



Grundlagen der ET (3)

Gerald Kupris

24.10.2012

Wiederholung: Zweipole

Als einen Zweipol (auch Eintor oder Oneport genannt) bezeichnet man in der Elektrotechnik allgemein ein Bauelement oder eine Schaltung mit zwei „Anschlüssen“ (Klemmen). Die Erweiterung ist der Vierpol (Zweitor).

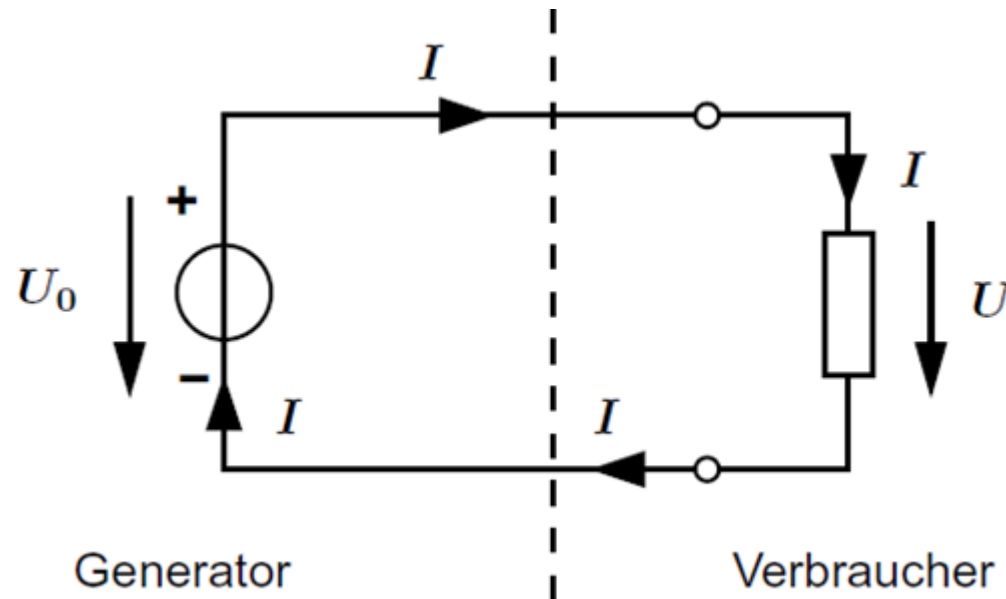
Passiver Zweipol: Der Zweipol gibt in keinem Betriebszustand elektrische Leistung über die Klemmen ab.

Aktiver Zweipol: Der Zweipol gibt (immer) Leistung über die Klemmen ab.

Wenn nur das Verhalten eines Zweipols und nicht sein exakter interner Aufbau von Interesse ist, kann dieser durch eine kompaktere Ersatzschaltung dargestellt werden. Die Ersatzschaltung besitzt dabei das gleiche Strom-Spannungs-Verhalten am Ausgang wie die ursprüngliche Schaltung.

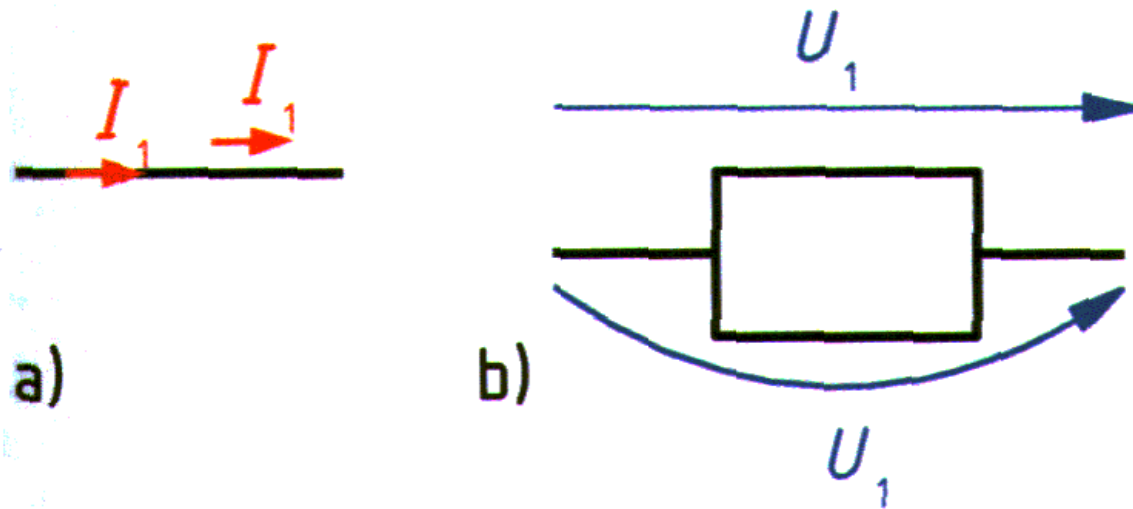
Richtungsregeln (Zählpfeile)

Den in einem elektrischen Stromkreis auftretenden Strömen und Spannungen werden Richtungen in Form von Zählpfeilen zugeordnet.



Die Zählpfeile von Strom und Spannung sind am Generator entgegengesetzt und am Verbraucher gleichgerichtet. Ansonsten kann die jeweilige Richtung beliebig angesetzt werden.

Zählpfeile



- a) für Strom
- b) für Spannung

Zählpfeilsysteme an Zweipolen

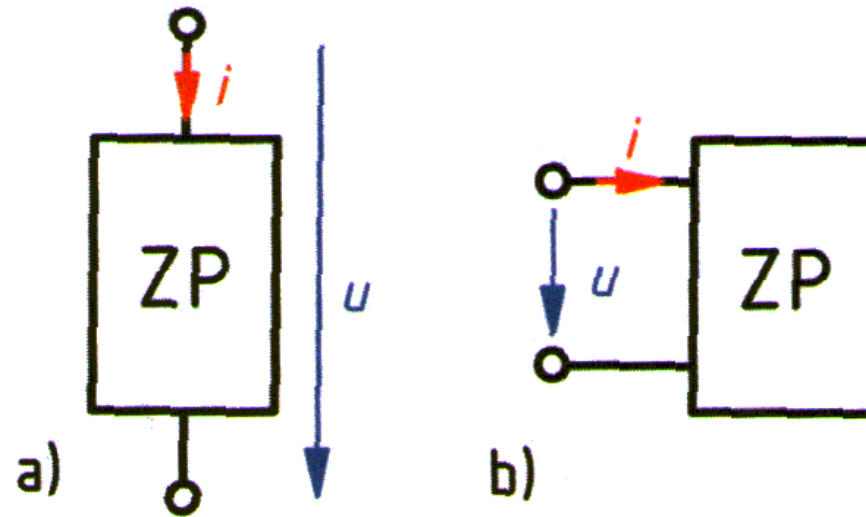
Bei einem Zweipol gibt es zwei prinzipiell unterschiedliche Möglichkeiten zur Anordnung der Zählpfeile für die Klemmengrößen zueinander.

