







# Physik für Infotronik (5)

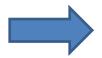
**Gerald Kupris** 

## Bewegung in zwei und drei Dimensionen

1 Messung und Maßeinheiten

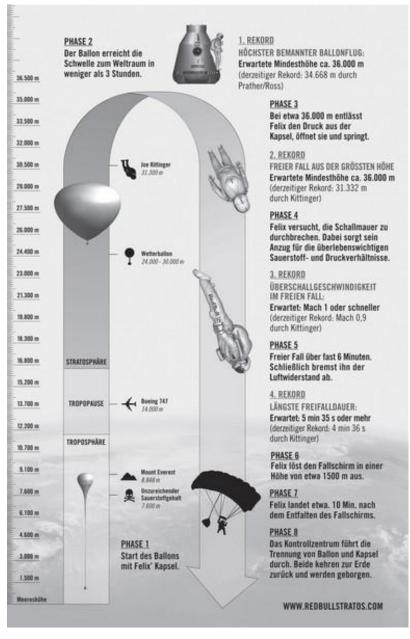
Teil 1: Mechanik

- 2 Eindimensionale Bewegung
- 3 Bewegung in zwei und drei Dimensionen



- 4 Die Newtonschen Axiome
- 5 Anwendungen der Newtonschen Axiome
- 6 Arbeit und kinetische Energie
- 7 Energieerhaltung
- 8 Der Impuls
- 9 Drehbewegungen
- 10 Der Drehimpuls
- 11 Gravitation
- 12 Statisches Gleichgewicht und Elastizität
- 13 Fluide

#### Hochschule Deggendorf – Hochschule für angewandte Wissenschaften





### Wiederholung: Das erste Newtonsche Axiom

Das Trägheitsprinzip ("lex prima"):

Das erste Gesetz ist das Trägheitsprinzip. Es gilt nur in Inertialsystemen und wurde als erstes von Galileo Galilei im Jahre 1638 aufgestellt.

"Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Translation, sofern er nicht durch einwirkende Kräfte zur Änderung seines Zustands gezwungen wird."

Die Geschwindigkeit ist also unter der genannten Voraussetzung in Betrag und Richtung konstant. Eine Änderung des Bewegungszustandes kann nur durch Ausübung einer Kraft von außen erreicht werden, beispielsweise durch die Gravitationskraft. In der klassischen Mechanik entspricht das erste Newtonsche Gesetz den Gleichgewichtsbedingungen.

$$\vec{F} = \sum \vec{F_i} = 0 \iff \vec{v} = const.$$

## Wiederholung: Das zweite Newtonsche Axiom

Das Aktionsprinzip ("lex secunda")

Das zweite Newtonsche Gesetz ist das Grundgesetz der Dynamik:

"Die Änderung der Bewegung einer Masse ist der Einwirkung der bewegenden Kraft proportional und geschieht nach der Richtung derjenigen geraden Linie, nach welcher jene Kraft wirkt."

Für die meisten technischen Systeme ist die Masse *m* während der Bewegungsänderung konstant. Das zweite Newtonsche Gesetz vereinfacht sich damit zu:

$$\vec{F} = \sum \vec{F}_i = m \cdot \vec{a}$$

## Wiederholung: Das dritte Newtonsche Axiom

Das Reaktionsprinzip ("lex tertia")
Das dritte Prinzip ist das Wechselwirkungsprinzip:

"Kräfte treten immer paarweise auf. Übt ein Körper A auf einen anderen Körper B eine Kraft aus (actio), so wirkt eine gleich große, aber entgegen gerichtete Kraft von Körper B auf Körper A (reactio)."

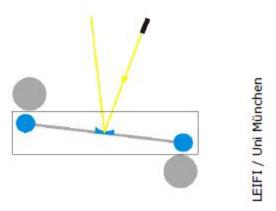
Das Wechselwirkungsprinzip wird auch als Prinzip von actio und reactio oder kurz "actio gleich reactio" (lat. actio est reactio) bezeichnet. Das Prinzip lässt sich auch so formulieren, dass in einem abgeschlossenen System die Summe der Kräfte gleich Null ist.

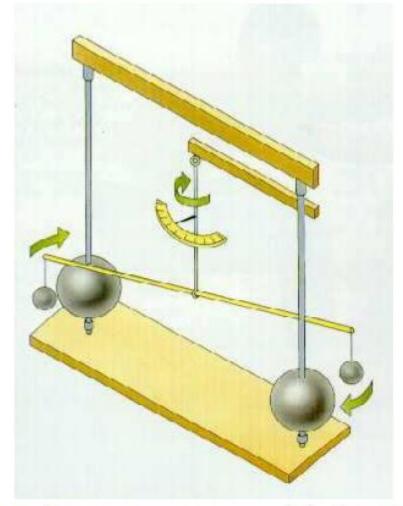
$$\overrightarrow{F}_{AB} = -\overrightarrow{F}_{BA}$$

