

22.12.14

Boern
wechsel

meinprot.de

Impedanz einer Spule

Wechselg. Widerstand

$$\underline{Z}_L = j\omega L$$

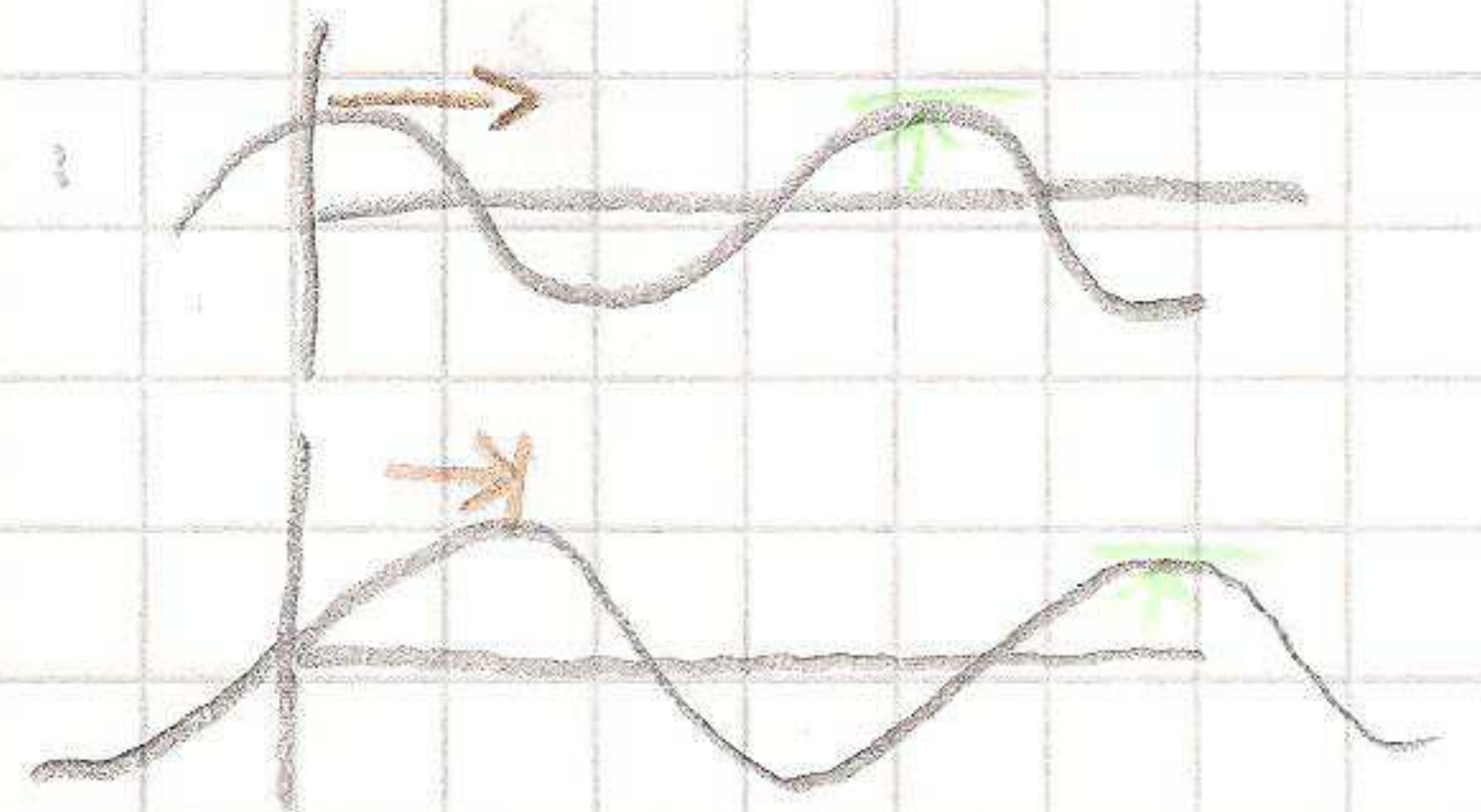
Eigenschaft
d. Spule

ω bedeutet: freq. abhängig Widerstand

Veränderung d. Phasenlage

Input

Output



Von Nöten ist ein Mathematik-Modell, das 2 Größen (Amplitude, ^{Phase} Frequenz) verarbeiten kann:

