

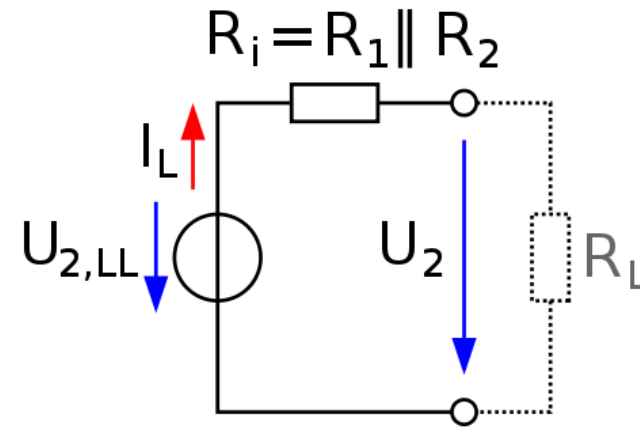
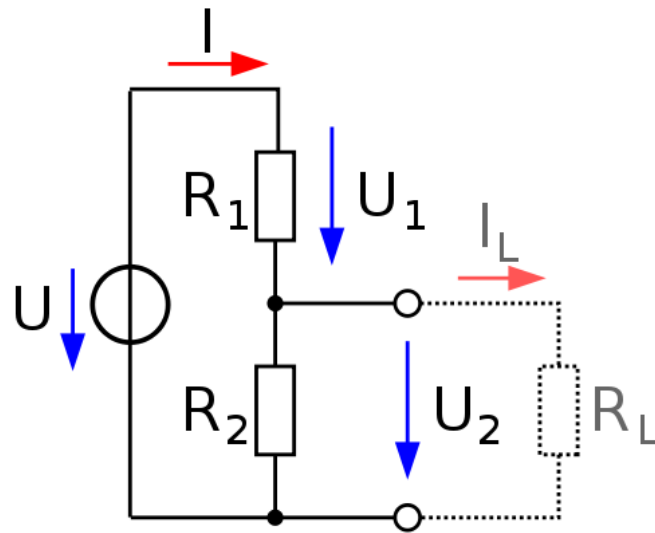


Grundlagen der ET (7)

Gerald Kupris

21.11.2012

Wiederholung: Ersatzschaltbild eines Spannungsteilers mit Quelle



$$R_P = R_2 \parallel R_L = \frac{R_2 \cdot R_L}{R_2 + R_L}$$

$$U_2 = \frac{R_P}{R_1 + R_P} \cdot U$$

$$U_{2,LL} = U \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_i = R_1 \parallel R_2 = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

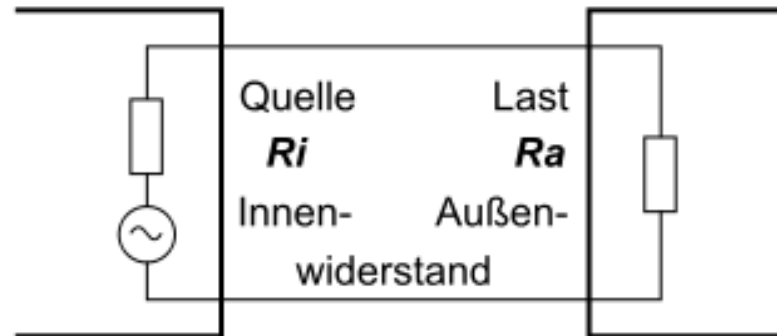
$$U_2 = U_{2,LL} \cdot \frac{R_L}{R_i + R_L}$$

Ausgangs- und Eingangswiderstand einer Schaltung

Schnittstelle zwischen zwei Geräten

Ausgang Eingang

R_i
Innenwiderstand
Quellwiderstand
Ausgangswiderstand

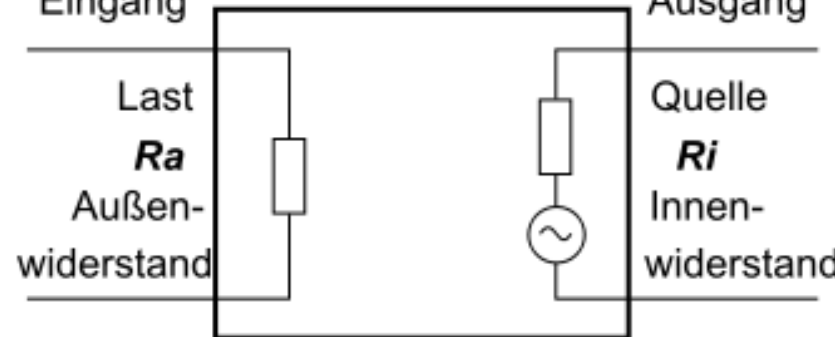


R_a
Außenwiderstand
Lastwiderstand
Eingangswiderstand
Abschlusswiderstand

Die Impedanzen bei einem Gerät

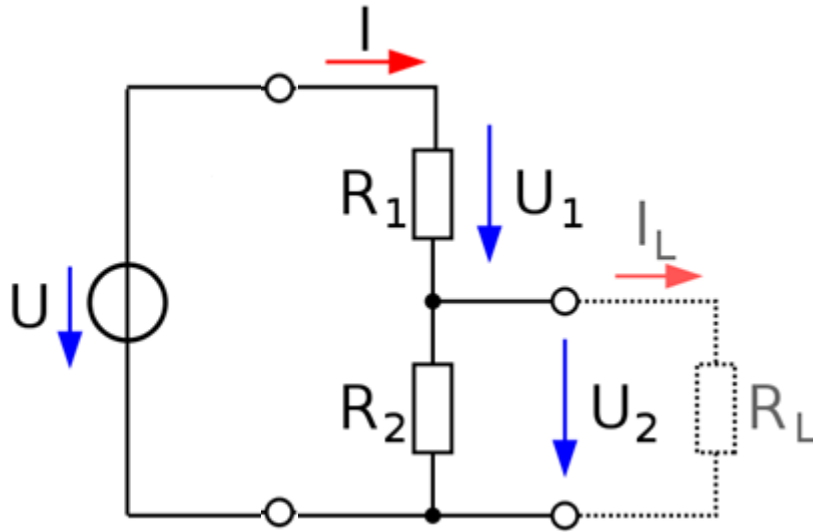
Eingang Ausgang

R_a
Außenwiderstand
Lastwiderstand
Eingangswiderstand
Abschlusswiderstand



R_i
Innenwiderstand
Quellwiderstand
Ausgangswiderstand

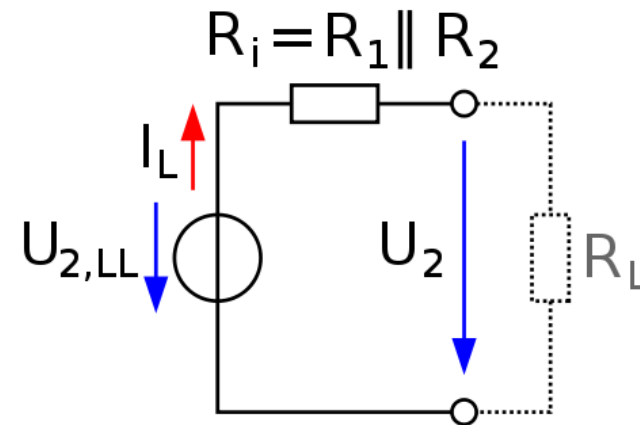
Eingangs- und Ausgangswiderstand eines Spannungsteilers



