incremento en los primeros análisis se debió a las categorías que requerían solo la
154 identificación, que se dominó muy rápido, y conforme avanzaron las sesiones aumentó
155 el puntaje en las tareas de evaluación, y finalmente las de elaboración creativa.

156 Tenemos que señalar el grupo, en su línea base, presentó un promedio bastante más
157 alto que el reportado por Santoyo y colaboradores (Espinosa et al. 2010; Santoyo,
158 Colmenares & Morales, 2010).

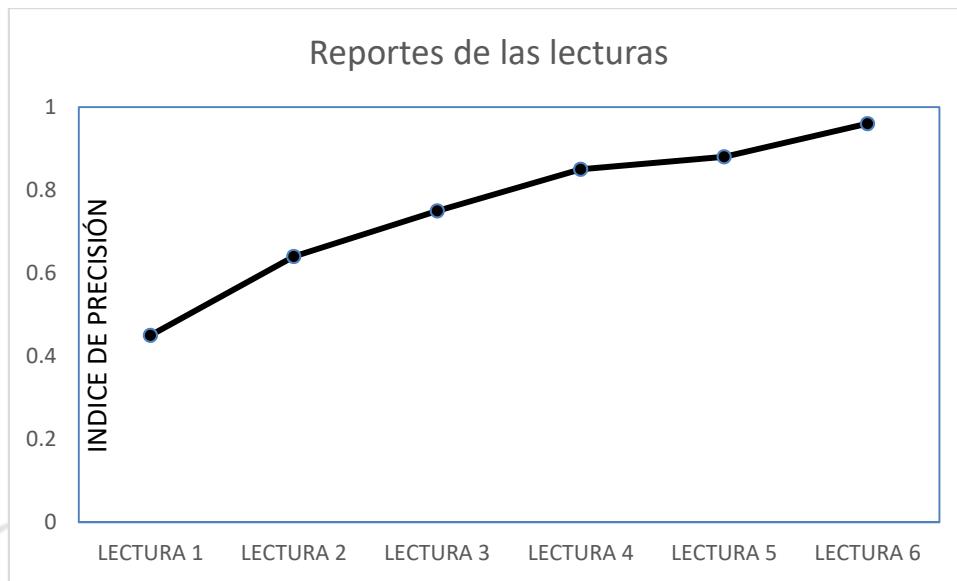
159 En el primer foro sobre las cuestiones estadísticas y diseño de la lectura, se requirió
160 de mucha instigación para contestar las preguntas correctamente, pues repetían los
161 cursos de acción que habían puesto en la categoría 10, que mayormente se refería al
162 uso de diferentes poblaciones de estudio. Ya para el cuarto foro, casi no había
163 respuestas incorrectas y surgieron propuestas novedosas sobre el control de variables
164 y los diseños de investigación. En el último foro, algunos alumnos citaban referencias
165 de libros de metodología o estadística para reforzar sus argumentos.

166
167
168

169 **Figura 1. Muestra el índice de precisión promedio para los reportes de las lecturas de los**
170 **alumnos. Fuente: elaboración propia.**

171
172





173
174

175 Con respecto a la prueba de opción múltiple, el promedio inició en 2 respuestas
176 correctas, y de la misma forma, solo se alcanzaron 6.3 respuestas correctas hasta el
177 cuarto foro, terminando en 7.5 y 8.1 para los últimos materiales de lectura.

178

179 **4. Conclusiones**

180

181 El curso virtual en la plataforma Moodle fue exitoso, de un inicio de algo más del 40%
182 de precisión en el análisis de los artículos correspondientes a sus materias, se logró
183 un incremento de 19 puntos porcentuales para la segunda lectura, y un incremento de
184 51 puntos, de la primera a la última lectura. La tendencia constante en el incremento
185 del índice de precisión conforme avanzaba su experiencia en el análisis de textos, fue
186 acorde a lo encontrado en los estudios citados antes.

187

188 Generalmente, se enseñan los conocimientos metodológicos y estadísticos, y luego se
189 pide que se demuestre su uso correcto en prácticas o experimentos. Aquí proponemos
190 una opción intermedia, la crítica de su uso en investigaciones publicadas, antes de
191 esperar que el alumno sea capaz de diseñar todo un programa de acción para aplicar
lo aprendido.

192

193 Con la convicción de que la acción educativa no debe limitarse a la información, sino
194 trascender a la acción y solución de problemas, en nuestra experiencia educativa
195 intentamos avanzar en los aspectos relacionados con la metodología y el análisis
196 estadístico de los artículos que analizaban los alumnos. A pesar de que en este rubro
197 no se alcanzaron ejecuciones cercanas al 100%, tenemos la esperanza de que los
198 estudios que buscan la expansión del modelo sigan esa dirección. Al percibir los
199 efectos del modelo sobre una revisión no solo teórica, sino metodológica, y que
200 abarque también la crítica e implementación de proyectos y reportes de investigación,
201 buscamos una conjunción de conocimiento, comprensión y habilidades, y esta
combinación define el concepto de competencia. Lo que queremos decir es que el

202 entrenamiento de un análisis estratégico de textos, que lleva al dominio de otra
203 habilidad, se considera como transferencia del aprendizaje. En nuestro laboratorio nos
204 hemos dedicado a este tema. González y Rivas (2015) diseñaron un ambiente virtual
205 que incluía, como contextos de práctica profesional, descripciones o viñetas cortas de
206 estudios de casos, historias clínicas y problemas de investigación. Los resultados de
207 dicho entrenamiento, medidos mediante un examen de metodología, favorecieron el
208 post-test, con un incremento del 46% de satisfacción general con relación a su
209 capacidad de presentar sus habilidades metodológicas. En un estudio más reciente,
210 González, Rivas, Mares, Rueda y Rocha (2017) demostraron que un entrenamiento
211 individual en psicología experimental produce mejores resultados, no únicamente en
212 exámenes de metodología, sino en el trabajo grupal por proyectos de investigación.
213 En un futuro cercano, planeamos combinar los distintos procedimientos con el modelo
214 de análisis estratégico de textos, a fin de lograr un mayor número de respuestas
215 correctas en el examen de opción.

216 El hallazgo de que los alumnos primero identifican, luego evalúan y eventualmente
217 proponen de forma creativa, dejar ver que los alumnos que inician como consumidores
218 críticos de la literatura terminan como solucionadores de problemas. Esta actitud crítica
219 es la que les permite cuestionar toda argumentación acerca de los efectos de
220 tratamientos, terapias, entrenamientos, etc., sobre los problemas de su profesión. Para
221 que un estudiante demuestre que una intervención es eficaz, requiere de someterla a
222 prueba. Nuestra intención es que cada alumno se vea como un solucionador de
223 problemas. La noción de transferencia abarca la importancia de un contexto que
224 permita el uso de lo aprendido para resolver nuevos problemas. Y finalmente, este
225 contexto realista debe darle mayor poder al estudiante sobre el proceso de su propio
226 aprendizaje; el profesor deja de dirigir un proceso rígido e inflexible, y el estudiante
227 realiza las elecciones pertinentes en cada paso del proceso de aprendizaje, hasta
228 desembocar en la transferencia, solucionando un problema nuevo (González & Rivas,
229 2016).

230 Al contrario de muchos trabajos sobre problemas de razonamiento estadístico, o de
231 campos específicos, como medidas de tendencia central, correlación, etc., aquí
232 preferimos enfocarnos en el proceso de enseñanza aprendizaje, considerando la
233 estadística como una disciplina cuya aplicación es dentro de un contexto más amplio,
234 en este caso, la investigación.

235 Se presentó aquí un estudio que aumenta la generalidad del Modelo de Análisis
236 Estratégico de Textos. Hemos visto que los alumnos pueden lograr un punto de vista
237 crítico cuando, después del análisis de las lecturas, las categorías de la estrategia se
238 usan para otras tareas. Por ello, no dudamos que con ajustes, el modelo se adapte
239 para el análisis de textos de corte conceptual y de textos metodológicos. Una de las
240 características más meritorias de la estrategia es su gran capacidad de fomentar la
241 investigación acerca de su eficacia en diferentes situaciones. Nuestra labor está
242 guiada por la convicción de que tenemos una estrategia perfectible, y buscamos las
243 condiciones que permitan establecerla en conjunción con el trabajo colaborativo o con
244 otros procedimientos.

245

246 Final del extenso

247

248 Agradecimientos

249

250 Se agradece el financiamiento de la UNAM, DGAPA, PAPIME Proyecto PE302219

251

252 Índice de referencias

253

- 254 • Carrillo, T. G. (2007). Realidad y simulación de la lectura universitaria: El caso
255 de la Universidad Autónoma del Estado de México. *EDUCERE: Investigación*
256 *arbitrada*, 11(36), 97-102.
- 257 • Cepeda, M. L., Santoyo, C. & Moreno, D. (2010). Base Teórica y descripción de
258 la estrategia de análisis de textos. En M. L. Cepeda & M. R. López
259 (Coordinadoras). *Análisis Estratégico de Textos: Fundamentos Teóricos-*
260 *Metodológicos y Experiencias Instruccionales*. (pp. 49 - 110) México: FESI,
261 UNAM.
- 262 • Cisneros-Estupiñán, M., Olave-Arias, G., & Rojas-García, I. (2012.) Cómo
263 mejorar la capacidad inferencial en estudiantes universitarios, *Educación y*
264 *Educadores*, 15(1), 45-61.
- 265 • Espinosa, J., Santoyo V. & Colmenares L. (2010). Mejoramiento de habilidades
266 de análisis estratégico de textos en estudiantes universitarios. *Revista*
267 *Mexicana de Análisis de la Conducta*, 36(1), 65-86.
- 268 • Fuller, P. R. (1947). Condicionamiento operante de un organismo humano
269 vegetativo. *American Journal of Psychology*, 62, 587-590.
- 270 • González B., L. F. & Rivas G, O. (2015). Ambiente virtual para la toma de
271 decisiones estadísticas en Psicología. En M. González-Videgaray
272 (Coordinadora). *Ambientes virtuales y objetos de aprendizaje: Incorporación*
273 *crítica y reflexiva*. (pp. 59 – 63). México: Facultad de Estudios Superiores
274 Acatlán, UNAM.
- 275 • González B., L. F. & Rivas G, O. (2016). Conducta compleja en contextos de
276 solución de problemas: La estadística. En M. L. Cepeda & M. R. López
277 (Coordinadoras). *Conducta Compleja: Fundamentos teóricos y aplicaciones*
278 *educativas*. (pp. 199 – 242). México: FESI, UNAM.
- 279 • González B., L. F. & Rivas G, O. (2017). Contra el copiar y pegar en los reportes
280 de lectura: Análisis estratégico de textos en Psicología. *Ponencia presentada*
281 *en el Tercer Encuentro universitario de mejores prácticas de uso de TIC en la*
282 *educación*. UNAM, C.U.
- 283 • González B., L. F.; Rivas G, O. Mares, G.; Rueda, E. & Rocha, H. (2017) Moodle
284 para el Entrenamiento en Intervención de Estudiantes de Psicología. *Ponencia*
285 *presentada en el 2o Congreso Internacional de Psicología de la FES Zaragoza*
286 *2017*.

- 287 • Guerra, J. y Guevara, Y. (2016). Competencias genéricas en estudiantes de
288 educación superior: la comprensión lectora. En M. L. Cepeda & M. R. López
289 (Coordinadoras): *Conducta compleja: Fundamentos teóricos y aplicaciones*
290 *educativas*. (pp. 69 – 101). México: FESI, UNAM.
291 • INEE (2009). México en PISA. [En línea] Disponible en:
292 [http://www.inee.edu.mx/index.php/74-publicaciones/estudios-internacionales-
293 capitulos/496-mexico-en-pisa-2009](http://www.inee.edu.mx/index.php/74-publicaciones/estudios-internacionales-capitulos/496-mexico-en-pisa-2009)
294 • Jiménez, A. L.; Santoyo, C. y Colmenares, L. (2016). La complejidad y su
295 significado en las habilidades metodológicas y conceptuales. En M. L. Cepeda
296 & M. R. López (Coordinadoras): *Conducta compleja: Fundamentos teóricos y*
297 *aplicaciones educativas*. (pp. 29 – 56). México: FESI, UNAM.
298 • Santoyo, C. (2001). *Alternativas docentes. Vol. II. Aportaciones al estudio de la*
299 *formación en habilidades metodológicas y profesionales en las ciencias del*
300 *comportamiento*. México: PAPIME, UNAM.
301 • Santoyo, C., Colmenares, L. & Morales, S. (2010). Una estrategia para el
302 análisis de textos científicos con retroalimentación personalizada. En M. L.
303 Cepeda & M. R. López (Coordinadoras). *Análisis Estratégico de Textos:*
304 *Fundamentos Teóricos-Metodológicos y Experiencias Instruccionales*. (pp. 125
305 – 149). México: FESI, UNAM.
306 • Zarzosa, L. (1997). La lectura y escritura en una población universitaria.
307 *Enseñanza e Investigación en Psicología*, 2(1), 94-121.

ENTORNO INTERACTIVO PARA LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA

Verónica Quijada Monroy^{1*}, Víctor Manuel Ulloa Arellano², Kenya García Cruz³,
Felipe Cruz Díaz⁴

^{1,2,3,4} Facultad de Estudios Superiores Acatlán, UNAM. San Juan Totoltepec s/n,
Santa Cruz Acatlán, C.P. 53150, Naucalpan Estado de México.

EA-POIT028

Resumen

En las áreas socioeconómicas, la asignatura de estadística resulta difícil de entender por parte de los estudiantes. En la mayoría de los casos, memorizan procedimientos para resolver problemas prácticos, sin embargo, no logran entender los métodos estadísticos que utilizan ni el significado de los resultados que obtienen. En este sentido, el alumno no alcanza a desarrollar un pensamiento estadístico que le permita comprender la naturaleza de fenómenos objeto de variabilidad. Con el objetivo de fortalecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de la estadística, se propone una estrategia didáctica basada en el software estadístico R, específicamente con el complemento denominado "rkTeaching" desarrollado por el Departamento de Matemáticas de la Universidad San Pablo CEU de Madrid. Esta herramienta proporciona al estudiante un entorno interactivo para el estudio de la estadística, a través de una interfaz diseñada para que los alumnos se concentren en el entendimiento del método estadístico en lugar de destinar tiempo a la ejecución de cálculos laboriosos. Es importante destacar que el complemento "rkTeaching", a diferencia de otros, incorpora y despliega información en pantalla que orientan a los estudiantes en el delicado proceso de la interpretación de resultados.

Palabras clave: enseñanza, pensamiento, estadística, interfaz, interpretación, resultados.

1. Introducción

El concepto formal de educación estadística surge en 1991 al constituirse la Sociedad Internacional para la Enseñanza de la Estadística (IASE) que tiene sus antecedentes en el Instituto Internacional de Estadística (ISI) fundado en 1885, el cual estableció en 1948 el Comité de Educación, y lo definió como el organismo responsable de promover la formación estadística a nivel internacional, en colaboración con la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO) (Batanero, 2001). Actualmente las diversas sociedades de Estadística incorporan a la educación como un tema o sección específica dentro de sus congresos y promueven acciones para la creación de Centros para la Educación Estadística. En este sentido, en México, la Asociación Mexicana de Estadística (AME), ha formulado líneas de investigación en el campo de la educación en estadística y las promueve en sus foros anuales.

En la actualidad se conceptualiza a la educación estadística como "el campo de innovación, desarrollo e investigación, constituido por todas aquellas personas (educadores estadísticos) que se interesan o trabajan por mejorar la enseñanza, el

¹ * quijada@apolo.acatlan.unam.mx, Tel. 56-23-16-96



44 aprendizaje, la comprensión, la valoración, el uso o las actitudes hacia la estadística" (Batanero, 2001, pág. 15). Asimismo, Batanero advierte que con frecuencia se
45 considera que la enseñanza de la estadística es sólo de interés para profesores o
46 investigadores de las áreas de educación o de didáctica de la matemática, cuando
47 realmente "la educación estadística ha surgido desde la misma estadística y podemos
48 encontrar 'educadores estadísticos' en psicología, economía, medicina, ingeniería y
49 otras áreas" (pág. 1).

50
51 En este sentido, la interpretación de los métodos estadísticos dentro de un contexto
52 social significa promover el pensamiento y la comprensión de la aleatoriedad como
53 una característica intrínseca de la realidad, siendo particularmente difícil el proceso de
54 enseñanza-aprendizaje de la estadística a nivel superior en las áreas de las ciencias
55 sociales y humanidades (Perry, 1997). Así, la estadística no es limitativa a una
56 colección de conceptos y técnicas, sino que se trata sobre todo de una forma de
57 razonar, la cual, especialmente en momentos de incertidumbre, proporciona
58 herramientas metodológicas para analizar variabilidad, para identificar relaciones entre
59 variables, realizar inferencias, mejorar predicciones y tomar decisiones derivadas del
60 análisis de los datos, lo cual no es fácil de enseñar a estudiantes que con frecuencia
61 se sienten desmotivados a esta disciplina y que además tienen bases débiles sobre
62 matemáticas (Batanero, 2001).

63
64 Al respecto, Ottaviani anticipó que los estadísticos sienten "la necesidad de difusión
65 de la estadística, no sólo como una técnica para tratar los datos cuantitativos, sino
66 como una cultura, en términos de capacidad de comprender la abstracción lógica que
67 hace posible el estudio cuantitativo de los fenómenos colectivos" (1998, pág. 1).

