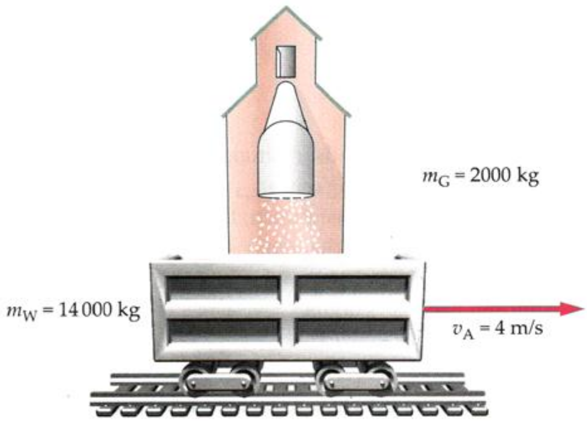
Aufgabenblatt Physik Nr. 5, 10.06.2011

Lösungen:

Aufgabe 1

Problembeschreibung: Berechnen Sie die gesuchte Zeit aus der Entfernung und der Geschwindigkeit des Waggons. Dabei bilden der Waggon und das Getreide das betrachtete System (Abbildung 8.2). Der Waggon bewegt sich in positiver x-Richtung. Es wirkt keine äußere Kraft in x-Richtung auf das System, die x-Komponente des Impulses bleibt also erhalten. Die Endgeschwindigkeit des gefüllten Waggons lässt sich aus seinem Impuls nach dem Beladen berechnen, und der ist gleich dem Impuls vor dem Beladen. (Das Getreide hat ja beim Aufladen keinen Impuls in x-Richtung.) m_W und m_G sind die Massen von Waggon bzw. Getreide.



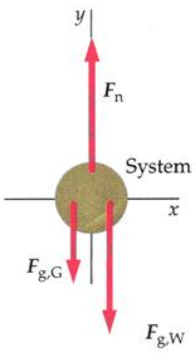
8.2

Lösung:

1. Die Zeit, die der Waggon von der Verladeeinrichtung zu seinem Ziel benötigt, ist folgendermaßen mit der Entfernung d bis zum Ziel und der Endgeschwindigkeit v_E des Waggons nach dem Beladen verknüpft:

$$d = v_{E,x}\,\Delta t$$

2. Zeichnen Sie ein Kräftediagramm des Systems, bestehend aus dem Waggon, dem bereits im Waggon befindlichen Getreide und dem Getreide, das in den Waggon geladen wird (Abbildung 8.3). Zeichnen Sie Koordinatenachsen ein.



8.3 Drei Kräfte wirken auf das System: Die Gravitationskräfte $\boldsymbol{F}_{g,G}$ und $\boldsymbol{F}_{g,W}$ auf das Getreide bzw. auf den Waggon sowie die Normalkraft $\boldsymbol{F}_n$ auf den Waggon.

3. Die Summe der äußeren Kräfte auf das System von Getreide und Waggon ist gleich der zeitlichen Änderung des Systemimpulses:

$$\sum \boldsymbol{F}_{A,ext} = \boldsymbol{F}_{g,G} + \boldsymbol{F}_{g,W} + \boldsymbol{F}_n = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt}$$

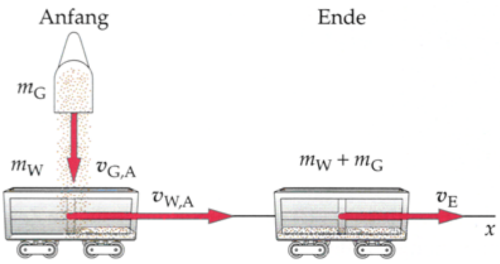
4. Alle äußeren Kräfte sind vertikal, daher ist die x-Komponente der einzelnen Kräfte jeweils null. Gehen Sie von der x-Komponente jedes Terms in dem Ergebnis von Schritt 3 aus. Die x-Komponente der gesamten äußeren Kraft ist null, also ist p_x konstant:

$$F_{g,Gx} + F_{g,Wx} + F_{n,x} = \frac{dp_x}{dt}$$

$$0 + 0 + 0 = \frac{dp_x}{dt}$$

Also gilt $p_{E,x} = p_{A,x}$.