### Wiederholung: Gravitationskräfte

$$F_{G} = G \cdot \frac{m_{1} \cdot m_{2}}{r^{2}}$$

$$G = 6,67259 \cdot 10^{-11} \frac{m^{3}}{\text{kg} \cdot \text{s}^{2}}$$





Drehwaage von Cavendish (1798)

### Geostationäre Umlaufbahn

Zentrifugalkraft: 
$$F_{ZF}=-F_{zp}=\frac{v^2}{r}m_s$$
 Gravitationskraft: 
$$F_{Gr}=G\frac{m_E\cdot m_S}{r^2}$$
 
$$\frac{v^2}{r}m_s=G\frac{m_E\cdot m_S}{r^2} \qquad v=\frac{2\pi\cdot r}{t}$$

$$\frac{4\pi^{2} \cdot r}{t^{2}} m_{s} = G \frac{m_{E} \cdot m_{S}}{r^{2}}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot m_{E} \cdot t^{2}}{4\pi^{2}}}$$

$$r = 42157km$$

$$G = 6,67259 \cdot 10^{-11} \text{ m}^{3}/\text{kg} \cdot \text{s}^{2}$$

$$t = 86164 \text{ s}$$

## Arthur C. Clarke (1945)

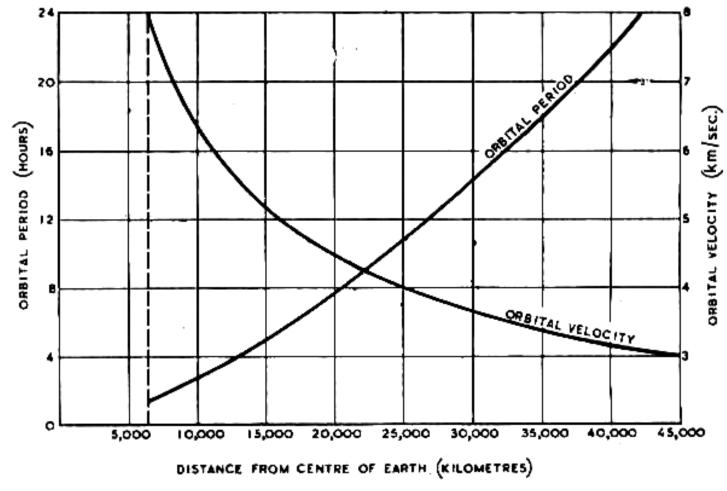


Fig. 1. Variation of orbital period and velocity with distance from the centre of the earth.

#### Größenverhältnisse

Erdradius: 6371 km

Höhe der erdnahen Umlaufbahn: 200 km

Umlaufzeit der erdnahen Umlaufbahn: ca. 1,4 h

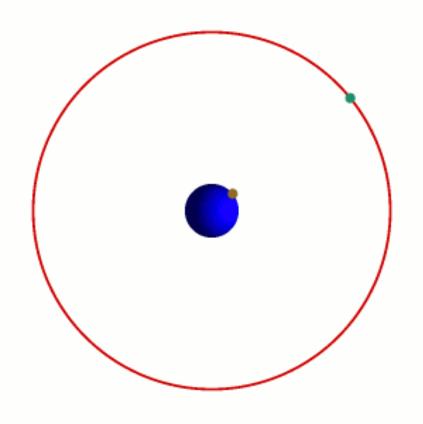
Höhe der geostationären Umlaufbahn: 35786 km

Geostationäre Umlaufzeit: ca. 24 h

Mondradius: 1738 km

Höhe der Mondumlaufbahn: 378029 km

Umlaufzeit des Mondes: 27,3 Tage



10

## **Superpositionsprinzip**

Das Superpositionsprinzip der Mechanik, welches in Newtons Werk auch als "lex quarta" bezeichnet wird, besagt: Wirken auf einen Punkt (oder einen starren Körper) mehrere Kräfte, so addieren sich diese vektoriell zu einer resultierenden Kraft auf.

$$\vec{F_{res}} = \vec{F_1}, \vec{F_2}, \dots, \vec{F_n}$$

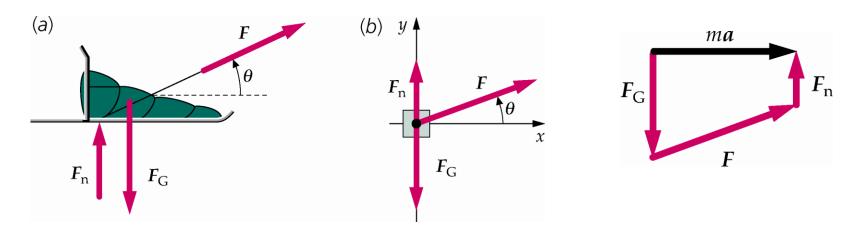
Wenn zwei am selben Angriffspunkt angreifende Kräfte und gleich große, aber entgegengesetzt gerichtet sind, so ist die resultierende Kraft gleich Null, man spricht dann auch von einem Kräftegleichgewicht (die Kräfte »kompensieren sich« bzw. »sie gleichen sich aus«).

