

Drehbewegung / Drehimpuls

radiant $\varphi = \frac{s}{r}$ $\begin{matrix} \text{< bogenlänge >} \\ \text{< radius >} \end{matrix}$

Kreisumfang: $2\pi r$
 $\varphi = \frac{2\pi}{r} = 2\pi \text{ rad}$

moment of inertia $I = \sum m r_i^2$

Bestandteile kin. Energie eines rollenden Körpers

$E_{\text{kin}} = E_{\text{kin,rot}} + E_{\text{kin,v}}$

Frage: kin. Energie eines rollenden Körpers ist höher als
 der des gleichen Körpers mit gleichm. translatorischer
 Geschwindigkeit?

Arbeit einer Drehbewegung: $W = M \cdot \varphi$

$P = M \cdot \omega$

Leistung einer Drehbewegung:

Bsp.: London Eye

$d = 135 \text{ m}$ $m = 1600 \text{ kg}$

s (Weg auf Kreisbogen) = 10 m $\omega = 2 \frac{v}{r} =$

$\frac{2 \cdot 2\pi \text{ rad}}{1600 \text{ s}} =$

a) Ges: M zum Stoppen bei $s = 10 \text{ m}$?

b) Bremskraft (F) beim Stopprogang?

$3,49 \cdot 10^{-3} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

zu a) Arbeit $\hat{=}$ Änderung d. kin. Energie

$E_{\text{kin}} = \frac{I}{2} \omega^2$ ①

$M = \frac{W}{\varphi} = \Delta E_{\text{kin}}$

$I = m r^2 = 1600 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot (67,5 \text{ m})^2$
 $= 7,29 \cdot 10^9 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ②

② in ①
 $E_{\text{kin}} = \frac{7,29 \cdot 10^9 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}{2} \cdot (3,49 \cdot 10^{-3} \frac{\text{rad}}{\text{s}})^2$

$= 44397 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$

$= 44,4 \text{ kJ}$ (drehend)

zu b) $E_{kin, \text{stehend}} = 0 \Rightarrow \Delta E_{kin} = -44,4 \text{ kJ}$

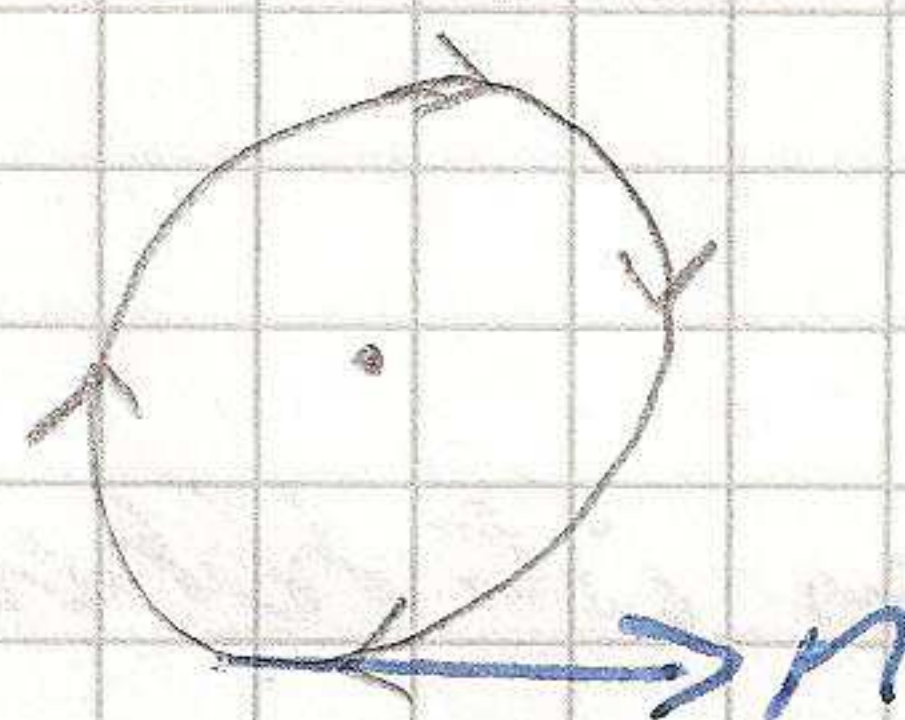
$W = \Delta E_{kin}$

$M = \frac{W}{\varphi} = \frac{E_{kin}}{\varphi} = \frac{-44,4 \text{ kJ}}{0,148}$

$= -300 \text{ kJ}$

$M = \underline{\underline{-300 \text{ kNm}}}$

Was bedeutet dieses \ominus ?



