Physik für Infotronik (17)

Gerald Kupris

10.12.2012

Physik Themenbereiche (3)

Teil 4: Elektrizität und Magnetismus

21 Das elektrische Feld I: Diskrete Ladungsverteilungen

22 Das elektrische Feld II: Kontinuierliche Ladungsverteilungen

23 Das elektrische Potenzial

24 Die Kapazität

25 Elektrischer Strom – Gleichstromkreise

26 Das Magnetfeld

27 Quellen des Magnetfelds

28 Die magnetische Induktion

29 Wechselstromkreise

30 Die Maxwellschen Gleichungen – Elektromagnetische Wellen

Wiederholung: das Coulombsche Gesetz

Die Kraft, die von einer Punktladung auf eine andere ausgeübt wird, wirkt längs der Verbindungslinie zwischen den Ladungen. Sie ändert sich umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstands der Ladungen und proportional zum Produkt der Ladungen.

Die Kraft ist abstoßend, wenn beide Ladungen ein gleiches Vorzeichen haben, und anziehend für Ladungen entgegengesetzten Vorzeichens.

$$|F| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{|q_1 \cdot q_2|}{r^2}$$

$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8{,}98758 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2} \approx 8{,}99 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$

ε_0 = elektrische Feldkonstante = Dielektrizitätskonstante:

$\varepsilon_0 = 8{,}85416 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{C^2/N \cdot m^2}$

Wiederholung: das elektrische Feld

Das elektrische Feld ***E*** am Ort der Ladung $\boldsymbol{q_0}$ ist definiert als der Quotient aus der resultierenden Kraft ***F*** auf $\boldsymbol{q_0}$ und dem Betrag der Ladung $\boldsymbol{q_0}$:

$$E = \frac{F}{q_0} [N/C]$$

Elektrisches Feld einer Punktladung:

$$E_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_i}{r^2} [N/C]$$

Felder können besonders anschaulich mit Hilfe von Feldlinien beschrieben werden, deren Tangenten in jedem Raumpunkt die Richtung der Feldgrößen (Vektoren) darstellen. Die Feldstärke, also der Betrag der Feldvektoren in den Raumpunkten, wird durch die Dichte der Feldlinien dargestellt.

Wiederholung: elektrische Feldkonstante

Die elektrische Feldkonstante ε_0 (auch: Permittivität des Vakuums) ist die physikalische Konstante, die im internationalen Einheitensystem die SI-Einheit der Ladung (Coulomb) mit den mechanischen Einheiten in Beziehung setzt.

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c_0^2} = \frac{10^7}{4\pi \cdot 299\,792\,458^2} \, \frac{\mathrm{A^2 s^4}}{\mathrm{kg\,m^3}} \approx 8{,}854\,187\,817\ldots \cdot 10^{-12}\,\mathrm{F\,m^{-1}}$$

$$\mathrm{F\,m^{-1} = A^2\,s^4\,kg^{-1}\,m^{-3} = A\,s\,V^{-1}\,m^{-1} = C\,V^{-1} m^{-1}}$$

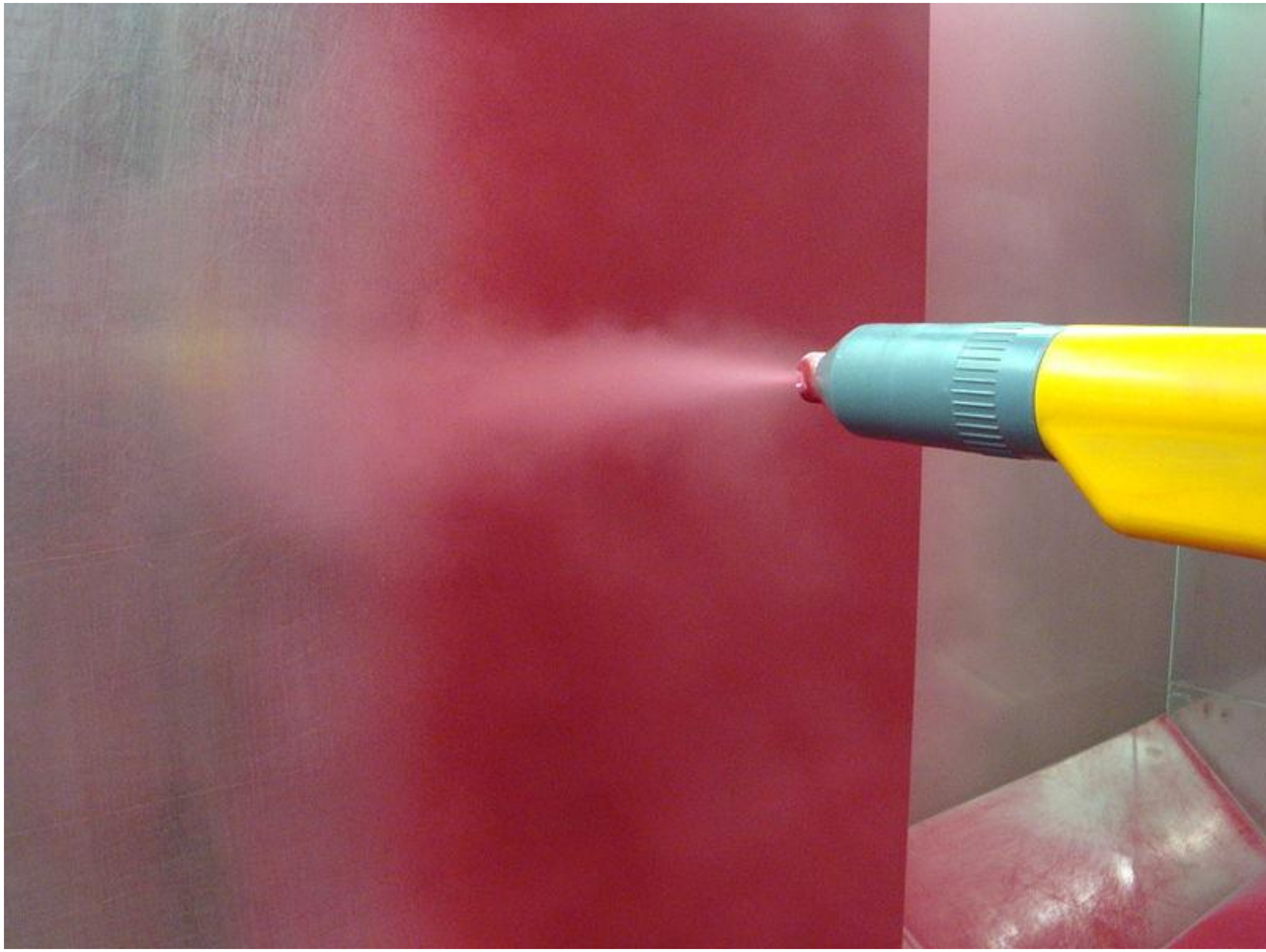
Beispiel: Pulverbeschichtung

Das Pulver wird aufgebracht, indem das zu beschichtende Teil elektrisch aufgeladen wird.

Dann läd man sehr kleine Teilchen (1 µm bis 100 µm) entgegengesetzt auf.

Die Beschichtungsteilchen werden dann von dem zu beschichtenden Körper angezogen.

