HOCHSCHULE DEGGENDORF
University of Applied Sciences



Physik für Infotronik (14)

Gerald Kupris

29.11.2012

Schwingungen

Wiederholung: Vergleich verschiedener Pendel

	Federschwinger	**Torsionspendel**	**mathematisches Pendel**	**physikalisches Pendel**
Periodendauer	$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_F}}$	$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{k}}$	$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$	$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{m \cdot g \cdot d}}$
Eigenfrequenz	$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_F}{m}}$	$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{I}}$	$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$	$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m \cdot g \cdot d}{I}}$
Komponenten	m = Masse k_F = Feder-konstante	I = Trägheits-moment k = Torsions-konstante	l = Länge g = Fallbeschleu-nigung	I = Trägheits-moment m = Masse g = Fallbeschleu-nigung d = Abstand

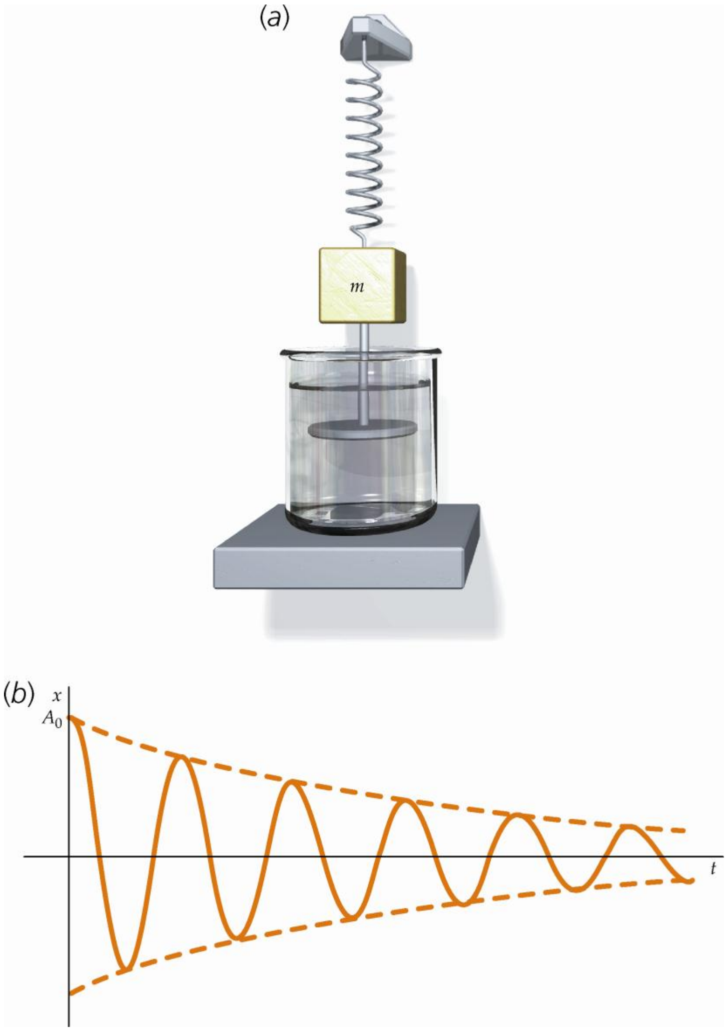
Die gedämpfte Schwingung

Überlässt man ein schwingendes System sich selbst, dann kommt es nach einiger Zeit zur Ruhe. Dem schwingenden System wird durch Reibungskräfte mechanische Energie entzogen und in Wärmeenergie dissipiert.

Eine periodische Bewegung, bei der die mechanische Energie nicht erhalten bleibt, sondern abnimmt, nennt man gedämpfte Schwingung.

Für eine lineare Dämpfung nimmt das Amplitudenquadrat exponentiell mit der Zeit ab:

$$A^2 = A_0^2 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

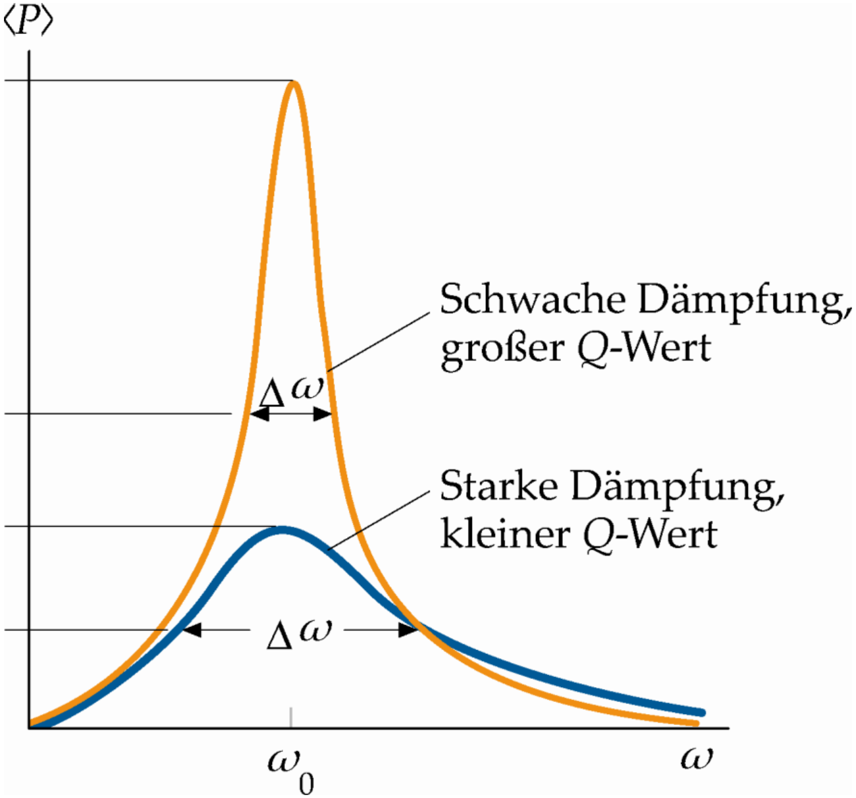


Erzwungene Schwingungen und Resonanz

Damit ein gedämpftes System über längere Zeit in Bewegung bleibt, muss man ihm mechanische Energie zuführen. In einem solchen Fall spricht man von einer angeregten oder **erzwungenen Schwingung**.

Ist die Frequenz ω der treibenden Kraft näherungsweise gleich der Eigenfrequenz des Systems ω_0, schwingt das angeregte System mit einer relativ großen Amplitude.

Dieses Phänomen nennt man Resonanz. Resonanzerscheinungen können bei allen gekoppelten Schwingungssysteme auftreten und haben ein breites Anwendungsfeld bei mechanischen Schwingungen in Gasen, Flüssigkeiten und Festkörpern.
Die Eigenfrequenz eines Systems wird als **Resonanzfrequenz** bezeichnet.



