

Fakultät Elektro- und Medientechnik

Kurs:	Mathematik 1	Semester:	WS 2013/2014
Studiengang:	Angewandte Informatik/Infotronik	Prüfungsdauer:	90 Minuten (ges.)
Prüfer:	Prof. Dr. Peter Ullrich	Prüfungsdatum:	27.01.2014
Hilfsmittel:	4 DIN A4 Seiten handgeschr., TR	Uhrzeit:	11:00 – 12:30
Prüfungsart:	Schriftliche Prüfung	Anzahl d. Blätter:	13

Bewertung:	<i>Aufgabe 1:</i>	von 15 Punkten
	<i>Aufgabe 2:</i>	von 16 Punkten
	<i>Aufgabe 3:</i>	von 14 Punkten
	<i>Aufgabe 4:</i>	von 17 Punkten
	<i>Aufgabe 5:</i>	von 13 Punkten
	<i>Summe:</i>	von 75 Punkten

Wichtige Hinweise:

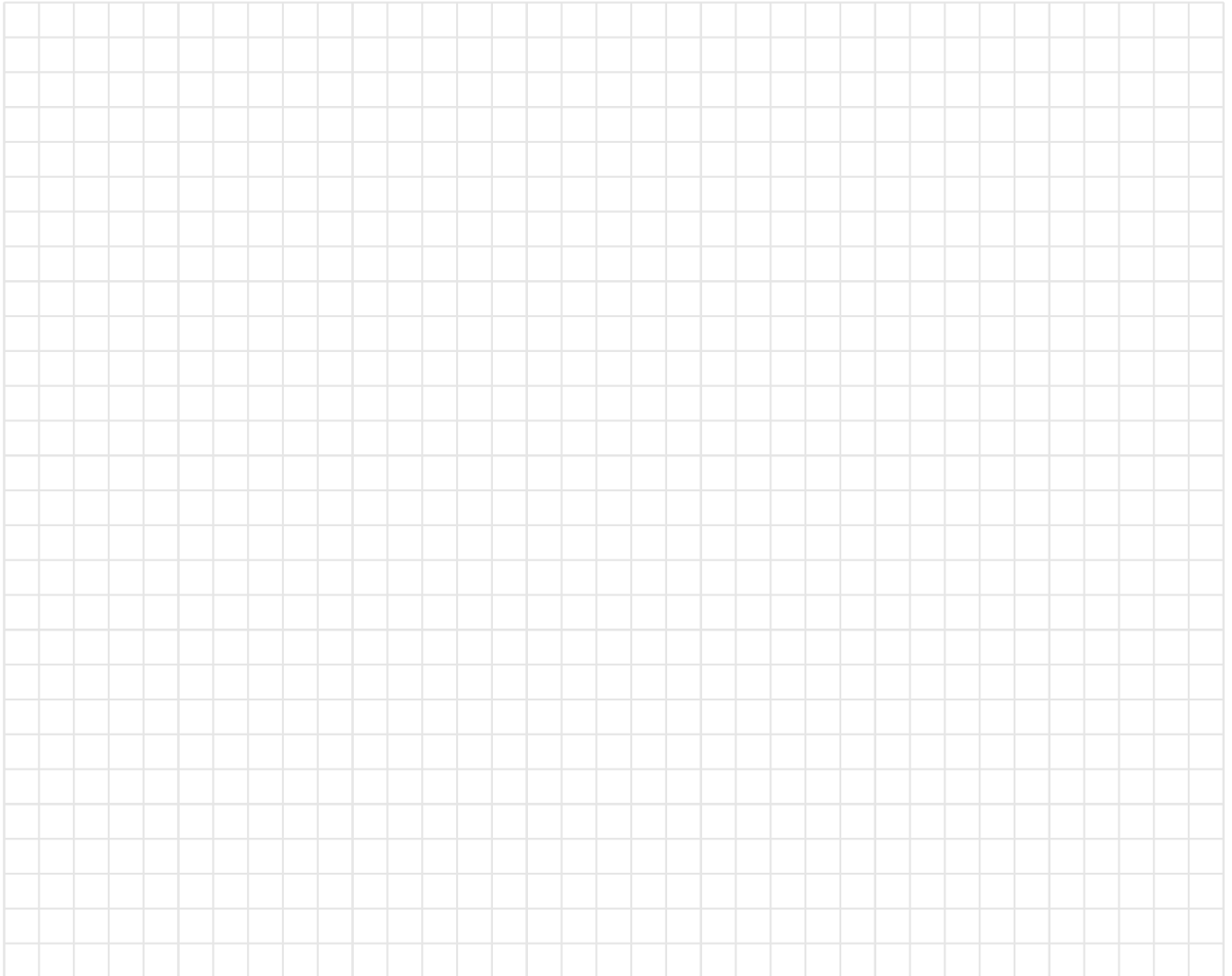
1. Überprüfen Sie, ob Sie auf dem zugewiesenen Platz sitzen und tragen Sie als erstes Ihre Platzziffer in das graue Feld ein.
2. Legen Sie Ihren Studentenausweis gut sichtbar auf den Tisch.
3. Beachten Sie die jeweilige Fragestellung beim Lösen der Aufgaben genau.
4. Die Aufgaben sind grundsätzlich auf den Angabenblättern an den dafür vorgesehenen Stellen, in Ausnahmefällen auf der Rückseite des vorhergehenden Blattes, zu bearbeiten.
5. Das Geheft darf nicht getrennt werden.
6. Auf eine saubere und übersichtliche Darstellung wird besonderer Wert gelegt.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (15 Punkte):

(a) Berechnen Sie:

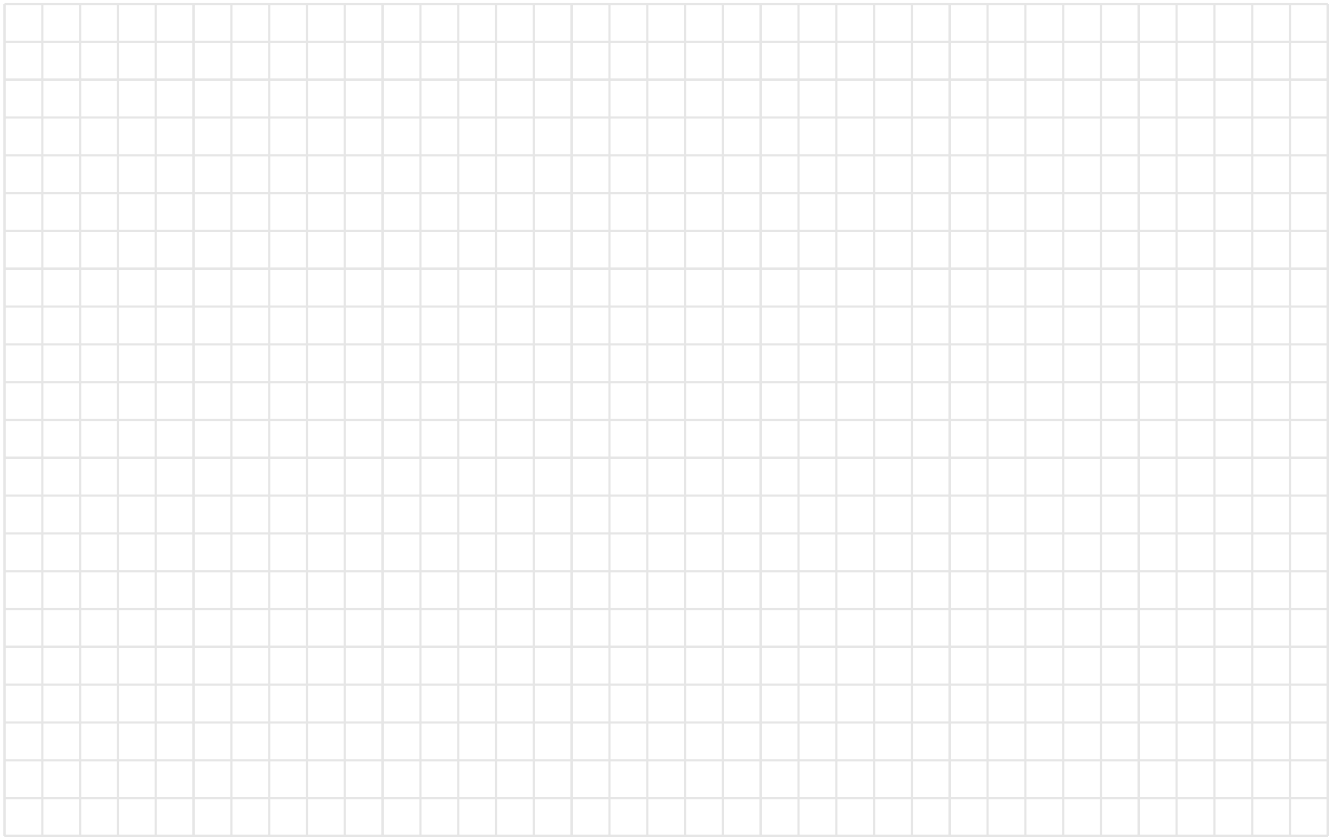
$$|3 - 4i| \cdot \frac{\overline{5 + 5i}}{(-1 + 2i)^2}$$



$\sum (a)$ Punkte

(b) Bestimmen Sie alle 4-ten komplexen Wurzeln von $w = -8 - 8\sqrt{3}i$ und geben Sie $\text{Arg}(z)$ (im Bogen- und Gradmaß) für jede 4-te Wurzel z an.





