

Hochschule Deggendorf Prof. Dr. Peter Jüttner	
Vorlesung: Grundlagen der Informatik	WS 2012
Übung 5	Termin 30.10.12

Aussagenlogik - Musterlösung

1. Wahrheitstabellen

Stellen Sie die Wahrheitstabelle folgender aussagenlogischer Formeln auf.

a.) $(A \vee B) \Rightarrow C$

A	B	C	$(A \vee B) \Rightarrow C$
F	F	F	T
F	F	T	T
F	T	F	F
F	T	T	T
T	F	F	F
T	F	T	T
T	T	F	F
T	T	T	T

b.) $(A \wedge B) \Rightarrow C$

A	B	C	$(A \wedge B) \Rightarrow C$
F	F	F	T
F	F	T	T
F	T	F	T
F	T	T	T
T	F	F	T
T	F	T	T
T	T	F	F
T	T	T	T

2. Tautologien

Stellen Sie fest, ob die folgenden aussagenlogischen Formeln Tautologien sind:

a.) $(A \wedge \neg A) \Rightarrow (B \vee C)$

$(A \wedge \neg A)$ ist immer falsch, daher wird die Implikation immer wahr, d.h. es ist eine

Tautologie (Alternative: Wahrheitstabelle)

b.) $(A \wedge B) \Leftrightarrow (A \vee B)$

Keine Tautologie, da Belegung $A = \text{wahr}$ und $B = \text{falsch}$ zum Wert falsch führt.

3. Kontradiktion

Stellen Sie fest, ob die folgenden Aussagenlogischen Formeln Kontradiktionen sind:

a.) $A \wedge \neg A$

Kontradiktion, da für alle Belegungen falsch

b.) $(A \wedge \neg B) \Leftrightarrow (\neg A \vee B)$

Kontradiktion, da für alle Belegungen falsch

4. Konjunktive Normalform

Überführen Sie die folgende Aussagenlogische Formel in die konjunktive Normalform:

$(A \Rightarrow B) \Rightarrow C$

A	B	C	$(A \Rightarrow B) \Rightarrow C$
F	F	F	F
F	F	T	T
F	T	F	F
F	T	T	T
T	F	F	T
T	F	T	T
T	T	F	F
T	T	T	T

Die Auswertung der Wahrheitstabelle für die Gesamtwerte **F** ergibt:

$(A \Rightarrow B) \Rightarrow C$ ist äquivalent zu folgender Konjunktiver Normalform

$$\neg ((\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C) \vee (A \wedge B \wedge \neg C)) = \\ \neg (\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C) \wedge \neg (\neg A \wedge B \wedge \neg C) \wedge \neg (A \wedge B \wedge \neg C) = \\ (A \vee B \vee C) \wedge (A \vee \neg B \vee C) \wedge (\neg A \vee \neg B \vee C)$$

5. Disjunktive Normalform

Überführen Sie die folgende Aussagenlogische Formel in die disjunktive Normalform:

$(A \Leftrightarrow B) \Rightarrow C$

A	B	C	$(A \Leftrightarrow B) \Rightarrow C$
F	F	F	F

F	F	T	T
F	T	F	T
F	T	T	T
T	F	F	T
T	F	T	T
T	T	F	F
T	T	T	T

Die Auswertung der Wahrheitstabelle für die Gesamtwerte **T** ergibt:
 $(A \Leftrightarrow B) \Rightarrow C$ ist äquivalent zu folgender Disjunktiver Normalform

$$(\neg A \wedge \neg B \wedge C) \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (A \wedge \neg B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge C)$$

6. Umsetzung in einem C-Programm

Schreiben Sie ein C-Programm, das drei Wahrheitswerte A, B und C einliest, mit folgenden aussagenlogischen Operatoren verknüpft und das Ergebnis ausgibt:

a.) $A \Leftrightarrow B$

Aus der Disjunktiven Normalform lässt sich ableiten:

... if ((A && B) || (!A && !B)) ...

b.) $A \Rightarrow B$

Abgeleitet aus Konjunktiver Normalform

... if (!A || B) ...

c.) $(A \Rightarrow B) \Rightarrow C$

Abgeleitet aus Disjunktiver Normalform:

... if (A || B || C) && (A || !B || C) && (!A || !B || C)...

Hinweise:

In C gibt es keinen Typ für Wahrheitswerte. Ersatzdarstellung ist ein Zahlentyp (z.B. int), bei dem 0 als False, 1 (bzw. alle Werte ungleich 0) als True interpretiert werden. Verwenden Sie zu Umsetzung geeignete if-else-Konstrukte bzw. die in der Programmiersprache C vorhandenen booleschen Operatoren (&&, ||, !)