

$$\frac{t_{0,9} - t_{0,1}}{\tau} = \ln 9$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{t_{0,9} - t_{0,1}}{\ln 9} =$$

$$\tau = 4,256 \text{ s} = 0,4256 \text{ m}$$

$\boxed{1.} x_a(t_{0,9}) = x_{0,0} \left[1 - e^{-\frac{t_{0,9}}{\tau}} \right] = 0,9.$

$\boxed{2.} x_a(t_{0,1}) = x_{0,0} \left[1 - e^{-\frac{t_{0,1}}{\tau}} \right] = 0,1 \cdot x_{0,0}.$

$\left[1 - e^{-\frac{t_{0,9}}{\tau}} \right] = 0,9 \quad \boxed{1.} \quad \left[1 - e^{-\frac{t_{0,1}}{\tau}} \right] = 0,1 \quad \boxed{2.}$

$1 - e^{-\frac{t_{0,9}}{\tau}} = e^{-\frac{t_{0,9}}{\tau}}$ $1 - e^{-\frac{t_{0,1}}{\tau}} = e^{-\frac{t_{0,1}}{\tau}}$

a.) ges.: τ

$$1 - e^{-\frac{t_{0,5}}{\tau}} = 0,5$$

$$e^{-\frac{t_{0,5}}{\tau}} = 0,5 \quad | \ln$$

$$-\frac{t_{0,5}}{\tau} = \ln(0,5)$$

$$\tau = -\frac{t_{0,5}}{\ln(0,5)} = -\frac{2,955}{\ln(0,5)}$$

b.) ges.: t_{an}

$$1 - e^{-\frac{t_{0,9}}{\tau}} = 0,9$$

$$\Rightarrow t_{0,9} = \ln(0,1) \cdot (-\tau)$$

$$t_{0,9} = \ln(0,1) \cdot (-4,256 \text{ s}) \\ = 9,7998 \text{ s}$$

$$1 - e^{-\frac{t_{0,1}}{\tau}} = 0,1$$

$$\Rightarrow t_{0,1} = \ln(0,9) \cdot (-\tau) \\ = \ln(0,9) \cdot (-4,256 \text{ s}) \\ = 0,4484 \text{ s}$$

$$t_{an} = t_{0,9} - t_{0,1}$$

$$= 9,7998 \text{ s} - 0,4484 \text{ s} = 9,3515 \text{ s}$$

Übungsblatt 1:

$$\text{① geg.: } 20 \text{ Zoll} (20 \text{ in}) ; 16 : 10 \quad 1 \text{ in} = 2,54 \text{ cm}$$

ges.: $A \text{ in m}^2$

$$20 \text{ in} = 50,8 \text{ cm} = 50,8 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{Satz des Pythagoras: } a^2 + b^2 = c^2$$

$$\frac{16}{10} = \frac{a}{b} \Rightarrow a = \frac{16}{10} \cdot b \Rightarrow \left(\frac{16}{10} \cdot b\right)^2 + b^2 = c^2$$

$$\Rightarrow \frac{64}{25} \cdot b^2 + b^2 = c^2$$

$$\frac{89}{25} b^2 = c^2$$

$$b^2 = \frac{c^2}{\frac{89}{25}} \Rightarrow b = \sqrt{\frac{c^2}{\frac{89}{25}}} = \sqrt{\frac{(50,8 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2}{\frac{89}{25}}}$$

$$b = 0,269 \text{ m}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2} = \sqrt{(50,8 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2 - (0,269 \text{ m})^2}$$

$$a = 0,431 \text{ m}$$

$$\Rightarrow A = a \cdot b = 0,431 \text{ m} \cdot 0,269 \text{ m} = \underline{\underline{0,116 \text{ m}^2}}$$

$$\text{② geg.: } P = 480 \text{ PS} \quad v_{\max.} = 25 \text{ Knoten (Kn)}$$

a.) ges.: P in kW

$$P = 480 \cdot 0,735 = 352,8 \text{ kW} = \underline{\underline{353 \text{ kW}}}$$

b.) ges.: $v_{\max.}$ in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$v_{\max.} = 25 \frac{\text{sm}}{\text{h}} = 25 \cdot 1852 \text{ m}$$