Der Eingangswiderstand des Spannungsteilers ist der Widerstand, mit dem die vorgeschaltete Quelle belastet wird.

$$R_E = R_1 + (R_2 \parallel R_L)$$

für $R_L \gg R_2$: $R_E = R_1 + R_2$

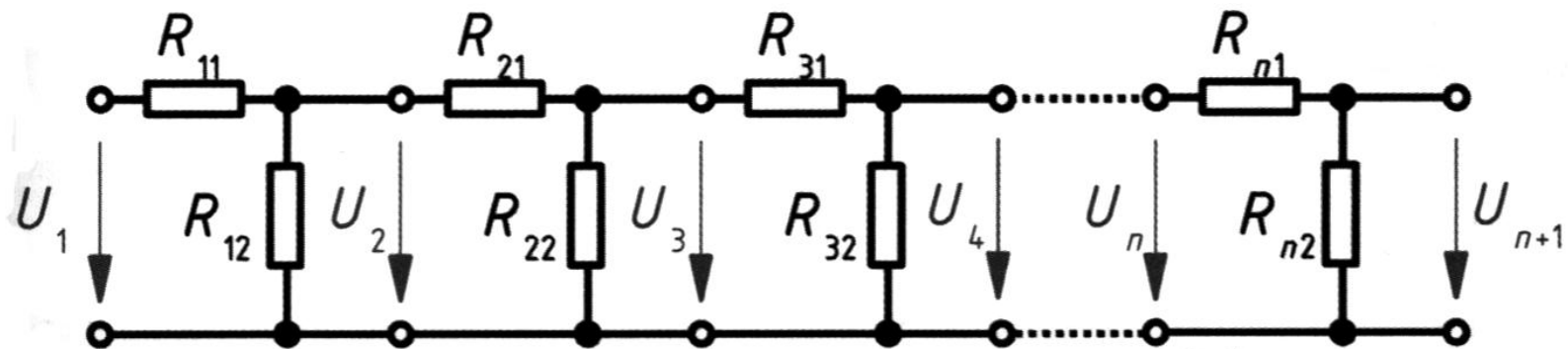


Der Ausgangswiderstand des Spannungsteilers ist der Innenwiderstand der Ersatzschaltung.

$$R_i = R_1 \parallel R_2$$

Mehrstufiger Spannungsteiler

Ein mehrstufiger Spannungsteiler ist eine Kettenschaltung aus mindestens 2 Spannungsteilern. Die Widerstände R_{x1} werden als Längswiderstände, die R_{x2} als Querwiderstände bezeichnet

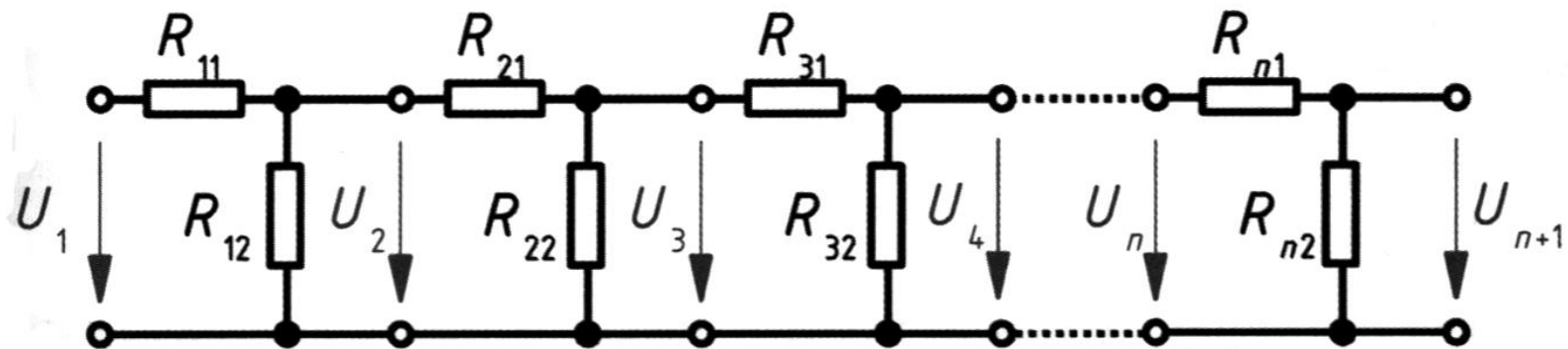


Der nachfolgende Spannungsteiler belastet jeweils den vorhergehenden und muss bei der Berechnung mit seinem Eingangswiderstand berücksichtigt werden.

$$\frac{U_{n+1}}{U_1} = \frac{U_{n+1}}{U_n} \cdot \frac{U_n}{U_{n-1}} \cdot \dots \cdot \frac{U_4}{U_3} \cdot \frac{U_3}{U_2} \cdot \frac{U_2}{U_1}$$

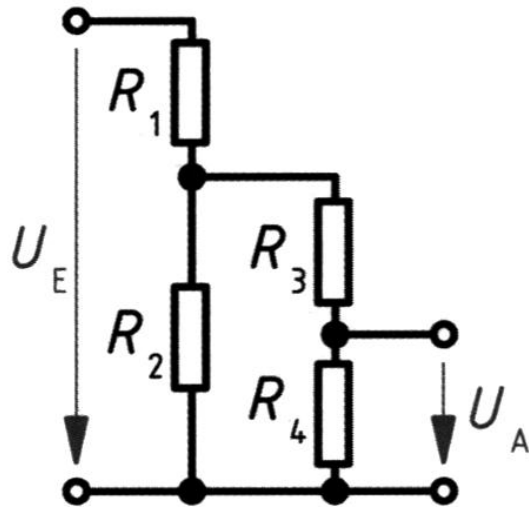
Regel zur Berechnung von mehrstufigen Spannungsteilern

Ein mehrstufiger Spannungsteiler ist eine Kettenschaltung aus mindestens 2 Spannungsteilern. Die Widerstände R_{x1} werden als Längswiderstände, die R_{x2} als Querwiderstände bezeichnet



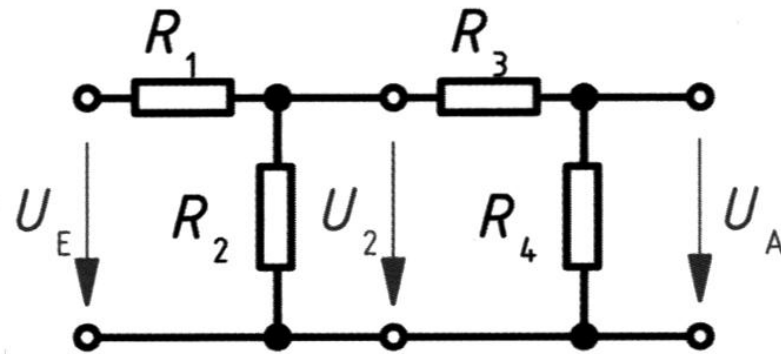
1. Zuerst werden die Reihen- und Parallelschaltungen der Widerstände und die sich daraus ergebenden effektiven Widerstände von hinten beginnend berechnet.
2. Dann werden die sich ergebenden Ströme und Spannungen von vorne beginnend berechnet.

