Thema: Wechselstromnetze

Übungsaufgaben

Aufgabe 3

Eine periodisch zeitabhängige Spannung nach Bild 3 mit der Periodendauer T (T = 2,0 ms) besteht aus abfallendene-Funktionen. Im Bereich $0 < t < T$ wird die Spannung durch die in Bild 3 eingetragene Gleichung wiedergegeben. Hierbei sind U = 80V, τ = 1,0 msec und U0 = 20V.

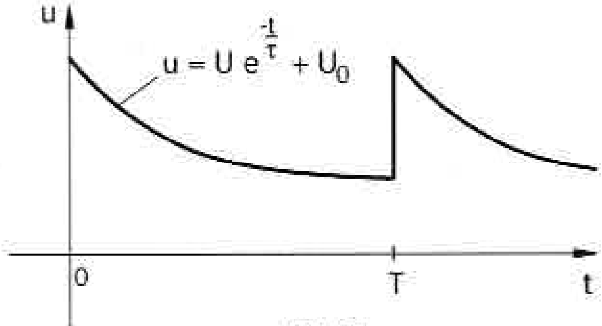

Bild 3

Aufgabe:
a.) Welchen Effektivwert U_{eff} hat die Spannung ?

Aufgabe 4

Ein Wechselstrom besteht nach Bild 4 aus "angeschnittenen" Sinushalbschwingungen. In den Bereichen $0 < \omega t < \alpha$ und $\pi < \omega t < (\pi + \alpha)$ fließt kein Strom (i = 0), wobei $\alpha = \pi / 4 = 45°$ ist.
In der übrigen Zeit wird der Stromverlauf durch die Gleichung $i = \hat{i} \sin(\omega t)$ dargestellt, wobei der Scheitelwert des Stromes $\hat{i}$ = 10 A ist.

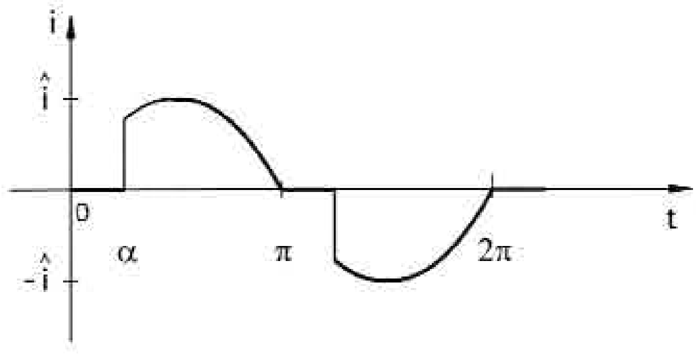

Bild 4

Aufgabe:
a.) Wie groß ist der Effektivwert des Stromes ?

Aufgabe 3:

Geg: $T = 2{,}0\ \text{ms}\ ;\ U = 80\,V\ ;\ \tau = 1{,}0\ \text{ms}\ ;\ U_0 = 20\,V$

Ges: U_{eff}

$$u(t) = U \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} + U_0$$

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u(t)^2\,dt}$$

$$u(t)^2 = \left(U \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} + U_0\right)^2 = U^2 \cdot e^{-\frac{2t}{\tau}} + 2 \cdot U \cdot U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + U_0^2$$

$$\int_0^T u(t)^2\,dt = \left(-\frac{\tau}{2} \cdot U^2 \cdot e^{-\frac{2t}{\tau}} - 2 \cdot \tau \cdot U \cdot U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + U_0^2 \cdot t\right)\Bigg|_{t=0}^{t=T}$$

$$= -\frac{\tau}{2} \cdot U^2 \cdot e^{-\frac{2T}{\tau}} - 2\tau \cdot U \cdot U_0 \cdot e^{-\frac{T}{\tau}} + U_0^2 \cdot T - \left(-\frac{\tau}{2} \cdot U^2 - 2 \cdot \tau \cdot U \cdot U_0\right.$$

$$= \underline{-\frac{\tau}{2} \cdot U^2 \cdot e^{-\frac{2T}{\tau}}} - 2\tau \cdot U \cdot U_0 \cdot e^{-\frac{T}{\tau}} + U_0^2 \cdot T + \underline{\frac{\tau}{2} \cdot U^2} + 2 \cdot \tau \cdot U \cdot U_0$$

$$= \frac{\tau}{2} \cdot U^2 \cdot \left(1 - e^{-\frac{2T}{\tau}}\right) + 2\tau \cdot U \cdot U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau}}\right) + U_0^2 \cdot T$$

$$\underline{\underline{U_{eff}}} = \sqrt{\frac{\tau \cdot U^2}{2T} \cdot \left(1 - e^{-\frac{2T}{\tau}}\right) + \frac{2\tau \cdot U \cdot U_0}{T}\left(1 - e^{-\frac{T}{\tau}}\right) + U_0^2}$$

$$= \sqrt{1570{,}69\ V^2 + 1383{,}46\ V^2 + 400\ V^2} = \underline{\underline{57{,}91\ V}}$$

Aufgabe 4:

Geg: $i = 0 \quad$ für $\quad 0 < \omega t < \alpha \quad \wedge \quad \pi < \omega t < (\pi + \alpha)$

