

1. Zeilen-Stufen-Form und Rang einer Matrix

Man bringe folgende Matrizen in *Zeilen-Stufen-Form* und bestimme deren *Rang*:

(A10.5)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -4 & 5 \\ 6 & 12 & 5 & -5 \\ -4 & -4 & -4 & 6 \\ 2 & 4 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 3 & -4 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 & 4 & 5 & 7 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 4 & 0 \\ 1 & 3 & 4 & 0 & 7 & 4 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 3 & 5 & 5 \\ 3 & 3 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \end{bmatrix}$$

2. Inverse einer Matrix

a) Man bestimme die *Inversen* der folgenden Matrizen mittels **linearer Gleichungssysteme** und verifiziere das Ergebnis durch Matrixmultiplikation. Dazu prüfe man zuerst, ob die Matrix regulär ist.

(A10.6)

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

b) Man bestimme die *Inversen* der folgenden Matrizen mittels des **Gauß-Jordan-Verfahrens** und prüfe das Ergebnis durch Matrixmultiplikation:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -8 & 4 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & -7 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

(Papula)

3. Determinantenberechnung

Man berechne folgende Determinanten:

(A11.1)

a) $\begin{vmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 7 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} -5 & -10 & 1 \\ -15 & -14 & -2 \\ 15 & 30 & 6 \end{vmatrix}$

c) $\begin{vmatrix} 8 & 10 & 12 \\ 3 & 6 & 9 \\ 0 & 2 & -2 \end{vmatrix}$

d) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$

e) $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{vmatrix}$

(entnommen der Übungssammlung von Prof. Schulte aus den Blättern 10 und 11 mit Lösungen)