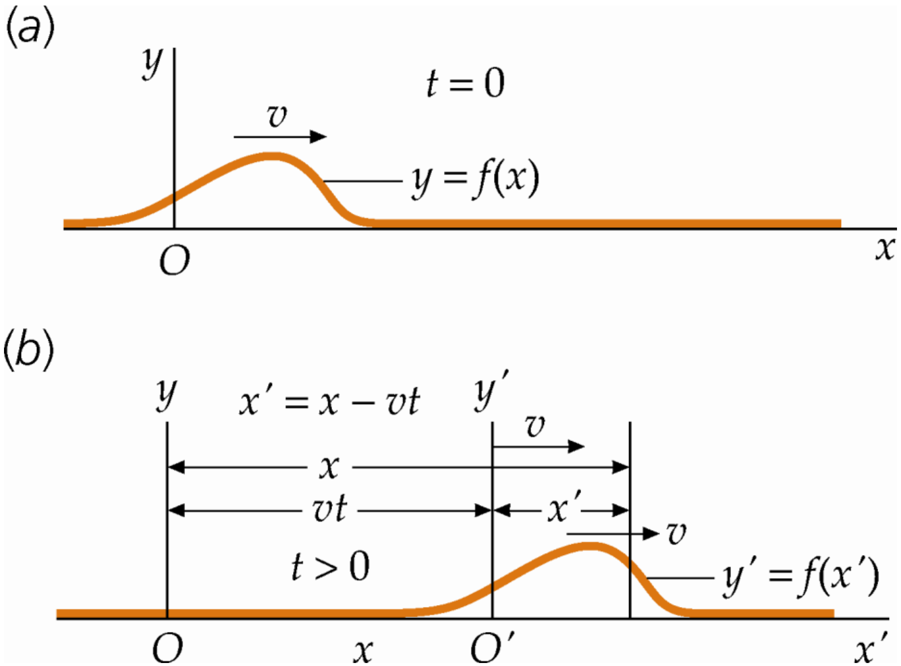
Mechanische Welle

Eine mechanische Welle wird durch eine Störung in einem Medium erzeugt, z.B. wenn eine gespannte Saite gezupft wird.

Die Störung pflanzt sich in dem Medium mit folgender Geschwindigkeit fort:

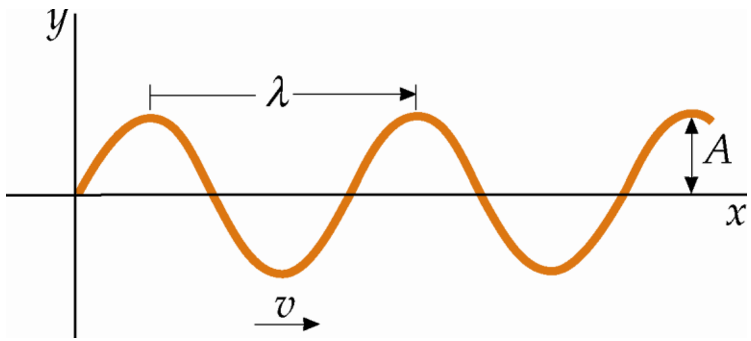
$$v = \sqrt{\frac{|F_S|}{\mu}}$$

v = Geschwindigkeit
F_s = Spannkraft
μ = lineare Massedichte



Harmonische Wellen

Wenn man das Ende einer gespannten Saite periodisch auf- und abbewegt, dann erzeugt man auf der Saite eine periodische Welle.



Wenn sich eine periodische Welle auf der Saite oder in einem anderen Medium ausbreitet, dann führt jeder Punkt auf der Saite Schwingungen mit der gleichen Schwingungsdauer aus.

λ = Wellenlänge
v = Wellengeschwindigkeit

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

Wenn sich eine harmonische Welle durch das Medium ausbreitet, dann führt jeder Punkt des Mediums harmonische Schwingungen aus.

Bei einer harmonischen Schwingung sind die Beschleunigung (und damit auch die resultierende Kraft) auf einen Körper proportional zu dessen Auslenkung aus der Gleichgewichtslage und stets zu dieser hin gerichtet.

Wellenausbreitung in Luft

Geschwindigkeit der Schallwellen:

$$v = \sqrt{\frac{K}{p_0}}$$

K = Kompressionsmodul
p_0 = Massedichte des Mediums

Schallwellen in einem Gas:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma \cdot R \cdot T}{m_{MOL}}}$$

γ = Konstante
R= universelle Gaskonstante
T = Temperatur
m_{MOL} = molare Masse des Gases

Wellenlänge:

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

f = Frequenz

Lautstärke von Schallwellen

Intensitätspegel von Schallwellen:

$$IP = (10dB) \cdot \log \frac{I}{I_0}$$

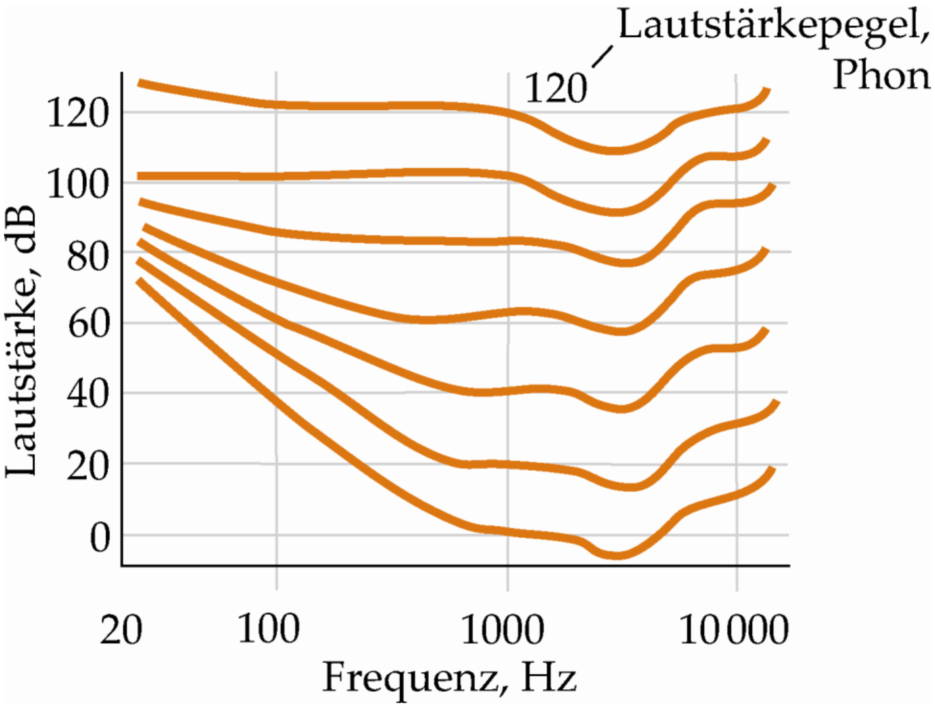
I = Schallintensität
I_0 = Hörschwelle = 10^{-12}W/m²

Hörschwelle (ca. 10^{-12} W/m²):

$$HS = (10dB) \cdot \log \frac{I_0}{I_0} = (10dB) \cdot \log 1 = 0dB$$

Schmerzschwelle (ca. 1 W/m²):

