HOCHSCHULE DEGGENDORF
University of Applied Sciences



Physik für Infotronik (3)

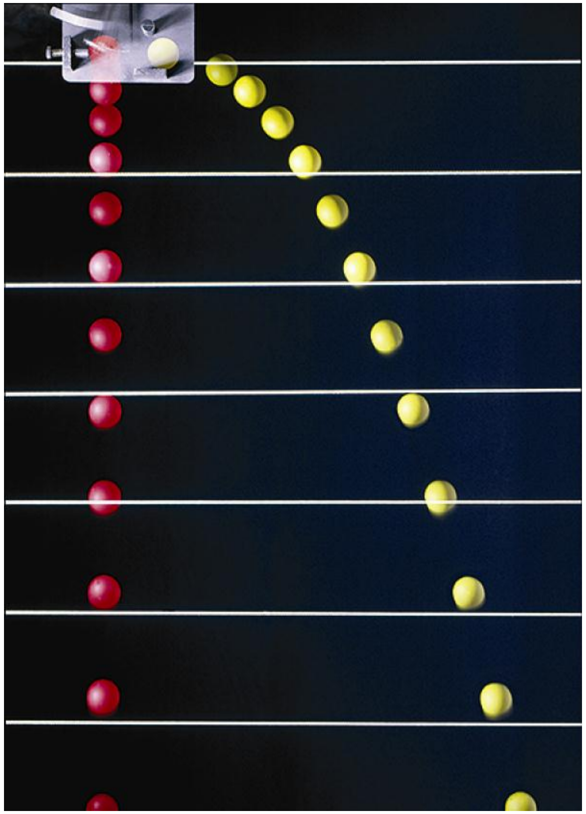
Gerald Kupris

11.10.2012

DEGGENDORF UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Bewegung in zwei und drei Dimensionen

Versuchsaufbau



1. Ein Gegenstand fällt aus einer bestimmte Höhe
2. Ein Gegenstand wird in einer bestimmten Höhe waagerecht gestoßen.

Messe Sie die Zeit, die der Gegenstand jeweils benötigt, um im ersten und im zweiten Fall auf der Erde aufzukommen.

Ortsvektor

Der Ortsvektor eines Teilchens ist ein Vektor vom Ursprung des Koordinatensystems zum Ort des Teilchens. Ein Teilchen in der x-y-Ebene mit den Koordinaten (x,y) besitzt den Ortsvektor:

$$r = x\,\hat{\mathbf{x}} + y\,\hat{\mathbf{y}} \quad (\hat{\mathbf{x}} \text{ und } \hat{\mathbf{y}} = \text{Einheitsvektoren in x und y Richtung})$$

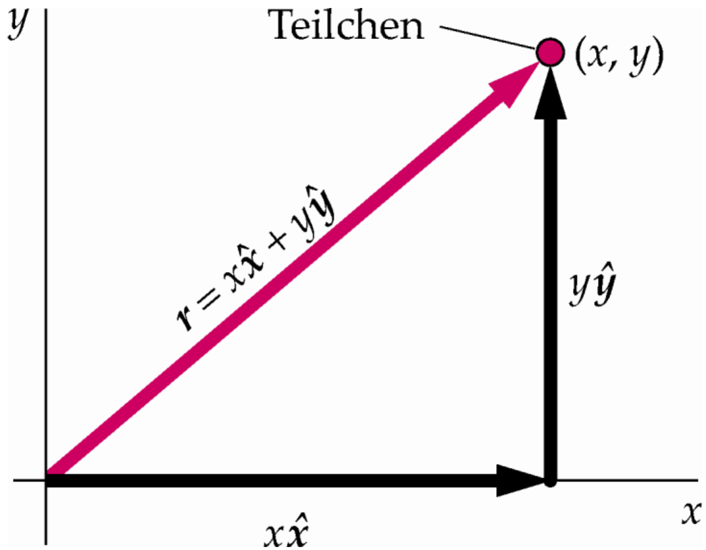
Zum Zeitpunkt t_1 ist das Teilchen am Ort P_1, wobei es den Ortsvektor r_1 besitzt. Zum Zeitpunkt t_2 hat sich das Teilchen zum Ort P_2 bewegt, wobei es den Ortsvektor r_2 besitzt. Die Ortsänderung des Teilchens ist der Verschiebungsvektor Δr:

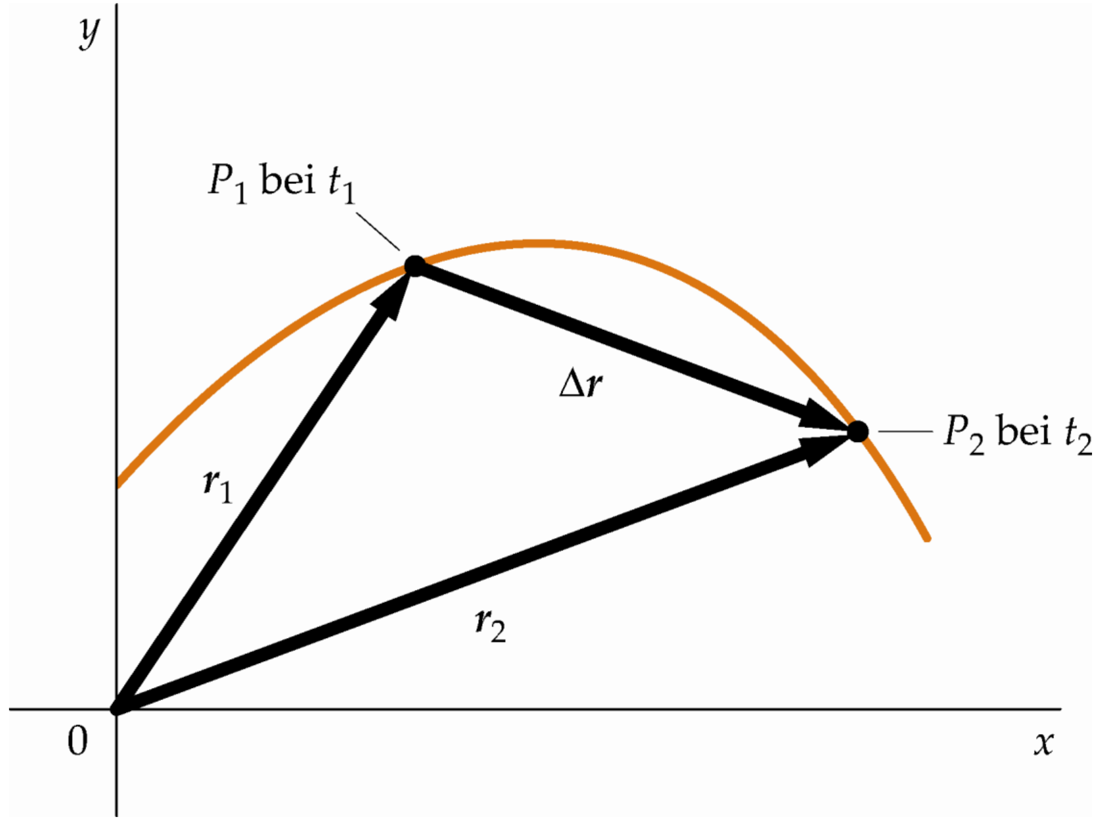
$$\Delta r = r_2 - r_1$$

Unter Verwendung von Einheitsvektoren:

$$\Delta r = r_2 - r_1 = (x_2 - x_1)\,\hat{\mathbf{x}} + (y_2 - y_1)\,\hat{\mathbf{y}} = \Delta x\,\hat{\mathbf{x}} + \Delta y\,\hat{\mathbf{y}}$$

Ortsvektor





Geschwindigkeitsvektor

Mittlere Geschwindigkeit: $\langle v \rangle = \dfrac{\Delta r}{\Delta t}$

Momentangeschwindigkeit: $v\,(t) = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta r}{\Delta t} = \dfrac{dr}{dt}$

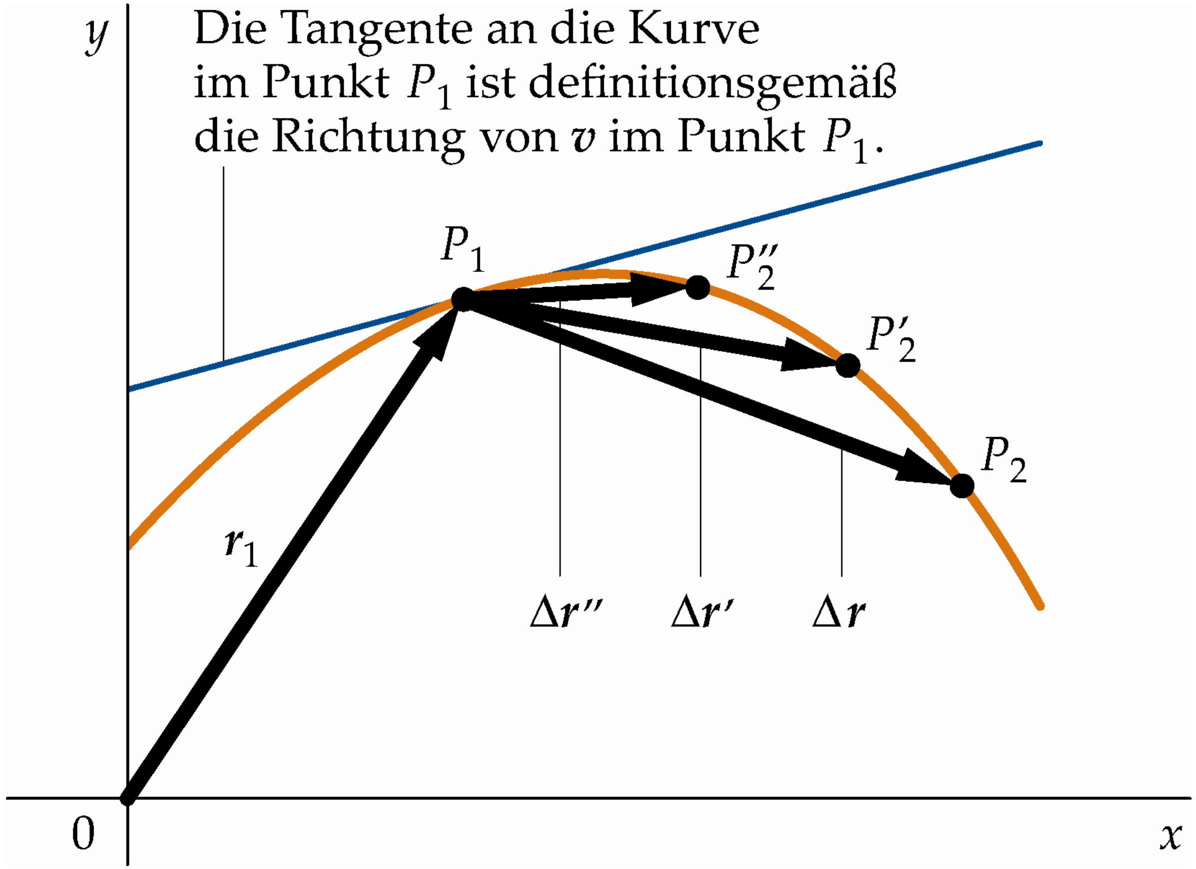
$$v\,(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x\,\hat{\mathbf{x}} + \Delta y\,\hat{\mathbf{y}}}{\Delta t}$$