Beispiel: zweistufiger Spannungsteiler



$$\frac{U_A}{U_E} = \frac{U_A}{U_2} \cdot \frac{U_2}{U_E}$$

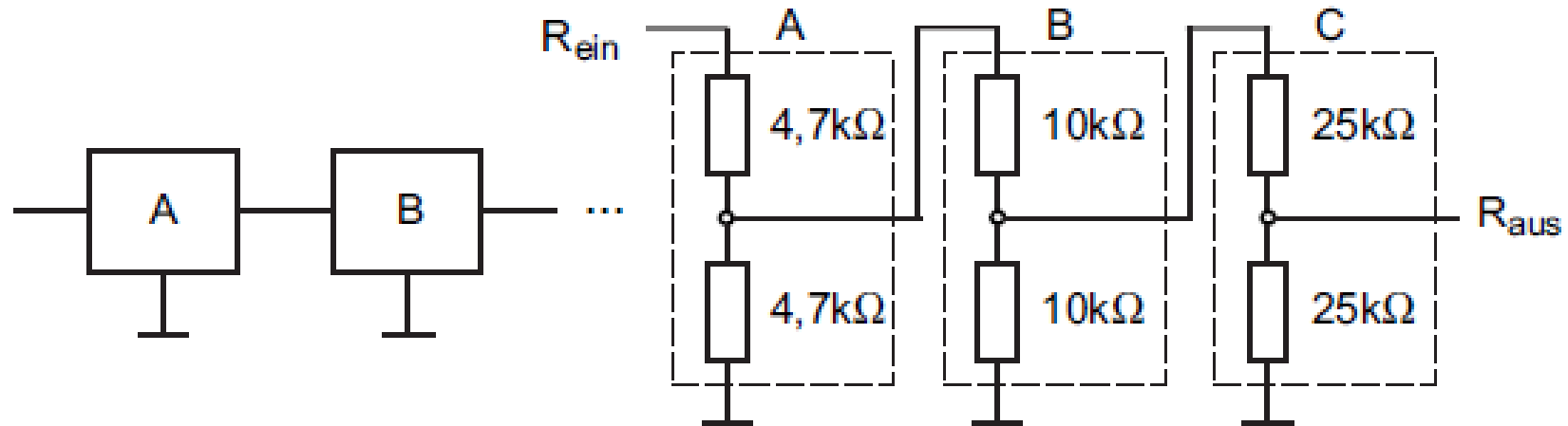
$$\frac{U_A}{U_2} = \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$



$$\frac{U_2}{U_E} = \frac{R_2 \parallel (R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 \parallel (R_3 + R_4)}$$

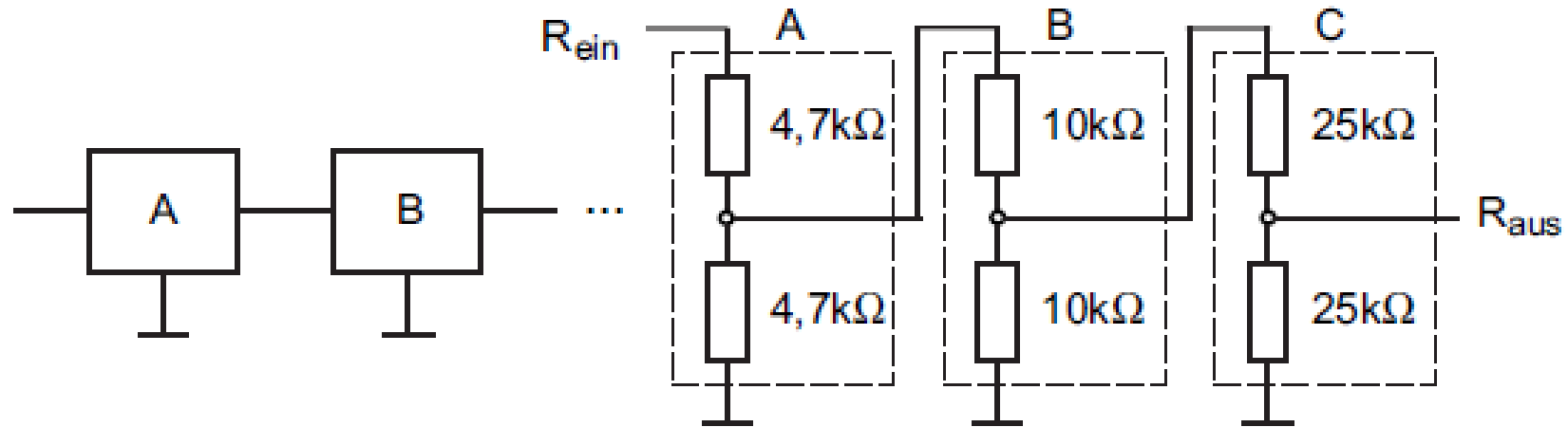
$$U_A = U_E \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_2 \parallel (R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 \parallel (R_3 + R_4)}$$

Vereinfachte Berechnung: Kaskadierte Spannungsteiler



Im vorliegenden Fall können wir einen Trick anwenden: der Ausgangswiderstand von A beträgt $4,7\text{k}\Omega \parallel 4,7\text{k}\Omega$, also ungefähr $2,3\text{k}\Omega$. Der Eingangswiderstand von B beträgt unter Vernachlässigung von C $20\text{k}\Omega$, ist also ca. zehnmal so groß wie der Ausgangswiderstand von A (obwohl die Einzelwiderstände von B nur doppelt so groß sind wie die von A!). Wir würden also nur einen kleinen Fehler machen, wenn wir die Teilungsfaktoren der einzelnen Spannungsteiler miteinander multiplizieren würden, um den gesamten Spannungsteilerfaktor der Kaskade zu erhalten. Das ist meistens tolerierbar und spart viel Rechenaufwand.