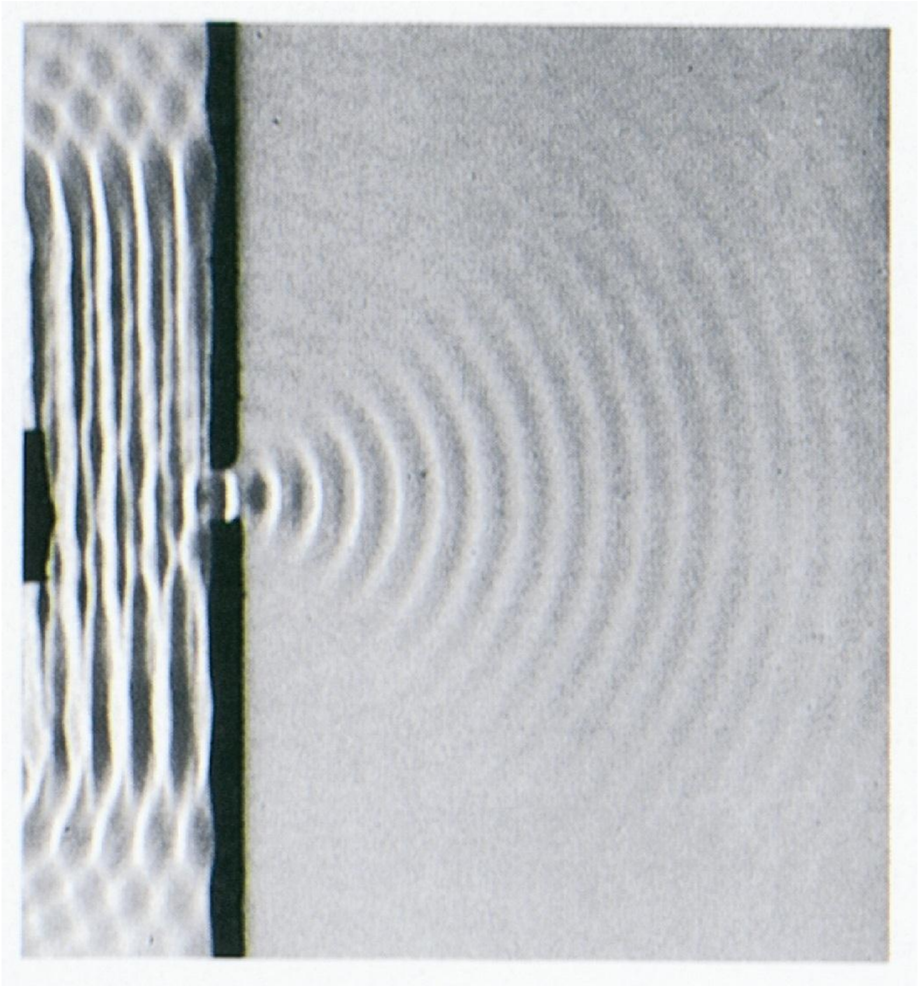
$$SS = (10dB) \cdot \log \frac{1}{10^{-12}} = (10dB) \cdot \log 10^{-12} = (10dB) \cdot 12 = 120dB$$



Kurven gleicher subjektiver Lautstärke

Beugung an einem Hindernis

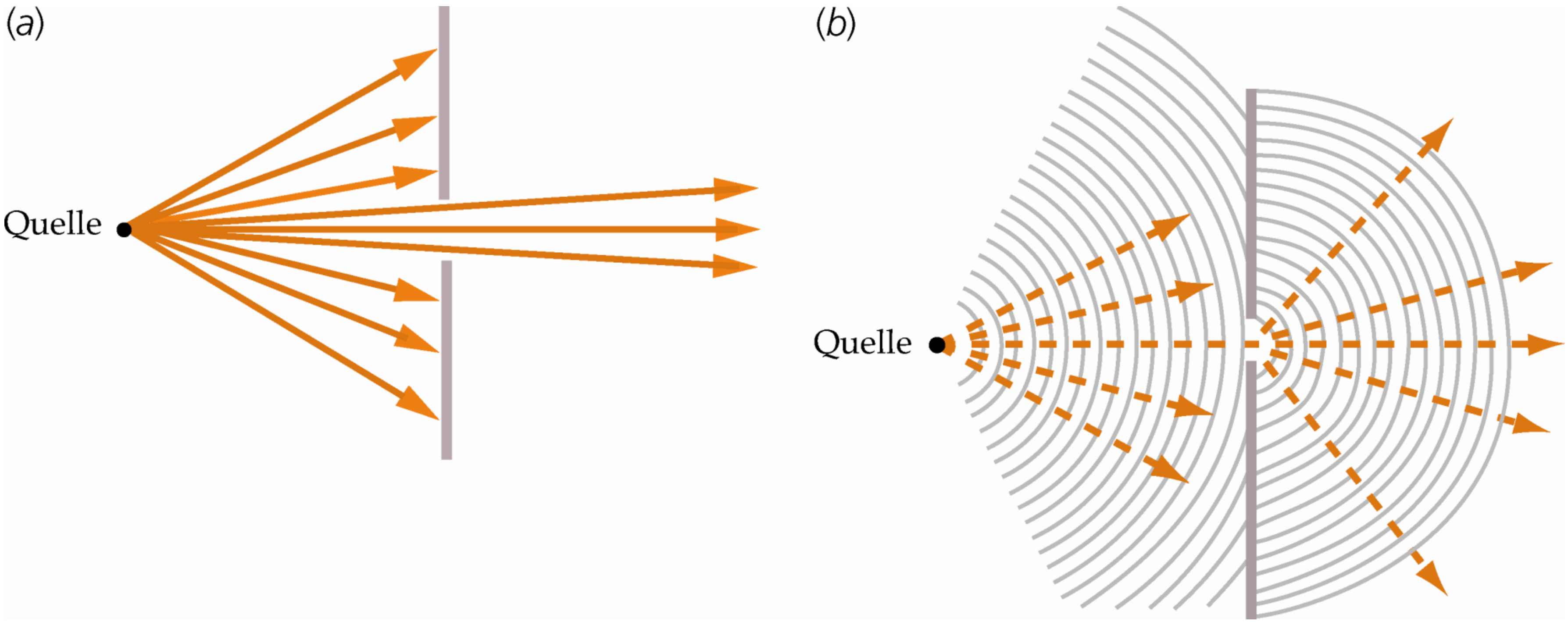
Wenn eine Wellenfront durch ein Hindernis teilweise eingeschränkt wird, dann bewegt sich die Welle in der durch die Strahlengeometrie gegebenen Richtung weiter, sondern es tritt auch eine komplizierte Wellenbewegung außerhalb der geometrischen Strahlengrenzen auf.



Diese Erscheinung wird **Beugung** genannt.

Die Beugung von Wellen tritt grundsätzlich bei jeder Begrenzung der der Ausbreitung der Welle durch ein Hindernis unmittelbar an den Rändern auf.

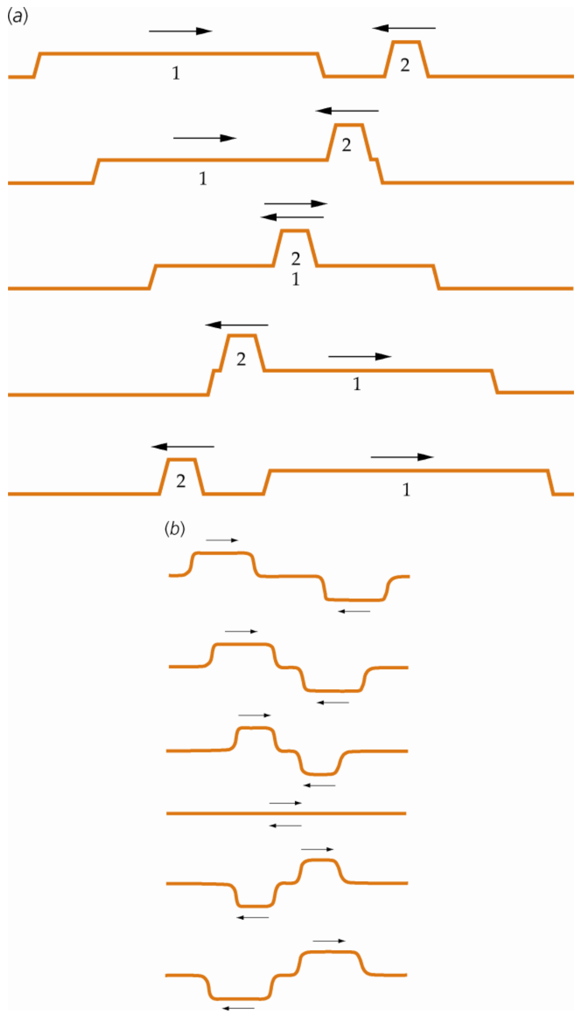
Vergleich Teilchen und Wellen



Vergleich von Teilchen und Wellen, die eine schmale Öffnung passieren:

a) die durchgegangenen Teilchen werden auf einen sich kaum auffächernden Strahl begrenzt
b) die durchgegangenen wellen breiten sich radial weiter hinter der Öffnung aus, die wie eine punktförmige Quelle von Kreiswellen wirkt.

