



# Grundlagen der ET (4)

Gerald Kupris

31.10.2012

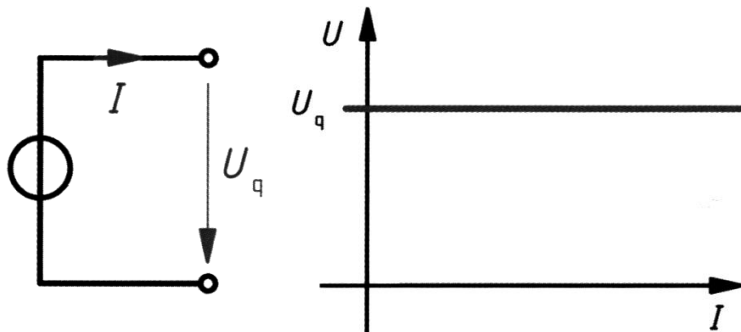
# Wiederholung: Ideale Elektrische Quellen

## Ideale Spannungsquelle

Quellenspannung  $U_q = \text{const.}$

$U_q$  unabhängig vom Strom

**nicht im Kurzschluss betreiben!**

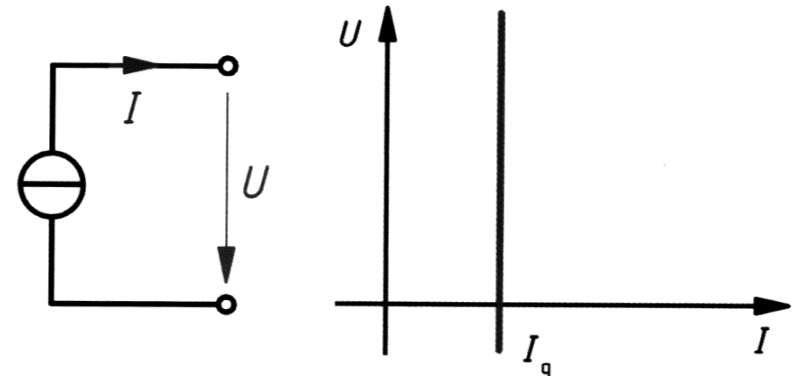


## Ideale Stromquelle

Quellenstrom  $I_q = \text{const.}$

$I_q$  unabhängig von der Beschaltung

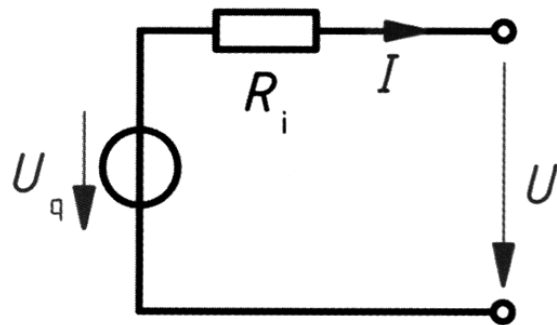
**nicht im Leerlauf betreiben!**



# Wiederholung: Lineare Elektrische Quellen

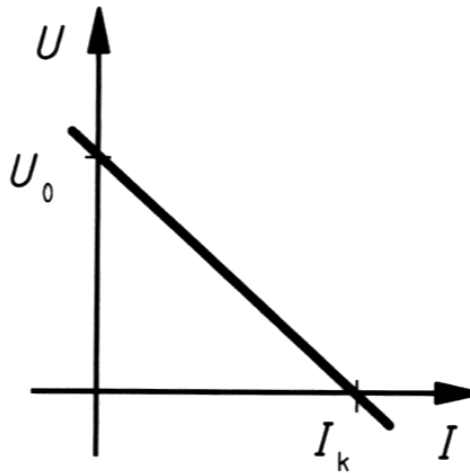
$$U(I) = U_0 - R_i \cdot I$$

