



# **Grundlagen der ET (5)**

**Gerald Kupris**

**07.11.2012**

# Verschiebung GET vom 14.11. auf den 13. 11.!

## VORLESUNGSPLAN ANGEWANDTE INFORMATIK / INFOTRONIK Wintersemester 2012/13

Block 1: 08:00 - 09:30  
Block 2: 09:45 - 11:15  
Block 3: 12:00 - 13:30

1. Semester Bachelor AI (Stand: 18.09.2012)

Block 4: 14:00 - 15:30  
Block 5: 15:45 - 17:15  
Block 6: 17:30 - 19:00

**Mittwoch,  
14. November**

**Donnerstag,  
15. November**

**Freitag,  
16. November**

	Montag	Dienstag	Mittwoch	Donnerstag	Freitag
1	Digitaltechnik 1 Bö E 101	Grundlagen der Informatik Jr ITC 1 - E 104	GET Kupris Ku E 101	Mathematik 1 Ku E 006	Besuch der Messe „electronica“
2	Physik Ku E 001	Grundlagen der Informatik Jr ITC 1 - E 103	Mathematik 1 Ku E 101	Physik Ku E 006	
3	GET Bö E 001	Einführung in die Programmierung Jr ITC 1 - E 104			
4	Mathematik 1 LB Böhm E 001	Einführung in die Programmierung Jr ITC 1 - E 103			
5	Mathematik 1 LB Böhm E 001	GET Kupris ITC 1 - E104			

## Besuch der Messe „electronica 2012“



**electronica** 2012  
inside tomorrow

25th International Trade Fair for Electronic Components, Systems and Applications  
Messe München, November 13 – 16, 2012

Rahmenprogramm: automotive Forum • embedded Forum • electronica Forum • PCB Marketplace • electron

### Weltleitmesse für Komponenten, Systeme und Anwendungen der Elektronik

Die Deggendorfer Firma **congatec** lädt am 16.11. zum Besuch der electronica ein!

ca. 7:30 Abfahrt des Buses Richtung München

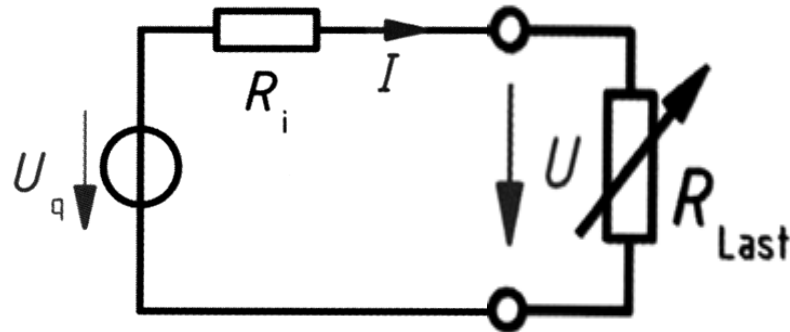
ca. 10:00 Ankunft Neue Messe München

ca. 16:00 Abfahrt vom Messegelände in München

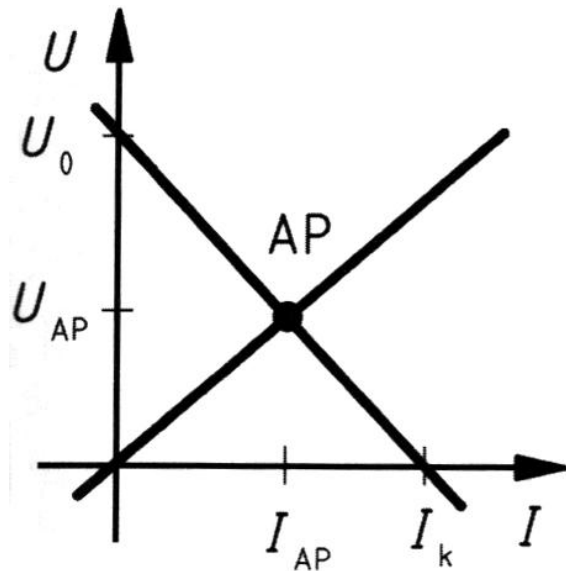
Natürlich freut sich **congatec** über einen Besuch am Stand Halle A6/306.

Die Liste zur Registrierung liegt im Sekretariat bei Frau Steininger aus.

# Wiederholung: Arbeitspunkt im unverzweigten Gleichstromkreis



Der Arbeitspunkt, der sich bei der Zusammenschaltung einer Quelle und einer Last ergibt, muss sowohl auf der Quellenkennlinie als auch auf der Lastkennlinie liegen.