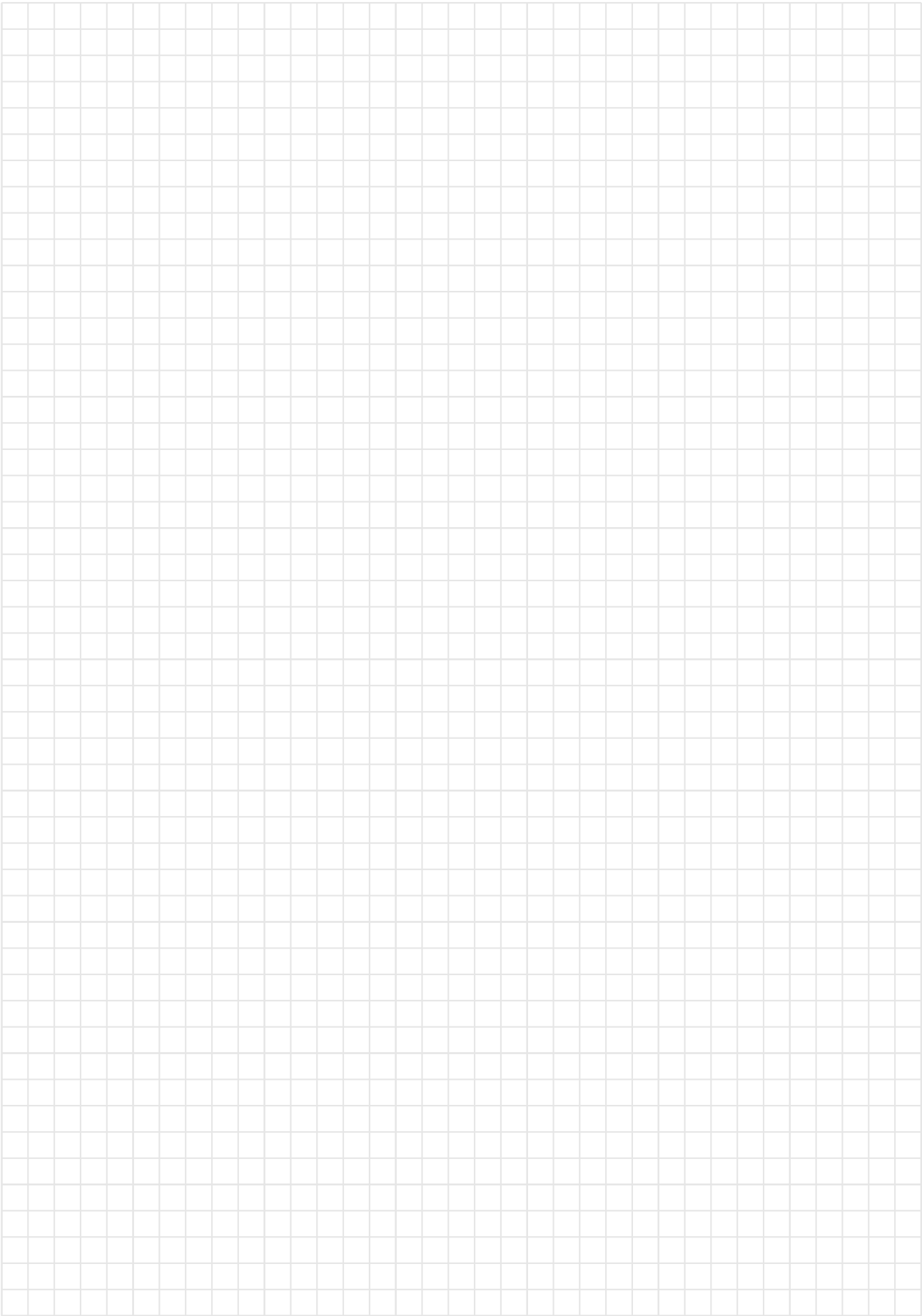
$\sum (b) \dots\dots\dots$ Punkte

(c) Es sei $y(t) = y_1(t) + y_2(t)$ die Überlagerung der beiden Schwingungen

$$y_1(t) = 2 \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \qquad y_2(t) = 4 \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right).$$

Für die Überlagerung gilt $y(t) = a \sin(\omega t + \varphi)$. Berechnen Sie a , ω und φ , indem Sie die Schwingungen $y_1(t)$ und $y_2(t)$ zunächst durch komplexe Größen darstellen.





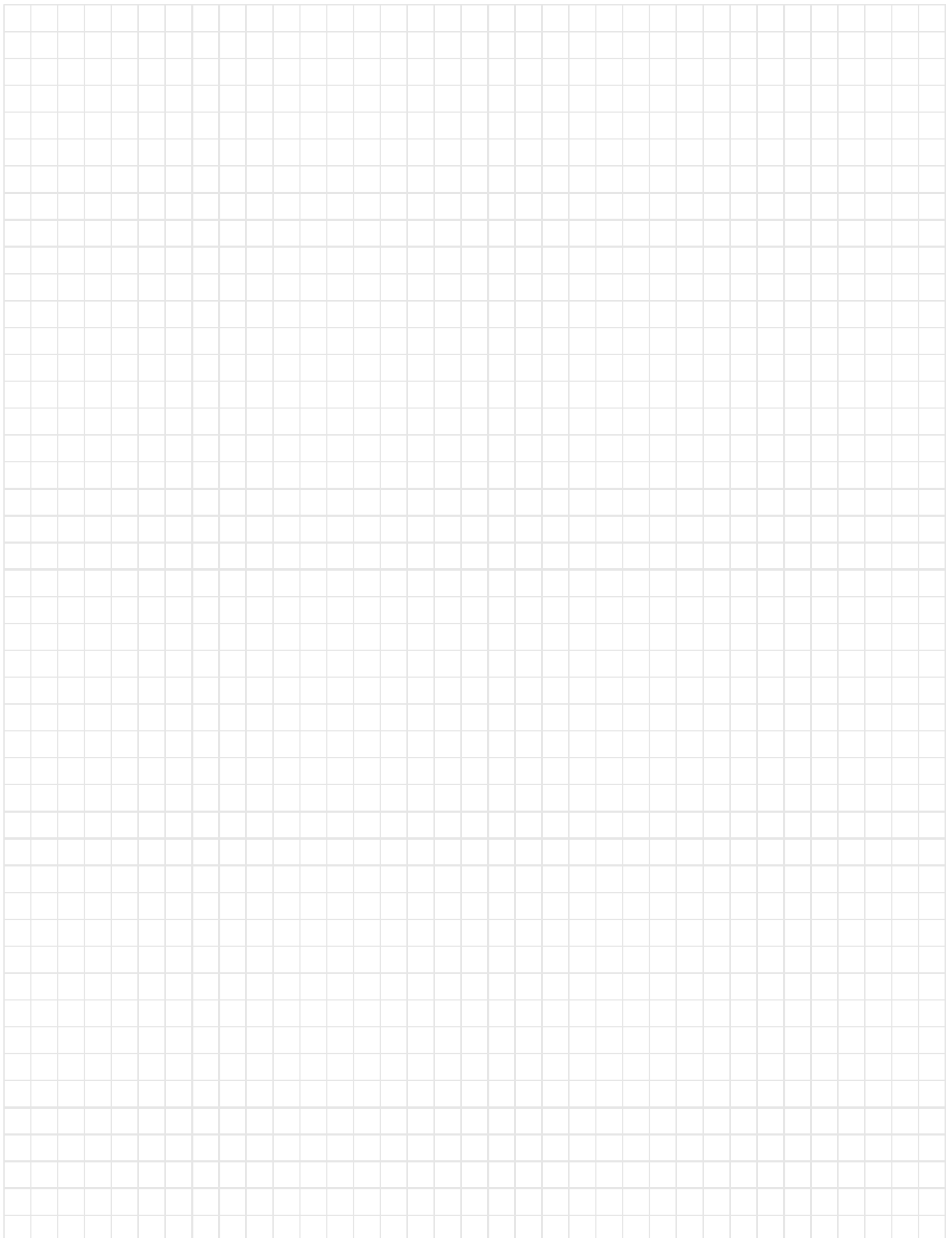
$\sum (c) \dots\dots\dots$ Punkte

$\sum \sum (a) - (c) \dots\dots\dots$ Punkte

Aufgabe 2 (16 Punkte):