68
69 A inicios del siglo XXI la estadística se ha convertido en una herramienta fundamental
70 para la sociedad moderna, y por lo tanto el interés por la enseñanza de la estadística
71 obedece a razones que destacan la evolución de ésta como una ciencia que ha
72 evidenciado su utilidad en la investigación, en la tecnología y en el trabajo cotidiano de
73 las distintas profesiones; asimismo, ha visto potenciadas sus posibilidades en virtud
74 del uso de las computadoras que incrementan la velocidad y precisión en los cálculos
75 y en la comunicación de los resultados obtenidos.

76
77 En consecuencia, a lo largo de los siguientes párrafos se presenta una propuesta con
78 la finalidad de contribuir con el proceso de enseñanza-aprendizaje de la estadística a
79 través de una estrategia didáctica apoyada en el software estadístico *R* y en el
80 complemento "rkTeaching", desarrollado por el Departamento de Matemáticas de la
81 Universidad San Pablo CEU de Madrid, el cual posibilita un ambiente interactivo donde
82 los estudiantes puedan centrarse en el entendimiento del método estadístico y no en
83 la elaboración de cálculos, además de recibir orientación para la interpretación de
84 resultados.

85
86



87 **2. Metodología y desarrollo**

88

89 **2.1 Metodología**

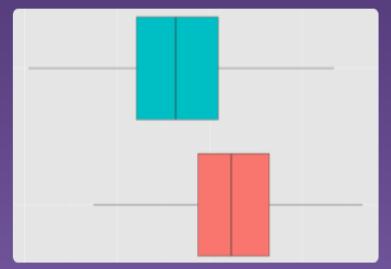
90

91 La propuesta de estrategia para la enseñanza de la estadística que se expone en el
 92 presente artículo se basa en el uso del programa *rkTeaching* (Figura 1. Logotipo del
 93 complemento *rkTeaching*), que Sánchez (2014) define como un paquete del programa
 94 *R* que brinda un complemento para la interfaz gráfica *RKWard* incorporando menús
 95 adicionales y cuadros de diálogo desarrollados específicamente para la enseñanza de
 96 estadística.

97

rkTeaching

An R package for teaching and learning Statistics



98

99

100 **Figura 1. Logotipo del complemento *rkTeaching***

101

102 Este complemento incluye además una amplia variedad de conjuntos de datos reales
 103 obtenidos de distintos ámbitos de conocimiento para que el docente seleccione
 104 aquellos que le sean de mayor utilidad en función de los temas de estadística que
 105 abordará en cada sesión de su curso. La metodología general de la propuesta consiste
 106 en:

107

- 108 Selección del conjunto de datos ofrecido por *rkTeaching*, con base en el tema
 a tratar en la sesión.
- 109 b) Con relación al conjunto de datos elegido, identificar el tipo de variables a
 analizar.
- 110 c) Para cada variable a analizar, identificar su tipo y escala de medición.
- 111 d) Una vez hecho lo anterior, elegir el método de análisis dentro de los menús del
 programa para generar los resultados.
- 112 e) Interpretación de los resultados con la orientación del profesor.

113

114 Generalmente los pasos c) y d) resultan difíciles para los estudiantes por lo que es
 115 recomendable la consulta de información como la que se muestra en la *Tabla 1. Tipos*
 116 *de variables y escalas de medición*.

117

118

119

120 **Tabla 1.**

121 **Tipos de variables y escalas de medición. Fuente: (Ulloa, 2015).**

| TIPO DE VARIABLE | ESCALA DE MEDICIÓN | MÉTODO ESTADÍSTICO A APLICAR | GRÁFICOS A UTILIZAR |
|------------------|--------------------|------------------------------|---------------------|
|------------------|--------------------|------------------------------|---------------------|



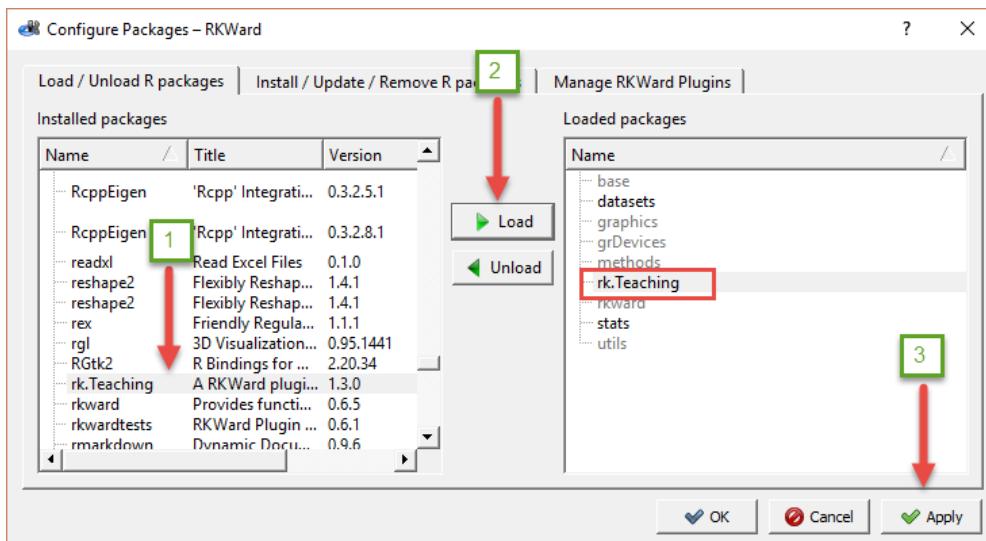
| | | | |
|---------------------|---------------------|--|---|
| <i>Cualitativa</i> | <i>Nominal</i> | Frecuencias, razones, proporciones, porcentajes, tablas de contingencia, prueba χ^2 de homogeneidad o independencia, pruebas de asociación. | Histogramas, diagramas circulares, gráficos de asociación, gráficos de mosaico, diagrama de cuatro paneles. |
| | <i>Ordinal</i> | | |
| <i>Cuantitativa</i> | <i>De intervalo</i> | Tablas de datos agrupados; Cuantiles (cuartiles, quintiles, deciles y percentiles); Medidas de tendencia central (media, mediana, moda); Medidas de dispersión (desviación estándar, varianza, coeficiente de variación); Medidas de asimetría (sesgo y curtosis); Medidas de desigualdad (índice de Gini y curva de Lorenz); Tasas o números índice; Prueba de normalidad de Shapiro-Wilk, Coeficiente de correlación, Regresión lineal, Estimación de intervalos y pruebas de hipótesis. | Histogramas, polígonos de frecuencia, ojivas, diagrama de caja, diagrama de dispersión. |
| | <i>De razón</i> | | |

123

124 2.2 Desarrollo

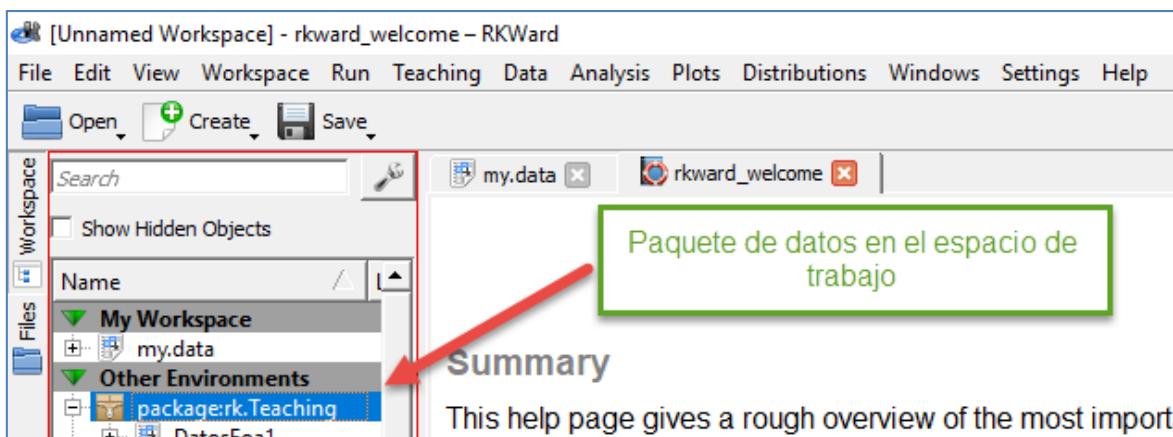
125

126 Cuando se ha ejecutado el programa *rkTeaching*, se procede a la carga en memoria
 127 de los conjuntos de datos que vienen incorporados en este complemento. La *Figura 2*
 128 *Carga de los conjuntos de datos*, muestra los pasos necesarios.
 129



130 Figura 2. Carga de los conjuntos de datos
 131

132 Una vez cargados en memoria, los conjuntos de datos se visualizan en la sección
 133 denominada *Workspace* (área de trabajo), como se muestra en la *Figura 3. Espacio*
 134 *de trabajo*.
 135



136
137
138

139 Es recomendable seleccionar algún conjunto de datos que incluya tanto variables
 140 cuantitativas (en el entorno de *rkTeaching* se denominan *numeric*) como variables
 141 cualitativas (que en el entorno de *rkTeaching* se denominan *factor*), que se destacan
 142 en la *Tabla 2. Simbología de variables en rkTeaching*.

143 Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas
 144

145 **Tabla 2.
Simbología de variables en rkTeaching**

| SÍMBOLO EN RKTEACHING | TIPO DE VARIABLE |
|-----------------------|---------------------------------|
| z^3 | Cuantitativa (<i>numeric</i>) |
| A B | Cualitativa (<i>factor</i>) |

146

147 En este punto el estudiante debe seleccionar el método apropiado de análisis,
 148 dependiendo si trata con una variable cuantitativa o una variable cualitativa. Para el
 149 primer caso puede elegirse dentro del menú *Teaching*, la opción *Estadística
150 descriptiva/Cálculo* detallado, que arrojará tanto los cálculos como las expresiones
 151 matemáticas correspondientes que muestra este programa, a diferencia de las demás
 152 aplicaciones informáticas que no brindan dicha posibilidad y por tanto no ofrecen al
 153 estudiante elementos auxiliares de carácter interpretativo, imprescindibles para un
 154 mejor aprendizaje de los conceptos de estadística, como se aprecia en la *Figura 5.
155 Resultados de la opción Cálculos detallados*.

156

157 Otro ejemplo de las ventajas que tiene *rkTeaching* para la enseñanza de la estadística
 158 con respecto a la enseñanza de la estadística, es el tema de pruebas de hipótesis,
 159 como se aprecia en la *Figura 4. Opción T Test para una muestra*, que además de
 160 presentar los resultados, incorpora elementos de apoyo para el alumno en cuanto a su
 161 interpretación.

162



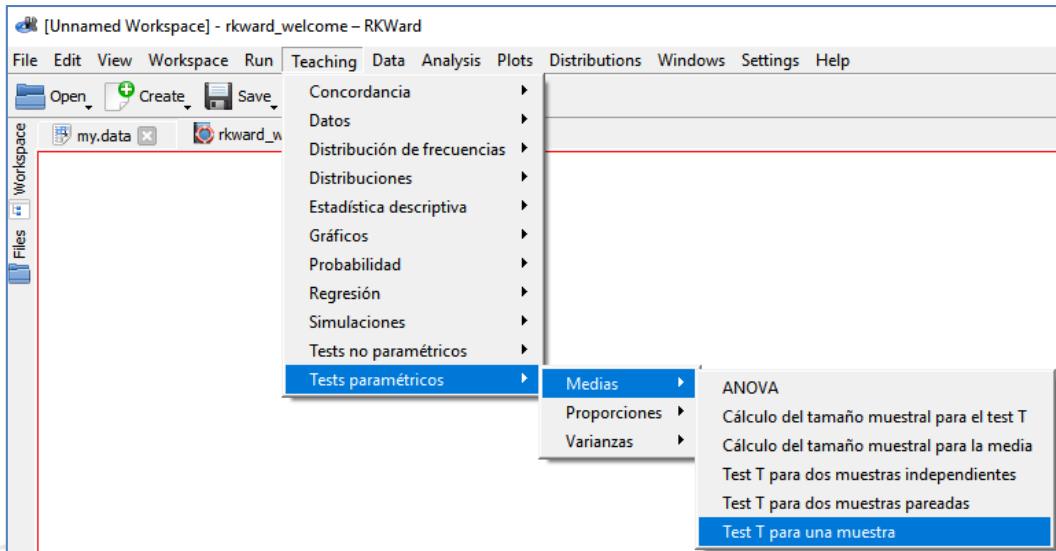


Figura 4. Opción *T Test para una muestra*

3. Resultados y análisis

La Figura 5. Resultados de la opción Cálculos detallados, muestra los resultados desplegados en formato HTML.

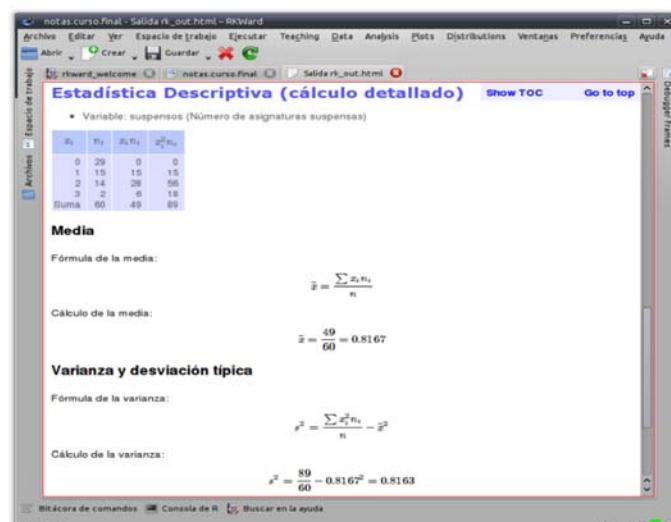


Figura 5. Resultados de la opción Cálculos detallados. Fuente: Sánchez (2014)

La Figura 6 Resultados de la opción Test T para una muestra, destaca los resultados de tal opción para una muestra, desplegados en formato HTML para mayor claridad en su lectura.





RKward output initialized on Tue Oct 15 08:37:09 2013

Test T de comparación de medias de peso según tabaco

- Comparación de: peso (Peso recién nacido)
- Según: tabaco (Madre fumadora durante el embarazo)
- Hipótesis nula: media No = media Si
- Hipótesis alternativa: media No ≠ media Si
- Se han supuesto varianzas iguales: No
- Nivel de confianza del intervalo: 0.95

| Variable | Niveles del factor | Medias estimadas | Grados de libertad | Estadístico t | p-valor | Nivel de confianza % | Intervalo de confianza para la diferencia de medias |
|----------|--------------------|------------------|--------------------|---------------|-----------|----------------------|---|
| peso | No Si | 3.118 2.823 | 182.5 | 7.572 | 1.769e-12 | 95 | 0.2179 0.3715 |

Ejecutar de nuevo

Figura 6. Resultados de la opción **Test T para una muestra**. Fuente: Sánchez (2014)

4. Conclusiones

La importancia de la estadística como un instrumento fundamental de análisis en diversas áreas del conocimiento, ha constituido la principal razón por la cual, tanto asociaciones profesionales como instituciones académicas establecieron y promueven el campo de la educación estadística. Diversos autores abordan las estrategias para mejorar su enseñanza considerando que la naturaleza de la estadística, al estudiar fenómenos que obedecen al azar, resulta compleja de entender para los estudiantes. En este sentido, es posible proponer estrategias que aprovechen los avances tecnológicos en materia de computación y de programas informáticos que además de realizar los diferentes y complicados cálculos incorporen elementos de apoyo a la enseñanza. El programa *rkTeaching*, es un complemento del software *R*, que resulta en un apoyo valioso al integrar una potente interfaz para el manejo técnico de la estadística y al proporcionar a docentes y estudiantes un amplio banco de conjuntos de datos de trabajo con los que se pueden abordar la totalidad de los métodos estadísticos, asimismo, y en complemento con la estrategia, se avanza en elementos de interpretación que permiten una mayor comprensión de los resultados.

Agradecimientos

Los autores agradecen a la Secretaría de Posgrado e Investigación de la Facultad de Estudios Superiores Acatlán UNAM, por su apoyo a través del proyecto PAIDI/008/19.

Índice de referencias

Libros



204 Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística. Grupo de Investigación en Educación*
205 *Estadística Departamento de Didáctica de la Matemática.* España: Universidad de
206 Granada.

207 Ottaviani, M. G. (1998). Developments and perspectives in statistical education.
208 Ponencia invitada en la Sesión: Statistics for Monitoring Educational Systems.
209 Publicado en los *Proceedings of the Joint IASS/IAOS Conference. Statistics for*
210 *Economic and Social Development.* Aguascalientes, México (CD rom).

211 Perry, P. M. (1997). *Matemáticas, azar, sociedad: una experiencia en la enseñanza y*
212 *el aprendizaje de la estadística.* Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes, Bogotá.

213 Ulloa, V. (2009). *Fundamentos estadísticos y metodológicos para la investigación en*
214 *opinión pública.* México: UNAM.

215
216 **Información en línea**

217 Batanero, C. (2001). Presente y Futuro de la Educación Estadística. La enseñanza y
218 la difusión de la estadística. Jornadas Europeas de Estadística. Islas Baleares.
219 Recuperado de
220 http://www.caib.es/ibaesdeveniment/jornades_10_01/cast/eponencies.htm.

221 Sánchez-Alberca, A. (2014). rk.Teaching (version 1.2) [software]. Obtenido de:
222 <http://aprendeconalf.es/rkteaching>.