Sind die Zählpfeile gleichgerichtet, nennt man dies Verbraucher-Zählpfeilsystem (VZS), sind sie entgegen gerichtet, nennt man dies Erzeuger-Zählpfeilsystem (EZS).

Sowohl an Verbrauchern als auch an Erzeugern dürfen beide Zählpfeilsysteme verwendet werden.

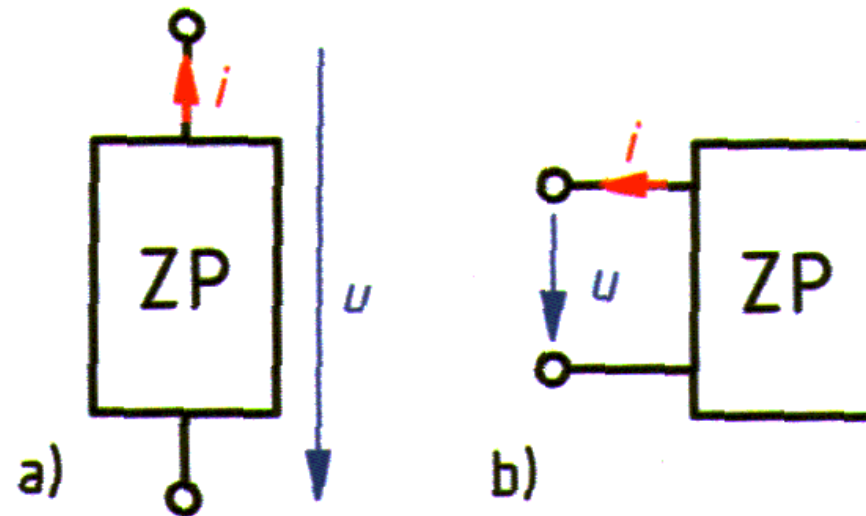
Bei einem unbekannten Zweipol lässt sich aus den Vorzeichen der Klemmengrößen und der Art des verwendeten Zählpfeilsystems eindeutig schließen, ob es sich um einen Verbraucher oder einen Erzeuger handelt.

Verbraucher-Zählpfeilsystem (VZS)



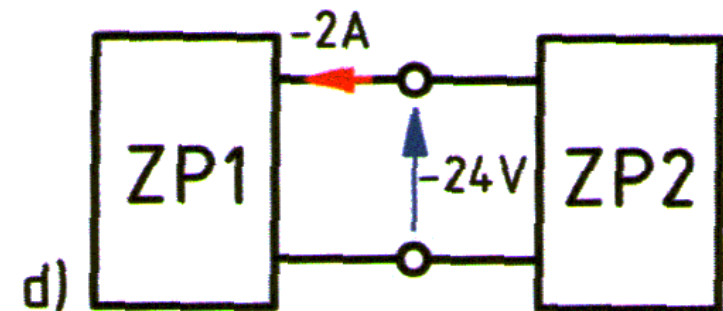
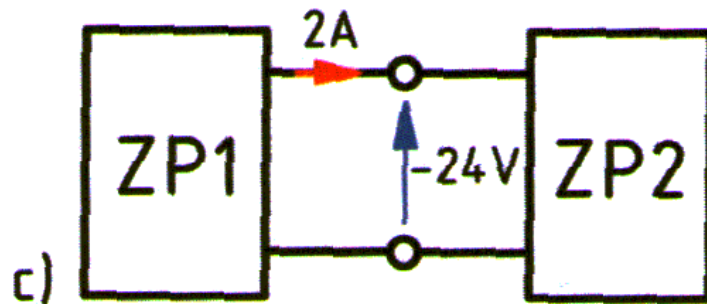
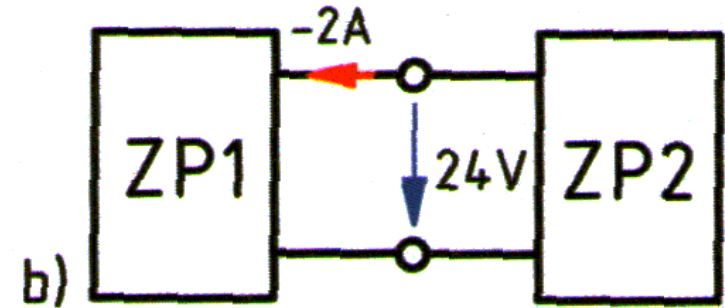
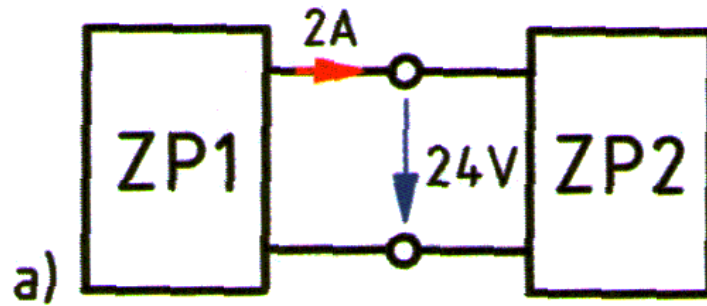
Bei einem Verbraucher haben die Klemmengrößen bei Verwendung des Verbraucher-Zählpfeilsystems immer gleiche Vorzeichen.

Erzeuger-Zählpfeilsystem (EZS)



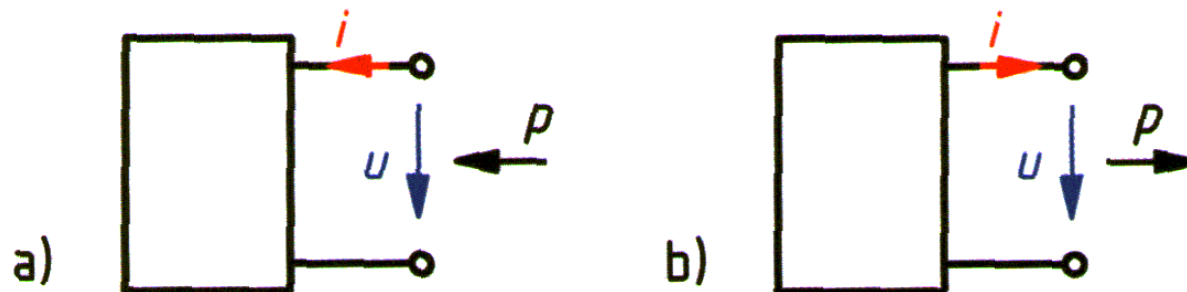
Bei einem Erzeuger haben die Klemmengrößen bei Verwendung des Erzeuger-Zählpfeilsystems immer gleiche Vorzeichen.