Komplexe Zahlen

Bsp: frequenzabhängiger Widerstand

Entstördrossel ($\hat{=}$ Spule) bei einem PC-Nutzeil. Geg: Spule mit $L = 0,2 \text{ mH}$

Ges: Impedanz bei 50 Hz und bei 1 MHz (Phasenlage nicht wichtig)

$$X_L = \omega \cdot L$$

$$X_L = 2\pi \cdot f \cdot L$$

$$H = \frac{V_{\text{sec}}}{A}$$

$$X_{L_{50\text{Hz}}} = 2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 0,2 \text{ mH} = \underline{\underline{62,83 \text{ m}\Omega}}$$

$$X_{L_{1\text{MHz}}} = 2 \cdot \pi \cdot 1 \cdot 10^6 \text{ Hz} \cdot 0,2 \text{ mH} = \underline{\underline{1,256 \text{ k}\Omega}}$$

Eine Spule drosselt hohe Frequenzen durch ihren frequenzabhängigen Wid. \Rightarrow Impedanz.

Induktive Blindleistung

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = L \cdot \frac{di}{dt} \cdot i \quad \text{mit } i = \hat{i} \cdot \sin(\omega t + \varphi_i)$$

$$= \omega L \cdot \hat{i} \cdot \cos(\omega t + \varphi_i) \cdot \hat{i} \cdot \sin(\omega t + \varphi_i)$$

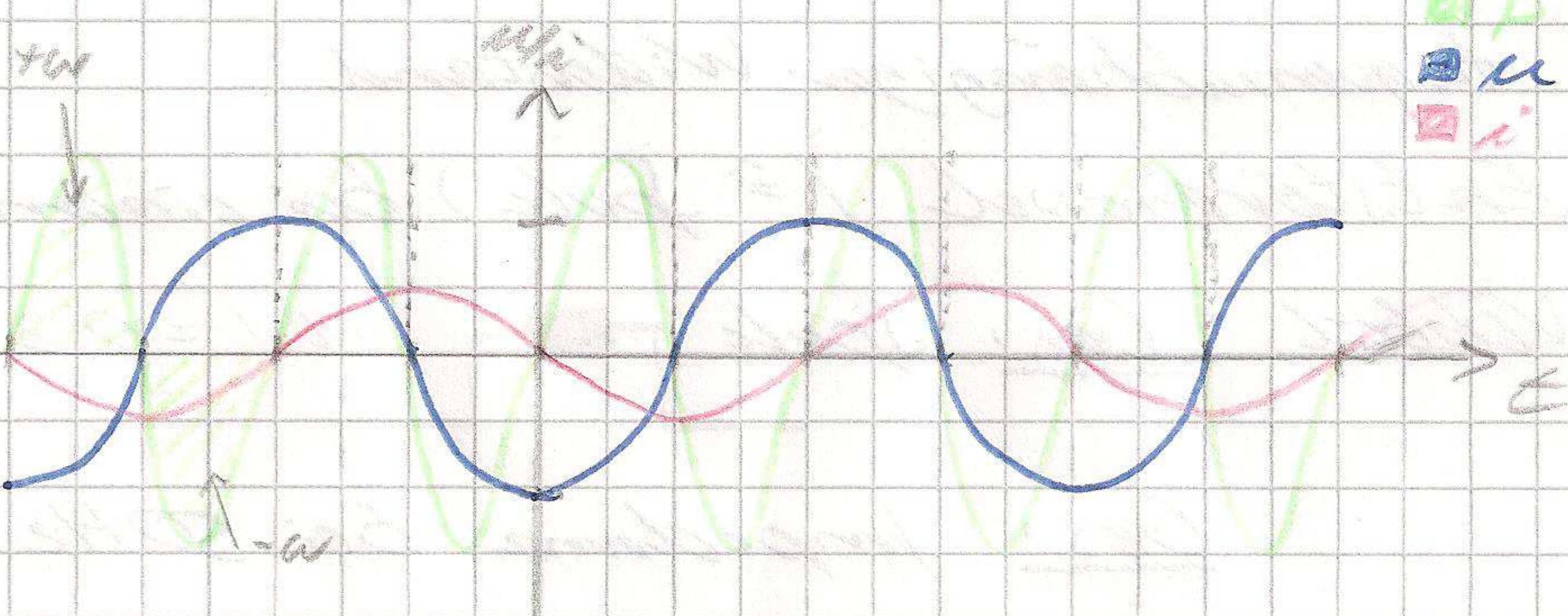
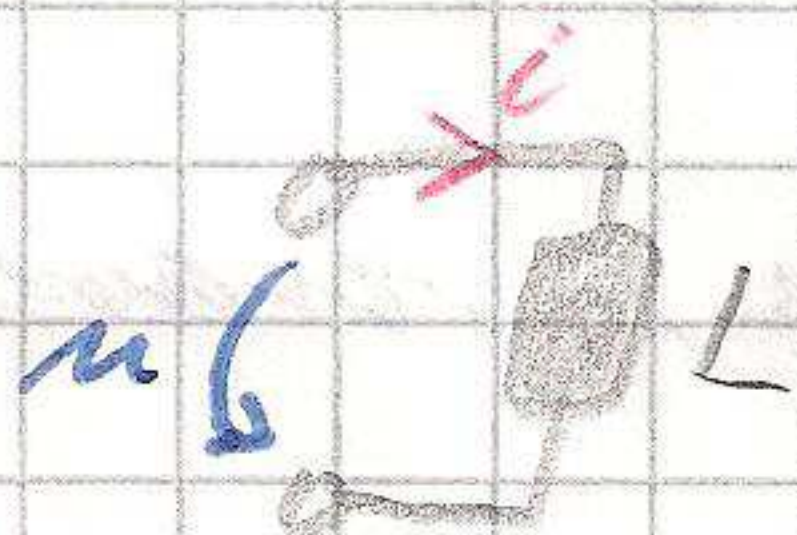
$$= \omega L \cdot \hat{i}^2 \cdot [\cos(\omega t + \varphi_i) \cdot \sin(\omega t + \varphi_i)] \quad \leftarrow \text{FS}$$

