

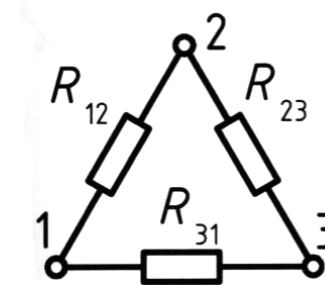
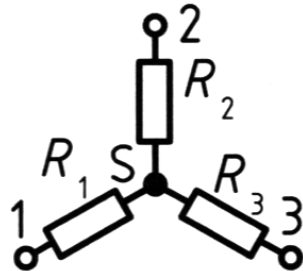


Grundlagen der ET (8)

Gerald Kupris

28.11.2012

Stern- und Dreieckschaltung (1)

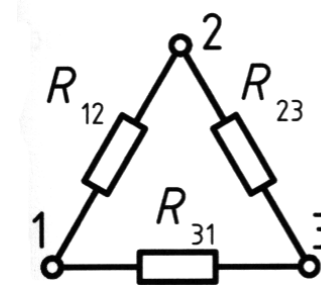
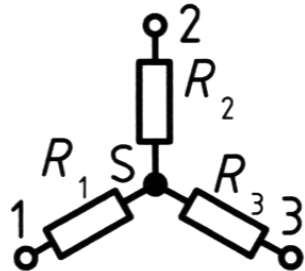


Eine Sternschaltung besteht aus mindestens drei Zweipolen, die jeweils mit einer ihrer Klemmen mit einem gemeinsamen Schaltungsknoten, dem Sternpunkt verbunden sind.

Hier werden nur Sternschaltungen aus genau drei passiven Zweipolen, nämlich ohmschen Widerständen, betrachtet.

Der Sternpunkt S ist von außen nicht zugänglich.

Stern- und Dreieckschaltung (2)



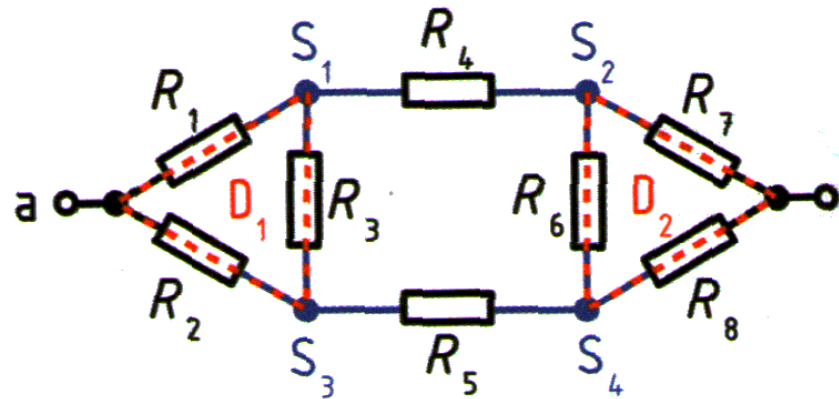
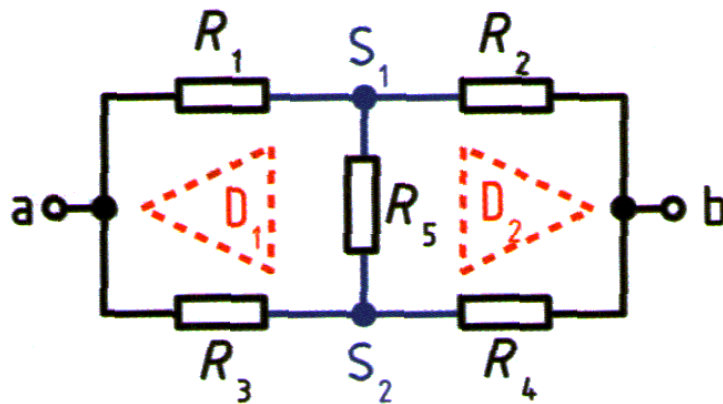
Eine Polygonschaltung (auch Ringschaltung genannt) besteht aus mindestens drei Zweipolen mit von außen zugänglichen Anschlüssen, die in Reihe geschaltet sind und genau eine Masche bilden.