Beim Aushärten verbinden sich die Moleküle der Beschichtung,

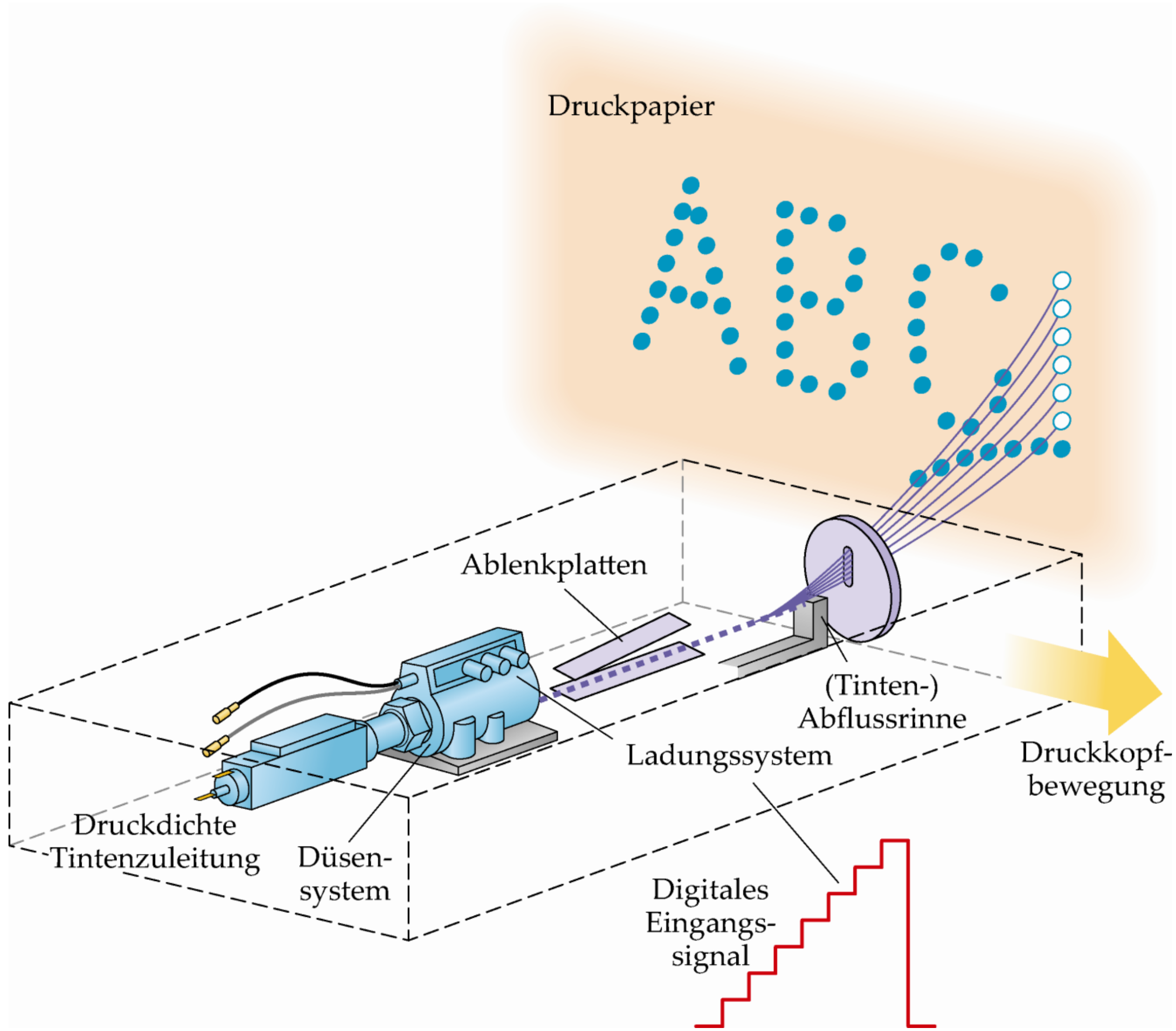


Beispiel: Tintenstrahldrucker

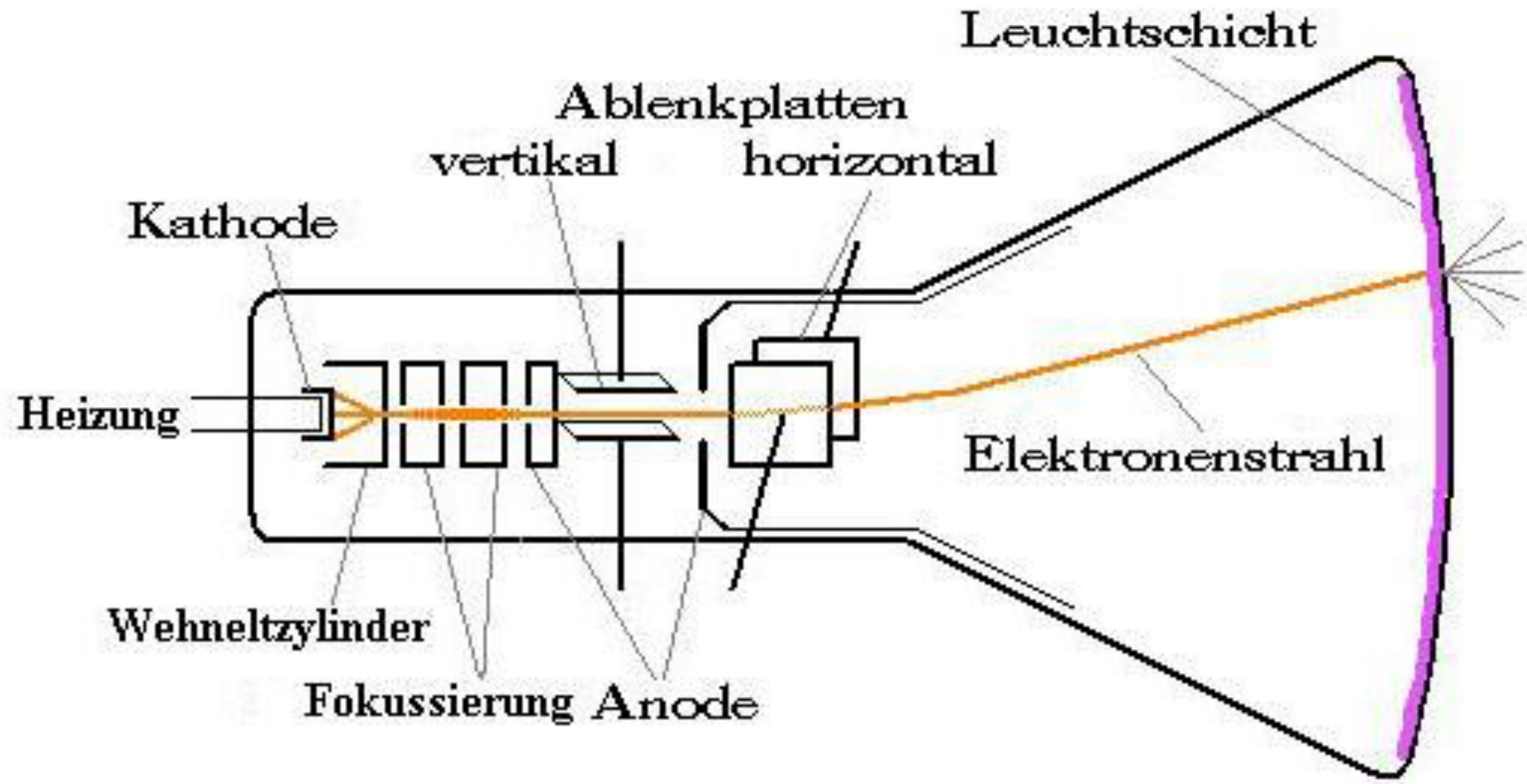
Im Tintenstrahldrucker wird die Tinte in Form von einzelnen Tröpfchen aus dem Düsensystem gepumpt. Jedes Tröpfchen, das beim Auftreffen auf dem Papier einen Punkt erzeugen soll, wird elektrisch aufgeladen.

Das Ablenksystem besteht aus einem Paar von entgegengesetzt geladenen Platten.

Je größer die Ladung auf einem Tintentropfen ist, umso mehr wird der Tropfen abgelenkt, wenn er die Ablenkplatten passiert.

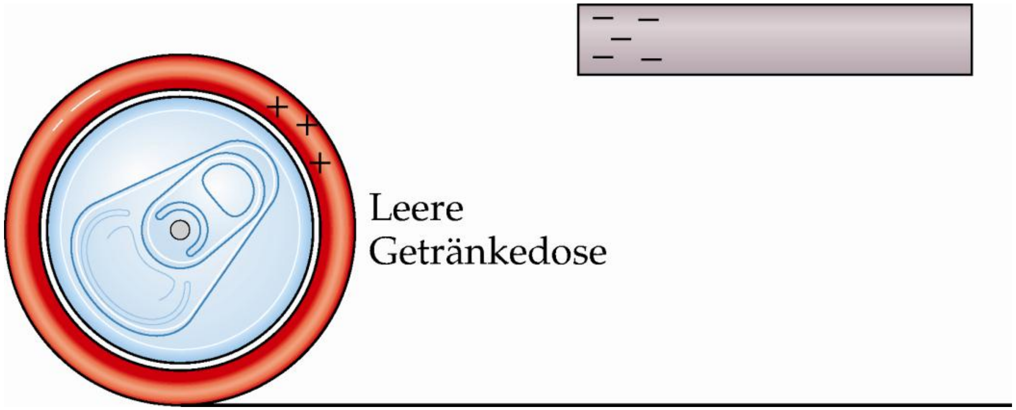


Kathodenstrahlröhre



Kathodenstrahlröhre

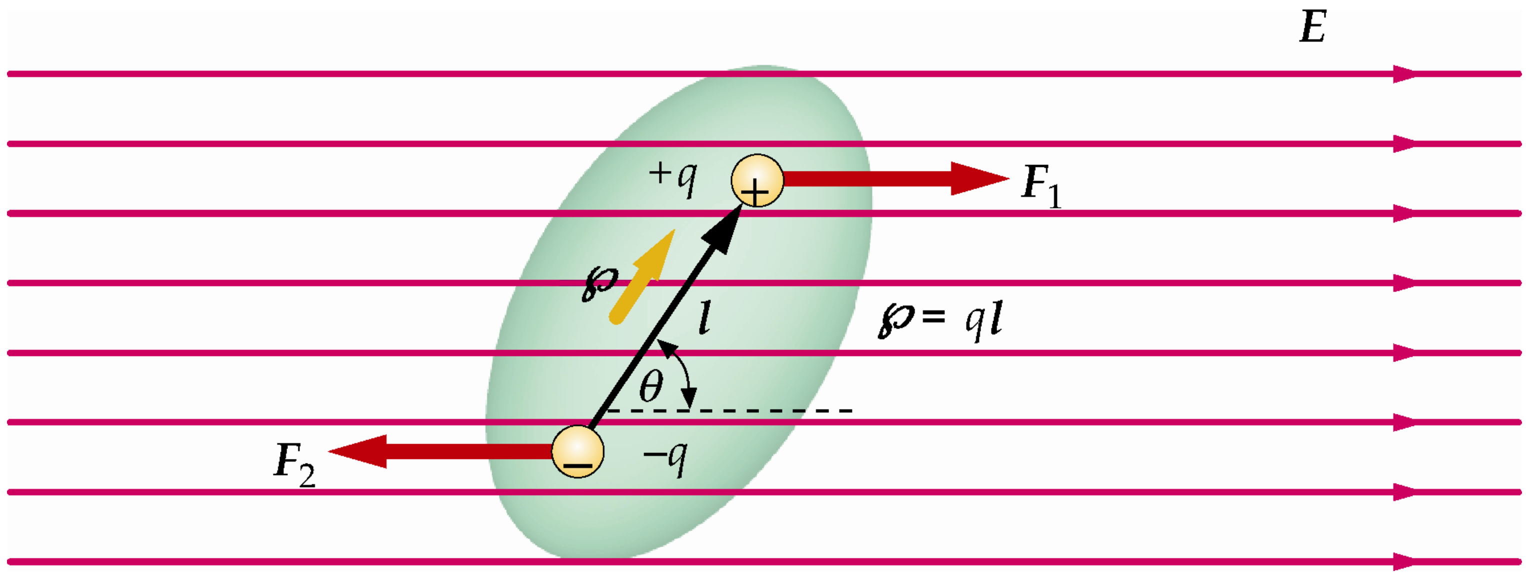
Aufgaben



1. Bei einem verbreiteten Schauversuch reibt man einen Kunststoffstab an einem Fell, um ihn aufzuladen, und hält den Stab dann in die Nähe einer leeren Getränkedose. Erläutern Sie, warum die Dose sich auf den Stab zu bewegt.