Vereinfachte Berechnung: Kaskadierte Spannungsteiler

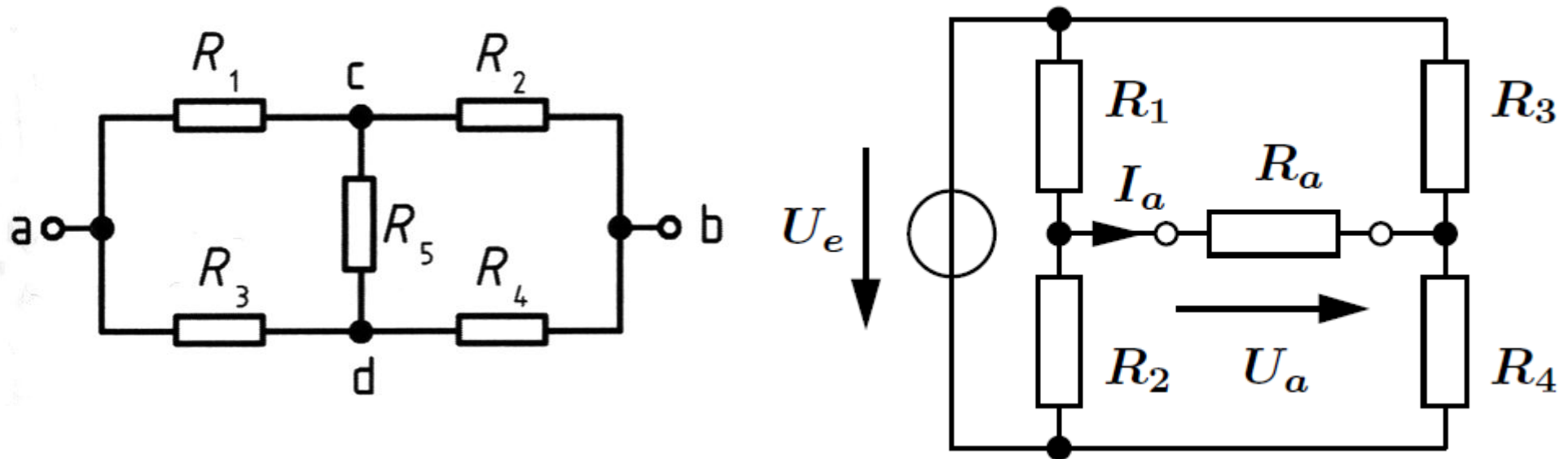


Aufgabe:

Die Eingangsspannung dieser Schaltung betrage 20V.

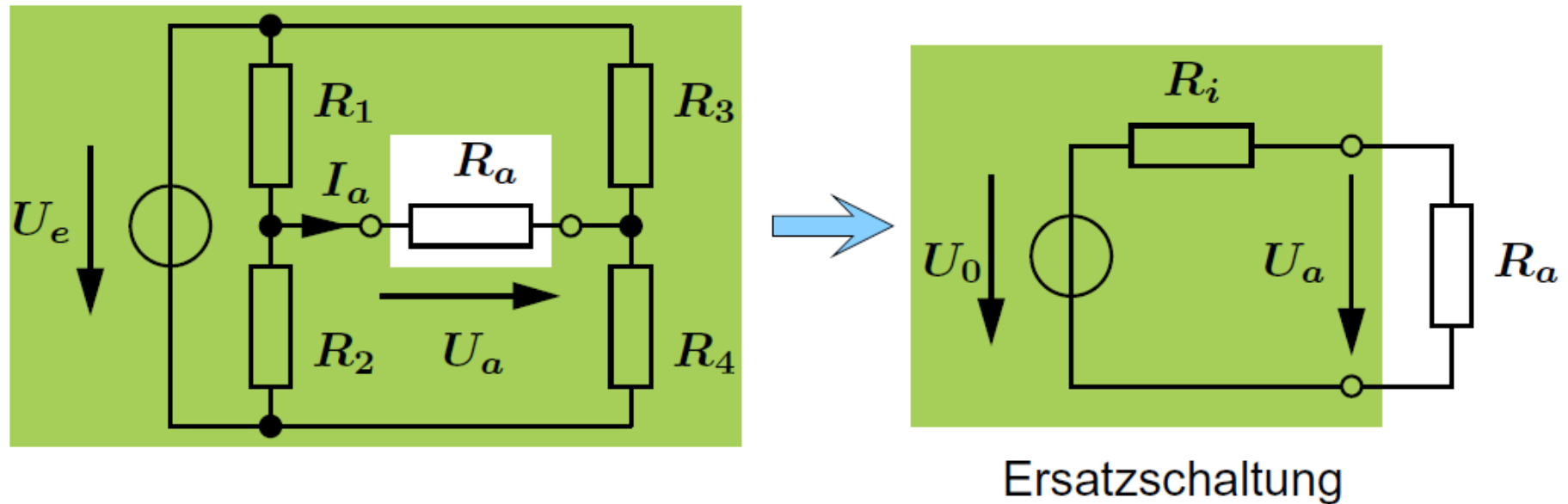
Berechnen Sie die Ausgangsspannung der Schaltung nach der vereinfachten Methode und nach der ausführlichen Methode und vergleichen Sie die Ergebnisse.

Brückenschaltung (Wheastonebrücke)

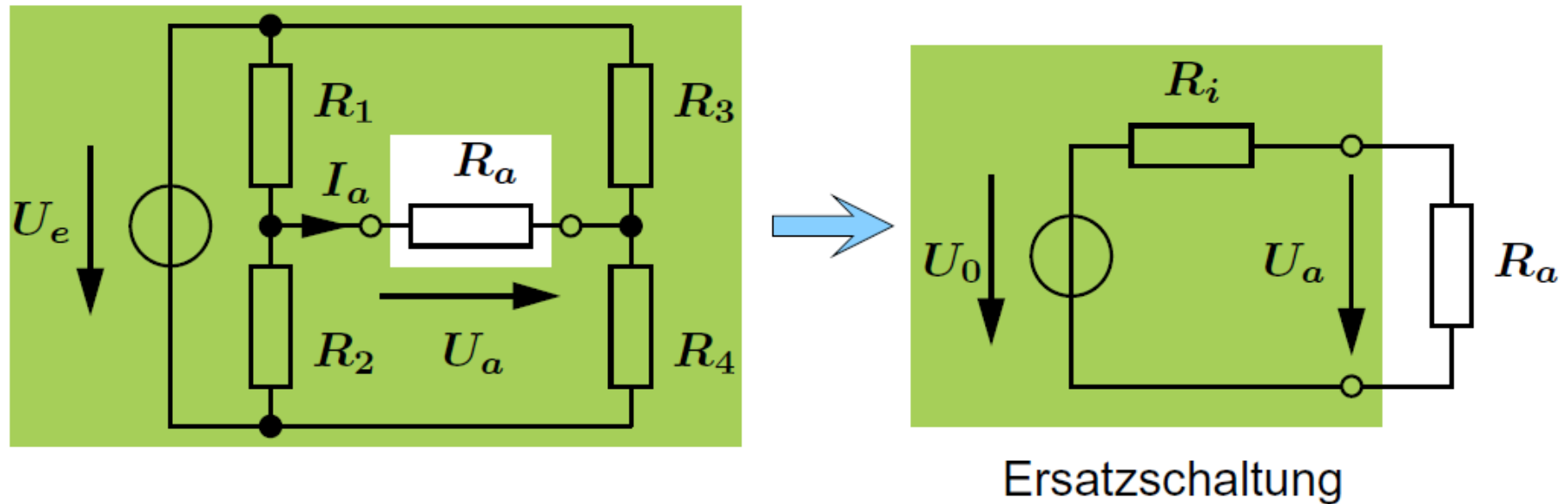


Die Berechnung von Brückenschaltungen ist mit den grundlegenden Regeln zur Berechnung gemischter Schaltungen nicht möglich, da sie weder auf eine Reihen- noch auf eine Parallelschaltungen zurückgeführt werden können.