Verschiedene Anordnungen der Strom- und Spannungszählpfeile



Interpretation der berechneten Leistungen

$P = UI$	VZS am Zweipol	EZS am Zweipol
$P > 0$	Zweipol nimmt die Leistung P auf, wirkt also als Verbraucher	Zweipol gibt die Leistung P ab, wirkt also als Erzeuger
$P < 0$	Zweipol gibt die Leistung $ P $ ab, wirkt also als Erzeuger	Zweipol nimmt die Leistung $ P $ auf, wirkt also als Verbraucher



Die tatsächliche Richtung des Energiestroms ergibt sich aus der Richtung des Zählpfeils für P zusammen mit dem Vorzeichen von P (siehe Tabelle).

Wiederholung: Elektrische Quellen

Elektrische Quellen sind aktive Zweipole, die aufgrund ihres physikalischen Aufbaus elektrische Ladungen trennen können, wobei den Ladungsträgern elektrische Energie zugeführt wird.

In den nachfolgenden Abschnitten werden verschiedene Modelle für elektrische Quellen behandelt.

Die zunächst betrachteten idealen Quellen sind mathematisch sehr einfach beschreibbar. Eine ideale Quelle prägt der mit ihr verbundenen Schaltung über ihre Klemmen entweder eine bestimmte Spannung oder einen bestimmten Strom ein.

Eine solche eingeprägte Größe wird auch als Quellgröße bezeichnet und mit dem Index „q“ versehen. Ideale Quellen sind allerdings technisch nicht realisierbar.

Wiederholung: Ideale Spannungsquelle

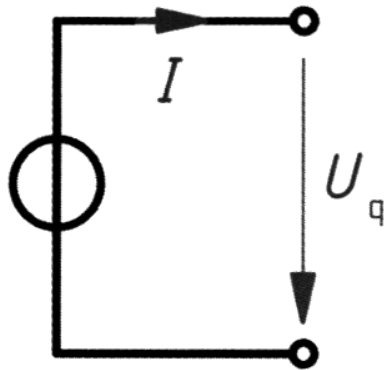
Eine ideale Spannungsquelle erzeugt eine bestimmte Potenzialdifferenz zwischen ihren Klemmen, die Quellenspannung U_q (Spannungseinspeisung).

Die Quellenspannung ist unabhängig vom Strom, der durch die Quelle fließt und kann positiv, null oder negativ sein.

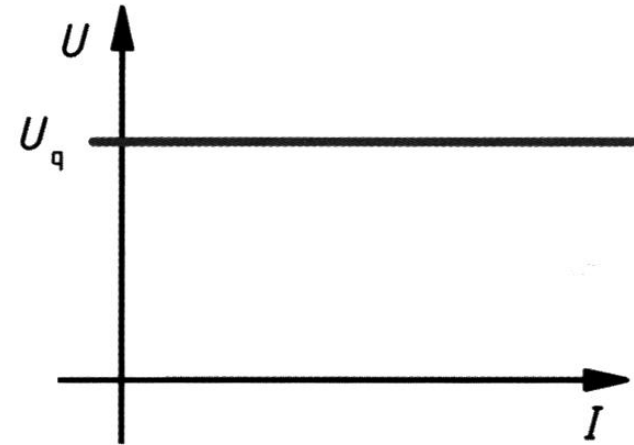
Eine ideale Spannungsquelle darf nicht im Kurzschluss (widerstandslose Verbindung der beiden Quellen) betrieben werden. Ein Kurzschluss würde gleiches Potenzial zwischen den Klemmen der Spannungsquelle erzwingen, was für $U_q \neq 0$ zu einem Widerspruch führen würde.

Ist die Polarität einer Spannungsquelle bekannt, so wird die Richtung ihres Spannungszählpfeils üblicherweise so gewählt, dass die Quellenspannung einen positiven Zahlenwert hat. Eine entgegengesetzte Wahl der Zählpfeilrichtung ist aber nicht falsch.

Wiederholung: Ideale Spannungsquelle



U und I im Erzeuger-Zählpfeilsystem (EZS) an einer idealen Spannungsquelle



Strom-Spannungs-Kennlinie $U(I)$ einer idealen Spannungsquelle für $U_q > 0$

Das Modell der idealen Quelle ist in der Lage, sowohl als Erzeuger als auch als Verbraucher zu wirken, was bei realen Quellen nicht der Fall ist.

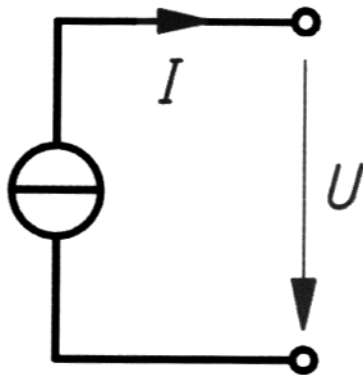
Wiederholung: Ideale Stromquelle

Eine ideale Stromquelle treibt unabhängig von ihrer äußeren Beschaltung durch ihre Klemmen einen bestimmten Quellenstrom I_q (Stromeinspeisung).

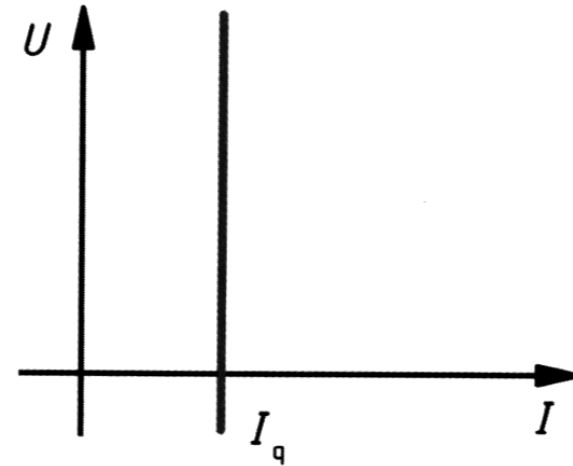
Der Quellenstrom kann positiv, null oder negativ sein. Eine ideale Stromquelle darf nicht im Leerlauf (keine leitfähige Verbindung zwischen den Klemmen) betrieben werden., da dann der durch die Quelle eingeprägte Strom nicht fließen könnte, was für $I_q \neq 0$ zu einem Widerspruch führen würde.

Ist die Polarität einer Stromquelle bekannt, so wird die Richtung ihres Stromzählpfeiles üblicherweise so gewählt, dass ihr Quellenstrom einen positiven Zahlenwert hat.