$\varphi = \frac{s}{r} = \frac{10 \text{ m}}{67,5 \text{ m}} = 0,148 \text{ rad}$

Δ rad hat keine Einheit

Δ Drehmomente werden immer im N·m angegeben, auch wenn es rechnerisch das selbe ist

$F_z = \frac{M}{r} = \frac{-3 \cdot 10^5 \text{ N}}{67,5 \text{ m}} = \underline{\underline{4,44 \text{ kN}}}$

Impuls: $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

Δ auch \vec{v} ist eine vektorielle Größe

Drehimpuls: $L = I \cdot \vec{\omega}$ $L = r \cdot p = m r^2 \omega$

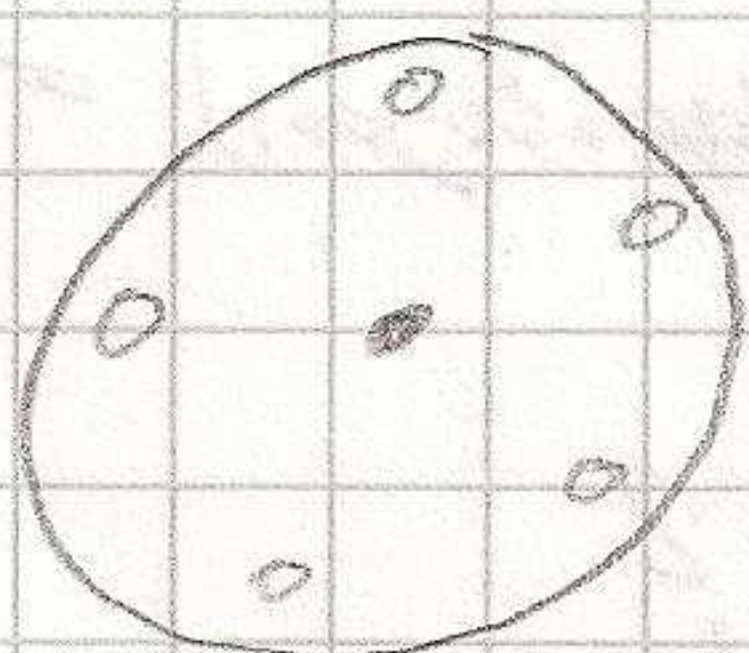
wenn $M = 0$: $\vec{L} = \text{const}$ $\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}$ (Impuls Erhaltungssatz f. Drehbewegung)

Bsp Karussell: Geg.:

$I_K = 150 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
 $d = 2 \text{ m}$
 $m = 60 \text{ kg / Person}$

Anfang

Ende



20 U/min

$\omega_E = ? \Rightarrow a_{zp} > 4 \text{ kg}?$

Vorgehensweise:

Inertialmoment am Anfang ausrechnen

Inertial " am Ende "

$\left. \begin{array}{l} \omega_A \cdot I_A \\ = \\ \omega_E \cdot I_E \end{array} \right\}$

Zur Hilfe (beruht

auf dem

ω_E berechnen

19.11.14
Physik
Kupis

$$I_A = I_K + 5 \cdot I_P = 130 \text{ kg} + 5 \cdot 60 \text{ kg} \cdot (1,5 \text{ m})^2 = 805 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$I_E = \text{nur schätzbar (Näherung)}$

$$= I_K + 1 \cdot I_{\text{Parsen}} + 4 \cdot I_{\text{Pinnen}}$$

$$= 130 \text{ kg} + 60 \text{ kg} \cdot (1,5 \text{ m})^2 + 4 \cdot 60 \text{ kg} \cdot (0,3 \text{ m})^2 = 287 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\omega_A \cdot I_A = \omega_E \cdot I_E$$

$$\omega_E = \frac{\omega_A \cdot I_A}{I_E} = 56,7 \frac{\text{U}}{\text{min}} = 56,7 \frac{2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} = 5,87 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$a_{\text{ZP}} = \omega^2 \cdot r = \left(5,87 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)^2 \cdot 1,5 \text{ m} = \frac{51,68 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{9,81} = 5,27 \text{ g} > 1 \text{ g}$$