Wirken zwei Kräfte in unterschiedlicher Richtung, so ergeben sich Richtung und Betrag der Resultierenden zeichnerisch durch ein Kräfteparallelogramm. Die Kräfte und werden zu einem Parallelogramm ergänzt, die Parallelogramm–Diagonale entspricht der resultierenden Kraft. Die resultierende Kraft mehrerer Kräften unterschiedlicher Richtung kann zeichnerisch oder rechnerisch (mit Hilfe der Vektorrechnung) bestimmt werden.

## **Aufgabe: Schlittenrennen**

Bei einem Schlittenrennen sollen Studenten die Schlitten ziehen. Dabei tragen sie Schuhe mit Spikes, die besser am Boden haften. Beim Start des Rennens zieht ein Student den Schlitten mit einer Kraft von 150 N unter einem Winkel von 25° gegen die Horizontale an der Leine. Das System aus Schlitten und Leine wird als ein Teilchen betrachtet. Seine Masse beträgt 80 kg, die Reibung am Boden kann vernachlässigt werden.

- a) Gesucht ist die Beschleunigung des Schlittens.
- b) Gesucht ist die Stärke der Normalkraft, die der Boden auf den Schlitten ausübt.
- c) Welche maximale Kraft F kann bei  $\Theta = 25^{\circ}$  an der Leine ziehen, ohne dass sich der Schlitten vom Boden löst?



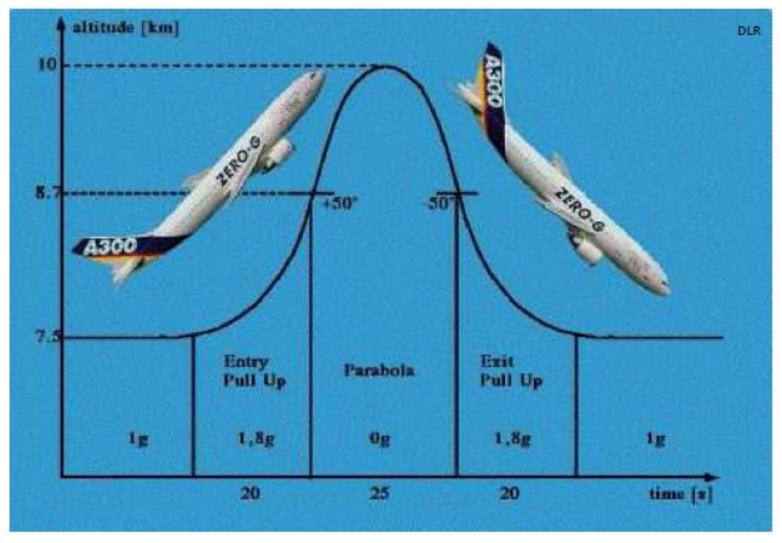
### Schwerelosigkeit in der erdnahen Umlaufbahn

Unter **Schwerelosigkeit** versteht man einen Zustand, in dem entweder keine Schwerkraft wirkt, oder deren Auswirkung nicht zu spüren ist. Da die Reichweite der Schwerkraft prinzipiell unendlich ist, gibt es praktisch keinen Punkt im Universum, an dem sie nicht wirkt. Es gibt jedoch Zustände, bei denen die Wirkung der Schwerkraft nicht spürbar ist.

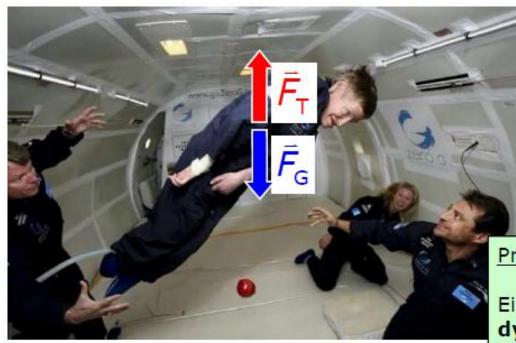
Ein bekanntes Beispiel für Schwerelosigkeit ist die Kreisbahn einer Raumstation im Orbit der Erde. Obwohl in der Höhe, in der sich eine Raumstation üblicherweise befindet, noch etwa 90 % der Erdschwerkraft wirken, wird diese für die Astronauten nicht spürbar, da außer der Schwerkraft, die alle Massepunkte gleich beschleunigt, keine weiteren Kräfte wirken.

Dies steht im Gegensatz zur Wirkung der Schwerkraft auf der Erde, wo der Boden, auf dem wir stehen, eine nach oben gerichtete Gegenkraft ausübt (und damit verhindert, dass wir Richtung Erdmittelpunkt fallen). Diese Gegenkraft wirkt nicht auf alle Teile unseres Körpers gleichmäßig, sondern nur auf unsere Füße, und staucht unseren Körper damit etwas zusammen – das ist die Schwere, die wir spüren, und üblicherweise mit der Schwerkraft gleichsetzen.