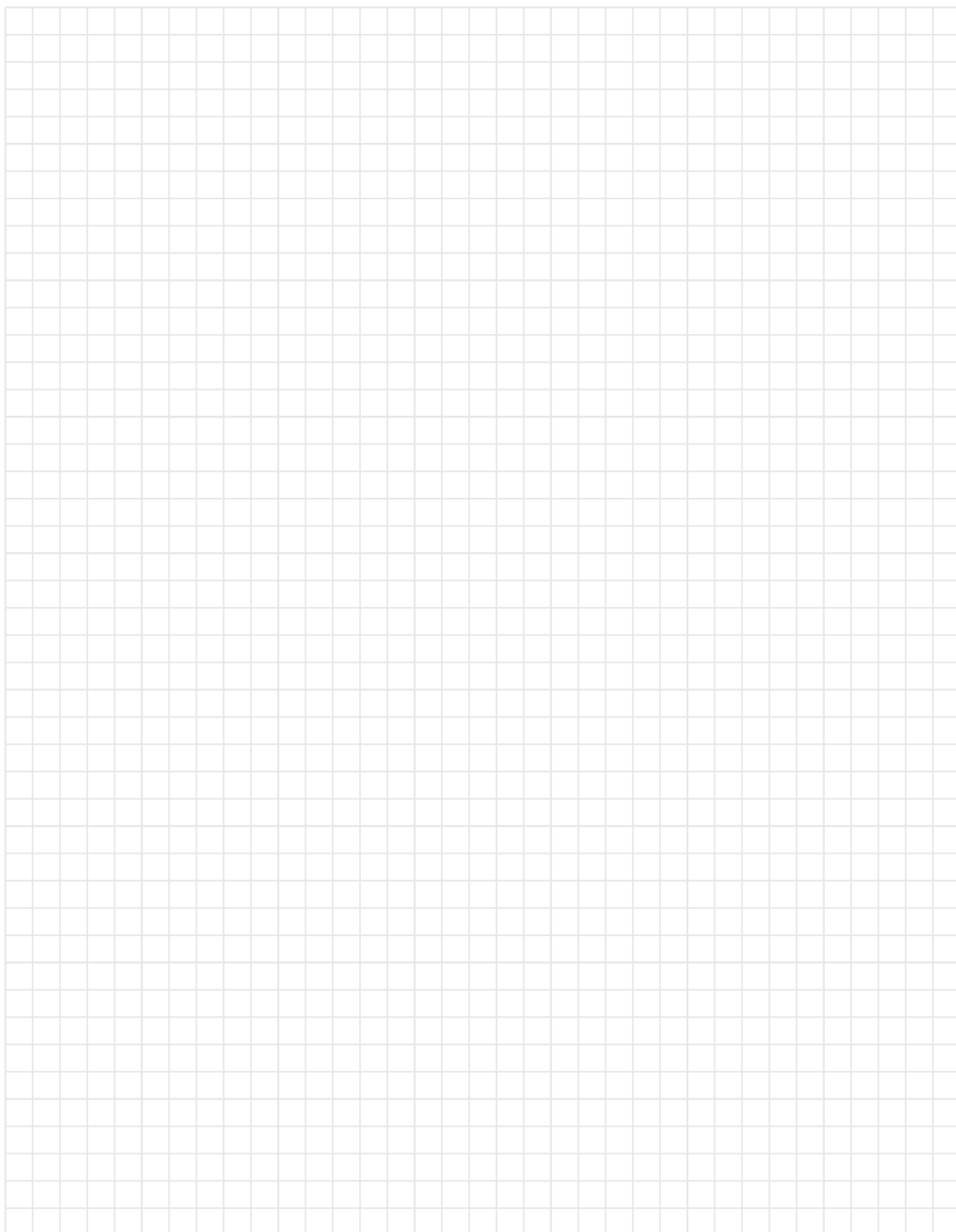
(a) Berechnen Sie in $\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}$.

$$\left(\frac{5^4}{7} - \frac{1}{3} + 1\right)^2$$



$\sum(a)$ Punkte

- (b) Bestimmen Sie unter Anwendung des erweiterten Euklidischen Algorithmus das multiplikative Inverse von 49 in $\mathbb{Z}/125\mathbb{Z}$. Begründen Sie zuvor ohne Rechnung, wieso 49 ein Inverses in $\mathbb{Z}/125\mathbb{Z}$ besitzt.