$$U = U_q - R_i I$$



lineare Spannungsquelle

$$R_i = \frac{U_0}{I_K}$$

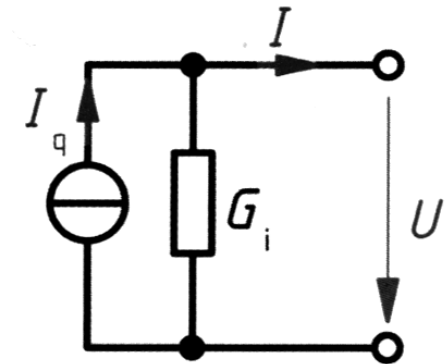


$$U_q = I_q R_i$$

$$R_i = 1 / G_i$$

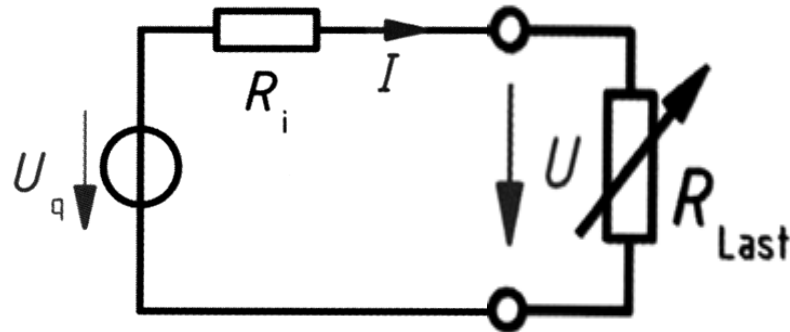
$$I(U) = I_k - G_i \cdot U$$

$$I = I_q - G_i U$$

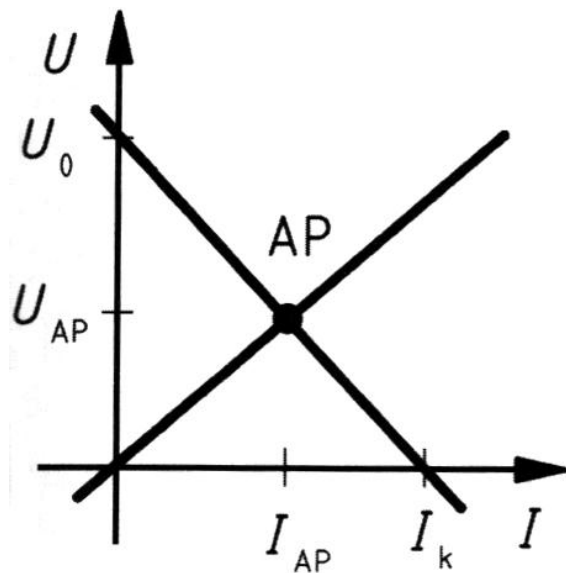


lineare Stromquelle

# Arbeitspunkt im unverzweigten Gleichstromkreis



Der Arbeitspunkt, der sich bei der Zusammenschaltung einer Quelle und einer Last ergibt, muss sowohl auf der Quellenkennlinie als auch auf der Lastkennlinie liegen.



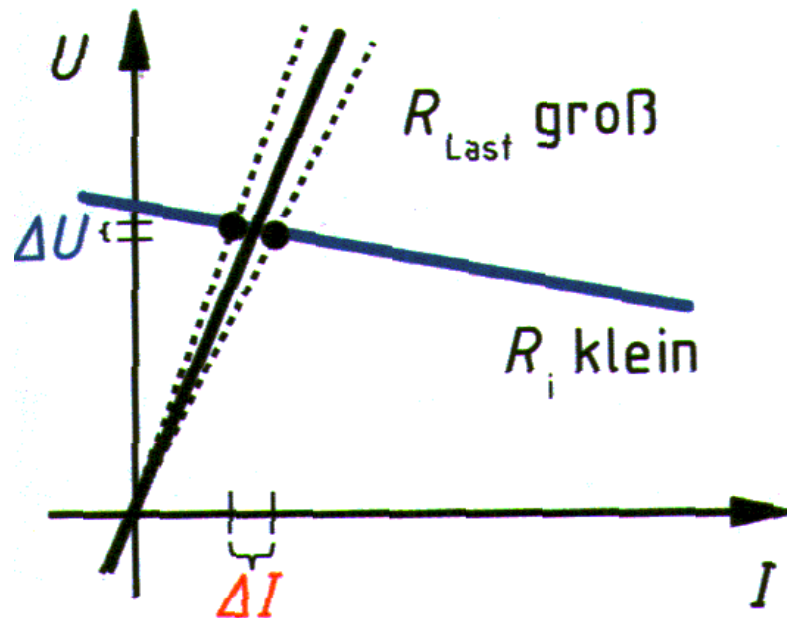
$$U(I) = U_0 - R_i \cdot I \quad R_i = \frac{U_0}{I_K}$$