$$v\,(t) = \frac{dx}{dt}\,\hat{\mathbf{x}} + \frac{dy}{dt}\,\hat{\mathbf{y}} = v_x\,\hat{\mathbf{x}} + v_y\,\hat{\mathbf{y}}$$

Betrag des Geschwindigkeitsvektors: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

Richtung des Geschwindigkeitsvektors: $\theta = \operatorname{atan} \dfrac{v_y}{v_x}$

Geschwindigkeitsvektor



Beschleunigungsvektor

Mittlere Beschleunigung: $\langle a \rangle = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$

Momentanbeschleunigung: $a\,(t) = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{dv}{dt}$

$$a\,(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x\,\hat{\mathbf{x}} + \Delta v_y\,\hat{\mathbf{y}}}{\Delta t}$$

$$a\,(t) = \frac{dv_x}{dt}\,\hat{\mathbf{x}} + \frac{dv_y}{dt}\,\hat{\mathbf{y}} = a_x\,\hat{\mathbf{x}} + a_y\,\hat{\mathbf{y}}$$

Betrag des Beschleunigungsvektors: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$

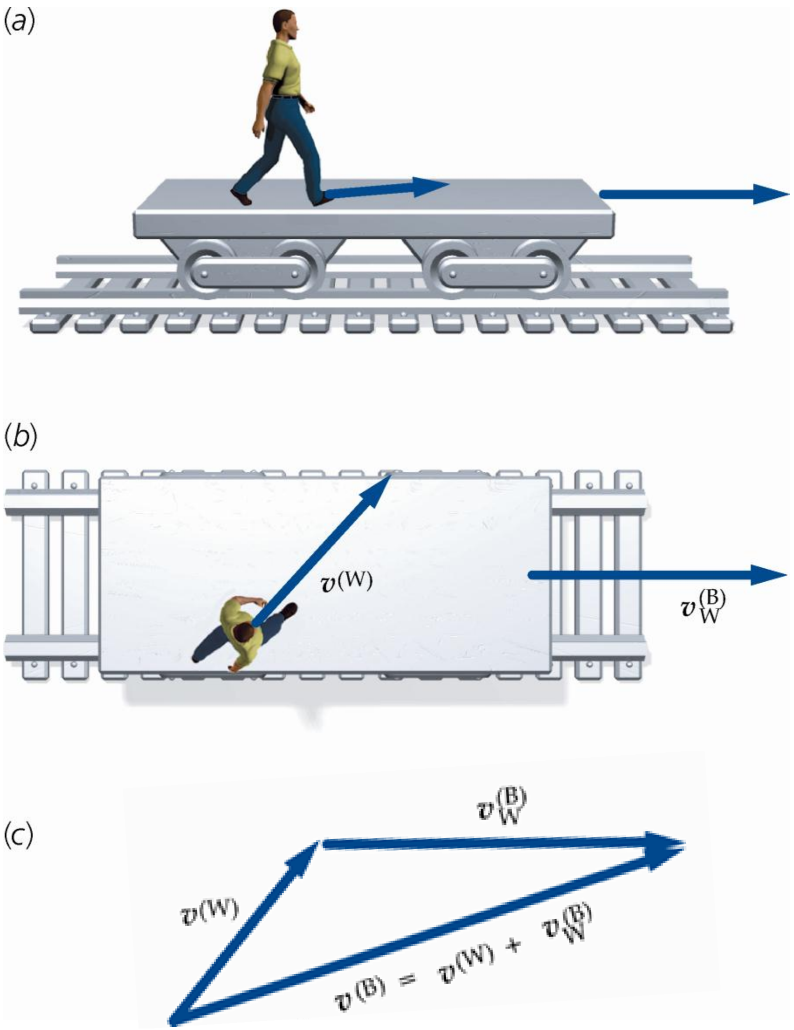
Richtung des Beschleunigungsvektors: $\theta = \operatorname{atan} \dfrac{a_y}{a_x}$