$\sum (b)$ Punkte

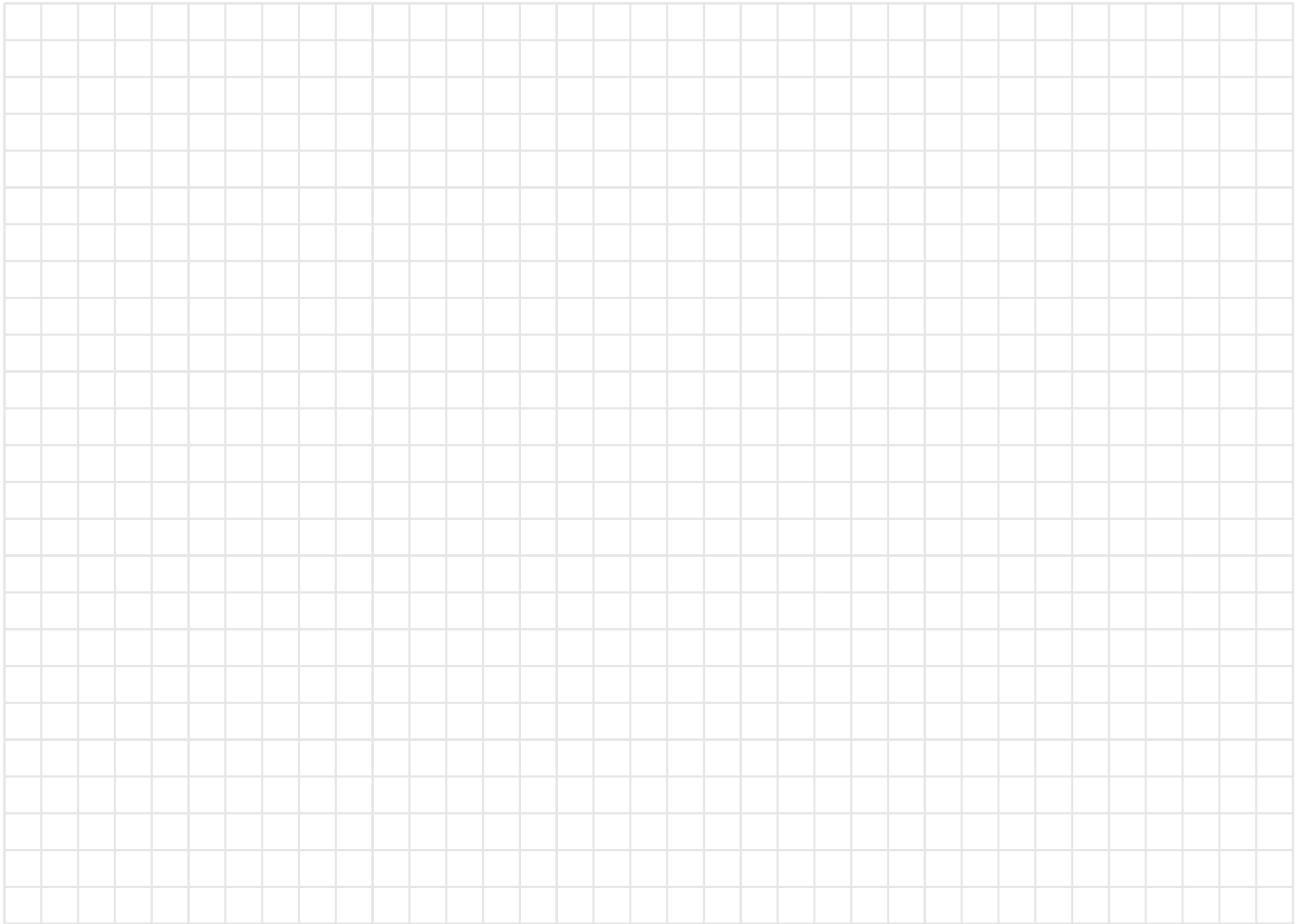
$\sum \sum (a) - (b)$ Punkte

Aufgabe 3 (14 Punkte):

Bestimmen Sie die Lösungsmengen folgender Gleichungen bzw. Ungleichungen.

(a)

$$\frac{1}{x^2 - x} + \frac{2}{x^2} = \frac{2}{x}$$

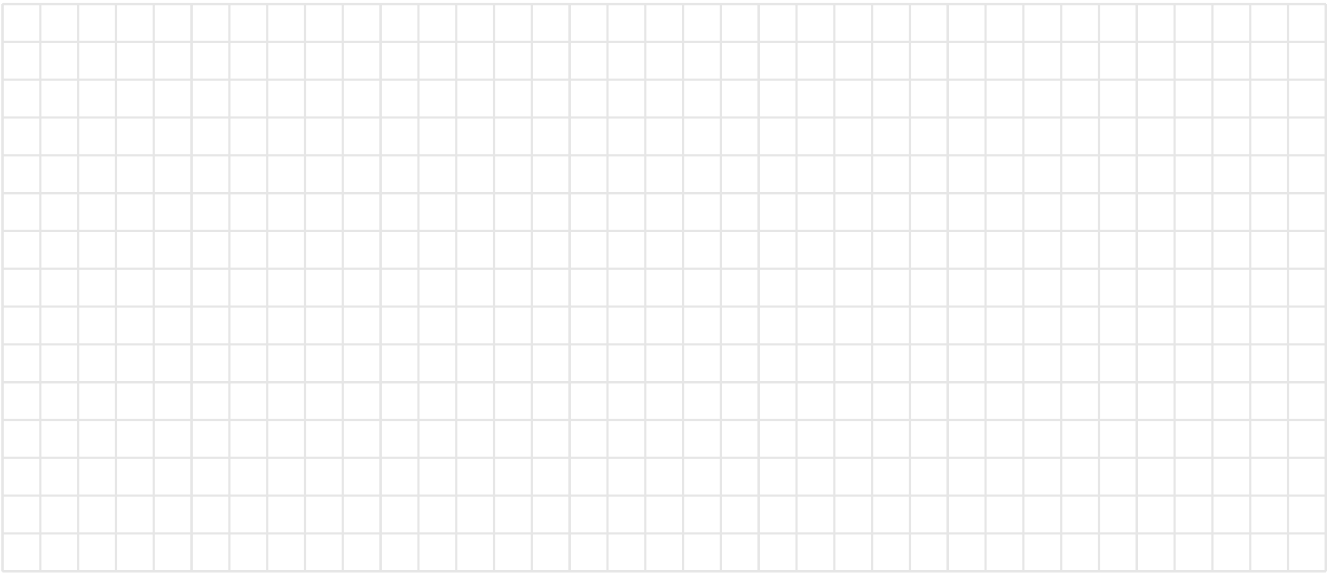


$\Sigma(a)$ Punkte

(b)

$$(x - 1)^2 > 7 - x$$





$\Sigma(b)$ Punkte

(c)

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{x-4} = 1$$



$\Sigma(c)$ Punkte

$\Sigma \Sigma(a) - (c)$ Punkte

Aufgabe 4 (17 Punkte):