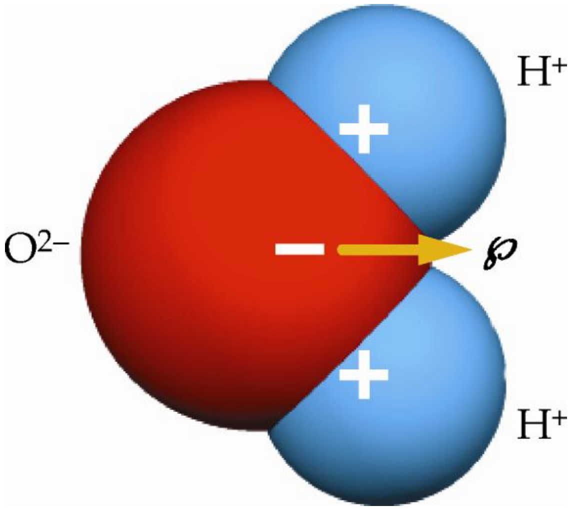
2. Zwei punktförmige Teilchen sind durch einen Abstand von 0,60 m voneinander getrennt und tragen eine Gesamtladung von 200 µC. Bestimmen Sie die Ladungen von jedem der beiden Teilchen, wenn sie sich mit
   a) mit einer Kraft von 80 N abstoßen,
   b) mit einer Kraft von 80 N anziehen.

Dipol in einem elektrischen Feld

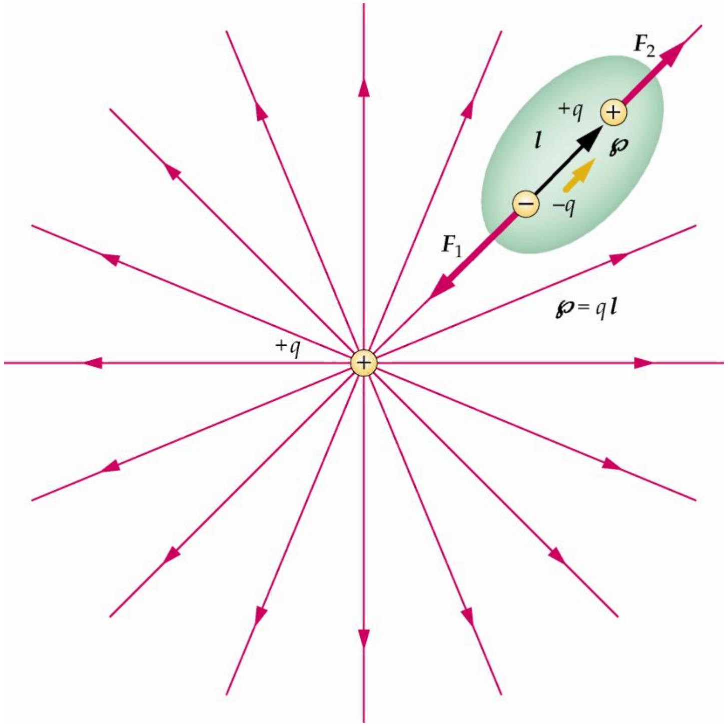


Ein Dipol in einem elektrischen Feld erfährt entgegengesetzt gleiche Kräfte, die ihn drehen, bis sein Diplomoment ***φ*** in die gleiche Richtung wie ***E*** weist.

Dipol in einem elektrischen Feld



Ein H_2O Molekül hat ein permanentes elektrisches Dipolmoment, das in Richtung vom Zentrum der negativen Ladung zum Zentrum der positiven Ladung zeigt.

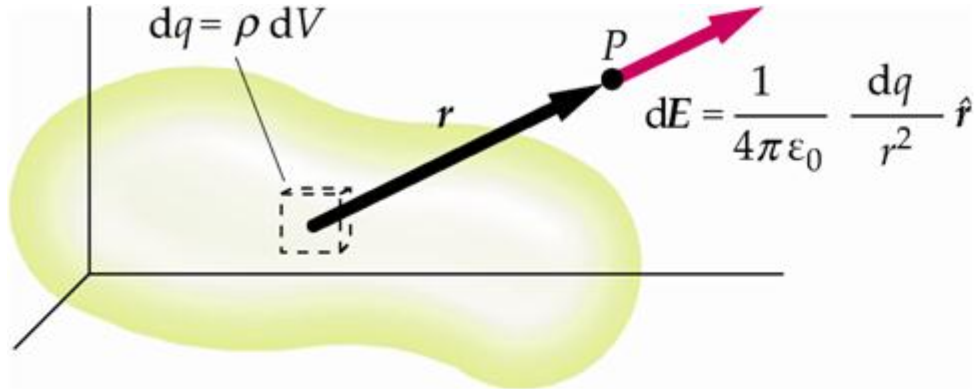


Das Dipolmoment stellt sich parallel zum elektrischen Feld ein.

Berechnung des elektrischen Feldes

Ein Ladungselement ***dq*** erzeugt ein Feld im Punkt ***P***.

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2}\hat{r}$$



Das Feld in ***P*** berechnet man durch Integration über die gesamte Ladungsverteilung.

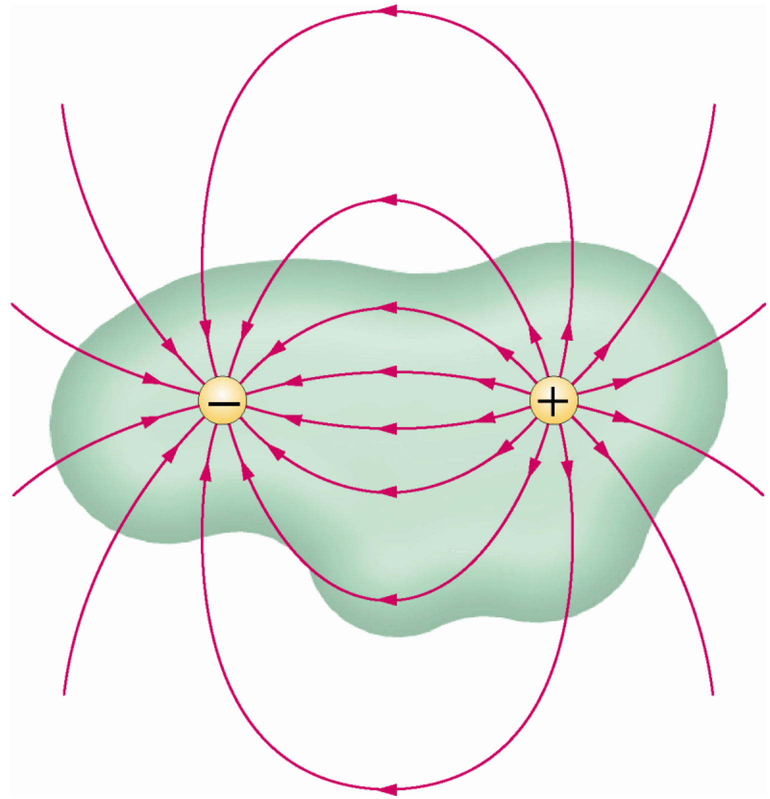
Wenn die Ladung auf einer Oberfläche verteilt ist, verwendet man dq = σ·dA, dabei ist σ die Oberflächenladungsdichte.

$$E = \int dE = \int_V \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2}\hat{r} = \int_V \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\sigma \cdot dA}{r^2}\hat{r}$$

Elektrische Feldlinien

Eine Oberfläche von beliebiger Gestalt, die einen elektrischen Dipol einschließt:

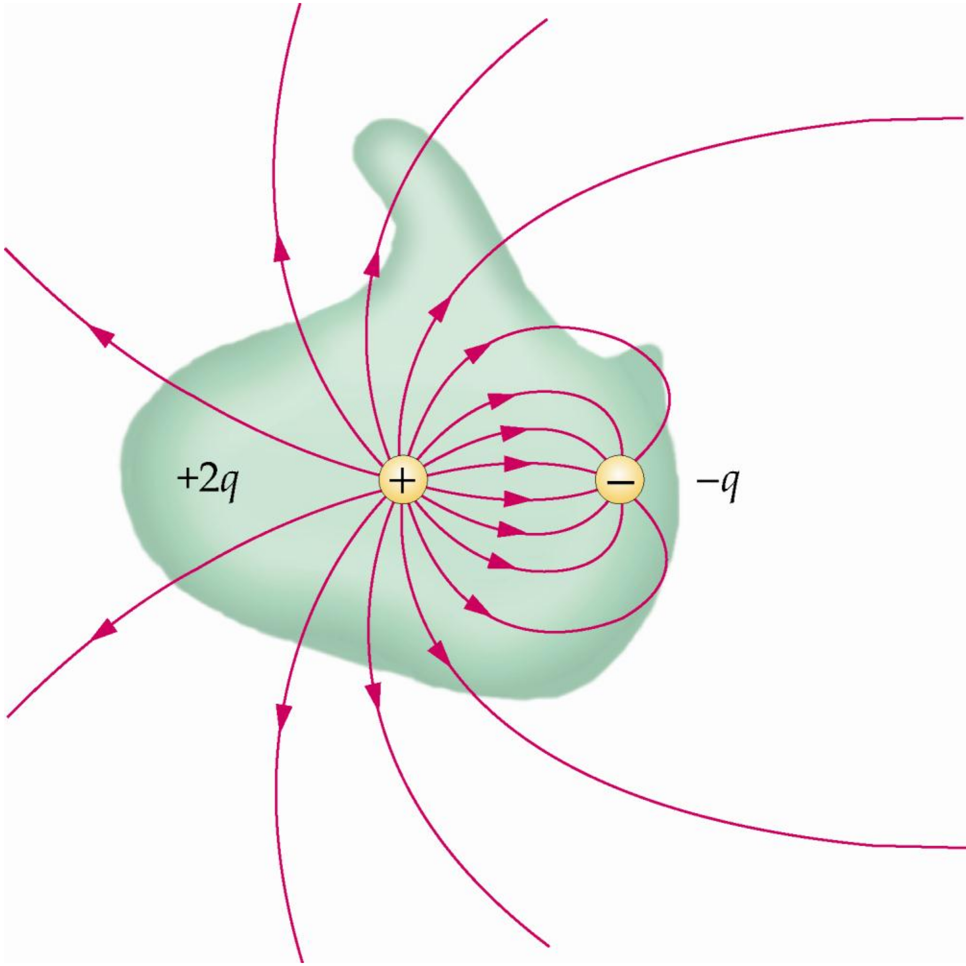
Wenn die Oberfläche beide Ladungen einschließt, dann ist die Zahl der Linien, die die Oberfläche von innen her durchstoßen, gleich der Zahl der Linien, die die Oberfläche von außen durchdringen - unabhängig davon, wie die Oberfläche gestaltet ist.