Eine Dreieckschaltung ist der einfachste Fall einer Polygonschaltung. Hier werden nur Dreieckschaltungen aus passiven Zweipolen, nämlich Ohmschen Widerständen, betrachtet.

Bei der Betrachtung von Mehrphasensystemen spielen Stern- und Polygonschaltungen, die entweder nur aus aktiven oder nur aus passiven Zweipolen bestehen, eine wichtige Rolle.

Zweipole, die Stern- und Dreieckschaltungen enthalten

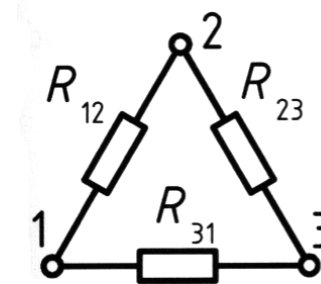
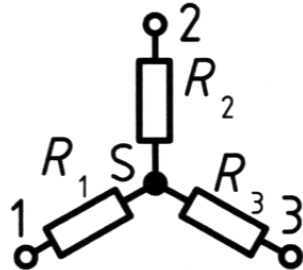
Der Widerstand zwischen den Klemmen a und b der unten abgebildeten Zweipole ist mit den Regel für die Berechnung des resultierenden Widerstandes von Reihen- und Parallelschaltungen von Widerständen nicht bestimmbar.



Beide Schaltungen enthalten Sternschaltungen (blau, Sternpunkte bezeichnet mit S) und Dreieckschaltungen (rot, Masche bezeichnet mit D).

Nicht nur Dreieckschaltungen, sondern auch Sternschaltungen werden hier als Dreipole betrachtet, die Sternpunkte sind also von außen nicht zugänglich.

Stern- und Dreieckschaltung (3)

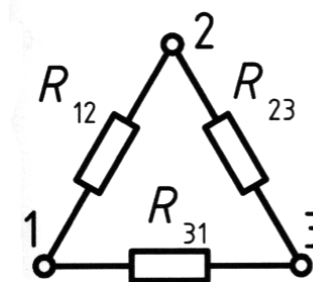
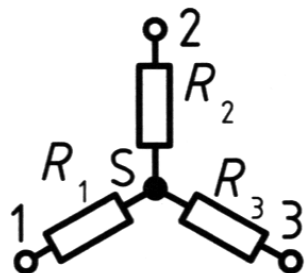


Zu jeder dreipoligen Sternschaltung gibt es eine bezüglich des Klemmenverhaltens äquivalente Dreieckschaltung und umgekehrt.

Das heißt: werden an einander entsprechende Klemmenpaare der beiden äquivalenten Schaltungen gleiche Spannungen gelegt, so fließen über einander entsprechende Klemmen die gleichen Ströme.

Diese Aussagen gilt über den hierbetrachteten Fall (alle enthaltenen Zweipole sind Ohmsche Widerstände) hinaus auch, wenn die enthaltenen Zweipole beliebige lineare passive Zweipole sind.

Dreieck-Stern-Transformation



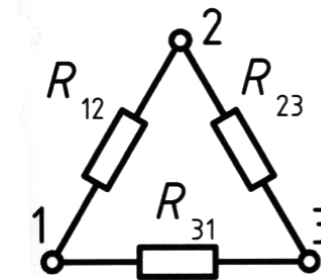
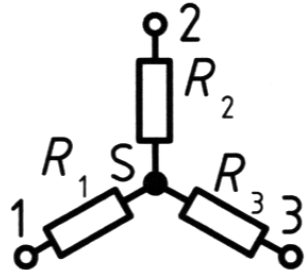
Klemmenpaar	Widerstand der Sternschaltung	Widerstand der Dreieckschaltung
1 – 2	$R_1 + R_2$	$R_{12} \parallel (R_{23} + R_{31})$
2 – 3	$R_2 + R_3$	$R_{23} \parallel (R_{12} + R_{31})$
3 – 1	$R_3 + R_1$	$R_{31} \parallel (R_{12} + R_{23})$

$$R_1 = \frac{R_{31}R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_2 = \frac{R_{12}R_{23}}{R_{23} + R_{31} + R_{12}}$$

