



Mathematik für Infotronik
Aufgabenblatt 1 (24.10.2010)

1. Gegeben seien die drei Vektoren $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie:

- a) $(\mathbf{a} - \mathbf{b}) \times (3 \mathbf{c})$
- b) $(2 \mathbf{a}) \times (-\mathbf{b} + 5 \mathbf{c})$
- c) Spatprodukt $[\mathbf{a} \mathbf{c} \mathbf{b}]$
- d) Spatprodukt $[\mathbf{a} \mathbf{b} \mathbf{c}]$

2. Bestimmen Sie die reellen Lösungsmengen folgender Gleichungen
($x, a, b, c \in \mathbb{R}$):

a) $(8x - 9)(3x - 4) - (5x - 6)^2 = (4 + x)(3 - x) - 9$

b) $\frac{2a+x}{2a-x} = \frac{a+b}{a-b}$

c) $\frac{\frac{2}{3}x - \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} - x} - \frac{2}{3} = \frac{2}{3} - \frac{\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} - x}$

d) $\frac{x^2 + 2x}{2x^2 + 2x - 4} = 1$

e) $\frac{4-x}{2} - \left(\frac{8-x}{3} - \frac{x+2}{4} \right) + \left(\frac{8-x}{6} - \frac{3 \cdot (2+x)}{8} \right) + x = 1$

f) $\frac{a^3}{b} \cdot (x + 1) - \frac{b+c}{b} \cdot (1 - 2x) = b^2 \cdot (1 - x) + \frac{b+c}{b}$

g) $t^4 - 13 \cdot t^2 + 36 = 0$

3. Gegeben sei ein Parallelogramm, das von den Vektoren $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ aufgespannt wird. Der gemeinsame Anfangspunkt dieser Vektoren habe die Koordinaten $(1; 1; 1)$. Berechnen Sie alle vier Eckpunkte und den Flächeninhalt dieses Parallelogramms.

4. Bestimmen Sie die reellen Lösungsmengen folgender Gleichungen:

a) $\frac{11x+6}{x^2-3x-54} = \frac{3x-14}{2x-18} - \frac{3(x+2)}{2x+12}$

b) $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$

c) $\sqrt{x} - \sqrt{x-1} = \sqrt{2x-1}$

d) $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x-3} - \sqrt{x^2-4x+3} - \sqrt{2x^2-7x+3} = 0$

e) $\frac{1}{1+\sqrt{1-x}} + \frac{1}{1-\sqrt{1-x}} = \frac{2x}{9}$

f) $\frac{a^2 \cdot (2bx-1)}{a^4 b^2 x^2 - b^2} + \frac{b}{a^2 bx + b} = \frac{a^2 bx}{a^2 bx - b} + \frac{b^2(2ax-3)}{a^4 b^2 x^2 - b^2} - 1$ mit $a \cdot b \neq 0, |x| \neq \frac{1}{a^2}$

g) $x^4 + a^4 + b^4 = 2a^2 x^2 + 2b^2 x^2 + 2a^2 b^2$

h) $\frac{a-\frac{1}{x}}{a+\frac{1}{x}} - \frac{1}{x} = \frac{x-\frac{1}{a}}{x+\frac{1}{a}} - \frac{1}{a}$

Viel Erfolg bei der Lösung der Aufgaben!



Lösungen:

1a) $\begin{pmatrix} 93 \\ 9 \\ -6 \end{pmatrix}$; 1b) $\begin{pmatrix} 236 \\ -2 \\ 38 \end{pmatrix}$; 1c) 55; 1c) -55;

2a) $\left\{ \frac{3}{2} \right\}$

2b) für $a \neq 0$: $\{2b\}$, für $a = 0$: $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

2c) $\left\{ \frac{1}{3} \right\}$

2d) $\{2\}$

2e) $\left\{ \frac{14}{13} \right\}$

2f) für $a^3 + 2(b + c) - b^3 \neq 0$: $\{1\}$, für $a^3 + 2(b + c) - b^3 = 0$: \mathbb{R}

2g) $\{14\}$

3) (1; 1; 1); (2; 3, 4); (0; 1; 3); (1; 3; 6); 6,708

4a) $\{14\}$

4b) $\{-1; -0,5; 0,5; 1\}$

4c) $\{1\}$

4d) $\{3\}$

4e) $\{-3\}$

4f) $(a + b)/(2ab)$

4g) $\pm(a + b), \pm(a - b)$

4h) a , falls $x \neq 0$ und $x \neq -1/a$