$$U_L(I) = R_L \cdot I$$

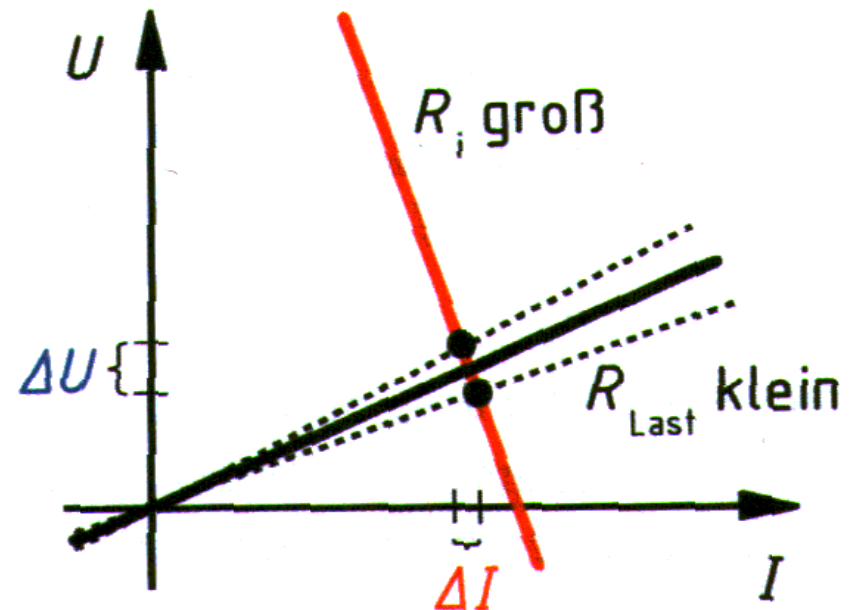
$$I_{AP} = \frac{U_0}{R_i + R_L}$$

$$U_{AP} = \frac{U_0 \cdot R_L}{R_i + R_L}$$

# Elektrische Quellen an unterschiedlichen Lastwiderständen



Lineare Spannungsquelle an großem Lastwiderstand

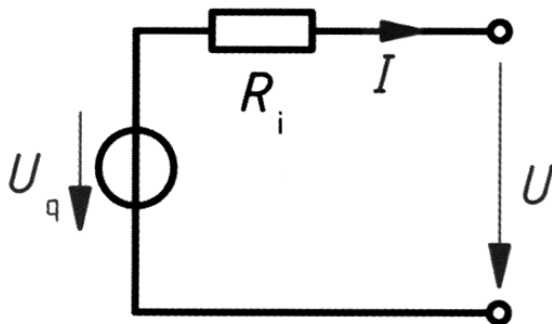


Lineare Stromquelle an kleinem Lastwiderstand

# Auswahl Elektrischer Quellen

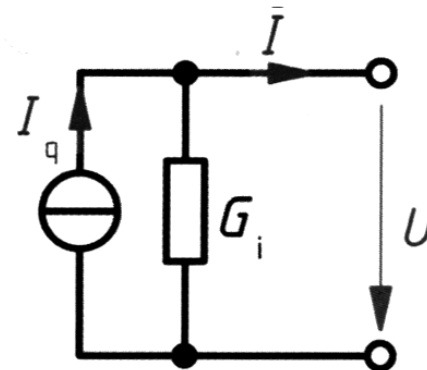
Ist der Lastwiderstand viel größer als der Innenwiderstand der Quelle, wählt man das Modell der linearen Spannungsquelle, da sich bei kleinen Änderungen des Lastwiderstandes die Klemmenspannung  $U$  nur wenig ändert.

Die Quelle verhält sich näherungsweise wie eine ideale Spannungsquelle.



Für  $R_{\text{Last}} \ll R_i$  wählt man in der Regel das Modell der linearen Stromquelle, da sich bei kleinen Änderungen des Lastwiderstandes der Klemmenstrom nur wenig ändert.

Die Quelle verhält sich näherungsweise wie eine ideale Stromquelle.



# Elektrische Leistung und Energie

Im stationären Zustand (konstanter Stromfluß) wird die von der Batterie gelieferte Leistung im Verbraucher (Lastwiderstand) in Wärme umgesetzt.

$$P = U \cdot I$$

Leistung:

$$P = R \cdot I^2$$

$$[1\text{W} = 1\text{V} \cdot 1\text{A}]$$

$$P = \frac{U^2}{R}$$

Energie:

$$W = P \cdot t = U \cdot I \cdot t$$

$$[1\text{J} = 1\text{Ws} = 1\text{W} \cdot 1\text{s}]$$

## Berechnen einer Tabelle

Eine lineare Spannungsquelle hat eine Quellenspannung  $U_q$  von 12 V und einen Innenwiderstand  $R_i$  von 1  $\Omega$ . Berechnen Sie die abgegebene Leistung bei verschiedenen Lastwiderständen.