$$= 46,3 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 12,861 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{③ geg.: } P = 150 \text{ psi} \quad \text{Ungenauigkeit: } 15\%.$$

ges.: absoluter Messfehler in mbar

$$150 \text{ psi} \hat{=} 100\% \quad 2,25 \text{ psi} \cdot 6894,76 \text{ Pa}$$

$$(1,5) \frac{3}{4} \text{ psi} \hat{=} 1\% \quad = 15513,21 \text{ Pa}$$

$$(2,25) \frac{9}{4} \text{ psi} \hat{=} 1,5\% \quad F = 155,132 \text{ mbar}$$

F = abs.
Messfehler

f = rel.
Messfehler

④ gegr.: $t_{0,5} = 2,955$

$$x_a(t) = x_{0,0} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

a.) ges.: Zeitkonstante τ

$$1 - e^{-\frac{t_{0,5}}{\tau}} = 0,5$$

$$e^{-\frac{t_{0,5}}{\tau}} = 0,5 \quad | \ln$$

$$-\frac{t_{0,5}}{\tau} = \ln(0,5)$$

$$\tau = -\frac{t_{0,5}}{\ln(0,5)} = -\frac{2,955}{\ln(0,5)}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\tau = 4,2565}}$$

b.) ges.: Anstiegszeit $t_{an} = t_{0,9} - t_{0,1}$

$$1 - e^{-\frac{t_{0,9}}{\tau}} \Rightarrow t_{0,9} = \ln(0,1) \cdot (-\tau)$$

$$t_{0,9} = \ln(0,1) \cdot (-4,2565)$$

$$\underline{\underline{t_{0,9} = 9,79985}}$$

$$1 - e^{-\frac{t_{0,1}}{\tau}} \Rightarrow t_{0,1} = \ln(0,9) \cdot (-\tau)$$

$$t_{0,1} = \ln(0,9) \cdot (-4,2565)$$

$$\underline{\underline{t_{0,1} = 0,44845}}$$

$$\Rightarrow t_{an} = t_{0,9} - t_{0,1}$$

$$= 9,79985 - 0,44845$$

$$\underline{\underline{t_{an} = 9,3515}}$$

Übungsblatt 1:

① gegr.: 20 Zoll (20 in); 16:10
ges.: A in m^2

$$20 \text{ in} = 50,8 \text{ cm} = 50,8 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{Satz des Pythagoras: } a^2 + b^2 = c^2$$

$$\frac{16}{10} = \frac{a}{b} \Rightarrow a = \frac{16}{10} \cdot b \Rightarrow \left(\frac{16}{10} \cdot b\right)^2 + b^2 = c^2$$

$$\Rightarrow \frac{64}{25} \cdot b^2 + b^2 = c^2$$

$$\frac{89}{25} b^2 = c^2$$

$$b^2 = \frac{c^2}{\frac{89}{25}}$$

$$\Rightarrow b = \sqrt{\frac{c^2}{\frac{89}{25}}} = \sqrt{\frac{(50,8 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2}{\frac{89}{25}}}$$

$$b = 0,269 \text{ m}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2} = \sqrt{(50,8 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2 - (0,269 \text{ m})^2}$$

$$a = 0,431 \text{ m}$$

$$\Rightarrow A = a \cdot b = 0,431 \text{ m} \cdot 0,269 \text{ m} = \underline{\underline{0,116 \text{ m}^2}}$$

② gegr.: P = 480 Ps v_{max.} = 25 Knoten (Kn)

a.) ges.: P in kW

$$P = 480 \cdot 0,735 = 352,8 \text{ kW} = \underline{\underline{353 \text{ kW}}}$$

b.) ges.: v_{max.} in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$v_{\text{max.}} = 25 \frac{\text{Sm}}{\text{h}} = 25 \cdot 1852 \text{ m} \\ = 46,3 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 12,861 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