Ergänzung der Tabelle

Angenommen, der Gegenstand wird mit v_h = 3 m/s in horizontaler Richtung geworfen. Ergänzen Sie die Tabelle um die Effektivgeschwindigkeit v_e und den Aufprallwinkel!

Höhe **h (m)**	**Zeit** **t (s)**	**Geschwindigkeit** **v_v (m/s)**	 **v_e (m/s)**	**Winkel** **α**
1	0,45	4,41		
2	0,64	6,28		
3	0,78	7,65		
5	1,00	9,81		
10	1,43	14,03		
15	1,75	17,17		

Relativgeschwindigkeit



Vektorielle Größen wie Geschwindigkeit oder Beschleunigung lassen sich nicht nur addieren und zerlegen, sondern überlagern sich auch:

Die Geschwindigkeit der Person relativ zum Boden ist gleich der Summe der Geschwindigkeit der Person zum Wagen und der Geschwindigkeit des Wagens zum Boden.

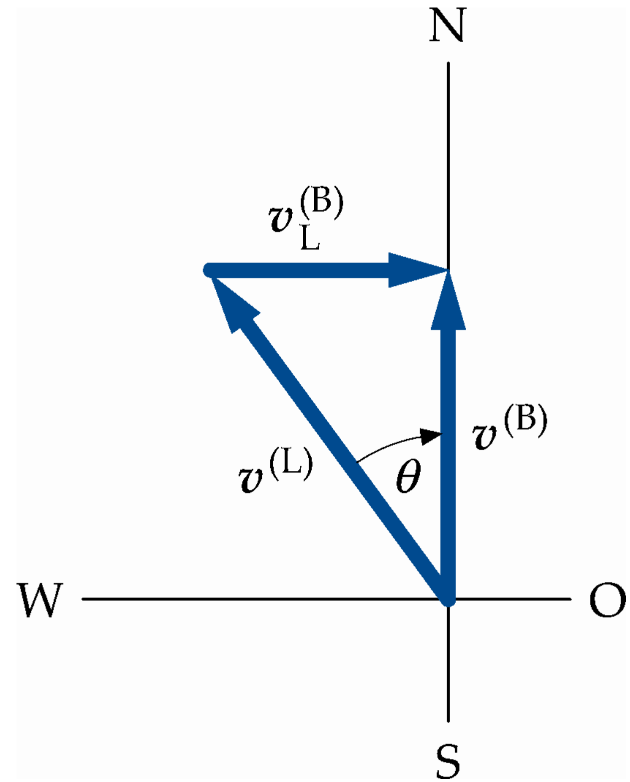
Beispiel: Ein Flugzeug im Seitenwind

Ein Pilot soll relativ zum Boden mit einem Flugzeug genau nach Norden fliegen.

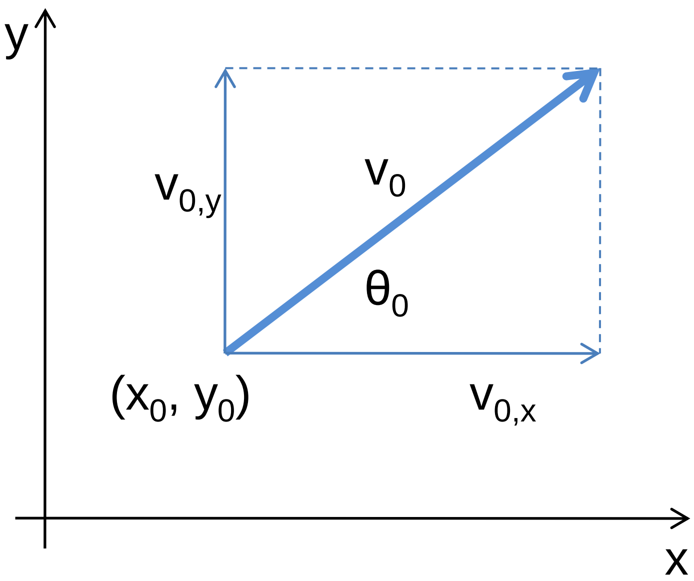
Das Flugzeug hat gegenüber der Luft eine Geschwindigkeit von 200 km/h und es weht ein Westwind von 90 km/h.

a) In welcher Richtung muss das Flugzeug fliegen?

b) Wie hoch ist die Bodengeschwindigkeit des Flugzeugs?