## **Schwerelosigkeit beim Parabelflug**



## Kräftegleichgewicht im freien Fall

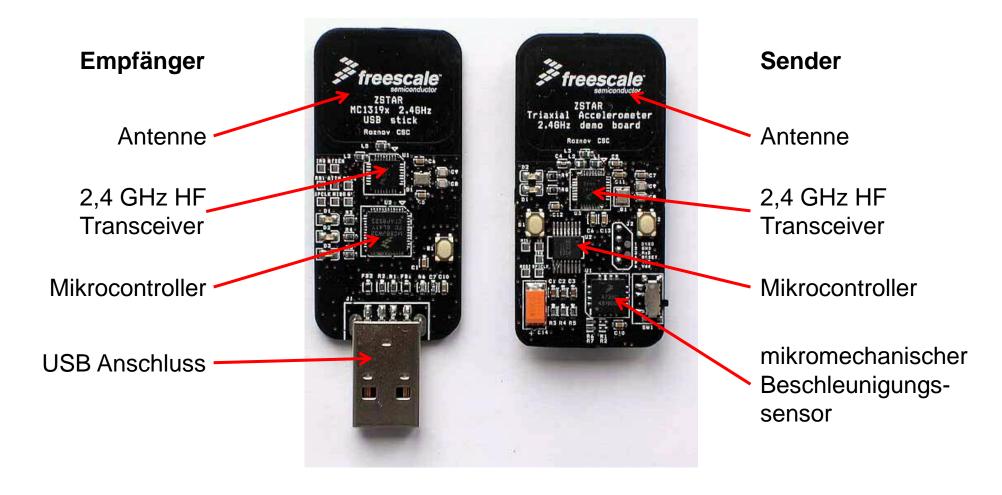


Prinzip von d'Alembert:

Ein Körper befindet sich im dynamischen Gleichgewicht, wenn die Summe aus eingeprägten Kräften und Trägheitskräften gleich null ist:

$$\vec{F}' = \vec{F} + \vec{F}_{\scriptscriptstyle T} = 0$$

## Vorführung: Freier Fall



#### **Der Bremer Fallturm**

Der 146 Meter hohe Bremer Fallturm ist eine Einrichtung des Zentrums für angewandte Raumfahrttechnologie und Mikrogravitationsforschung (ZARM) an der Universität Bremen. Er ermöglicht eine Fallhöhe von 110 m in einem evakuierten Rohr von 3,5 m Durchmesser.

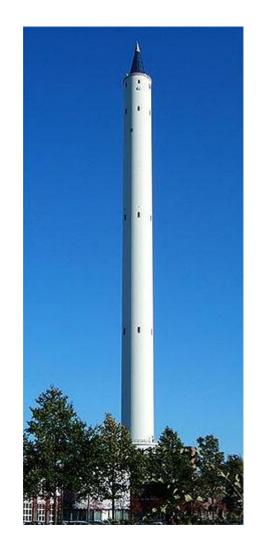
Wie lang ist die Zeit im freien Fall bei einer Höhe von 110 m?

Die Experimente werden in einer speziell konstruierten Fallkapsel durchgeführt, die am Ende der Fallstrecke in einem 8 m hohen, mit feinkörnigem Polystyrol-Granulat gefüllten Behälter abgebremst wird.

Wie groß ist die Endgeschwindigkeit der Kapsel?

Seit 2004 besitzt der Turm außerdem ein Katapult, mit dem die Fallkapsel in die Höhe geschossen werden kann.

Wie lang ist die Zeit der Schwerelosigkeit beim Katapultstart?

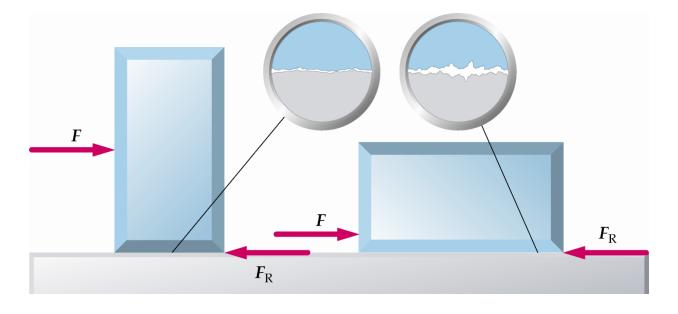


## Wiederholung: Reibung

#### Reibungszahlen der Haft-, Gleit- und Rollreibung

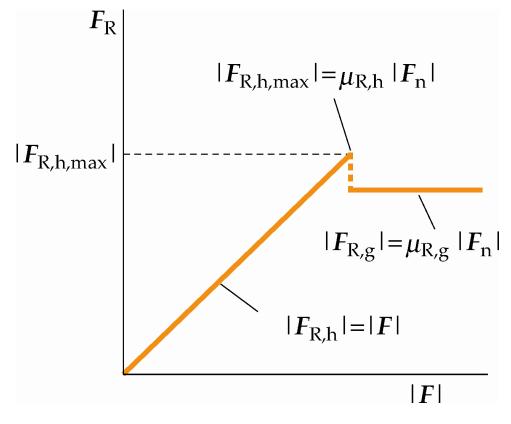
	$\mu_0$		μ		$\mu_{ m R}$
	trocken	geschmiert	trocken	geschmiert	trocken
Stahl auf Stahl (z.B. Eisenbahn)	0,15	0,11 0,12	0,03 0,09	0,009	0,003
Stahl auf Holz	0,5 0,6	0,1	0,2 0,5	0,02 0,08	
Stahl auf Eis	0,027		0,014		
Holz auf Holz	0,4 0,6	0,16	0,2 0,4	0,08	
Holz auf Metall	0,6 0,7	0,11	0,4 0,5	0,10	
Gummi auf Asphalt (z.B. Reifen)	0,9		0,85	0,45	0,025
Gummi auf Eis			0,15		