Gegeben ist die gebrochenrationale Funktion

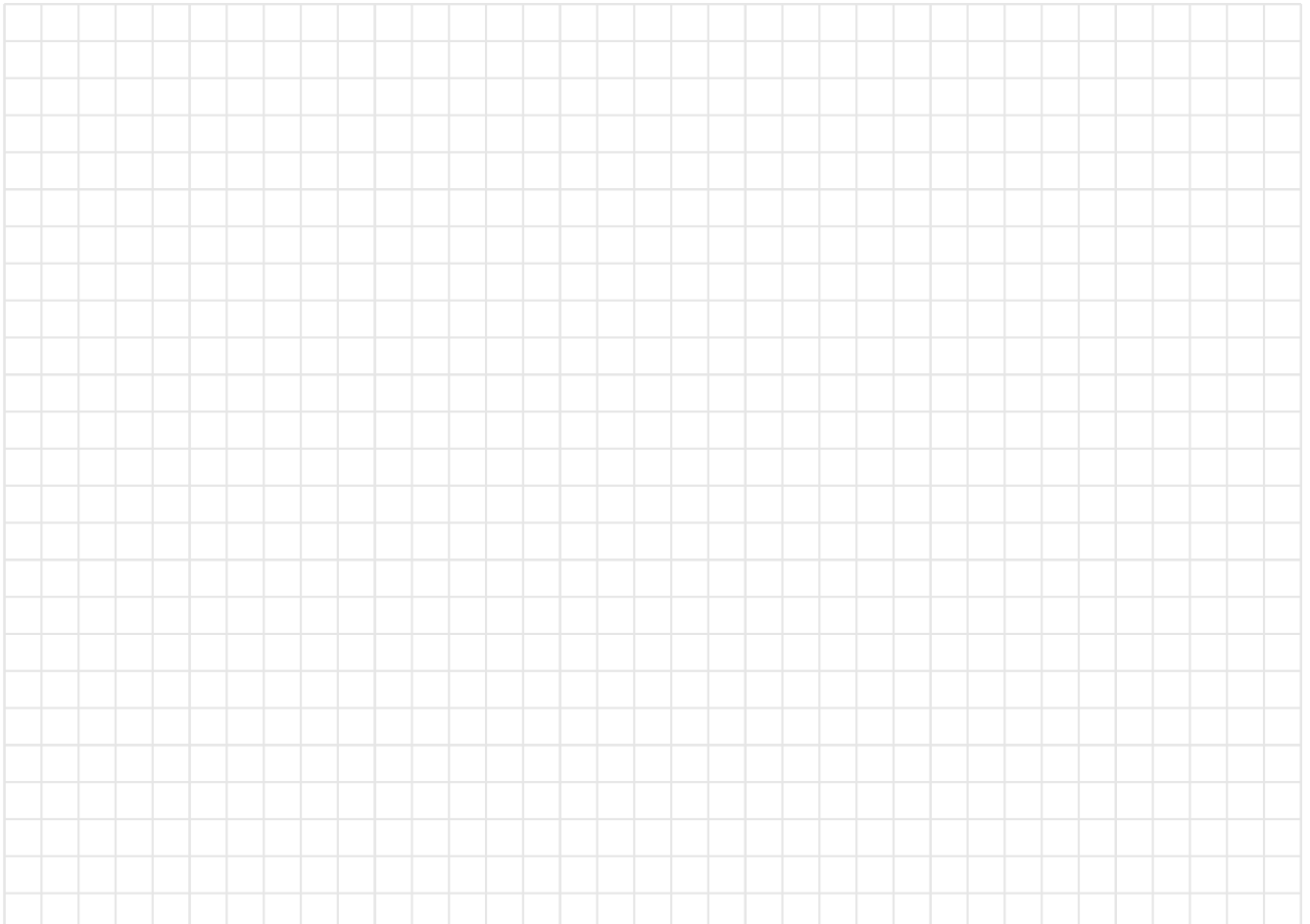
$$f(x) = \frac{x^3 - 7x^2 + 15x - 9}{x^2 - 9}.$$

- (a) Bestimmen Sie die Definitionslücken und den max. Definitionsbereich.



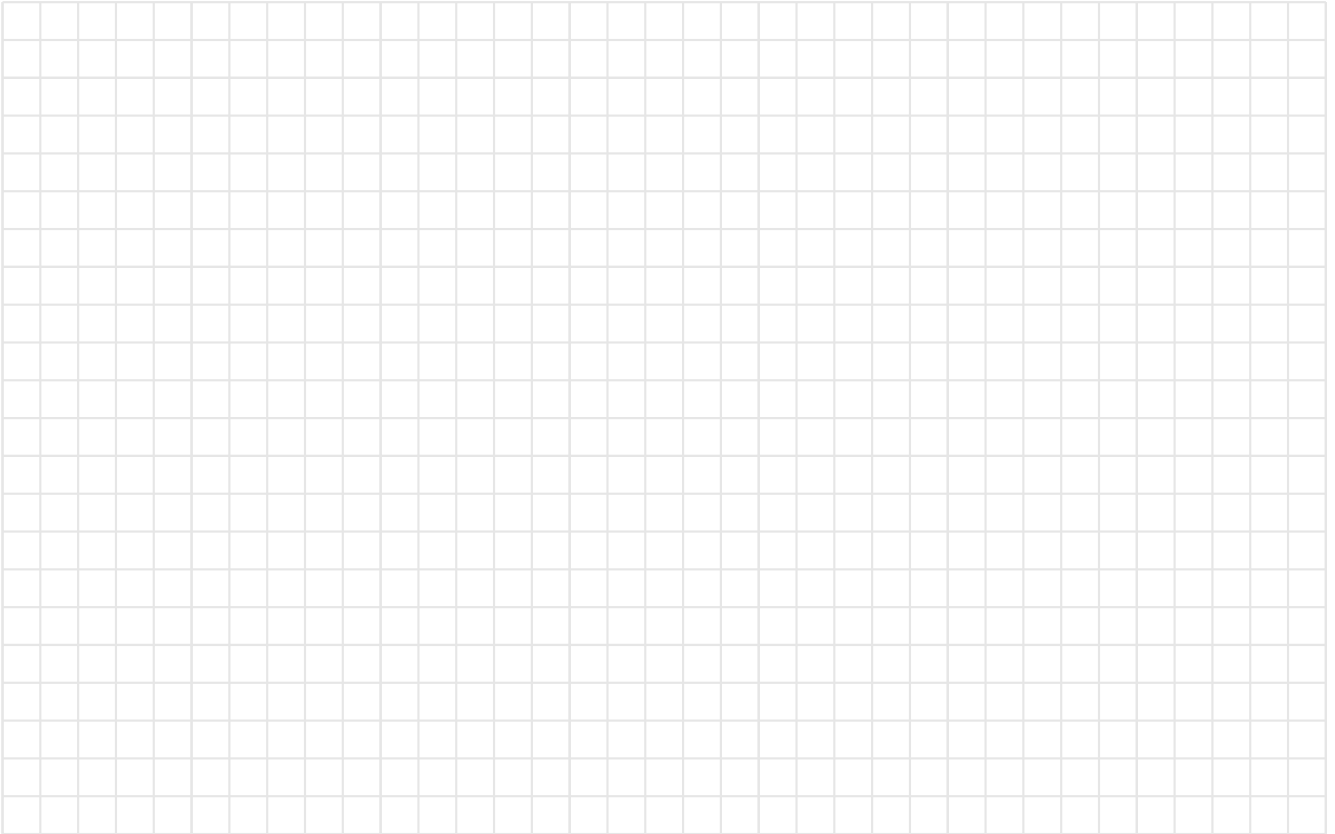
$\sum (a)$ Punkte

- (b) Bestimmen Sie die Nullstellen mit Vielfachheiten.



$\sum (b)$ Punkte

- (c) Bestimmen Sie die Pole mit entsprechender Ordnung und die hebbaren Definitionslücken.