Zwei Wellenberge überlagern sich

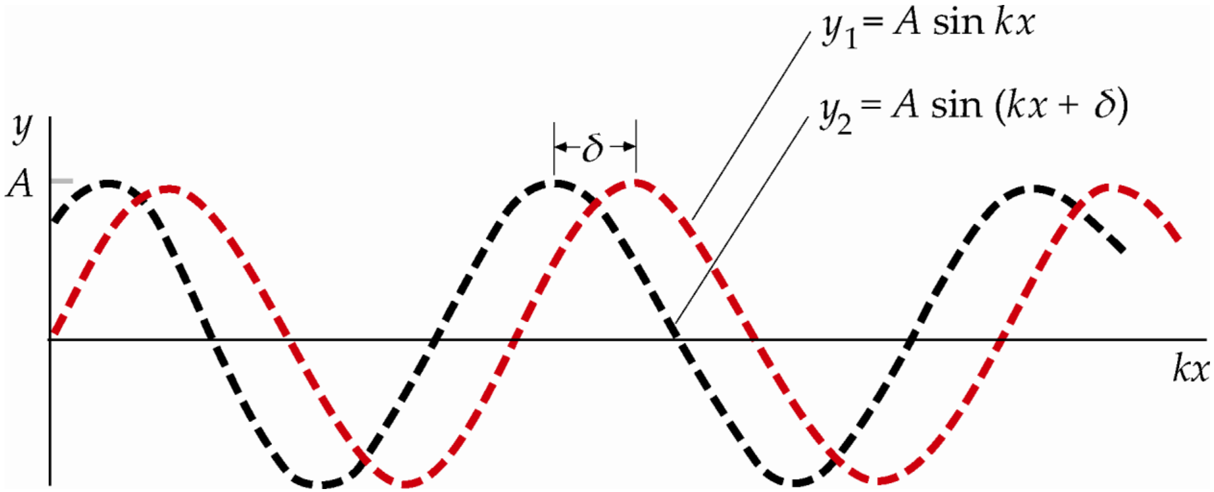


Überlagerung zweier Wellenberge mit gleich gerichteter Auslenkung

Überlagerung zweier Wellenberge mit entgegengesetzt gerichteter Auslenkung

Wenn zwei oder mehr Wellen sich überlagern, ergibt sich die resultierende Welle als algebraische Summe der einzelnen Auslenkungen.

Addition zweier gleichfrequenter Schwingungen



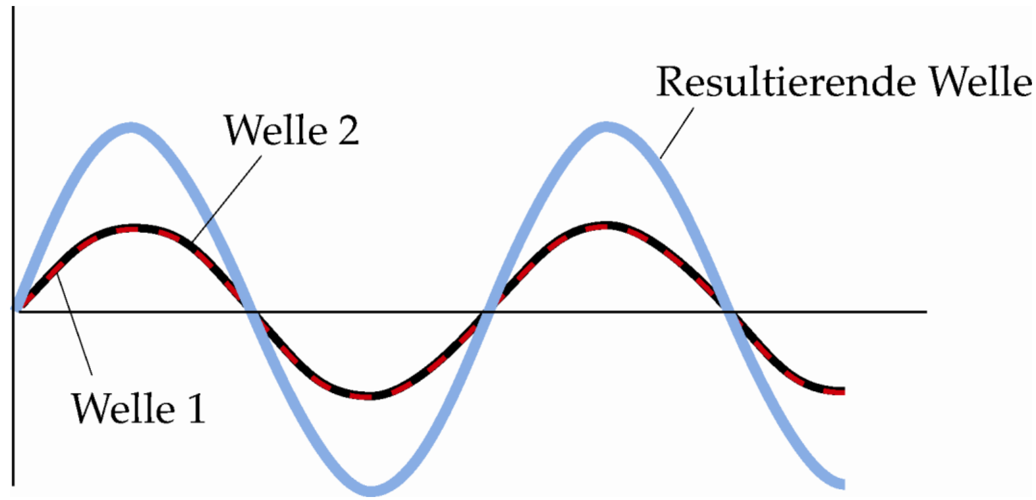
Es gelten die Rechenregeln, die wir bereits kennengelernt hatten: Nach dem Superpositions-prinzip überlagern sich zwei Schwingungen $y_1 = A_1 \cdot \sin(\omega t+\varphi_1)$ und $y_2 = A_2 \cdot \sin(\omega t+\varphi_2)$ ungestört und ergeben die resultierende

$$y = y_1 + y_2 = A_1 \cdot \sin(\omega t+\varphi_1) + A_2 \cdot \sin(\omega t+\varphi_2) = A \cdot \sin(\omega t+\varphi)$$

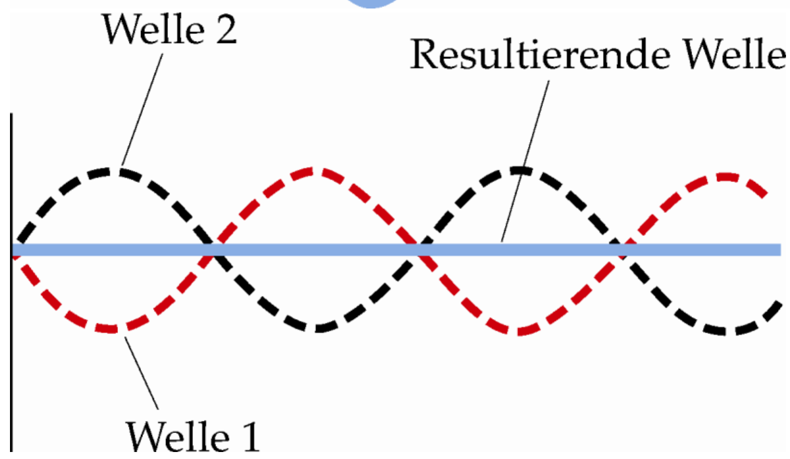
Amplitude A und Phase φ lassen sich schrittweise aus den Amplituden A_1 und A_2 sowie den Phasenwinkeln φ_1 und φ_2 der Einzelschwingungen berechnen.

Interferenz

Konstruktive Inteferenz:
Sind zwei harmonische Wellen gleicher Frequenz in Phase, dann addieren sie sich.



Destruktive Interferenz:
Haben zwei Wellen eine Phasendifferenz von π (180°), dann ergibt sich die Amplitude als Differenz der Einzelamplituden.