### Grundlagen der Reibung



Die mikroskopische Kontaktflächen zwischen einem Körper und dem Boden ist nur ein Bruchteil der makroskopischen Bodenfläche des Körpers. Dieser Bruchteil ist proportional zur Normalkraft zwischen den beiden Flächen. Liegen die Körper flach auf dem Boden (rechte), ist die Kontaktfläche größer als links im Bild, während die Kraft pro Flächeneinheit rechts kleiner ist. Im Ergebnis ist die mikroskopische Kontaktfläche die gleiche. Unabhängig ob der Körper steht oder liegt, wird die gleiche horizontale Kraft F benötigt, um ihn mit konstanter Geschwindigkeit gleiten zu lassen.

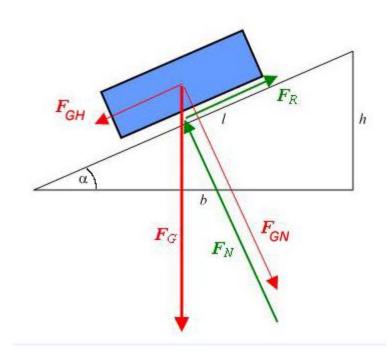
## **Haftreibung und Gleitreibung**



Der Übergang von Haftreibung zur Gleitreibung tritt ein, wenn die einwirkende Kraft größer wird als die maximale Haftreibung.

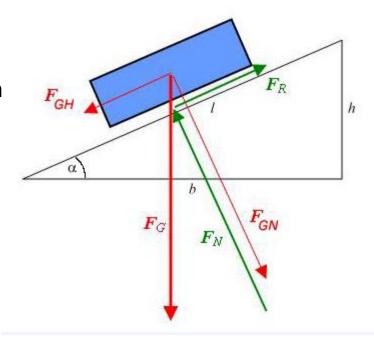
Bei einer schiefen Ebene wirkt auf einen ruhenden Körper die Gewichtskraft, die Ebene übt außerdem die Normalkraft auf den Körper aus, diese ist senkrecht zur Ebene nach oben gerichtet.

Während sich bei der horizontalen Ebene die Normalkraft und die Gewichtskraft kompensieren, kann das im schiefen Fall (wegen der nicht genau entgegengesetzten Richtungen) nicht geschehen.



Um angeben zu können, welcher Teil der Gewichtskraft nicht von der Normalkraft kompensiert wird und somit als Hangabtriebskraft den Körper die schiefe Ebene hinab beschleunigt, kann die Gewichtskraft in zwei Kräfte zerlegt werden.

Die eine zeigt zweckmäßigerweise in die Gegenrichtung der Normalkraft (und wird von dieser kompensiert), die zweite in Richtung der Ebene – diese stellt die Hangabtriebskraft dar.



α: Neigungswinkel der schiefen Ebene

I: Länge der schiefen Ebene

h: Höhe der schiefen Ebene

b: Basis der schiefen Ebene

*m :* Masse des Körpers

 $F_G$ : Gewichtskraft der Masse

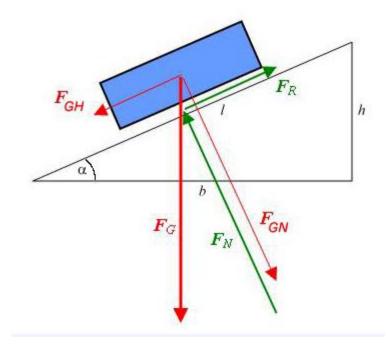
 $F_{GN}$ : Normalkomponente der Gewichtskraft  $F_{G}$ 

 $F_N$ : Normalkraft

 $F_{GH}$ : Hangabtriebskomponente der Gewichtskraft  $F_{G}$ 

 $F_R$ : Haftreibungskraft

 $\mu_H$ : Haftreibungskoeffizient  $\mu$ : Gleitreibungskoeffizient



α: Neigungswinkel der schiefen Ebene

*I*: Länge der schiefen Ebene

 $h: h = I \cdot \sin \alpha$ 

b: Basis der schiefen Ebene

*m :* Masse des Körpers

 $F_G$ : Gewichtskraft der Masse

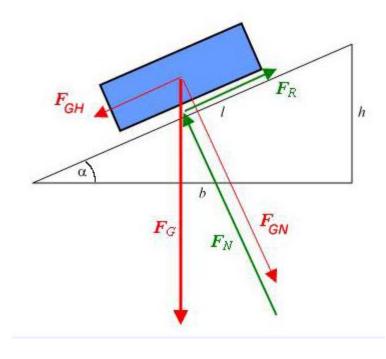
 $F_{GN}$ : Normalkomponente der Gewichtskraft  $F_{G}$ 