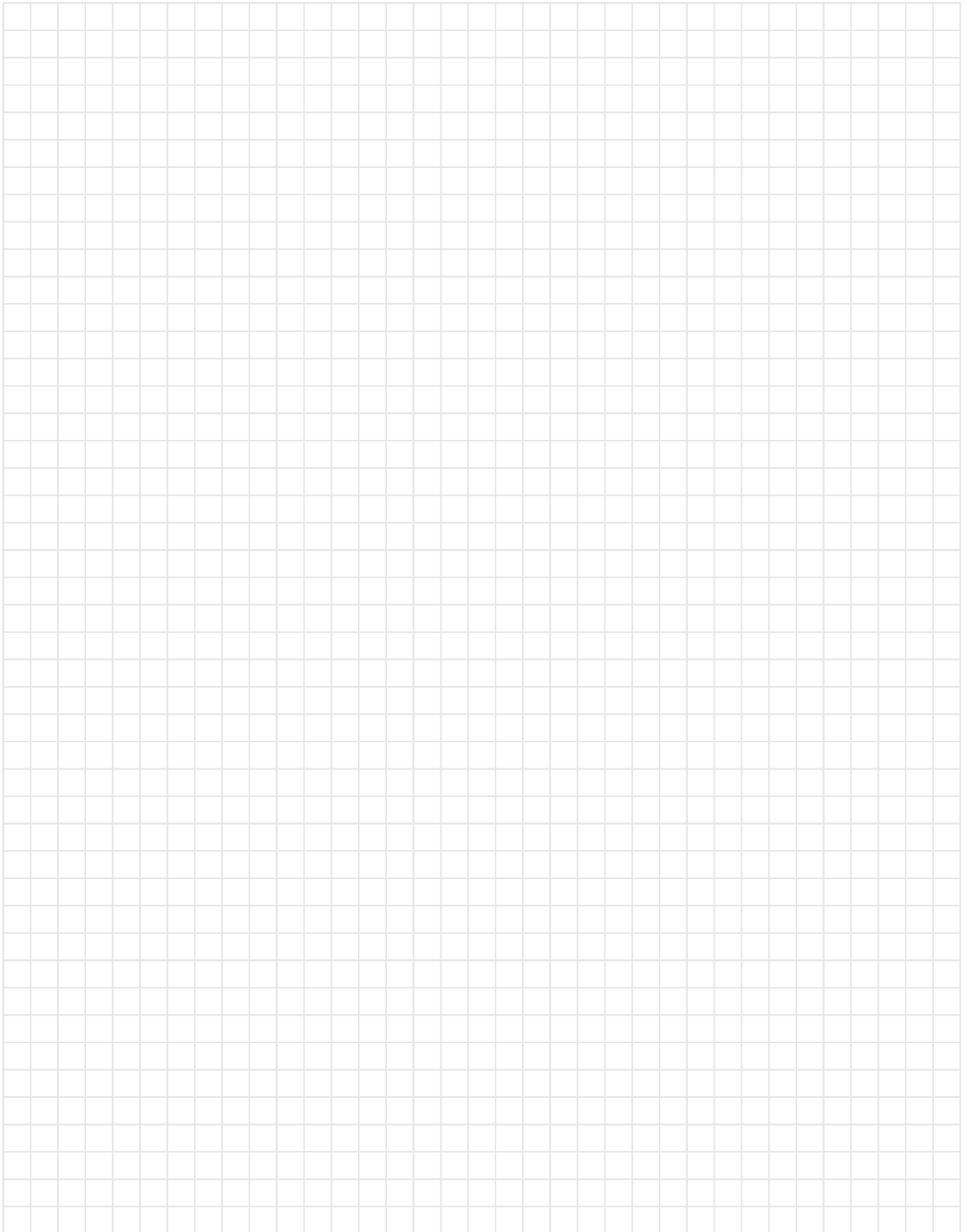
$\sum (c)$ Punkte

- (d) Berechnen Sie den Grenzwert $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$.



$\sum (d)$ Punkte

(e) Bestimmen Sie alle Asymptoten.



