



Grundlagen der ET (2)

Gerald Kupris

17.10.2012

Achtung: keine Vorlesungen am Donnerstag, 18.10. !

VORLESUNGSPLAN ANGEWANDTE INFORMATIK / INFOTRONIK Wintersemester 2012/13

Block 1: 08:00 - 09:30
Block 2: 09:45 - 11:15
Block 3: 12:00 - 13:30

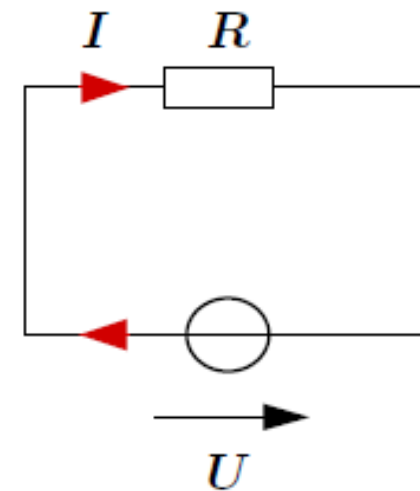
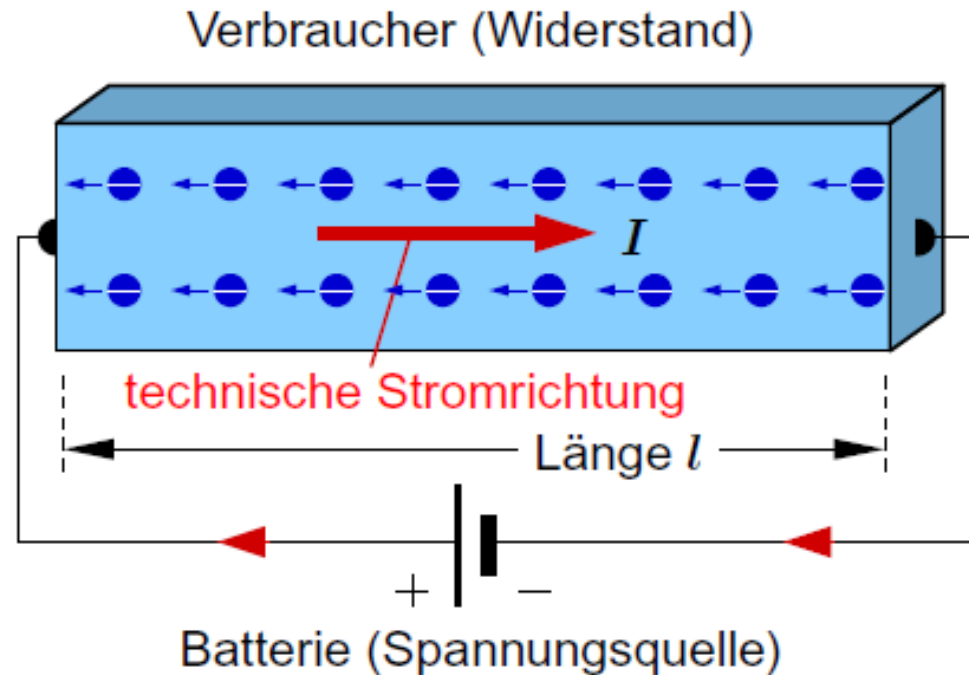
1. Semester Bachelor AI (Stand: 18.09.2012)

Block 4: 14:00 - 15:30
Block 5: 15:45 - 17:15
Block 6: 17:30 - 19:00

**Donnerstag,
18. Oktober**

	Montag	Dienstag	Mittwoch	Donnerstag	Freitag
1	Digitaltechnik 1 Bö E 101	Grundlagen der Informatik Jr ITC 1 – E 104	GET Ku E 101	Mathematik 1 Ku E 006	
2	Physik Ku E 001	Grundlagen der Informatik Jr ITC 1 – E 103	Mathematik 1 Ku E 101	Physik Ku E 006	
3	GET Bö E 001	Einführung in die Programmierung Jr ITC 1 – E 104			
4	Mathematik 1 LB Böhm E 001	Einführung in die Programmierung Jr ITC 1 – E 103			
5	Mathematik 1 LB Böhm E 001				

Wiederholung: Ein einfacher elektrischer Stromkreis



Schaltsymbole

Wiederholung: Widerstand, Leitwert, Ohmsches Gesetz

Durch Messungen hat Ohm festgestellt, daß der durch einen Widerstand R fließende Strom I der angelegten Spannung U proportional ist:

$$U = R \cdot I \quad , \quad R = \text{Widerstand} \quad , \quad [R] = \frac{\text{V}}{\text{A}} = \Omega \text{ (Ohm)}$$