Wiederholung: Ideale Stromquelle



U und I im Erzeuger-Zählpfeilsystem (EZS) an einer idealen Stromquelle



Strom-Spannungs-Kennlinie $U(I)$ einer idealen Stromquelle für $I_q > 0$

Das Modell der idealen Quelle ist in der Lage, sowohl als Erzeuger als auch als Verbraucher zu wirken, was bei realen Quellen nicht der Fall ist.

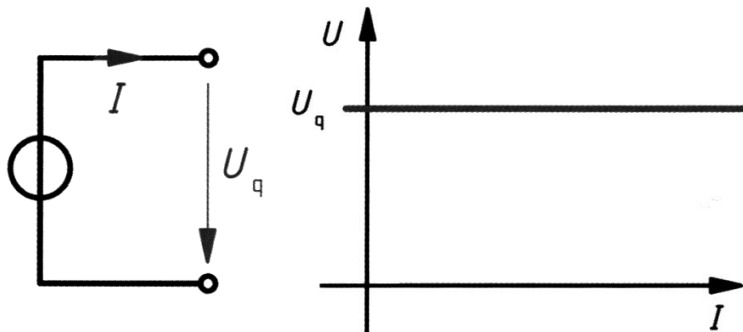
Zusammenfassung: Ideale Elektrische Quellen

Ideale Spannungsquelle

Quellenspannung $U_q = \text{const.}$

U_q unabhängig vom Strom

nicht im Kurzschluss betreiben!

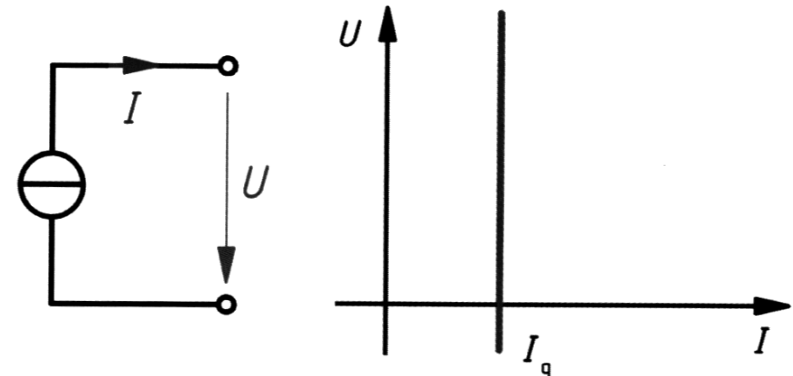


Ideale Stromquelle

Quellenstrom $I_q = \text{const.}$

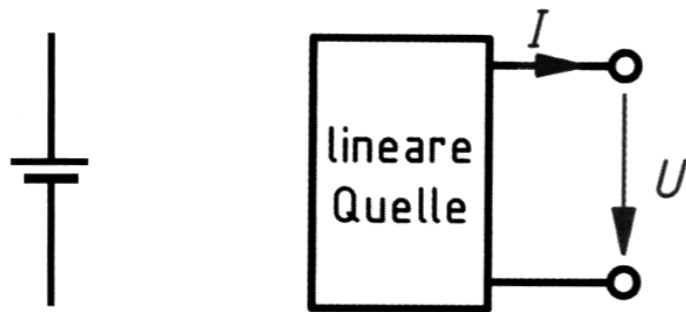
I_q unabhängig von der Beschaltung

nicht im Leerlauf betreiben!

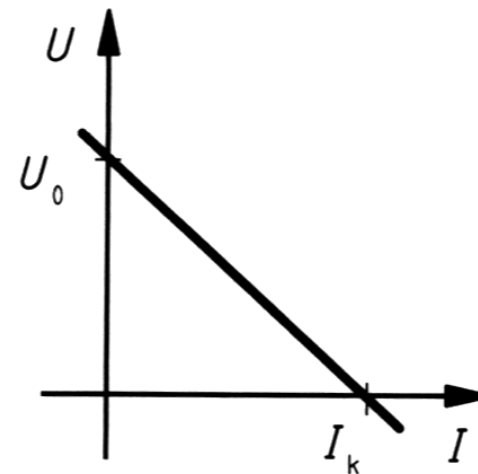


Wiederholung: Allgemeine Lineare Quelle

Merkmal linearer Quellen ist die lineare Abhängigkeit zwischen Klemmstrom und Klemmspannung.



Lineare Quelle mit Zählpfeilen



Kennlinie einer linearen Quelle

Zwei besondere Arbeitspunkte einer linearen Quelle sind:

- Leerlauf (Klemmen offen): $I = 0$ $U = U_0$ (Leerlaufspannung)
- Kurzschluss (Klemmen kurzgeschlossen): $U = 0$ $I = I_k$ (Kurzschlussstrom)

Lineare Quelle

Die Strom-Spannungs-Kennlinie $U(I)$ lässt sich bei jeder linearen Quelle durch folgende lineare Funktion beschreiben:

$$U(I) = U_0 - \frac{U_0}{I_k} \cdot I$$

mit den festen Werten U_0 und I_k . Das elektrische Verhalten einer linearen Quelle wird bei gegebenen Zählpfeilen also vollständig durch die zwei Parameter Leerlaufspannung und Kurzschlussstrom charakterisiert.

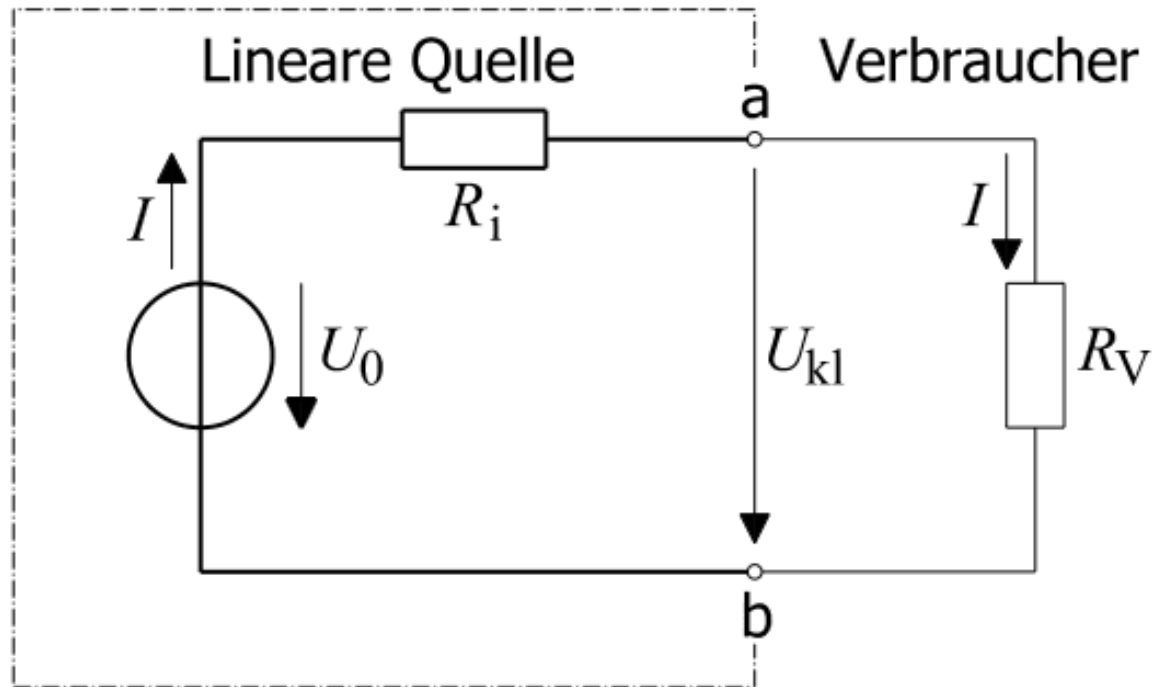
Die Kenngröße U_0 / I_k hat die Dimension eines Widerstandes und wird Innenwiderstand R_i der linearen Quelle genannt:

$$R_i = \frac{U_0}{I_k}$$

Daraus ergibt sich:

$$U(I) = U_0 - R_i \cdot I$$

Schaltbild einer Linearen Quelle mit Verbraucher



$$U_q = U_i + U_a$$

$$U_0 = U_i + U_{kl}$$

$$U_q = I \cdot (R_i + R_a)$$

$$U_q = I \cdot (R_i + R_V)$$

$$I = \frac{U_q}{R_i + R_a}$$

Lineare Quelle

Der Kehrwert des Innenwiderstandes wird als Innenleitwert der linearen Quelle bezeichnet.

$$G_i = \frac{1}{R_i}$$

Es ergibt sich:

$$I(U) = \frac{U_0}{R_i} - \frac{U}{R_i}$$

Daraus ergibt sich die lineare Gleichung, die mit den zwei Parametern Kurzschlussstrom I_k und Innenleitwert G_i das Klemmenverhalten einer linearen Quelle beschreibt.

$$I(U) = I_k - G_i \cdot U$$

Gleichwertigkeit linearer Quellen

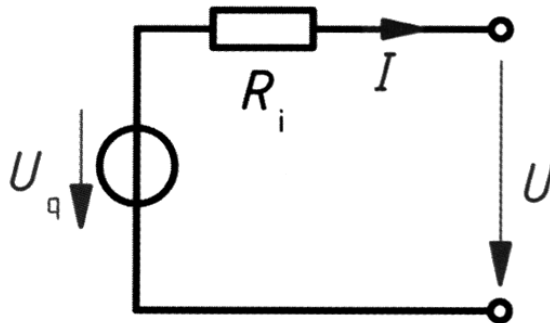
$$U(I) = U_0 - R_i \cdot I$$

$$I(U) = I_k - G_i \cdot U$$

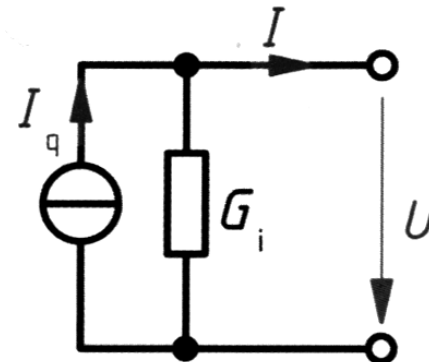


$$U = U_q - R_i I$$

$$I = I_q - G_i U$$



lineare Spannungsquelle



lineare Stromquelle

$$U_q = I_q R_i$$

$$R_i = 1 / G_i$$

Grenzfälle linearer Quellen

Eine lineare Spannungsquelle mit $R_i = 0$ verhält sich wie eine ideale Spannungsquelle.

Eine lineare Stromquelle mit $G_i = 0$, also $R_i = 1 / G_i \rightarrow \infty$ verhält sich wie eine ideale Stromquelle.

Eine lineare Spannungsquelle mit $U_q = 0$ („deaktivierte Quelle“) verhält sich wie ein Ohmscher Widerstand R_i .

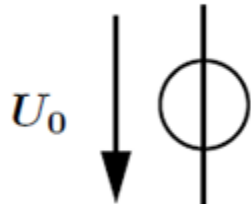
Eine lineare Stromquelle mit $I_q = 0$ („deaktivierte Quelle“) verhält sich wie ein Ohmscher Leitwert G_i bzw wie ein Ohmscher Widerstand $R_i = 1 / G_i$.

Ideale Zweipolquellen

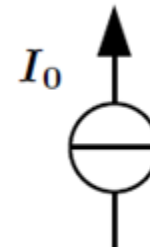


Eine **ideale Spannungsquelle** liefert bei jeder Belastung immer dieselbe Spannung $U_0 = \text{const.}$ und hat einen verschwindenden Innenwiderstand. Eine **ideale Stromquelle** liefert bei jeder Belastung immer denselben Strom $I_0 = \text{const.}$ und hat einen unendlich großen Innenwiderstand.

Schaltsymbole:



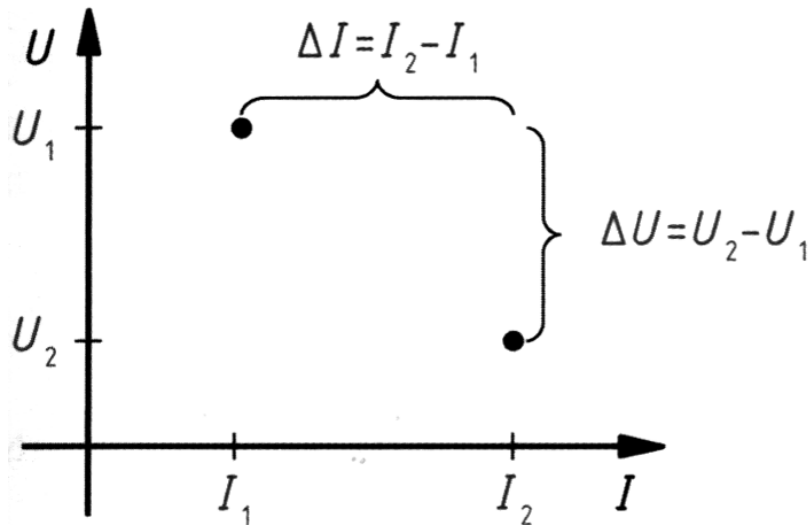
ideale Spannungsquelle



ideale Stromquelle

Eine ideale Spannungsquelle würde also beliebig hohe Ströme und eine ideale Stromquelle beliebig hohe Spannung liefern können, was bei realen Zweipolquellen natürlich nicht der Fall ist.