 $F_N$ : Normalkraft

 $F_{GH}$ : Hangabtriebskomponente der Gewichtskraft  $F_{G}$ 

 $F_R$ : Haftreibungskraft

 $\mu_H$ : Haftreibungskoeffizient  $\mu$ : Gleitreibungskoeffizient



α: Neigungswinkel der schiefen Ebene

*I*: Länge der schiefen Ebene

 $h: h = I \cdot \sin \alpha$  $b: b = I \cdot \cos \alpha$ 

*m :* Masse des Körpers

 $F_G$ : Gewichtskraft der Masse

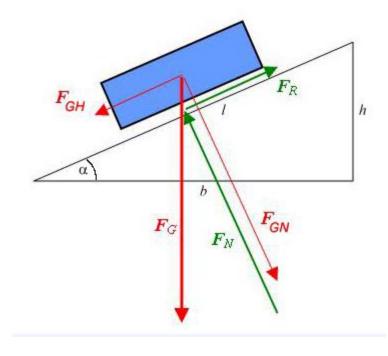
 $F_{GN}$ : Normalkomponente der Gewichtskraft  $F_{G}$ 

 $F_N$ : Normalkraft

 $F_{GH}$ : Hangabtriebskomponente der Gewichtskraft  $F_{G}$ 

 $F_R$ : Haftreibungskraft

 $\mu_H$ : Haftreibungskoeffizient  $\mu$ : Gleitreibungskoeffizient



α: Neigungswinkel der schiefen Ebene

*I*: Länge der schiefen Ebene

 $h: h = I \cdot \sin \alpha$  $b: b = I \cdot \cos \alpha$ 

*m :* Masse des Körpers

 $F_G: F_G = m \cdot g$ 

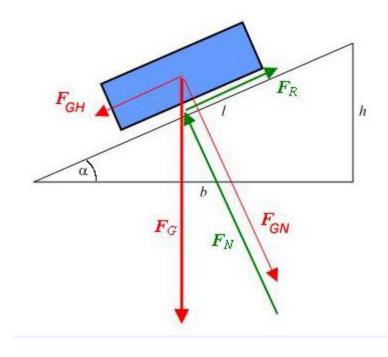
 $F_{GN}$ : Normalkomponente der Gewichtskraft  $F_{G}$ 

 $F_N$ : Normalkraft

 $F_{GH}$ : Hangabtriebskomponente der Gewichtskraft  $F_{G}$ 

*F<sub>R</sub>*: Haftreibungskraft

 $\mu_H$ : Haftreibungskoeffizient  $\mu$ : Gleitreibungskoeffizient



α: Neigungswinkel der schiefen Ebene

*I* : Länge der schiefen Ebene

 $h: h = I \cdot \sin \alpha$  $b: b = I \cdot \cos \alpha$ 

*m* : Masse des Körpers

 $F_G: F_G = m \cdot g$ 

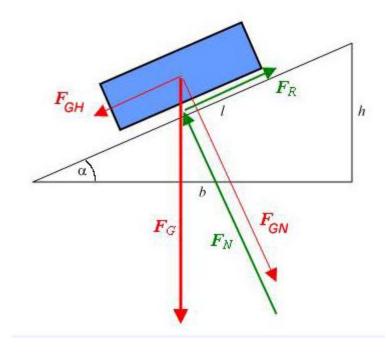
 $F_{GN}$ :  $F_{GN} = m \cdot g \cdot \cos \alpha$ 

 $F_N$ : Normalkraft

 $F_{GH}$ : Hangabtriebskomponente der Gewichtskraft  $F_{G}$ 

*F<sub>R</sub>*: Haftreibungskraft

 $\mu_H$ : Haftreibungskoeffizient  $\mu$ : Gleitreibungskoeffizient



α: Neigungswinkel der schiefen Ebene

*I* : Länge der schiefen Ebene

 $h: h = I \cdot \sin \alpha$  $b: b = I \cdot \cos \alpha$ 

*m* : Masse des Körpers

 $F_G: F_G = m \cdot g$ 

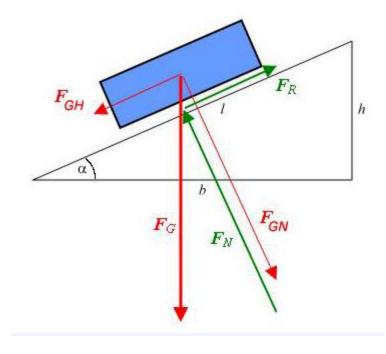
 $F_{GN}$ :  $F_{GN} = m \cdot g \cdot \cos \alpha$ 

