

Übungen zu Analytische Grundlagen - WIW-1:

Blatt 8

WS 2014/15

1. Man gebe die ersten 6 Glieder der nachstehenden Zahlenfolgen $(a_n), n \geq 1$ an : (A15.1)

a) $a_n = \frac{n-1}{n+1}$ b) $a_n = 1 + \frac{(-1)^n}{n}$ c) $a_n = \frac{(-2)^n + 2^n}{2n}$ d) $a_n = \frac{(-n)^n}{n!}$

e) $a_n = \frac{10^{-\frac{n}{2}} \cdot n!}{n + \min(n^2, n!)}$ f) $a_1 = 1, a_n = \sum_{i=1}^{n-1} a_i, n > 1$ h) $a_1 = 2, a_2 = 3, a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2}, n > 2$

2. Wie lautet das allgemeine Glied a_n der rekursiv vorgegebenen Zahlenfolgen in expliziter Darstellung:

a) $a_1 = 1, a_n = 2a_{n-1}$ b) $a_1 = 1, a_n = \frac{2a_{n-1}}{n+1}$ c) $a_0 = 3, a_1 = 1, a_n = a_{n-2}$

d) $a_0 = 2, a_1 = \frac{1}{2}, a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n-2}}{2}$ f) $a_1 = 2, a_n = \sum_{i=1}^{n-1} a_i, n > 1$ (A15.2)

3. Gegeben seien folgende Zahlenfolgen $(a_n), n \geq 1$:

a) $a_n = \frac{1}{n}$ b) $a_n = \frac{n^2}{2^5}$ c) $a_n = \frac{(-2)^n}{n}$ d) $a_n = \frac{2n+1}{n}$ e) $a_n = \frac{n-1}{n+1}$ f) $a_n = \frac{n+3}{n+1}$

g) $a_n = \frac{10^n}{n!}$ h) $a_n = \frac{n!}{n^n}$ i) $a_n = \frac{n^2+3}{(n+1)^2}$ j) $a_n = \frac{n^2+6n+8}{n^2+5n+6}$ k) $a_n = 1 + \frac{(-1)^n}{n^2}$

3.1 Man untersuche das Monotonieverhalten dieser Zahlenfolgen. (A15.4)

3.2 Welche der Zahlenfolgen sind beschränkt? Im Falle vorliegender Beschränktheit gebe man jeweils untere und obere Schranken s bzw. S an. (A15.5)

3.3 Welche der Zahlenfolgen sind konvergent? Man ermittle ihren Grenzwert. (A15.6)

4. Man ermittle den Grenzwert der Zahlenfolgen (a_n) : (Hinweis: Definition der Eulerschen Zahl) (A15.7)

a) $a_n = \left(1 + \frac{1}{n+3}\right)^{n+2}$ b) $a_n = \left(1 - \frac{1}{n-4}\right)^{3n}$

(entnommen der Übungssammlung von Prof. Schulte aus dem Blatt 15)