Ersatzschaltung Wheastonebrücke

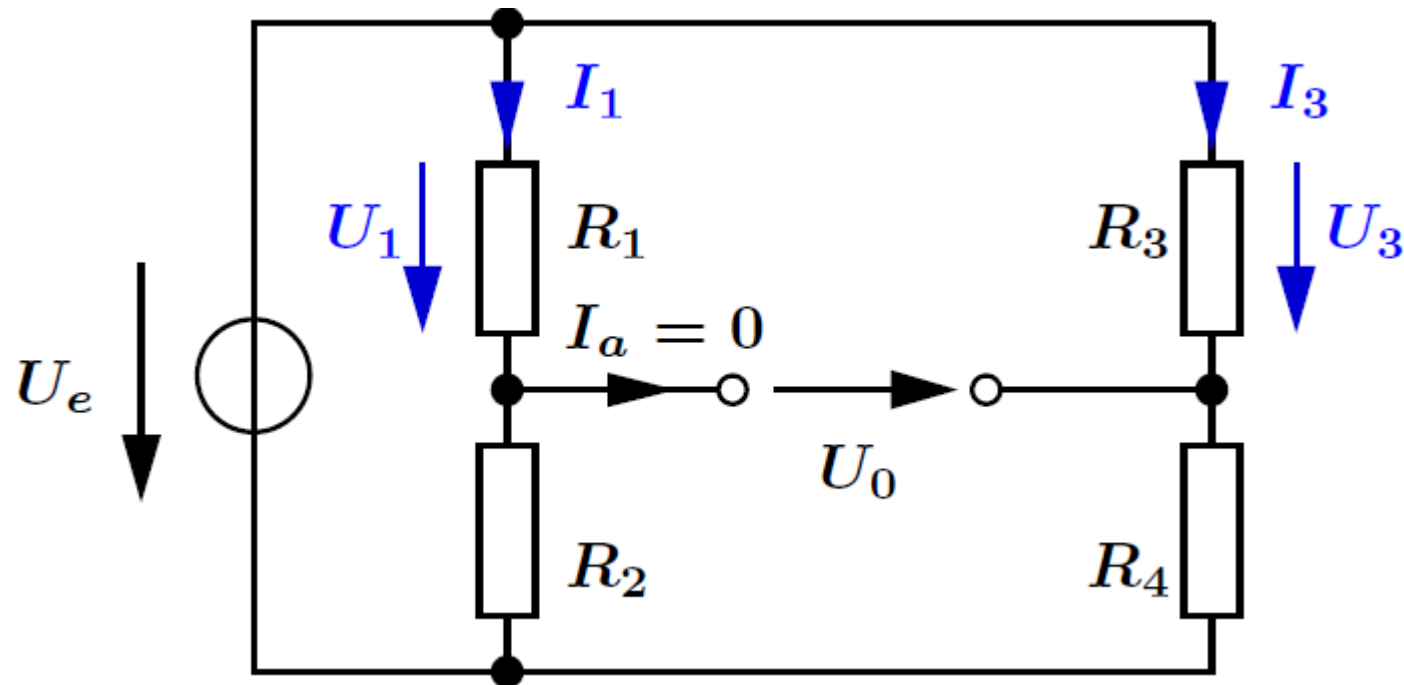


Brückenabgleich Wheastonebrücke



Brückenabgleich: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \Rightarrow I_a = 0$

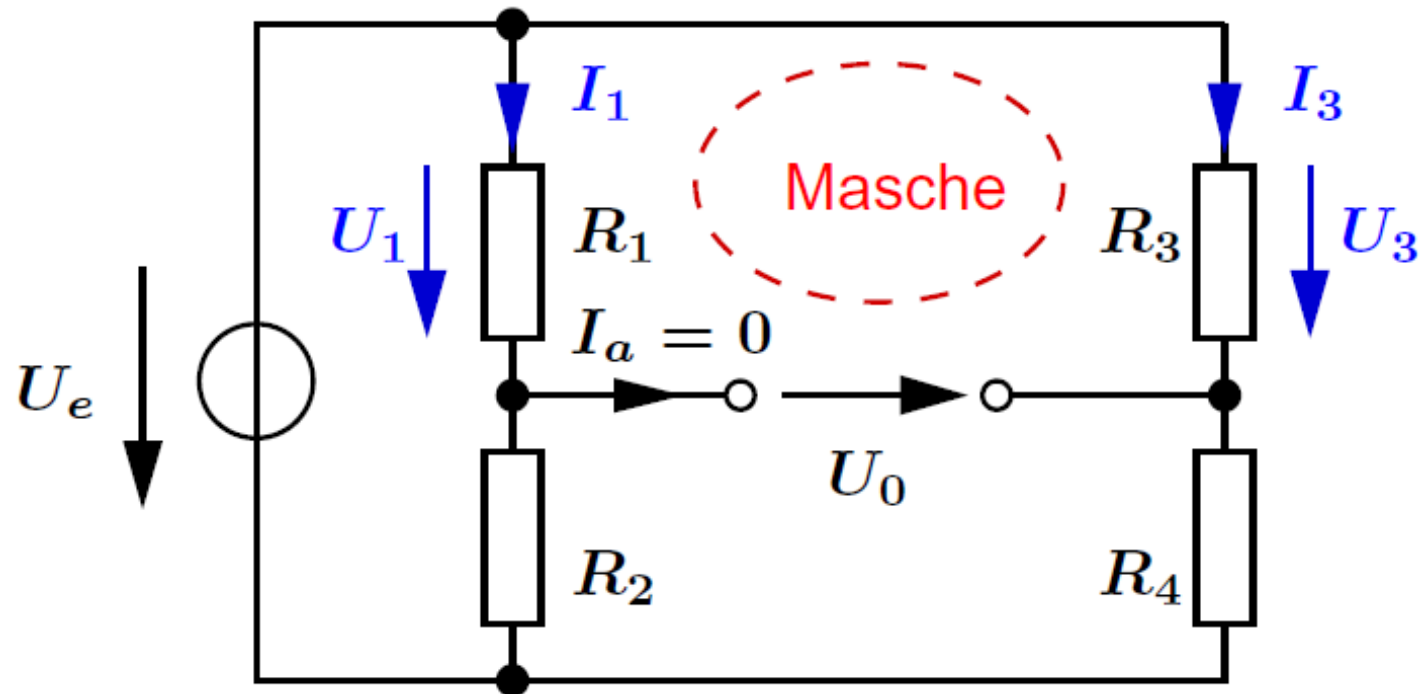
Leerlaufspannung und Innenwiderstand der Ersatzspannungsquelle