EL USO DE APLICACIONES MÓVILES EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Flores Pérez Judith Mayte^{1,*}, Rosas Fonseca Rosalba Nancy²

^{1,2}Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. Carretera Cuautitlán-Teoloyucan Km. 2.5, Col. San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcalli, Estado de México, CP. 54714

Experiencia-POIT071

Resumen

La enseñanza desde siempre se ha realizado de manera presencial, donde los estudiantes adquieren el conocimiento directamente del docente, sin embargo, la educación ha sufrido importantes cambios influenciados por el avance tecnológico y como resultado de esto, surge así la educación semipresencial y a distancia. Este auge se ha visto estimulado, por el creciente interés a las nuevas tecnologías, y, por otro lado, por el interés de apoyar a la enseñanza tradicional.

*Durante años las tecnologías de la información referentes a las aplicaciones móviles se han movido hacia el campo de la educación para apoyar a las instituciones, surgiendo así el aprendizaje electrónico móvil (*m-learning*)¹, que tiene como finalidad brindar al estudiante la posibilidad de aprender y fortalecer conocimientos, habilidades y actitudes en cualquier lugar y en cualquier momento.*

*Existen variados usos educativos del *m-learning*, los cuales pueden ir desde el acceso a recursos educativos, a la creación de contenidos y a la educación cooperativa de materiales, dentro y fuera del aula.*

No es ningún secreto que el aprendizaje de las matemáticas indistinto del nivel de educación sea literalmente un dolor de cabeza para el alumno y un problema para el profesor en cuanto a la forma de enseñar, sin embargo, con los recursos tecnológicos, el aprendizaje de las matemáticas se torna más flexible. Por todo lo anterior se han desarrollado prácticas de aplicaciones móviles para Android Studio y se observó que los estudiantes, afianzaron sus funciones cognitivas, aumentaron su creatividad, mostraron mayor interés en el aprendizaje y se volvieron más participativos.

Palabras clave: Aplicaciones móviles, *m-learning*, Tecnología educativa, innovación educativa.

1. Introducción

¹ UNESCO el “aprendizaje móvil implica el uso de la tecnología móvil, ya sea solo o combinado con otras tecnologías de información y comunicación (TIC), para permitir el aprendizaje en cualquier momento y en cualquier lugar.

*mayte_fp@hotmail.com



36 Lo que muchos llaman la Revolución Digital se está viendo impulsada por varias
37 tendencias tecnológicas, una de ellas son los dispositivos móviles que forman parte de
38 nuestra vida cotidiana y que ha traído consigo un fenómeno destacable, que es un
39 cambio en la educación. Los estudiantes de hoy en día se están viendo influenciados
40 por los procesos de digitalización y forman parte de los llamados *millennials* (Howe y
41 Strauss, 2003) que demandan más tecnología, mejor, rápida y segura.
42

43 Durante años las tecnologías de la información referentes a las aplicaciones móviles
44 se han movido hacia el campo de la educación para apoyar a las instituciones, ya que
45 proporcionan herramientas útiles y posicionan al estudiante como protagonista de su
46 propio aprendizaje, surgiendo así el aprendizaje electrónico móvil (m-learning).
47

48 El aprendizaje electrónico móvil, se presenta como una respuesta a los constantes
49 cambios tecnológicos, obteniendo una educación renovada y enriquecida, teniendo
50 como resultado un mejor desarrollo y preparación del estudiante. En el mundo actual
51 los estudiantes tienen acceso a la información, a la que anteriormente era difícil
52 acceder, sin embargo, el reto que se presenta ahora no solo es el acceso a la
53 información, sino que el alumno sea capaz de analizarla y utilizarla adecuadamente en
54 el presente.

55 La influencia de la tecnología en los modos de enseñar y aprender genera nuevos
56 desafíos, como es el caso del aprendizaje de las matemáticas, ya que como se sabe,
57 son de vital importancia en el desarrollo tecnológico, pero no solo se deben de ver
58 desde el punto de vista de sus aplicaciones, sino como una herramienta fundamental
59 para que los estudiantes logren desarrollar capacidades de interpretación y
60 razonamiento.

61 La tecnología móvil crece a pasos agigantados, pero aún es difícil encontrar centros
62 educativos donde el móvil sea parte de la enseñanza, sin embargo, se puede intuir
63 que el futuro de la educación pasará de alguna manera por este nuevo paradigma
64 educativo del m-learning. Por todo esto, este trabajo pretende describir como ha
65 favorecido el uso de Android Studio para la creación de aplicaciones didácticas
66 educativas y m-learning dentro del aula de clases.
67

68 2. Metodología o desarrollo

69

70 El aprendizaje móvil se concibe como la convergencia del aprendizaje electrónico y el
71 uso de tecnología móvil, permitiendo integrar tres elementos fundamentales de
72 flexibilidad en tiempo, espacio y lugar, como apoyo en el proceso de enseñanza
73 aprendizaje de las matemáticas, así como de comunicación en los distintos procesos
74 del modelo educativo. Dentro del aula de clases, brinda oportunidades de colaboración
75 entre estudiantes y profesores al alinear las necesidades reales del mundo laboral con



76 el desarrollo de habilidades tecnológicas, además dota de flexibilidad de acceso de
77 materiales y contenidos desde cualquier lugar.

78

79 2.1. Las TIC y los nuevos modos de enseñar

80

81 A partir del diseño, implementación y evaluación de propuestas de formación
82 académicas por parte del profesor y en congestión con el estudiante, se pueden
83 potenciar buenas prácticas de aprendizaje. Se plantean dos paradigmas sobre la
84 relación con la tecnología.

85

86 Si se parte del supuesto que el hombre necesita tecnología, el estudiante podría
87 aprovechar las ventajas del acceso a la tecnología y considerarla como un medio para
88 obtener sus logros personales. Los docentes, percibirían a la tecnología como una
89 ayuda para proponer tareas, exámenes y actividades de evaluación. En cambio, si se
90 considera que la tecnología necesita del hombre. Los principios varían. El criterio
91 humano seguirá siendo la fuente principal de la toma de decisiones y de transferencia
92 de conocimientos. La infraestructura tecnológica permite el seguimiento de los
93 progresos y avances del desarrollo cognitivo de los estudiantes.

94

95 Desde esta perspectiva el proceso innovador requiere formación que permita mejorar
96 las técnicas empleadas. En el caso de las matemáticas según Ascheri, M., Testa, O.,
97 Pizarro, R., Camiletti, P, Díaz L., (2014), la enseñanza y evaluación del aprendizaje de
98 las matemáticas en mediaciones tecnológicas, requiere de un entorno que permita
99 interactuar de forma sencilla, a través de representaciones gráficas interactivas, tablas
100 de datos, entre otras.

101

102 2.2. Uso de las App en procesos evaluativos

103

104 Un dispositivo actual no se limita solo al uso personal (llamadas y mensajes), un
105 Smartphone es una computadora de bolsillo que proporciona una enorme cantidad de
106 servicios, que a través de aplicaciones se pueden explotar. Algunas de estas
107 aplicaciones surgen para facilitar el estudio de exámenes.

108

109 Pedagógicamente el desarrollo de estas aplicaciones tiene su sustento en un diseño
110 instruccional que está basado en la teoría del aprendizaje del conectivismo y en el uso
111 de objetos de aprendizaje móviles. La teoría del aprendizaje para la era digital como
112 ha sido llamado el conectivismo ha sido desarrollada por Siemens (2004), entre sus
113 características se encuentran la identificación del conocimiento de manera compleja,
114 dinámica y multidisciplinaria.

115

116 Teniendo en cuenta algunos contenidos de los estudios derivados de Teoría
117 Antropológica de la Didáctica, como los efectos cognitivos cualitativos del uso de
118 "artefactos" y después de haber analizado algunas aplicaciones matemáticas gratuitas



119 para móviles disponibles en googleplay para el aprendizaje de las matemáticas como:
120 calculadora gráfica de Mathlab, Mathref, Algeo graphing calculator, entre otras, se
121 realizó una revisión de características importantes de las mismas y se comenzó a
122 experimentar con el desarrollo de aplicaciones propias para que posteriormente sean
123 estudiadas en el contexto del proceso de enseñanza-aprendizaje.
124

125 Se realizó una revisión de la literatura existente centrándose en la pregunta ¿Qué
126 impacto tiene el uso del m-learning y las aplicaciones móviles en el proceso de
127 aprendizaje? Y con base en los trabajos vistos, se concluye que no existe una
128 tendencia clara respecto al uso de dispositivos móviles como una herramienta de
129 adquisición y desarrollo de conocimiento dentro y fuera del aula de clases.
130

131 Debido a lo anteriormente expuesto se propone una metodología de diseño de
132 aplicaciones de m-learning, considerando el estudio de habilidades involucradas en el
133 aprendizaje. Después de esto se propone considerar los modos de interacción de los
134 dispositivos móviles con la finalidad de integrar ambos en una estrategia de
135 enseñanza.

136 3. Resultados y análisis

137 En primer lugar, se buscó la plataforma adecuada para la generación de aplicaciones
138 móviles educativas, encontrando que el software Android Studio es el que cuenta con
139 características necesarias para desarrollar dichas aplicaciones, ya que es un software
140 libre y gratuito. A partir de esto, se planteó la siguiente pregunta: ¿Qué beneficios
141 obtendrá el alumno al elaborar aplicaciones móviles matemáticas? Para dar respuesta
142 a esta pregunta, es necesario recordar que, en el ámbito de la enseñanza de las
143 matemáticas, la utilización de artefactos como: el ábaco, calculadora, computadora,
144 tuvieron sus estudios y numerosas resistencias a su utilización, pero que, a pesar de
145 eso, son de mucha utilidad, ahora, con la aparición de las aplicaciones móviles para la
146 enseñanza también existen resistencias, que con un adecuado diseño pedagógico
147 podrán ir desapareciendo.
148

149 En este momento del trabajo, se ha comenzado introduciendo a los estudiantes en
150 aspectos básicos de Android Studio, creando aplicaciones sencillas como: la suma y
151 resta de dos dígitos (figura 1), una calculadora con operaciones sencillas (figura 2), un
152 buscador Google (Figura 3), entre otras, que afiancen sus capacidades cognitivas y
153 habilidades de programación. Con la elaboración de estos trabajos, se observó que
154 los estudiantes mostraron interés, mejoraron la comprensión de conceptos como,
155 lógica matemática y programación.
156

157
158
159
160
161



162

suma

3

5 |

SUMAR RESTAR

8

Congreso

Sobre la Enseñan

MORIAS DEL
cional
Matemáticas

163
164
165

Calculadora

245

| | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| / | * | C | DEL |
| 7 | 8 | 9 | + |
| 4 | 5 | 6 | - |
| 1 | 2 | 3 | √ |
| 0 | . | () | % |
| SIN | COS | TAN | = |
| CSC | SEC | CTG | |
| OFF | X! | X^ | |

166



167
168

Fig2. Calculadora.



169
170

Fig3.Buscador Google.

171

172

173

174 Se impartió un curso en DGAPA para docentes, con la finalidad de ver la reacción y
175 aceptación de los profesores, el cuál fue desarrollado con éxito y se logró que los
176 profesores pensaran en nuevas alternativas de enseñanza, utilizando aplicaciones
177 móviles.

178

179 Por otro lado, se está desarrollando contenido digital que permita el aprendizaje
180 autodidacta acerca de la programación de Android Studio.

181

182

183

184

185

186

187

188

189



190

4. Conclusiones

191

192 Con la elaboración del material aquí presentado, se cumplió el principal objetivo de
193 este trabajo, el de mostrar la utilidad de las aplicaciones móviles y el m-learning en la
194 enseñanza de las matemáticas, ya que se captó la participación activa de los alumnos
195 en el aula de clases y el entusiasmo de los profesores en el uso de las mismas como
196 alternativa didáctica de enseñanza.

197

198 El paso siguiente en el desarrollo de este trabajo, es lograr que las aplicaciones sean
199 reconocidas como válidas desde una perspectiva usuario-alumno, que reúnan
200 características de juego, que permitan retroalimentación y que sean una herramienta
201 capaz de atrapar al alumno en cuanto a la adquisición de conocimientos y al mismo
202 tiempo un apoyo didáctico para el docente.

203

204 Sin duda alguna se pretende seguir trabajando en este proyecto, para en un futuro no
205 lejano, lograr que las instituciones universitarias introduzcan las aplicaciones móviles
206 y el m-learning como parte de sus estrategias didácticas y pedagógicas.

207

208

209

210 Artigue, M. (2011). Tecnología y enseñanza de las matemáticas: desarrollo y aportes
211 de la aproximación instrumental. México: Cuadernos de Investigación y Formación en
212 Educación
213 Matemática, (8): 13-33.

214

215 George Siemens. (2004). Conectivismo: Una teoría de aprendizaje para la era digital.
216 Creative commons 2.5. 1,3.

217

218 Howe, N., & Strauss, W. (2003). Millennials Go to College: Strategies for a New
219 Generation on Campus. Washington, DC: American Association of Collegiate
220 Registrars and Admissions Officers

221

222 Ascheri, M., Testa, O., Pizarro, R., Camiletti, P, Díaz L., (2014). Utilización de
223 dispositivos móviles con sistema operativo Android para matemáticas. Una revisión de
224 aplicaciones. *VREPEM*, (5): 287-292. Disponible en:

225 <http://repem.exactas.unlpam.edu.ar/descargas/Memorias%20de%20REPEM2014.pdf>

226

227

228 UNESCO (2012). Aprendizaje móvil para docentes: Temas Globales. Recuperado a
229 partir de http://www.unesco.org/new/fileadmin/MULTIMEDIA/HQ/ED/ICT/pdf/AM_TG_Docentes.pdf

230

231

232



LAS MATEMÁTICAS PARTE FUNDAMENTAL DE LOS ALGORITMOS PARA IMPLEMENTAR LA PROGRAMACIÓN

Maricela Lara Martínez*, Leonel Gualberto López Salazar, José Juan Rico Castro
UNAM, FES Cuautitlán. Carretera Cuautitlán-Teoloyucan Km. 2.5, San Sebastián
Xhala, C.P.54714 Cuautitlán Izcalli, Edo. de México.

EA-POIT089

Resumen

Los algoritmos son elementos que se implementaron a partir de la contrariedad creciente de poder resolver el mismo problema con el conjunto de acciones que cumplieron el objetivo en las situaciones anteriores y con la experiencia que se fue adquiriendo al realizarlas y expresarlas con el conocimiento empírico generado, que se fortaleció con el paso del tiempo a través de métodos de enseñanza-aprendizaje. Por ejemplo: las pinturas rupestres en tiempos primitivos, la implementación de diagramas de flujo en las áreas de ejecución y el pseudocódigo para la simulación de procesos en la programación, por mencionar algunos. De ahí se aborda la clasificación de acuerdo a su naturaleza ya sea cualitativa y/o cuantitativa.

Con relación a los problemas cualitativos eran muy difíciles tener presentes algunas de las características primordiales (determinística y precisa). Por otro lado, la situación cuantitativa tenía una fuerte influencia en la aplicación de las matemáticas para asegurar la característica de precisión a partir de medidas de los sistemas internacionales, y la característica determinística al realizar el proceso dos o más veces y poder tener el mismo resultado.

Palabras clave: algoritmos, matemáticas, implementación, programación, cuantitativos, computacionales.

1. Introducción

La computación en los últimos años se ha posicionado como una herramienta fundamental en el desarrollo de diversas actividades y de las diferentes áreas multidisciplinarias. La implementación de los algoritmos para poder automatizar procesos y desarrollarlos en un lenguaje programación, en cualquiera de sus clasificaciones: por su estructura (secuencial, selectivo o repetitivo), por su tipo o naturaleza (cuantitativos o cuantitativos) y por su tipo de lenguaje (gráfico y no gráfico) que no son excluyentes entre ellas pero se obtiene una ventaja competitiva al poder realizarlos, manipularlos y clasificarlos en las diferentes vertientes; es por eso que en la actualidad resulta más fácil verificar cuestiones cuantitativas para empezar a aumentar el nivel de razonamiento lógico y ordenado de todas sus actividades.

*Lara Martinez Maricela E-mail: maricela_la_mtz@hotmail.com Tel.55-11-84-84-26,



42 La tendencia de aplicar los algoritmos y la programación en las diferentes áreas para
43 la automatización y verificación de los cálculos cuantitativos permite la verificación y
44 con el tiempo el desplazamiento de los cálculos manuales por computacionales.

45 **2. Metodología o desarrollo**

46 **2.1. Algoritmos cualitativos vs cuantitativos.**

47 Desde las épocas más remotas el hombre ha fabricado herramientas e instrumentos
48 que le permitieran aumentar su poder de acción o defenderse de los peligros. De
49 hecho, la historia del homo sapiens se inicia con los primeros instrumentos hallados
50 por los arqueólogos y prosigue a través de diversas culturas y civilizaciones hasta
51 llegar a la época actual con las computadoras y robots. La técnica humana se puede
52 rastrear hasta los primeros momentos de la aparición misma de los seres humanos.
53

54 Más adelante, a medida que el modo de vida se fue haciendo sedentario, muchos de
55 los instrumentos primitivos se perfeccionaron y se empezó a implementar el uso de los
56 algoritmos cualitativos por medio de las pinturas rupestres (ver Figura 1) donde
57 especificaban los procesos de agricultura, casa o la fabricación de herramientas.
58



61
62 **Figura (1). Algoritmo cualitativo sobre la caza de los mamuts.**

63 Estos algoritmos fueron evolucionando, pero al ser cualitativos en algunos casos
64 se consideran características no tangibles o no medibles que hacen difícil la
65 implementación en los lenguajes de programación.
66

67 Como ventaja los algoritmos cuantitativos consideran datos de entrada,
68 procesamiento o salida que son medibles o cuantificables y que se pueden
69 implementar por medio de los lenguajes de programación y ejecutarlos en la
70 computadora automatizando el proceso a llevar a cabo. Tomando en consideración
71 que un algoritmo es “un método para resolver un problema” (Joyanes, 2008).

