

Übungen zur Vorlesung „Mathematik 1“

Angewandte Informatik/Infotronik

Blatt 3

Aufgabe 21.

- a) Berechnen Sie e^z für folgende komplexe Zahlen und stellen Sie die Ergebnisse in algebraischer Form dar.

i) $z = 1 + i$ ii) $z = \ln 5 + i\frac{3}{4}\pi$ iii) $z = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$

iv) $z = -2 + i \ln 8$ v) $z = e^{-i}$ vi) $z = -e^{-i\pi}$

- b) Bestimmen Sie den Hauptwert des komplexen (natürlichen) Logarithmus $\text{Ln}(z)$ für folgende komplexe Zahlen.

i) $z = 1 + i$ ii) $z = \ln(2) + i\frac{5\pi}{6}$ iii) $z = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$

iv) $z = 3e^{i\frac{1}{12}\pi}$ v) $z = -3e^{i\frac{1}{12}\pi}$ vi) $z = e^{-2}e^{i\frac{9}{5}\pi}$

Aufgabe 22.

Bestimmen Sie alle komplexen Lösungen folgender Exponentialgleichungen

a) $2e^z = \sqrt{3} - i$ b) $3e^{2\text{Ln}(z)} = -2i$ c) $e^{2z} - e^z + 1 = 0$

Aufgabe 23.

- a) Beschreiben Sie folgende Schwingungen mittels komplexer Form:

$$A(t) = 2 \sin(0,1 \text{ s}^{-1}t - \pi/2), \quad B(t) = 6,0 \cdot 10^{-3} \sin(10 \text{ s}^{-1}t - \frac{\pi}{8})$$

- b) Beschreiben Sie folgende Schwingungen mittels reeller Form:

$$\underline{A}(t) = (-1 + i)e^{i/50 \text{ s}^{-1}t}, \quad \underline{B}(t) = -32e^{-i\frac{\pi}{8}}e^{i20 \text{ s}^{-1}t}$$

Aufgabe 24.

Beschreiben Sie folgende Schwingungen durch Verwendung der reellen und komplexen Schreibweise.

- a) Schwingungsdauer $T = 25 \text{ s}$, reelle Amplitude $A_0 = 2 \text{ cm}$, Phase $\alpha_0 = -1,5\pi$,

- b) Frequenz $f = 85 \text{ Hz}$, reelle Amplitude $A_0 = 1,00 \text{ mm}$, Phase $\alpha_0 = 0,8\pi$

Aufgabe 25.

Bestimmen Sie die Überlagerung (Superposition) $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$ der zwei Schwingungen

$$u_1(t) = 100 \text{ V} \cdot \sin(314 \text{ s}^{-1}t) \quad u_2(t) = 200 \text{ V} \cdot \sin(314 \text{ s}^{-1}t + \frac{5}{6}\pi)$$

Welche reelle Amplitude und welche Phase besitzt die Überlagerung?

Aufgabe 26. Bestimmen Sie die Wahrheitstabellen für folgende Aussageformeln.

- a) $\neg(\neg A \vee B) \vee A$ b) $(A \wedge B) \rightarrow \neg(A \vee B)$ c) $\neg(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$
d) $\neg(A \wedge \neg B \wedge C)$ e) $(A \rightarrow \neg B) \leftrightarrow ((A \vee C) \wedge B)$ f) $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C)$

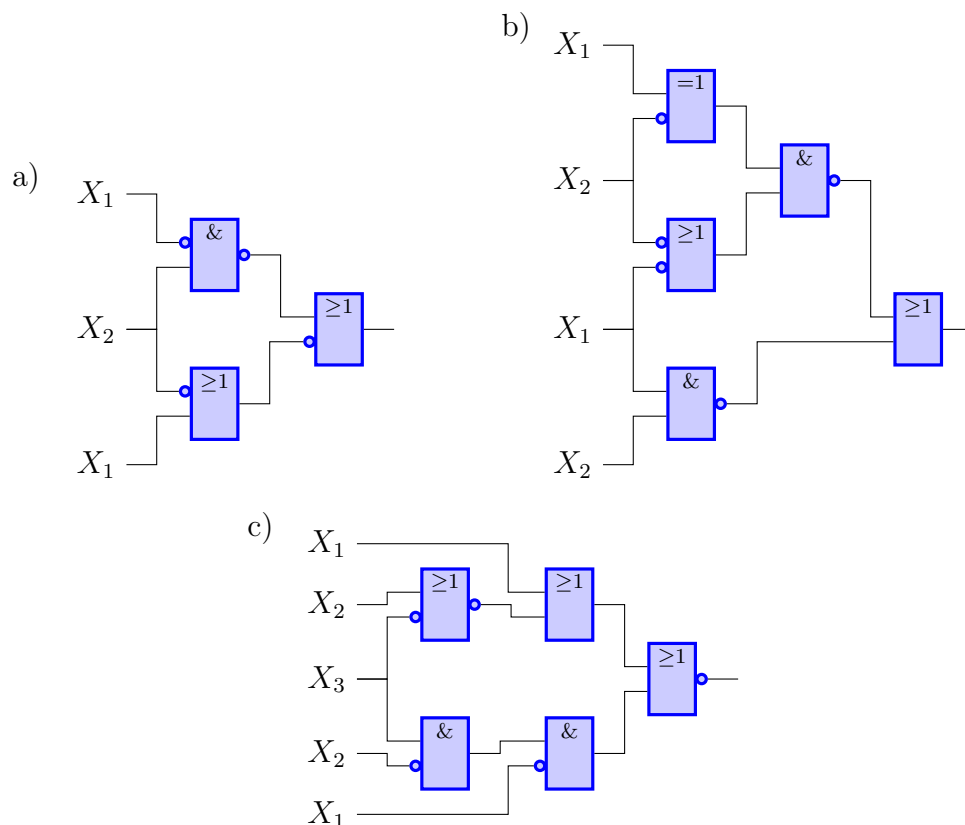
Aufgabe 27. Welche der folgenden Aussageformeln sind Tautologien, welche Kontradiktionen, welche keines von beiden?

- a) $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$ b) $B \wedge \neg(A \vee B)$
c) $(A \rightarrow (B \wedge \neg B)) \rightarrow \neg A$ d) $A \vee (B \wedge \neg C) \rightarrow A \wedge B \wedge \neg C$

Aufgabe 28. Vereinfachen Sie folgende Aussageformeln soweit wie möglich.

- a) $(A \vee B) \wedge (A \vee C \vee \neg B)$ b) $\neg(A \vee C) \vee (A \rightarrow B)$
c) $(A \wedge \neg B) \leftrightarrow (B \vee A)$ d) $((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A \vee B$

Aufgabe 29. Bestimmen Sie für folgende logische Schaltpläne die zugehörigen logischen Formeln.



Aufgabe 30. Erstellen Sie für jede der folgenden logischen Formeln einen zugehörigen logischen Schaltplan.

- a) $(X_1 \wedge \neg X_2) \vee \neg(\neg X_1 \wedge X_2)$ b) $(X_1 \wedge \neg X_2) \vee (X_2 \wedge (X_3 \vee \neg X_1))$ c) $X_1 \leftrightarrow X_2$
d) $(X_1 \wedge X_2) \vee (X_3 \wedge (X_1 \oplus X_2))$ e) $(X_3 \wedge \neg(X_1 \oplus X_2)) \vee ((X_1 \oplus X_2) \wedge \neg X_3)$ f) $\neg(\neg X_1 \rightarrow X_2)$