5. Zeichnen Sie eine Skizze des Systems im Zustand vor und nach dem Aufladen des Getreides (Abbildung 8.4).



8.4

6. Wenden Sie die Impulserhaltung an, um das Verhältnis von Endgeschwindigkeit $v_{E,x}$ und der Anfangsgeschwindigkeit $v_{A,x}$ zu bestimmen. Die x-Komponente des Systemimpulses bleibt erhalten:

$$p_{E,x} = p_{A,x}$$

$$(m_W + m_G)\, v_{E,x} = m_W\, v_{A,x} + m_G(0)$$

7. Auflösen nach $v_{E,x}$ ergibt:

$$v_{E,x} = \frac{m_W}{m_W + m_G}\, v_{A,x}$$

8. Setzen Sie das Ergebnis für $v_{E,x}$ in Schritt 1 ein und lösen Sie nach der Zeit auf:

$$\begin{aligned}\Delta t &= \frac{d}{v_{E,x}} = \frac{(m_W + m_G)d}{m_W\, v_{A,x}}\\ &= \frac{(14\,000\ \text{kg} + 2000\ \text{kg})\ (500\ \text{m})}{(14\,000\ \text{kg})\ (4{,}00\ \text{m/s})}\\ &= \boxed{143\ \text{s}}\end{aligned}$$

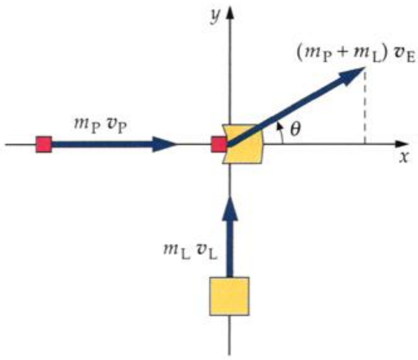
Plausibilitätsprüfung: Die Masse des leeren Waggons ist siebenmal so groß wie die Masse des aufgeladenen Getreides; es ist also nicht zu erwarten, dass die Geschwindigkeit des Waggons durch das Getreide wesentlich geändert wird. Wenn der Waggon mit seiner Anfangsgeschwindigkeit von 4,00 m/s weiterfahren würde, benötigte er für die 500 m lange Strecke (500 m)/(4,00 m/s) = 125 s. Das in Schritt 8 berechnete Ergebnis von gut 140 s ist, wie erwartet, nur unwesentlich länger als 125 s.

Aufgabe 2

Problembeschreibung: Gegeben sind die Massen der Fahrzeuge und die Geschwindigkeit des LKWs beim Zusammenstoß. Es handelt sich um einen vollständig inelastischen Stoß, da die beiden Fahrzeuge ineinander verkeilt sind. Wenden Sie den Impulserhaltungssatz an und bestimmen Sie die Geschwindigkeit Ihres Wagens beim Aufprall.

Lösung:

1. Zeichnen Sie eine Skizze der beiden Fahrzeuge vor und nach dem Zusammenprall. Wählen Sie das Koordinatensystem so, dass Ihr PKW P anfangs in positiver x-Richtung und der LKW L in positiver y-Richtung fuhr (Abbildung 8.28).



8.28

2. Schreiben Sie mithilfe der Massen und Geschwindigkeiten den Impulserhaltungssatz in vektorieller Form:

$$m_P\, \boldsymbol{v}_P + m_L\, \boldsymbol{v}_L = (m_P + m_L)\boldsymbol{v}_E$$

3. Setzen Sie die x-Komponenten der Impulse vor und nach dem Stoß gleich:

$$m_P\, v_P + 0 = (m_P + m_L)\, v_E \cos\theta$$

4. Setzen Sie die y-Komponenten der Impulse vor und nach dem Stoß gleich:

$$0 + m_L\, v_L = (m_P + m_L)\, v_E \sin\theta$$

5. Eliminieren Sie die Endgeschwindigkeit v_E, indem Sie die Gleichung für die y-Komponente des Impulses durch die Gleichung für x-Komponente teilen:

$$\frac{m_L\, v_L}{m_P\, v_P} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta$$

und daher

$$\begin{aligned} v_P &= \frac{m_L\, v_L}{m_P \tan\theta} \\ &= \frac{(3000\ \text{kg})\,(50\ \text{km/h})}{(1200\ \text{kg})\tan 59°} \\ &= \boxed{75\ \text{km/h}} \end{aligned}$$

6. Untermauert oder widerlegt das die Behauptung des LKW-Fahrers, Sie seien zu schnell gefahren?

Ihre Geschwindigkeit 75 km/h liegt innerhalb der Geschwindigkeitsbegrenzung von 80 km/h; die Behauptung des LKW-Fahrers ist also durch die sorgfältige Anwendung der physikalischen Gesetze widerlegt.

Plausibilitätsprüfung: Die Masse des LKW ist zweieinhalbmal so groß wie die Masse Ihres Wagens. Wenn Sie 80 km/h fahren würden, betrüge die Geschwindigkeit des LKW 5/8 davon; das Verhältnis der Impulsbeträge von LKW und PKW betrüge dann $2{,}5 \cdot \frac{5}{8} = 1{,}56$. Wegen $\tan^{-1} 1{,}56 = 57°$ und weil 57° etwas geringer ist als 59°, scheint das Ergebnis von Schritt 6 plausibel.