72

1.2. Los algoritmos cuantitativos y su influencia con las características

73

74

75 Los algoritmos cumplen con cinco importantes condiciones que son: finitud,
 76 definibilidad, entrada, salida y efectividad (Knuth, 2002). Por otra parte, se tiene
 77 que puede ser finito, preciso y determinístico.

78

79 Sabemos que todo problema debe de iniciar y terminar en un momento dado, ya
 80 que si no, no se evaluaría que se ha llegado a la resolución o al objetivo deseado;
 81 La precisión abarca dos aspectos importantes la jerarquía y precedencia de
 82 acciones y que este debe indicar unidades de medidas cuantificables y no
 83 subjetivas para que la tercer característica de ser determinístico se pueda llevar a
 84 cabo es decir que con los mismos datos, objetos u cosas se llegue al mismo fin si
 85 se sigue el algoritmo dos o más veces, aunque puede variar en características no
 86 significativas(forma, color, sabor, apariencia, etc.) .

87

1.3. Las matemáticas y su influencia en los algoritmos cuantitativos

88

89

90 Cuando hablamos de algoritmos cuantitativos podemos involucrar a aquellos que
 91 realizar la solución de un proceso involucrando las matemáticas, un claro ejemplo
 92 cuando se nos proporciona una formula o un conjunto de ellas y queremos
 93 automatizar el proceso o verificar el mismo para posteriormente ocuparlo como
 94 solución al problema una vez codificado en un lenguaje de programación e
 95 implementado.

96

97 Es importante mencionar que se hace uso de toda una metodología basada en dos
 98 fases: la fase de resolución de problema y la fase de implementación (ver Figura
 99 2).

100

101

102

103

104

105

106

107

108

109

110

111

112

113

114

Fase de resolución del Problema

Definición del problema

Análisis del problema

Fase de Implementación

Codificación del Algoritmo

Ejecución del programa

115
116
117
118
119
120
121
122
123
124
125
126
127
128
129
130
131
132
133
134
135
136
137
138
139
140
141
142
143
144
145
146
147
148
149
150
151
152
153
154
155
156
157

MEMORIAS DEL Congreso Internacional Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

Figura (2). Metodología para la solución de problemas por computadora

Y donde la primera fase se enfoca en el análisis del algoritmo y después pasar a la siguiente fase y poder codificarlo en un lenguaje de programación e implementarlo ya como la resolución del problema automatizada computacionalmente.

1.4. La implementación de los algoritmos cuantitativos en la programación.

La implementación de los algoritmos en un lenguaje de programación es mucho más fácil cuando hablamos de los algoritmos cuantitativos ya que se traducen los cálculos y la interpretación de las fórmulas y funciones, para codificar y verificar sin ningún problema.

Mientras que existen factores por los que hacen difícil la implementación de los algoritmos cualitativos en los lenguajes de programación ya que en algunos lenguajes de programación ahí restricciones en el uso de los tipos de datos, se deben implementar un menú donde puede haber errores accidentales en elegir la opción deseada, entre otras.

2. Resultados y análisis



158 En la actualidad, en cualquier área resulta de suma importancia que los estudiantes
159 logren implementar una lógica avanzada para comprender, interpretar y analizar el
160 concepto de algoritmo y sus distintas interpretaciones. Adquirir conocimientos para
161 poder especificar, diseñar, analizar y elaborar un algoritmo a partir del planteamiento
162 de un problema, adquirir conocimientos para poder diseñar y elaborar un programa,
163 independientemente del lenguaje de programación a emplear y poder simular
164 procesos, implementando el uso de las herramientas computacionales.
165 Comprender, conocer, analizar y aplicar los elementos básicos de un lenguaje de
166 programación donde involucre: variables, estructuras de programación, funciones,
167 tipos de datos estructurados, ficheros y conocer al menos la sintaxis del lenguaje de
168 programación a emplear.

169

170 La problemática observada es que los alumnos segmentan los conocimientos
171 adquiridos de las asignaturas de las diferentes áreas y no ven como oportunidad
172 involucrar y aplicarlas para fortalecer y seguir interactuando con los conocimientos y
173 perfeccionarlos, para no olvidarlos y poderlos implementar en cada momento.

174

175 Por la creciente difusión e interacción de las TIC se decidió implementar una
176 metodología semipresencial involucrando herramientas tecnológicas de software en el
177 programa de la asignatura de Algoritmos y Programación Estructurada, aplicando
178 diversos métodos de enseñanza y fortaleciéndolos a distancia para la solución de
179 problemas y simulación de procesos.

180

181 Las herramientas implementadas fueron:

182 • Sistema de Gestión de Aprendizaje LMS Moodle.

183 • Compilador del lenguaje estructurado C.

184 • Software de simulación como PSeInt.

185 • Doodles didácticos.

186

187 Se creó un espacio virtual en la dirección <http://aulas.cuautitlan2.unam.mx/aulavirtual>,
188 dentro del cual, se desarrollaron cursos sobre dos grandes áreas como la informática
189 y la ingeniería, en una primera instancia, pero se puede integrar una cuestión
190 multidisciplinaria. Se aplicó como una herramienta adicional a las utilizadas en el curso
191 presencial. Conformado con recursos tales como Presentaciones, Artículos referentes
192 a la asignatura y ejercicios, estos últimos complementados con diversas estrategias
193 de enseñanza.

194

195 A continuación, se muestran las imágenes del curso ya alojado en la plataforma
196 Moodle.

197



198

199

Figura (3). Visualización del curso en el aula virtual

200 **4. Conclusiones**

201

202 Se logró integrar las asignaturas de Algoritmo y Programación Estructurada y Dinámica
 203 de Maquinaria, para poder desarrollar nuevas herramientas e integrarlas en LMS e
 204 implementarlas en la labor docente como una opción de comprobación de resultados,
 205 de una manera más accesible.

206 Con esto se sigue la tendencia de uso de entorno tecnológico en el cual estamos
 207 inmersos y que nos lleva al uso de las TIC.

208 Con este tipo de proyectos, podemos comprobar, que la colaboración
 209 multidisciplinaria, nos lleva a descubrir más opciones y herramientas en la labor
 210 docente, permitiéndonos mejorar los conocimientos transmitidos a los alumnos, más
 211 allá de la enseñanza dentro de las aulas. Y así puedan enfrentar la competencia que
 212 exigen las empresas; ya que cada vez son más elevados los requerimientos de los
 213 puestos.

214 **Agradecimientos**

215

216 Los autores agradecemos el apoyo al proyecto PAPIME PE1092 ya que a partir de
 217 estos proyectos enriquecemos nuestra labor docente, pero enfatizamos también a los
 218 estudiantes en nuevos enfoques que conllevan a nuevas visiones de la trascendencia
 219 de la educación.

220

221

222 **Índice de referencias**

223

- 224 • Joyanes, L. (2008). *FUNDAMENTOS DE PROGRAMACIÓN. Algoritmos, estructura*
 225 *de datos y objetos*. España: McGraw-Hill/Interamericana de España, S. A. U.



- 226 • Knuth, D. (2002). *El arte de programar ordenadores, volumen 1 Algoritmos fundamentales*. Barcelona, España: Reverté, S.A.
227

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

USO DE UN PROGRAMA DE CÁLCULO SIMBÓLICO PARA EL APRENDIZAJE DE ÁREA ENTRE CURVAS

José Juan Contreras Espinosa^{1,*}, José Luz Hernández Castillo², Iván Noé Mata Vargas³

^{1,2,3}Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. Campo Cuatro Km 2.5 carretera Cuautitlán–Teoloyucan, Col. San Sebastián Xhala Cuautitlán Izcalli, Estado de México. CP. 54714.

POIT091

Resumen

La integral indefinida y definida es considerada un tópico matemático central en los cursos de cálculo diferencial e integral y en la universidad. En este trabajo se realiza una propuesta para la enseñanza de área entre dos curvas en cálculo diferencial e integral y cálculo vectorial mediante el análisis gráfico y numérico del cálculo de la integral definida en el contexto de las carreras de Ingeniería impartidas en la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán con la utilización del Programa de Cálculo Simbólico Maple. Las bondades visuales del mismo son un recurso didáctico que permite a los estudiantes universitarios apropiarse del concepto en estudio.

Las tendencias actuales en la enseñanza de las matemáticas han destacado la importancia del uso de las TIC (Tecnologías de la Información y la Comunicación) como un medio que permite cambiar los métodos de enseñanza, integrar distintas herramientas tecnológicas y posibilita el aprendizaje de los temas del cálculo diferencial e integral de gran dificultad para los estudiantes.

La finalidad de este trabajo es ver cómo el uso de la tecnología ayuda en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática. Finalmente, se muestra un ejemplo donde se utiliza el programa de cálculo simbólico de ambiente maple en un problema de área entre dos curvas, así como la solución mediante la integral doble.

Palabras clave: área, integral, enseñanza, aprendizaje, software.

1. Introducción

La enseñanza y aprendizaje de los conceptos de cálculo integral posee una problemática que surge paralelamente con su aparición en los programas de la enseñanza media y primeros cursos universitarios. El cálculo siempre ha sido considerado un tema difícil de enseñar, a la vez que complicado (Camacho & Depool, 2013).

*José Juan Contreras Espinosa. E-mail: jjuancon@unam.mx Tel. 56-23-18-86.



46 En la actualidad es ampliamente reconocida la dificultad que tienen los estudiantes
47 para aprender matemáticas. Característicamente en la enseñanza de las matemáticas
48 para ingeniería son alarmantes y preocupantes los altos índices de reprobación y la
49 pobre comprensión y profundidad de conceptos matemáticos requeridos por los
50 objetivos curriculares.

51
52 El uso de la tecnología ha generado cambios sustanciales en la forma como los
53 estudiantes aprenden matemáticas. Cada uno de los ambientes computacionales que
54 pueden emplear, proporcionan condiciones para que los estudiantes identifiquen,
55 examinen y comuniquen distintas ideas matemáticas. También se han constituido en
56 una poderosa herramienta para que los estudiantes logren crear diferentes
57 representaciones de ciertas tareas y sirve como un medio para que formulen sus
58 propias preguntas o problemas (ejercicios creados por los usuarios), lo que constituye
59 un importante aspecto en el aprendizaje de las matemáticas. (García, Álvarez,
60 Hernández, & Barrera, 2016).

61
62 Así, la integración de las TIC al aula confiere bondades al proceso enseñanza y
63 aprendizaje que incluye el desarrollo de competencias, uso del conocimiento previo
64 para generar nuevos conocimientos, extrapolación de contenido en situaciones
65 particulares en su área de estudio, desarrollo de destrezas y habilidades de
66 investigación y acceso a tecnologías, formación de criterio analítico, crítico y toma de
67 decisiones, evaluación de sus implementaciones y de pares, compromiso para el
68 trabajo en equipo, habilidad para desarrollar e interpretar modelos matemáticos y
69 comprensión de conceptos abstractos a partir de casos particulares.

70
71 La eficiencia del proceso enseñanza y aprendizaje puede verse mejorada con el uso
72 de las TIC, haciendo que el estudiante tenga un papel más activo, comprenda e
73 interprete situaciones del entorno, estimule habilidades analíticas y establezca
74 asociaciones conceptuales.

75
76 El uso de las TIC trae consigo algunas limitaciones que deben considerarse durante
77 su implementación. Inicialmente, muchos de los estudiantes consideran que un curso
78 complementado con las TIC significa que la tecnología sustituye todo quehacer en el
79 curso, lo cual plantea como reto para el docente el crear conciencia de que las
80 herramientas tecnológicas no resuelven por si solas los problemas en matemática, sino
81 que facilitan la comprensión, desarrollo de aplicaciones y la resolución de problemas
82 de alta complejidad que sin el uso de herramientas computacionales serían
83 sumamente difíciles de analizar (Molina, 2016).

84
85
86
87
88



89 **2. Desarrollo**

90
 91 El Programa de Cálculo Simbólico que se usó en este trabajo es el software Maple
 92 se va a detallar el proceso que debe seguir el estudiante cuando utiliza el
 93 programa de computo maple. Para ello, se desarrolla a continuación un problema
 94 similar a los trabajados en el aula por los estudiantes, a fin de exponer los resultados
 95 de aplicación de esta secuencia didáctica.

96
 97 El problema consiste en calcular el área limitada por las gráficas cuyas funciones son
 98 $f(x) = 7 - 2x^2$ y $g(x) = x^2 + 4$ usando conceptos de cálculo diferencial e integral: área
 99 entre dos curvas y cálculo vectorial: integral doble.

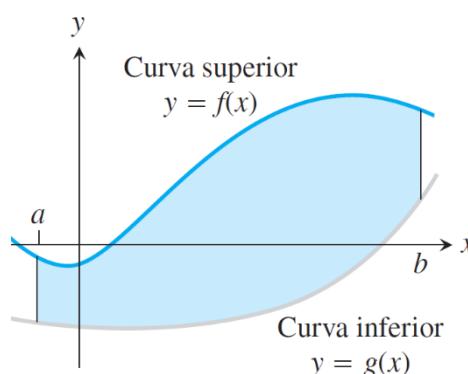
100
 101 2.1 Aplicando área entre dos curvas, a trazos de cálculo diferencial e integral.

102
 103 Determinar el área de la región encerrada por las curvas¹ $y = 7 - 2x^2$ y $y = x^2 + 4$.

104
 105 2.1.1 Solución analítica y gráficamente con ayuda de maple.

106
 107 Área entre curvas.

108
 109 Suponer que queremos determinar el área de la región que está acotada por arriba por
 110 la curva $y = f(x)$, por abajo por la curva $y = g(x)$, y por la izquierda y la derecha por
 111 las rectas $x = a$ y $x = b$.



113
 114
 115 **Figura 1. Área entre curvas, para $f(x) > g(x)$.**
 116

¹ Ejercicio extraído de libro Thomas, G. (2015). Cálculo una variable, Decimosegunda edición. México: Pearson. Capítulo 5: Integración, pág. 298

117 Excepcionalmente, la región tendrá una forma cuya área pueda determinarse con
 118 argumentos geométricos, pero si f y g son funciones continuas arbitrarias, en general,
 119 tendremos que encontrar el área mediante una integral.

120 Si f y g son continuas con $f(x) - g(x)$ en todo $[a,b]$, entonces el área de la región
 121 entre las curvas $y = f(x)$ y $y = g(x)$ de $x = a$ hasta $x = b$ es la integral de $(f - g)$
 122 desde a hasta b .

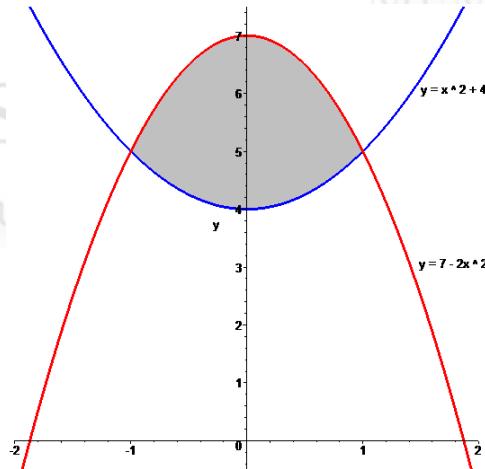
123

124 **Ecuación 1.** $A_x = \int_a^b [f(x) - g(x)]dx$

125

126 Primero se grafican e iluminan el área limitada por las dos curvas dadas.

127



128

Figura 2. Representación gráfica de las funciones en estudio

129

130 Los límites de integración se determinan resolviendo de forma simultánea, por el
 131 método de igualación $y = 7 - 2x^2$ y $y = x^2 + 4$ para x .