$R_L$	$I_{AP}$	$U_{AP}$	$P_{RL}$
0 $\Omega$			
0,2 $\Omega$			
0,5 $\Omega$			
1 $\Omega$			
2 $\Omega$			
3 $\Omega$			
5 $\Omega$			
11 $\Omega$			
$\infty$			

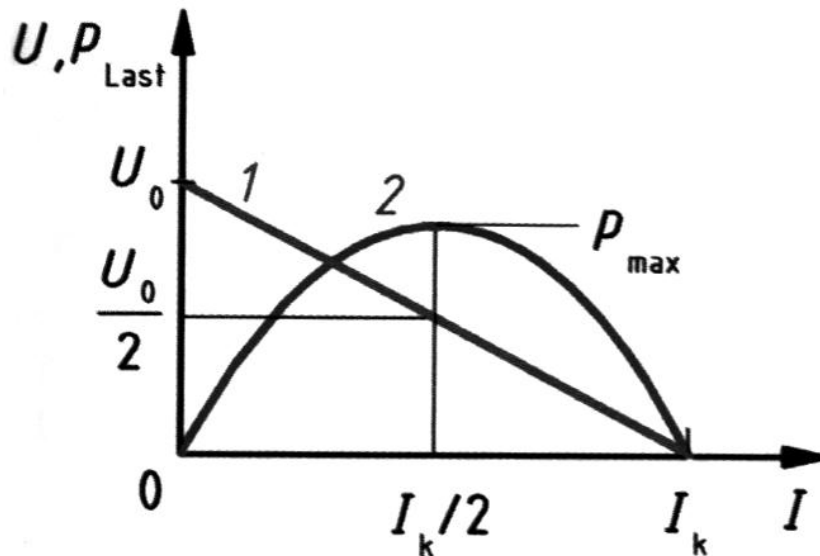


## Berechnen einer Tabelle

Eine lineare Spannungsquelle hat eine Quellenspannung  $U_q$  von 12 V und einen Innenwiderstand  $R_i$  von 1  $\Omega$ . Berechnen Sie die abgegebene Leistung bei verschiedenen Lastwiderständen.

$R_L$	$I_{AP}$	$U_{AP}$	$P_{RL}$
0 $\Omega$	12 A	0 V	0 W
0,2 $\Omega$	10 A	2 V	20 W
0,5 $\Omega$	8 A	4 V	32 W
1 $\Omega$	6 A	6 V	36 W
2 $\Omega$	4 A	8 V	32 W
3 $\Omega$	3 A	9 V	27 W
5 $\Omega$	2 A	10 V	20 W
11 $\Omega$	1 A	11 V	11 W
$\infty$	0 A	12 V	0 W

# Maximale Leistung am Lastwiderstand



$$R_{\text{Last}} = \frac{U_{\text{Pmax}}}{I_{\text{Pmax}}}$$

$$P_{\text{Last}} = U I = (U_0 - R_i I) I = U_0 I - R_i I^2$$

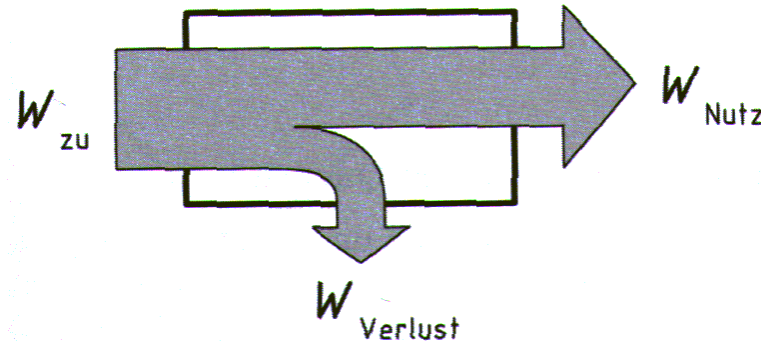
$$\frac{d}{dI} P_{\text{Last}}(I) = U_0 - R_i 2I = 0$$

$$I = \frac{U_0}{2 R_i} = \frac{1}{2} I_k$$

$$U = U_0 - R_i \frac{U_0}{2 R_i} = \frac{U_0}{2}$$

$$P_{\max} = \frac{U_0}{2} \cdot \frac{I_k}{2} = \frac{1}{4} U_0 I_k$$

# Verluste und Wirkungsgrad



Maß für die Effizienz  
der Energieumwandlung

Wirkungsgrad:

energetischer  
Wirkungsgrad:

$$W_{zu} = W_{Nutz} + W_{Verlust}$$

$$P_{zu} = P_{Nutz} + P_{Verlust}$$

$$\eta = \frac{P_{Nutz}}{P_{zu}} = \frac{P_{zu} - P_{Verlust}}{P_{zu}} = 1 - \frac{P_{Verlust}}{P_{zu}}$$

$$\eta_W = \frac{W_{Nutz}}{W_{zu}}$$

## Ergänzung der Tabelle

Eine lineare Spannungsquelle hat eine Quellenspannung  $U_q$  von 12 V und einen Innenwiderstand  $R_i$  von 1  $\Omega$ . Berechnen Sie den Wirkungsgrad der Spannungsquelle bei verschiedenen Lastwiderständen.

$R_L$	$I_{AP}$	$U_{AP}$	$P_{RL}$	$U_{Ri}$	$P_{Ri}$	$P_{tot}$	$\eta$
0 $\Omega$	12 A	0 V	0 W				
0,2 $\Omega$	10 A	2 V	20 W				
0,5 $\Omega$	8 A	4 V	32 W				
1 $\Omega$	6 A	6 V	36 W				
2 $\Omega$	4 A	8 V	32 W				
3 $\Omega$	3 A	9 V	27 W				
5 $\Omega$	2 A	10 V	20 W				
11 $\Omega$	1 A	11 V	22 W				
$\infty$	0 A	12 V	0 W				

## Ergänzung der Tabelle

Eine lineare Spannungsquelle hat eine Quellenspannung  $U_q$  von 12 V und einen Innenwiderstand  $R_i$  von 1  $\Omega$ . Berechnen Sie den Wirkungsgrad der Spannungsquelle bei verschiedenen Lastwiderständen.

$R_L$	$I_{AP}$	$U_{AP}$	$P_{RL}$	$U_{Ri}$	$P_{Ri}$	$P_{tot}$	$\eta$
0 $\Omega$	12 A	0 V	0 W	12 V	144 W	144 W	0
0,2 $\Omega$	10 A	2 V	20 W	10 V	100 W	120 W	0,167
0,5 $\Omega$	8 A	4 V	32 W	8 V	64 W	96 W	0,333
1 $\Omega$	6 A	6 V	36 W	6 V	36 W	72 W	0,5
2 $\Omega$	4 A	8 V	32 W	4 V	16 W	48 W	0,667
3 $\Omega$	3 A	9 V	27 W	3 V	9 W	36 W	0,75
5 $\Omega$	2 A	10 V	20 W	2 V	4 W	24 W	0,83
11 $\Omega$	1 A	11 V	11 W	1 V	1 W	12 W	0,917
$\infty$	0 A	12 V	0 W	0 V	0 W	0 W	-

# Leistungsanpassung

$$P_{\max} = \frac{U_0}{2} \cdot \frac{I_k}{2} = \frac{1}{4} U_0 I_k$$

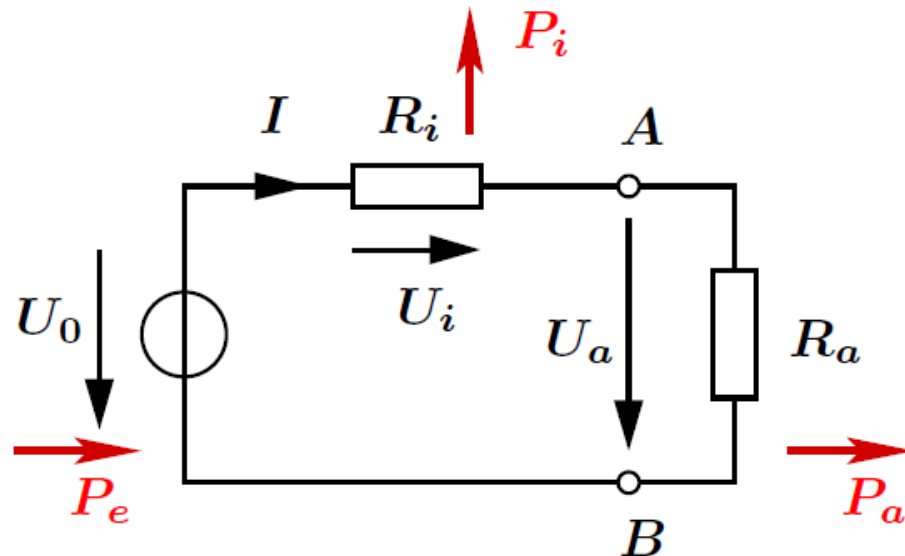
$$R_{\text{Last}} = \frac{0,5 U_0}{0,5 I_K} = \frac{U_0}{I_k}$$

$$R_{\text{Last}} = R_i$$

Eine lineare Quelle gibt die maximale Leistung ab, wenn der Wert des Lastwiderstandes gleich dem Innenwiderstand der Quelle ist.