$$R_3 = \frac{R_{23}R_{31}}{R_{31} + R_{12} + R_{23}}$$

Stern-Dreieck-Transformation



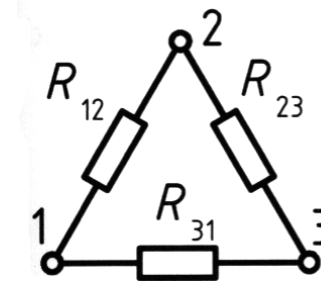
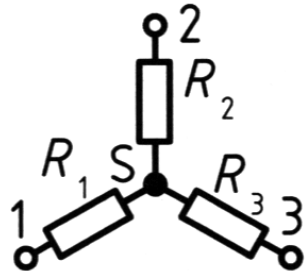
Klemmenpaar	Widerstand der Sternschaltung	Widerstand der Dreieckschaltung
1 – 2	$R_1 + R_2$	$R_{12} \parallel (R_{23} + R_{31})$
2 – 3	$R_2 + R_3$	$R_{23} \parallel (R_{12} + R_{31})$
3 – 1	$R_3 + R_1$	$R_{31} \parallel (R_{12} + R_{23})$

$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}$$

$$R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1}$$

$$R_{31} = R_3 + R_1 + \frac{R_3 R_1}{R_2}$$

Kurzformen



Stern:

$$\text{Sternwiderstand} = \frac{\text{Produkt der am Knoten liegenden Dreieckswiderstände}}{\text{Summe aller Dreieckswiderstände}}$$

Dreieck:

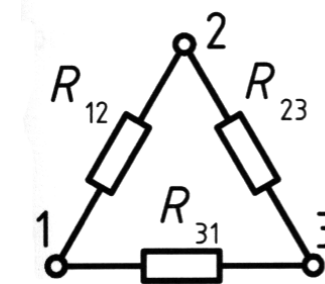
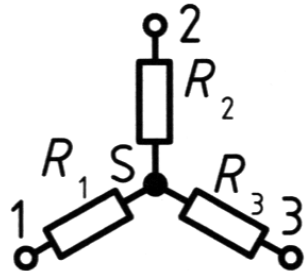
$$G_{12} = \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2 + G_3}$$

$$G_{23} = \frac{G_2 G_3}{G_2 + G_3 + G_1}$$

$$G_{31} = \frac{G_3 G_1}{G_3 + G_1 + G_2}$$

$$\text{Dreieckleitwert} = \frac{\text{Produkt der zwischen den Knoten liegenden Sternleitwerte}}{\text{Summe aller Sternleitwerte}}$$

Wenn alle Widerstände gleich sind



Haben alle Widerstände der Sternschaltung den selben Wert, dann gilt:

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_{\Delta}$$

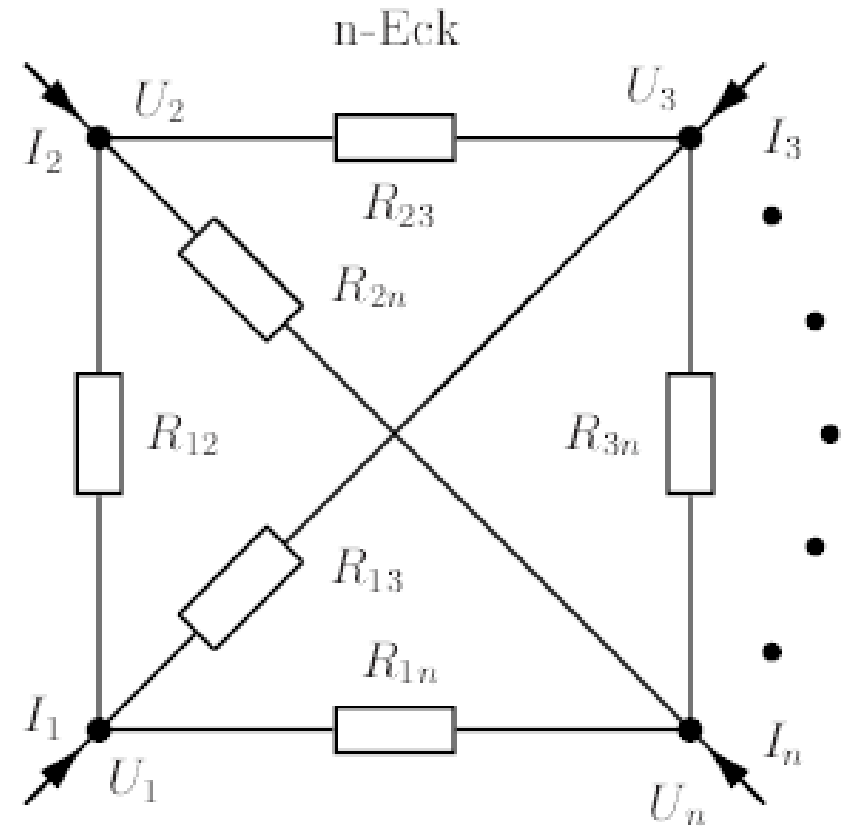
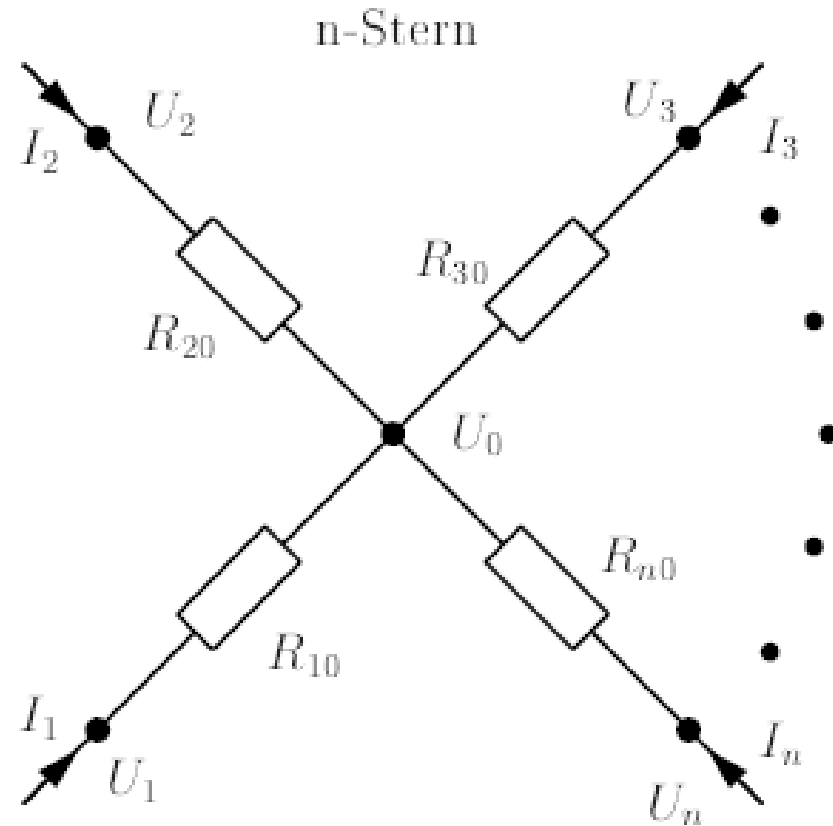
Alle Widerstände der Dreiecksschaltung müssen ebenfalls den gleichen Wert haben:

$$R_{12} = R_{23} = R_{31} = R_{\Delta}$$

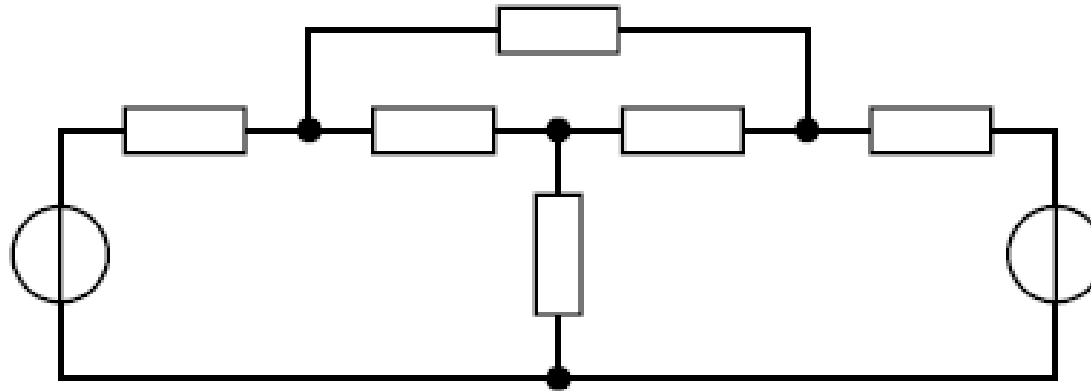
Dann gilt die Umrechnung:

$$R_{\Delta} = 3 R_{\Delta}$$

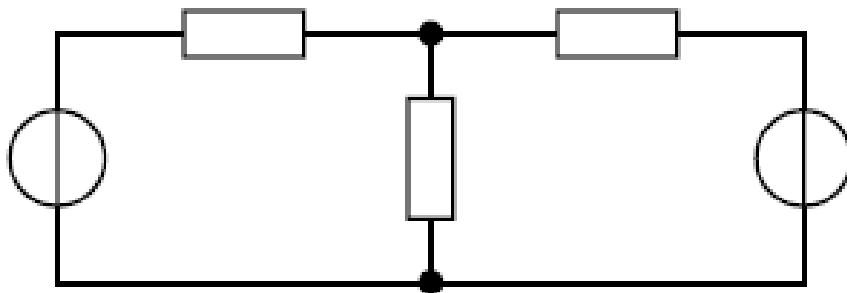
n-Stern n-Eck Umwandlung



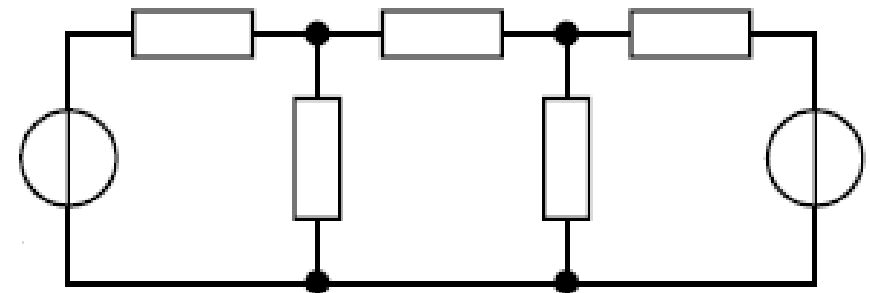
Beispiel einer Anwendung



nach Dreieck-Stern-Umwandlung

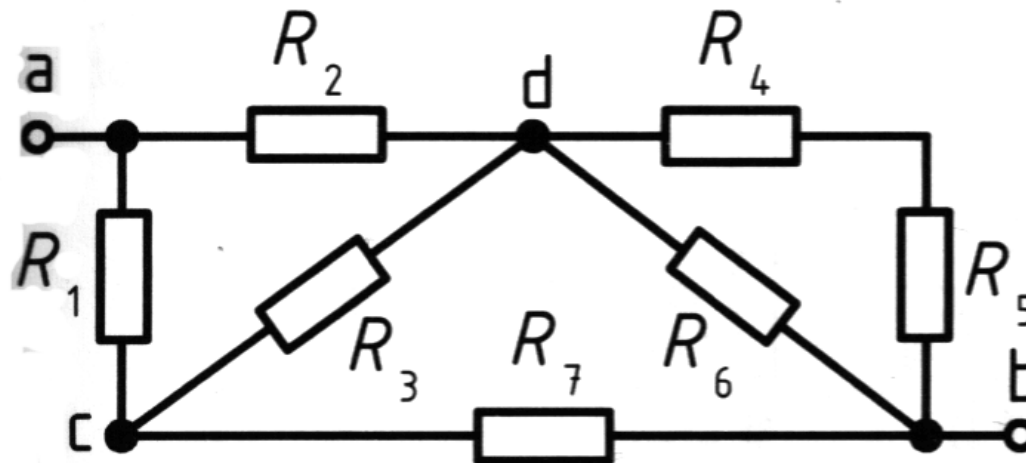


nach Stern-Dreieck-Umwandlung



Aufgabe

- Widerstand eines Zweipols aus Stern- und Dreieckschaltung:
Die Schaltung im Bild enthält die Widerstände $R_1 = R_2 = R_3 = 90\ \Omega$, $R_4 = 20\ \Omega$, $R_5 = 40\ \Omega$, $R_6 = 60\ \Omega$, $R_7 = 10\ \Omega$.
Der Widerstand zwischen den Klemmen a und b soll berechnet werden.