132

$$134 7 - 2x^2 = x^2 + 4 \Leftrightarrow -4 + 7 - 2x^2 = x^2 + 4 - 4 \Leftrightarrow 3 - 2x^2 = x^2 \Leftrightarrow 3 - 2x^2 - x^2 = x^2 - x^2$$

$$135 3 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow -3x^2 = -3 \Leftrightarrow 3x^2 = 3 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 = \pm\sqrt{1} \therefore x = \pm 1$$

136

137 La región a integrar va de $x = -1$ a $x = +1$. Los límites de integración son $a = -1$,
 138 $b = +1$.

139

140 El área entre las dos curvas es:

141

$$142 A_x = \int_a^b [f(x) - g(x)]dx = \int_{-1}^{+1} [(7 - 2x^2) - (x^2 + 4)]dx$$

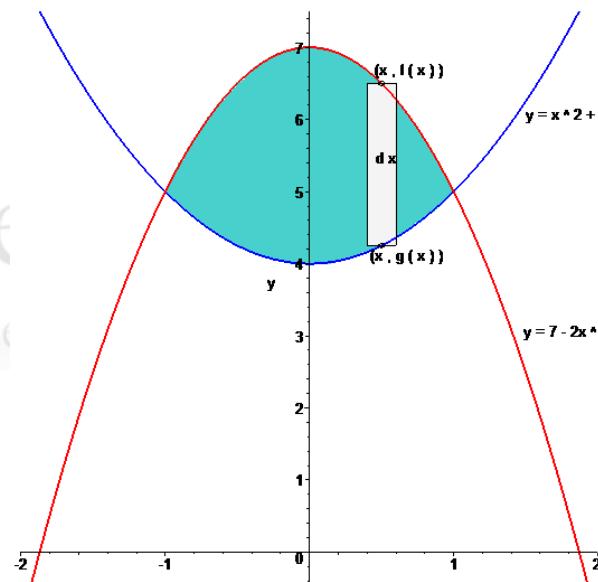


143 $A_x = \int_{-1}^{+1} [7 - 2x^2 - x^2 - 4] dx = \int_{-1}^{+1} [3 - 3x^2] dx$

144 $A_x = 3x - x^3 \Big|_{-1}^1 = [3(1) - (1)^3] - [3(-1) - (-1)^3]$

145 $A_x = [3 - 1] - [-3 + 1] = 2 - (-2) = 2 + 2 = 4 u^2$

146



147
 148 **Figura 3. La región con un rectángulo vertical típico de aproximación.**
 149

150 Nota: También es posible integrar de $x = 0$ hasta $x = 1$ y el resultado multiplicado por
 151 dos unidades aprovechando la simetría de ambas curvas en el eje y .

152

153 2.1.2 Solución empleando las librerías del programa de cálculo simbólico: maple.

154

155 > **restart:with(plots): with(plottools):with(Student[Calculus1]):**

156 Definiendo las funciones

157

158 > **f:=x->7-2*x^2;** $f := x \rightarrow 7 - 2 x^2$

159

160 > **g:=x->x^2+4;** $g := x \rightarrow x^2 + 4$

161

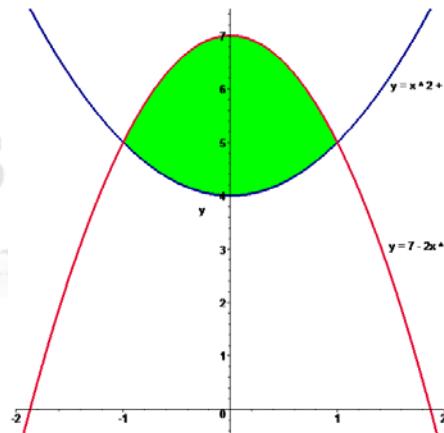
162 Realizar la gráfica e iluminar la región limitada por las curvas.



```

163
164 >p1:=plot({7-2*x^2,x^2+4},x=-2..2,y=0.5..7.5,color=[red,blue],
165 thickness=[3,3]):
166 >p2:=inequal({7-2*x^2-y>0,x^2+4-y<=0},x=-2..2,y=-0.5..7.5,
167 color="Lime",optionsexcluded=[color=white]):
168 >p3:=textplot([1.8,6,'typeset'("y = x ^ 2 + 4 ")],
169 'align'='above'):
170 >p4:=textplot([1.8,3,'typeset'("y = 7 - 2x ^ 2 ")],
171 'align'='above'):
172 >display(p1,p2,p3,p4);
173

```



```

174
175 Figura 4. La región generada con maple.
176
177
178 Resolviendo las funciones igualándolas para determinar los puntos de intersección
179 en ambas curvas.
180
181 >solve({y=7-2*x^2,y=x^2+4},{x,y});
182

```

$$\{x = 1, y = 5\}, \{x = -1, y = 5\}$$

183 Determinar la integral definida.

```

184
185 >Int(['f(x)'-'g(x')'],x=a..b)=Int(f(x)-g(x),x=-1..1);
186

```

$$\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_{-1}^1 -3x^2 + 3 dx$$

```

187 >Int(['f(x)'-'g(x')'],x=a..b)=Int(f(x)-g(x),x=-1..1);
188

```

$$\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_{-1}^1 -3x^2 + 3 dx$$


```

189 > Int(['f(x) - g(x)'], x=a..b)=int(f(x)-g(x),x=-1..1);
190 >
191

$$\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = 4$$

192 > A[x]=rhs(%)*u^2;
193

$$A_x = 4 u^2$$


```

194 2.2 Utilizando la integral doble o cálculo de dos variables
 195

196 La definición de integral definida: $\int_a^b f(x)dx$ está motivada por el problema estándar
 197 del área, concretamente, el problema de calcular el área de una región plana limitada
 198 por la curva $y = f(x)$, el eje x , y las rectas $x = a$ y $x = b$. De forma análoga se puede
 199 extender a la integral doble de una función de dos variables en un dominio D del plano
 200 xy .

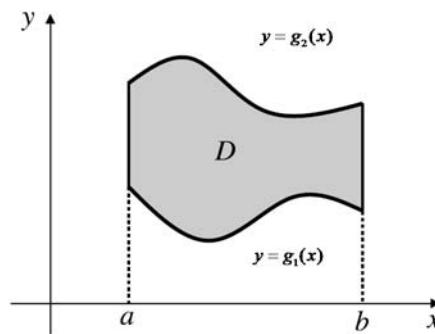
201 La existencia de la integral doble

202 **Ecuación 2.** $A(x, y) = \iint_D f(x, y)dA$

203 depende de $f(x, y)$ y de su dominio D .

204 El cálculo de integrales dobles es más sencillo cuando el dominio de integración es de
 205 tipo simple.

206 Se dice que el dominio D en el plano xy es simple en y si está acotado por dos rectas
 207 verticales $x = a$ y $x = b$ y por dos gráficas continuas $y = g_1(x)$ e $y = g_2(x)$ entre esas
 208 rectas (Adams, 2009).



209



210

Figura 5. Un dominio simple en y .

211 2.2.1. Solución Analítica y gráficamente con ayuda de maple.

212

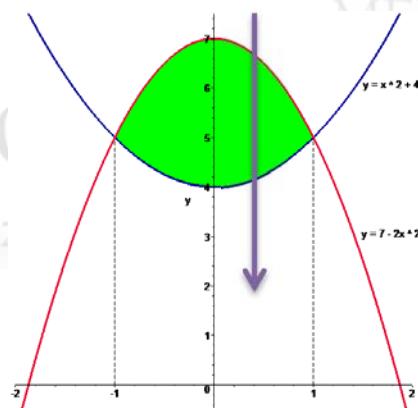
213 Dejando fijo el valor en el eje x , la región queda definida de $x = -1$ a $x = +1$, y la última
 214 integral se integra con respecto a x .

215

216 Se sigue una trayectoria paralela al eje y para definir cuál es la función que está en el
 217 límite superior de integración y cual función le corresponde el límite inferior de
 218 integración.

219

220



221

Figura 6. Definiendo los límites de la integral iterada.

222

223 El límite superior queda definido por la gráfica de $y_1 = 7 - 2x^2$ y el límite inferior queda
 224 definido por la gráfica $y_2 = x^2 + 4$ donde $y_1 > y_2$.

225

226 **Ecuación 3.** $\iint_D dA = \int_a^b \int_{g(x)}^{f(x)} dy dx = \int_a^b \left[\int_{g(x)}^{f(x)} dy \right] dx$

227 **Ecuación 4.** $\iint_D dA = \int_a^b \left[y \Big|_{g(x)}^{f(x)} \right] dx = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$

228

229 $\int_a^b \int_{g(x)}^{f(x)} dy dx = \int_{-1}^{+1} \int_{x^2+4}^{7-2x^2} dy dx = \int_a^b \left[\int_{x^2+4}^{7-2x^2} dy \right] dx$

231 $\int_a^b \int_{g(x)}^{f(x)} dy dx = \int_{-1}^1 \left[y \begin{matrix} 7 - 2x^2 \\ x^2 + 4 \end{matrix} \right] dx = \int_{-1}^1 [(7 - 2x^2) - (x^2 + 4)] dx$

232 $\int_a^b \int_{g(x)}^{f(x)} dy dx = \int_{-1}^1 [3 - 3x^2] dx = 3x - \frac{3}{3}x^3 \Big|_{-1}^1 = [3(1) - (1)^3] - [3(-1) - (-1)^3]$

233 $\int_a^b \int_{g(x)}^{f(x)} dy dx = (3 - 1) - (-3 + 1) = 2 - (-2) = 2 + 2 = 4$

234 $A(x, y) = \int_a^b \int_{g(x)}^{f(x)} dy dx = 4 u^2$

235 2.2.2. Solución empleando programa de cálculo simbólico

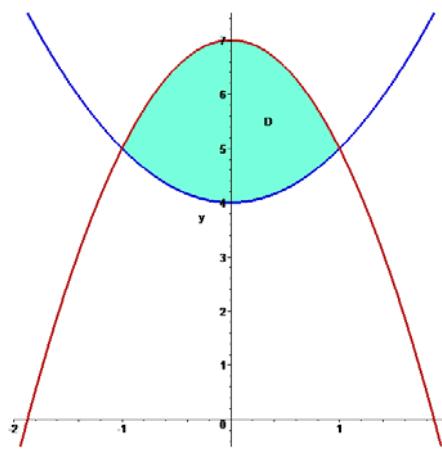
236

237 Realizar la gráfica, definir e iluminar la región.

238

Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

```
239 > restart:with(plots):with(plottools):
240 >p5:=plot({7-2*x^2,x^2+4},x=-2..2,y=-0.5..7.5,
241 color=[ "Firebrick", "MediumBlue"],thickness=[3,3]):
242 >p6:=inequal({7-2*x^2-y>=0,x^2+4-y<=0},x=-2..2,y=-0.5..7.5,
243 color="Aquamarine",optionsexcluded=[color=white]):
244 >p7:=textplot([[0.35,5.5," D ",FONT=["times","roman",60]]]):
245 > display(p5,p6,p7);
246
```



247
 248 Figura 7. Gráfica donde se define e ilumina la región a integrar.
 249

250 Determinando la integral iterada o doble.
 251

```

252 >Int(Int(1,y='g(x)''..'f(x)'),x=-1..1)=
253 Int(Int(1,y=g(x)..f(x)),x=-1..1);
254 
$$\int_{-1}^1 \int_{g(x)}^{f(x)} 1 \, dy \, dx = \int_{-1}^1 \int_{x^2+4}^{-2x^2+7} 1 \, dy \, dx$$

255 >lhs(%)=value(rhs(%));
256 
$$\int_{-1}^1 \int_{x^2+4}^{-2x^2+7} 1 \, dy \, dx = 4$$

257 >A=rhs(%)*u^2;
258 A = 4 u^2
259 Otra forma
260
261 >Int(1,y=x^2+4..-2*x^2+7,x=-1..1)=int(1,y=x^2+4..-2*x^2+7,x=-1..1);
262
263 
$$\int_{-1}^1 \int_{x^2+4}^{-2x^2+7} 1 \, dy \, dx = 4$$

264
265
266
267
268 3. Conclusiones y recomendaciones.
```

La realización de este tipo de actividades ofrece una alternativa para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas universitarias en contexto que incluye las tendencias tecnológicas en las que se desenvuelven los estudiantes, sus conocimientos previos y el uso de los nuevos para estudiar aplicaciones y modelos matemáticos. La motivación, es dar un papel activo al estudiante, la comprensión de conceptos, el análisis, desarrollo de habilidades críticas y de interpretación son elementos que también se ven potenciados con la implementación propuesta. Finalmente, la realización de este tipo de ejercicios muestra como la visualización, elementos básicos de programación, cálculos y modelos pueden ser usados para favorecer el proceso de enseñanza y aprendizaje del cálculo diferencial e integral.

280
 281
 282 **Referencias**
 283



- 284 Camacho, M. (2013). Un estudio gráfico y numérico del cálculo de la integral definida
285 utilizando el Programa de Cálculo Simbólico (PCS) DERIVE. Educación Matemática,
286 Vol. 15 Num. 3, pág. 120.
- 287 García, L. (2016). WxMaxima en la enseñanza de las Matemática. Caso de las sumas
288 de Riemann. Revista de Sistemas y Gestión Educativa, Vol. 3 Num. 9, pág. 20.
- 289 Molina, J. (2016). Experiencia de la integración de las TIC's para la enseñanza y
290 aprendizaje del Cálculo II. Revista Iberoamericana de Educación en Tecnología y
291 Tecnología en Educación Vol. 18, pág. 86.
- 292 Thomas, G. (2015). Cálculo una variable. Decimosegunda edición, Editorial Pearson,
293 México, pág. 288.
- 294 Adams, R. (2009). Cálculo. Sexta edición, Editorial Pearson, España, pág. 891.

AULA INVERSA EN LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL EN BIOQUÍMICA.

Valentín Roldán Vázquez^{1*}, Mauro Isidoro Romero Acosta² y Domingo Márquez Ortega³

¹Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM. Km 2.5 carretera Cuautitlán Teoyoyucan, San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcalli, Estado de México. C. P. 54714.

EA-POIT095

Resumen

El aula inversa o invertida, o Flipped Classroom Model, es un nuevo modelo educativo popularizado por Bergmann y Sams en el año 2012. La característica principal de este modelo con respecto al modelo tradicional donde el profesor transmite la información es que en el aula invertida se utiliza la tecnología para aportar nuevos recursos formativos a los estudiantes, a fin de que construyan por sí mismos las bases del aprendizaje con anticipación a su entrada al aula donde será tratado el tema. Al utilizar la tecnología multimedia en este modelo educativo, también se le puede clasificar como un modelo mediado por la tecnología o tecno-educativo.

Mediante el uso de los multimedios, el alumno puede elegir mejor el método y el espacio para aprehender los contenidos declarativos a su propio ritmo y conforme a su estilo de aprendizaje. Por su parte, el profesor se encarga de organizar su práctica para guiar sus actividades hacia la consecución del objetivo de aprendizaje planteado.

En este modelo el alumno es el centro del proceso educativo y el profesor es un guía que lo dirige por el camino correcto para concretar la construcción de su conocimiento.

Palabras clave: aula, invertida, tecnología, multimedia, aprendizaje.

1. Introducción

El aula inversa se fundamenta en las teorías de Jean Piaget y Lev Vygotsky así como en los principios constructivistas, cognitivistas, del aprendizaje colaborativo y del aprendizaje cooperativo este último derivado del concepto de zona de desarrollo próximo creado por Vygotsky, en el cual, el alumno aprende con la ayuda de sus compañeros y del docente que le comparten sus conocimientos. (Cinco noticias, 2018)

La enseñanza de las matemáticas representa un gran desafío para los docentes debido a que los estudiantes tienen recuerdos poco agradables de sus cursos anteriores de esta ciencia “dura”.

Por otra parte, la enseñanza del siglo XXI demanda nuevas aptitudes y actitudes tanto de los docentes como de los estudiantes también llamadas competencias.

*Autor para la correspondencia. E-mail: valrol2003@yahoo.com.mx Tel.55-41-44-45-25, Fax 00-00-00-00

El aula invertida es un nuevo método de enseñanza aprendizaje que debe ser utilizado debido a sus características que, bien empleadas nos pueden ayudar en esta ardua labor que es la enseñanza de las matemáticas.



47

48 Debido a los grupos tan numerosos con los que debemos trabajar, y a lo extenso de
49 los contenidos de la asignatura, pensamos que el modelo de aula invertida nos puede
50 ayudar a ahorrar mucho tiempo, para poder cubrir dichos contenidos. Con este modelo
51 educativo, se pretende que los alumnos estudien previamente en su casa, los
52 materiales educativos que se tratarán en la clase presencial, en la cual, el profesor
53 explicará la solución de ejercicios y despejará las dudas concretas del alumno.

54

55 Para motivar e involucrar aún más a nuestros estudiantes, se utilizará la plataforma
56 educativa EdModo, en la cual, se colocarán videos, artículos, cuestionarios de práctica,
57 presentaciones, documentos de texto, links con referencias a sitios web y otros
58 materiales, con una disponibilidad de acceso las 24 horas del día durante los 7 días
59 de la semana, dando la posibilidad a los alumnos de estudiarlos en su casa, o en
60 cualquier otro lugar con conectividad a Internet, resolver cuestionarios, hacer
61 preguntas, y hacer aportaciones al tema.

62

63 Los perfiles que se manejan en EdModo son los siguientes:

64

- 65 • Profesor: es quien crea los grupos y los administra, crea eventos, sube archivos,
66 crea asignaciones, coloca calificaciones, crea y otorga insignias a los alumnos.

67

- 68 • Alumno: puede unirse a un grupo previamente creado por el profesor mediante el
69 código que éste le comparte, puede consultar eventos, contestar cuestionarios,
70 subir sus asignaciones una vez ya terminadas, hacer preguntas al profesor y ver
71 sus calificaciones.

72

- 73 • Padres o tutores: pueden unirse al grupo de su hijo, mediante el código que les
74 comparta el profesor, pueden consultar las actividades que realiza su hijo,
75 calificaciones y eventos, además pueden comunicarse con el profesor mediante la
76 plataforma.

77

78 Como se menciona en (Muñoz, 2017), la gamificación es una tendencia en auge en el
79 entorno educativo, la cual, consiste en aplicar las mecánicas, y las dinámicas de la
80 psicología del juego en un entorno no lúdico como lo es una clase.

81

82 Las ventajas de EdModo tanto para profesores como para alumnos son las siguientes
(Muñoz, 2017):

- 83 • Gamificación: ésta se da en EdModo mediante las insignias o premios que otorga
el profesor a sus alumnos, por ejemplo: por mejor trabajo, mejor respuesta, mayor
dedicación, entre otras.