$$U(I) = U_0 - R_i \cdot I$$

$$U_L(I) = R_L \cdot I$$

$$I_{AP} = \frac{U_0}{R_i + R_L}$$

$$U_{AP} = \frac{U_0 \cdot R_L}{R_i + R_L}$$

# Wiederholung: Gleichwertigkeit linearer Quellen

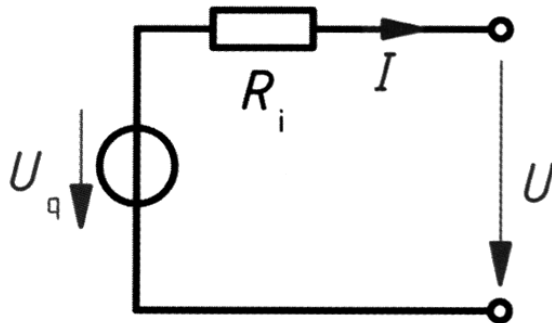
$$U(I) = U_0 - R_i \cdot I$$

$$I(U) = I_k - G_i \cdot U$$

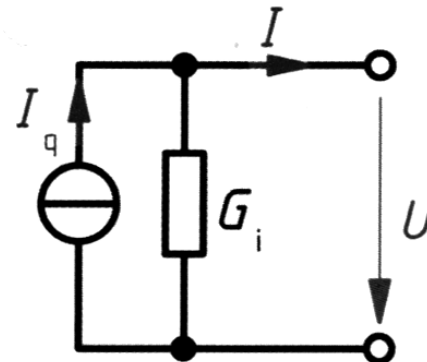


$$U = U_q - R_i I$$

$$I = I_q - G_i U$$



lineare Spannungsquelle



lineare Stromquelle

$$U_q = I_q R_i$$

$$R_i = 1 / G_i$$

## Wiederholung: Extremfälle der Leistungsabgabe

Bei **Leerlauf** wird in der **linearen Spannungsquelle** keine Leistung umgesetzt, da kein Strom fließt. Dieser Betriebsfall ist der **energetisch günstigste**.

Bei **Kurzschluss** einer **linearen Spannungsquelle** fließt durch die Quelle der Kurzschlussstrom  $U_q/R_i$ . Das ist der **energetisch ungünstigste** Betriebsfall.

Bei **Leerlauf** muss in einer **linearen Stromquelle** der gesamte Querstrom  $I_q$  durch den Innenwiderstand  $R_i$  fließen. Dieser Betriebsfall ist der **energetisch ungünstigste**.

Bei **Kurzschluss** einer **linearen Stromquelle** fließt der gesamte Quellenstrom durch den Kurzschluss. Dieser Betriebsfall ist - auch wenn es zunächst paradox klingen mag - der **energetisch günstigste**.

# Leistungsbilanz

Der Energieerhaltungssatz ist eines der fundamentalsten Gesetze der Physik. Er besagt, dass die Summe aller Energien in einem abgeschlossenen System konstant ist.

Daraus folgt für abgeschlossene Elektrische Netzwerke, die keine Energie speichern können, zu jedem Zeitpunkt: die Summe der dem Netzwerk zugeführten elektrischen Leistungen ist gleich der Summe der vom Netzwerk abgegebenen (d.h. in nichtelektrische Energieformen umgewandelten) elektrischen Leistungen.

Ein Widerstand kann elektrische Leistung nur aufnehmen. Was mit dieser Leistung geschieht, ist hier uninteressant, da ein Widerstand in einem Ersatzschaltbild einen beliebigen Verbraucher elektrischer Energie modelliert, der diese Energie in eine beliebige Energieform (z.B. Wärmeenergie, mechanische Energie) umwandelt.

Das Modell der idealen Strom- oder Spannungsquelle kann prinzipiell elektrische Leistung sowohl abgeben als auch aufnehmen. Ob eine solche Quelle in einer Schaltung als Erzeuger oder Verbraucher elektrischer Leistung wirkt, wird durch die äußere Beschaltung der Quelle bestimmt.

# Leistungsbilanz

Eine Leistungsbilanz gibt Aufschluss darüber, wie viel elektrische Leistung in einem Netzwerk insgesamt (von Erzeugern) zugeführt bzw. (von Verbrauchern) aufgenommen wird.

Die Leistungsbilanz kann als Plausibilitätstest für die Ergebnisse einer Netzwerkanalyse verwendet werden. Stimmt die Leistungsbilanz nicht, muss ein Fehler aufgetreten sein.

Die an einem Zweipol umgesetzte Leistung wird in jedem Fall mittel der folgenden Gleichung berechnet:

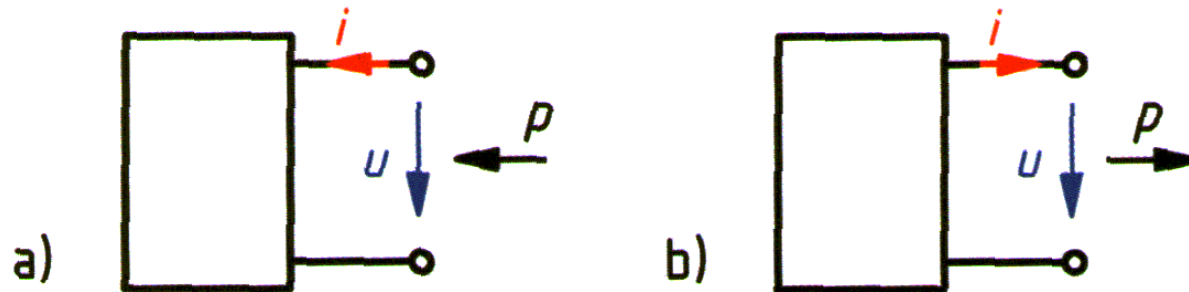
$$P = U \cdot I$$

Ein solcher Wert ist nur mit dem am betrachteten Zweipol verwendeten Zählpfeilsystem eindeutig. Zu beachten ist, dass den für Widerstände geltenden Gleichungen implizit das Verbraucher-Zählpfeilsystem zugrunde liegt.



# Wiederholung: Interpretation der berechneten Leistungen

$P = UI$	VZS am Zweipol	EZS am Zweipol
$P > 0$	Zweipol nimmt die Leistung $P$ auf, wirkt also als Verbraucher	Zweipol gibt die Leistung $P$ ab, wirkt also als Erzeuger
$P < 0$	Zweipol gibt die Leistung $ P $ ab, wirkt also als Erzeuger	Zweipol nimmt die Leistung $ P $ auf, wirkt also als Verbraucher



Die tatsächliche Richtung des Energiestroms ergibt sich aus der Richtung des Zählpfeils für  $P$  zusammen mit dem Vorzeichen von  $P$  (siehe Tabelle).