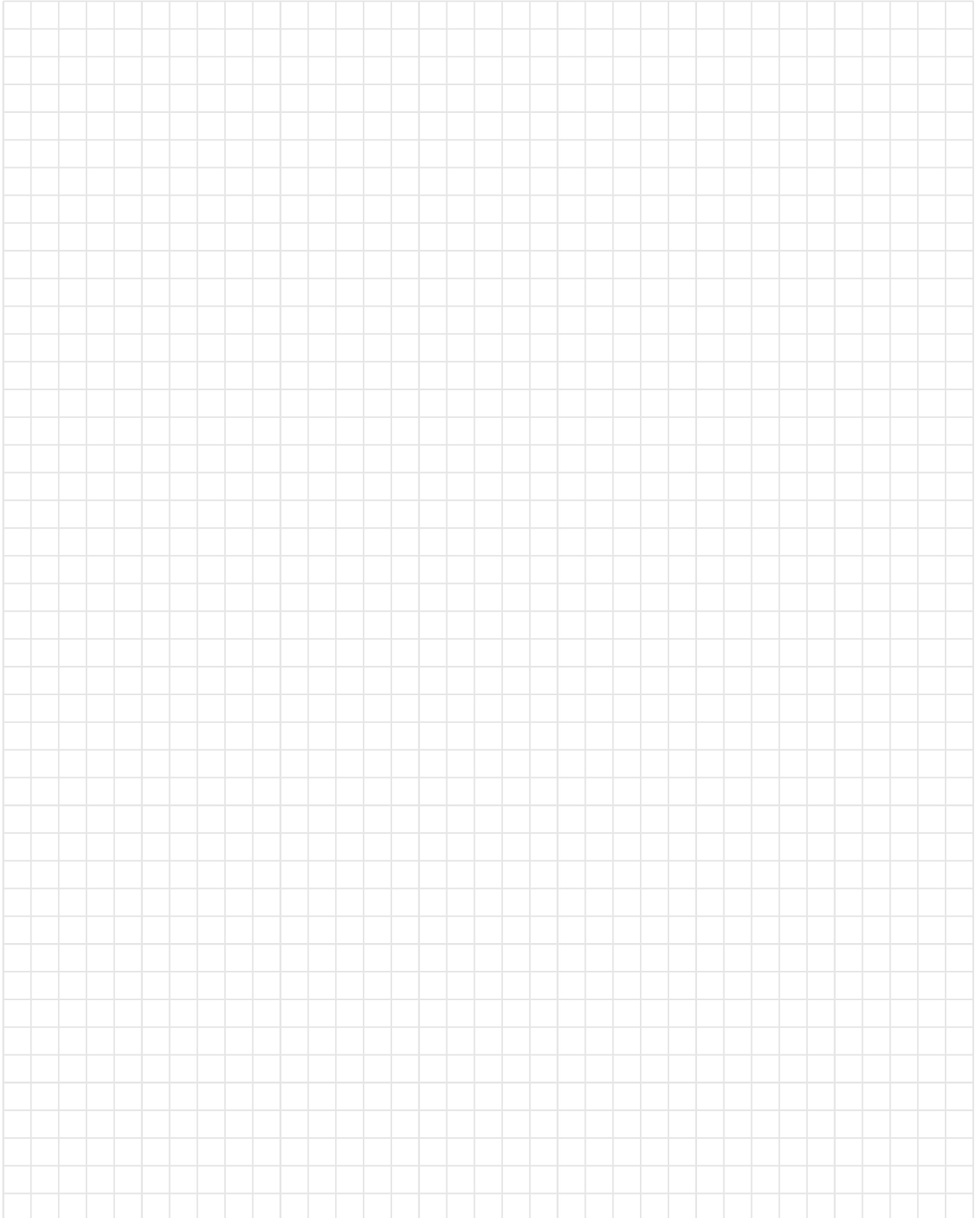
$\sum(e)$ Punkte

$\sum \sum(a) - (e)$ Punkte

Aufgabe 5 (13 Punkte):

- (a) Berechnen Sie folgendes unbestimmtes Integral.

$$I = \int \frac{x+1}{x^2-4x+4} dx$$

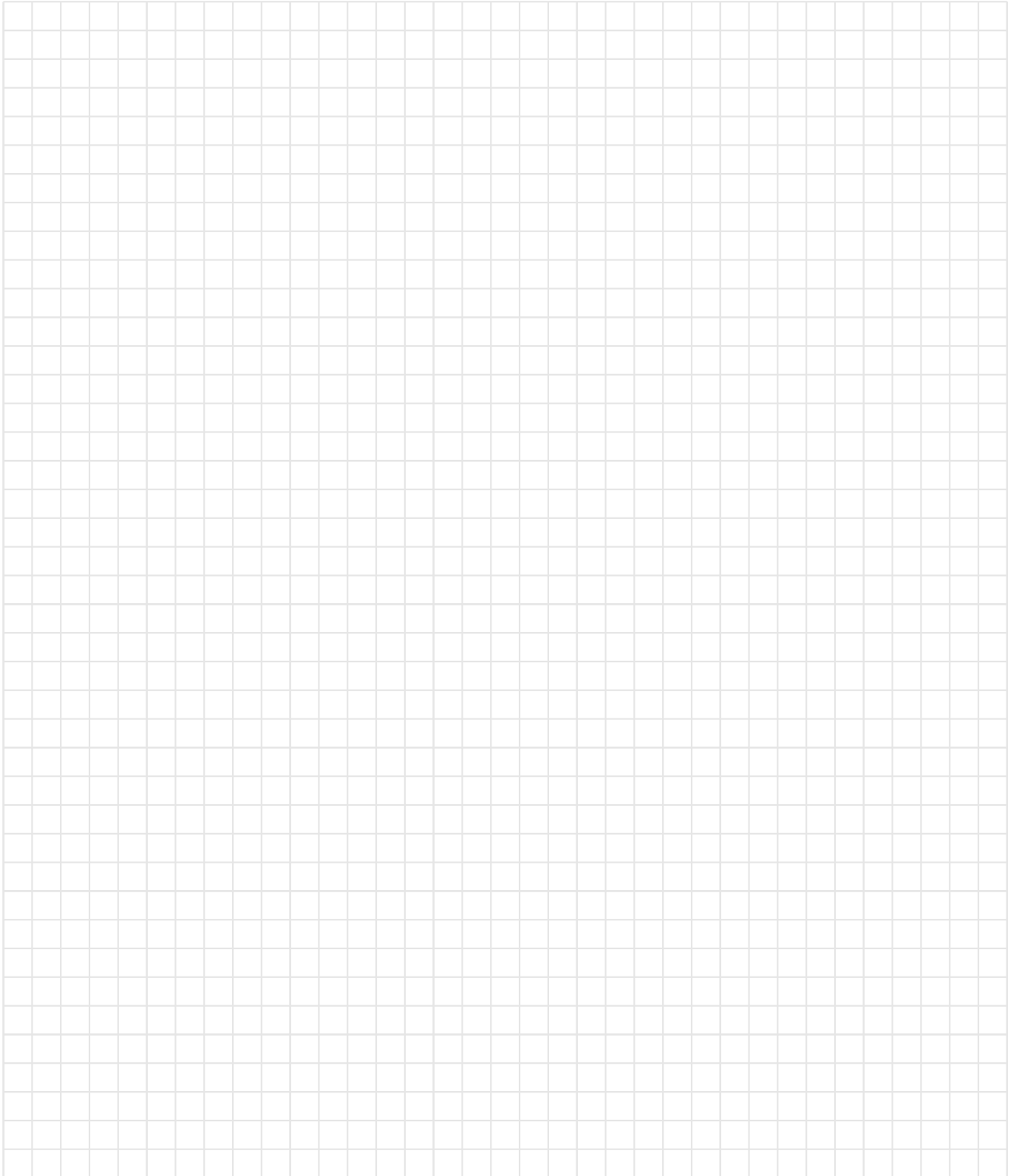


$\Sigma(a)$ Punkte

(b) Durch Rotation des Graphen der Funktion

$$g : [0, h] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{r}{h}x$$

um die x-Achse entsteht ein Rotationskörper. Skizzieren Sie den Körper in einem Koordinatensystem. Berechnen Sie das Volumen des Körpers durch Integration. Wie heißt dieser Körper?



$\sum (b)$ Punkte

$\sum \sum (a) - (b)$ Punkte