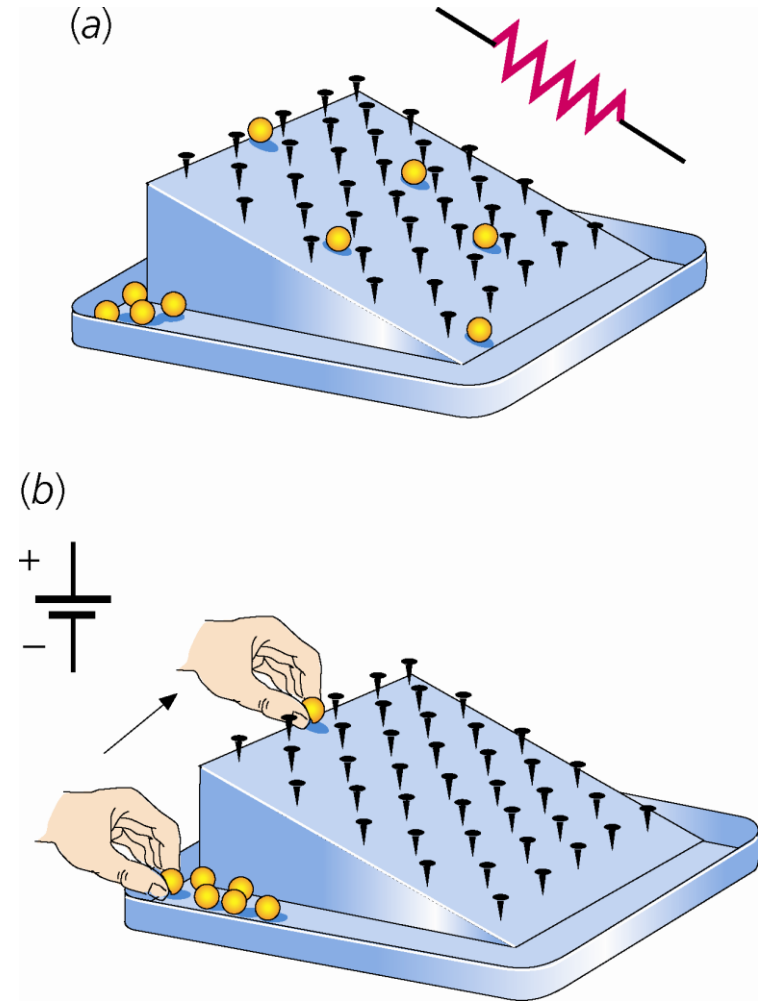
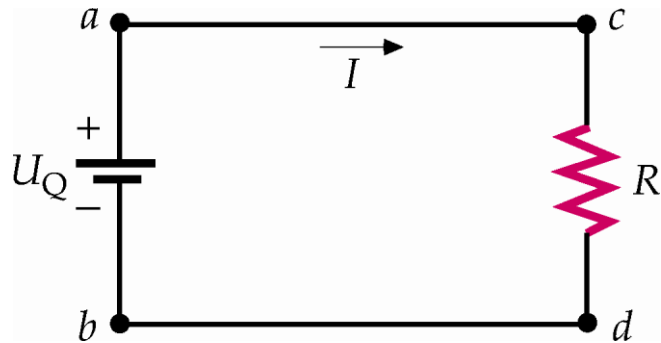
$$I = G \cdot U \quad , \quad G = \frac{1}{R} = \text{Leitwert} \quad , \quad [G] = \frac{\text{A}}{\text{V}} = \text{S (Siemens)}$$

Der Widerstand eines langgestreckten Leiters ist proportional seiner Länge l und umgekehrt proportional seinem Querschnitt A :

$$R = \varrho \frac{l}{A} \quad , \quad \varrho = \text{spez. Widerstand} \quad , \quad [\varrho] = \frac{\Omega \text{mm}^2}{\text{m}}$$

$$G = \kappa \frac{A}{l} \quad , \quad \kappa = \text{Leitfähigkeit} \quad , \quad [\kappa] = \frac{\text{Sm}}{\text{mm}^2}$$

Mechanisches Modell eines Stromkreises



Wiederholung: Temperaturabhängigkeit des Widerstandes

Der spezifische Widerstand eines Materials ist temperaturabhängig. Bis etwa 200°C gilt annähernd eine lineare Temperaturabhängigkeit:

$$R = r \cdot \frac{l}{A}$$

$$\varrho = \varrho_{20} [1 + \alpha(\vartheta - 20^{\circ}\text{C})]$$

ϱ_{20} = spez. Widerstand bei 20°C

α = Temperaturkoeffizient , ϑ = Temperatur in °C

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$$

Material	ϱ_{20} in $\frac{\Omega\text{mm}^2}{\text{m}}$	κ_{20} in $\frac{\text{Sm}}{\text{mm}^2}$	α in $\frac{1}{^{\circ}\text{C}}$
Silber	0.016	62.5	0.0038
Kupfer	0.0178	56.2	0.0039
Aluminium	0.029	34.5	0.0038
Konstantan	0.5	2	−0.00003

Temperaturabhängigkeit des Widerstandes

- metallische Leiter: κ sinkt (d. h. ρ steigt) mit steigender Temperatur (*Kaltleiter*)
- Halbleiter: κ steigt (d. h. ρ sinkt) mit steigender Temperatur (*Heißleiter*)
- Isolatoren: κ steigt (d. h. ρ sinkt) leicht mit steigender Temperatur

Die Abhängigkeiten $\rho(\vartheta)$ und $\kappa(\vartheta)$ sind *bei jedem Material nichtlinear*. Für viele Werkstoffe lässt sich aber für kleine Temperaturänderungen ΔT die Temperaturabhängigkeit *näherungsweise* durch eine *lineare Funktion* (Polynom ersten Grades) beschreiben. Daraus folgt für die Änderung des Widerstandswertes eines Leiters gegenüber dem Wert bei *Bezugstemperatur*

$$R(\vartheta) = R_{\vartheta_0} (1 + \alpha_{\vartheta_0} \cdot (\vartheta - \vartheta_0))$$

mit

R_{ϑ_0}

Widerstandswert bei Bezugstemperatur

α_{ϑ_0}

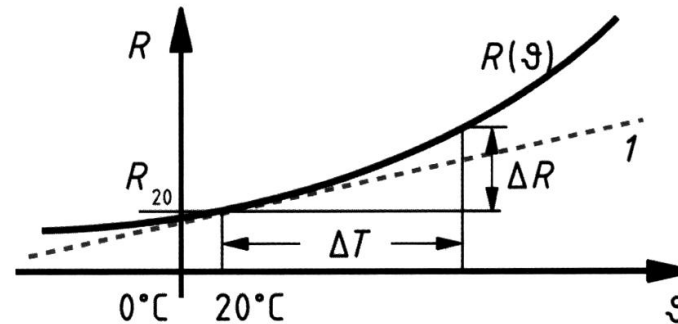
linearer Temperaturkoeffizient von ρ bei Bezugstemperatur ϑ_0 mit

$$[\alpha_{\vartheta_0}] = 1 \text{ K}^{-1}$$

$$\Delta T = \vartheta - \vartheta_0$$

Abweichung der betrachteten Temperatur von der Bezugstemperatur.