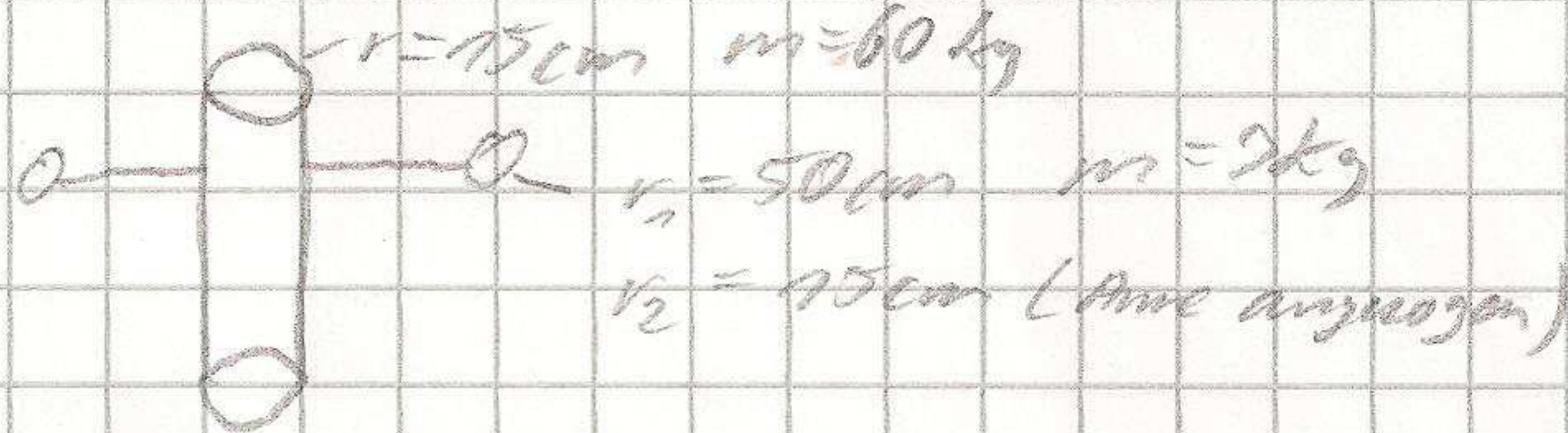
△ In diesem Beispiel ist nur der Betrag interessant, der größer als 1g sein sollte, die eigentliche Kraft, bzw. Beschl., die dem Jäger abwirkt ist die F_Z bzw. a_Z .

Foliennr. 19.11.14

Geg: $\omega_1 = 0,5 \frac{\text{U}}{\text{s}} = 3,14 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

Geomet. Modell Eiskunstläuferin

③ Eiskunstläuferin



$E_{\text{kin}1}$ berechnen: (Arme gestreckt)

$$I_1 = I_K + I_{A1} = \frac{60 \text{ kg} \cdot (0,15 \text{ m})^2}{2} + 2 \cdot 20 \text{ kg} \cdot (0,5 \text{ m})^2 = 2,775 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$E_{\text{kin}2}$ berechnen (Arme ausgezogen)

$$I_2 = I_K + I_{A2} = 0,675 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + 2 \cdot 3 \cdot (0,75 \text{ m})^2 = 0,81 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\omega_1 \cdot I_1 = \omega_2 \cdot I_2$$

$$\omega_2 = \frac{\omega_1 \cdot I_1}{I_2} = \frac{0,5 \frac{\text{U}}{\text{s}} \cdot 2,775 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}{0,81 \text{ kg} \cdot \text{m}^2} = 1,39 \frac{\text{U}}{\text{sek}} = \underline{\underline{8,47 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}}$$

Zu Hause nachrechnen:

Lösung: $E_{\text{kin}1} = 10,73 \text{ J}$

$E_{\text{kin}2} = 28,77 \text{ J}$