87



88 • Seguridad: Al ser una red cerrada a un determinado grupo profesor, alumnos
89 padres, esta red es mucho mas segura que otras redes sociales, porque existe la
90 confidencialidad de los datos de los participantes.

91
92 • Mejora la interacción con el alumno: Al funcionar como si fuera una red social,
93 existe una mejor predisposición de los estudiantes para aprender. Así, con esta
94 plataforma se pueden encontrar patrones de uso para observar lo que mejor
95 funciona.

96
97 Además de lo anterior, EdModo mide el progreso de los alumnos ya que se puede
98 monitorear el desempeño individual de cada alumno por parte del profesor, así el
99 profesor puede agregar materiales despejar dudas y motivar al alumno de manera más
100 personalizada.

101
102 Edmodo es un servicio gratuito hasta el día de hoy y es compatible con los sistemas
103 operativos más populares (Windows, Mac OS, iOS, Android), de tal manera que, se
104 puede consultar desde cualquier computadora, tableta o teléfono inteligente.

105
106 EdModo también favorece el “aprendizaje electrónico móvil” (m+learning), facilitando
107 la construcción del conocimiento de manera autónoma y ubicua, mediante cualquier
108 dispositivo móvil portable con conectividad inalámbrica, tales como, las tabletas y los
109 teléfonos celulares inteligentes.

110
111 Consideraciones para una implementación exitosa del modelo de Aula Invertida
112 (Cinco noticias, 2018):

- 113
- 114 • Elaborar material más didáctico que el tradicional, para que capture de mejor
115 manera la atención del estudiante.
 - 116 • Determinar el alcance y el impacto que ha tenido el material preparado en los
117 alumnos, mediante foros de debate y cuestionarios de control, o pedirles a los
118 alumnos sus comentarios al usar el material de estudio.
 - 119
 - 120 • Desarrollar actividades individuales y grupales, además de las tareas donde los
121 alumnos deben analizar y estudiar solos, también deben integrarse en grupos de
122 trabajo, lo cual, les ayudará a despejar sus dudas.
 - 123
 - 124 • Detectar las necesidades del alumno. Mediante los foros y sus participaciones
125 determinar cuáles fueron las dudas más recurrentes de los alumnos para preparar
126 la siguiente clase y mejorar los materiales didácticos. Mientras el alumno cuente
127 con más herramientas y vías de aprendizaje, será más exitoso el programa.
 - 128
 - 129

- 130 • Es necesario usar una estrategia para generar retroalimentación, por ejemplo,
131 mediante Google Form. El resultado de la retroalimentación nos servirá para
132 mantener o reorientar la estrategia.

133
134 Ejemplos de aula invertida en el mundo (Cinco noticias, 2018).

135
136 En el año 2013, se realizó la aplicación del Flipped Classroom en Reino Unido y la
137 India.

138
139 En Estados Unidos se estudió la efectividad del método de aula invertida en el año
140 2015. De manera casi simultánea, México y Colombia también aterrizaron la idea del
141 Aula Invertida.

142
143 En 2015, en la escuela primaria Sudbury, en Inglaterra, los niños mejoraban
144 ampliamente sus resultados durante una clase con aula inversa.

145
146 Los resultados de la aplicación del aula inversa en México también han sido exitosos,
147 tal como lo afirma la Universidad de Guadalajara, que presentó el proyecto en la IX
148 Conferencia Latinoamericana de Objetos y Tecnologías de Aprendizaje.

149
150 Existe un estudio sobre las evidencias de aprendizaje significativo en un aula bajo el
151 modelo Flipped Classroom, “*La población objeto de estudio, fue conformada por 30*
152 *estudiantes correspondientes a un grupo de la asignatura Educación y Tecnología de*
153 *un programa de Licenciatura en Pedagogía Infantil en la Ciudad de Bogotá*” (Perdomo,
154 2016), quienes estudian con el modelo del aula invertida y respondieron lo siguiente:

155
156 “El modelo Flipped Classroom fomenta el aprendizaje significativo”, 67% “de acuerdo”,
157 23% “totalmente de acuerdo”.

158
159 “El uso de recursos tecnológicos mejora mi proceso de aprendizaje”, El 53% “de
160 acuerdo”, 17% “totalmente de acuerdo”.

161
162 “El docente orienta mi proceso en la aplicación práctica de los contenidos”, 60% “de
163 acuerdo”, 13% “totalmente de acuerdo”.

164
165 “Se fomenta la participación y debate en las actividades de clase”, 50% “de acuerdo”,
166 23% “totalmente de acuerdo”.

167
168 “Me siento mas motivado aprendiendo con el modelo Flipped Classroom”, 40% “de
169 acuerdo”, 33% “totalmente de acuerdo”.

170
171 “He visto y estudiado a conciencia las lecciones de manera autónoma”, 33% “de
172 acuerdo”, 20% “totalmente de acuerdo”.

173

174 La conclusión principal a la que llega el autor de este estudio es la siguiente:

175

176 “Se halla que el modelo es propicio para generar aprendizajes, ya que llevó al
177 estudiante a comprender que el aprendizaje parte de sí mismo, no parte de una clase
178 magistral, sino que como estudiante se tiene la responsabilidad y autonomía para
179 aprender y que es en la praxis donde se encuentra sentido al aprendizaje y es donde
180 a su vez seguramente requerirá la ayuda del docente, como mediador entre el
181 estudiante, los contenidos, los contextos y los recursos.” (Perdomo, 2016)

182

183 2. Metodología o desarrollo

184 2.1 Dinámica del modelo de aula invertida.

185 La dinámica propuesta para trabajar con el aula invertida en (Martínez, 2014),
186 consta de los siguientes pasos:

187

188 2.1.1 Motivación.

189 Explicar el método a los estudiantes y alentarlos para que revisen el material
190 multimedia preparado en diferentes formatos para que puedan elegir el que mejor
191 se adapte a su estilo de aprendizaje, el cual será de fácil acceso a través de la
192 Web y su teléfono celular, mediante EdModo.

193

194 2.1.2 Despejar dudas.

195 Al inicio de la clase presencial preguntar si existen dudas y despejarlas en un
196 tiempo aproximado de 10 minutos.

197

198 2.2.3 Abordar situaciones experimentales de tema en cuestión.

199 En este punto desarrollar la solución de ejercicios prácticos sobre el tema que se
200 dejó estudiar, variando los niveles de complejidad.

201

202 2.2.4 Revisar en pequeños grupos los cuestionarios asignados previamente.

203 Revisar y discutir las respuestas y se prepara una pequeña exposición al grupo.
204 Es recomendable aplicar cuestionarios y material similar periódica y
205 aleatoriamente, para incitar el compromiso de preparación previa y recolectar
206 evidencias del trabajo.

207

208 2.2.5 Evaluación.

209 Evaluar con ejercicios donde los estudiantes practiquen los conceptos revisados,
210 mediante el intercambio de ideas en grupos reducidos, presentando sus
211 conclusiones al grupo.

212

213 2.2.6 Fin de la clase presencial.

214 Al terminar la sesión presencial el profesor preguntará sobre si existen nuevas
215 dudas o inquietudes.



216 El caso de estudio:

217

218 Para aplicar esta metodología, actualmente se está trabajando con un grupo de 80
219 alumnos, los cuales recursan la asignatura de Cálculo Diferencial e Integral de la
220 Licenciatura de Bioquímica Diagnóstica. El tema elegido para aplicar está dicha
221 metodología es el relativo a funciones y de forma particular el procedimiento o pasos
222 para realizar la gráfica de una función.

223

224 Las actividades son las siguientes:

225 • Se les pide que investiguen en diez libros (bibliografía sugerida y por iniciativa
226 propia). En la cual se investiga si contiene sugerencias para realizar gráficas y
227 cuáles son los pasos en cada libro.

228

229 • Deben indicar cuales son las coincidencias o diferencias en cada uno de ellos.

230

231 • Determinar en cual bibliografía el lenguaje es claro y entendible para ellos. Cuál es
232 el nivel de complejidad en el lenguaje.

233

234 • De la misma forma proporcionar información multimedia y realizar la misma
235 consulta. (sitios web, videos y tutoriales).

236

237 • Revisar como aplicar los procedimientos para la graficación de funciones lineales
238 y racionales.

239

240 • Consultar el alcance para otro tipo de funciones (Trigonométricas, exponenciales,
241 logarítmicas).

242

243 • Realizar la graficación de funciones lineales y racionales bajo los procedimientos y
244 acuerdos llegados en clase.

245

246 Afortunadamente, la gran mayoría de nuestros alumnos cuentan con un teléfono
247 inteligente con conexión a Internet, por lo cual, se creará una clase mediante EdModo,
248 donde podrán unirse a la clase y acceder al material de trabajo (presentaciones,
249 videos, cuestionarios, evaluaciones de práctica, etcétera), así como, un espacio de
250 interacción para despejar dudas o ampliar información.

251

252 De esta manera se dará el soporte tecnológico al modelo de aula invertida
253 favoreciendo el éxito del proyecto.

254

255 **3. Resultados y análisis**

256 El proceso se está llevando a cabo desde el inicio del semestre, por lo que al momento
257 y por la naturaleza del grupo y en la etapa en la que se dan las sesiones se han
258 detectado algunos puntos relevantes.



- 259
260 • De forma general el lenguaje de los libros ha sido un factor de dificultad.
261
262 • Aún hay dificultad para entender los contenidos anteriores (conceptos algebraicos
263 y demás temas previos al estudio de las funciones) al objetivo plateado.
264
265 • Los sitios y libros consultados de forma libre reflejan la dificultad para entender un
266 lenguaje elevado. Cuando se dan los sitios recomendados el idioma también se
267 convierte en un obstáculo.
268
269 • El tiempo para revisar los comentarios y buscar corroborar los contenidos no están
270 ágil como debiera.
271
272 • Se han realizado acercamientos a la graficación de funciones, pero aún sin una
273 evaluación que permita constatar el alcance de dicho ejercicio.
274

275 **4. Conclusiones**

- 276 • El aula invertida es un modelo educativo acorde a las necesidades del siglo XXI,
277 ya que nos permite hacer que los alumnos pasen de un papel meramente pasivo y
278 expectante, al de un individuo que está construyendo activamente su aprendizaje.
279
280 • El aula invertida debe apoyarse mediante la tecnología multimedia e Internet para
281 ser fácilmente accesible a los estudiantes.
282
283 • La plataforma educativa EdModo es muy eficiente para la implementación exitosa
284 del modelo del Aula Invertida, ya que atrae y motiva al alumno de manera lúdica.
285
286 • Existen varios casos a nivel internacional que validan el uso exitoso del modelo del
287 aula invertida.

288 289 290 **Referencias:**

291 Información en línea

- 292
293 • Redacción de Cinco Noticias. (2018). Aula invertida: qué es, cuáles son sus
294 beneficios y cómo implementarla para mejorar el aprendizaje. [En línea] Disponible
295 en:
296 <https://www.cinconoticias.com/aula-invertida-que-es-beneficios/#1-que-es-aula-invertida-o-flipped-classroom>



- 301 • Muñoz, Ana. (2017). Edmodo: qué es, cómo funciona y por qué debes utilizarlo en
302 el aula. [En línea] Disponible en:
303 [https://www.ticbeat.com/educacion/edmodo-que-es-como-funciona-y-por-que-
304 debes-utilizarlo-en-el-aula/](https://www.ticbeat.com/educacion/edmodo-que-es-como-funciona-y-por-que-debes-utilizarlo-en-el-aula/)
305
- 306 • Martínez Olvera, W., Esquivel-Gamez, I., Martínez Castillo, Jaime. (2014). Aula
307 Invertida o Modelo Invertido de Aprendizaje: Origen, Sustento e Implicaciones. [En
308 línea] Disponible en:
309 [https://www.researchgate.net/profile/Waltraud_Olvera/publication/273765424_Aula
310 _Invertida_o_Modelo_Invertido_de_Aprendizaje_origen_sustento_e_implicaciones/_links/550b62030cf265693cef771f/Aula-Invertida-o-Modelo-Invertido-de-
311 Aprendizaje-origen-sustento-e-implicaciones.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Waltraud_Olvera/publication/273765424_Aula_Invertida_o_Modelo_Invertido_de_Aprendizaje_origen_sustento_e_implicaciones/_links/550b62030cf265693cef771f/Aula-Invertida-o-Modelo-Invertido-de-Aprendizaje-origen-sustento-e-implicaciones.pdf)
312
- 313 • Perdomo Rodríguez William. (2016). Estudio de evidencias de aprendizaje
314 significativo en un aula bajo el modelo Flipped Classroom. [En línea] Disponible en:
315 [http://www.edutec.es/revista/index.php/edutec-
316 e/article/view/618/Edutec_n55_Perdomo](http://www.edutec.es/revista/index.php/edutec-e/article/view/618/Edutec_n55_Perdomo)
317

Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

ELABORACIÓN DE UN LIBRO MULTIMEDIA DEL TEMA DE ESTIMACIÓN

Pineda Becerril Miguel de Nazareth¹, García León Omar, Aguilar Márquez Armando y León Rodríguez Frida

¹Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM. Carretera Cuautitlán-Teoloyucan Km. 2.5, Colonia San Sebastián Xhala. Cuautitlán Izcalli, Estado de México, C. P. 54714.

Experiencia-POIT096

Resumen

El libro digital interactivo del tema de Estimación, ofrecerá a los estudiantes una experiencia a pantalla completa con galerías, videos, diagramas interactivos, objetos en 3D, expresiones matemáticas y más; estos libros dan vida al contenido en formas que una página impresa no lo puede hacer. Los estudiantes ya no estarán limitados a las imágenes estáticas que ilustran los textos tradicionales, sino que ahora pueden sumergirse en una imagen con subtítulos interactivos, rotar un objeto en 3D o hacer que una respuesta cobre vida en la reseña de un capítulo. Pueden hojear un libro con sólo deslizar un dedo en la pantalla. También pueden resaltar texto, tomar notas, buscar contenido y encontrar definiciones en un glosario muy fácilmente. Además, pueden llevarlos dondequiera que vayan, lo que permitirá a los estudiantes no sólo aprender entre los muros del aula, sino también en el espacio virtual que constituyen estos libros.

Palabras clave: libro multimedia, estimación, intervalo de confianza, widget.

1. Introducción

Las Tecnologías de la Información y la Comunicación, TICs, plantean nuevos escenarios que requieren una revisión del modelo clásico de enseñanza, ya que tanto las metodologías, la forma de acceder y adquirir los conocimientos y los recursos utilizados, se ven afectados por esta tecnología. Los estudiantes de hoy han crecido inmersos en la tecnología, donde la computadora, las tabletas y los celulares, etc., son formas en que interactúan con su mundo, por lo que necesitan material de estudio que se ajuste a la forma en como aprenden.

Material didáctico acorde a estas ideas son los libros de texto digital integrados en entornos virtuales adecuados; un libro digital es una publicación cuyo soporte es un archivo electrónico que pueda almacenarse en distintos soportes digitales y permite incorporar elementos interactivos y multimedia. La elaboración del libro multimedia del tema de probabilidad para los cursos de estadística que se imparten en la FES-Cuautitlán en un entorno virtual, se fundamenta en la teoría del constructivismo social, la cual sostiene que un ambiente de aprendizaje óptimo es aquel donde existe una interacción dinámica entre los profesores, los alumnos y las tareas que proveen oportunidades para que los alumnos construyan su propio conocimiento, lo que ocurre debido a la interacción con los otros.



46

47

48 En resumen, los contenidos audiovisuales del libro aportarán ventajas a la hora de las
49 explicaciones y de la comprensión de los conceptos. Al ser interactivos, se
50 aprovecharán todas las ventajas de la red y sus aplicaciones. Se adaptarán a los
51 cambios curriculares y aprovechando la flexibilidad digital, los profesores podrán
52 seleccionar contenidos, añadir, modificar, etc., es decir, serán libros de textos que
53 estarán en continua revisión.

54

55 2. Metodología o desarrollo

56

57 La figura 1 nos muestra la portada del libro multimedia desarrollado para el tema de
58 estimación, este tema está incluido en los temarios de las asignaturas de probabilidad
59 y estadística que se imparten el Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán.

60



61

62 **Figura 1. Portada del libro multimedia del tema de Estimación.**

63

64 El contenido del libro interactivo es el siguiente: Video de introducción, Capítulo 1
65 Introducción, Capítulo 2 Propiedades de los estimadores, Capítulo 3 Evaluación de la
66 bondad de un estimador puntual, Capítulo 4 Estimación por intervalos y Capítulo 5
67 Actividades. La figura 2 nos muestra el contenido del libro.

