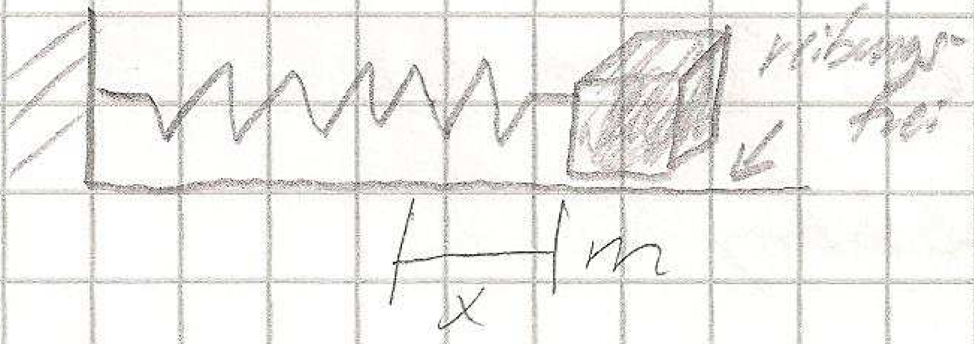
19.11.14
Physik
Kupris

Wellen & Schwingungen

Schwingung: periodische Bewegung

harmonische Schwingung: Funktion lässt sich beschreiben durch sin oder cos



$F_x = -k_f \cdot x$

$F = m \cdot a_x$

$a_x = \frac{dv}{dt}$

$-k_f \cdot x = m \cdot a_x \Rightarrow a_x = -\frac{k_F}{m} \cdot x$

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k_f}{m} \cdot x}$$

Differentialgleichung

Lösung: $f = x(t)$

Diff. Gleichung 2. Ordnung $\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -p \cdot x(t)$

gesucht ist eine Funktion $x(t)$, bei der die II. Ableitung proportional zur $\ominus$ Funktion $x(t)$

$f(x) = \sin(x)$ $\quad \boxed{f(t) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi)}$

$f'(x) = \cos(x)$ $\quad f'(t) = -A\omega \cdot \sin(\omega t + \varphi)$

$f''(x) = -\sin(x)$ $\quad f''(t) = -A \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

Schwingungsdauer: $T\,[s]$ $\quad \omega = 2\pi \cdot f$ Kreisfrequenz

$f = \frac{1}{T}\,[Hz]$

$f(t) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi) \rightarrow$ A: Amplitude, Maßeinheit

ω: Kreisfrequenz $\omega = 2\pi \cdot f$

φ: Anfangswinkel

$a_x = \underbrace{-\omega^2 \cdot A \cdot \cos\omega(t+\varphi)}_{x(t)}$

$a_x = -\omega^2 x(t) \rightarrow \omega^2 = \frac{k_f}{m}$ bzw. $\omega = \sqrt{\frac{k_F}{m}}$

$\Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi}$ bzw. $\boxed{f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k_F}{m}}}$

k_F = Federkonstante $[\frac{N}{m}]$

m = Masse $[kg]$

Frequenz des Federschwingers

$f = \sqrt{\frac{N}{kg\,m}} = \sqrt{\frac{1}{s^2}} = \frac{1}{s}$

Merke: Die Frequenz einer Schwingung ist unabhängig von ihrer Amplitude

$$E_{mech} = E_{pot} + E_{kin}$$

$$E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot k_F \cdot x^2$$ (Energie der gespannten Feder)

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega x + \varphi)$$

$$v(t) = 1.\ \text{Ableitung}$$

$$= -A\omega \cdot \sin(\omega x + \varphi)$$

$$E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot k_F \cdot A^2 \cdot \cos^2(\omega t + \varphi)$$

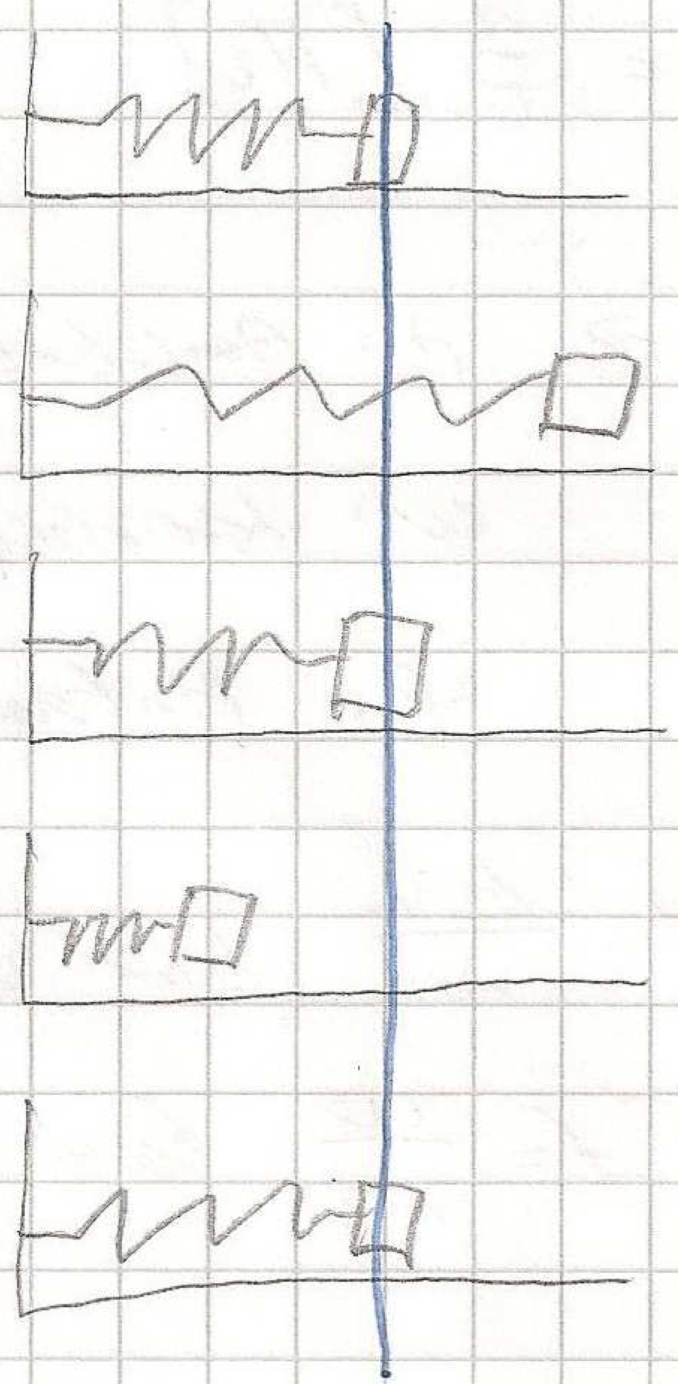
$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot \frac{k_F}{\cancel{m}} \cdot A^2 \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

$$E_{mech} = \frac{1}{2} \cdot k_F \cdot A^2 \cdot \cos^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2} k_F \cdot A^2 \cdot \sin^2(\omega t + \varphi)$$

$$= \frac{1}{2} k_F \cdot A^2 \underbrace{\left(\cos^2(\omega t + \varphi) + \sin^2(\omega t + \varphi)\right)}_{1}$$

$$\boxed{E_{mech} = \frac{1}{2} k_F \cdot A^2} = \text{const.}$$



$E_{pot} = 0$
$E_{kin} = max$

$E_{pot} = max$
$E_{kin} = 0$

$E_{pot} = max$
$E_{kin} = 0$