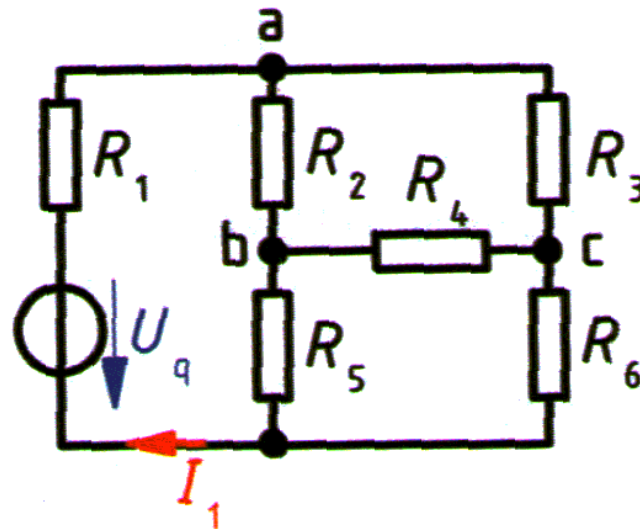


Aufgabe

2. Widerstand einer Brückenschaltung:

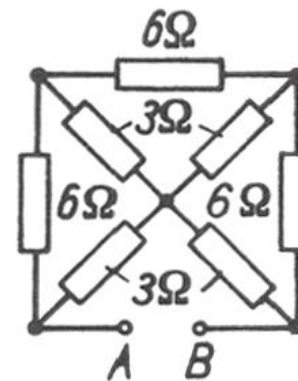
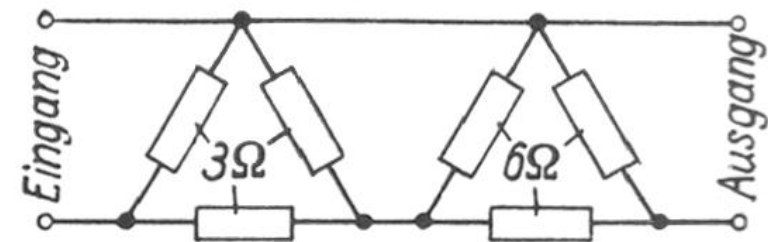
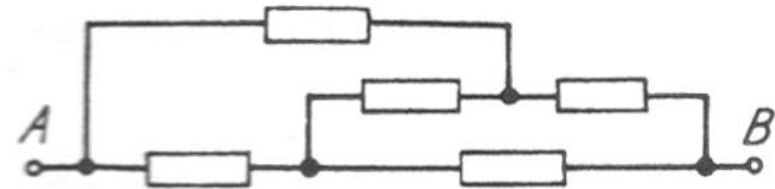
Die Brückenschaltung im Bild besteht aus den Widerständen $R_1 = 6\ \Omega$, $R_2 = 4\ \Omega$, $R_3 = 6\ \Omega$, $R_4 = 10\ \Omega$, $R_5 = 10\ \Omega$, $R_6 = 5\ \Omega$ und liegt an einer Quellenspannung von $U_q = 6\text{V}$.

Wie groß ist der Strom I_1 ?



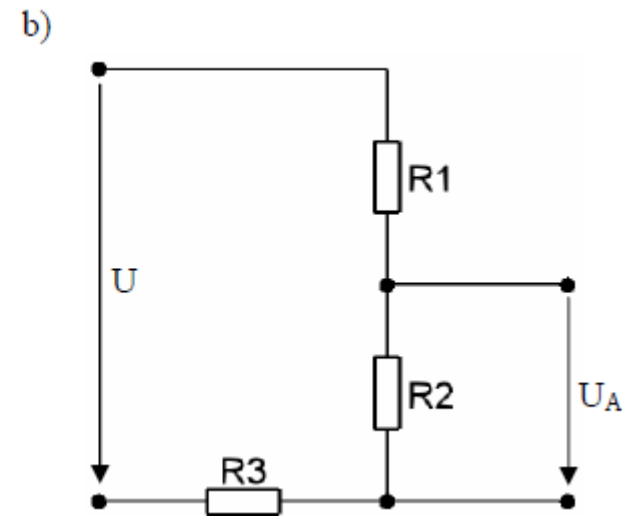
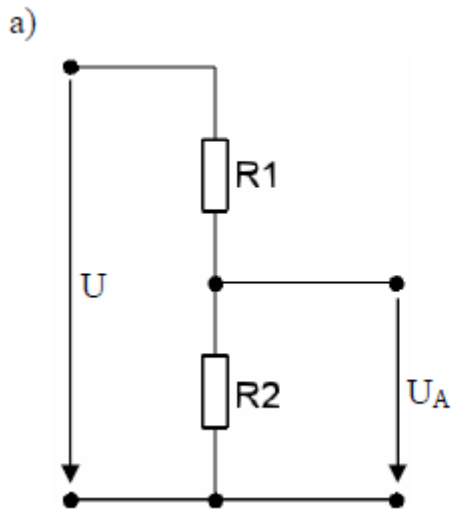
Aufgaben