$$I_1 = \frac{U_e}{R_1 + R_2}$$

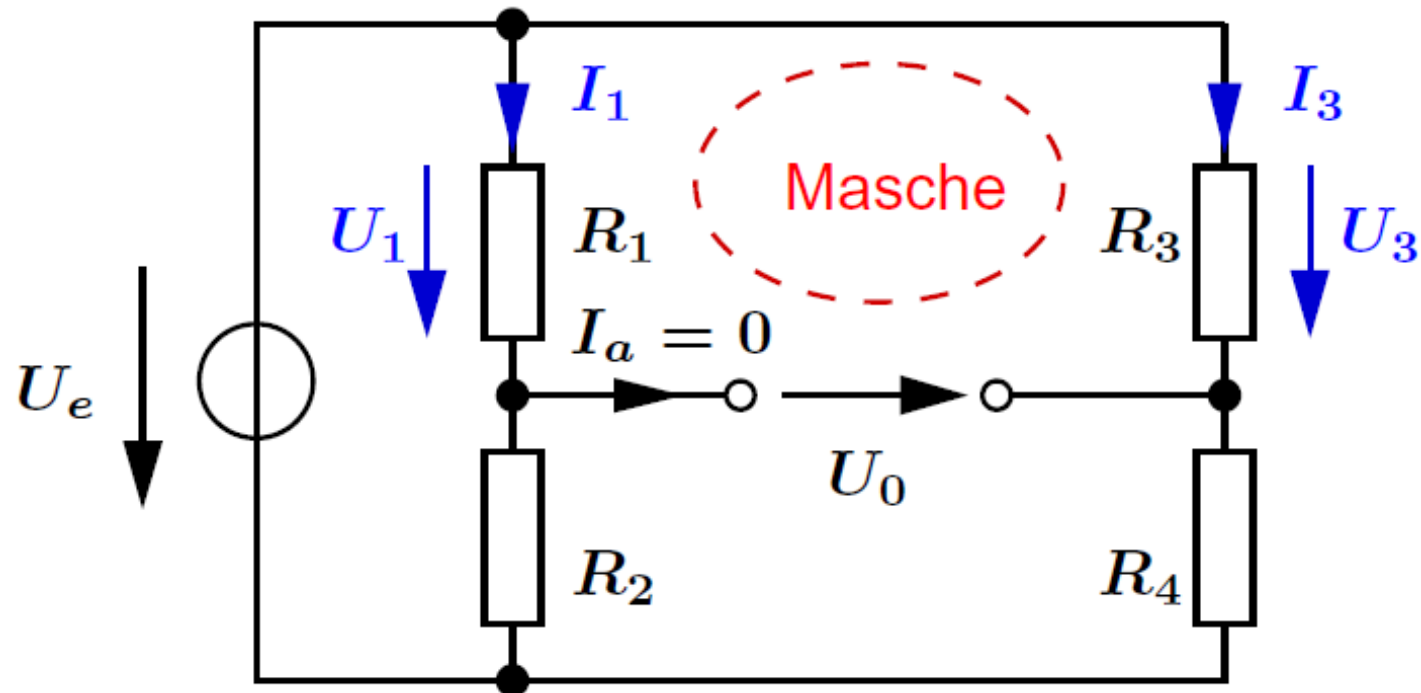
$$I_3 = \frac{U_e}{R_3 + R_4}$$

Leerlaufspannung und Innenwiderstand der Ersatzspannungsquelle



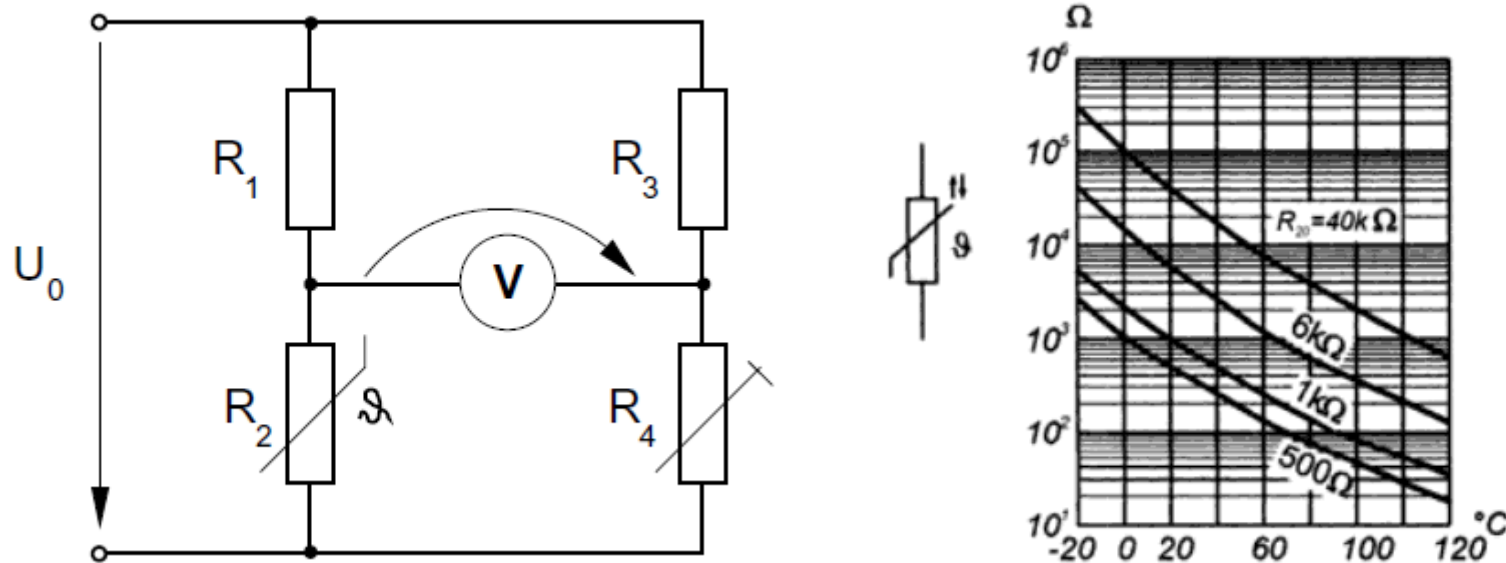
$$I_1 R_1 + U_0 - I_3 R_3 = 0 \rightarrow U_0 = U_e \left(\frac{R_3}{R_3 + R_4} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right)$$

Leerlaufspannung und Innenwiderstand der Ersatzspannungsquelle



$$U_e = 0 \rightarrow R_i = R_1 \parallel R_2 + R_3 \parallel R_4 \rightarrow R_i = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}$$

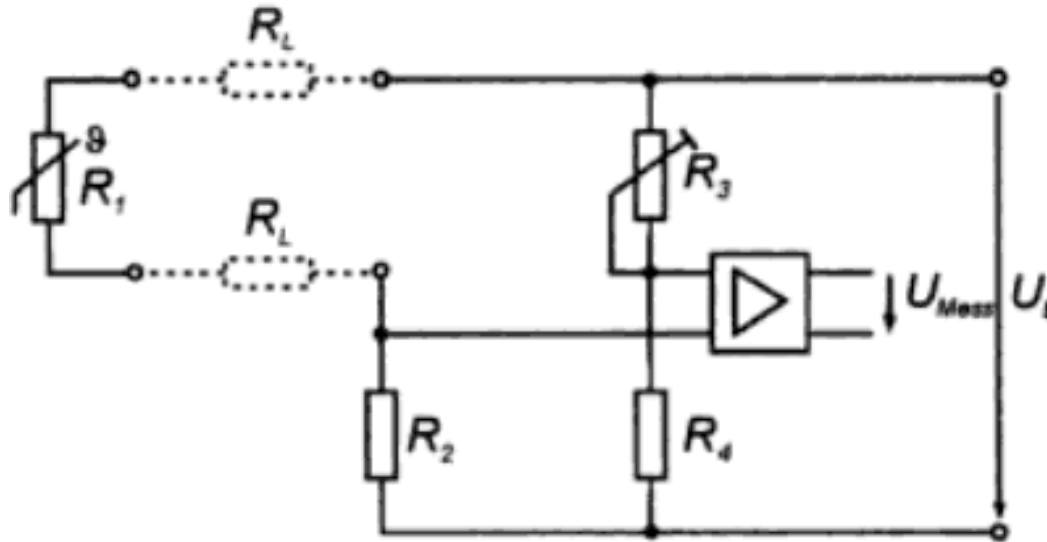
Brückenschaltung mit NTC-Temperaturfühler