Schwebung

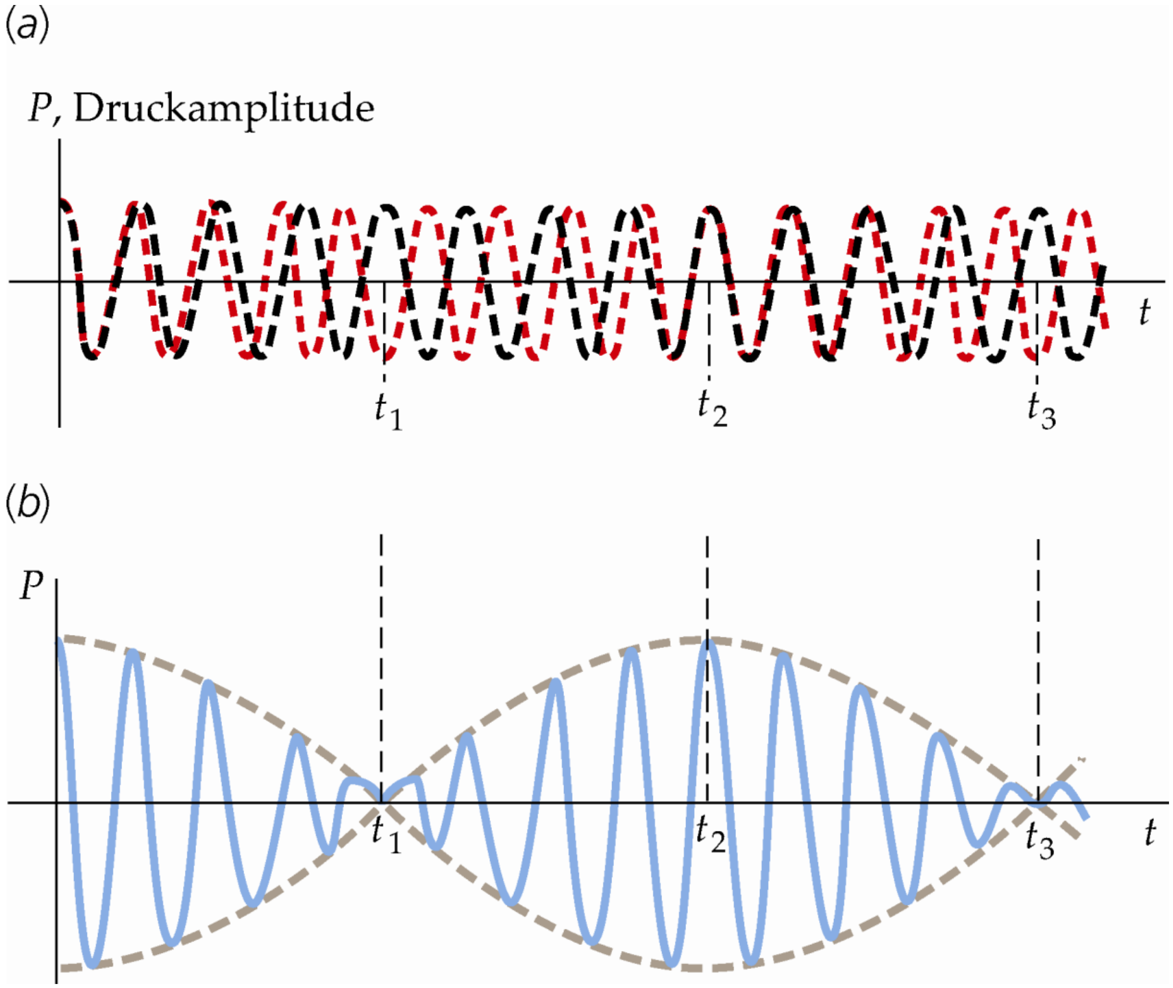
Zwei Wellen mit beinahe gleicher Frequenz sind bei t_0 in Phase, bei t_1 um 180° verschoben und bei t_2 wieder in Phase.

Die resultierende Welle, die sich aus der Überlagerung der beiden Wellen ergibt, hat etwa dieselbe Frequenz wie die ursprünglichen Wellen, die Amplitude ist aber mit einer neuen Frequenz verändert („moduliert“).

$$f_{\text{Schwebung}} = \Delta f$$

Beispiele!

[Überlagerung zweier Wellen zu einer resultierenden Welle.]

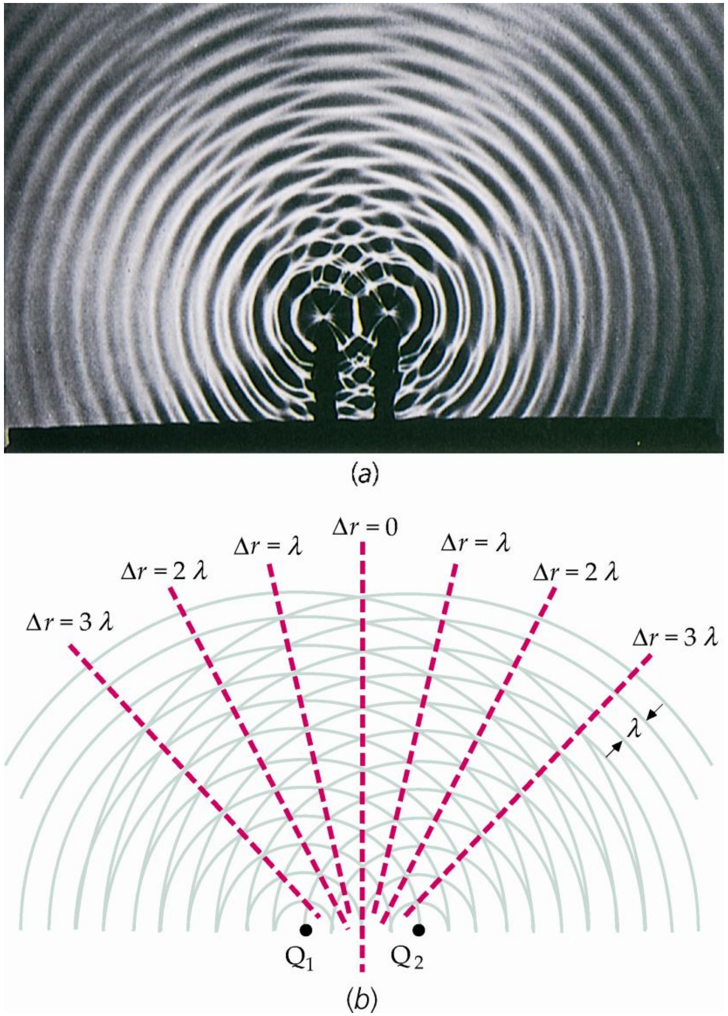


Kohärente Quellen

Wasserwellen, die durch zwei dicht beieinander liegende, gleichphasige Punktquellen erzeugt werden.

Durch Überlagerung entsteht ein Interferenz-muster.