$i = \hat{i} \sin(\omega t)$

Ges: I_{eff}

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i(t)^2 dt} \quad ; \quad i(t) = \begin{cases} 0 & ; 0 < \omega t < \alpha \\ \hat{i} \sin(\omega t) & ; \alpha \leq \omega t \leq \pi \\ 0 & ; \pi < \omega t < (\pi + \alpha) \\ \hat{i} \sin(\omega t) & ; (\pi + \alpha) \leq \omega t \leq 2\pi \end{cases}$$

Berechne Grenzen:

$$\omega t_1 = \alpha \quad , \text{ mit } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{t_1}} = \frac{\alpha \cdot T}{2\pi} = \frac{\frac{\pi}{4} \cdot T}{2\pi} = \underline{\underline{\frac{T}{8}}}$$

$$\omega t_2 = \pi$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{t_2}} = \frac{\pi \cdot T}{2\pi} = \underline{\underline{\frac{T}{2}}}$$

$$\omega t_3 = \pi + \alpha$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{t_3}} = \frac{(\pi + \alpha) \cdot T}{2\pi} = \frac{(\pi + \frac{\pi}{4}) \cdot T}{2\pi} = \underline{\underline{\frac{5T}{8}}}$$

$$\omega t_4 = 2\pi$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{t_4}} = \frac{2\pi \cdot T}{2\pi} = \underline{\underline{T}}$$

$$\int_0^T i(t)^2\,dt = \int_{\frac{T}{8}}^{\frac{T}{2}} (\hat{i}\sin(\omega t))^2\,dt + \int_{\frac{5T}{8}}^{T} (\hat{i}\sin(\omega t))^2\,dt$$

$$(\hat{i}\sin(\omega t))^2 = \hat{i}^2\sin^2(\omega t)$$

Stammfunktion:

aus FS: $\int \sin^2 ax\,dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4a}\sin 2ax$

$$\int \hat{i}^2\sin^2(\omega t) = \hat{i}^2\cdot\left(\frac{1}{2}t - \frac{1}{4\omega}\sin(2\cdot\omega t)\right) = \frac{\hat{i}^2}{2}\cdot t - \frac{\hat{i}^2}{4\omega}\sin(2\omega$$

$$\Rightarrow \int_{\frac{T}{8}}^{\frac{T}{2}} (\hat{i}\sin(\omega t))^2 dt = \left(\frac{\hat{i}^2}{2}\cdot t - \frac{\hat{i}^2}{4\omega}\sin(2\omega t)\right)\Bigg|_{t=\frac{T}{8}}^{t=\frac{T}{2}}$$

$$= \frac{\hat{i}^2\cdot T}{4} - \frac{\hat{i}^2}{4\omega}\sin(\omega\cdot T) - \left[\frac{\hat{i}^2\cdot T}{16} - \frac{\hat{i}^2}{4\omega}\sin\left(\frac{\omega T}{4}\right)\right]$$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$= \frac{3}{16}\hat{i}^2 T - \frac{\hat{i}^2}{4\omega}\underbrace{\sin(2\pi)}_{=0} + \frac{\hat{i}^2}{4\omega}\underbrace{\sin\left(\frac{2\pi}{4}\right)}_{=\sin(\frac{\pi}{2})=1}$$

$$= \frac{3}{16}\hat{i}^2 T + \frac{\hat{i}^2 T}{8\pi} = \underline{\underline{\left(\frac{3}{16} + \frac{1}{8\pi}\right)\hat{i}^2 T}}$$

$$\int_{\frac{5T}{8}}^{T} (\hat{i}\sin(\omega t))^2 dt = \left(\frac{\hat{i}^2}{2}\cdot t - \frac{\hat{i}^2}{4\omega}\sin(2\omega t)\right)\Bigg|_{t=\frac{5T}{8}}^{t=T}$$

$$= \frac{\hat{i}^2\cdot T}{2} - \frac{\hat{i}^2}{4\omega}\underbrace{\sin(4\pi)}_{=0} - \left[\frac{\hat{i}^2\cdot 5T}{16} - \frac{\hat{i}^2}{4\omega}\underbrace{\sin\left(\frac{5}{2}\pi\right)}_{\sin(2\pi+\frac{\pi}{2})=1}\right]$$

$$= \frac{\hat{i}^2\cdot T}{2} - \frac{5\hat{i}^2 T}{16} + \frac{\hat{i}^2\cdot T}{8\pi} = \underline{\underline{\left(\frac{3}{16} + \frac{1}{8\pi}\right)\hat{i}^2 T}}$$

$$\Rightarrow \int_0^T i(t)^2 dt = 2\cdot\left(\frac{3}{16} + \frac{1}{8\pi}\right)\hat{i}^2 T = \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{4\pi}\right)\hat{i}^2\cdot T$$

$$\underline{\underline{I_{eff}}} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{4\pi}\right) \hat{i}^2 \cdot T} = \sqrt{\frac{3}{8} + \frac{1}{4\pi}} \cdot \hat{i} = \underline{\underline{6{,}74\,A}}$$