Spezialfall: der schräge Wurf



v_0 Anfangsgeschwindigkeit
θ_0 Winkel zur Horizontalen
x_0, y_0 Abwurfpunkt

Komponenten der Anfangsgeschwindigkeit:
$v_{0,x} = v_0 \cos \theta_0$
$v_{0,y} = v_0 \sin \theta_0$

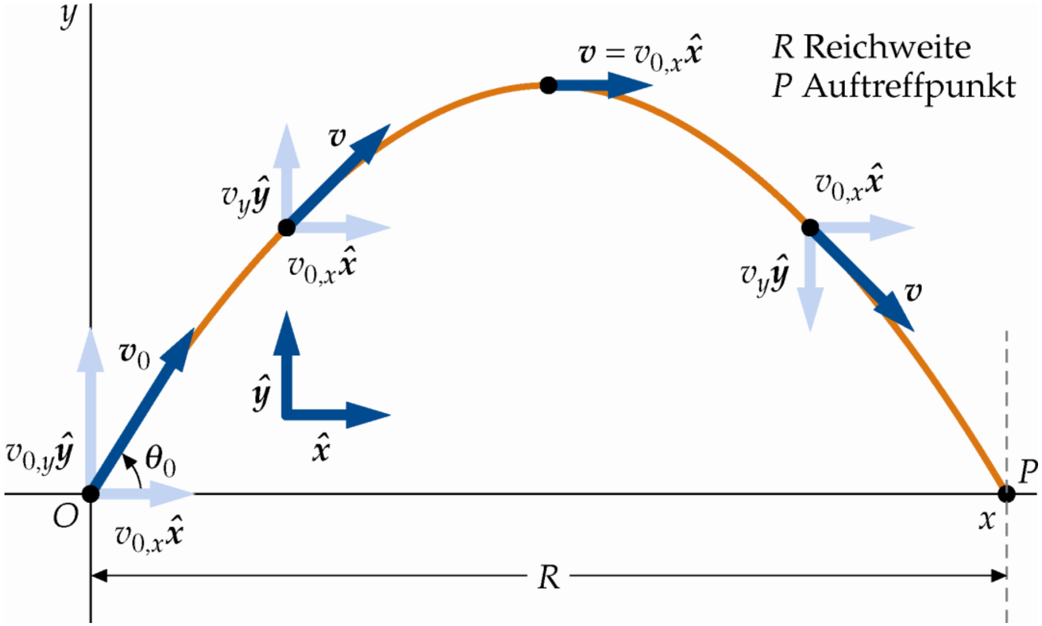
Beschleunigung in x-Achse:
$a_x = 0$

Beschleunigung in y-Achse:
$a_y = -g$

Geschwindigkeit in x-Achse:
$v_x = v_{0,x} = \text{const.}$

Geschwindigkeit in y-Achse:
$v_y = v_{0,y} - gt$

Die Parabelgleichung



$$x(t) = x_0 + v_{0,x}\, t$$
$$y(t) = y_0 + v_{0,y}\, t - \tfrac{1}{2}\, g\, t^2$$

$$y(x) = (\tan \theta_0)\, x - \left(\frac{g}{2\, v_0^2 \cos^2\theta_0}\right) x^2$$

Die horizontale Reichweite beim Wurf

Die horizontale Reichweite R beim Wurf kann durch die Anfangsgeschwindigkeit, den Wurfwinkel und die Anfangshöhe bestimmt werden.

Die horizontale Reichweite ergibt sich, indem die x-Komponente der Geschwindigkeit $v_{0,x}$ mit der Gesamtdauer T multipliziert wird, die der Gegenstand in der Luft ist.