③ gegr.: P = 150 psi Ungenauigkeit: 1,5%

ges.: absoluter Messfehler in mbar

$$150 \text{ psi} \hat{=} 100\% \quad 2,25 \text{ psi} \cdot 6894,76 \text{ Pa}$$

$$(1,5) \frac{3}{2} \text{ psi} \hat{=} 1\% \quad = 15513,21 \text{ Pa}$$

$$(2,25) \frac{9}{4} \text{ psi} \hat{=} 1,5\% \quad \underline{\underline{F = 155,132 \text{ mbar}}}$$

F = abs.
Messfehler

f = rel.
Messfehler

Musterlösung (4):

$$x_a(t) = x_{a0} \cdot [1 - e^{-\frac{t}{\tau}}]$$

$$t_{0,5} = 2,955$$

$$x_a(t_{0,5}) = x_{a0} \left[1 - e^{-\frac{t_{0,5}}{\tau}} \right] = 0,5 \cdot x_{a0} \quad | : x_{a0}$$

$$\Rightarrow \left[1 - e^{-\frac{t_{0,5}}{\tau}} \right] = 0,5$$

$$1 - 0,5 = \frac{-t_{0,5}}{\tau}$$

$$0,5 = \frac{t_{0,5}}{\tau}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{e^{\frac{t_{0,5}}{\tau}}}$$

$$2 = e^{\frac{t_{0,5}}{\tau}} \quad | \cdot \ln$$

$$\Rightarrow \approx = \frac{t_{0,5}}{\ln 2}$$

! zu 2.1 (2)

Normalspannung auf Membran:

$$\textcircled{1} \text{ radial: } \sigma_r = c \cdot \left[(3m+1) \cdot \frac{r^2}{r_0^2} - (m+1) \right]$$

$$\textcircled{2} \text{ tangential: } \sigma_t = c \cdot \left[(m+3) \cdot \frac{r^2}{r_0^2} - (m+1) \right]$$

r = Radius

r_0 = max. Radius

s = Membrandicke

$$m = \frac{1}{\mu}$$

$$c = \frac{3 \cdot \Delta p \cdot r_0^2}{8 m s^2}$$

Δp = Druckdifferenz

$$(3) \text{ b.)} \quad G_r(r_0) = \frac{3 \cdot \Delta p \cdot r_0^2 \cdot \mu}{8 \cdot s^2} \cdot \left[\left(\frac{3}{\mu} + 1 \right) \cdot \underbrace{\frac{r^2}{r_0^2}}_{=1} - \left(\frac{1}{\mu} + 1 \right) \right] \quad 30.04.15$$

$$G_r(r_0) = \frac{3 \cdot \Delta p \cdot r_0^2 \cdot \mu}{8 \cdot s^2} \cdot \left[\left(\frac{3}{\mu} + 1 \right) - \left(\frac{1}{\mu} + 1 \right) \right]$$

$$G_r(r_0) = \frac{3 \cdot \Delta p \cdot r_0^2 \cdot \mu}{8 \cdot s^2} \cdot \left(\frac{3}{\mu} + 1 - \frac{1}{\mu} - 1 \right)$$

$$G_r(r_0) = \frac{3 \cdot \Delta p \cdot r_0^2 \cdot \mu}{8 \cdot s^2} \cdot \left(\frac{2}{\mu} \right) = \frac{3 \cdot \Delta p \cdot r_0^2}{4 \cdot s^2}$$

$$G_r(r_0) = \frac{3 \cdot 10 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot (115 \cdot 10^3 \text{ m})^2}{4 \cdot (3 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2}$$

$$G_r(r_0) = 1,102 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$[G_r(r_0)] = \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^2}{\text{m}^2} = \text{Pa} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

c.) gegr.: r_1 bei $G_r=0$ (Nullstelle)

$$G_r(r_1) = \frac{3 \cdot \Delta p \cdot r_0^2 \cdot \mu}{8 \cdot s^2} \cdot \left[\left(\frac{3}{\mu} + 1 \right) \cdot \frac{r_1^2}{r_0^2} - \left(\frac{1}{\mu} + 1 \right) \right] = 0 \quad m = \frac{1}{\mu}$$

$$\Rightarrow \frac{3 \cdot \Delta p \cdot r_0^2}{8 \cdot s^2} \cdot \left[(3+\mu) \cdot \left(\frac{r_1^2}{r_0^2} \right) - (1+\mu) \right] = 0$$