Nichtlineare Anhängigkeit von der Temperatur



Für größere Temperaturänderungen wird die Temperaturabhängigkeit *näherungsweise* durch die *quadratische Funktion* (Polynom zweiten Grades)

$$R(\vartheta) = R_{\vartheta_0} (1 + \alpha_{\vartheta_0} \cdot (\vartheta - \vartheta_0) + \beta_{\vartheta_0} \cdot (\vartheta - \vartheta_0)^2)$$

beschrieben mit den auch in Gl. (2.23) auftretenden Größen sowie

β_{ϑ_0} *quadratischer Temperaturkoeffizient* von ρ bei Bezugstemperatur ϑ_0 mit

$$[\beta_{\vartheta_0}] = 1 \text{ K}^{-2} .$$

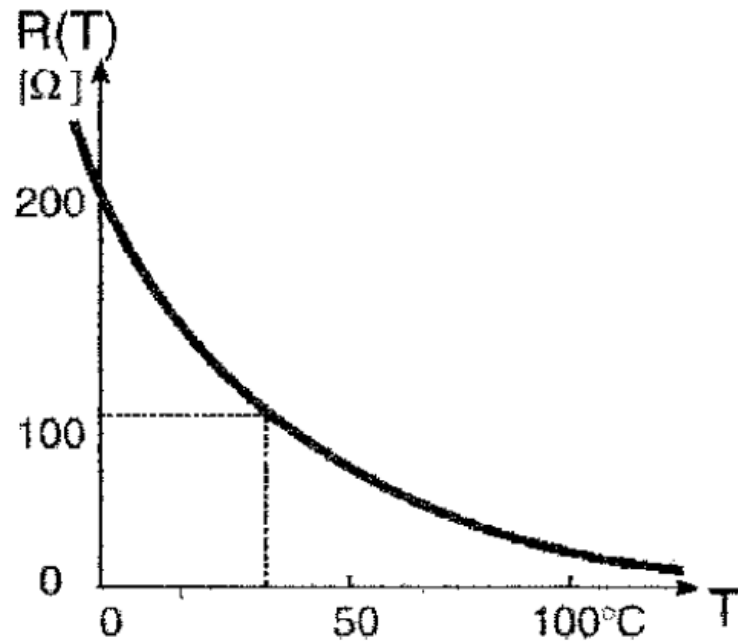
Als Bezugstemperatur ϑ_0 wählt man zweckmäßigerweise eine typische *Betriebstemperatur*, für die die benötigten Materialparameter (ρ bzw. κ sowie α und ggf. β) verfügbar sind.

Temperaturkoeffizienten des spezifischen elektrischen Widerstandes

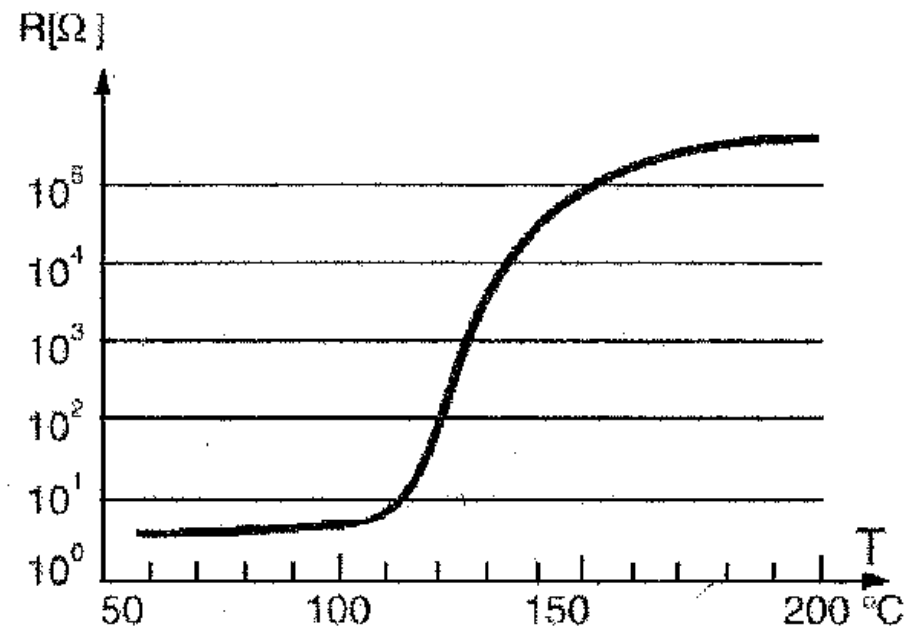
Material	α_{20} in K^{-1}	β_{20} in K^{-2}
Eisen	$6 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-6}$
Platin	$3,8 \cdot 10^{-3}$	$0,6 \cdot 10^{-6}$
Aluminium	$3,8 \cdot 10^{-3}$	$1,3 \cdot 10^{-6}$
Gold	$3,9 \cdot 10^{-3}$	$0,5 \cdot 10^{-6}$
Kupfer	$3,9 \cdot 10^{-3}$	$0,6 \cdot 10^{-6}$
Silber	$3,8 \cdot 10^{-3}$	$0,7 \cdot 10^{-6}$
Konstantan ⁴	$0,01 \cdot 10^{-3}$	

Widerstandskennlinien von Thermistoren

NTC-Kennlinie

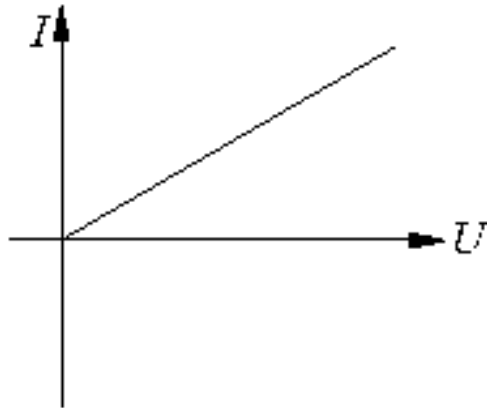


PTC-Kennlinie

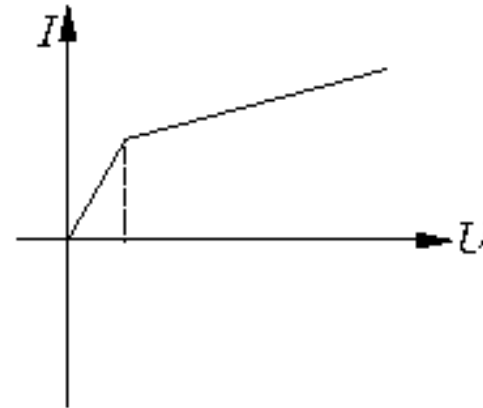


Strom-Spannungs-Kennlinie

Die Strom-Spannungscharakteristik eines Leiters kann durch eine so genannte Kennlinie dargestellt werden. Dafür wird i.a. der Strom über der Spannung aufgetragen.