$$P_{\text{zu}} = U_0 \cdot \frac{1}{2} I_k$$
$$\eta = \frac{P_{\text{Nutz}}}{P_{\text{zu}}} = \frac{\frac{1}{4} U_0 I_k}{\frac{1}{2} U_0 I_k} = 0,5 = 50\%$$

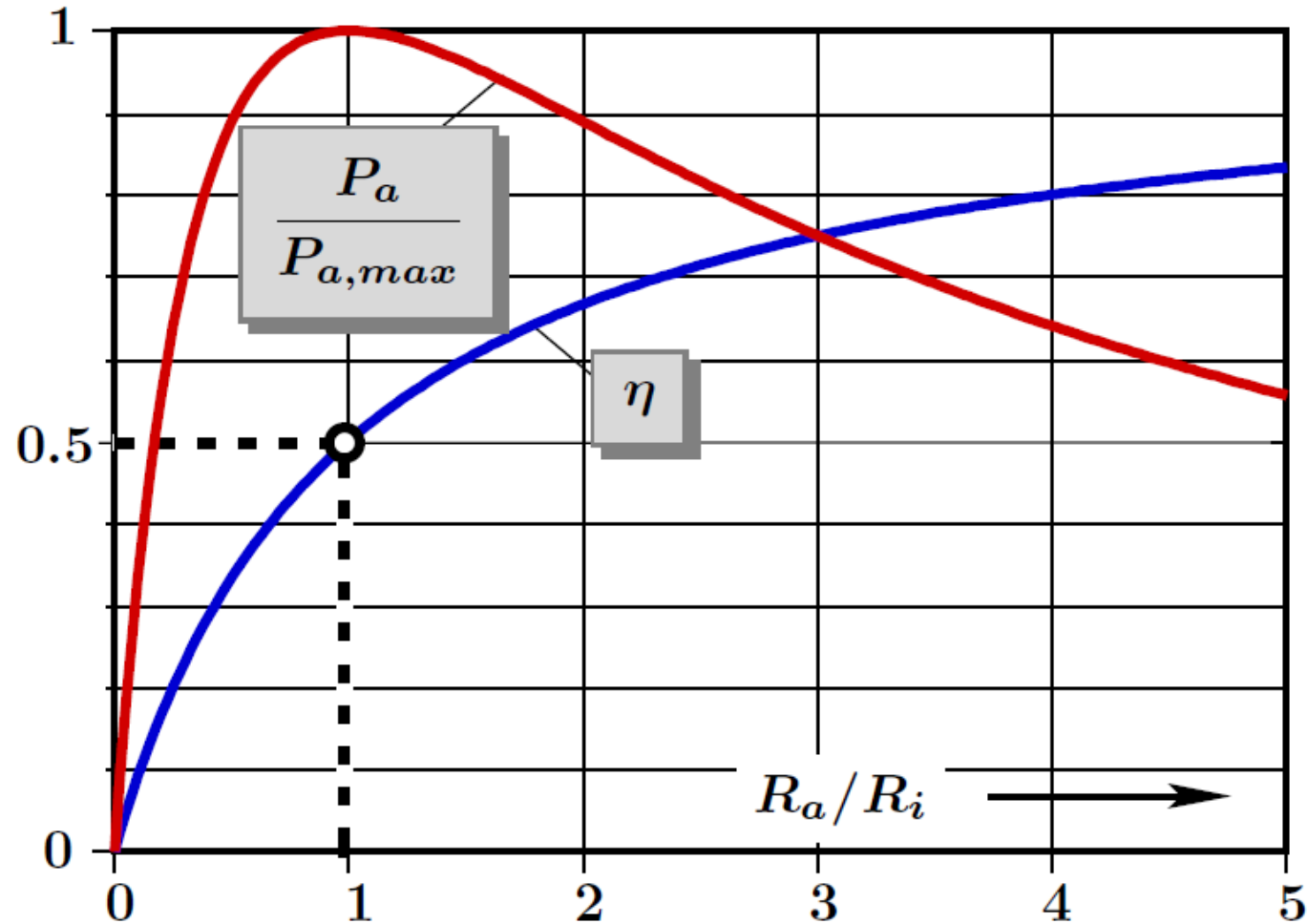
# Leistungsanpassung und Wirkungsgrad



Eingangsleistung  $P_e$   
 Verlustleistung  $P_i = I^2 R_i$   
 Ausgangsleistung  $P_a = I^2 R_a$