Bestimmung des Innenwiderstandes



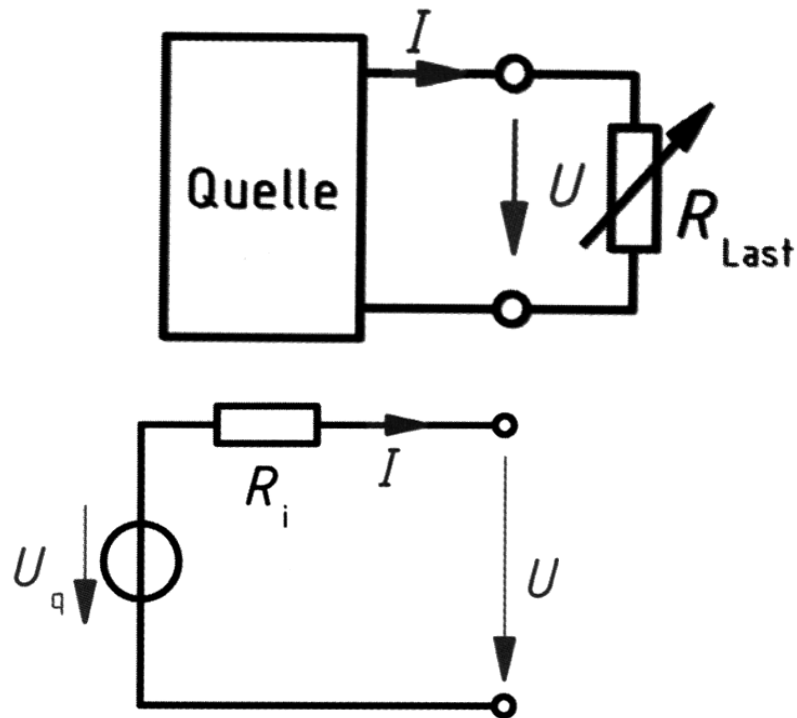
Bestimmung der Kennlinie
einer linearen Quelle aus
zwei Messpunkten

$$R_i = -\frac{\Delta U}{\Delta I} = -\frac{U_2 - U_1}{I_2 - I_1}$$

$$U_1 = U_0 - R_i I_1$$

$$U_2 = U_0 - R_i I_2$$

Unverzweigter Gleichstromkreis



Der Arbeitspunkt, der sich bei der Zusammenschaltung einer Quelle und einer Last ergibt, muss sowohl auf der Quellenkennlinie als auch auf der Lastkennlinie liegen.

Bestimmung des Arbeitspunktes

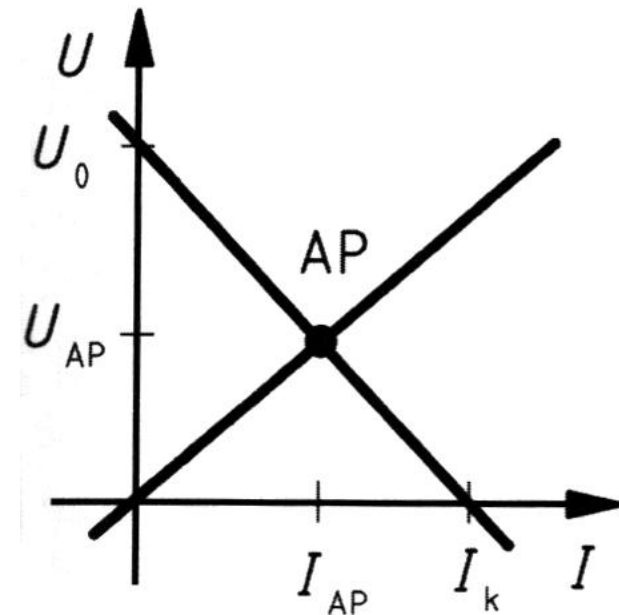
Der Arbeitspunkt, der sich bei der Zusammenschaltung einer Quelle und einer Last ergibt, muss sowohl auf der Quellenkennlinie als auch auf der Lastkennlinie liegen.

$$U(I) = U_0 - R_i \cdot I$$

$$U_L(I) = R_L \cdot I$$

$$I_{AP} = \frac{U_0}{R_i + R_L}$$

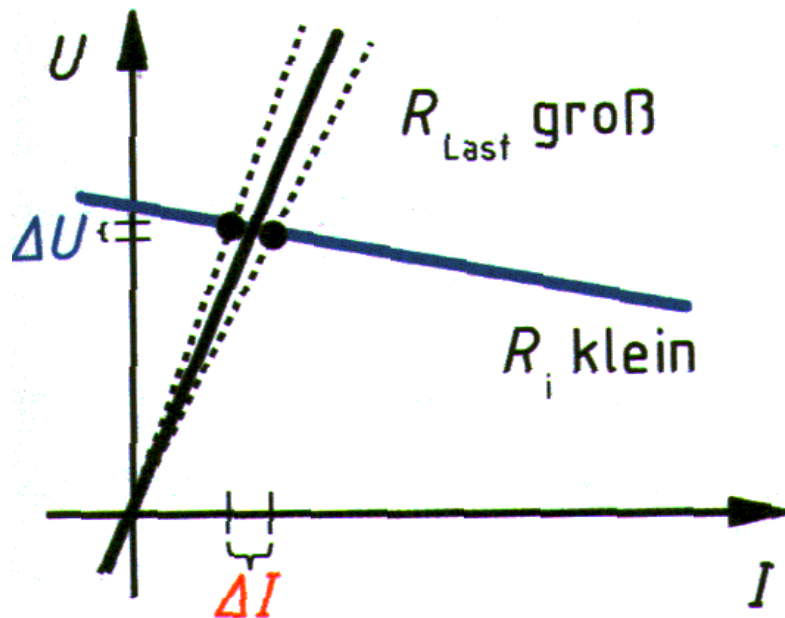
$$U_{AP} = \frac{U_0 \cdot R_L}{R_i + R_L}$$



