Aufgabenblatt Physik Nr. 6, 10.11.2011

Lösungen: **Aufgabe 1**

Problembeschreibung: Der Zerfall eines Teilchens in zwei Partikel lässt sich als ein zeitlich rückwärts laufender Stoß auffassen. Es treten keine äußeren Kräfte auf, daher bleibt der Gesamtimpuls des Systems erhalten. Die kinetische Energie eines Teilchens ist $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m\, v^2$. Weil der Thoriumkern vor dem Zerfall in Ruhe ist, ist sein Gesamtimpuls null. Mithilfe der Impulserhaltung können wir dann einen Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit des Radiumkerns und der des Alphateilchens herstellen.

Lösung:

1. Schreiben Sie die kinetische Energie des Radiumkerns $E_{\text{kin,Ra}}$ mithilfe seiner Masse m_{Ra} und Geschwindigkeit v_{Ra}:

$$E_{\text{kin,Ra}} = \frac{1}{2}\, m_{\text{Ra}}\, v_{\text{Ra}}^2$$

2. Schreiben Sie die kinetische Energie $E_{\text{kin},\alpha}$ des Alphateilchens mithilfe seiner Masse m_α und Geschwindigkeit v_α:

$$E_{\text{kin},\alpha} = \frac{1}{2}\, m_\alpha\, v_\alpha^2$$

3. Stellen Sie mithilfe der Impulserhaltung einen Zusammenhang zwischen v_{Ra} und v_α her. Da der Thoriumkern anfangs in Ruhe war, ist der Impuls des Systems null:

$$m_\alpha\, v_\alpha = m_{\text{Ra}}\, v_{\text{Ra}}$$

4. Lösen Sie in Schritt 1 und 2 nach den Geschwindigkeiten v_{Ra} und v_α auf und setzen Sie diese Ausdrücke in das Ergebnis von Schritt 3 ein:

$$E_{\text{kin,Ra}} = \frac{1}{2}\, m_{\text{Ra}}\, v_{\text{Ra}}^2 \qquad E_{\text{kin},\alpha} = \frac{1}{2}\, m_\alpha\, v_\alpha^2$$

$$v_{\text{Ra}} = \left(\frac{2\, E_{\text{kin,Ra}}}{m_{\text{Ra}}}\right)^{1/2} \qquad v_\alpha = \left(\frac{2\, E_{\text{kin},\alpha}}{m_\alpha}\right)^{1/2}$$

und somit

$$m_\alpha \left(\frac{2\, E_{\text{kin},\alpha}}{m_\alpha}\right)^{1/2} = m_{\text{Ra}} \left(\frac{2\, E_{\text{kin,Ra}}}{m_{\text{Ra}}}\right)^{1/2}$$

5. Lösen Sie das Ergebnis von Schritt 4 nach $E_{\text{kin,Ra}}$ auf:

$$E_{\text{kin,Ra}} = \frac{m_\alpha}{m_{\text{Ra}}}\, E_{\text{kin},\alpha} = \frac{4{,}00\ \text{u}}{223\ \text{u}}(6{,}00\ \text{MeV}) = \boxed{0{,}107\ \text{MeV}}$$

Plausibilitätsprüfung: Wir überprüfen das Ergebnis $E_{\text{kin,Ra}} = (m_\alpha / m_{\text{Ra}})\, E_{\text{kin},\alpha}$ aus Schritt 5 für verschiedene Werte des Massenverhältnisses $m_{\text{Ra}} / m_{\text{kin},\alpha}$. Wenn die beiden Massen gleich sind, liest man aus dem Ergebnis wie erwartet $E_{\text{kin,Ra}} = E_{\text{kin},\alpha}$ ab; für $m_\alpha \ll m_{\text{Ra}}$ folgt $E_{\text{kin,Ra}} \ll E_{\text{kin},\alpha}$, d. h., die kinetische Energie des Alphateilchens ist viel größer als die des Radiumkerns. Das bedeutet auch, dass die Geschwindigkeit des Alphateilchens – wie zu erwarten – viel größer ist als die der Radiumkerne.

Weitergedacht: Bei diesem Zerfall wird ein Teil der Ruheenergie des Thoriumkerns in kinetische Energie des Alphateilchens und des Radiumkerns umgewandelt. Die Masse des Thoriumkerns ist um $(E_{\text{kin},\alpha} + E_{\text{kin,Ra}})/c^2 = 6{,}11\ \text{MeV}/c^2$ größer als die Massen von Alphateilchen und Radiumkern zusammen.