Kennlinie für einen Ohmschen Widerstand. Der Strom I ist direkt proportional zur Spannung U . Dies gilt in guter Näherung für Metalle und Elektrolyte. Bedingung ist allerdings eine konstante Temperatur.



Kennlinie einer Glühlampe. Nur in einem gewissen Bereich hat das Ohmsche Gesetz Gültigkeit. Bei höheren Spannungen (höheren Temperaturen) erhöht sich der Widerstand. Das Verhalten wird nicht-linear.

Energie und Leistung

Im stationären Zustand (konstanter Stromfluß) wird die von der Batterie gelieferte Energie im Verbraucher in Wärme umgesetzt. Gesucht ist der Zusammenhang zwischen der Leistung und den Größen U und I (Strom und Spannung). Was versteht man eigentlich unter der „Spannung“?

Zur Klärung dieser Fragen betrachten wir eine Ladungsmenge Q , die in der Zeitspanne t den Leiter mit der Länge l durchquert hat.

Energie $W = F \cdot l = Q \cdot \frac{F}{Q} \cdot l = Q \cdot E \cdot l \leftarrow \text{Spannung } U, [U] = \text{V}$
 \nwarrow elektrische Feldstärke $E, [E] = \text{V/m}$

Leistung $P = \frac{W}{t} = U \cdot \frac{Q}{t} \rightarrow \boxed{P = U \cdot I}, \boxed{W = U \cdot I \cdot t}$
 \nearrow Stromstärke I $[I] = \text{A} \quad [P] = \text{W} \quad [W] = \text{Ws}$

Beispielaufgaben

1. Welcher Strom fließt durch ein elektrisches Bügeleisen von 80Ω bei einer Spannung von 230V?
2. Welcher Strom fließt durch eine Spule mit 300m Kupferdraht von 0,5 mm Durchmesser bei einer angelegten Spannung von 6V?
3. Welchen Widerstand hat eine Glühlampe, durch die bei 230V ein Strom von 0,474A fließt?
4. Von welchen Strömen werden folgende 230V-Lampen durchflossen?
a) 25W b) 40W c) 60W d) 75W
5. Ein Gefrierschrank nimmt bei der Spannung 230V die Leistung 115W auf. Wie groß ist die Stromstärke?
6. Eine 150W Projektionslampe für 125V wird über einen Vorschaltwiderstand mit der Netzspannung von 230V gespeist. Welche Leistung setzt der Widerstand um?

Zweipole

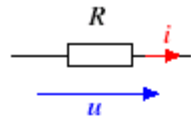
Als einen Zweipol (auch Eintor oder Oneport genannt) bezeichnet man in der Elektrotechnik allgemein ein Bauelement oder eine Schaltung mit zwei „Anschlüssen“ (Klemmen). Die Erweiterung ist der Vierpol (Zweitor).

Passiver Zweipol: Der Zweipol gibt in keinem Betriebszustand elektrische Leistung über die Klemmen ab.

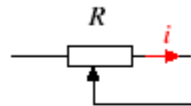
Aktiver Zweipol: Der Zweipol gibt (immer) Leistung über die Klemmen ab.

Wenn nur das Verhalten eines Zweipols und nicht sein exakter interner Aufbau von Interesse ist, kann dieser durch eine kompaktere Ersatzschaltung dargestellt werden. Die Ersatzschaltung besitzt dabei das gleiche Strom-Spannungs-Verhalten am Ausgang wie die ursprüngliche Schaltung.

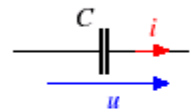
Schaltsymbole nach DIN EN 60617



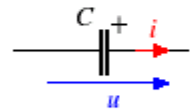
Widerstand



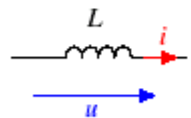
Potentiometer



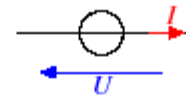
Kondensator, Kapazität



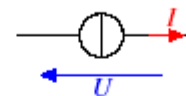
Kondensator mit Polung



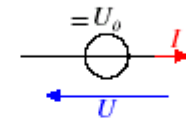
Spule, Induktivität



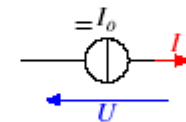
Ideale Spannungsquelle



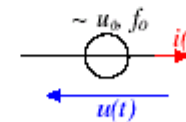
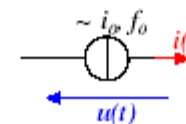
Ideale Stromquelle