Mit dem Widerstand R_4 wird die Brücke bei 0°C abgeglichen. Ändert sich nun die Umgebungstemperatur, so ist die gemessene Spannung U_a ein Maß für die Temperatur ϑ . Es handelt sich im vorliegenden Fall um eine Ausschlagbrücke, für die unter Beachtung der angegebenen Bezugsfeile gilt:

$$U_a = U_0 \cdot \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right)$$

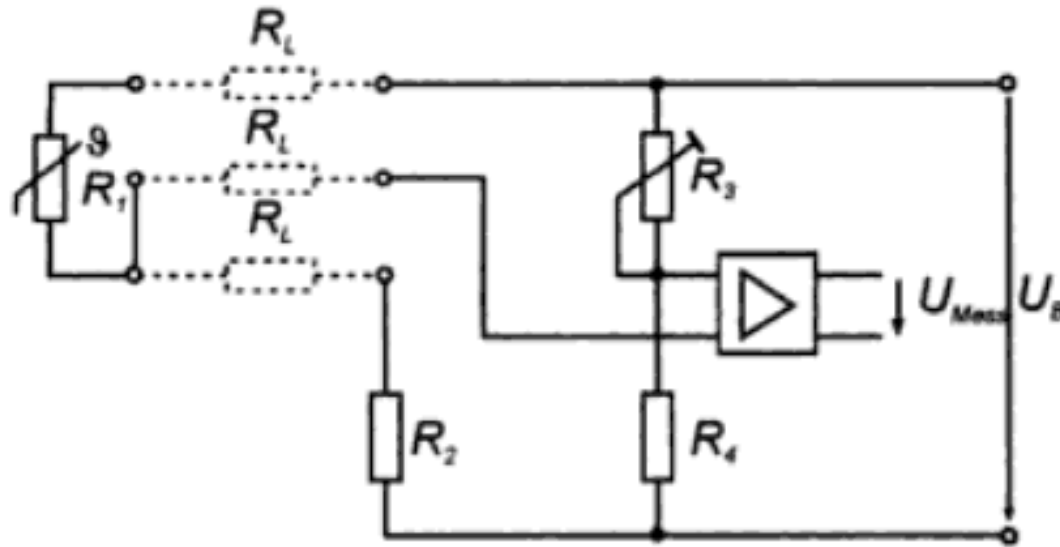
Zweileiter-Brückenschaltung



Der NTC-Temperaturfühler R_1 liegt bei der Brückenschaltung im Brückenzweig. Der Abgleich der Brücke erfolgt über das Potentiometer R_3 .

Wenn der Messort des Temperaturfühlers weit von der Brückenschaltung entfernt ist, dann führt die Widerstandsänderung der Zuleitung zu einer Fehlergröße.

Dreileiter-Brückenschaltung



Bei der Dreileiter-Brückenschaltung liegt eine Leiterader im Brückenzweig des NTC-Temperaturfühlers R_1 und die zweite Leiterader im Brückenzweig von R_2 .

Eine Widerstandsänderung der Zuleitung verstimmt daher nicht die Messbrücke. Die Widerstandsänderung der mittleren Leiterader führt nicht zu einer Verfälschung des Messergebnisses, da bei einem hochohmigen Messverstärker fast kein Strom fließt und daher auch kein Spannungsabfall entsteht.

Pt 100

Pt100-Sensoren sind Temperaturfühler, die auf der Widerstandsänderung von Platin unter Temperatureinfluss basieren. Es handelt sich um Widerstandsthermometer, und zwar um Kaltleiter (PTC).

Zur Temperaturmessung im Bereich -200 °C bis 850 °C wird häufig die elektrische Widerstandsänderung eines Platindrahtes oder einer Platinschicht genutzt. Die Platin-Temperatur Sensoren werden durch ihren Nennwiderstand R_0 bei einer Temperatur von 0 °C charakterisiert.

Gebräuchliche Typen sind:

Pt100 ($R_0 = 100\ \Omega$)

Pt200 ($R_0 = 200\ \Omega$)

Pt500 ($R_0 = 500\ \Omega$)

Pt1000 ($R_0 = 1\text{ k}\Omega$)



Beispiel: Messbrücke mit Pt100

Berechnen Sie die Widerstandsänderung für einen Pt100 ($R_0 = 100 \, \Omega$, $\alpha_0 = 3,90802 \cdot 10^{-3} \, \text{K}^{-1}$ und $\beta_0 = - 5,8019 \cdot 10^{-7} \, \text{K}^{-2}$) im Bereich von $\vartheta_1 = 0^\circ \text{ C}$ bis $\vartheta_2 = 100^\circ \text{ C}$.

$$R_{\vartheta} = R_0 \cdot \left[1 + \alpha_0 \Delta \vartheta + \beta_0 \Delta \vartheta^2 \right]$$

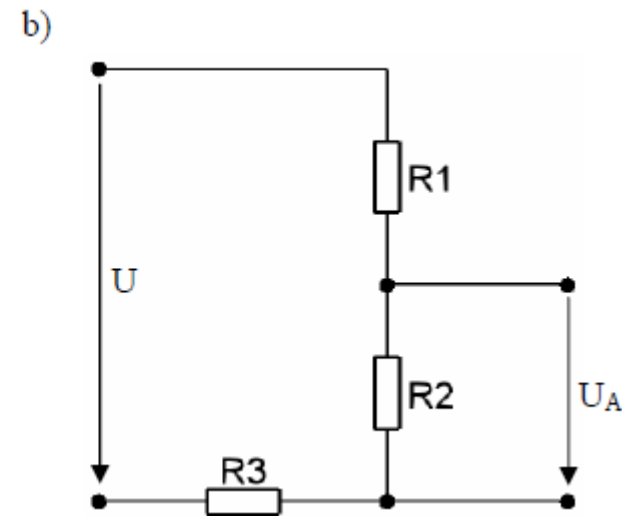
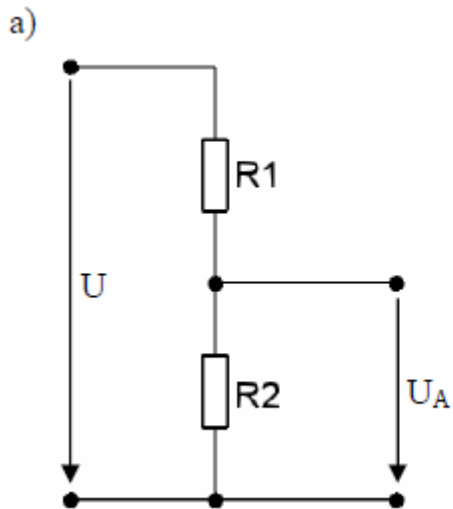
Berechnen Sie die gemessenen Spannungen an der Messbrücke im Bereich von $\vartheta_1 = 0^\circ \text{ C}$ bis $\vartheta_2 = 100^\circ \text{ C}$, wenn gilt: $R_1 = R_3 = 1 \, \text{k}\Omega$, $U_0 = 5 \, \text{V}$.

