Fakultät Angewandte Naturwissenschaften und Wirtschaftsingenieurwesen

TECHNISCHE HOCHSCHULE DEGGENDORF

Übungen zu Analytische Grundlagen - WIW-1: Blatt 2 WS 2014/15

1. Funktionen und Abbildungen

a) Ist durch die Kreisgleichung $x^2+y^2=r^2$ eine Funktion gegeben?

b) Man gebe je ein Beispiel für eine injektive (nicht surjektiv), surjektive (nicht injektiv) und bijektive Funktion an für $f: D_f = \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, sowie eine Funktion, die keine dieser Eigenschaften erfüllt. Natürliche Definitionslücken kann man durch eigene Definition „überbrücken".

c) Gegeben seien die Funktionen $f(x)=\frac{x^2}{x+1}$ und $g(x)=\frac{1}{x}$. Man bilde jeweils die verkettete Funktion (Kompositum) $f \circ g$ und $g \circ f$ und berechne den Funktionswert für $x=1$.

2. Vektoralgebra

Gegeben seien die Vektoren $\vec{a}=\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix}$, $\vec{b}=\begin{pmatrix}0\\-1\\1\end{pmatrix}$, $\vec{c}=\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$, $\vec{d}=\begin{pmatrix}-1\\2\\2\end{pmatrix}$, $\vec{e}=\begin{pmatrix}0\\2\\-2\end{pmatrix}$.

a) Man berechne - sofern dies möglich ist:

$-\frac{1}{2}\vec{b}$, $2\vec{a}+3\vec{b}-\vec{d}$, $2\vec{d}-\vec{c}+3\vec{e}$, $2\vec{e}^T$, $3\vec{c}^T-\vec{d}^T$, $\vec{b}^T+4\vec{e}$, $|\vec{a}|$, $|-2\vec{b}|$,
$-2|\vec{d}|$, $2|\vec{a}|+3|\vec{b}|-|\vec{d}|$, $|2\vec{a}+3\vec{b}-\vec{d}|$, $|2\vec{a}|-|\vec{c}|+|3\vec{e}|$, $|2\vec{a}-\vec{c}+3\vec{e}|$, $2|\vec{e}^T|$,
$|3\vec{c}^T|-|\vec{d}^T|$, $|\vec{b}^T|+4|\vec{e}|$.

b) Man ermittle die Einheitsvektoren von $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$.

c) Welche der gegebenen Vektoren sind zueinander parallel, welche orthogonal?

d) Welchen Winkel schließen $\vec{a}$ und $\vec{b}$, $\vec{d}$ und $\vec{e}$ miteinander ein?

e) Welchen Betrag haben die Projektionen von $\vec{a}$ auf $\vec{e}$, von $\vec{e}$ auf $\vec{a}$, von $\vec{b}$ auf $\vec{d}$?

f) Man berechne $\vec{a}\cdot\vec{a}$, $\vec{a}\cdot\vec{e}$, $\vec{a}\times\vec{e}$, $(\vec{b}\times\vec{d})\cdot\vec{e}$, $(\vec{a}\times\vec{b})\times\vec{e}$, $\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{e})$,
$(\vec{a}+\vec{d})\times(\vec{b}\times\vec{d})$, $(\vec{a}\times\vec{e})\cdot(\vec{b}\times\vec{e})$, $(\vec{a}\times\vec{e})\cdot(\vec{d}\times\vec{e})$.

g) Die Konstanten α, β, γ sind so zu bestimmen, dass $\alpha\vec{a}+\vec{b}$ orthogonal zu $\vec{b}$, $\vec{e}$ orthogonal zu $\vec{a}+\beta\vec{b}$ ist und $\vec{a}+\gamma\vec{b}$ mit der y-Achse einen Winkel von 45° bildet.

3. Geraden und Ebenen

a) Man bestimme eine Parameterdarstellung der Ebene durch die Punkte $P_1=(2,1,-3)$, $P_2=(-1,3,-4)$ und $P_3=(1,2,3)$.

b) Man gebe eine Parameterdarstellung der Ebene an , die den Punkt $P=(3,-3,4)$ und die Gerade G: $\vec{r}=(2,-1,1)+\lambda\cdot(0,1,2)$ enthält.

Anmerkung:
Man findet viele ähnliche Aufgaben zum selbständigen Bearbeiten in der Übungssammlung von Prof. Schulte auf den Blättern 4, 5 und 6 mit Lösungen.