 $F_N$ :  $F_N = -F_{GN}$ 

 $F_{GH}$ : Hangabtriebskomponente der Gewichtskraft  $F_{G}$ 

*F<sub>R</sub>*: Haftreibungskraft

 $\mu_H$ : Haftreibungskoeffizient  $\mu$ : Gleitreibungskoeffizient



α: Neigungswinkel der schiefen Ebene

*I*: Länge der schiefen Ebene

 $h: h = I \cdot \sin \alpha$  $b: b = I \cdot \cos \alpha$ 

*m* : Masse des Körpers

 $F_G: F_G = m \cdot g$ 

 $F_{GN}$ :  $F_{GN} = m \cdot g \cdot \cos \alpha$ 

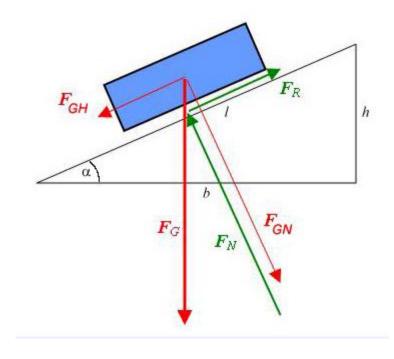
 $F_N$ :  $F_N = -F_{GN}$ 

 $F_{GH}$ :  $F_{GH} = m \cdot g \cdot \sin \alpha$ 

 $F_R$ : Haftreibungskraft

 $\mu_H$ : Haftreibungskoeffizient

*μ* : Gleitreibungskoeffizient



α: Neigungswinkel der schiefen Ebene

*I*: Länge der schiefen Ebene

 $h: h = I \cdot \sin \alpha$  $b: b = I \cdot \cos \alpha$ 

*m* : Masse des Körpers

$$F_G: F_G = m \cdot g$$

$$F_{GN}$$
:  $F_{GN} = m \cdot g \cdot \cos \alpha$ 

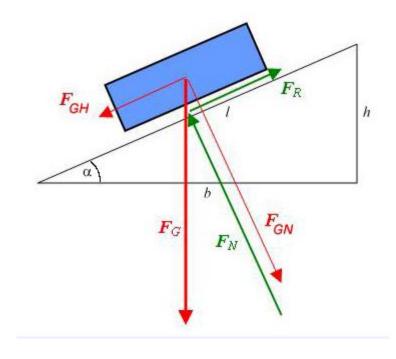
$$F_N: F_N = -F_{GN}$$

$$F_{GH}: F_{GH} = m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

$$F_R$$
:  $F_R = \mu_H \cdot F_N$ 

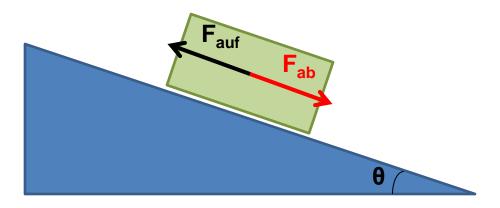
 $\mu_H$ : Haftreibungskoeffizient

*μ* : Gleitreibungskoeffizient



## **Beispiel zur Schiefen Ebene**

Eine Steilkurve mit einem Radius von 30 m besitzt einen Überhöhungswinkel  $\theta$ . Das heißt, die Normale auf der Straße bildet mit der Senkrechten einen Winkel  $\theta$ . Wie groß muss  $\theta$  sein, damit ein Auto mit 40,0 km/h durch die Kurve fahren kann, selbst wenn darauf Glatteis herrscht und die Straße daher im Wesentlichen reibungsfrei ist?



Gleichgewicht:  $F_{auf} = F_{ab}$ 

# Gleichgewicht: $F_{auf} = F_{ab}$

$$F_{ab} = m g \cdot \sin \theta$$

$$F_{auf} = (m v^2 / r) \cdot \cos \theta$$

$$m g \cdot \sin \theta = (m v^2 / r) \cdot \cos \theta$$

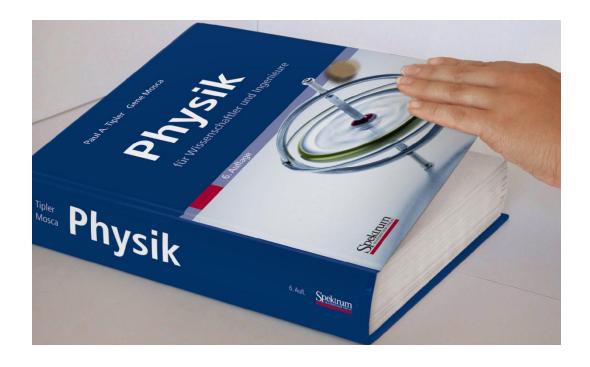
$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{m v^2}{r m g}$$

$$\tan \theta = \frac{v^2}{r g}$$

$$\theta = a \tan \frac{v^2}{r g}$$

$$= 24,8^\circ$$

#### Versuch: die Münze auf dem Buchrücken



Ein Buch mit festem Umschlag liegt mit der Titelseite nach oben auf dem Tisch. Auf den Bucheinband wir eine Münze gelegt. Anschließend wird das Buch sehr langsam geöffnet, bis die Münze zu rutschen beginnt.  $\Theta_{max}$  (der Reibungswinkel) ist derjenige Winkel zwischen Bucheinband und der Horizontalen, bei dem sich die Münze gerade in Bewegung setzt. Berechnen Sie den Haftreibungskoeffizienten  $\mu_{Rh}$ .