Elektrische Feldlinien

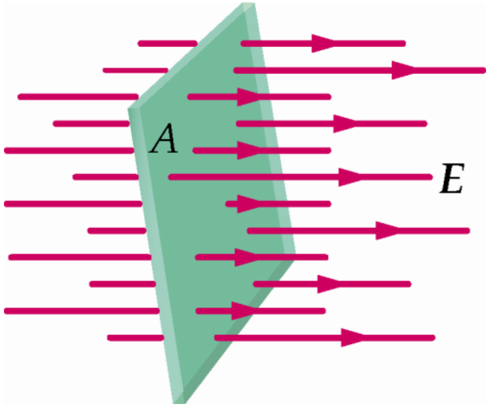
Eine Oberfläche von beliebiger Gestalt, die die Ladungen +2q und -q einschließt:

Jede Feldlinie, die an -q endet, verläuft entweder nur im Innengebiet oder verlässt die Oberfläche und tritt wieder ein. Die Gesamtzahl der Linien beider Ladungen, die durch die Oberfläche austreten, ist die gleiche wie bei einer einzelnen eingeschlossenen Ladung +q.



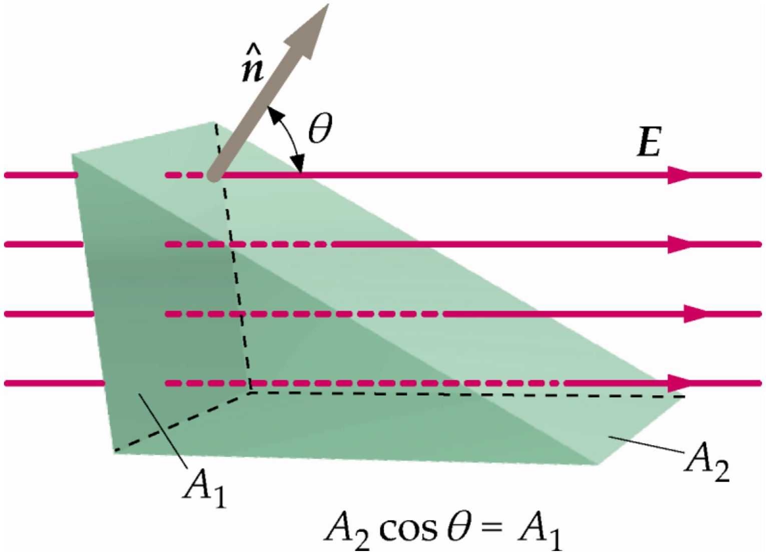
Der elektrische Fluss

Die mathematische Größe, die der Zahl der Feldlinien entspricht, die eine Fläche senkrecht durchstoßen, nennt man den elektrischen Fluss $\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{el}}$.



Für eine ebene Fläche senkrecht zu einem homogenen Feld ***E*** ist der elektrische Fluss das Produkt aus der Feldstärke ***E*** und der Fläche:

$$\Phi_{el} = E \cdot A$$



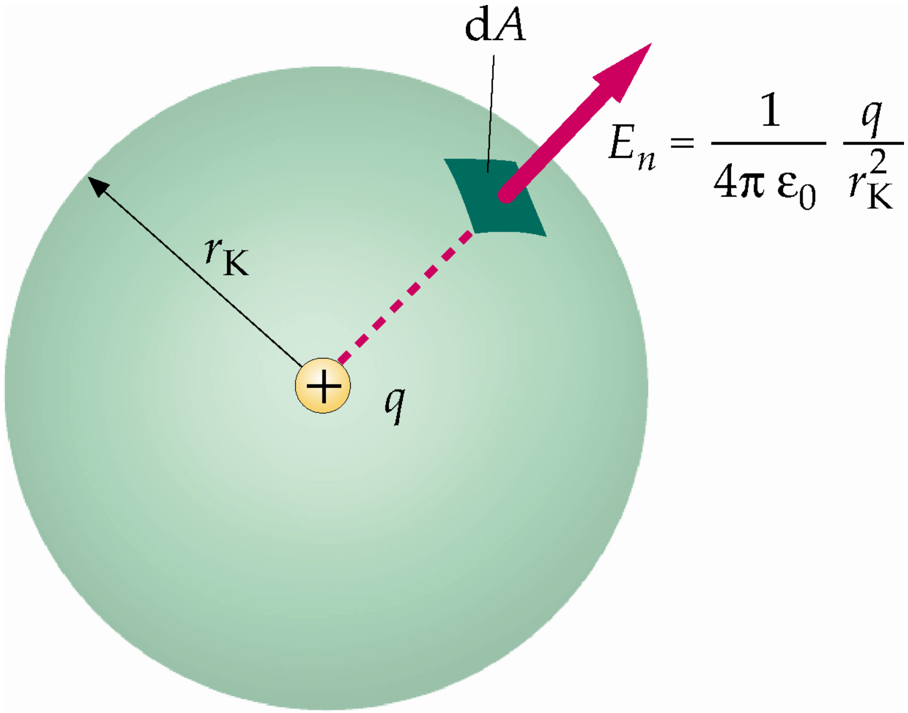
Da ***E*** nicht senkrecht zu der Fläche $\boldsymbol{A_2}$ steht, ist der Fluss $\boldsymbol{E_n \cdot A_2}$, dabei ist $\boldsymbol{E_n}$ die Projektion von E auf die Normalrichtung ***n***, also $\boldsymbol{E \cdot n = |E| \cos \Theta}$. Der Fluss durch die Fläche $\boldsymbol{A_2}$ ist der gleiche wie durch die Fläche $\boldsymbol{A_1}$.

Der elektrische Fluss durch eine Kugelfläche

Eine Kugeloberfläche mit einer eingeschlossenen Punktladung ***q***.

Das elektrische Feld steht überall senkrecht auf der Oberfläche und hat die Stärke:

$$E_n = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r_K{}^2}$$



Der Gesamtfluss von ***E*** durch diese Kugelfläche ist das Produkt aus ***E**$_n$* und dem Flächeninhalt der Kugel:

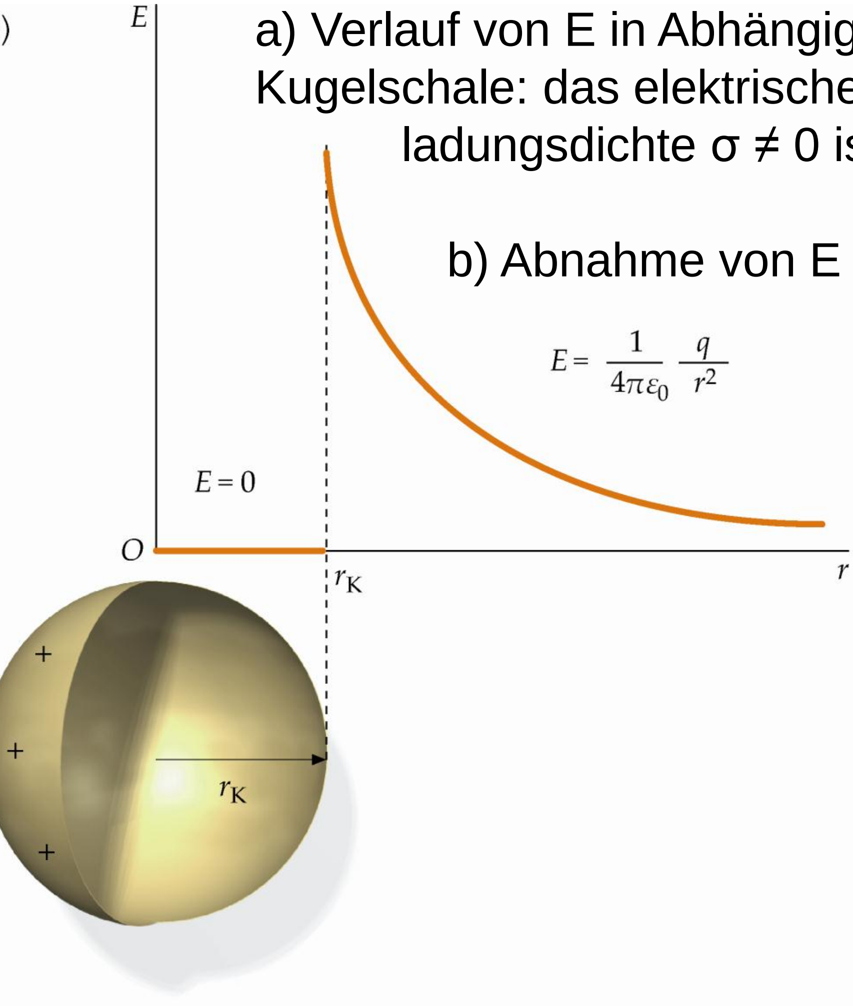
$$\Phi_{el} = E_n(4\pi r_K{}^2) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r_K{}^2} \cdot (4\pi r_K{}^2) = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Ladungsverteilung einer Kugelschale

