Hochschule Deggendorf Prof. Dr. Peter Jüttner	
Vorlesung: Grundlagen der Informatik	WS 2012
Übung 6	Termin 6.11.12

Aussagenlogik und Prädikatenlogik - Musterlösung

1. Verknüpfungsbasen der Aussagenlogik

a.) Zeigen Sie, dass sich mit Hilfe der NAND Verknüpfung die aussagenlogischen Operatoren $\wedge$ (UND), $\vee$ (ODER) und $\neg$ (NICHT) darstellen lassen.

Die Negation $\neg A$ lässt sich darstellen als NAND(A,A)

Die Oder-Verknüpfung $A \vee B$ lässt sich dann darstellen als NAND($\neg A$, $\neg B$) und ersetzen von $\neg A$, $\neg B$ durch NAND(A,A) usw.

Die Und-Verknüpfung $A \wedge B$ lässt sich darstellen als $\neg$NAND(A,B) und ersetzten von $\neg$ durch NAND(…)

b.) wie a.) nur mit der NOR Verknüpfung.

Die Negation $\neg A$ lässt sich darstellen als NOR(A,A)

Die Und-Verknüpfung $A \wedge B$ lässt sich dann darstellen als NOR($\neg A$, $\neg B$) und ersetzen von $\neg A$, B durch NOR(A,A) usw

Die Oder-Verknüpfung $A \vee B$ lässt sich darstellen als $\neg$NOR(A,B) und ersetzten von $\neg$ durch NOR(…)

2. „Alltägliche“ Aussagen in Prädikatenlogischer Form

Formulieren Sie folgende Aussagen in prädikatenlogischer Form, Benutzen Sie dabei ein- und zwei-stellige Prädikate wie ist_schlau(x), hat_sehr_gute_Noten(x), streiten_sich(x,y), freut_sich(x), ...

c.) Alle Deggendorfer StudentenInnen sind schlau.

$\forall x(\text{StudentIn\_inDeggendorf}(x) \Rightarrow \text{ist\_schlau}(x))$

M Menge aller Studenten

d.) Es gibt Studenten, die sehr gute Noten haben

$\exists x(\text{hat\_gute\_Noten}(x))$

M Menge aller Studenten

e.) Wenn sich zwei streiten, freut sich der Dritte.

$\forall x \forall y(((x \neq y) \wedge \text{streiten\_sich}(x,y)) \Rightarrow \exists z\ ((z \neq x) \wedge (z \neq y) \wedge (\text{freut\_sich}(z)))$

M Menge aller Menschen

f.) Jeder Mensch ist sterblich

$\forall x\ (\text{ist\_sterblich}\ (x))$

M Menge aller Menschen

g.) Niemand ist unsterblich

$\neg \exists z\ (\text{unsterblich}(z))$

M Menge aller Menschen

3. Prädikate über natürlichen Zahlen

Es seien t und k zweistellige Prädikate mit folgender Definition

- t(a,b) genau dann wenn a b ganzzahlig teilt
- k(a,b) genau dann wenn $a \leq b$
- g(a,b) genau dann wenn $a = b$
- ug(a,b) genau dann wenn $a \neq b$

Formulieren Sie aus t und k mit Hilfe der Prädikatenlogik folgende Prädikate:

h.) z wird durch 5 ganzzahlig geteilt

ganzzahlig geteilt durch 5 $(z) \cong t(5,z)$

i.) p ist Primzahl

$\text{primzahl}(p) \cong \forall x\ (t(x,p) \Rightarrow ((x=p) \vee (x=1))$

j.) z ist eine ungerade Zahl

$\text{ungerade}(z) \cong \neg t(2,z)$

k.) ggt ist der größte gemeinsame Teiler zweier Zahlen x und y

$\text{ggt}(x,y) \cong t(\text{ggt}(x,y),x) \wedge t(\text{ggt}(x,y),y) \wedge \forall z\ (t(z,x) \wedge t(z,y) \Rightarrow k(z,\text{ggt}(x,y)))$

l.) kgV ist das kleinste gemeinsame Vielfache zweier Zahlen x und y

$\text{kgV}(x,y) \cong t(x,\text{kgV}(a,b)) \wedge t(y,\text{kgV}(a,b)) \wedge \forall z\ (t(a,z) \wedge t(b,z) \Rightarrow k(\text{kgV}(x,y),z))$

m.) z1 und z2 haben keinen gemeinsamen Teiler ≥ 2

$\text{kein\_gemeinsamer\_Teiler\_}{\geq}\text{\_2}(z1,z2) \cong \neg\exists x\ ((t(x,z1) \wedge t(x,z2)) \Rightarrow k(2,x))$