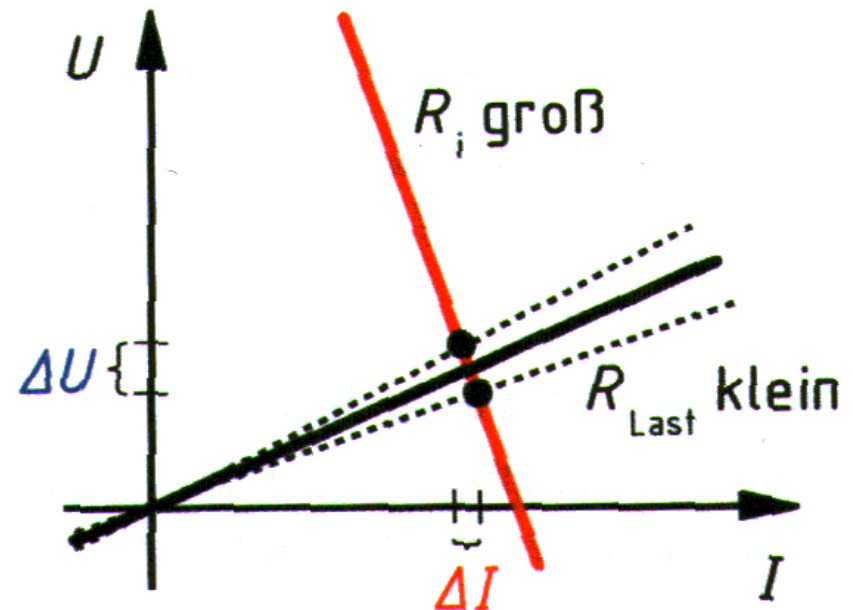
Beispielaufgaben

1. Eine Taschenlampenbatterie (Quellenspannung 4,5 V) liefert bei Kurzschluss einen Strom von 5 A. Wie groß ist der Innenwiderstand?
2. Beim Anschluss eines 4,5 V / 2 W Lämpchens beträgt die Klemmenspannung einer Taschenlampenbatterie 4,3 V. Welchen Innenwiderstand hat die Batterie bei einer Quellenspannung von 4,5 V ?
3. Welchen Strom würde ein Bleiakkumulator mit einer Quellenspannung von 4 V und einem Innenwiderstand von 5 mΩ bei einem vollständigen Kurzschluss liefern?
4. Durch eine Spannungsquelle fließt bei der Klemmenspannung von 16,5 V ein Strom von 2,5 A. Bei Kurzschluss fließen 25 A. Wie groß sind Quellenspannung und Innenwiderstand?

Elektrische Quellen an unterschiedlichen Lastwiderständen



Lineare Spannungsquelle an großem Lastwiderstand

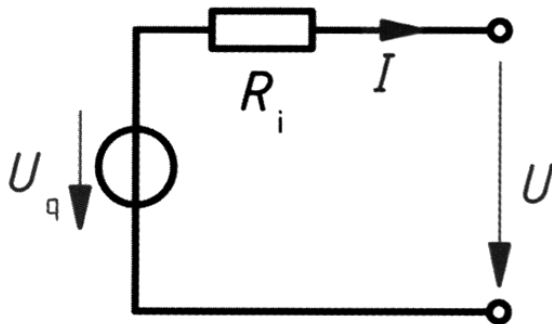


Lineare Stromquelle an kleinem Lastwiderstand

Auswahl Elektrischer Quellen

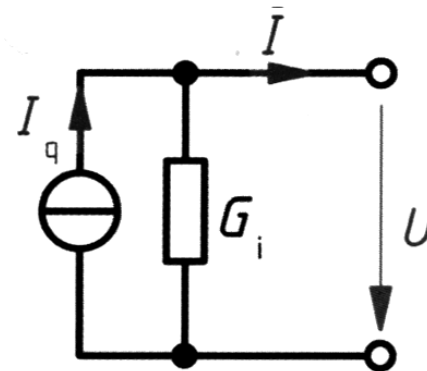
Ist der Lastwiderstand viel größer als der Innenwiderstand der Quelle, wählt man das Modell der linearen Spannungsquelle, da sich bei kleinen Änderungen des Lastwiderstandes die Klemmenspannung U nur wenig ändert.

Die Quelle verhält sich näherungsweise wie eine ideale Spannungsquelle.

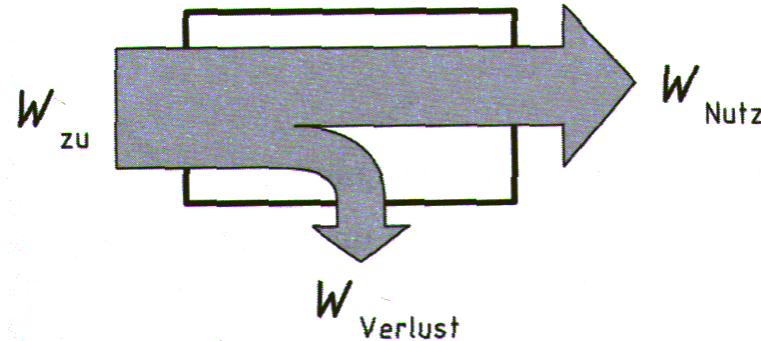


Für $R_{\text{Last}} \ll R_i$ wählt man in der Regel das Modell der linearen Stromquelle, da sich bei kleinen Änderungen des Lastwiderstandes der Klemmenstrom nur wenig ändert.

Die Quelle verhält sich näherungsweise wie eine ideale Stromquelle.



Verluste und Wirkungsgrad



Maß für die Effizienz
der Energieumwandlung

Wirkungsgrad:

energetischer
Wirkungsgrad:

$$W_{\text{zu}} = W_{\text{Nutz}} + W_{\text{Verlust}}$$

$$P_{\text{zu}} = P_{\text{Nutz}} + P_{\text{Verlust}}$$

$$\eta = \frac{P_{\text{Nutz}}}{P_{\text{zu}}} = \frac{P_{\text{zu}} - P_{\text{Verlust}}}{P_{\text{zu}}} = 1 - \frac{P_{\text{Verlust}}}{P_{\text{zu}}}$$

$$\eta_W = \frac{W_{\text{Nutz}}}{W_{\text{zu}}}$$

Elektrische Leistung und Energie

Im stationären Zustand (konstanter Stromfluß) wird die von der Batterie gelieferte Leistung im Verbraucher (Lastwiderstand) in Wärme umgesetzt.