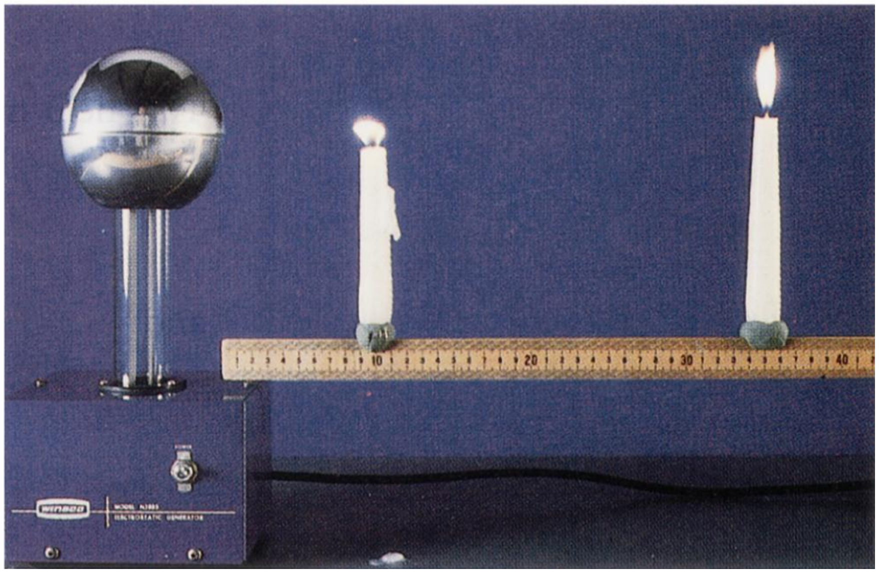
a) Verlauf von E in Abhängigkeit von r für die Ladungsverteilung einer Kugelschale: das elektrische Feld ist bei r_K unstetig, wo die Oberflächenladungsdichte $\sigma \neq 0$ ist.

b) Abnahme von E mit wachsender Entfernung r von der negativ geladenen Kugelschale

(a)

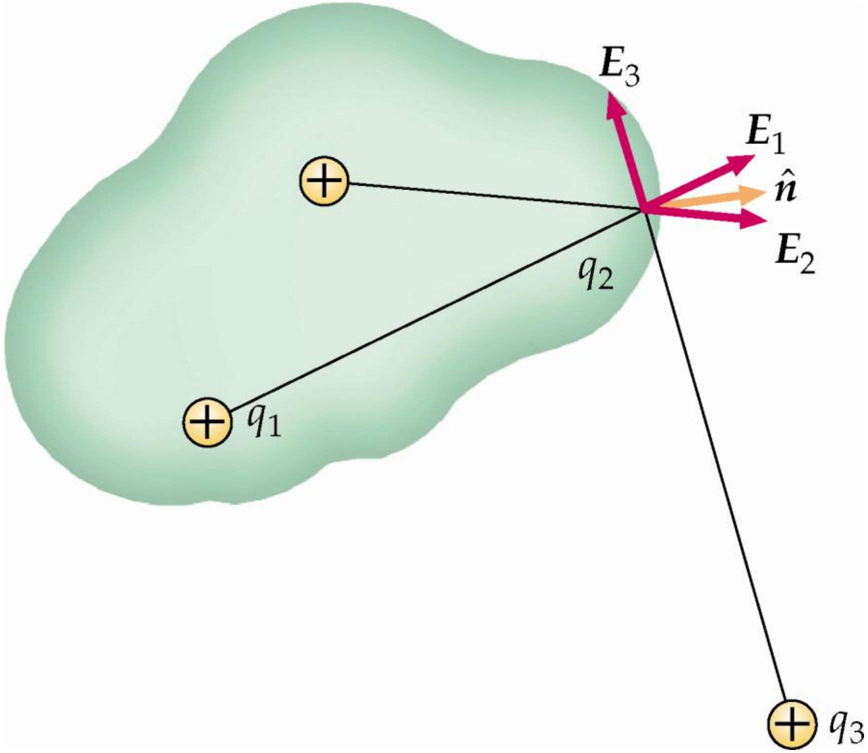


(b)



Das Gaußsche Gesetz

Eine Fläche, die die Punktladungen $\boldsymbol{q_1}$ und $\boldsymbol{q_2}$ einschließt, aber nicht die Ladung $\boldsymbol{q_3}$. Der Gesamtfluss aus dieser Fläche heraus ist $\boldsymbol{(q_1 + q_2)/\varepsilon_0}$.



Das Gaußsche Gesetz:

Der Gesamtfluss durch irgendeine geschlossene Fläche nach außen ist gleich dem Produkt von $\mathbf{1/\varepsilon_0}$ multipliziert mit der durch die Fläche eingeschlossene Gesamtladung:

$$\Phi_{el} = \oint_A E \cdot dA = \oint_A E_n \cdot dA = \frac{q_{innen}}{\varepsilon_0}$$

Das elektrische Feld in einem Leiter

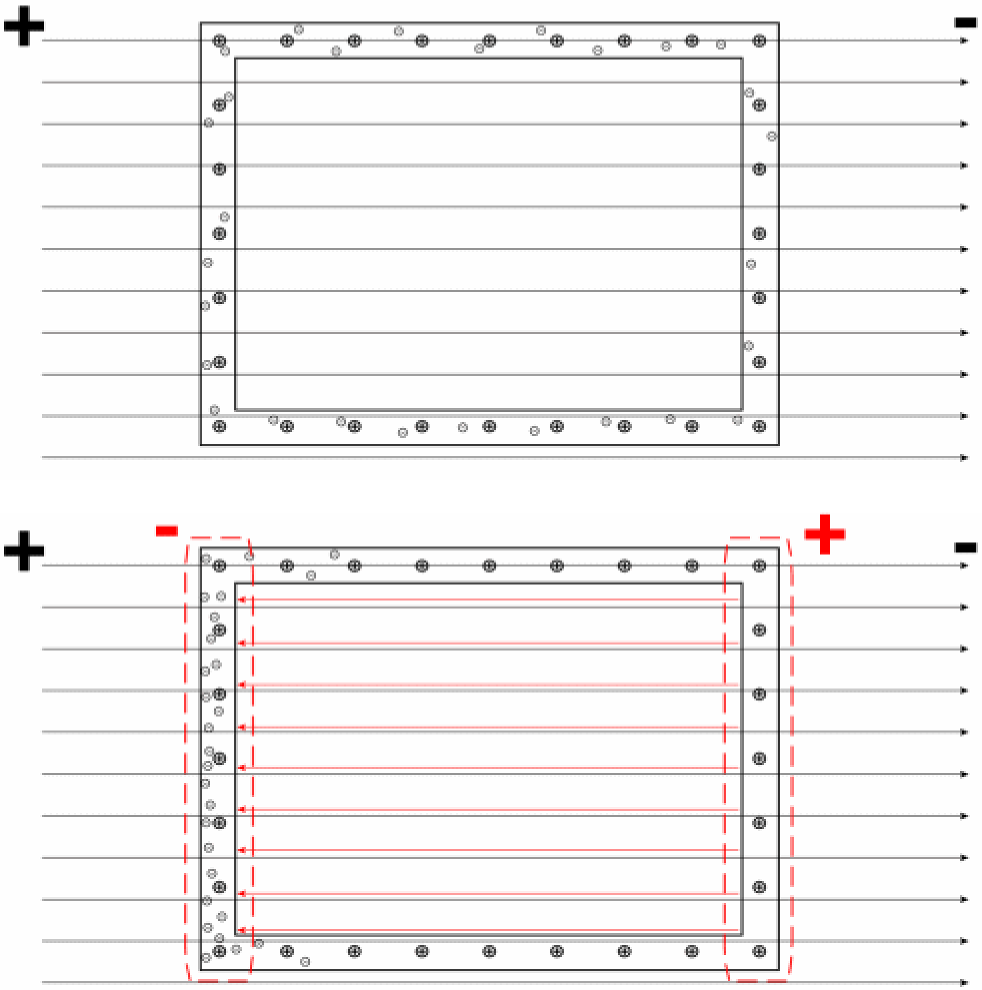
Das elektrische Feld im Inneren eines Leiters ist immer gleich null.

Wenn ein Leiter in ein elektrisches Feld platziert wird, erfolgt eine Ladungs-trennung durch Influenz.