$$(3+\mu) \cdot \frac{r_1^2}{r_0^2} - (1+\mu) = 0 \quad | + (1+\mu)$$

$$(3+\mu) \cdot \frac{r_1^2}{r_0^2} = 1+\mu \quad | : (3+\mu)$$

$$\frac{r_1^2}{r_0^2} = \frac{1+\mu}{3+\mu} \quad | \cdot r_0^2$$

$$r_1^2 = r_0^2 \cdot \frac{1+\mu}{3+\mu} \quad | \sqrt{\quad}$$

$$r_1 = \sqrt{\frac{1+\mu}{3+\mu}} \cdot r_0$$

$$r_1 = \sqrt{\frac{1+0,34}{3+0,34}} \cdot 115 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$r_1 = 72,8 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 72,8 \text{ mm}$$

07.05.15

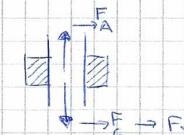
$$(4) \quad \text{a.) Benzin} \rightarrow \rho = 0,78 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

$$\begin{aligned} \text{Pascal'sches Gesetz} \\ h &= \frac{\Delta p}{\rho \cdot g} \quad \Rightarrow \Delta p = h \cdot \rho \cdot g \\ &= 8 \text{ m} \cdot 0,78 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ &= \end{aligned}$$

$$(5) \quad \text{gegr.: } m = 20 \text{ g} = 20 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \quad h = 8 \text{ cm} = 8 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$F_S = 2 \text{ N}$$

ges.: d



$$\beta = 1 \frac{\text{kg}}{\text{l}} = \frac{1 \text{ l}}{1 \text{ dm}^3} = \frac{10^3 \text{ dm}^3}{1 \text{ m}^3}$$

$$\beta_{\text{Wasser}} = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\vec{F}_A + \vec{F}_G + \vec{F}_S = 0$$

$$\vec{F}_A = \vec{F}_G - \vec{F}_S \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_A = \vec{F}_S + \vec{F}_G \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_A - \vec{F}_G = \vec{F}_S$$

$$\vec{F}_A - \vec{F}_G = \vec{F}_S$$

$$q \cdot \beta_F \cdot \frac{\pi}{4} d^2 \cdot h + m \cdot g = F_S \quad \text{mit } F_G = m \cdot g$$

$$q \cdot \beta_F \cdot \frac{\pi}{4} d^2 \cdot h + m \cdot g = F_S \quad \text{mit } V_F = \frac{\pi}{4} d^2 \cdot h$$

$$g \cdot \beta_F \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot h - m \cdot g = F_S \quad | + m \cdot g$$

$$g \cdot \beta_F \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot h = F_S + m \cdot g \quad | \cdot g \cdot \beta_F \cdot \frac{\pi}{4} \cdot h$$

$$d^2 = \frac{F_S + m \cdot g}{\beta_F \cdot \frac{\pi}{4} \cdot h}$$

$$d = \sqrt{\frac{F_S + m \cdot g}{\beta_F \cdot \frac{\pi}{4} \cdot h}} = \sqrt{\frac{(F_S + m) \cdot 4}{\beta_F \cdot \pi \cdot h}}$$

$$\Rightarrow d = \sqrt{\frac{2N + 20 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \pi \cdot 8 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 0,0597 \text{ m}$$



$$[d] = \sqrt{\frac{N + F_A}{\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot k \cdot h}} = \sqrt{m^2} = m$$



(6) a) $\rho g: A = 23 \text{ mm} = 23 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad B = 10 \text{ mm} = 10 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

a.) $C = 25 \text{ mm} = 25 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad \rho_{\text{Wasser}} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$



$$\text{Eintauchtiefe } h = C - E$$

$$[F_A = F_G] \Leftrightarrow \begin{array}{c} F_A \\ \uparrow \\ \text{---} \\ F_G \end{array}$$

$$V_F = \frac{\pi}{4} \cdot A^2 \cdot h - \frac{\pi}{4} \cdot B^2 \cdot h$$

$$V_F = \frac{\pi}{4} \cdot h \cdot (A^2 - B^2) = \frac{m}{\beta_K}$$

$$\beta_F \cdot V_F = m \cdot \beta_F$$

$$\beta_F \cdot \frac{\pi}{4} \cdot h \cdot (A^2 - B^2) = m \cdot \beta_F \quad \Rightarrow \boxed{V_F = \frac{m}{\beta_F}}$$