$$v_{0,y}\, T = \tfrac{1}{2}\, g\, T^2$$

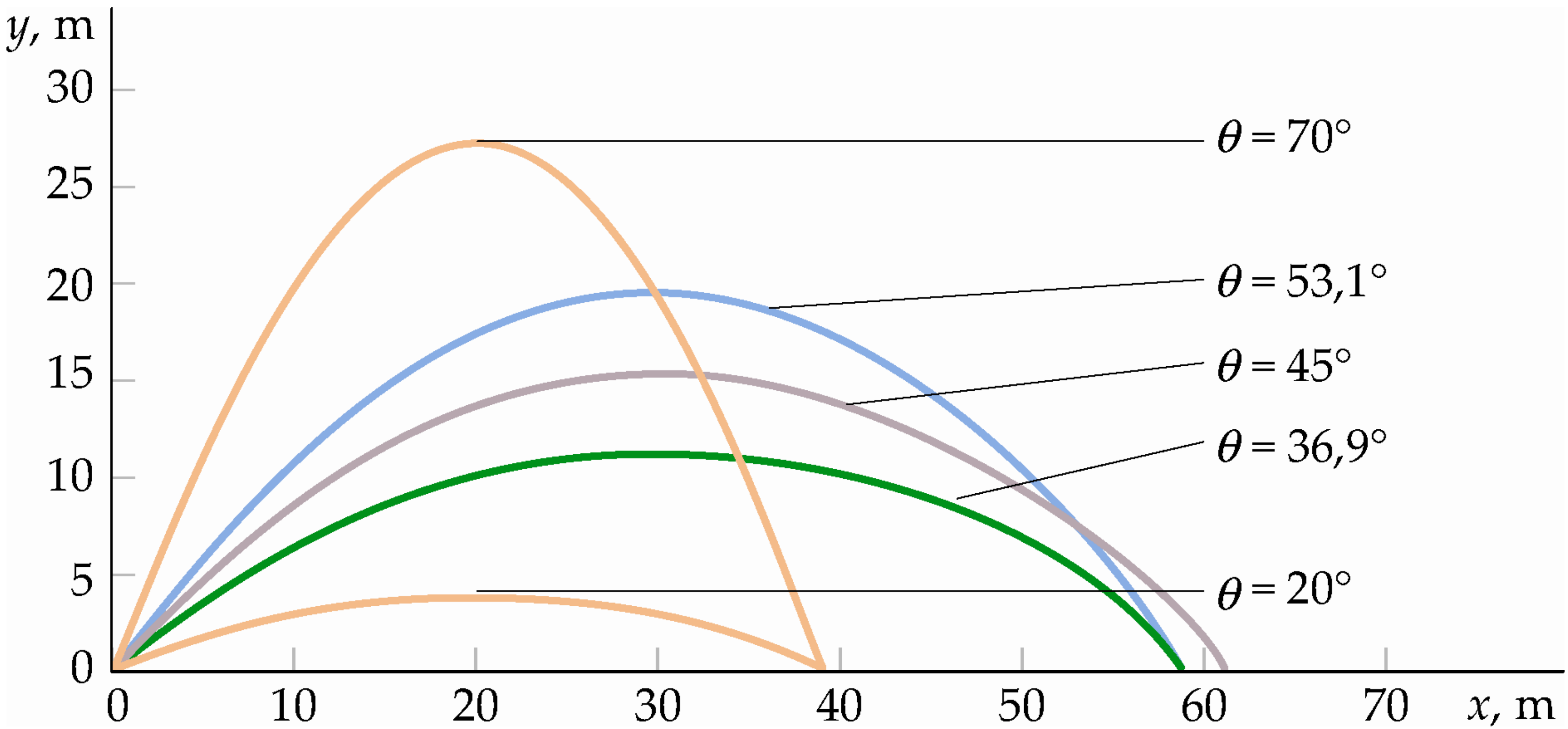
$$T = \frac{2\, v_{0,y}}{g} = \frac{2\, v_0}{g} \sin\theta_0$$

$$R = v_{0,x}\, T = (v_0 \cos\theta_0)\left(\frac{2\, v_0}{g} \sin\theta_0\right)$$

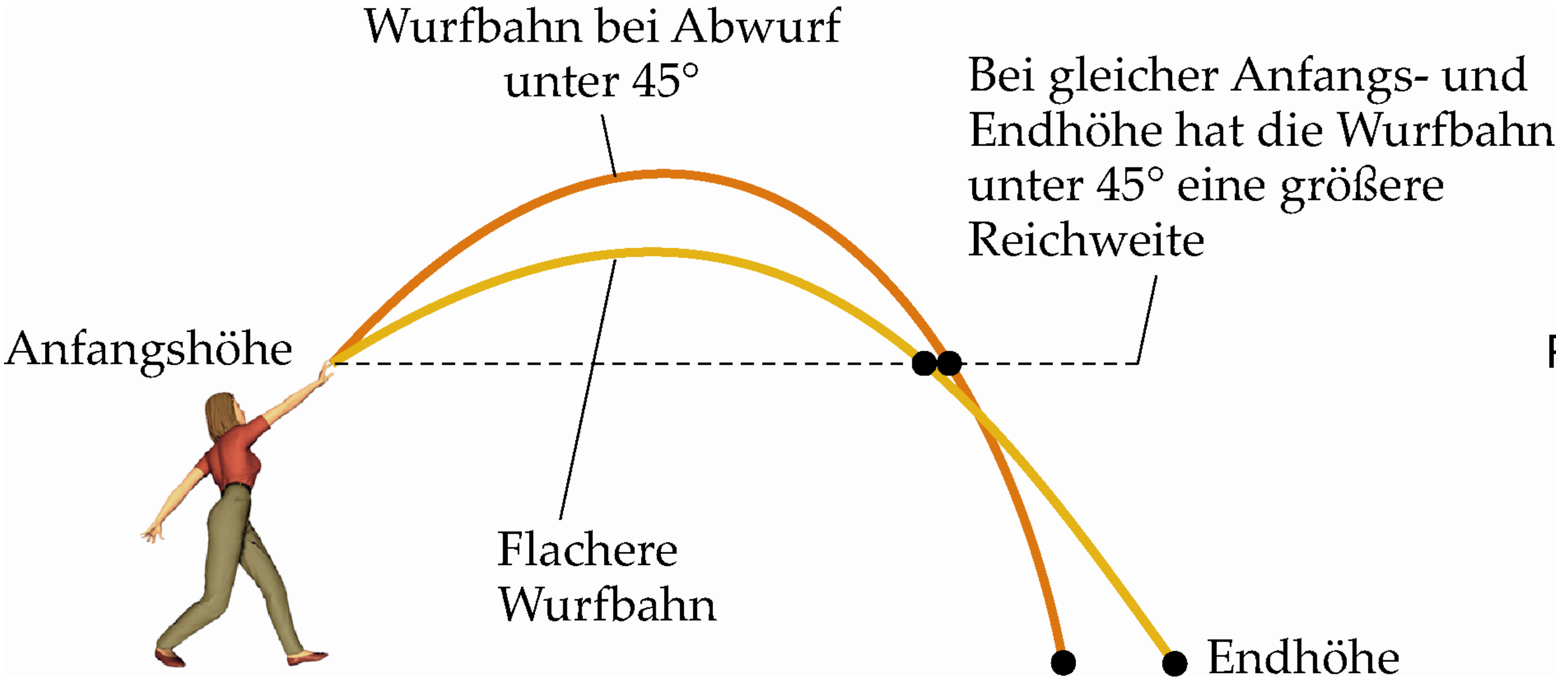
$$= \frac{2\, v_0^2}{g} \sin\theta_0 \cos\theta_0$$