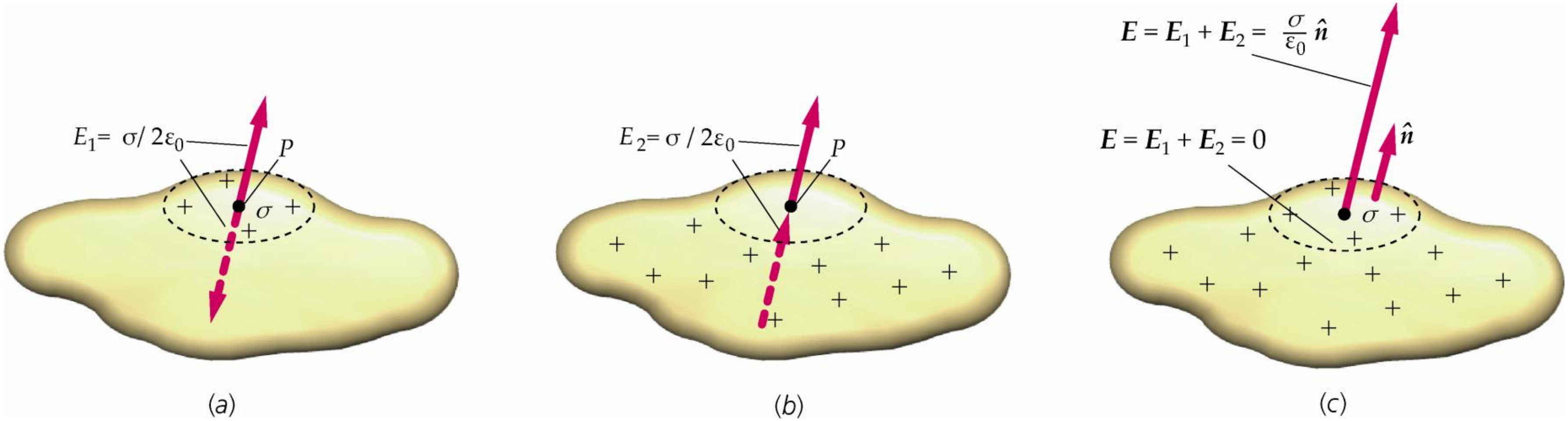
Dadurch entsteht ein elektrisches Feld in dem Leiter, das dem äußeren elek-trischen Feld entgegengesetzt ist.

Die beiden elektrischen Felder heben sich gegenseitig auf, das resultierende Feld im Inneren des Leiters ist null.

Das trifft auch auf Hohlkörper zu.



Ladung und Feld auf Leiteroberflächen



Ein beliebig geformter Leiter trägt eine Ladung auf seiner Oberfläche.

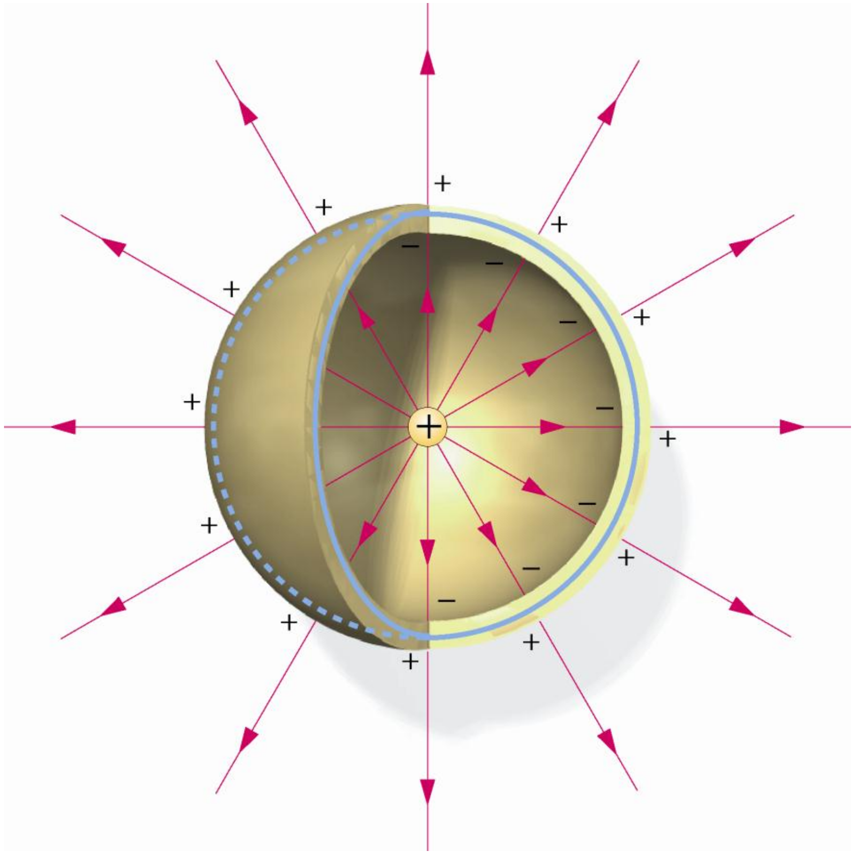
a) Die Ladungsverteilung in der Umgebung des Punktes P sieht aus wie eine kleine homogen geladene Kreisscheibe der Größe $\sigma/(2\varepsilon_0)$.

b) Da das Gesamtfeld im Inneren des Leiters gleich null ist, muss der Rest der Ladungen auf der Leiteroberfläche ein nach außen gerichtetes Feld der Größe $\sigma/(2\varepsilon_0)$ erzeugen.

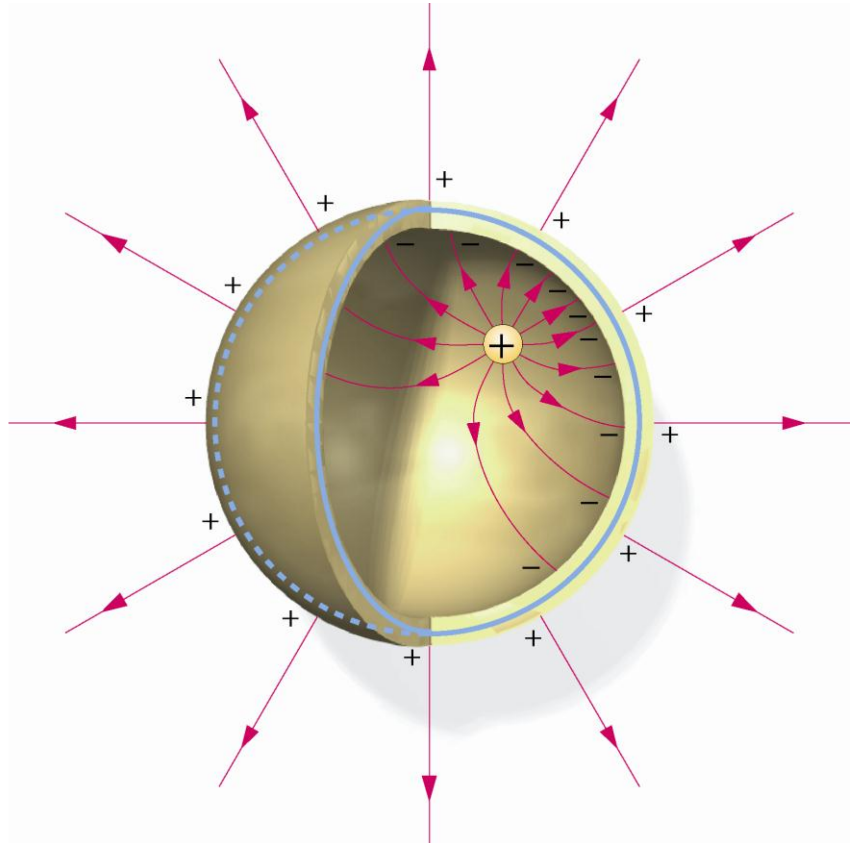
c) Innerhalb der Fläche heben sich die Felder auf, aber außerhalb addieren sie sich zu

$$E_n = \sigma / \varepsilon_0$$

Ladung und Feld auf Leiteroberflächen



Eine Punktladung ***q*** im Mittelpunkt einer leitenden Kugelschale endlicher Dicke.



Die Punktladung wurde aus dem Mittelpunkt der Kugel verschoben.

Der Faradaysche Käfig

Der Faradaysche Käfig (auch Faraday-Käfig) ist eine allseitig geschlossene Hülle aus einem elektrischen Leiter (z. B. Drahtgeflecht oder Blech), deren Innenraum dadurch bei tiefen Frequenzen von äußeren elektrischen Feldern oder elektromagnetischen Wellen abgeschirmt ist. Bei sehr hohen Frequenzen, zum Beispiel von Licht oder ionisierender Strahlung wirken andere Mechanismen der Abschirmung.
Der Leiterwerkstoff sorgt aufgrund seines geringen elektrischen Widerstandes (seiner hohen Leitfähigkeit) dafür, dass sich in ihm alle elektrischen Felder und Potential-unterschiede ausgleichen, es gibt also im Inneren kein elektrisches Feld. Ein äußeres elektrisches Feld kann dies nicht ändern.

Das Potenzial

Das Potential oder auch Potenzial (lat.: potentialis, von potentia Macht, Kraft, Leistung) ist in der Physik die Fähigkeit eines konservativen Kraftfeldes, eine Arbeit zu verrichten.

Es beschreibt die Wirkung eines konservativen Feldes auf Massen oder Ladungen unabhängig von diesen selbst.

Beispiele: Gravitationsfeld

$$dE_{pot} = -\boldsymbol{F} \cdot ds \qquad \text{(Kraft mal Verschiebungsvektor)}$$

Elektrisches Feld

$$d\boldsymbol{E}_{pot} = d\boldsymbol{E}_{el} = -\, q_0 \boldsymbol{E} \cdot ds$$

Daraus ergibt sich die Potenzialdifferenz als Änderung der potenziellen Energie pro Ladungseinheit:

$$d\boldsymbol{\Phi} = d\boldsymbol{E}_{el}/q_0 = -\, \boldsymbol{E} \cdot ds$$

Potenzialänderung

$$d\Phi = \frac{dE_{el}}{q_0} = -E \cdot ds$$

$$\Delta\Phi = \Phi_b - \Phi_a = \frac{\Delta E_{el}}{q_o} = -\int_a^b E \cdot ds$$

Die Potenzialänderung bei einer endlichen Verschiebung einer Ladung von einem Punkt a zu einem Punkt b ist $\Delta\Phi$.