68

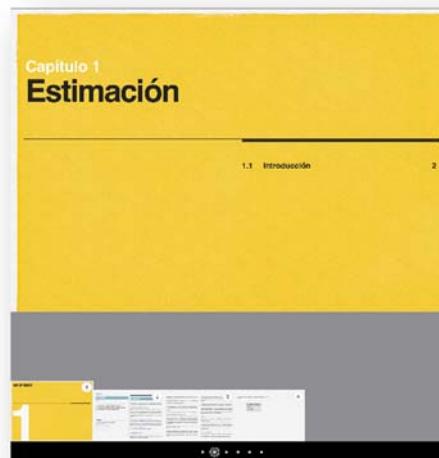
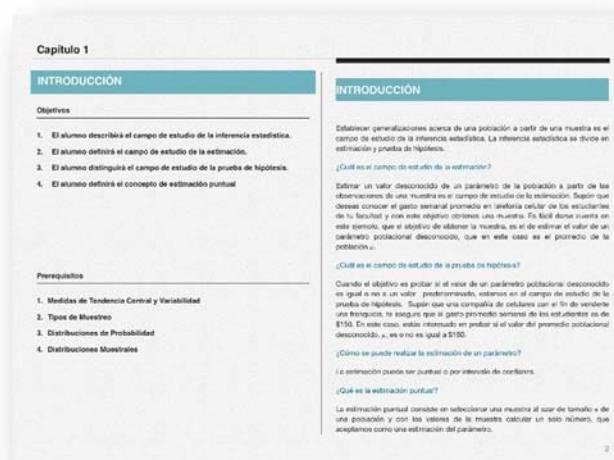


Figura 2. Contenido del libro multimedia del tema de Estimación.

En cada capítulo se desarrolló la parte teórica en forma de preguntas y respuestas, con la finalidad de que los alumnos adquieran una mejor comprensión de los temas. La figura 3 nos muestra la forma de preguntas y respuestas de la introducción al tema de estimación.



Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

Objetivos

- El alumno describirá el campo de estudio de la inferencia estadística.
- El alumno definirá el campo de estudio de la estimación.
- El alumno distinguirá el campo de estudio de la prueba de hipótesis.
- El alumno definirá el concepto de estimación puntual.

Prerrequisitos

- Medidas de Tendencia Central y Variabilidad
- Tipos de Muestreo
- Distribuciones de Probabilidad
- Distribuciones Muestrales

INTRODUCCIÓN

Definir generalizaciones acerca de una población a partir de una muestra es el campo de estudio de la inferencia estadística. La inferencia estadística se divide en estimación y prueba de hipótesis.

¿Cuál es el campo de estudio de la estimación?

Definir un valor descriptivo de un parámetro de la población a partir de las observaciones de una muestra es el campo de estudio de la estimación. Supón que deseas saber cuál es el promedio de edad de los habitantes de tu ciudad. Para lograrlo, te has decidido hacer una encuesta. En total debes encuestar a 100 habitantes y con ese objetivo obtienes una muestra. En total debes encuestar a este elemento, que el objetivo de obtener la muestra, es el de estimar el valor de un parámetro poblacional desconocido, que en este caso es el promedio de la población.

¿Cuál es el campo de estudio de la prueba de hipótesis?

Cuando el objetivo es probar si el valor de un parámetro poblacional desconocido es igual a un o un valor, preferiblemente, se basa en el campo de estudio de la prueba de hipótesis. Supón que deseas saber cuál es el promedio de edad de una franquicia, te sugiere que si gastos promedio somente de los estudiantes es de \$150. En este caso, estarás interesado en probar si el valor del promedio poblacional desconocido, y, es o no es igual a \$150.

¿Cómo se puede realizar la estimación de un parámetro?

La estimación puede ser puntual o por intervalo de confianza.

¿Qué es la estimación puntual?

La estimación puntual consiste en seleccionar una muestra al azar de tamaño n de una población y con los valores de la muestra calcular un solo número, que aceptamos como una estimación del parámetro.

Figura 3. Desarrollo del contenido del capítulo 1.

Los videos cada día ganan más atención por parte de los docentes como herramienta de contenidos e información, dentro de este contexto al libro digital se le agregó un video de introducción del tema de estimación, el cuál muestra la definición de este

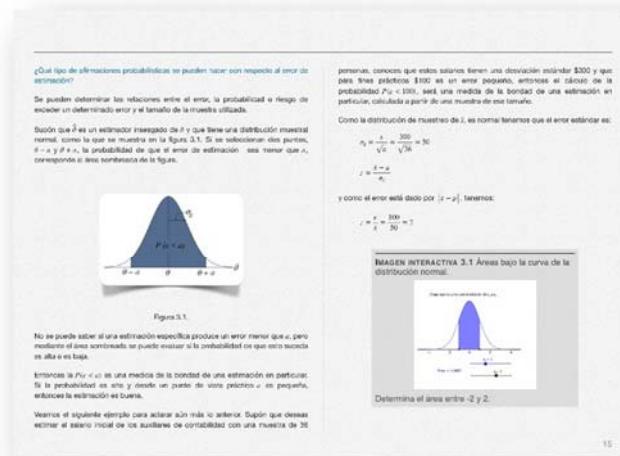
83 tema y las características del contenido del libro. La figura 3 nos muestra el video de
84 introducción.
85



86
87 **Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas**
88

Figura 3. Video de introducción del tema de Estimación.

89 iBooks Author tiene una serie de herramientas que nos permite hacer un eBook
90 altamente interactivo de una forma muy fácil, pero la herramienta más poderosa y
91 flexible de todas es el Widget HTML, con el que podemos agregar básicamente
92 cualquier animación/interacción que se pueda imaginar. En la mayoría de los capítulos
93 se hizo uso del widget HTML, ya que con esta herramienta se puede hacer todo tipo
94 de animaciones, interacciones, páginas web, banners, GIFs, etc. En este libro se
95 utilizaron para explicar mejor la parte teórica o en la resolución de un ejercicio. En la
96 figura 4 se muestra un widget el cuál se hizo con la finalidad de poder visualizar y
97 calcular las áreas bajo la curva de una distribución normal estándar de dos valores, es
98 decir dado un valor z_1 y un valor z_2 . El alumno puede definir los valores y
99 automáticamente obtendrá dicha área bajo la curva.
100
101
102



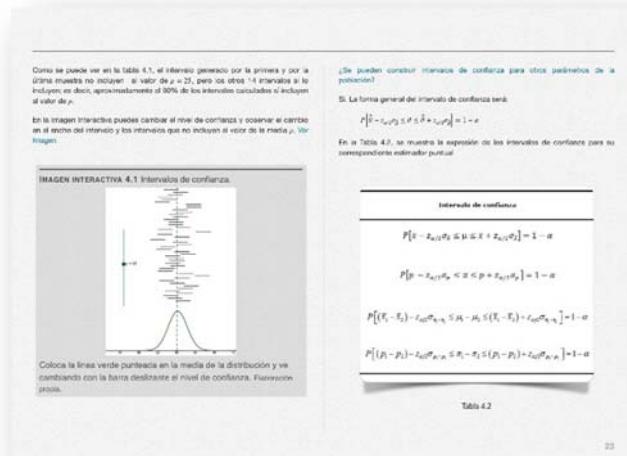
15

103

104

105

106 GeoGebra es un programa dinámico para la enseñanza y aprendizaje de las
 107 matemáticas para educación en todos sus niveles. Combina dinámicamente,
 108 geometría, álgebra, análisis y estadística en un único conjunto tan sencillo a nivel
 109 operativo como potente. Ofrece representaciones diversas de los objetos desde cada
 110 una de sus posibles perspectivas: vistas gráficas, algebraicas, estadísticas y de
 111 organización en tablas y planillas, y hojas de datos dinámicamente vinculadas. Dentro
 112 de los capítulos del libro desarrollado se incluyeron imágenes interactivas elaboradas
 113 con el uso de GeoGebra, en la figura 5 se muestra una de estas imágenes interactivas,
 114 la cual se realizó con la finalidad de mostrar como afecta el nivel de confianza en la
 115 realización de los intervalos, es decir, el alumno puede cambiar el nivel de confianza
 116 de los intervalos y podrá observar el cambio en el ancho del intervalo, además puede
 117 observar que intervalos no incluyen en valor de la media poblacional.
 118
 119



23

120
121
122
123
124
125
126
127
128

Figura 5. Video de introducción del tema de Estimación.

Con la finalidad de que los alumnos refuerzen los conocimientos del tema de estimación, se elaboró un capítulo de Actividades propuestas, en el cual consiste en ejercicios que se pueden resolver utilizando las herramientas propuestas en los capítulos anteriores. La figura 6 nos muestra el capítulo 5 del libro multimedia elaborado.

29

129
130
131
132
133
134

Figura 6. Actividades propuestas del tema de Estimación.

2. Conclusiones

La tecnología que se ha integrado al proceso educativo está cambiando los paradigmas de enseñanza. Esto lo podemos ver hasta en escuelas de bajo recursos.



135 Los cambios son en términos generales, buenos. Gracias a la tecnología los libros
136 también están cambiando la forma de enseñanza. Consideramos que el alumno al
137 hacer uso del libro electrónico desarrollado del tema de Estimación, este tendrá una
138 mejor forma de aprendizaje al considerar el libro como un material complementario
139 para los temas del curso normal.

140

141 También se considera que al hacer uso del libro electrónico el alumno se puede
142 enfocar a la interpretación de los resultados y a la comprensión de los temas, más que
143 a la memorización de fórmulas; ya que con el uso de software propuesto los resultados
144 se obtienen de una manera más rápida y el alumno se debe enfocar a la interpretación
145 de estos con un pensamiento crítico que ayude a la toma de decisiones.

146

147

148 Agradecimientos

149

150 Agradecimientos al proyecto PAPIME - 301916 "Aula Móvil: Elaboración de libros
151 digitales interactivos para las asignaturas de estadística" por el apoyo en la realización
152 de este trabajo.

153

154

155 Índice de referencias

156

- 157 • Anderson. D. R., (2011). *Statistics for Business and Economics*, México: South-
158 Western College Pub.
- 159 • Devore, J. (2011). *Probability and Statistics for Engineering and the Sciences*.
160 México: CENGAGE Learning, 8 edition
- 161 • Levin, R. I., Rubin, D.S., (2010). *Estadística para Administración y Economía*.
162 México: Ed. Pearson Prentice Hall, 7^a. Edición
- 163 • Kenneth, C.L., (2012). *Sistemas de Información Gerencial*, México: Always Learning
164 Pearson, 12 edición
- 165 • McClave, T., Benson, P., (2010). *Statistics for Business and Economics*, México:
166 Prentice Hall; 11 edition.
- 167 • Triola, M. (2010). *Estadística*, México: Pearson Educación 11 edición.



ACERCAMIENTOS GEOMÉTRICOS A PROBLEMAS VERBALES EN UN AMBIENTE DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON GEOGEBRA

Isaid Reyes Martínez¹, Karen Pérez Ávila

CCH Vallejo. Av. 100 Metros Esq. Fortuna, Magdalena de las Salinas, Gustavo A. Madero, C.P. 07760, CDMX.

IT-POIT108

Resumen

En este estudio se analizan los acercamientos que muestran estudiantes de bachillerato al resolver problemas verbales aritmético-algebraicos con el uso de un Sistema de Geometría Dinámica (SGD). Se analizan los recursos, representaciones, estrategias y formas de razonamiento matemático que exhiben cuando utilizan GeoGebra durante el proceso de resolución de problemas. Los resultados muestran que el SGD favorece en los estudiantes diferentes formas de razonamiento y da la posibilidad de transitar de una representación geométrica a una representación algebraica.

Palabras clave: Resolución de Problemas, Álgebra, Tecnología.

1. Introducción

La imagen tradicional que ha caracterizado el estudio del álgebra en el bachillerato enfatiza la manipulación de expresiones algebraicas, la resolución de ecuaciones lineales y cuadráticas, y la modelación algebraica de problemas verbales que contienen variables e incógnitas (Kaput, 2000; Kieran, 2014). Sin embargo, Kieran (2014) considera que el álgebra escolar no debe limitarse a estas actividades, sino también debe incluir procesos que permitan al estudiante tener la capacidad de describir relaciones y resolver problemas que involucren la construcción y uso de relaciones funcionales. En otras palabras, no es suficiente estudiar aspectos simbólicos en la actividad algebraica, sino también resulta importante que los estudiantes construyan formas de razonar asociadas con el pensamiento relacional que subyace en el razonamiento algebraico.

En este sentido, la agenda de investigación en esta área se ha enfocado hacia estudios donde los estudiantes construyan significados o le den sentido a los objetos y procesos algebraicos, de tal manera que se favorezca la comprensión conceptual y la resolución de problemas (Kieran, 2014). Al respecto, la NCTM (2010) hizo una propuesta, que incluye el uso de tecnología, que buscó darle sentido a los procesos algebraicos que llevan a cabo los estudiantes de bachillerato. Se enfatizó la importancia del razonamiento con símbolos algebraicos, ecuaciones y funciones, y señaló las áreas que presentan retos. Algunas son: expresar generalidad con notación algebraica y con

¹ Email: isaid.reyes@cch.unam.mx

41 la notación de función, razonar sobre la pendiente, construir y usar funciones
42 algebraicas, plantear ecuaciones apropiadas para resolver problemas verbales.
43 En atención a estos retos, Gómez-Arciga, et al. (2018) realizaron una investigación
44 con futuros profesores de matemáticas en donde, mediante la interpretación
45 geométrica de problemas verbales con el uso de GeoGebra, se observó cómo la
46 herramienta permitió analizar el comportamiento de los objetos matemáticos
47 involucrados, desarrollar diferentes formas de razonamiento, implementar nuevas
48 estrategias y transitar de la representación geométrica a la algebraica. Se
49 seleccionaron los problemas verbales porque, a pesar de estar incluidos en los planes
50 de estudio desde nivel básico hasta superior, no se ha discutido lo suficiente sobre qué
51 aspectos del razonamiento matemático construyen realmente los estudiantes durante
52 sus experiencias de aprendizaje al trabajar este tipo de problemas (Verschaffel,
53 Depaepe, & Van Dooren, 2014).

54 La pregunta de investigación que se planteó para este estudio es: ¿cómo el uso de un
55 Sistema de Geometría Dinámica (SGD), específicamente GeoGebra, favorece el
56 desarrollo de recursos, estrategias y formas de razonamiento en los estudiantes de
57 bachillerato cuando se enfrentan a resolver problemas verbales aritmético-
58 algebraicos?

59 Se documentan los diferentes acercamientos dinámicos que desarrollaron los
60 estudiantes durante la resolución de problemas verbales y se identifican los recursos,
61 estrategias y formas de razonamiento que exhibieron durante este proceso.

62 **2. Marco Conceptual**

63 Uno de los objetivos que se busca en el álgebra escolar es que los estudiantes
64 perciban al álgebra, entre otras cosas, como el estudio de las relaciones entre las
65 cantidades (NCTM, 2010). Por ejemplo, si un estudiante se enfrenta a un problema
66 verbal que involucre una ecuación algebraica del tipo $a = b/x$ en el proceso de su
67 resolución, entonces el análisis puede orientarse hacia la comprensión y análisis de
68 qué sucede con a si el valor de x se acerca a cero o, viceversa, si aumenta.

69 Las competencias que se han identificado como necesarias para resolver problemas
70 matemáticos, en particular, problemas verbales, involucran: dominio de conocimiento
71 conceptual y procedimental, métodos heurísticos o estrategias cognitivas, estrategias
72 metacognitivas y actitudes positivas ante las tareas que se desarrollan (Schoenfeld,
73 1985, 1992; Verschaffel, Depaepe, & Van Dooren, 2014).

74 Las actividades o problemas se desarrollaron alrededor de episodios que incluían las
75 fases de comprensión, exploración del problema, búsqueda de diversas maneras de
76 resolver la tarea, y la visión retrospectiva del proceso de solución y extensión de la
77 tarea (Santos-Trigo & Camacho-Machín, 20013). Los episodios son elementos
78 esenciales de un marco que sustenta y promueve el uso de diversas tecnologías
79 digitales en la resolución de problemas. La principal característica del marco es el uso
80 de un SGD para construir modelos dinámicos de los problemas para explorar y buscar
81 relaciones, así como generar conjeturas que puedan establecer las bases para una
82 posterior búsqueda de los argumentos formales que las respaldan. Otro elemento del
83 marco propuesto por Santos-Trigo y Camacho Machín fue la importancia de plantear

84 preguntas durante todas las fases de resolución de problemas. En este contexto,
 85 Gómez-Arciga, et al. (2018) reportaron que el uso de un SGD (GeoGebra) les permitió
 86 resolver problemas verbales de forma novedosa al construir y explorar modelos
 87 dinámicos en los que se resalta la interpretación geométrica de los enunciados del
 88 problema.

89 **3. Metodología**

90 Este estudio se llevó a cabo con un grupo de 25 estudiantes en un curso de álgebra
 91 de primer semestre de nivel bachillerato. Se trabajó durante siete semanas, dos
 92 sesiones de dos horas por semana. El desarrollo de las sesiones se realizó en un aula
 93 de computo donde cada estudiante tuvo acceso a una computadora con el SGD,
 94 GeoGebra, instalado. En las primeras cuatro sesiones, con la finalidad de que los
 95 estudiantes comenzaran a familiarizarse con GeoGebra, se trabajó en la construcción
 96 de una representación geométrica de un problema verbal. Cabe señalar, que dicha
 97 tarea fue guiada por el profesor y que el problema que se seleccionó era de nivel básico
 98 para darle énfasis al uso de la GeoGebra. Posteriormente, los estudiantes abordaron
 99 diversos problemas verbales aritmético-algebraicos como, por ejemplo, de
 100 porcentajes, velocidades, trabajo, edades, que presentaban un mayor grado de
 101 complejidad en el proceso de comprensión y donde el profesor se limitó a resolver
 102 dudas asociadas con la herramienta.