$$= \omega L \cdot \hat{i}^2 \cdot \left[\frac{1}{2} \sin\{2(\omega t + \varphi_i)\} \right]$$

$$\frac{\omega L \cdot \hat{i}^2}{2} \cdot \sin[2(\omega t + \varphi_i)]$$

Die Frequenz der Augenblicksleistung p ist bei der Spule doppelt so groß, wie die Frequenz von u und i .

Graphik:



Was bedeuten $+\omega$ und $-\omega$?

Der arithmetische Mittelwert der Augenblicksleistung $\bar{p} = 0!$

$+\omega$ bedeutet: Verbraucher nimmt Energie auf

$-\omega$ bedeutet: Verbraucher gibt Energie ab

Über einer Periode (\sim) betrachtet ist die umgesetzte Energie $= 0!$

\Rightarrow An einer idealen Spule (Induktivität) tritt keine Wirkleistung auf, sondern nur Blindleistung.

22.12.14
Boern
Wechsel

Def: Induktive Blindleistung

$$Q_L = \frac{\omega L \cdot \hat{i}^2}{2} = \omega \cdot L \cdot I = \hat{p} \quad \text{Einheit [VA]} \\ \text{Volt Ampere reaktiv}$$

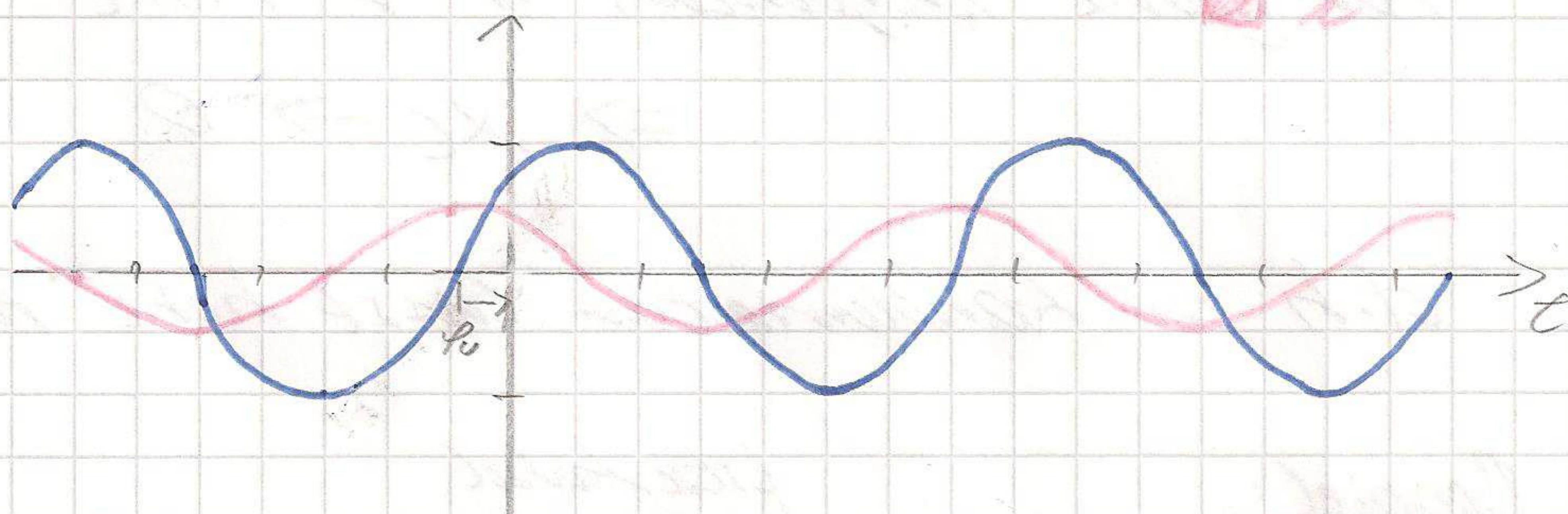
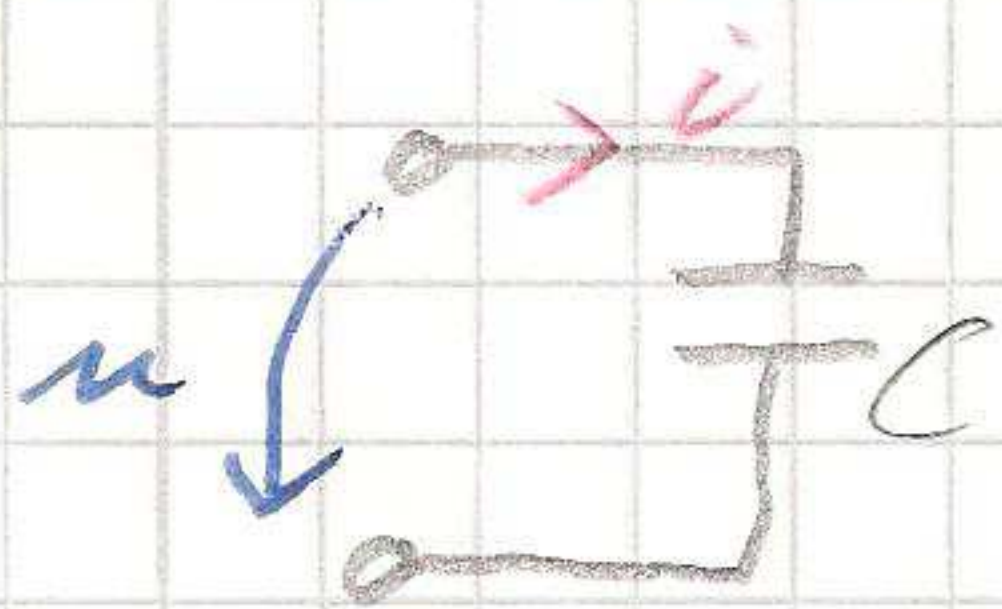
Kondensator (capacitor) \perp

auch hier gilt: "idealer" Kondensator (ohne R & L)