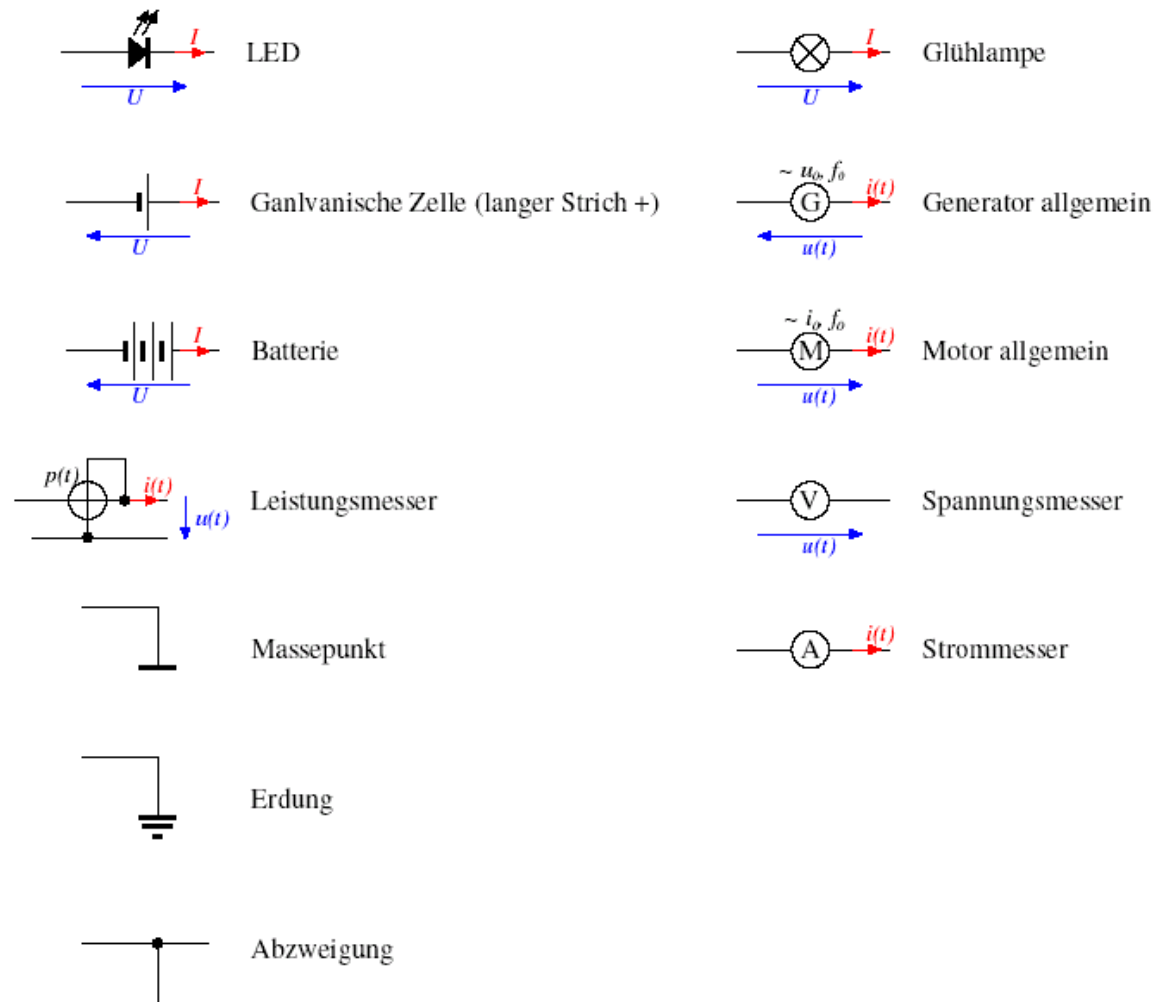
Ideale Gleichspannungsquelle



Ideale Gleichstromquelle

Ideale sinusförmige
WechselspannungsquelleIdeale sinusförmige
Wechselstromquelle

Schaltsymbole nach DIN EN 60617



Elektrische Quellen

Elektrische Quellen sind aktive Zweipole, die aufgrund ihres physikalischen Aufbaus elektrische Ladungen trennen können, wobei den Ladungsträgern elektrische Energie zugeführt wird.

In den nachfolgenden Abschnitten werden verschiedene Modelle für elektrische Quellen behandelt.

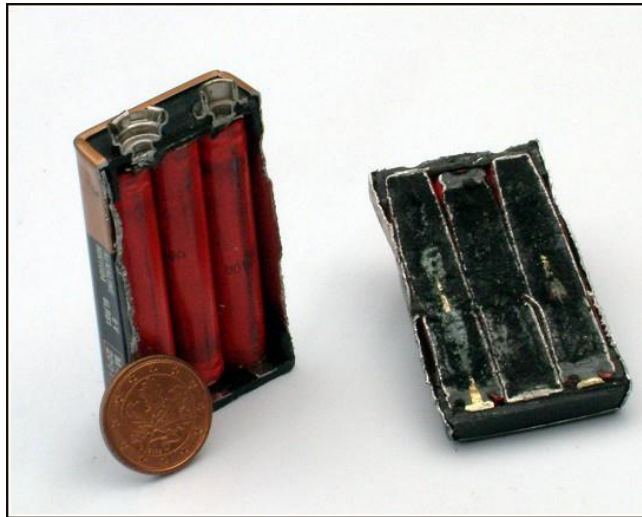
Die zunächst betrachteten idealen Quellen sind mathematisch sehr einfach beschreibbar. Eine ideale Quelle prägt der mit ihr verbundenen Schaltung über ihre Klemmen entweder eine bestimmte Spannung oder einen bestimmten Strom ein.

Eine solche eingeprägte Größe wird auch als Quellgröße bezeichnet und mit dem Index „q“ versehen. Ideale Quellen sind allerdings technisch nicht realisierbar.