# Varianten zum Aufstellen einer Leistungsbilanz

1. Enthält die Schaltung sowohl Zweipole mit Erzeuger-Zählpfeilsystem als auch mit Verbraucher-Zählpfeilsystem, so sollte die allgemeine Form verwendet werden:

$$\sum P_{EVS} = \sum P_{VVS}$$

Hier sind alle Leistungen, die bei Verbrauchern mit Erzeuger-Zählpfeilsystem berechnet werden auf der einen Seite und alle Leistungen, die mit Verbraucher-Zählpfeilsystem berechnet werden auf der anderen Seite einzusetzen.

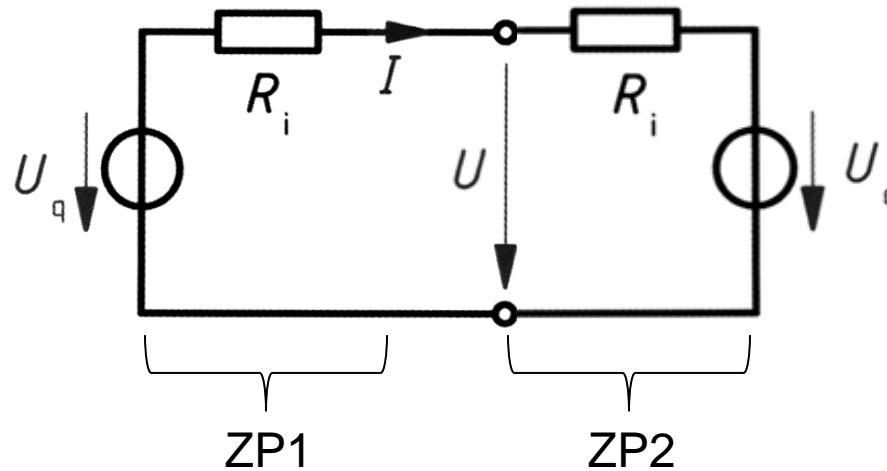
2. Wird an allen Zweipolen der betrachteten Schaltung das selbe Zählpfeilsystem verwendet, dann kann die vereinfachte Form verwendet werden:

$$\sum P = 0$$

3. Die spezielle Form darf nur verwendet werden, wenn jede einzelne Leistung vorher interpretiert wird (Zweipol gibt Leistung ab oder nimmt Leistung auf).

$$\sum P_{ab} = \sum P_{auf}$$

# Zusammenschaltung von zwei linearen Zweipolen



z.B. Elektroauto

Akkumulator

Motor/Generator

Normalbetrieb:  $U_q = 48 \text{ V}$   $R_i = 1 \Omega$

$U_q = 0 \text{ V}$   $R_i = 5 \Omega$

Bremsfahrt:  $U_q = 48 \text{ V}$   $R_i = 1 \Omega$

$U_q = 60 \text{ V}$   $R_i = 10 \Omega$

# Zusammenschaltung von zwei linearen Zweipolen

## 1. Fall (Normalbetrieb)

$$R_{ges} = 1\Omega + 5\Omega = 6\Omega$$

$$I = \frac{U}{R_{ges}} = \frac{48V}{6\Omega} = 8A$$

$$P = U \cdot I = 48V \cdot 8A = 384W$$

$$P_{Ri} = R_i \cdot I^2 = 1\Omega \cdot (8A)^2 = 64W$$

$$P_{Last} = R_{Last} \cdot I^2 = 5\Omega \cdot (8A)^2 = 320W$$

## Zusammenschaltung von zwei linearen Zweipolen

2. Fall (Bremsfahrt)  $\sum U = 0$

$$-48V + I \cdot 1\Omega + I \cdot 10\Omega + 60V = 0$$
$$I = -\frac{12V}{11\Omega} = -1,1A$$
$$P_1 = U_{q1} \cdot I = -52,8W$$
$$P_2 = U_{q2} \cdot I = -66W$$
$$P_{Ri1} = R_{i1} \cdot I^2 = 1\Omega \cdot (1,1A)^2 = 1,2W$$
$$P_{Ri2} = R_{i2} \cdot I^2 = 10\Omega \cdot (1,1A)^2 = 12W$$
$$P_{EzS} = P_{VzS}$$
$$-52,8W = -66W + 1,2W + 12W$$

# Verzweigte Gleichstromkreise

## **Knoten:**

Ein Punkt eines elektrischen Netzwerks, in dem mindestens drei Anschlüsse von Schaltungselementen zusammentreffen, in dem sich also der Strom verzweigen kann, heißt Knoten des Netzwerkes. Alle mit dem Knoten verbundenen Leitungen haben in einem Ersatzschaltbild stets das gleiche Potenzial wie der Knoten.