103 En este reporte se analizan los acercamientos que tuvieron los estudiantes a un
 104 problema verbal con el uso de GeoGebra:

105 **Problema:** Un barco navega a la velocidad de 45 km/h, ¿en cuánto tiempo recorrerá
 106 180 km?

$$v = 45 \text{ km/h}$$



107
 108 **Figura 1. Esquema gráfico de la situación.**

109 El problema se representó geométricamente en el sistema cartesiano para contrastar
 110 y analizar cómo se relacionan los conceptos y datos descritos en cada enunciado.
 111 Después de la exploración y análisis de cada modelo, se determinó la solución
 112 analítica y la respectiva ecuación algebraica.

113 Los datos se recolectaron a través de los reportes escritos, videogramaciones de las
 114 sesiones, archivos de GeoGebra con las construcciones dinámicas que elaboraron los
 115 estudiantes y las notas de campo de los investigadores.

116 **4. Resultados**

117 En esta sección se muestran los modelos geométricos planteados por los estudiantes
 118 y se discute sobre los recursos y estrategias que utilizaron. Se exhiben y analizan los
 119 resultados del problema y, posteriormente, se discute cómo estos resultados

120 impactaron o influyeron en el desarrollo de un problema con mayor grado de
 121 complejidad. Se identifican dos momentos importantes: el primero contempla la
 122 solución con el uso de papel y lápiz y el segundo la exploración hecha con GeoGebra.
 123 El primer momento permitió observar los recursos con que contaban los estudiantes,
 124 así como las estrategias que utilizaban. En el segundo momento además de
 125 apropiarse de la herramienta se mostró la forma en la que se puede transformar una
 126 actividad rutinaria en una no rutinaria con el uso de un SGD.

127 4.1 Solución con el uso de papel y lápiz

128 Antes de explorar el problema con el SGD, se les pidió a los estudiantes que
 129 resolvieran el problema con el uso de papel y lápiz con la intención de evaluar la
 130 comprensión del enunciado. Se observaron diferentes procedimientos que surgieron
 131 de identificar una relación de proporción directa en los datos proporcionados en el
 132 problema, en la Figura 2 se muestran los tres acercamientos que surgieron en esta
 133 etapa: plantear una regla de tres, construir una tabla y plantear una ecuación, cabe
 134 resaltar que todos los estudiantes lograron resolver el problema.

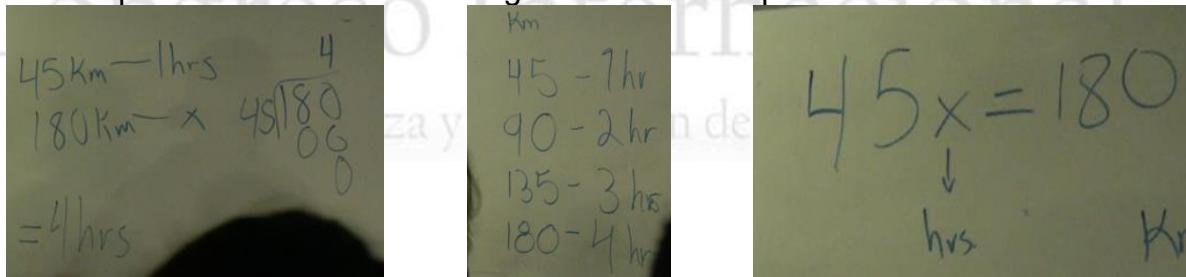


Figura 2. Resultados del problema con el uso de papel y lápiz.

135 4.2 Solución con el uso de GeoGebra

136 A continuación, se muestra cómo se desarrollan los cuatro episodios propuestos por
 137 Santos-Trigo y Camacho-Machín (2013) cuando se incorpora un SGD en la resolución
 138 de problemas matemáticos destacando los recursos, estrategias y formas de
 139 razonamiento que surgen en este proceso.

140 4.2.1 Episodio de comprensión

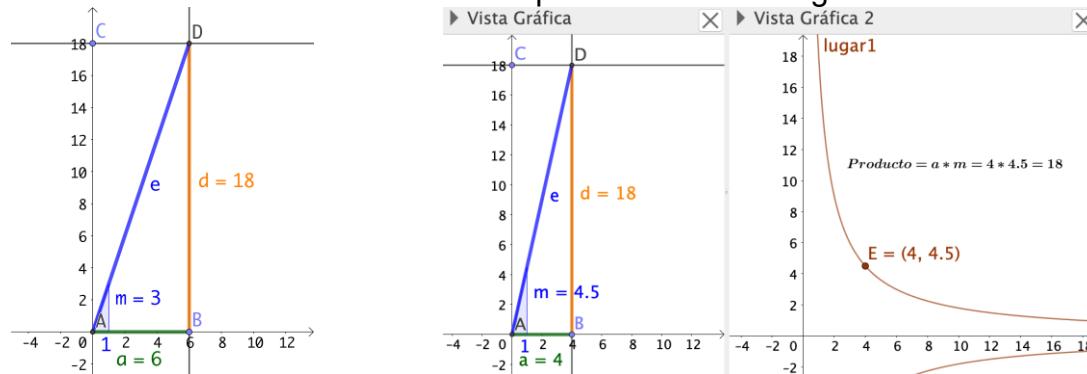
141 ¿Cómo representar la información descrita en la situación problemática con el uso de
 142 un SGD? Buscar formas de representar el problema en un ambiente dinámico implica
 143 identificar los conceptos involucrados y asociarlos a objetos geométricos. En este
 144 sentido, se utilizó el plano cartesiano no sólo para representar el problema
 145 geométricamente, sino también para explorar e identificar posibles relaciones entre los
 146 datos proporcionados.

147 La Figura 3a muestra el modelo dinámico que se construyó para explorar el problema.
 148 El eje x representa tiempo (medido en horas) y el eje y la distancia (medida en
 149 kilómetros) en escala de 1:10. Así, el segmento a representa el tiempo que viaja el
 150 barco, el segmento d la distancia total que recorrió (la cual se mantiene constante) y la
 151 pendiente del segmento e la velocidad a la que viaja el barco. Es decir, el modelo
 152 creado no se trata de una representación de la trayectoria del barco sino de una

153 representación dinámica de las variables involucradas en el problema que permite
 154 explorar la variación de la velocidad en función del tiempo.

155 4.2.2 Episodio de exploración

156 ¿Cómo se resuelve el problema utilizando el modelo dinámico? En el modelo es
 157 posible explorar la variación de la velocidad del barco en función de la posición del
 158 punto B , de esta manera, el problema se reduce a encontrar la posición de B que haga
 159 que la velocidad del barco sea de 45 km/h (Figura 3b). ¿Cómo cambia o varía la
 160 velocidad del barco al mover el punto B ? En la exploración del modelo se puede
 161 observar que al mover el punto B la velocidad del barco, asociada a la pendiente m ,
 162 cambia (al mirar directamente el valor de m cuando B se mueve). Por lo tanto, tiene
 163 sentido investigar la variación de la pendiente m . Con la ayuda de GeoGebra se puede
 164 generar una representación gráfica de la variación de la pendiente. Es decir, se
 165 establece una relación entre el segmento a (tiempo del recorrido) y el valor de la
 166 pendiente m (velocidad del barco). Para explorar esta relación, se define el punto E
 167 con coordenadas x -longitud del segmento $AB = a$ y como el valor de la pendiente
 168 correspondiente, es decir, $E = (a, m)$ en una segunda vista gráfica (Figura 3b). El punto
 169 E describe la relación o covariación entre el tiempo y la velocidad del barco y, por lo
 170 tanto, su análisis se hizo en un sistema cartesiano donde el eje x representa tiempo y
 171 el eje y velocidad. Es decir, el modelo dinámico del problema y la relación descrita por
 172 el punto E no pueden coexistir en el mismo plano. Se observa que cuando el punto B
 173 se mueve sobre el eje x la posición del punto E cambia. ¿Cuál es el lugar geométrico
 174 descrito por el punto E cuando el punto B se mueve sobre el eje x y cómo se interpreta
 175 en el contexto del problema? La Figura 3b muestra que el lugar geométrico descrito
 176 por el punto E es una curva que indica que, si el tiempo aumenta, la velocidad
 177 disminuye, o viceversa, si el tiempo disminuye, la velocidad aumenta. Además, se
 178 observa que el producto de las coordenadas del punto E era constante e igual a 18.
 179 Esto permite concluir que la relación que hay entre el tiempo y la velocidad es
 180 inversamente proporcional. Pero esta interpretación solo es posible cuando el punto B
 181 se mueve en el lado positivo del eje x . La representación gráfica de la variación de la
 182 velocidad se obtiene sin tener de manera explícita un modelo algebraico.



183 Figura 3. Representación dinámica de los conceptos involucrados en el problema. a) (izquierda)
 184 En esta configuración se considera un viaje de 6 h con una velocidad de 30 km/h. b) (derecha)
 185 Modelo dinámico y visualización de la variación de la velocidad.

186 4.2.3 Episodio de búsqueda de distintos acercamientos a la solución
 187 ¿Cómo proponer una solución geométrica del problema a partir de la exploración del
 188 modelo dinámico? En la búsqueda de una solución geométrica del problema resulta
 189 importante analizar el lugar geométrico que describe el punto E de forma analítica. Es
 190 decir, se busca construir el modelo algebraico del lugar geométrico y encontrar su
 191 intersección con $y = 4.5$ (Figura 4). La solución del problema en el modelo se obtiene
 192 cuando $m = 4.5$. Por esa razón, la solución geométrica se encuentra en la intersección
 193 entre la recta $y = 4.5$ y la curva $y = 18/x$ (punto F).

Partiendo del punto $E = (a, m)$ se tiene que: $x = a$ y
 $y = m$.

Escribiendo m en términos de a : $y = d/a$

El valor de d es constante e igual a 18, también se sustituye a por x que es la incógnita del problema:
 $y = 18/x$

Por lo tanto $y = 18/x$ es el modelo algebraico del lugar geométrico que describe la variación de la velocidad.

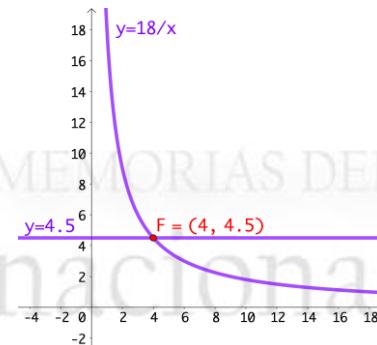


Figura 4. Modelo algebraico del lugar geométrico y solución geométrica del problema.

194 Finalmente, la representación algebraica del problema, es decir, la ecuación que
 195 permite resolverlo resulta de igualar las funciones graficadas: $4.5 = 18/x$. Es decir, el
 196 barco necesita viajar durante 4 horas a una velocidad de 45 km/h para recorrer los 180
 197 km. En la siguiente liga se puede acceder al modelo dinámico del problema:
 198 <https://www.geogebra.org/m/m9xtr2cq> (fecha de consulta: 8 de marzo de 2019), el
 199 modelo contiene las dos vistas gráficas así como el protocolo de construcción con
 200 todos los comandos que se utilizaron para modelar este problema.

201 4.2.4 Episodio de integración y reflexiones

202 ¿Cuáles fueron las ideas principales en este proceso? Tanto el profesor como los
 203 estudiantes discutieron sobre el significado o la interpretación geométrica de los
 204 conceptos involucrados en el enunciado del problema. Por ejemplo, algunas preguntas
 205 que surgieron de este resultado fueron: ¿qué valores puede tener la pendiente m en
 206 relación con el segmento a y cómo se interpreta eso en el problema?, ¿cuál es el valor
 207 de m cuando la longitud del segmento a se reduce a 0?, ¿y cuando la longitud de a
 208 tiende a infinito?, ¿en dónde debe estar situado el punto B para que el modelo tenga
 209 sentido según el contexto del problema?

210 Conceptos como la velocidad y la proporcionalidad están conectados al concepto de
 211 pendiente y fueron esenciales para representar el problema mediante un modelo
 212 dinámico. El movimiento controlado del punto B permitió a los estudiantes identificar la
 213 relación entre el tiempo y la velocidad. El hecho de que GeoGebra no permita

214 intersectar lugares geométricos, necesario para obtener la solución mostrada en la
215 Figura 4, motivó la búsqueda de un modelo algebraico.

216 **5. Discusión de los resultados**

217 El problema planteado es una tarea rutinaria que se resolvió aplicando operaciones
218 aritméticas básicas cuando se trabajó en un ambiente de lápiz y papel. Introducir un
219 SGD para resolver la misma tarea, permitió transformarla en una serie de actividades
220 no rutinarias características del proceso de resolución de problemas. Fue decisivo
221 seleccionar las herramientas que ofrece el SGD adecuadamente para que los
222 estudiantes pudieran enfrentarse a la resolución de problemas verbales aritmético-
223 algebraicos con el uso de éste. Así, el objetivo inicial fue representar los conceptos y
224 la información descrita en el enunciado del problema de forma geométrica. Las
225 estrategias que implican mover puntos de forma ordenada, cuantificar o medir
226 atributos, definir relaciones de objetos mediante un punto y trazar su lugar geométrico,
227 fueron importantes para explorar el modelo y obtener distintos acercamientos a la
228 solución del problema. Un recurso importante además del concepto de pendiente, que
229 permitió conectar con los conceptos de velocidad, razón de cambio y proporcionalidad,
230 fue el de dominio del problema. Es decir, en qué intervalo del eje x tuvo sentido explorar
231 las relaciones u objetos involucrados en el modelo del problema.

232 La construcción y exploración de los modelos dinámicos permitió que los estudiantes
233 lograran representar algebraicamente el problema al dar seguimiento a los pasos de
234 la construcción. De esta manera, los estudiantes pudieron interpretar y contextualizar
235 las expresiones algebraicas, y dar sentido a diferentes objetos y conceptos
236 matemáticos como la pendiente.

237 **6. Conclusiones**

238 El uso de un SGD en la resolución de problemas verbales aritmético-algebraicos ofrece
239 la posibilidad de que los estudiantes busquen nuevas rutas para resolverlos. Por
240 ejemplo, un enfoque novedoso fue representar los problemas con modelos dinámicos
241 en GeoGebra ya que estas configuraciones se construyen con base en el análisis de
242 las propiedades matemáticas de los objetos asociados a la tarea y exige que los
243 estudiantes les asignen un sentido geométrico. Estos modelos permiten al estudiante
244 identificar y explorar relaciones y patrones. Además, resulta fácil cuantificar o medir
245 atributos como longitudes de segmentos, pendientes y observar cómo estos atributos
246 cambian cuando ciertos objetos de la configuración se mueven. Un aspecto relevante
247 es que las representaciones gráficas funcionales que se construyeron, en la vista
248 gráfica 2 de GeoGebra, no requieren de una representación algebraica inicialmente y
249 que con la ayuda del SGD se puede obtener y representar gráficamente en otro
250 sistema de referencia independiente al asignado al modelo dinámico.

251 Buscar distintos acercamientos a la solución fue clave en el desarrollo de diferentes
252 formas de razonamiento y favoreció el transitar de la representación geométrica a la
253 representación algebraica y permitió a los estudiantes, transformar o extender los
254 problemas verbales, dándoles la posibilidad de generar y conectar ideas matemáticas
255 en un contexto geométrico dinámico.

256 De manera general, los rasgos que se muestran en los distintos episodios en la
257 resolución de los problemas esbozan elementos de un marco inquisitivo donde se
258 resalta la importancia de que los estudiantes problematizan su aprendizaje. Es decir,
259 que formulen preguntas, que utilicen distintas representaciones, busquen conjeturas y
260 relaciones y donde el uso de un SGD les ayude a explorar y sustentar con argumentos
261 que van desde aspectos visuales y empíricos hasta acercamientos formales.

262 7. Referencias

- 263 • Gómez-Arciga, A., Olvera-Martínez, C., Aguilar-Magallón, D., & Poveda, W. E.
264 (2018). Digital Reasoning: Representing, exploring and solving word problems
265 through the use of GeoGebra. En T. E. Hodges, G. J. Roy, & A. M. Tyminski (Eds),
266 *Proceedings of the 40th annual meeting of the North American Chapter of the*
267 *International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 1171-1186).
268 Greenville, SC: University of South Carolina & Clemson University.
- 269 • Kaput, J. J. (2000). Teaching and Learning a New Algebra with Understanding.
270 Recuperado el 10 de febrero de 2019 en:
271 <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED441662.pdf>
- 272 • Kieran, C. (2014). Algebra Teaching and Learning. En *Encyclopedia of mathematics*
273 *education* (pp. 27-32). Springer Netherlands.
- 274 • National Council of Teacher of Mathematics (2010). *Focus in High School*
275 *Mathematics: Reasoning and Sense Making in Algebra*. Reston, VA: National
276 Council of Teacher of Mathematics.
- 277 • Santos-Trigo, M. & Aguilar, D. (2018). Resolución de problemas matemáticos: del
278 trabajo de Pólya al razonamiento digital. En *Rutas de la Educación Matemática* (pp.
279 148-167). Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación
280 Matemática A. C. México.
- 281 • Santos-Trigo, M. & Camacho-Machín, M. (2013). Framing the use of computational
282 technology in problem solving approaches. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1), 279-
283 302.
- 284 • Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. New York: Academic Press.
- 285 • Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically. Problem solving,
286 metacognition and sense-making in mathematics. En D. A. Grouws (ed.), *Handbook*
287 *of research on mathematics teaching and learning* (pp 334–370). New York:
288 Macmillan
- 289 • Verschaffel, L., Depaepe, F., & Van Dooren, W. (2014). Word problems in
290 mathematics education. En *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 641-645).
291 Springer Netherlands.