Beispiele für Elektrische Quellen



Elektrostatischer
Generator



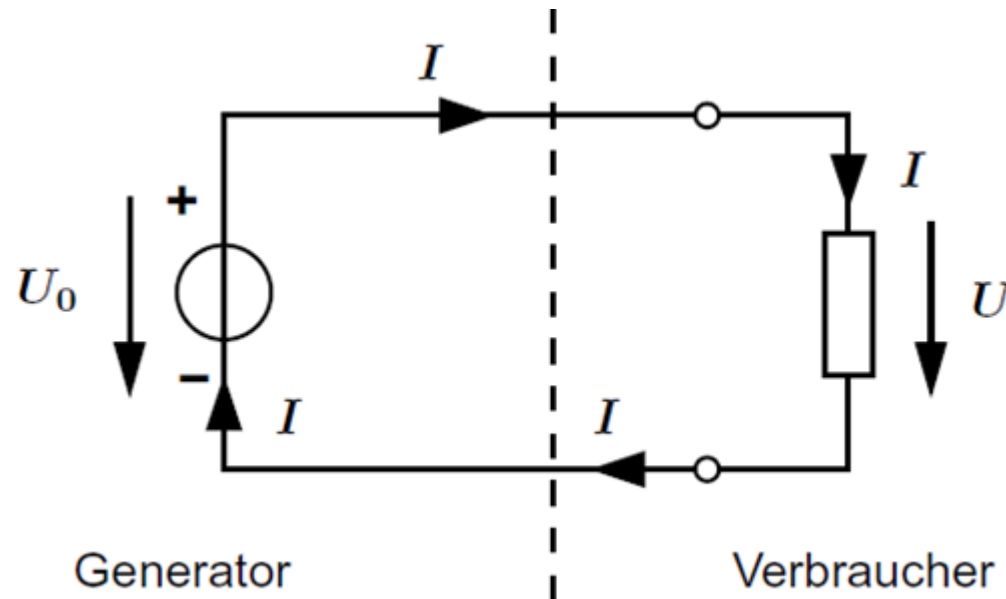
Primärbatterie



Akkumulator

Richtungsregeln (Zählpfeile)

Den in einem elektrischen Stromkreis auftretenden Strömen und Spannungen werden Richtungen in Form von Zählpfeilen zugeordnet.



Die Zählpfeile von Strom und Spannung sind am Generator entgegengesetzt und am Verbraucher gleichgerichtet. Ansonsten kann die jeweilige Richtung beliebig angesetzt werden.

Ideale Spannungsquelle

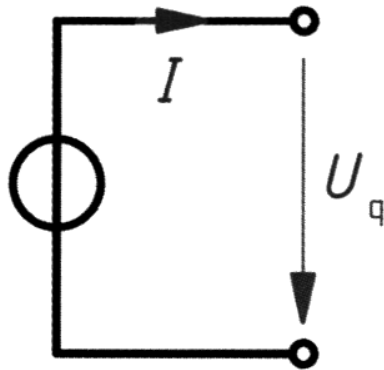
Eine ideale Spannungsquelle erzeugt eine bestimmte Potenzialdifferenz zwischen ihren Klemmen, die Quellenspannung U_q (Spannungseinspeisung).

Die Quellenspannung ist unabhängig vom Strom, der durch die Quelle fließt und kann positiv, null oder negativ sein.

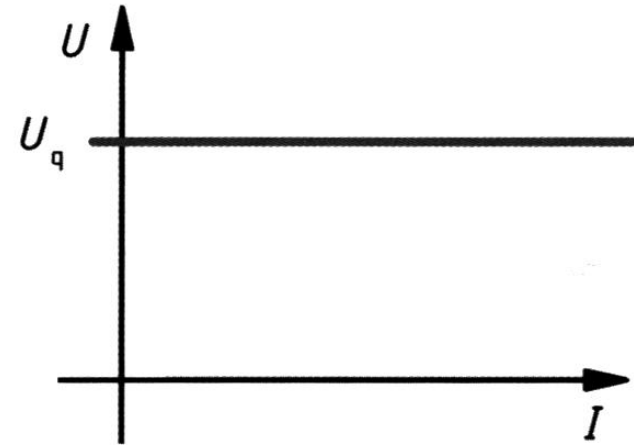
Eine ideale Spannungsquelle darf nicht im Kurzschluss (widerstandslose Verbindung der beiden Quellen) betrieben werden. Ein Kurzschluss würde gleiches Potenzial zwischen den Klemmen der Spannungsquelle erzwingen, was für $U_q \neq 0$ zu einem Widerspruch führen würde.

Ist die Polarität einer Spannungsquelle bekannt, so wird die Richtung ihres Spannungszählpfeils üblicherweise so gewählt, dass die Quellenspannung einen positiven Zahlenwert hat. Eine entgegengesetzte Wahl der Zählpfeilrichtung ist aber nicht falsch.

Ideale Spannungsquelle



U und I im Erzeuger-Zählpfeilsystem (EZS) an einer idealen Spannungsquelle



Strom-Spannungs-Kennlinie $U(I)$ einer idealen Spannungsquelle für $U_q > 0$

Das Modell der idealen Quelle ist in der Lage, sowohl als Erzeuger als auch als Verbraucher zu wirken, was bei realen Quellen nicht der Fall ist.

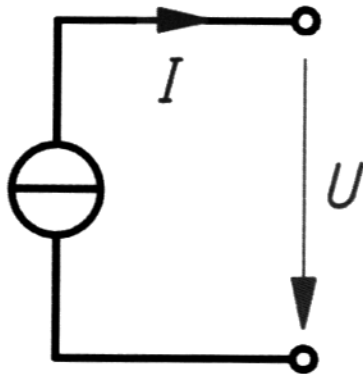
Ideale Stromquelle

Eine ideale Stromquelle treibt unabhängig von ihrer äußeren Beschaltung durch ihre Klemmen einen bestimmten Quellenstrom I_q (Stromeinspeisung).

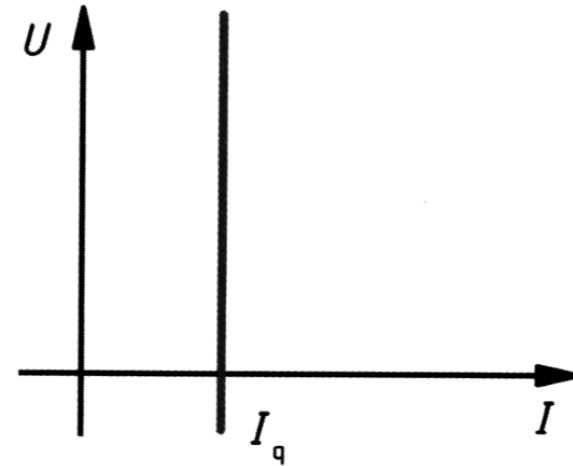
Der Quellenstrom kann positiv, null oder negativ sein. Eine ideale Stromquelle darf nicht im Leerlauf (keine leitfähige Verbindung zwischen den Klemmen) betrieben werden., da dann der durch die Quelle eingeprägte Strom nicht fließen könnte, was für $I_q \neq 0$ zu einem Widerspruch führen würde.