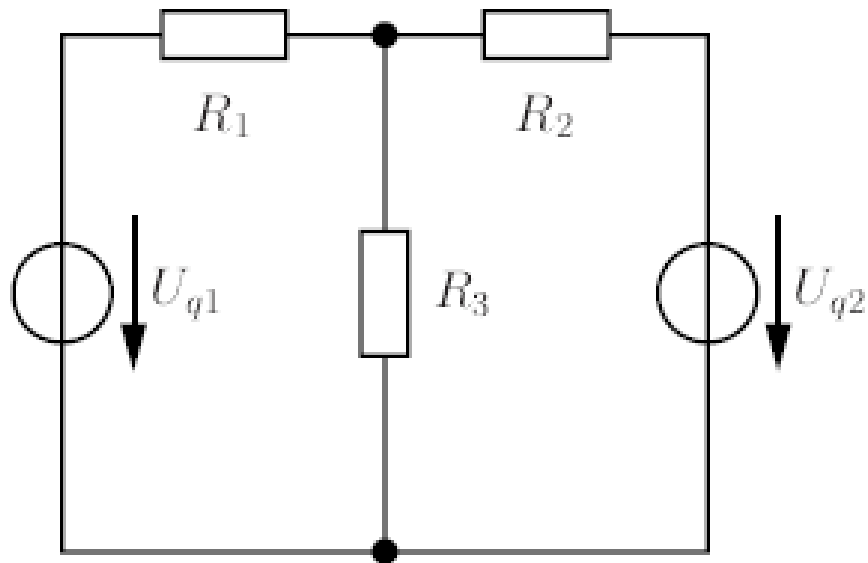
## **Zweig:**

Ein Zweig eines elektrischen Netzwerkes verbindet genau zwei Knoten durch einen Zweipol oder durch mehrere hintereinander („in Reihe“) geschaltete Zweipole. Durch alle Zweipole eines Zweiges fließt wegen des Kontinuitätssatzes stets der selbe Strom.

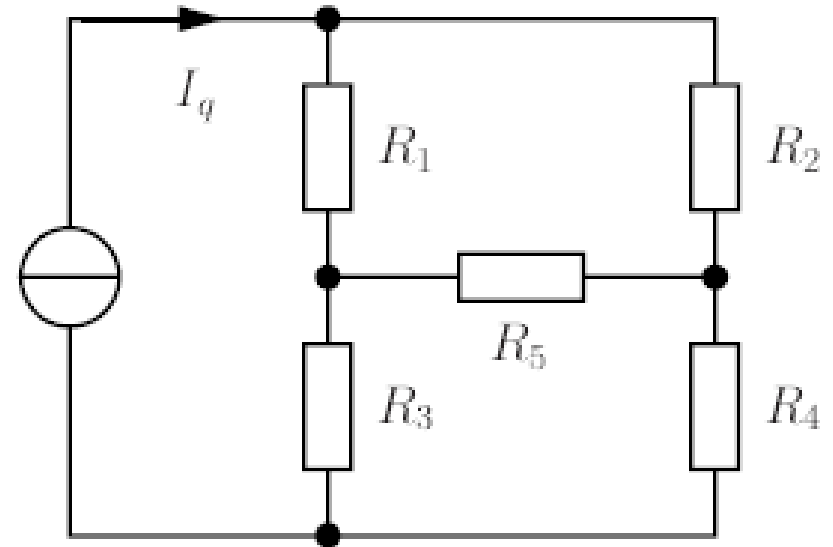
## **Masche:**

Eine Masche in einem elektrischen Netzwerk ist ein geschlossener Weg durch das Netzwerk, der aus mindestens zwei Zweigen besteht. Eine Ausnahme bildet ein unverzweigter Stromkreis, der aus genau einer Masche besteht. Verzweigte Netzwerke enthalten stets mehrere Maschen.

## Beispiele verzweigter Stromkreise



zwei Knoten,  
drei Zweige



vier Knoten,  
sechs Zweige

# 1. Kirchhoffsches Gesetz (Knotenregel)

In Gleichstromnetzen sind alle Größen unabhängig von der Zeit. Deshalb muss die Gesamtladung jedes Knotens im Netzwerk ebenfalls zeitlich unabhängig sein. Daraus folgt, dass die Ladungen, die durch  $p$  Ströme zu einem Knoten transportiert werden, unmittelbar durch  $q$  anderen Ströme abtransportiert werden müssen. Für jeden Knoten muss also in jedem Augenblick gelten: Die Summe der zufließenden Ströme ist gleich der Summe der abfließenden Ströme:

$$\sum_{\mu=1}^p I_{zu,\mu} = \sum_{v=1}^q I_{ab,v}$$

Zählt man alle zum Knoten hinfließenden Ströme positiv und alle abfließenden Ströme negativ (oder umgekehrt), so folgt bei  $n$  Zweigen der Knotensatz in der einfach zu merkenden Kurzform:

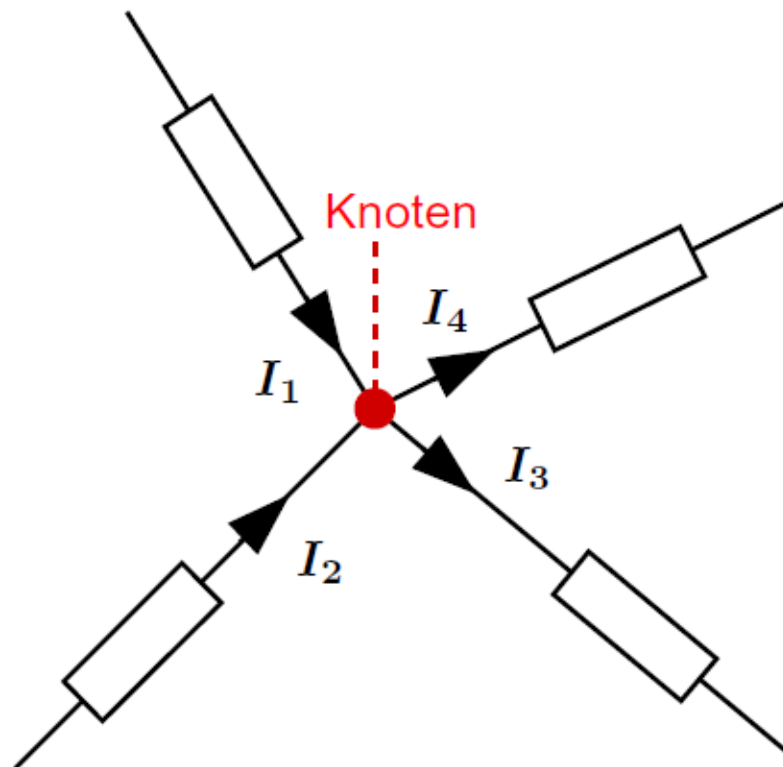
$$\sum_{v=1}^n I_v = 0$$



# 1. Kirchhoffsches Gesetz (Knotenregel)



Die Summe aller Ströme in einem Knotenpunkt ist gleich Null. Dabei werden hineinfließende und abfließende Ströme mit unterschiedlichen Vorzeichen versehen.



$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0$$

Allgemein:

$$\sum_{i=1}^N I_i = 0$$

$N$  = Anzahl der Leiter im Knotenpunkt

## 2. Kirchhoffsches Gesetz (Maschenregel)

Eine Masche enthält  $n$  Knoten mit eindeutigen elektrischen Potenzialen. Die einzelnen Zweigspannungen können sich aus Spannungsabfällen über Widerständen oder Quellspannungen über Spannungsquellen zusammensetzen. Die Summe der Zweigspannungen über einen geschlossenen Maschenumlauf ist gleich null. Daraus folgt der Maschensatz in der einfach zu merkenden Kurzform „Summe aller Spannungen gleich null“.

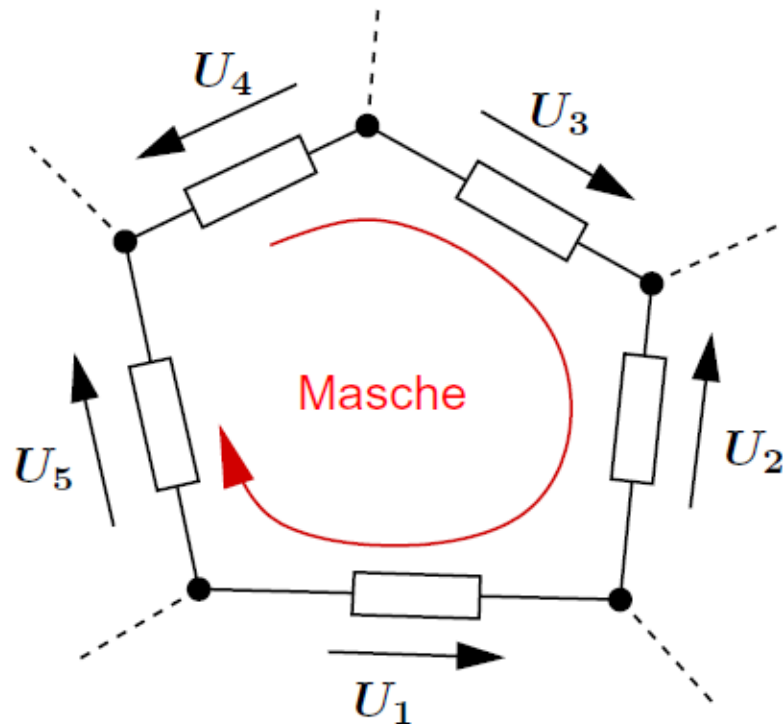
$$\sum_{v=1}^n U_v = 0$$

Vor dem Aufstellen der Maschengleichung ist ein Umlaufsinn für die Masche zu wählen. Seine Richtung ist prinzipiell beliebig. Alle Spannungsabfälle über Widerstände und Spannungsquellen sind positiv einzusetzen, wenn ihre Spannungszählpfeile in Richtung des Umlaufsinneres der Masche zeigen.

## 2. Kirchhoffsches Gesetz (Maschenregel)



Die Summe aller Spannungen in einer geschlossenen Masche ist Null. Dabei werden Spannungen, deren Zählpfeil in Umlaufrichtung zeigt, positiv und die anderen Spannungen negativ gezählt.



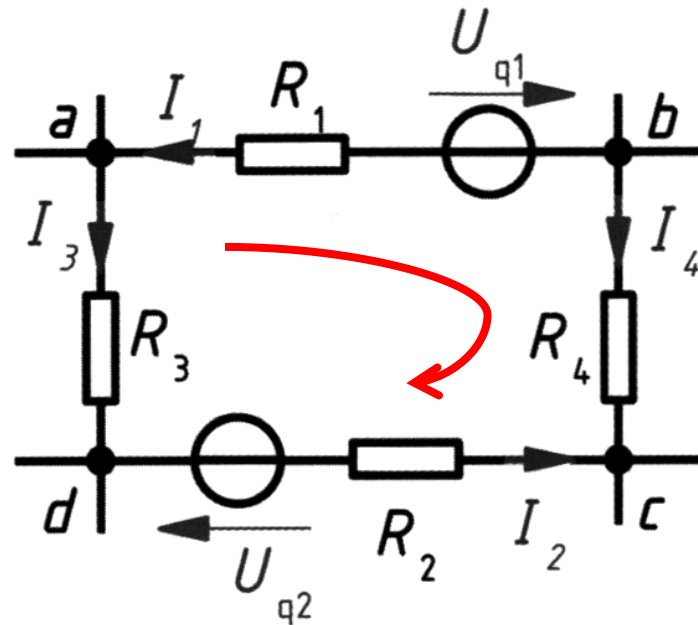
$$-U_1 - U_2 + U_3 - U_4 + U_5 = 0$$

Allgemein:

$$\sum_{i=1}^N U_i = 0$$

$N$  = Anzahl der Zweige in einer Masche

# Anwendung des Maschensatzes

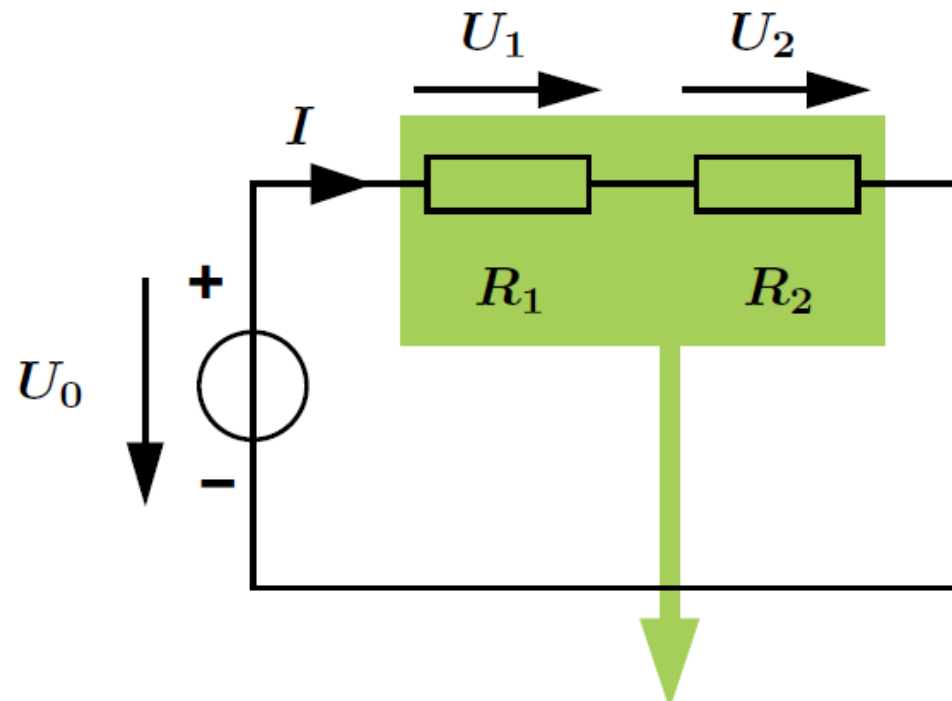


$$-R_1 I_1 + U_{q1} + R_4 I_4 - R_2 I_2 + U_{q2} - R_3 I_3 = 0.$$

$$I_3 = \frac{-R_1 I_1 + U_{q1} + R_4 I_4 - R_2 I_2 + U_{q2}}{R_3}$$

$$U_{bd} - U_{q2} + R_2 I_2 - R_4 I_4 = 0$$

# Reihenschaltung von Widerständen



**Gesamtwiderstand**  $R_{ges} = R_1 + R_2$

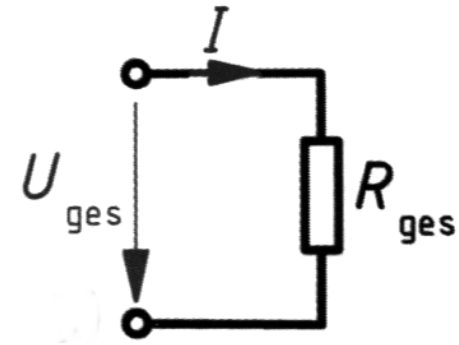
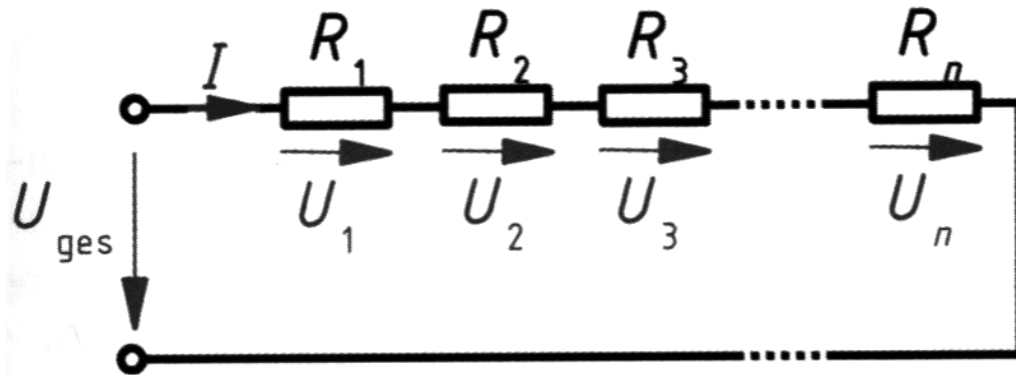
# Spannungsteilerregel

Bei einer Reihenschaltung von Widerständen verhalten sich die Teilspannungen an den einzelnen Widerständen wie die jeweiligen Widerstände.