07.05.15

$$\frac{\pi}{4} \cdot h \cdot (A^2 - B^2) = \frac{m}{\beta_F} \quad \text{mit } h = C - E$$

$$\frac{\pi}{4} \cdot ((-E)) \cdot (A^2 - B^2) = \frac{m}{\beta_F} \quad | \cdot 4 \quad | \cdot \beta_F$$

$$\beta_F \cdot \pi \cdot ((-E)) \cdot (A^2 - B^2) = m \cdot 4 \quad | \cdot \beta_F \pi \cdot (A^2 - B^2)$$

$$(-E) = \frac{m \cdot 4}{\beta_F \cdot \pi \cdot (A^2 - B^2)} \quad | + c$$

$$-E = \frac{m \cdot 4}{\beta_F \cdot \pi \cdot (A^2 - B^2)} + c \quad | \cdot (-1)$$

$$E = -\frac{m \cdot 4}{\beta_F \cdot \pi \cdot (A^2 - B^2)} + c$$

$$E = -\frac{6 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 4}{10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \pi \cdot ((23 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2 - (10 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2)} + 25 \cdot 10^3 \text{ m}$$

$$\approx 0,007192 \text{ m} = 7,192 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 7,192 \text{ mm}$$

$$[E] = m - \frac{k \cdot g \cdot m^3}{\beta_F \cdot (m^2 - m^2)} = m - \frac{m^3}{m^2} = m - m = 0$$

b) Schwimmer geht unten

$$1 \text{ fall / SE} \leq 0$$

F) geogr.:

a) ges.

$$m = \frac{A_0}{A_{01}} = \frac{\pi \left(\frac{d_0^2}{4} \right)}{\pi \left(\frac{d_{01}^2}{4} \right)} = \frac{d_0^2}{d_{01}^2}$$

$$\Rightarrow m \cdot d_{01}^2 = d_0^2$$

$$d_0 = \sqrt{m} \quad d_{01} = \sqrt{0,35} \cdot 50 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$d_0 = 29,58 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 29,58 \text{ mm}$$

b.) ges.:

$$\dot{m} = \alpha \cdot \varepsilon \cdot A_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta p_{\text{tot}}}$$

$$\dot{m} = 1,03 \cdot 1 \cdot \left(\frac{\pi}{4} (0,02958 \text{ m})^2 \right) \cdot \sqrt{2 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \cdot 10^{-3} \frac{\text{bar}}{10^5 \text{ Pa}}} =$$

c.)

$$\dot{V}_{01} = \dot{V}_0$$

$$\dot{m}_{01} = \dot{m}_0 = \dot{m}$$

$$\dot{m} = \rho \cdot \dot{V}_{01} = \rho \cdot A_{01} \cdot \dot{V}_0$$

$$\Rightarrow V_{01} = V_m = \frac{\dot{m}}{\rho \cdot A_{01}} = \frac{\dot{m}}{\rho \cdot \left(\frac{\pi \cdot d_{01}^2}{4} \right)}$$

$$\Rightarrow V_m = \frac{1,001 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}{5 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \frac{\pi (0,05 \text{ m})^2}{4}}$$

$$\Rightarrow V_m = 0,503 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

07.05.15

① geogr.: $d = 100 \text{ mm}$ $V = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$K = 2,08 \cdot 10^9 \text{ Pa} \quad \varphi = 45^\circ \quad \rho = 0,9997 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

$$[K] = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$\begin{aligned} \text{a.) ges.: } c &= \sqrt{\frac{K}{\rho}} = \sqrt{\frac{2,08 \cdot 10^9 \text{ Pa}}{0,9997 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}}} \\ c &= \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