$$\text{Wirkungsgrad } \eta = \frac{P_a}{P_a + P_i}$$

# Leistungsanpassung und Wirkungsgrad





# Leistungsanpassung und Wirkungsgrad

**Energietechnik** (maximaler Wirkungsgrad gewünscht)

$$\eta = \frac{R_a}{R_i + R_a} = \max = 1 \quad \rightarrow \quad \frac{R_a}{R_i} \rightarrow \infty$$

**Nachrichtentechnik** (maximale Ausgangsleistung gewünscht)

$$P_a = I^2 R_a = \left( \frac{U_0}{R_i + R_a} \right)^2 R_a = \max \quad \rightarrow \quad R_a = R_i$$

# Gleichwertigkeit linearer Quellen

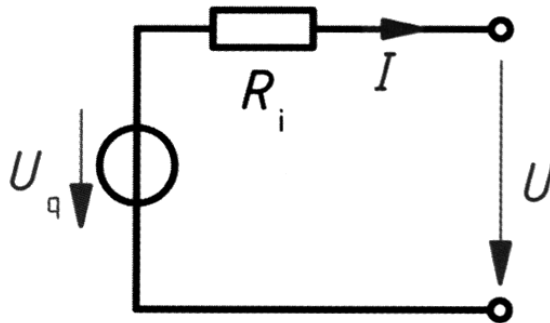
$$U(I) = U_0 - R_i \cdot I$$

$$U = U_q - R_i I$$

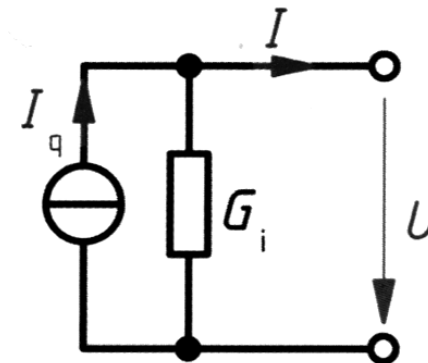


$$I(U) = I_k - G_i \cdot U$$

$$I = I_q - G_i U$$



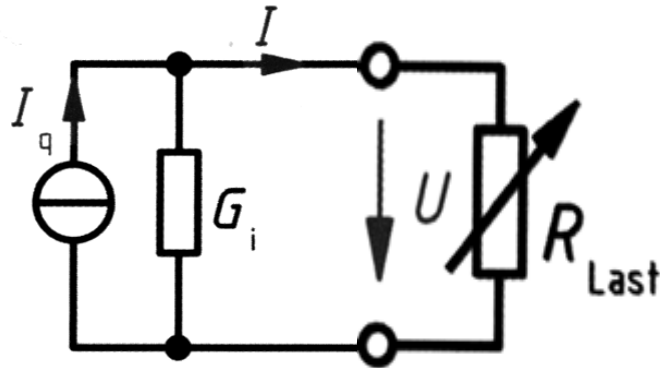
lineare Spannungsquelle



lineare Stromquelle

$$U_q = I_q R_i \quad R_i = 1 / G_i$$

# Lineare Stromquelle



$$G_i = \frac{1}{R_i} = \frac{I_K}{U_0}$$

$$I_q = I_K = \frac{U_q}{R_i}$$

$$I(U) = I_K - \frac{1}{R_i} \cdot U = I_K - G_i \cdot U$$

$$I_L(U) = \frac{U}{R_L}$$

$$U_{AP} = \frac{I_K \cdot R_i \cdot R_L}{R_i + R_L} = \frac{U_0 \cdot R_L}{R_i + R_L}$$

$$I_{AP} = \frac{U_{AP}}{R_L} = \frac{U_0}{R_i + R_L}$$

# Lineare Stromquelle

Eine lineare Stromquelle hat einen Quellenstrom  $I_q$  von 12 A und einen Innenleitwert  $G_i$  von 1 S. Berechnen Sie den Wirkungsgrad der Stromquelle bei verschiedenen Lastwiderständen.