$$R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta_0$$

Die horizontale Reichweite beim Wurf



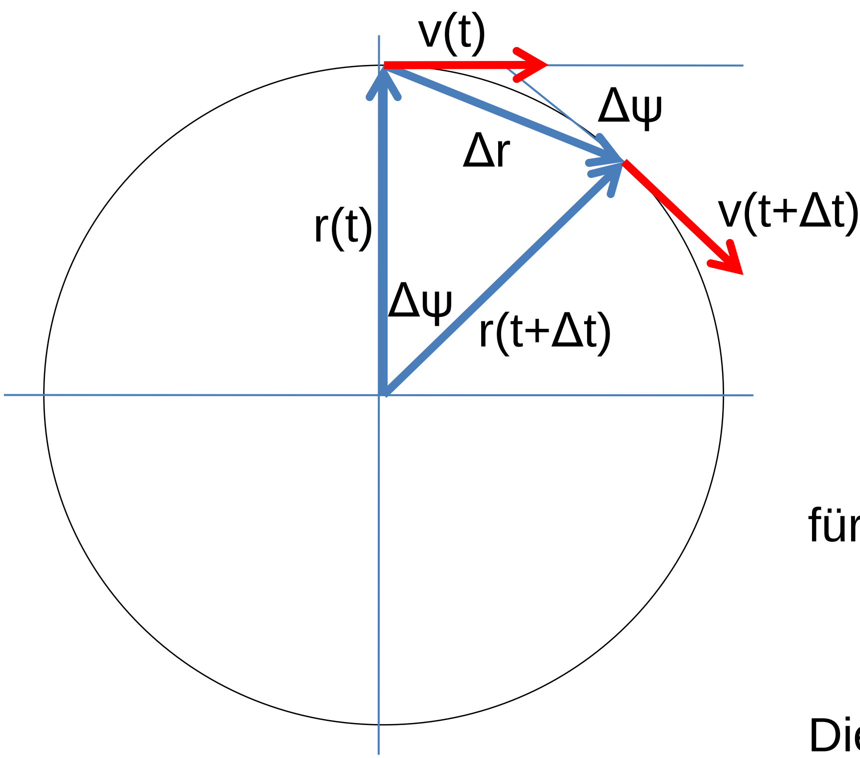
Spezialfall: der schräge Wurf

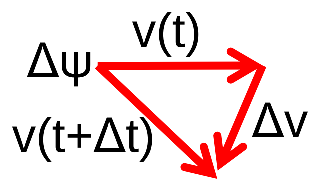


$$R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta_0$$

In vielen praktischen Anwendungen stimmt die Anfangshöhe nicht mit der Endhöhe überein. So kommt die Kugel beim Kugelstoßen auf dem Boden auf, wird aber aus einer Anfangshöhe von etwa 2m über dem Boden abgeworfen. Die maximale Reichweite wird in diesem Fall bei einem etwas kleineren Winkel als 45° erreicht.

Spezialfall: die gleichförmige Kreisbewegung





$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta r}{r}$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v \Delta r}{r \Delta t}$$

für $\Delta t \rightarrow 0$ ergibt sich die Zentripetalbeschleunigung:

$$|a_{zp}| = \frac{v^2}{r}$$

Die Richtung ist dem Einheitsvektor entgegengesetzt:

$$a_{zp} = - \frac{v^2}{r} \hat{\mathbf{r}}$$

Aufgaben (1)

1. Mit welcher Bremsverzögerung muss abgebremst werden, damit Ihr Auto bei 50 km/h nach 50 m steht und wie lange dauert dieser Bremsvorgang?