1. Wie groß ist der Widerstand zwischen den Klemmen A und B, wenn jeder Widerstand $R = 4 \Omega$ beträgt?
2. Die beiden Dreiecke im Bild sollen durch ein einziges Dreieck bzw. durch einen einzigen Stern ersetzt werden. Wie groß sind die entsprechenden Widerstände?
3. Wie groß ist der Widerstand zwischen den Klemmen A und B?



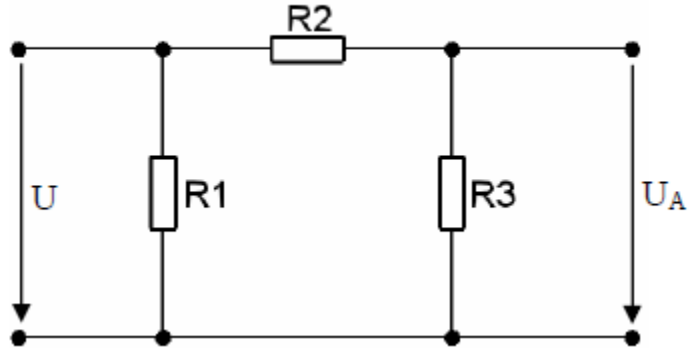
Aufgaben

1. Bestimmen Sie die Spannung U_A in den unten abgebildeten Schaltungen mittels Spannungsteilerregel. Benutzen Sie dabei folgende Werte:
 $R_1 = 150 \, \Omega$; $R_2 = 220 \, \Omega$; $R_3 = 470 \, \Omega$; $R_4 = 330 \, \Omega$; $U = 30 \, \text{V}$

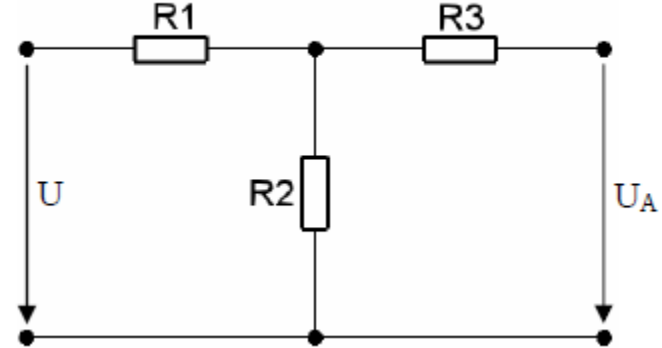


... Fortsetzung auf der nächsten Seite!

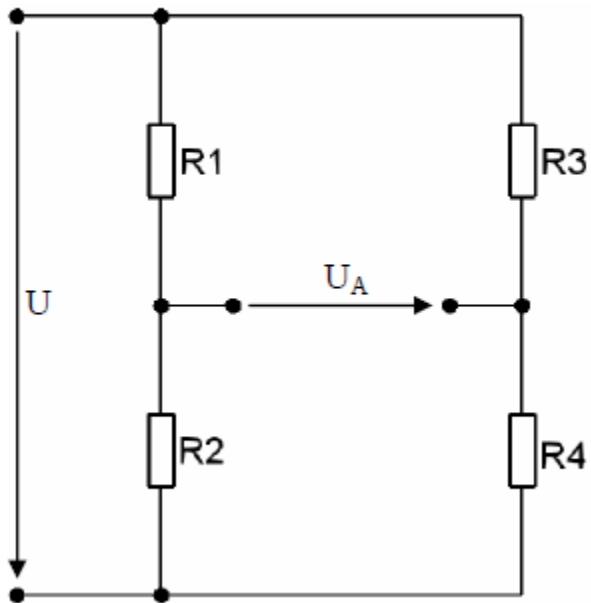
c)



