Knoten- und Maschenanalyse

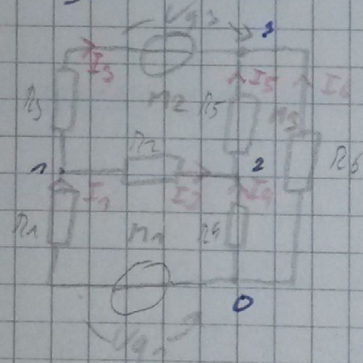Z : Anzahl d. Zweige (Anzahl d. Unbekannten)

k : Anzahl d. Knoten

k-1 : Knotengleichungen } Z Gleichungen

m : Z - k + 1 Maschengl.   }

Problem: Kann recht schnell sehr viele Gleichungen bedeuten

Vereinfachung durch das Maschenstromverfahren

1) Festlegen von m unabhängigen Maschen

2) Pro Masche ein Maschenstrom I_m

3) Pro Maschenstrom Maschengl. aufstellen und lösen

4) Zweigströme aus Maschenströmen berechnen

Bsp.

Ges: Ströme $I_1 - I_6$
SPg $U_1 - U_6$

U_{Z1} (Knoten 0...1) $= I_1 R_1 - U_{q1}$

U_{Z3} (Knoten 1...2) $= I_3 R_3 + U_{q2}$

$U_1 = I_1 \cdot R_1$
$U_2 = I_2 \cdot R_2$
$U_3 = I_3 \cdot R_3$
$U_4 = I_4 \cdot R_4$
$U_5 = I_5 \cdot R_5$
$U_6 = I_6 \cdot R_6$

Maschenumlaufsinn festlegen:

Maschenströme:

$I_1 = I_{M1}$ $I_4 = -I_{M1} - I_{M3}$

$I_2 = I_{M1} - I_{M2}$ $I_5 = -I_{M2} - I_{M3}$

$I_3 = I_{M2}$ $I_6 = I_{M3}$

Prinzip: Jede beliebige Masche kann aus allen Zweigen zusammengesetzt werden. Es werden nur diejenige Zweige berücksichtigt...

4. Aufstellen d. Maschengleichung

Maschengleichungen:

$M_1:$ $U_1 + U_2 - U_4 - U_{q1} = 0$

$M_2:$ $U_3 - U_2 - U_5 + U_{q3} = 0$

$M_3:$ $-U_4 - U_5 + U_6 = 0$

$U_1 = I_1 \cdot R_1 = I_{M_1} \cdot R_1$

$U_2 = I_2 \cdot R_2 = I_{M_1} \cdot R_2 - I_{M_2} \cdot R_2$

$U_3 = I_0 \cdot R_3 = I_{M_2} \cdot R_3$

$U_4 = I_4 \cdot R_4 = -I_{M_1} \cdot R_4 - I_{M_3} \cdot R_4$

$U_5 = I_5 \cdot R_5 = -I_{M_2} \cdot R_5 - I_{M_3} \cdot R_5$

$U_6 = I_6 \cdot R_6 = I_{M_3} \cdot R_6$

$M_1:$ $I_{M_1} \cdot R_1 + I_{M_1} \cdot R_2 - I_{M_2} \cdot R_2 - I_{M_1} \cdot R_4 + I_{M_3} \cdot R_4 = U_{q1}$

Umstellung

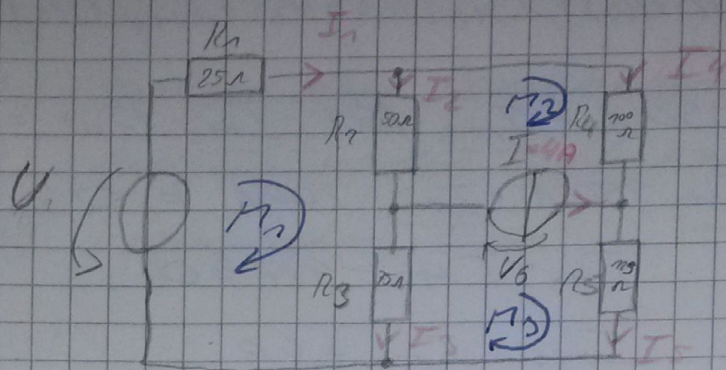$M_1:$ $I_{M_1} (R_1 + R_2 + R_4) - I_{M_2} \cdot R_2 + I_{M_3} \cdot R_4 = U_{q1}$