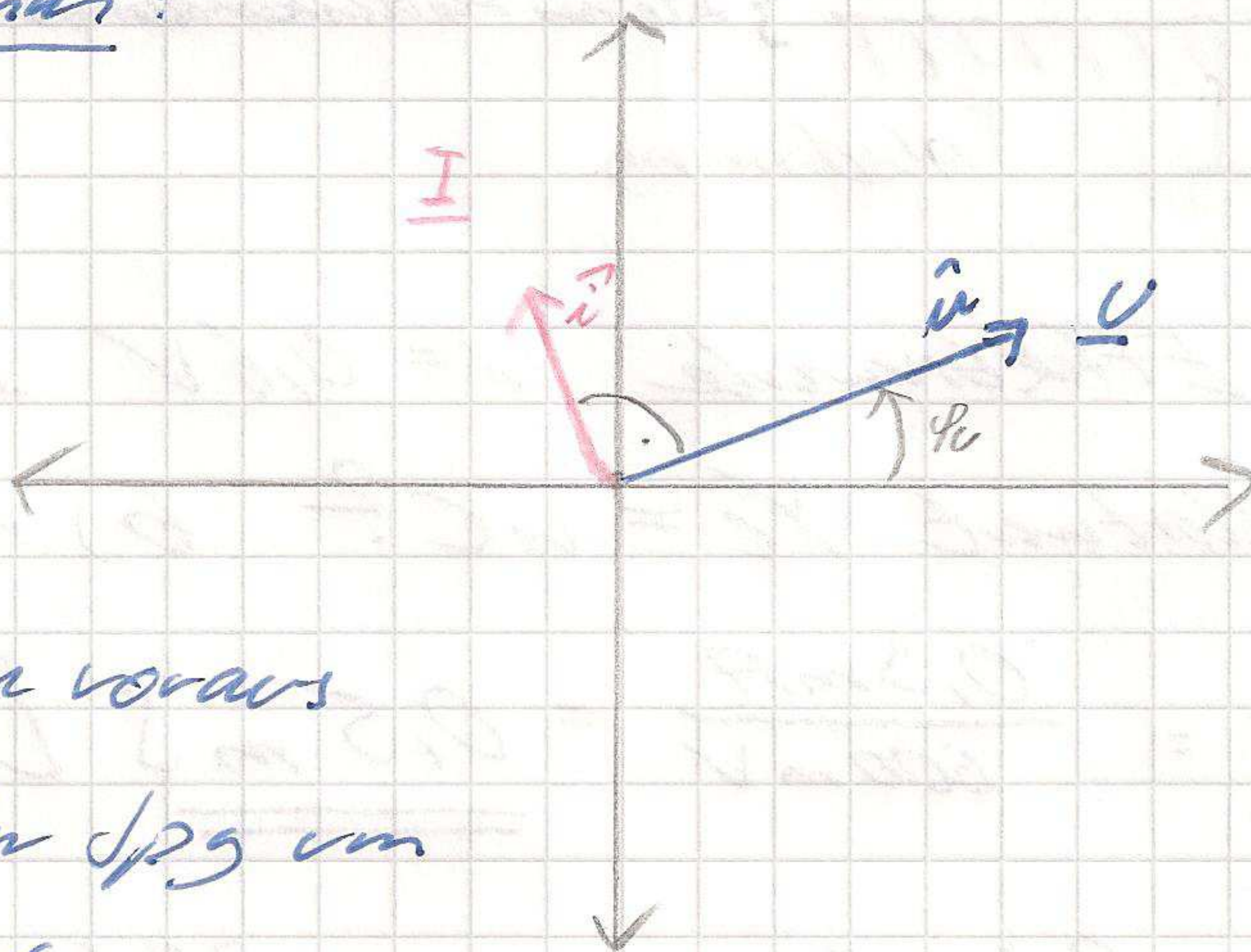
Es gilt: $i = C \cdot \frac{du}{dt}$

oder $u = \frac{1}{C} \cdot \int i dt$

Messung:



Zeigendiagramm:



i eilt dem u voraus
Strom eilt der spg um
 90° voraus mit

$u \cdot \sin(\omega t + \varphi_u)$ gilt:

$$i = C \cdot \frac{d}{dt} (\hat{u} \cdot \sin(\omega t + \varphi_u)) \\ = C \cdot \omega \cdot \hat{u} \cdot \cos(\omega t + \varphi_u) \\ = C \cdot \omega \cdot \hat{u} \cdot \sin(\omega t + \varphi_u + \frac{\pi}{2})$$

oder: $I = j\omega \cdot C \cdot \underline{U} \Rightarrow \boxed{\frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{1}{j\omega C}}$

Kapazitiver Blindwiderstand:

$$\underline{Z}_C = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{1}{j\omega C} \cdot \frac{j}{j} = \frac{j}{j^2 \omega C} = -\frac{j}{\omega C}$$

$$= \frac{1}{\omega C} \cdot e^{-j90^\circ}$$

Wirkwid = 0

Kapar. Blindwiderstand $X_C = -\frac{1}{\omega C}$

für kleine Frequenzen $\omega \rightarrow 0 \text{ sec}$

$$\Rightarrow X_C \rightarrow \infty$$

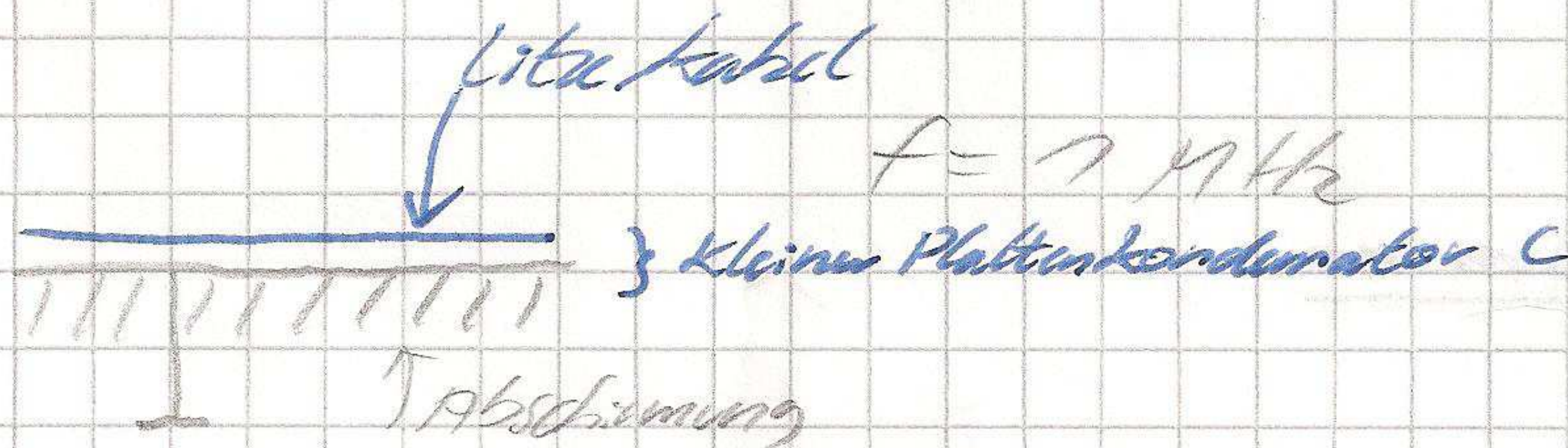
d.h. ein Kondensator ist eine Sperrschleife für Gleichstrom

Für große Frequenzen $\omega \rightarrow \text{MHz}$

$$\Rightarrow X_C \rightarrow 0$$

d.h. ein Kondensator lässt hohe Frequenzen passieren

Beispiel:



Geg:

Messwerte: Effektivwerte $U = 0,6V$ $I = 0,5 \mu A$

Ges: a) Blindwert $X_C = \omega C$? b) Kapazität C ?

$$a) \omega C = \frac{I}{U} = \frac{0,5 \mu A}{600 mV} = \underline{\underline{0,5 mS \left[\frac{A}{V} \right]}} = \frac{1}{\Omega}$$

$$b) C = \frac{I}{U \cdot \omega} = \frac{0,5 \mu A}{600 mV \cdot 7 MHz} = 79,6 pF \approx \underline{\underline{80 pF}}$$