## Spannungsteilerregel

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

# Reihenschaltung mehrerer Widerstände



$$U_1 = I R_1, \quad U_2 = I R_2, \quad \dots, \quad U_n = I R_n$$

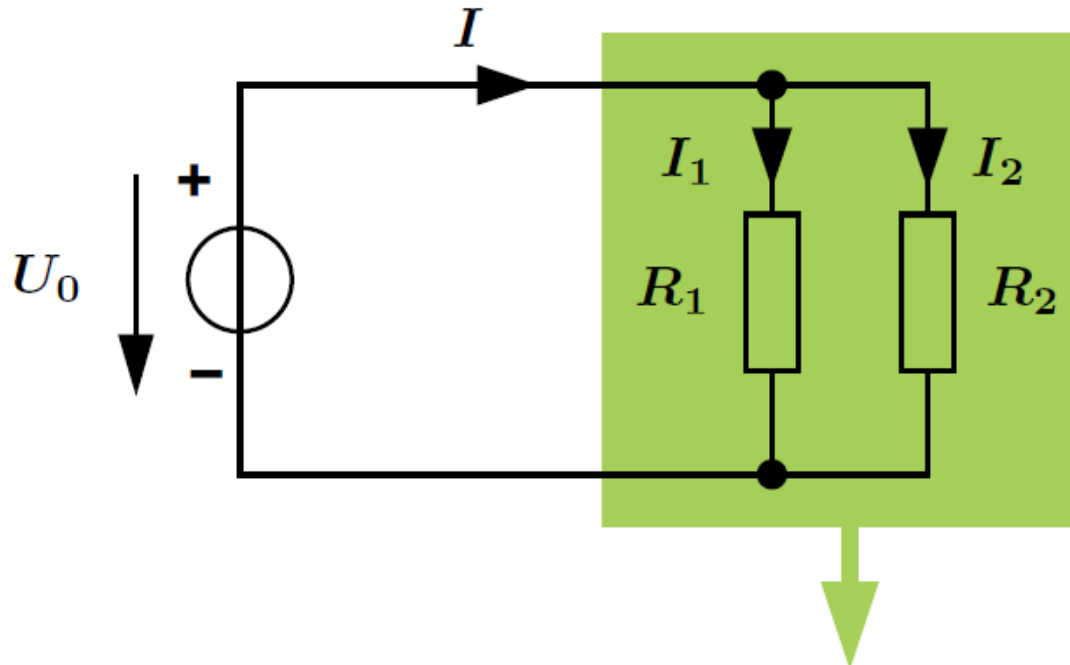
$$U_{\text{ges}} = U_1 + U_2 + \dots + U_n = \sum_{\mu=1}^n U_{\mu}$$

$$U_{\text{ges}} = I(R_1 + R_2 + \dots + R_n) = I \sum_{\mu=1}^n R_{\mu}$$

$$U_{\text{ges}} = I R_{\text{ges}}$$

$$R_{\text{ges}} = \sum_{\mu=1}^n R_{\mu}$$

# Parallelschaltung von Widerständen



$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \rightarrow \text{Gesamtwiderstand } R_{ges} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$



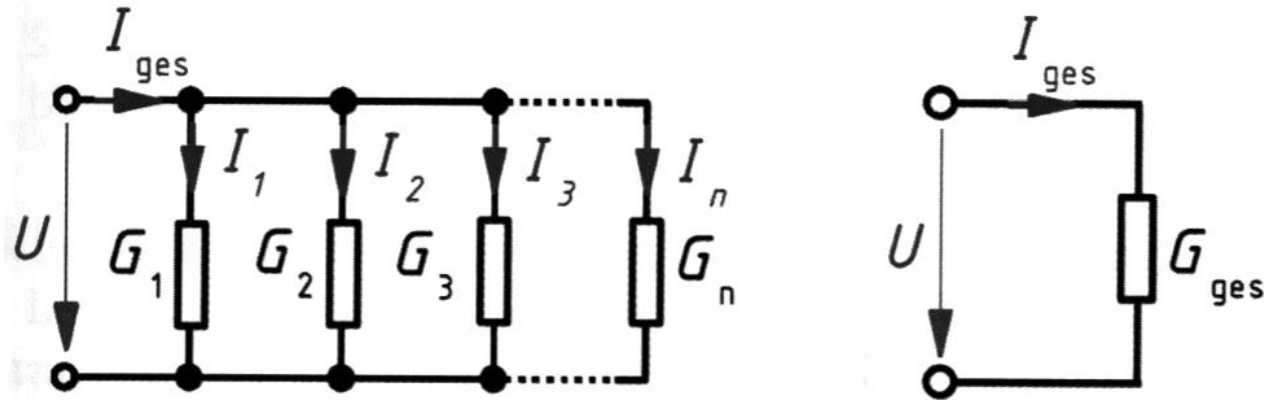
# Stromteilerregel

Bei einer Parallelschaltung von Widerständen verhalten sich die Teilströme in den einzelnen Zweigen wie die Leitwerte der jeweiligen Zweige.

## Stromteilerregel

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{G_1}{G_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

# Parallelschaltung mehrerer Widerstände



$$G_{\mu} = 1/R_{\mu}$$

$$I_1 = U G_1, I_2 = U G_2, \dots, I_n = U G_n$$

$$I_{\text{ges}} = I_1 + I_2 + \dots + I_n = \sum_{\mu=1}^n I_{\mu}$$

$$I_{\text{ges}} = U(G_1 + G_2 + \dots + G_n) = U \sum_{\mu=1}^n G_{\mu} \longrightarrow I_{\text{ges}} = U G_{\text{ges}}$$