$\vdots$

(Selbes Spiel mit M_2, M_3)

Aufgabe Maschenstromverfahren (aus Folienmatr.)

Gesucht: I_1

k=4
? knoten gl.
z=6
3 Maschengl.

Maschenströme festlegen:

$$I_1 = I_{M1}$$

$$I_2 = I_{M1} - I_{M2}$$

$$I_3 = I_{M1} - I_{M3}$$

$$I_4 = I_{M2}$$

$$I_5 = I_{M3}$$

$$I_6 = I_{M3} - I_{M2}$$

Maschengleichungen aufstellen:

$$M_1: -U + I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_3 R_3 = 0$$

$$M_2: V_6 - I_2 R_2 + I_4 \cdot R_4 = 0$$

$$M_3: -V_6 - I_3 R_3 + I_5 \cdot R_5 = 0$$

Umformung:

$$M_1: -U + I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_3 R_3 = 0$$

$$M_2 + M_3: -I_2 R_2 + I_4 R_4 - I_3 R_3 + I_5 R_5 = 0 \left.\right\} \text{3 Gleich.}$$

$$(3)\quad I_{M3} - I_{M2} = I = 0$$

Umformung:

$$M_1: -U + I_{M1} R_1 + I_{M1} R_2 - I_{M2} R_2 + I_{M1} R_3 - I_{M3} R_3 = 0$$

$$(1)\quad -U + I_{M1}(R_1 + R_2 + R_3) - I_{M2} R_2 - I_{M3} R_3 = 0$$

$R_2 + R_3:$ $-(I_{M_1} - I_{M_2})R_2 + I_{M_2}R_4 - (I_{M_1} - I_{M_3})R_3 + I_{M_3}R_5 = 0$

(2) $-I_{M_1}(R_2 + R_3) + I_{M_2}(R_4 + R_2) + I_{M_3}(R_3 + R_5) = 0$

in (1): $-20V + I_{M_1} \cdot 150\Omega - I_{M_2} \cdot 50\Omega - I_{M_3} \cdot 75\Omega = 0$ (1')

in (2): $-I_{M_1} \cdot 125\Omega + I_{M_2} \cdot 150\Omega + I_{M_3} \cdot 200\Omega = 0$ (2')

$I_{M_3} - I_{M_2} - 4A = 0$

$I_{M_3} = I_{M_2} + 4A$ (3')

d.h. 3 Gleichung und 3 Unbekannte

Einsetzen von (3') in (1') und (2'):

Ergebnis: 1'': $150\Omega \cdot I_{M_1} - 125 I_{M_2} - 320V = 0$

2'': $125\Omega I_{M_1} - 350 I_{M_2} - 800V = 0$

d.h. reduziert auf 2 Gleichungen 2 Unbekannte

Einsetzen und Auflösen:

$I_{M_1} = 0,225A$
$I_{M_2} = 2,69A$ $\Biggr\} \Rightarrow$ Zweigströme
$I_{M_3} = 1,83A$

$I_1 = I_{M_1} = \underline{0,225A}$

$I_2 = I_{M_1} - I_{M_2} = 0,225A + 2,69A$
$\qquad = \underline{2,49A}$

$I_3 = I_{M_1} - I_{M_3} = 0,227A - 1,83A$
$\qquad = \underline{-1,505A}$

$I_4 = I_{M_2} = \underline{-2,69A}$

$I_5 = I_{M_3} = \underline{1,83A}$