2. Führen Sie die gleiche Rechnung mit einer Geschwindigkeit von 100 km/h und einem Bremsweg von 100 m durch.

3. Ein Fahrzeug fährt 5 s lang mit einer Beschleunigung von 2,5 m/s², danach mit gleichförmiger Geschwindigkeit weiter und bremst dann mit einer Bremsverzögerung von -3,5 m/s² bis zum Stillstand.
   Die gesamte Fahrstrecke beträgt 100 m.
   a) Skizzieren sie das Geschwindigkeits-Zeit Diagramm v(t) und das Beschleunigungs-Zeit-Diagramm a(t).
   b) Welche Fahrzeit wird insgesamt benötigt?

Aufgaben (2)

4. In einem Flussbett der Breite B = 100 m fließt das Wasser mit einer Geschwindigkeit von v_F = 1,2 m/s. Ein Fährschiff bewegt sich mit einer Relativgeschwindigkeit v_S = 5 m/s gegenüber dem Wasser.
   a) Wie weit wird das Schiff abgetrieben, wenn es den Fluss senkrecht zu überqueren versucht?
   b) Unter welchem Winkel muss es gegensteuern, wenn es auf dem kürzesten Weg das andere Ufer erreichen will?

5. Aus einem Gartenschlauch tritt Wasser mit einer Geschwindigkeit von 8 m/s aus.
   a) Wie hoch muss der Gärtner den Schlauch mindestens waagerecht halten, wenn er ein 6 m entferntes Blumenbeet wässern will?
   b) Mit welcher Absolutgeschwindigkeit treffen für diese Höhe die Wassertropfen auf dem Blumenbeet auf (in km/h)?

Aufgaben (3)

6. Eine Hochspringerin, deren Schwerpunkt 1,10 m über dem Boden liegt und die eine Absprunggeschwindigkeit von 4,3 m/s schafft, will mit einem Rollsprung eine Höhe von 1,80 m überwinden.
   Wieviele cm vor der Latte und unter welchem Winkel gegenüber der Horizontalen muss sie abspringen?

7. Der Torwart der Mannschaft A steht am Mittelkreis, um seine Mannschaftskameraden gegebenenfalls im Sturm zu verstärken. Der Torwart der Mannschaft B sieht bei einem Torwartabschlag in 100 m Entfernung das einladend leere gegnerische Tor und schießt den Ball in diese Richtung.
   a) Unter welchem Abschusswinkel erreicht der Ball bei gegebener Abschussgeschwindigkeit die optimale Weite?
   b) Welche Abschussgeschwindigkeit (in km/h) ist bei diesem Winkel nötig, um das gegnerische Tor zu treffen?
   c) Wie schnell müsste der Torwart der Mannschaft a sein, um rechtzeitig wieder in sein Tor zurückzukehren und den Ball halten zu können?

Aufgaben (4)

8. Ein Satellit befindet sich auf einer erdnahen Umlaufbahn in der Höhe von 200 km über der Erde.
   a) Berechnen Sie die Umlaufzeit des künstlichen Erdtrabanten.
      (Erdradius: 6371 km, Erdbeschleunigung: 9,81 m/s²)
   b) Ist das Ergebnis plausibel?
   c) Berechnen Sie die Bahngeschwindigkeit in km/h.

9. Ein Satellit befindet sich auf einer so genannten geostationären Umlaufbahn. (1 Sternentag = 86164 s)
   a) Wie hoch ist die Umlaufbahn über der Erdoberfläche?
   b) Berechnen Sie die Bahngeschwindigkeit in km/h.

10. Bei einem Unfall geht eine Riemenscheibe eines Motors zu Bruch. Ein Scheibenrandstück in 6 cm Abstand von der Drehachse fliegt 65 m hoch. Welche Drehzahl hatte der Motor (Angabe in U/min)?

Lösungen der Aufgaben

1. $a = -1{,}93\ m/s^2$ $t = 7{,}2\ s$

2. $a = -3{,}86\ m/s^2$ $t = 7{,}2\ s$

3. 12,286 s

4. a) 24 m
   b) 13,4 °

5. a) 2,76 m
   b) 39,13 m

6. 82,4 cm vor der Latte, 59,52°

7. a) 45°
   b) 112,75 km/h
   c) 39,49 km/h

8. a) 85,66 min
   b) ja
   c) 11020 km/h

9. a) 35600 km
   b) 11020 km/h

10. 5683 U/min

Literatur und Quellen

Paul A. Tipler, Gene Mosca: Physik für Wissenschaftler und Ingenieure, Spektrum Akademischer Verlag, August 2009

http://de.wikipedia.org/

HOCHSCHULE DEGGENDORF
University of Applied Sciences

Hochschule Deggendorf – Edlmairstr. 6 und 8 – 94469 Deggendorf