## Aufgaben (1)

- 1. Ein Geschoss von 20 g Masse wird in einem Gewehrlauf von 65 cm Länge auf eine Mündungsgeschwindigkeit von 800 m/s beschleunigt. Berechnen Sie die (mittlere) Kraft der Verbrennungsgase.
- 2. Ein PKW mit der Masse m = 1,32 t beschleunigt gleichmäßig von 60 km/h auf 85 km/h innerhalb von 9 s. Berechnen Sie die Kraft, die für den Beschleunigungsvorgang erforderlich ist.
- 3. Ein Truck mit der Masse m = 20 t und einer Geschwindigkeit von 54 km/h wird mit einer Verzögerung von 0.3 m/s² gleichmäßig bis zum Stillstand abgebremst.
  - a) Welche Bremskraft wird dafür benötigt?
  - b) Nach welcher Zeit bleibt der Truck stehen?
  - c) Welchen Weg legt er bis zum Stillstand zurück?

## Aufgaben (2)

- In welcher Entfernung von der Erdoberfläche wird zwischen Erde und Mond ein Raumschiff schwerelos? (mittlerer Abstand Erde/Mond = mittlerer Radius der Umlaufbahn des Mondes = 384400 km, Erdmasse = 5,974 · 10<sup>24</sup> kg, Mondmasse = 7,349 · 10<sup>22</sup> kg, mittlerer Erdradius = 6371 km)
- 5. Eine Steilkurve mit einem Radius von 30 m besitzt einen Überhöhungswinkel θ. Das heißt, die Normale auf der Straße bildet mit der Senkrechten einen Winkel θ. Wie groß muss θ sein, damit ein Auto mit 40,0 km/h durch die Kurve fahren kann, selbst wenn darauf Glatteis herrscht und die Straße daher im Wesentlichen reibungsfrei ist?
- 6. Welche Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$  (in km/h) hat ein Güterwagen, der auf einer horizontalen Strecke s = 220 m bei einer Rollreibungszahl  $\mu_R$  = 0,002 mit frei rollenden Rädern ausrollt?

## Aufgaben (3)

- 7. Welche Kraft ist bei einem Auto von der Gewichtskraft 24 kN zur Überwindung der Reibung auf horizontaler Straße erforderlich
  - a) beim Fahren mit gelöster Bremse ( $\mu_R = 0.025$ ),
  - b) wenn die Hinterräder, auf denen die halbe Gewichtskraft lastet, durch die angezogene Handbremse blockiert sind ( $\mu_0 = 0.9$ )?
- 8. Ein Kraftfahrzeug (m = 1,25 t) soll auf horizontaler Strecke von einer Geschwindigkeit von 54 km/h zum Stillstand abgebremst werden in maximal 3 Sekunden.
  - a) Wie groß ist die entsprechende Mindestverzögerung und die dafür erforderliche Kraft?
  - b) Kann durch einen Bremsvorgang mit blockierten Bremsen diese Kraft erreicht werden ( $\mu_0 = 0.7$ )?
  - c) Wie groß ist für b) die Bremszeit?

## Aufgaben (4)

- 9. Ein zunächst horizontal liegendes Brett, auf dem sich ein Körper befindet, wird einseitig angehoben. Bei einem Neigungswinkel von 30° beginnt der Körper zu rutschen.
  - a) Wie groß ist die Haftreibungszahl  $\mu_0$ ?
  - b) Der Körper rutscht weiter auf dem Brett herab mit einer Beschleunigung von 1,5 m/s². Wie groß ist die Gleitreibungszahl μ?
- 10. Ein beladener Supertanker mit 100000 t Gesamtmasse hat bei voller Fahrt eine Geschwindigkeit von 36 km/h. Wenn beim Bremsen die Maschinen volle Fahrt rückwärts laufen, fährt das Schiff noch 4 km bis zum Stillstand. Wie groß ist die nötige verzögernde Kraft für dieses Bremsmanöver?

## Lösungen der Aufgaben

- 1. 9,846 kN
- 2. 1,0185 kN
- 3. a) 6 kN b) 50 s c) 375 m
- 4. 3,397 · 10<sup>5</sup> km
- 5. 22,8°
- 6. 10,577 km/h

- 7. a) 600 N b) 11,1 kN
- 8. a)  $5 \text{ m/s}^2$ 
  - b) 6,25 kN
  - c) 2,18 s
- 9. a) 0,577
  - b) 0,4
- 10.1,25 MN

## **Literatur und Quellen**

Paul A. Tipler, Gene Mosca: Physik für Wissenschaftler und Ingenieure, Spektrum Akademischer Verlag, August 2009

http://de.wikipedia.org/



Hochschule Deggendorf – Edlmairstr. 6 und 8 – 94469 Deggendorf