

**Mathematik für Infotronik**  
**Aufgabenblatt 5 (22.11.2010)**

**Aufgabe 1:**

Geben Sie von den aufgeführten Folgen  $(a_n)$  jeweils das allgemeine Folgenglied  $a_n$  mit  $n \in \{1, 2, 3, \dots\}$  an und ermitteln Sie folgende, in der Vorlesung besprochene „Steckbrief“-Eigenschaften: Beschränktheit, Supremum, Infimum, Maximum, Minimum, Monotonie.

a) 4, 6, 8, 10, ...

b) -1, 1, -1, 1, -1, 1, ...

c)  $\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, -\frac{7}{8}, \frac{9}{10}, \dots$

d)  $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \dots$

e)  $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \dots$

f) 9, 25, 49, 81, ...

g)  $\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{2}{5}, \frac{\sqrt{5}}{6}, \dots$

h)  $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{15}{16}, \frac{31}{32}, \dots$

**Aufgabe 2:**

Berechnen Sie die Grenzwerte folgender Folgen – falls möglich:

a)  $c_n = \frac{n^3 - n^2 + n - 7}{2n^3 + 8}$

b)  $d_n = \left(\frac{n^2 - 2}{n^2 + 3}\right)^{n^2}$

c)  $e_n = \left(\frac{n-2}{n+3}\right)^{3n-1}$

d)  $f_n = \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{\sqrt{n + 1}}$

e)  $g_n = \frac{3n^2 + 4n}{2n - 1}$

f)  $h_n = \frac{2n^2 - 5n + 7}{7n^2 + 3n - 1}$

g)  $i_n = \frac{\sqrt{n^2 + 2n + 2} + 3n - 4}{n + 2}$

h)  $h_n = \frac{1}{\sqrt{n^2 + n} - n}$

i)  $k_n = \sqrt{4n^2 + 5n + 2} - 2n$

j)  $l_n = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$

k)  $m_n = -\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}$

Viel Erfolg bei der Lösung der Aufgaben!



### Lösungen:

#### Aufgabe 1:

- a)  $a_n = (n + 1) \cdot 2$ , nach unten beschränkt, nach oben unbeschränkt, also nicht beschränkt, kein  $\sup a_n$ , kein  $\max a_n$ ,  $\inf a_n = 4 = \min a_n$ , streng monoton steigend
- b)  $a_n = (-1)^n$ , beschränkt,  $\sup a_n = 1 = \max a_n$ ,  $\inf a_n = -1 = \min a_n$ , nicht monoton da alternierend
- c)  $a_n = (-1)^{n+1} \cdot \frac{2n-1}{2n}$ , beschränkt,  $\sup a_n = 1$ , kein  $\max a_n$ ,  $\inf a_n = -1$ , kein  $\min a_n$ , nicht monoton da alternierend
- d)  $a_n = \frac{n+1}{n}$ , beschränkt,  $\sup a_n = 2 = \max a_n$ ,  $\inf a_n = 1$ , kein  $\min a_n$ , streng monoton fallend
- e)  $a_n = (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n}$ , beschränkt,  $\sup a_n = 1 = \max a_n$ ,  $\inf a_n = -0,5 = \min a_n$ , nicht monoton da alternierend
- f)  $a_n = (2n + 1)^2$ , nach unten beschränkt, nach oben unbeschränkt, also nicht beschränkt, kein  $\sup a_n$ , kein  $\max a_n$ ,  $\inf a_n = 9 = \min a_n$ , streng monoton steigend
- g)  $a_n = \frac{\sqrt{n}}{n+1}$ , beschränkt,  $\sup a_n = 0,5 = \max a_n$ ,  $\inf a_n = 0$ , kein  $\min a_n$ , streng monoton fallend
- h)  $a_n = 1 - 2^{-n}$ , beschränkt,  $\sup a_n = 1$ , kein  $\max a_n$ ,  $\inf a_n = 0,5 = \min a_n$ , streng monoton steigend

#### Aufgabe 2:

- |  |  |
|--|--|
| a) $1/2$                               | g) 4                                   |
| b) $\exp(-5)$                          | h) 2                                   |
| c) $\exp(-15)$                         | i) $5/4$                               |
| d) bestimmte Divergenz gegen $+\infty$ | j) $1/e$                               |
| e) bestimmte Divergenz gegen $+\infty$ | k) bestimmte Divergenz gegen $-\infty$ |
| f) $2/7$                               |  |