Die Potenzialdifferenz Φ_b - Φ_a ist das Negative der Arbeit pro Ladungseinheit, die das elektrische Feld an einer Probeladung verrichtet, die sich auf einem beliebigen Weg vom Punkt a zum Punkt b bewegt.

Die Funktion **Φ** heißt das elektrische Potenzial und ist ebenso wie das elektrische Feld **E** eine Ortsfunktion. Allerdings ist das Potenzial eine skalare Funktion, während das elektrische Feld **E** eine Vektorfunktion ist.

Elektrische Energie und Potenzial

Das von einem elektrischen Feld **E** auf eine Probe q induzierte Kraftfeld F ist konservativ, das heißt die potentielle Energie E_{el} der Probe im elektrischen Feld ist nur abhängig von der Position x der Probe, nicht aber vom Weg, auf dem die Probe nach x bewegt wurde.

Das bedeutet auch, dass sich das elektrische Feld als Gradient eines elektrostatischen Potentials Φ darstellen lässt. Die potentielle Energie einer Probe im Potential ist also

$$E_{el} = q_0 \cdot \Phi$$

Das Verschwinden des elektrischen Feldes, E = 0, ist gleichbedeutend mit einem konstanten elektrischen Potential, Φ = const.

Der Differenz zweier elektrischer Potentiale entspricht die elektrische Spannung.

$$U = \Phi_2 - \Phi_1$$

Potenzialdifferenz

Von Potentialdifferenz beziehungsweise Potentialunterschied spricht man immer dann, wenn zwei oder mehrere Objekte zueinander unterschiedliche Potentiale besitzen.

Eine Potentialdifferenz ist also ein körperunabhängiges Maß für die Stärke eines Feldes und beschreibt das Arbeitsvermögen eines Objektes in diesem. Entlang von Äquipotentialflächen (Flächen gleichen Potentials) herrscht somit keine Potentialdifferenz. Objekte (Körper, Ladungen) können entlang dieser ohne Arbeitsaufwand verschoben werden.

In der Elektrostatik ist die Potentialdifferenz definiert als elektrische Spannung zwischen zwei isolierten Ladungsträgern (Objekten unterschiedlichen Potentials).

$$U = \Phi_2 - \Phi_1$$

Maßeinheit für das elektrische Potenzial

Das elektrische Potenzial ist die elektrische Energie pro Ladungseinheit. Dafür wurde eine eigene Einheit, das Volt (V) als Joule pro Coulomb eingeführt:

$$1V = 1J \cdot C^{-1}$$

Die Dimension des Potenzials ist das Produkt der Dimensionen des elektrischen Felds und der Länge. Damit ist die Maßeinheit des elektrischen Felds das Volt pro Meter:

$$1\ N \cdot C^{-1} = 1\ V \cdot m^{-1}$$

Damit kann man die elektrische Feldstärke sowohl als Kraft pro Ladungseinheit als auch als Änderungsrate des Potenzials Φ pro Längeneinheit in einer gegebene Richtung ansehen. Die Dimension der Energie ist das Produkt aus der Dimension der Ladung und des elektrischen Potenzials:

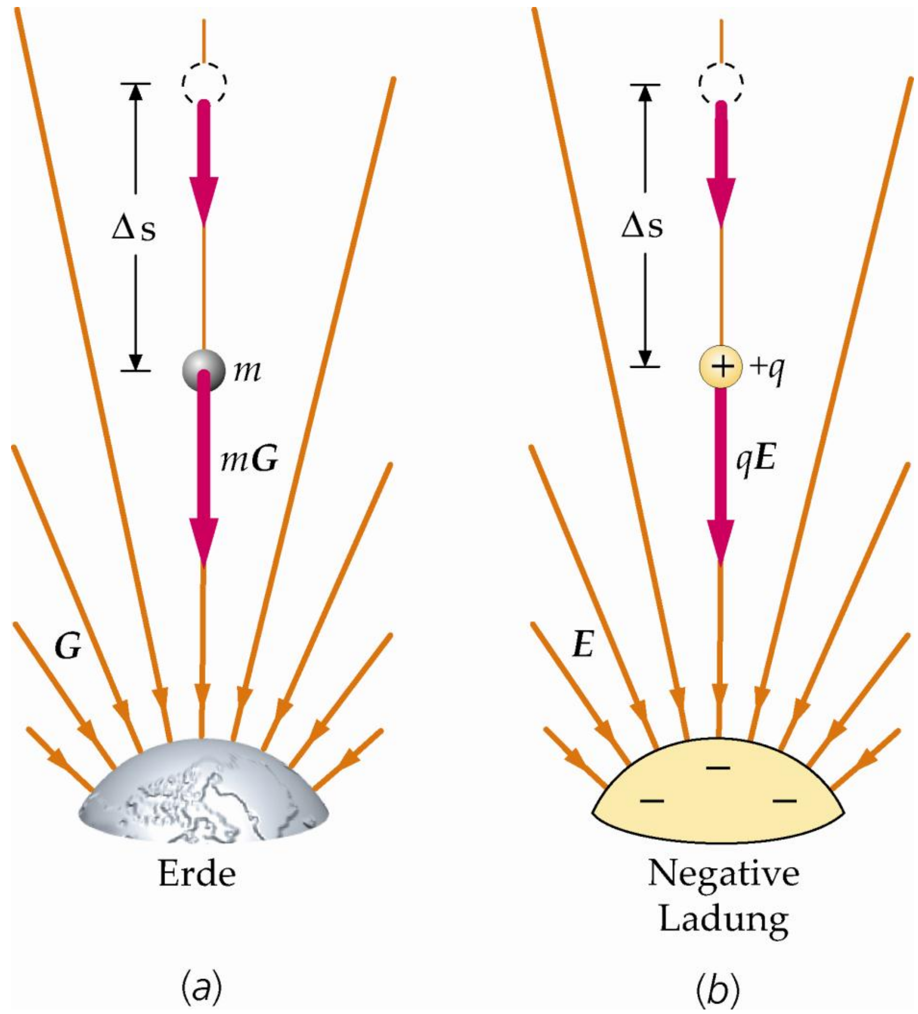
$$1\ eV = 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ C \cdot V = 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ J$$

Arbeit im Gravitationsfeld und im elektrischem Feld

a) Die Arbeit, die das Gravitationsfeld **G** an einer Masse **m** verrichtet, ist gleich der Abnahme der potenziellen Gravitationsenergie.

b) Die Arbeit, die das elektrische Feld **E** an einer Ladung **q** verrichtet, ist gleich der Abnahme der elektrischen Energie.

Das elektrische Feld **E** zeigt in die Richtung, in der das Potenzial **Φ** am schnellsten abnimmt.



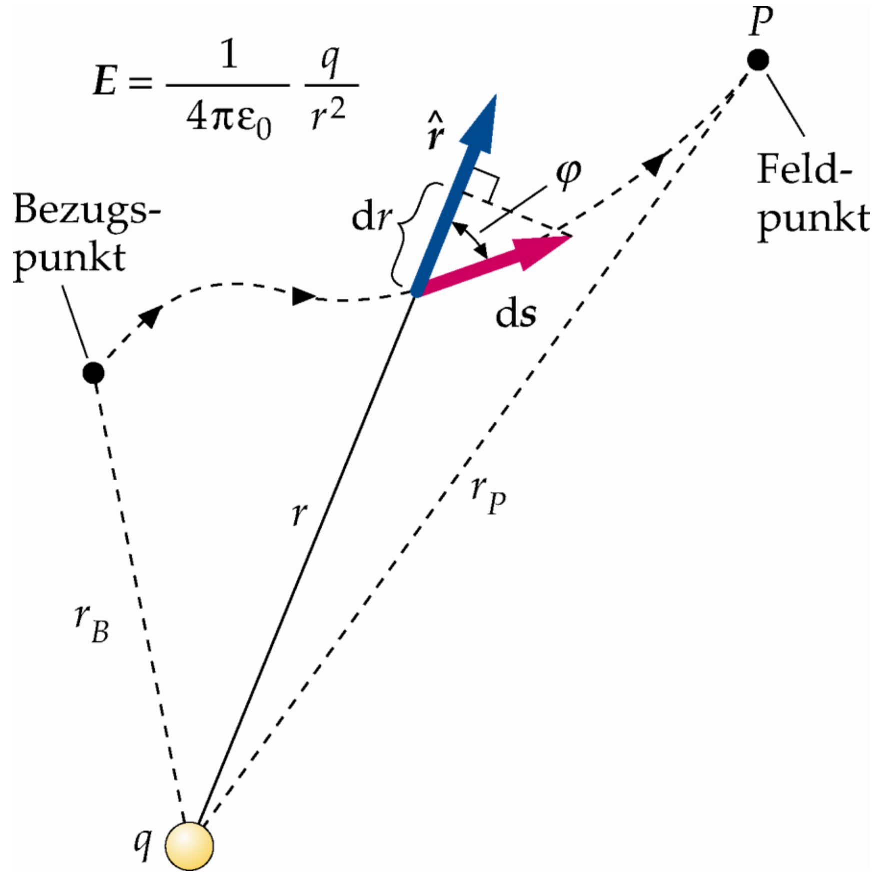
Das Coulomb-Potenzial

$$\Delta\Phi = \Phi_b - \Phi_a = \frac{\Delta E_{el}}{q_o} = -\int_a^b E \cdot ds$$

$$\Phi_P - \Phi_B = -\int_B^P E \cdot ds = -\int_B^P \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} dr$$

$$\Phi_P - 0 = -\int_0^P E \cdot ds = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot q \cdot \int_0^P r^{-2} dr$$