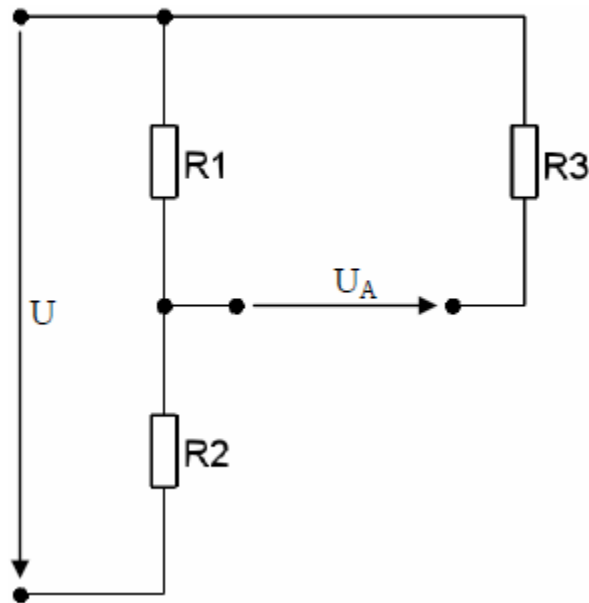
d)



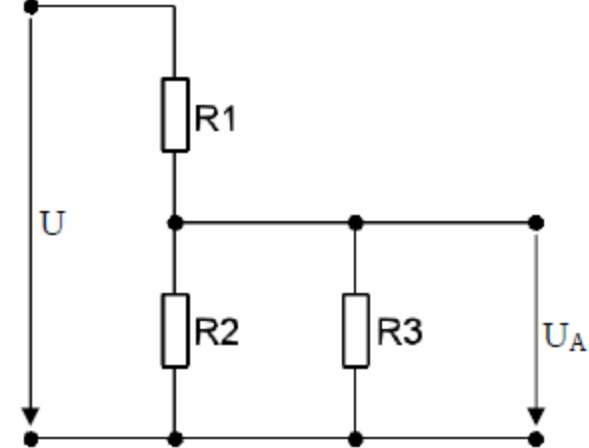
e)



f)

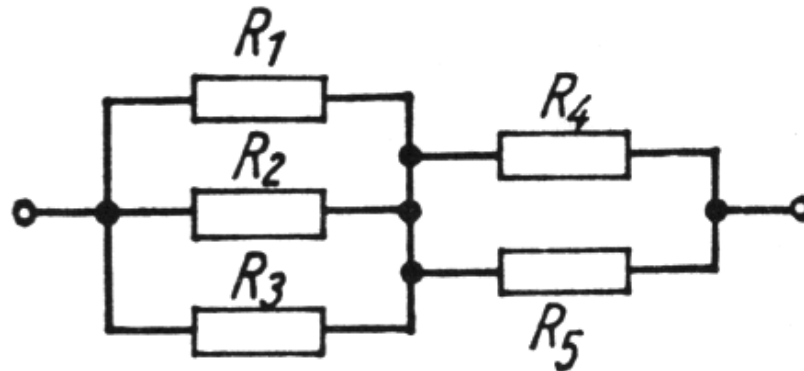


g)



Aufgaben

2. Siehe Abbildung. Welchen Wert muss der Widerstand R_5 haben, wenn die durch die Widerstände R_2 und R_4 fließenden Ströme gleich groß sein sollen?



Literatur

M. Filtz, TU Berlin: Vorlesung Grundlagen der Elektrotechnik, WS2006/07

Moeller: Grundlagen der Elektrotechnik, Vieweg + Teubner Verlag

Helmut Lindner: Elektro - Aufgaben Band 1: Gleichstrom, Hanser Fachbuchverlag

Paul A. Tipler, Gene Mosca: Physik für Wissenschaftler und Ingenieure, Spektrum Akademischer Verlag, August 2009



Hochschule Deggendorf – Edlmairstr. 6 und 8 – 94469 Deggendorf