Ist die Polarität einer Stromquelle bekannt, so wird die Richtung ihres Stromzählpfeiles üblicherweise so gewählt, dass ihr Quellenstrom einen positiven Zahlenwert hat.

Ideale Stromquelle



U und I im Erzeuger-Zählpfeilsystem (EZS) an einer idealen Stromquelle

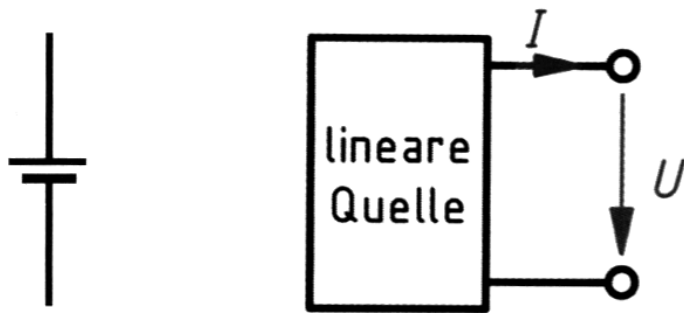


Strom-Spannungs-Kennlinie $U(I)$ einer idealen Stromquelle für $I_q > 0$

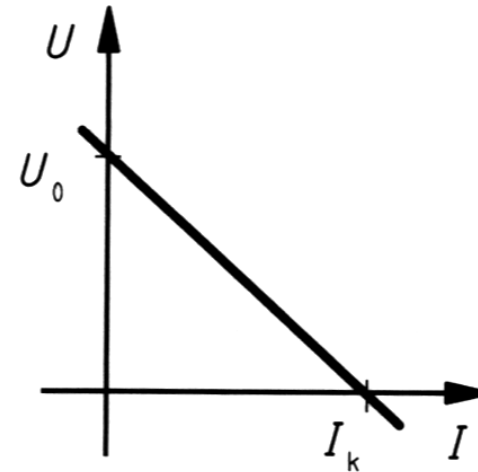
Das Modell der idealen Quelle ist in der Lage, sowohl als Erzeuger als auch als Verbraucher zu wirken, was bei realen Quellen nicht der Fall ist.

Allgemeine Lineare Quelle

Merkmal linearer Quellen ist die lineare Abhängigkeit zwischen Klemmstrom und Klemmspannung.



Lineare Quelle mit Zählpfeilen

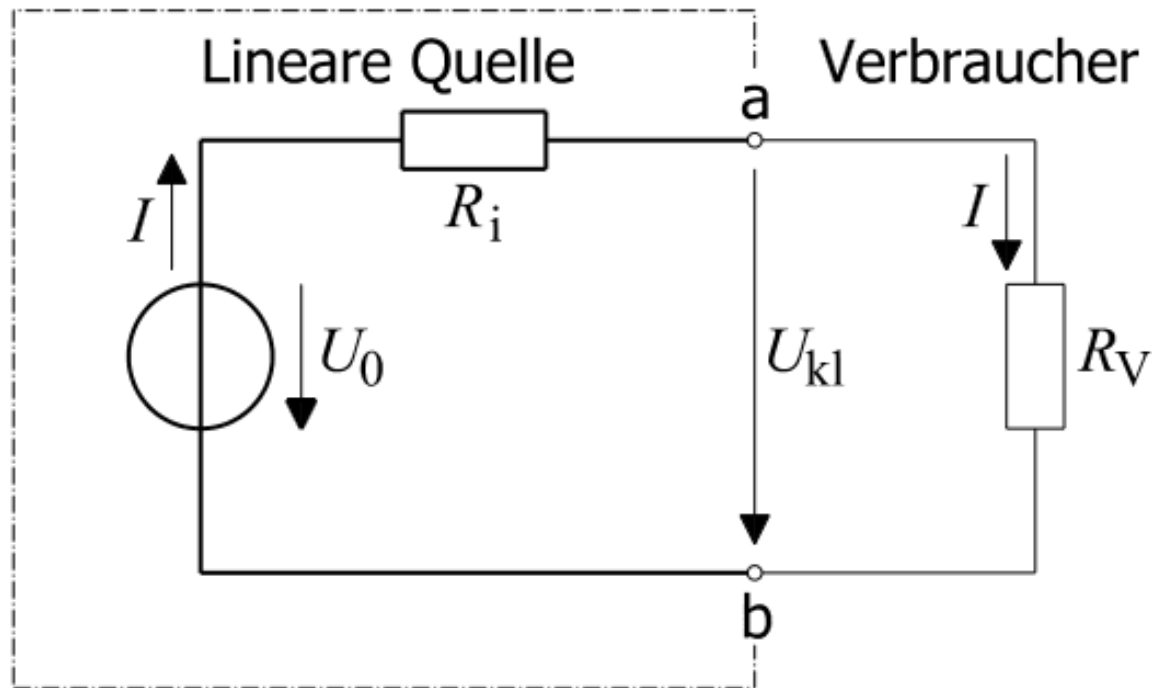


Kennlinie einer linearen Quelle

Zwei besondere Arbeitspunkte einer linearen Quelle sind:

- Leerlauf (Klemmen offen): $I = 0$ $U = U_0$ (Leerlaufspannung)
- Kurzschluss (Klemmen kurzgeschlossen): $U = 0$ $I = I_k$ (Kurzschlussstrom)

Schaltbild einer Linearen Quelle mit Verbraucher



$$U_q = U_0 + U_a$$

$$U_q = U_0 + U_{kl}$$

$$U_q = I \cdot (R_i + R_a)$$

$$U_q = I \cdot (R_i + R_V)$$

$$I = \frac{U_q}{R_i + R_a}$$

Lineare Quelle

Die Strom-Spannungs-Kennlinie $U(I)$ lässt sich bei jeder linearen Quelle durch folgende lineare Funktion beschreiben:

$$U(I) = U_0 - \frac{U_0}{I_k} \cdot I$$

mit den festen Werten U_0 und I_k . Das elektrische Verhalten einer linearen Quelle wird bei gegebenen Zählpfeilen also vollständig durch die zwei Parameter Leerlaufspannung und Kurzschlussstrom charakterisiert.

