Fakultät Angewandte Naturwissenschaften und Wirtschaftsingenieurwesen

TECHNISCHE HOCHSCHULE DEGGENDORF

Übungen zu Analytische Grundlagen - WIW-1: Blatt 7 WS 2014/15

1. Man bestimme in Abhängigkeit der Parameter $a, b \in \mathbb{R}$ den Rang der folgenden Matrizen: (A13.1)

$$A=\begin{bmatrix}1 & a & 1 & 1+a\\ a & a & 1 & 2a\\ 1 & 1 & 1 & 2\end{bmatrix} \qquad B=\begin{bmatrix}1 & a & a & 1-a\\ 1 & b & b & 1-b\\ 1 & a & a & 1-a\end{bmatrix} \qquad D=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & a & b\\ 1 & b & a\end{bmatrix}$$

2. Man berechne die Werte der folgenden Determinanten und mache dazu eventuell vorher elementare Matrixumformungen : (A13.2)

$$det(A)=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & a & a^2 & a^3\\ 1 & a^2 & a^3 & a^4\\ 1 & a^3 & a^4 & a^5\end{vmatrix} \qquad det(B)=\begin{vmatrix}a+1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & a+1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & b+1 & 1\\ 1 & 1 & 1 & b+1\end{vmatrix}$$

$$det(C)=\begin{vmatrix}(a+b)^2 & (a+b)\cdot(a-b) & (a-b)^2\\ 2(a^2+ab+b^2) & 2a^2+b^2 & 2(a^2+b^2)\\ a^2+b^2 & a^2+2b^2 & (a+b)^2\end{vmatrix}$$

3. Für welche Werte $a, b \in \mathbb{R}$ sind folgende Matrizen invertierbar ? Man berechne die Inverse: (A13.4)

$$A=\begin{bmatrix}a & 1 & 1\\ 1 & a & 1\\ 1 & 1 & a\end{bmatrix} \qquad B=\begin{bmatrix}1 & a & 1\\ 1 & 1 & b\\ 1 & b & 1\end{bmatrix}$$

4. Man bestimme die Lösung X der Matrizengleichung $2A^T - 4X = 5B + A$ allgemein

und mit $A=\begin{bmatrix}2 & -1\\ 4 & 3\end{bmatrix}$ und $B=\begin{bmatrix}-5 & 2\\ -1 & 6\end{bmatrix}$ (A14.2)

5. Man bestimme die Lösung X der Matrizengleichung $2AB^T + X - 2E = 3X + 4B - 2A$

allgemein und mit $A=\begin{bmatrix}2 & 1 & 4\\ 1 & 2 & 1\\ 3 & 0 & 2\end{bmatrix}$ und $B=\begin{bmatrix}1 & 4 & 1\\ 2 & 1 & 2\\ 1 & 1 & 2\end{bmatrix}$ (A14.5)

6. Man bestimme die Matrix X : (A14.1)

$$\begin{bmatrix}2 & 1\\ 2 & 3\end{bmatrix}\cdot X\cdot\begin{bmatrix}1 & -1\\ 2 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & 3\\ 2 & 4\end{bmatrix}$$

(entnommen der Übungssammlung von Prof. Schulte aus den Blättern 13 und 14 mit Lösungen)