$$P = U \cdot I$$

Leistung:

$$P = R \cdot I^2$$

$$[1\text{W} = 1\text{V} \cdot 1\text{A}]$$

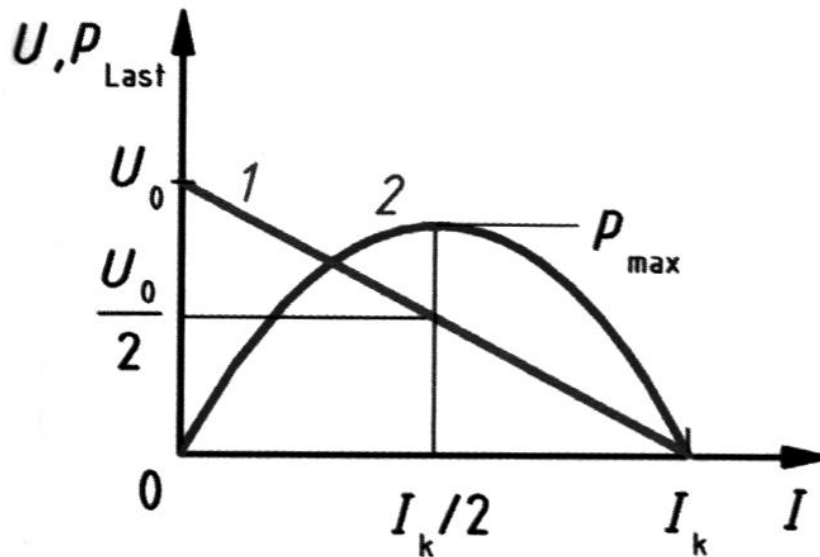
$$P = \frac{U^2}{R}$$

Energie:

$$W = P \cdot t = U \cdot I \cdot t$$

$$[1\text{J} = 1\text{Ws} = 1\text{W} \cdot 1\text{s}]$$

Maximale Leistung am Lastwiderstand



$$R_{\text{Last}} = \frac{U_{\text{Pmax}}}{I_{\text{Pmax}}}$$

$$P_{\text{Last}} = U I = (U_0 - R_i I) I = U_0 I - R_i I^2$$

$$\frac{d}{dI} P_{\text{Last}}(I) = U_0 - R_i 2I = 0$$

$$I = \frac{U_0}{2 R_i} = \frac{1}{2} I_k$$

$$U = U_0 - R_i \frac{U_0}{2 R_i} = \frac{U_0}{2}$$

$$P_{\text{max}} = \frac{U_0}{2} \cdot \frac{I_k}{2} = \frac{1}{4} U_0 I_k$$

Leistungsanpassung

$$P_{\max} = \frac{U_0}{2} \cdot \frac{I_k}{2} = \frac{1}{4} U_0 I_k$$

$$R_{\text{Last}} = \frac{0,5 U_0}{0,5 I_K} = \frac{U_0}{I_k}$$

$$R_{\text{Last}} = R_i$$

Eine lineare Quelle gibt die maximale Leistung ab, wenn der Wert des Lastwiderstandes gleich dem Innenwiderstand der Quelle ist.

$$P_{\text{zu}} = U_0 \cdot \frac{1}{2} I_k$$
$$\eta = \frac{P_{\text{Nutz}}}{P_{\text{zu}}} = \frac{\frac{1}{4} U_0 I_k}{\frac{1}{2} U_0 I_k} = 0,5 = 50\%$$

Extremfälle der Leistungsabgabe

Bei **Leerlauf** wird in der linearen Spannungsquelle keine Leistung umgesetzt, da kein Strom fließt. Dieser Betriebsfall ist der energetisch günstigste.

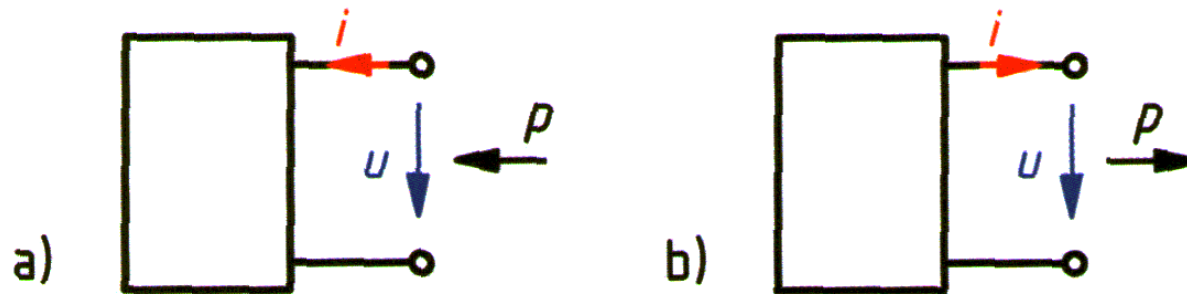
Bei **Leerlauf** muss in einer linearen Stromquelle der gesamte Querstrom I_q durch den Innenwiderstand R_i fließen. Dieser Betriebsfall ist der energetisch ungünstigste.

Bei **Kurzschluss** einer linearen Spannungsquelle fließt durch die Quelle der Kurzschlussstrom U_q/R_i . Das ist der energetisch ungünstigste Betriebsfall.

Bei **Kurzschluss** einer linearen Stromquelle fließt der gesamte Quellenstrom durch den Kurzschluss. Dieser Betriebsfall ist - auch wenn es zunächst paradox klingen mag - der energetisch günstigste.

Interpretation der berechneten Leistungen

$P = UI$	VZS am Zweipol	EZS am Zweipol
$P > 0$	Zweipol nimmt die Leistung P auf, wirkt also als Verbraucher	Zweipol gibt die Leistung P ab, wirkt also als Erzeuger
$P < 0$	Zweipol gibt die Leistung $ P $ ab, wirkt also als Erzeuger	Zweipol nimmt die Leistung $ P $ auf, wirkt also als Verbraucher



Die tatsächliche Richtung des Energiestroms ergibt sich aus der Richtung des Zählpfeils für P zusammen mit dem Vorzeichen von P (siehe Tabelle).

Aufgaben

1. Eine Kühltasche zum Anschluss an das 12 V Boardnetz von PKWs nimmt einen Strom von 4 A auf. Wie groß ist die von der Kühltasche innerhalb von 8 Stunden aufgenommene elektrische Energie?
2. An welcher Spannung darf ein Widerstand mit dem Widerstandswert $4,7 \text{ k}\Omega$ und einer Belastbarkeit von $1/8 \text{ W}$ maximal betrieben werden, damit er thermisch nicht überlastet wird?
3. Die Starterbatterie eines Kfz habe die Leerlaufspannung $U_0 = 13,8 \text{ V}$ und den Innenwiderstand $R_i = 40 \text{ m}\Omega$.
 - a) Welche Leistung kann der Akkumulator maximal an einen Verbraucher abgeben?
 - b) Wie groß muss für diesen Fall der Widerstand des Verbrauchers sein?

Literatur

M. Filtz, TU Berlin: Vorlesung Grundlagen der Elektrotechnik, WS2006/07

Moeller: Grundlagen der Elektrotechnik, Vieweg+Teubner Verlag

Helmut Lindner: Elektro-Aufgaben Band 1: Gleichstrom, Hanser Fachbuchverlag

Paul A. Tipler, Gene Mosca: Physik für Wissenschaftler und Ingenieure, Spektrum Akademischer Verlag, August 2009



Hochschule Deggendorf – Edlmairstr. 6 und 8 – 94469 Deggendorf