Die Kenngröße U_0 / I_k hat die Dimension eines Widerstandes und wird Innenwiderstand R_i der linearen Quelle genannt:

$$R_i = \frac{U_0}{I_k}$$

Daraus ergibt sich:

$$U(I) = U_0 - R_i \cdot I$$

Lineare Quelle

Der Kehrwert des Innenwiderstandes wird als Innenleitwert der linearen Quelle bezeichnet.

$$G_i = \frac{1}{R_i}$$

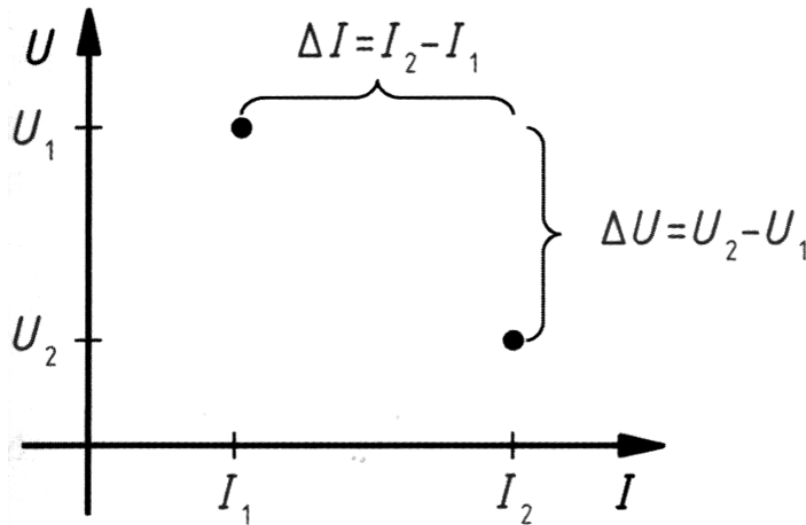
Es ergibt sich:

$$I(U) = \frac{U_0}{R_i} - \frac{U}{R_i}$$

Daraus ergibt sich die lineare Gleichung, die mit den zwei Parametern Kurzschlussstrom I_k und Innenleitwert G_i das Klemmenverhalten einer linearen Quelle beschreibt.

$$I(U) = I_k - G_i \cdot U$$

Bestimmung des Innenwiderstandes



Bestimmung der Kennlinie
einer linearen Quelle aus
zwei Messpunkten

$$R_i = -\frac{\Delta U}{\Delta I} = -\frac{U_2 - U_1}{I_2 - I_1}$$

$$U_1 = U_0 - R_i I_1$$

$$U_2 = U_0 - R_i I_2$$

Gleichwertigkeit linearer Quellen

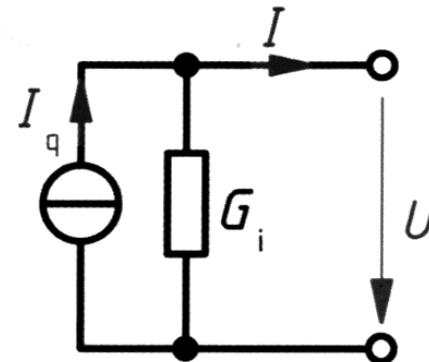
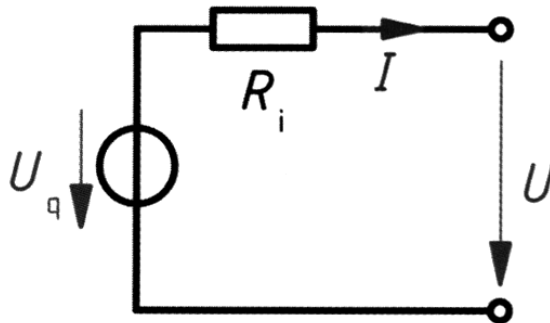
$$U(I) = U_0 - R_i \cdot I$$

$$I(U) = I_k - G_i \cdot U$$



$$U = U_q - R_i I$$

$$I = I_q - G_i U$$



$$U_q = I_q R_i \quad R_i = 1 / G_i$$

Grenzfälle linearer Quellen

Eine lineare Spannungsquelle mit $R_i = 0$ verhält sich wie eine ideale Spannungsquelle.

Eine lineare Stromquelle mit $G_i = 0$, also $R_i = 1 / G_i \rightarrow \infty$ verhält sich wie eine ideale Stromquelle.

Eine lineare Spannungsquelle mit $U_q = 0$ („deaktivierte Quelle“) verhält sich wie ein Ohmscher Widerstand R_i .

Eine lineare Stromquelle mit $I_q = 0$ („deaktivierte Quelle“) verhält sich wie ein Ohmscher Leitwert G_i bzw wie ein Ohmscher Widerstand $R_i = 1 / G_i$.

Literatur

M. Filtz, TU Berlin: Vorlesung Grundlagen der Elektrotechnik, WS2006/07

Moeller: Grundlagen der Elektrotechnik, Vieweg+Teubner Verlag

Helmut Lindner: Elektro-Aufgaben Band 1: Gleichstrom, Hanser Fachbuchverlag

Paul A. Tipler, Gene Mosca: Physik für Wissenschaftler und Ingenieure, Spektrum Akademischer Verlag, August 2009



Hochschule Deggendorf – Edlmairstr. 6 und 8 – 94469 Deggendorf