

**Mathematik für Infotronik
Aufgabenblatt 8 (14.12.2010)**

1. Eine gebrochenrationale Funktion besitzt folgende Eigenschaften:
Doppelte Nullstelle bei $x_{1/2} = 2$;
Einfache Polstellen bei: $x_3 = -4$, $x_4 = 0$ und $x_5 = 10$;
Punkt $P = (1; 0,2)$ liegt auf der Kurve.

a) Wie lautet die Funktionsgleichung?
b) Skizzieren Sie den Kurvenverlauf.
2. Geben Sie die Funktionsgleichung $f(x) = a_0 + a_1 \cdot x$ der durch die Punkte $(1,5; 2)$ und $(-3; 3)$ verlaufenden Gerade an und bestimmen Sie die Nullstelle dieser linearen Funktion.
3. Berechnen Sie durch Polynomdivision die Asymptoten folgender Funktionen:
a) $y = \frac{2x^3 + x^2 + 1}{x^2 + 2}$
b) $y = \frac{x^2 + x + 0,25}{x}$
4. Bestimmen Sie alle Eigenschaften folgender gebrochen rationaler Funktionen, die auf dem Funktionen-„Steckbrief“ (siehe Vorlesung) aufgelistet sind:
a) $f(x) = \frac{1}{x^2}$
b) $f(x) = \frac{2x-1}{3+2x}$

Viel Erfolg bei der Lösung der Aufgaben!

Lösungen:

1. $y = f(x) = -9 \cdot (x-2)^2 / x (x+4) (x-10)$
2. $y = f(x) = 7/3 - 2/9 \cdot x$; Nullpunkt bei $x = 10,5$
- 3 a) $2x + 1$
3 b) $x + 1$

4. Funktionen – Steckbrief:

Eigenschaft		
Abbildungsvorschrift	$f(x) = \frac{1}{x^2}$	$f(x) = \frac{2x-1}{3+2x}$
max. Definitionsbereich	$\mathbb{R} \setminus \{0\}$	$\mathbb{R} \setminus \{-1,5\}$
Definitionslücken	0	-1,5
Nullstellen	-	0,5
Polstellen	0, ohne Vorzeichenwechsel $\rightarrow +\infty$	-1,5, mit Vorz.-wechsel von $+\infty$ nach $-\infty$
Beschränktheit	nach oben unbeschränkt, nach unten beschränkt, insges. unbeschränkt	nach oben unbeschränkt, nach unten unbeschränkt, insges. unbeschränkt
Supremum	-	-
Infimum	0	-
Maximum	-	-
Minimum	-	-
Wertebereich	$\mathbb{R}_{>0}$	$\mathbb{R} \setminus \{1\}$
Periodizität	-	-
Symmetrie	gerade Funktion	-
Monotoniebereiche	Str. m. steigd. f. $x < 0$, str. m. fallend f. $x > 0$	Str. m. steigd. f. $x < -1,5$ str. m. steigd. f. $x > -1,5$
Umkehrfunktion	$f^{-1}(y) = \sqrt{\frac{1}{y}}$ (f. $y > 0$)	$f^{-1}(y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1+3y}{1-y}$ (f. $y \neq -1$)
Stetigkeitsbereiche	$\mathbb{R} \setminus \{0\}$	$\mathbb{R} \setminus \{-1,5\}$
Konvergenz / Divergenz	Konvergenz	Konvergenz
Grenzwert für $x \rightarrow \pm \infty$	0	1
Graph		