Wenn die Phasendifferenz der beiden Quellen konstant bleibt, dann heißen solche Quellen **kohärent.**

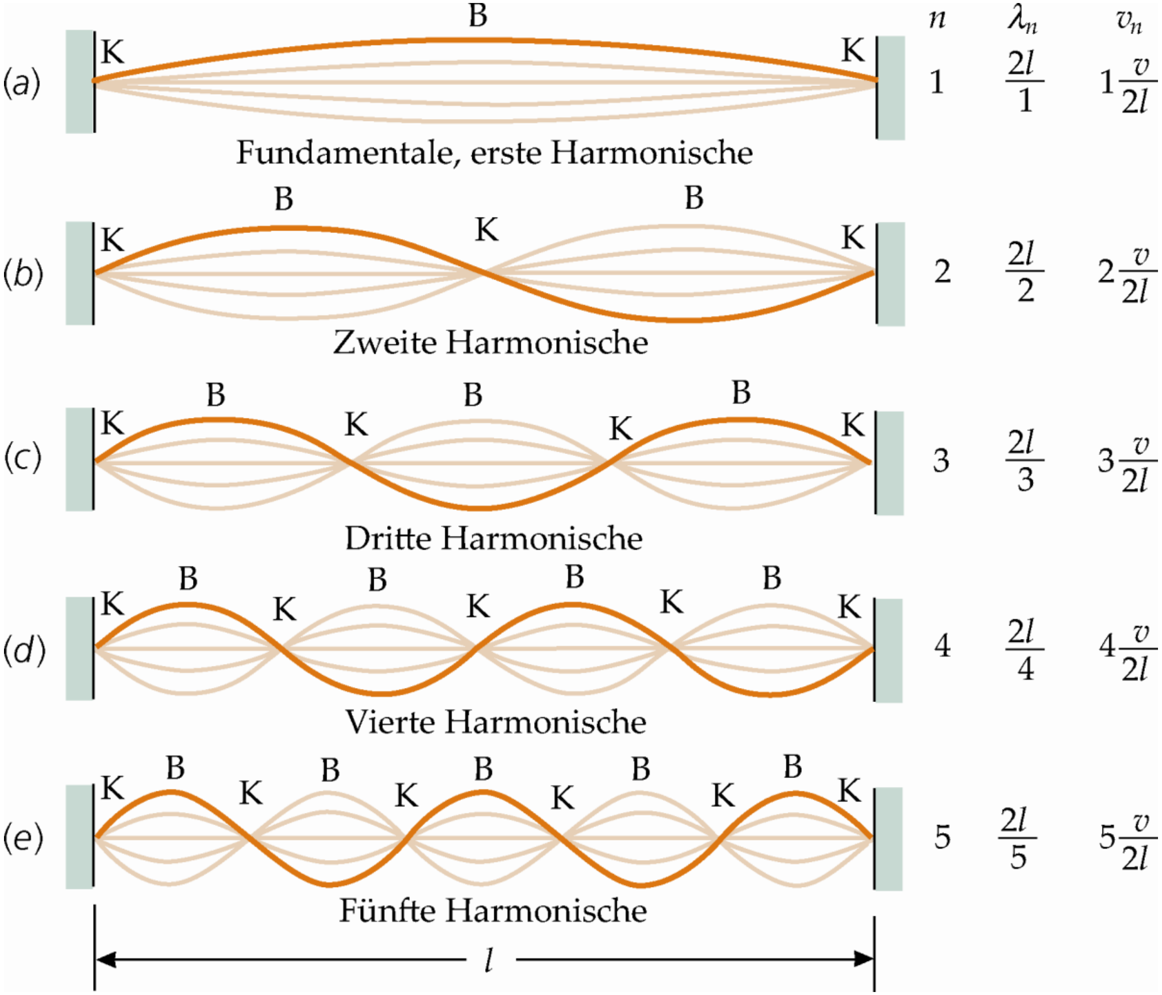


Stehende Wellen

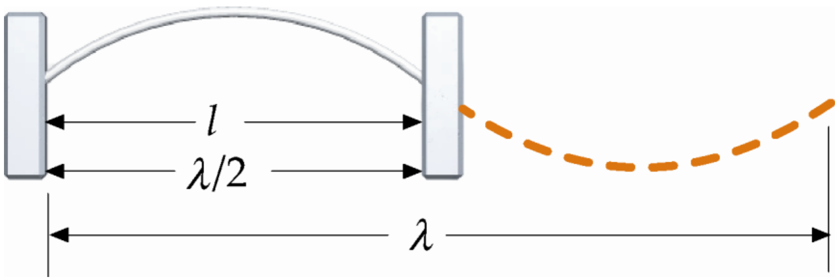
Wenn sich Wellen nur in einem bestimmten räumlichen Gebiet ausbreiten können, treten an den Enden des Gebietes Reflektionen auf. Dadurch überlagern sich die Wellen.

Das führt zu **stehenden Wellen.**

Beispiel:
Stehende Wellen auf einer beid-seitig eingespannten Saite:
B = Schwingungsbäuche
K = Schwingungsknoten



Resonanzfrequenzen und Harmonische



Nicht alle Resonanzfrequenzen werden Harmonische genannt.

Nur wenn jede Frequenz des Resonanzspektrums ein ganzzahliges Vielfaches der niedrigsten Resonanzfrequenz (der Eigenfrequenz) ist, bezeichnet man sie als Harmonische.

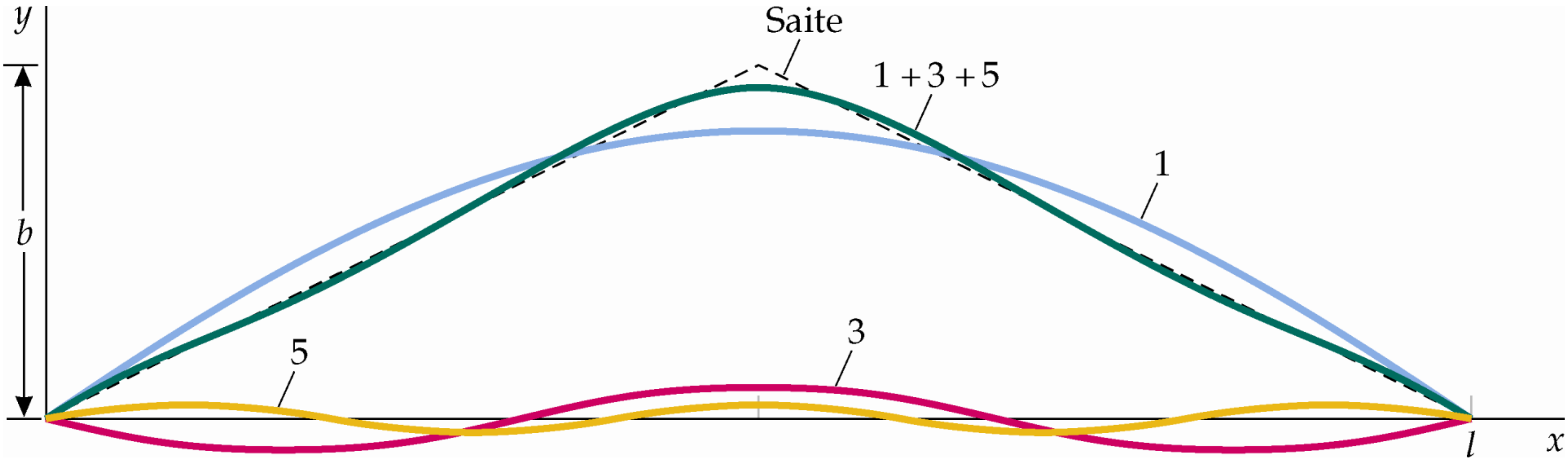
Bedingung für stehende Wellen:

$$l = n \cdot \frac{\lambda_n}{2} \quad (n = 1,2,3,\ldots)$$

Resonanzfrequenzen einer Saite:

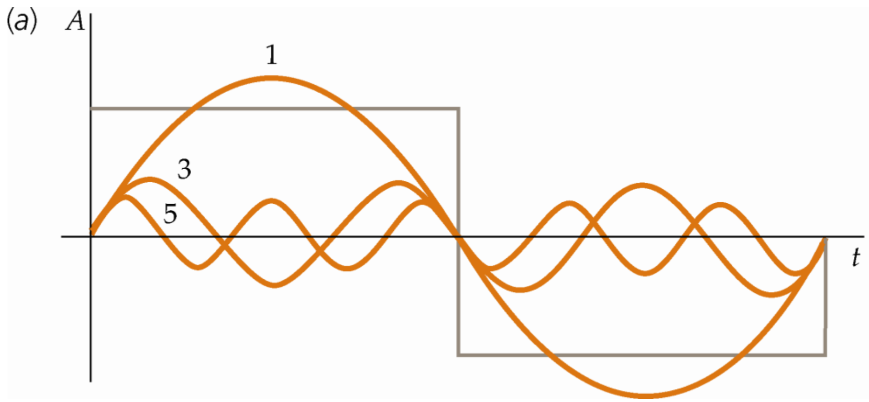
$$f_n = n \cdot \frac{f}{2l} = n \cdot f_1 \quad (n = 1,2,3,\ldots)$$

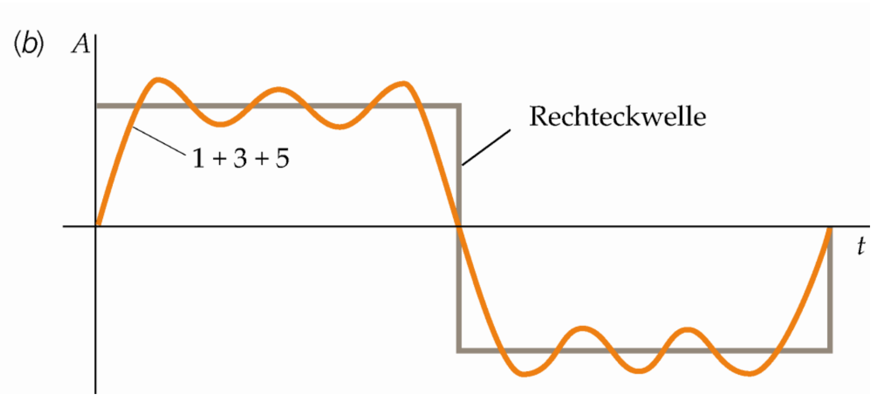
Überlagerung stehender Wellen



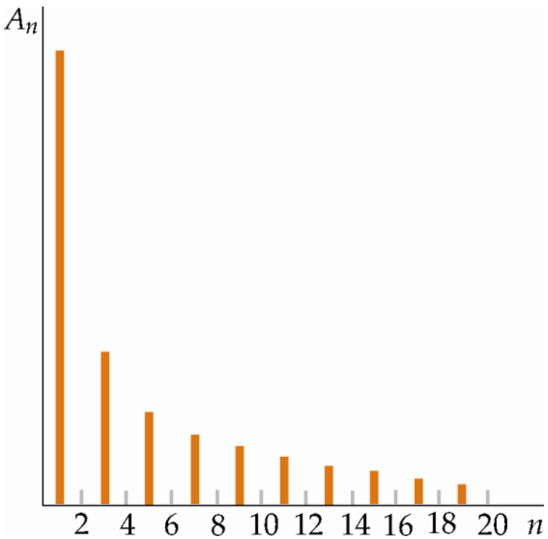
Die ursprüngliche Auslenkung der in der Mitte gezupften Saite lässt sich näherungsweise mit Hilfe mehrerer Harmonischer beschreiben. Die Grundwelle und die ersten höheren ungeraden Harmonischen sind farbig eingezeichnet.
Die Linearkombination der dieser Schwingungsmoden ergibt die grün eingezeichnete Linie, mit der die Ausgangsform schon recht gut angenähert wird.