$$\Phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r}$$

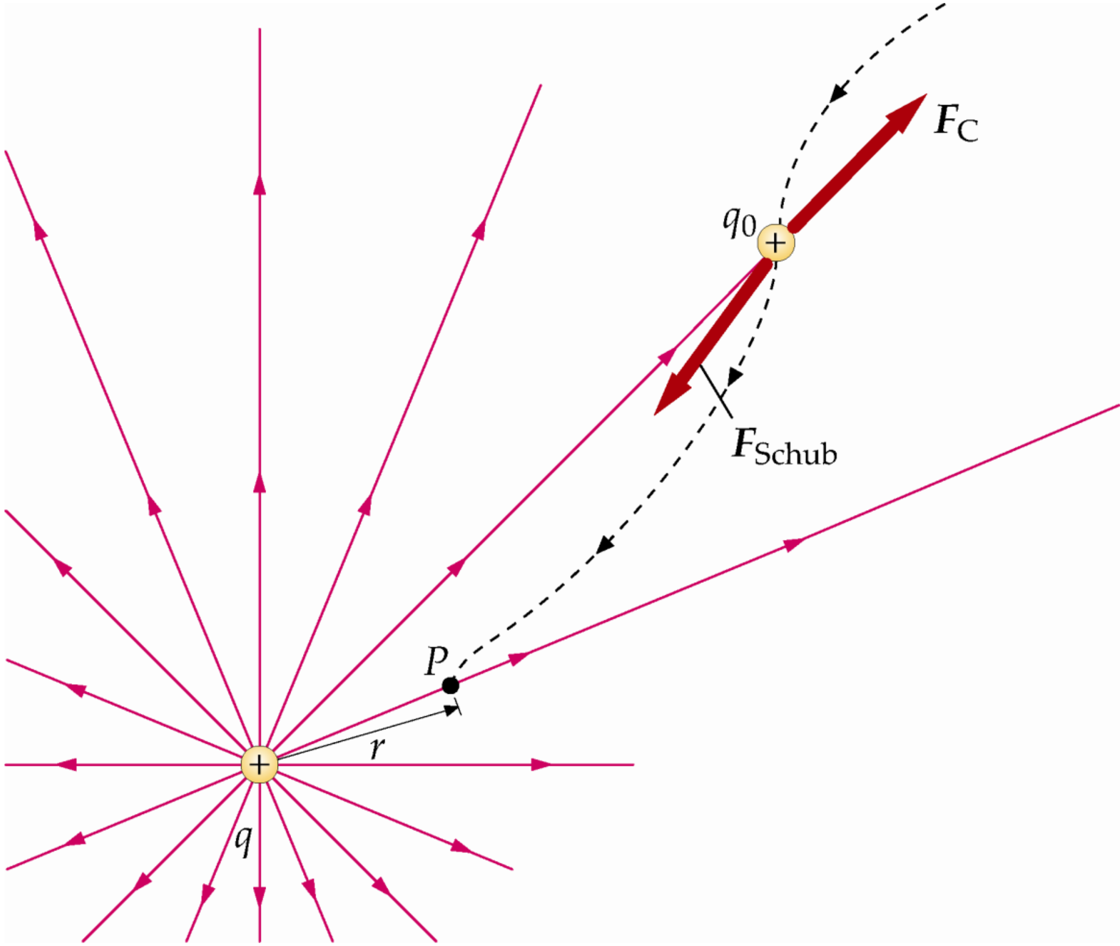


Das Potenzial eines Punktladungssystems

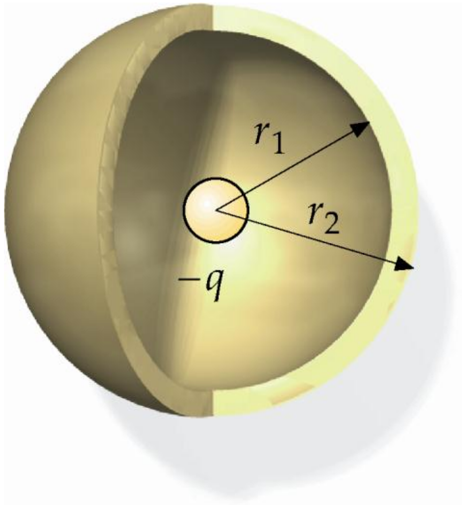
Die Arbeit, die verrichtet werden muss, um eine zu Beginn im Unendlichen ruhende Probeladung q_0 gegen die Coulomb-Abstoßung aus dem Unendlichen zu einem Punkt P zu bringen, ist

$$q_0 \cdot q \,/\, 4\pi\varepsilon_0 r$$

Die Arbeit pro Ladungseinheit ist $q \,/\, 4\pi\varepsilon_0 r$, entspricht also dem elektrischen Potenzial im Punkt P, wenn das Potenzial im Unendlichen gleich null gesetzt wird.
Falls die Probeladung vom Punkt P losgelassen wird, verrichtet das elektrische Feld an ihr die Arbeit $q_0 \cdot q \,/\, 4\pi\varepsilon_0 r$ während sie ins Unendliche beschleunigt.



Aufgaben



1. Die Gesamtladung auf der leitenden Kugelschale in der Abbildung ist null. Die negative Punktladung im Mittelpunkt trägt die Ladung q. Welche Richtung hat das elektrische Feld in den folgenden Bereichen:
a) $r < r_1$ b) $r_2 > r > r_1$ c) $r > r_2$

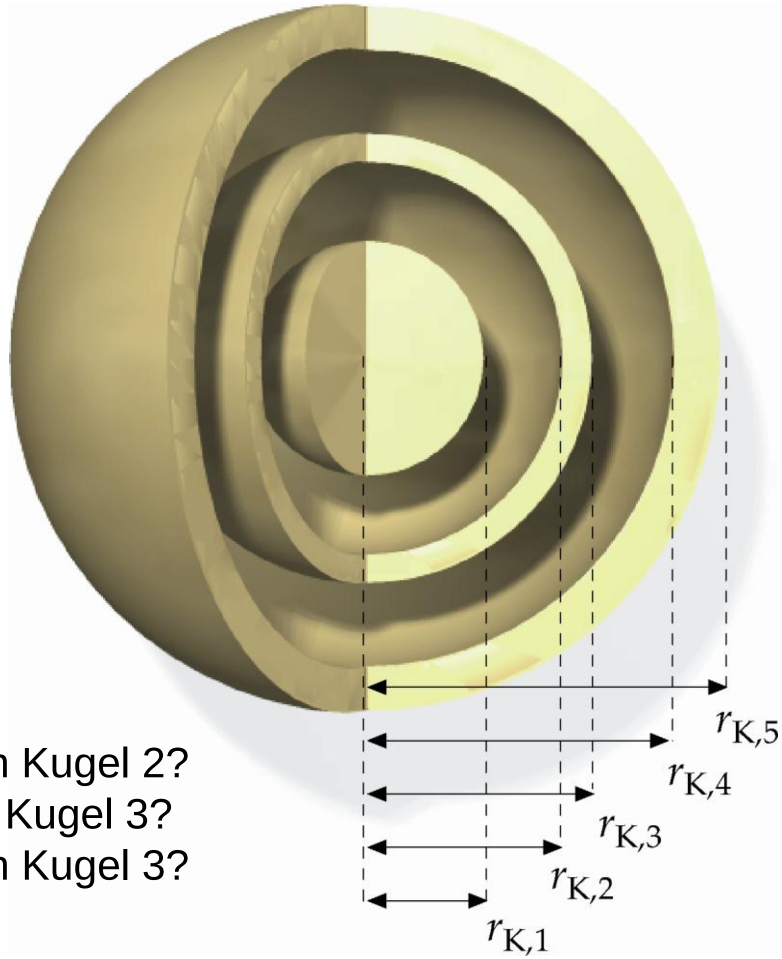
2. Die leitende Kugelschale ist außen geerdet. Die negative Punktladung im Mittelpunkt trägt die Ladung q. Welche Richtung hat das elektrische Feld in den folgenden Bereichen:
a) $r < r_1$ b) $r_2 > r > r_1$ c) $r > r_2$

3. Die leitende Kugelschale ist außen geerdet. Die negative Punktladung im Mittelpunkt trägt die Ladung q. Welche der folgenden Aussagen trifft zu?
a) Die Ladung der inneren Oberfläche der Kugelschale ist +q, die Ladung der äußeren Oberfläche ist -q.
b) Die Ladung der inneren Oberfläche der Kugelschale ist q, die Ladung der äußeren Oberfläche ist null.
c) Die Ladung auf beiden Oberflächen der Kugelschale ist +q.
d) Die Ladung auf beiden Oberflächen der Kugelschale ist null.

Aufgaben

4. Betrachten sie die drei in der Abbildung dargestellten konzentrischen Metallkugeln bzw. Kugelschalen.

Zu Beginn sind alle drei Kugeln ungeladen. Dann wird eine negative Ladung $-q_0$ auf die Kugel 1 und eine positive Ladung $+q_0$ auf die Kugel 3 gebracht.



a) In welcher Richtung zeigt das elektrische Feld in dem Raum zwischen den Kugeln 1 und 2?
b) Wie groß ist die Ladung auf der inneren Oberfläche von Kugel 2?
c) Wie groß ist die Ladung auf der äußeren Oberfläche von Kugel 2?
d) Wie groß ist die Ladung auf der inneren Oberfläche von Kugel 3?
e) Wie groß ist die Ladung auf der äußeren Oberfläche von Kugel 3?
f) Stellen Sie E in Abhängigkeit von r dar.

Literatur und Quellen

Paul A. Tipler, Gene Mosca: Physik für Wissenschaftler und Ingenieure, Spektrum Akademischer Verlag, August 2009

http://de.wikipedia.org/

HOCHSCHULE DEGGENDORF

University of Applied Sciences

Hochschule Deggendorf – Edlmairstr. 6 und 8 – 94469 Deggendorf