Mathematik für Infotronik
Aufgabenblatt 9 (20.12.2010)

1. Aufgabe:

Diskutieren Sie den Verlauf der gebrochenrationalen Funktion

$$y = \frac{(x+1)^2 (x^2 + x - 2)}{x^3 + 5x^2 + 6x}$$

(Definitionslücken, Null- und Polstellen, Asymptoten, Schnittpunkt mit der y-Achse). Prüfen Sie, ob es *hebbare* Definitionslücken gibt und *skizzieren* Sie die Funktion bzw. die „erweiterte" Funktion.

2. Aufgabe:

Eine *gebrochenrationale* Funktion besitzt an den Stellen $x_1 = -2$ und $x_2 = 5$ *einfache* Nullstellen und bei $x_3 = 0$ und $x_4 = 6$ *Pole 1. Ordnung*. Für große x-Werte, d. h. für $x \to \pm\infty$ nähert sie sich *asymptotisch* der Geraden $y = -2$. Durch welche Gleichung lässt sich diese Funktion beschreiben? *Skizzieren* Sie den Kurvenverlauf.

3. Aufgabe:

Eine *gebrochenrationale* Funktion besitze folgende Eigenschaften:

Doppelte Nullstelle bei $x_{1/2} = 2$;
Einfache Polstellen bei $x_3 = -4$, $x_4 = 0$ und $x_5 = 10$;
Punkt $P = (1;\, 0{,}2)$ liegt auf der Kurve.

a) Wie lautet die *Funktionsgleichung*?

b) *Skizzieren* Sie den Kurvenverlauf.

4. Aufgabe:

Eine *gebrochenrationale* Funktion $y = Z(x) / N(x)$ schneide die y-Achse bei 3. *Sämtliche* Nullstellen des Zählerpolynoms $Z(x)$ und des Nennerpolynoms $N(x)$ sind bekannt:

$$Z(x): \quad x_1 = 2; \quad x_2 = -1; \qquad N(x): \quad x_{3/4} = 1; \quad x_5 = 4$$

a) Bestimmen Sie die *Gleichung* dieser Funktion und *skizzieren* Sie den Kurvenverlauf.

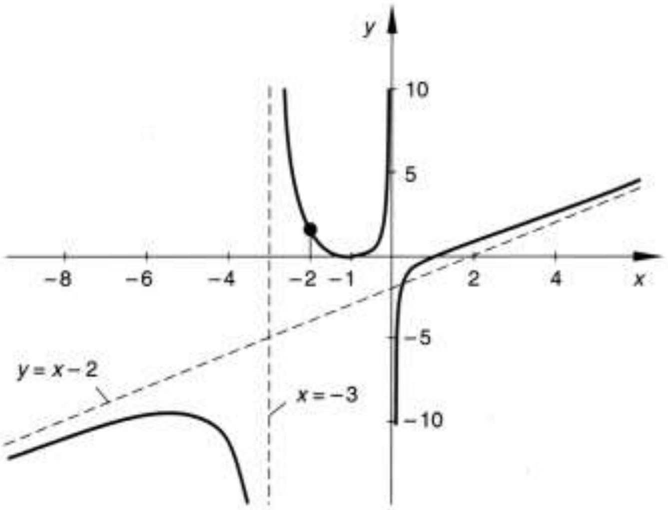
b) Wie lautet die Partialbruchzerlegung der Funktion?

Viel Erfolg bei der Lösung der Aufgaben!

Lösungen:

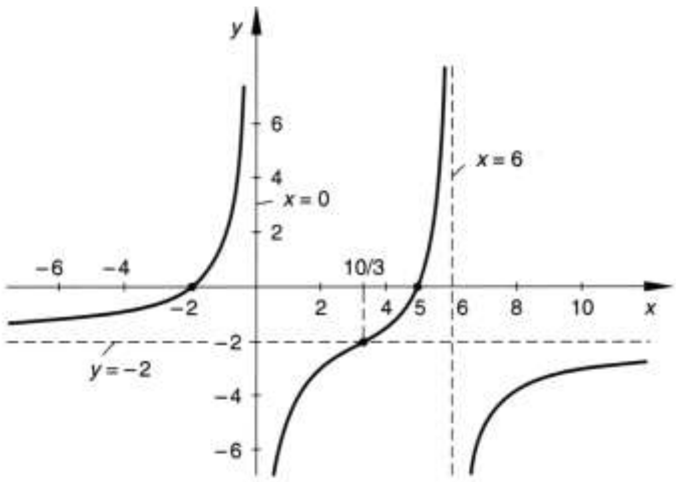
Aufgabe 1:

Doppelte Nullstelle bei x = -1, Nullstelle bei x = 1
Senkrechte Asymptoten bei x = 0, x = -3
Asymptote im Unendlichen: y = x - 2



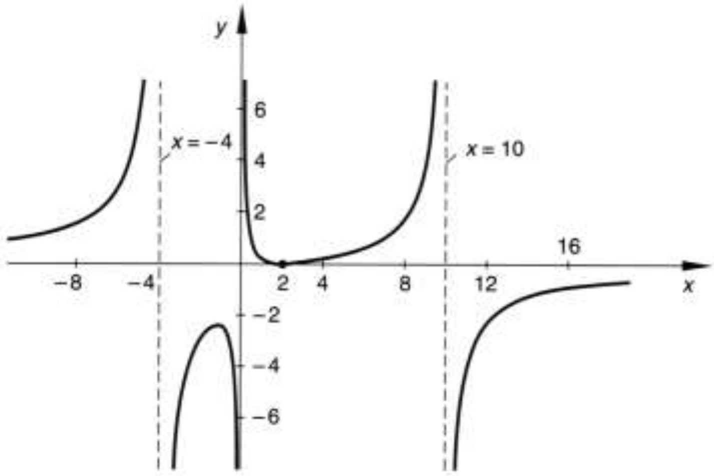
Aufgabe 2:

y = -2 (x² - 3x – 10) / (x² - 6x)



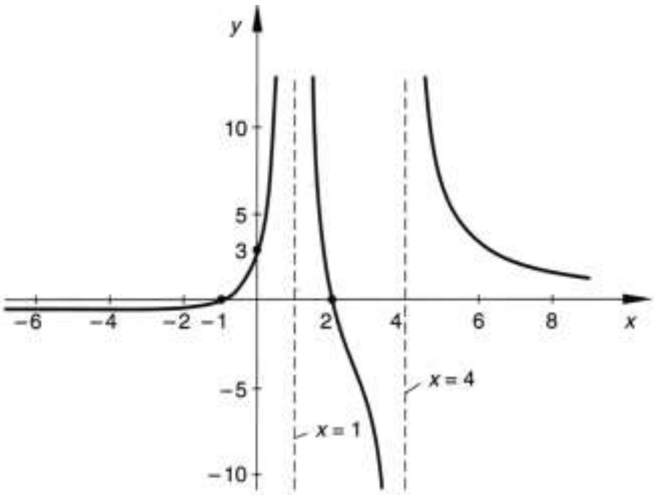
Aufgabe 3:

y = -9 (x – 2)² / (x (x + 4) (x – 10))



Aufgabe 4:

$$y = \frac{6\,(x-2)\,(x+1)}{(x-1)^2\,(x-4)} \qquad (x \neq 1\,;\,4)$$



$$y = \frac{6\,(x-2)\,(x+1)}{(x-1)^2\,(x-4)} = -\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{x-1} + \frac{4}{(x-1)^2} + \frac{20}{3}\cdot\frac{1}{x-4}$$