Rechteckwelle

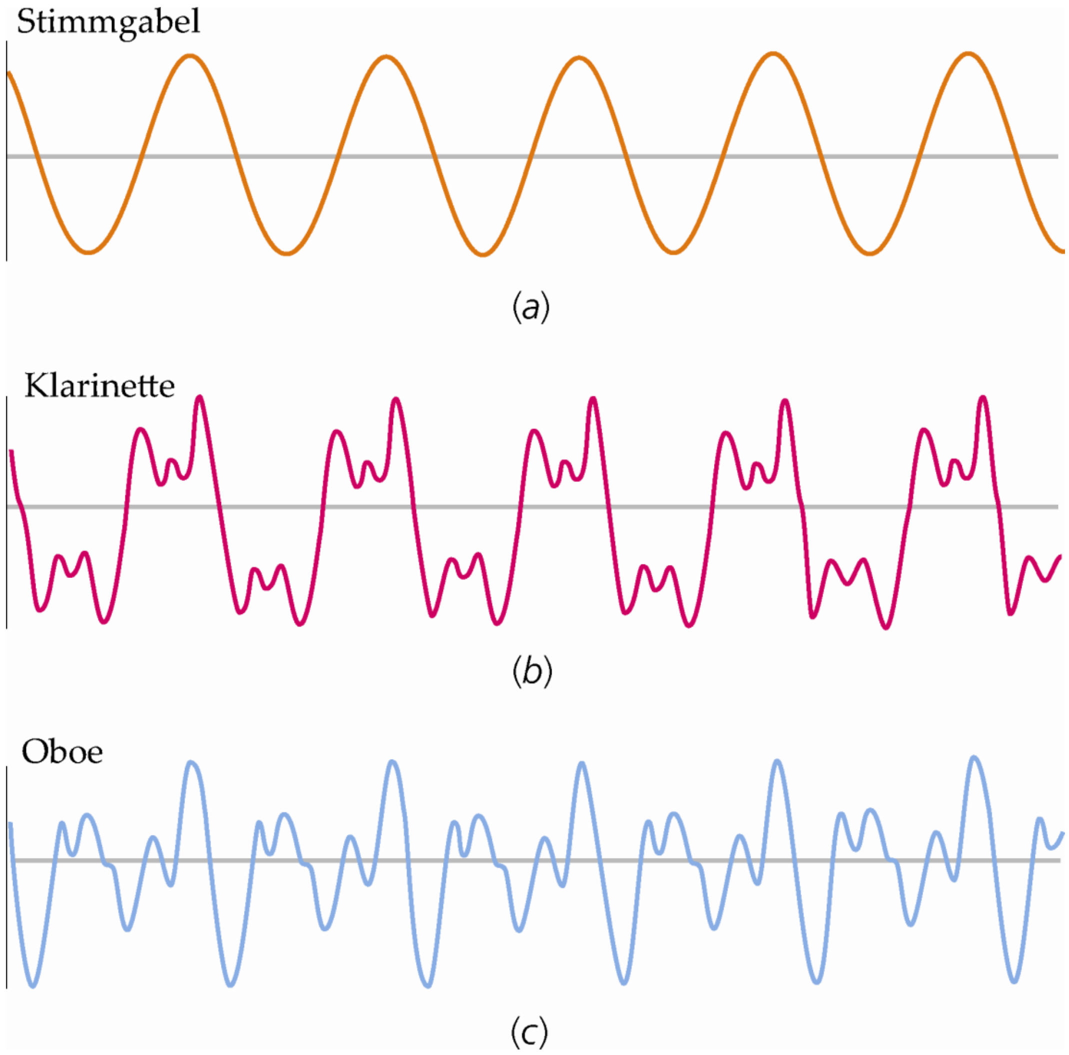




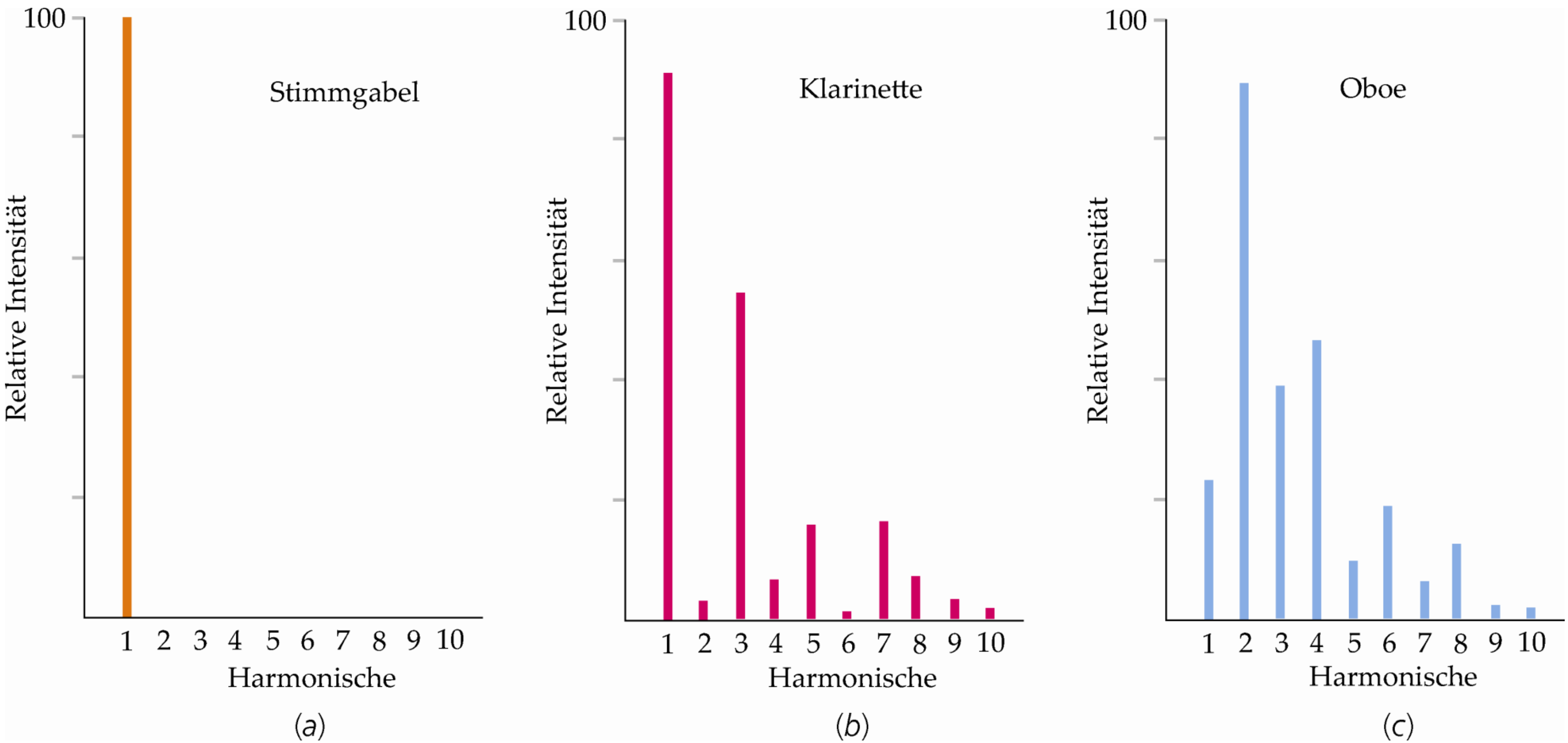
Eine Sinuswelle und die ersten ungeraden Harmonischen, mit denen sich eine Rechteckwelle synthetisieren lässt:
Bei der harmonischen Synthese wird die Rechteckwelle durch die Überlagerung der ersten drei ungeraden Harmonischen schon recht gut angenähert.
Je mehr Harmonische man bei der Synthese verwendet, umso besser wird der Verlauf der Rechteckwelle angenähert.



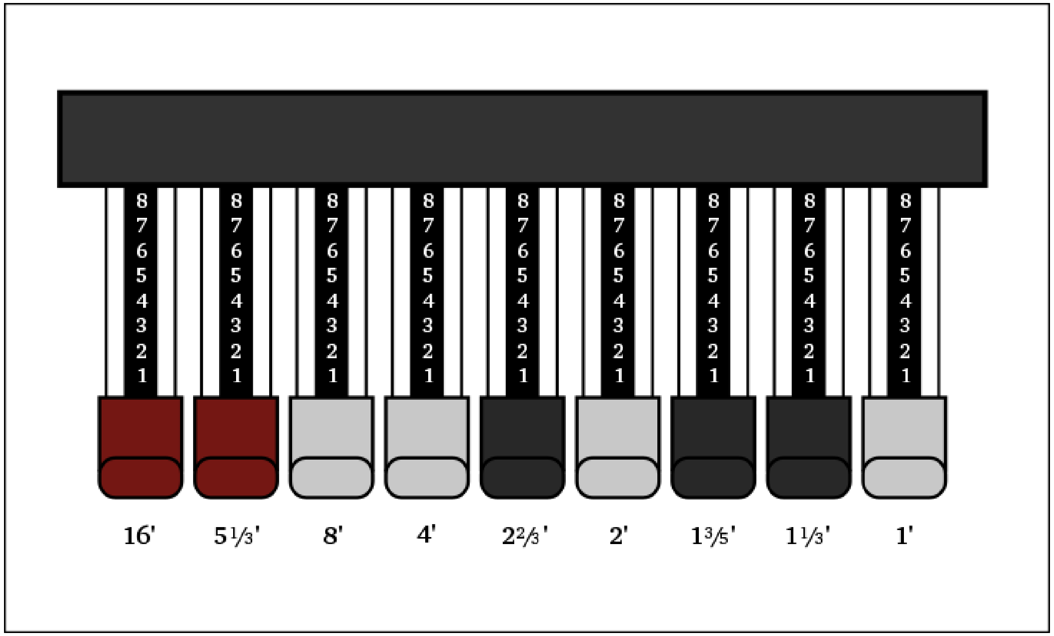
Wellenformen



Relative Intensitäten der Harmonischen



Zugriegel einer Hammond-Orgel



Aufgaben

1. Eine Stimmgabel mit dem Kammerton a (440 Hz) wird gleichzeitig mit der a-Saite einer Gitarre angeschlagen. Die Saite ist leicht verstimmt, man hört 3,00 Schwebungen pro Sekunde. Die Gitarrensaite wird etwas fester gespannt, um die Frequenz leicht zu erhöhen. Dabei nimmt die Schwebungs-frequenz etwas zu. Welche Frequenz hatte die Saite am Anfang (bevor sie stärker gespannt wurde)?

2. Eine Stimmgabel, die bei 500 Hz schwingt, wird über eine teilweise mit Wasser gefüllte Röhre gehalten. Resonanzen treten auf, wenn der Wasserspiegel 16,0 cm, 50,5 cm, 85,0 cm und 119,5 cm vom oberen Ende der Röhre entfernt ist. Wie groß ist die Schallgeschwindigkeit in Luft?

Lösungen:
1. 443 Hz
2. 345 m/s

Literatur und Quellen

Paul A. Tipler, Gene Mosca: Physik für Wissenschaftler und Ingenieure, Spektrum Akademischer Verlag, August 2009

http://de.wikipedia.org/

HOCHSCHULE DEGGENDORF
University of Applied Sciences
HDU

Hochschule Deggendorf – Edlmairstr. 6 und 8 – 94469 Deggendorf