$R_L$	$U_{AP}$	$I_{AP}$	$P_{RL}$	$U_{Ri}$	$I_{Ri}$	$P_{Ri}$	$P_{tot}$	$\eta$
$0 \Omega$	0 V	12 A	0 W	0 V	0 A	0 W	0 W	-
$0,2 \Omega$	2 V	10 A	20 W	2 V	2 A	4 W	24 W	0,833
$0,5 \Omega$	4 V	8 A	32 W	4 V	4 A	16 W	48 W	0,667
$1 \Omega$	6 V	6 A	36 W	6 V	6 A	36 W	72 W	0,5
$2 \Omega$	8 V	4 A	32 W	8 V	8 A	64 W	96 W	0,333
$3 \Omega$	9 V	3 A	27 W	9 V	9 A	81 W	108 W	0,25
$5 \Omega$	10 V	2 A	20 W	10 V	10 A	100 W	120 W	0,167
$11 \Omega$	11 V	1 A	11 W	11 V	11 A	121 W	132 W	0,083
$\infty$	12 V	0 A	0 W	12 V	12 A	144 W	144 W	0

## Extremfälle der Leistungsabgabe

Bei **Leerlauf** wird in der **linearen Spannungsquelle** keine Leistung umgesetzt, da kein Strom fließt. Dieser Betriebsfall ist der **energetisch günstigste**.

Bei **Kurzschluss** einer **linearen Spannungsquelle** fließt durch die Quelle der Kurzschlussstrom  $U_q/R_i$ . Das ist der **energetisch ungünstigste** Betriebsfall.

Bei **Leerlauf** muss in einer **linearen Stromquelle** der gesamte Querstrom  $I_q$  durch den Innenwiderstand  $R_i$  fließen. Dieser Betriebsfall ist der **energetisch ungünstigste**.

Bei **Kurzschluss** einer **linearen Stromquelle** fließt der gesamte Quellenstrom durch den Kurzschluss. Dieser Betriebsfall ist - auch wenn es zunächst paradox klingen mag - der **energetisch günstigste**.

# Norton- und Thévenin-Äquivalent

Das *Norton-Äquivalent* besteht aus einer Stromquelle  $I_{No}$  und einem Widerstand  $R_{No}$  parallel geschaltet zu der Stromquelle.

Das *Thévenin-Äquivalent* besteht aus einer Spannungsquelle  $U_{th}$  und einem Widerstand  $R_{Th}$  in Reihe geschaltet zu der Spannungsquelle.

Frage: “In zwei schwarzen Kistchen seien eine Stromquelle mit Parallelwiderstand und eine Spannungsquelle mit Serienwiderstand verborgen. Kann man von außen feststellen, in welchem schwarzen Kistchen sich die Norton-Schaltung befindet?”

Antwort: **Ja!** Das Kistchen mit der Norton-Schaltung ist wärmer, denn es verbraucht dauernd die Leistung  $P_{No} = I_{No}^2 R_{No}$ . Die Thévenin-Schaltung verbraucht keine Leistung und wird deshalb nicht wärmer. Die Äquivalenz besteht also nur bezüglich der Ausgangsklemmen.

# Aufgaben

1. Eine Kühltasche zum Anschluss an das 12 V Boardnetz von PKWs nimmt einen Strom von 4 A auf. Wie groß ist die von der Kühltasche innerhalb von 8 Stunden aufgenommene elektrische Energie?
2. An welcher Spannung darf ein Widerstand mit dem Widerstandswert  $4,7 \text{ k}\Omega$  und einer Belastbarkeit von  $1/8 \text{ W}$  maximal betrieben werden, damit er thermisch nicht überlastet wird?
3. Die Starterbatterie eines Kfz habe die Leerlaufspannung  $U_0 = 13,8 \text{ V}$  und den Innenwiderstand  $R_i = 40 \text{ m}\Omega$ .
  - a) Welche Leistung kann der Akkumulator maximal an einen Verbraucher abgeben?
  - b) Wie groß muss für diesen Fall der Widerstand des Verbrauchers sein?

# Literatur

M. Filtz, TU Berlin: Vorlesung Grundlagen der Elektrotechnik, WS2006/07

Moeller: Grundlagen der Elektrotechnik, Vieweg+Teubner Verlag

Helmut Lindner: Elektro-Aufgaben Band 1: Gleichstrom, Hanser Fachbuchverlag

Paul A. Tipler, Gene Mosca: Physik für Wissenschaftler und Ingenieure, Spektrum Akademischer Verlag, August 2009





Hochschule Deggendorf – Edlmairstr. 6 und 8 – 94469 Deggendorf