$$R_{\text{ges}} = 1/G_{\text{ges}}$$

$$G_{\text{ges}} = \sum_{\mu=1}^n G_{\mu}$$

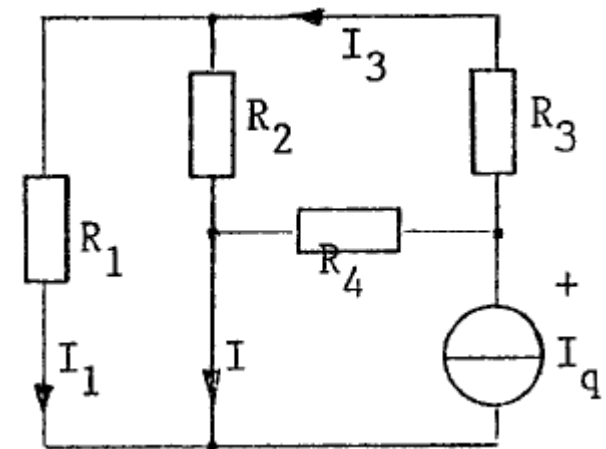
$$G_{\text{ges}} = n G$$

$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \sum_{\mu=1}^n \frac{1}{R_{\mu}}$$

$$R_{\text{ges}} = \frac{1}{\sum_{\mu=1}^n \frac{1}{R_{\mu}}}$$

# Aufgaben

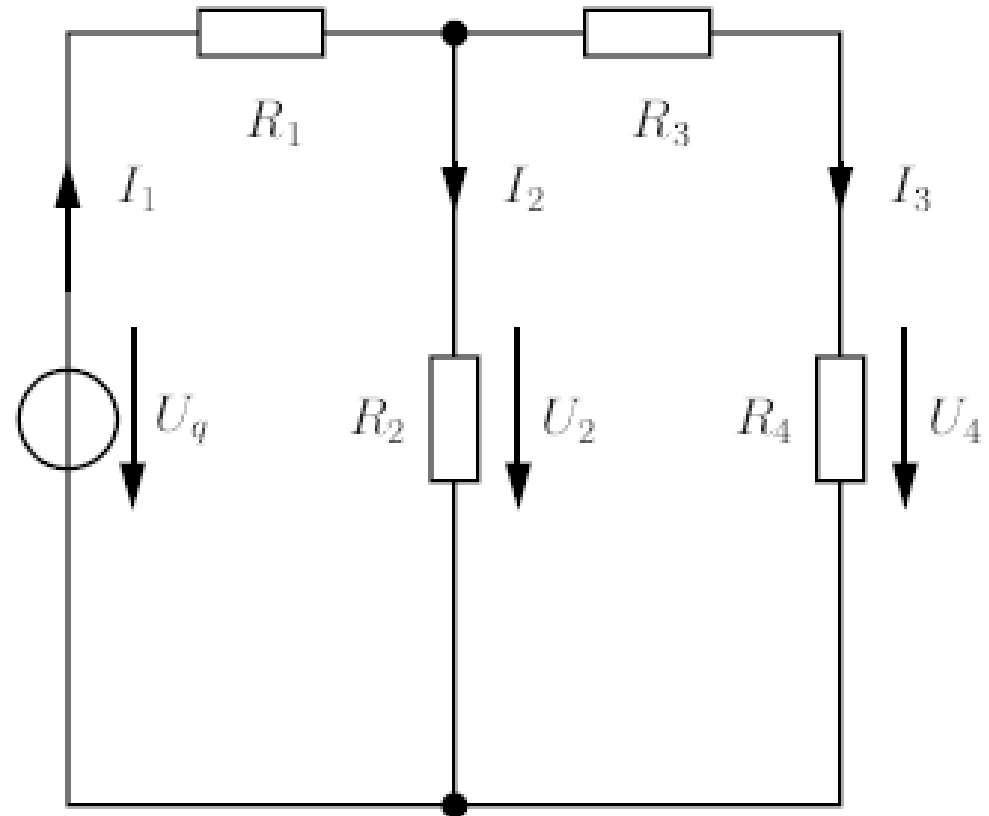
1. Drei parallel geschaltete Widerstände  $R_1 = 10 \, \Omega$ ,  $R_2 = 20 \, \Omega$  und  $R_3 = 30 \, \Omega$  liegen an einer Spannung von  $U = 6 \, \text{V}$ .  
Gesucht sind der Gesamtwiderstand  $R_{\text{ges}}$  und der Strom  $I_{\text{ges}}$ .
2. Drei in Reihe geschaltete Widerstände  $R_1 = 10 \, \Omega$ ,  $R_2 = 20 \, \Omega$  und  $R_3 = 30 \, \Omega$  liegen an einer Spannung von  $U = 6 \, \text{V}$ .  
Gesucht sind der Gesamtwiderstand  $R_{\text{ges}}$  und der Strom  $I_{\text{ges}}$ .
3. Gegeben sei das Netz auf der rechten Seite mit den Daten  $R_1 = 60 \, \Omega$ ,  $R_2 = 30 \, \Omega$ ,  $R_3 = 20 \, \Omega$ ,  $R_4 = 40 \, \Omega$ ,  $I_q = 2,4 \, \text{A}$ . Berechnen Sie den Strom  $I$ .



## Aufgaben

4. Gegeben ist das folgende Netzwerk mit  $U_q = 10\text{ V}$ ,  $R_1 = 1\text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 2\text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = R_4 = 3\text{ k}\Omega$ .

Gesucht ist die Spannung  $U_4$ .



# Literatur

M. Filtz, TU Berlin: Vorlesung Grundlagen der Elektrotechnik, WS2006/07

Moeller: Grundlagen der Elektrotechnik, Vieweg+Teubner Verlag

Helmut Lindner: Elektro-Aufgaben Band 1: Gleichstrom, Hanser Fachbuchverlag

Paul A. Tipler, Gene Mosca: Physik für Wissenschaftler und Ingenieure, Spektrum Akademischer Verlag, August 2009



Hochschule Deggendorf – Edlmairstr. 6 und 8 – 94469 Deggendorf