$$U_a = U_0 \cdot \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right)$$

Aufgaben

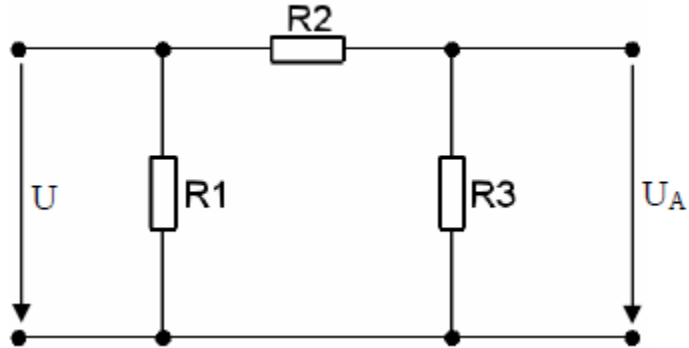
1. Bestimmen Sie die Spannung U_A in den unten abgebildeten Schaltungen mittels Spannungsteilerregel. Benutzen Sie dabei folgende Werte:

$R_1 = 150 \, \Omega$; $R_2 = 220 \, \Omega$; $R_3 = 470 \, \Omega$; $R_4 = 330 \, \Omega$; $U = 30 \, \text{V}$

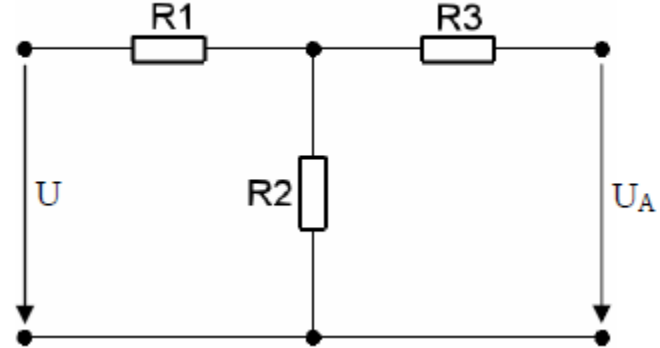


... Fortsetzung auf der nächsten Seite!

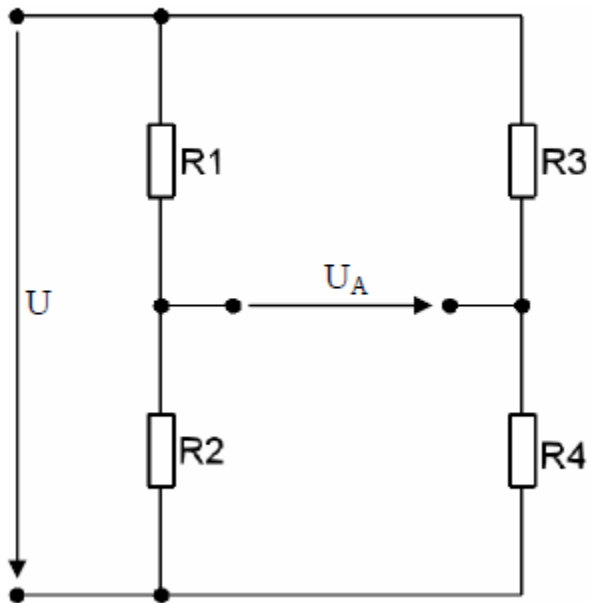
c)



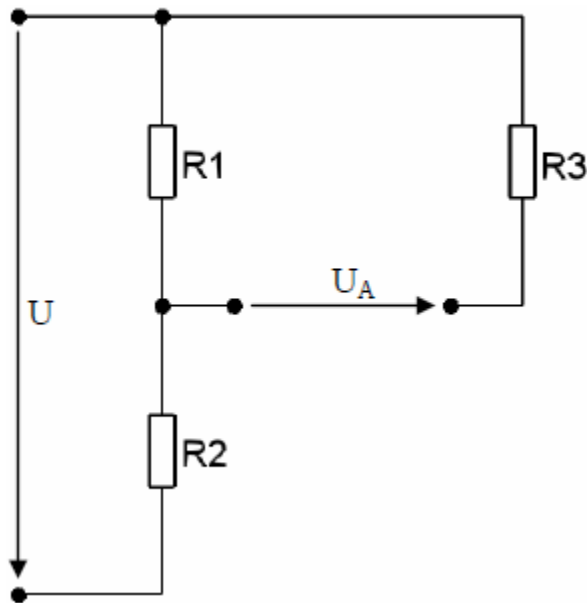
d)



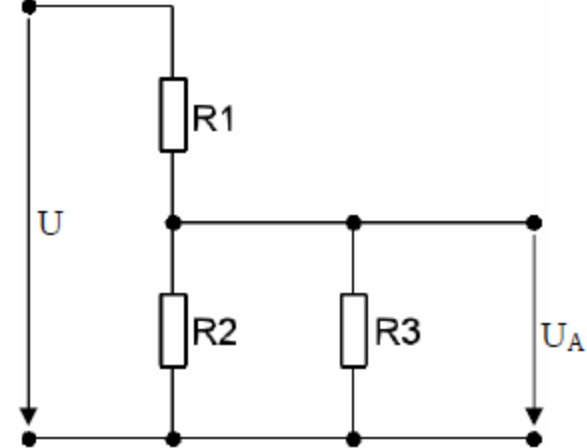
e)



f)

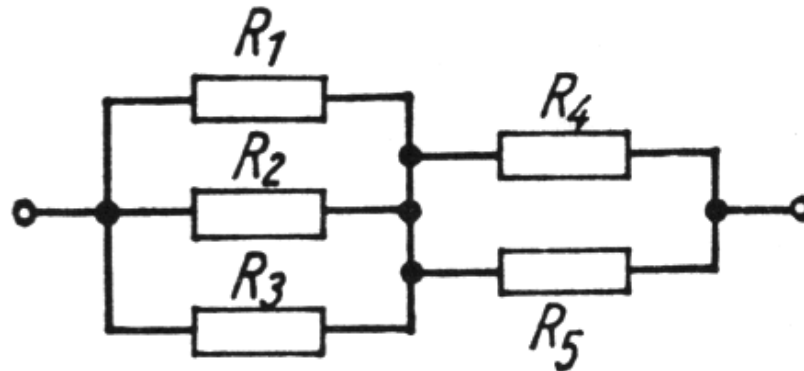


g)



Aufgaben

2. Siehe Abbildung. Welchen Wert muss der Widerstand R_5 haben, wenn die durch die Widerstände R_2 und R_4 fließenden Ströme gleich groß sein sollen?



Literatur

M. Filtz, TU Berlin: Vorlesung Grundlagen der Elektrotechnik, WS2006/07

Moeller: Grundlagen der Elektrotechnik, Vieweg + Teubner Verlag

Helmut Lindner: Elektro - Aufgaben Band 1: Gleichstrom, Hanser Fachbuchverlag

Paul A. Tipler, Gene Mosca: Physik für Wissenschaftler und Ingenieure, Spektrum Akademischer Verlag, August 2009



Hochschule Deggendorf – Edlmairstr. 6 und 8 – 94469 Deggendorf