

Mathematik für Infotronik
Aufgabenblatt 6 (29.11.2010)

Aufgabe 1:

Welche der folgenden reellen Funktionen sind in ihrem maximalen Definitionsbereich gerade, welche ungerade?

- a) $y = \frac{x^3}{x^2+1}$
- b) $y = |x^2 - 4|$
- c) $y = 4 * \sin^2 x$

Aufgabe 2:

Bestimmen Sie von folgenden reellen Funktionen die maximale Definitionsmenge, Nullstellen, Supremum, Infimum, Maximum, Minimum, Wertemenge und Symmetrie – falls möglich:

- a) $f_1(x) = \frac{1}{1+x^2}$
- b) $f_2(x) = \sqrt{x-2} * \sqrt{1-x}$
- c) $f_3(x) = \sqrt{x^2 - 0,5x - 3}$

Aufgabe 3:

Untersuchen Sie die Funktionen $f_1: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$; $f_2: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ und $f_3: [1; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ auf Monotonie. Benutzen Sie dabei keine Differenzialrechnung!

- a) $f_1(x) = x^3 + 2x$
- b) $f_2(x) = \sqrt{|x| - x}$
- c) $f_3(x) = |x^2 - 2x + 1|$

Aufgabe 4:

Untersuchen Sie folgende Funktionen auf Monotonie und geben Sie dann die Umkehrfunktion an – falls möglich.

Bestimmen Sie für die Aufgaben c) die Umkehrfunktion auch graphisch. Benutzen Sie dabei keine Differentialrechnung.

- a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definiert durch $f(x) = x^4$
- b) $f: [2; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, definiert durch $f(x) = \sqrt{x-2}$
- c) $f: (0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, definiert durch $f(x) = \frac{1}{2x}$
- d) $f: [0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, definiert durch $f(x) = x * \sqrt{x}$

Viel Erfolg bei der Lösung der Aufgaben!



Lösungen:

Aufgabe 1:

- a) ungerade
- b) gerade
- c) gerade

Aufgabe 2:

- a) $D = \mathbb{R}$; keine Nullstellen; $\sup = \max = 1$; $\inf = 0$; kein \min ; $W = (0; 1]$
- b) $D = \{\} = W$
- c) $D = \mathbb{R} \setminus (-1,5; 2]$; Nullstellen bei $x_1 = 2$ und $x_2 = -1,5$; $\inf = \min = 0$; kein \sup ; kein \max ; $W = [0; \infty)$, keine Symmetrie in Definitionssinne

Aufgabe 3:

- a) streng monoton steigend
- b) monoton fallend
- c) streng monoton steigend

Aufgabe 4:

- a) keine Monotonie, damit keine $f^{-1}(x)$
- b) streng monoton steigend $f^{-1}(x) = 2 + x^2$
- c) streng monoton fallend $f^{-1}(x) = 1/(2x)$
- d) streng monoton steigend, $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x^2}$