b.) ges.: Δt

$$t_{1/2} = \frac{l}{c \pm v \cdot \cos \varphi} = \frac{\frac{d}{\sin \varphi}}{c \pm v \cdot \cos \varphi}$$

$$t_{1/2} = \frac{0,1 \text{ m}}{\frac{\sin 45^\circ}{1442,437 \frac{\text{m}}{\text{s}} \pm 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \cos 45^\circ}}$$

$$t_1 = 9,80 \cdot 10^{-5} \text{ s} = 98,0 \mu\text{s}$$

$$t_2 = 9,819 \cdot 10^{-5} \text{ s} =$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 9,819 \cdot 10^{-5} \text{ s} - 9,80 \cdot 10^{-5} \text{ s} \rightarrow 19 \mu\text{s}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 96 \text{ ns}$$

c.) Kommentar:

$$0,5\% \cdot \Delta t = 0,5\% \cdot 96 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

Übungsblatt 3 - Sensorik

① ges.: Thermoelement

$$\alpha_1 = 15 \cdot 10^{-6} \frac{1}{K} \quad \alpha_2 = 6 \cdot 10^{-6} \frac{1}{K}$$

$$T_0 \quad l_1 = l_2$$

$$a) \text{ ges. } \Delta T = 20 \text{ K} \quad \Delta t = ?$$

$$l_1 = l_0 \cdot (1 + \alpha_1 \cdot \Delta T) =$$

$$l_2 = l_0 \cdot (1 + \alpha_2 \cdot \Delta T)$$

$$\begin{aligned} l_2 - l_1 &= l(1 + \alpha_1 \cdot \Delta T) - l_0(1 + \alpha_2 \cdot \Delta T) \\ &= l_0 + l_0 \cdot \alpha_1 \cdot \Delta T - l_0 - l_0 \cdot \alpha_2 \cdot \Delta T \\ &= l_0 (\alpha_1 \cdot \Delta T - \alpha_2 \cdot \Delta T) \\ &= l_0 (\alpha_1 - \alpha_2) \cdot \Delta T \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{l_1 - l_2}{l_0} = (15 \cdot 10^{-6} \frac{1}{K} - 6 \cdot 10^{-6} \frac{1}{K}) \cdot 20 \text{ K} \\ = 18 \cdot 10^{-4} \Rightarrow 0,018\%$$

$$b) \text{ ges. } k = 28,5 \cdot 10^{-6} \quad L_H = 50 \text{ mm} \quad s = 1 \text{ mm} \quad \text{ges. } A = ?$$

$$k = \frac{8 \cdot A \cdot s}{(L_H^2 + 4 \cdot A^2 + 4 \cdot A \cdot s) \cdot \Delta T} \quad | \cdot (L_H^2 + 4 \cdot A^2 + 4 \cdot A \cdot s) \cdot \Delta T$$

$$k \cdot (L_H^2 + 4 \cdot A^2 + 4 \cdot A \cdot s) \cdot \Delta T = 8 \cdot A \cdot s$$

$$L_H^2 + 4 \cdot A^2 + 4 \cdot A \cdot s = \frac{8 \cdot A \cdot s}{k \cdot \Delta T} \quad | : 4$$

$$\frac{1}{4} L_H^2 + A^2 + A \cdot s = \frac{2 \cdot A \cdot s}{k \cdot \Delta T}$$

$$A^2 + A \cdot s - \frac{2 \cdot A \cdot s}{k \cdot \Delta T} + \frac{1}{4} L_H^2 = 0$$

$$A^2 + A \left(\frac{s - 2s}{k \cdot \Delta T} \right) + \frac{1}{4} L_H^2 = 0$$

$$A^2 + A \left[s \cdot \left(1 - \frac{2}{k \cdot \Delta T} \right) \right] + \frac{L_H^2}{4}$$

19.05.15

$$A^2 + A \cdot \left[s \left(\frac{k \cdot \Delta T - 2}{k \cdot \Delta T} \right) \right] + \frac{L_H^2}{4} = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} =$$

$$x_1 =$$

$$x_2 =$$

Übungsbogen 4 - Sensorik

① ges.: Resistance = 12,5 $\frac{\Omega}{ft}$ diameter = 0,0008 in
 $\Rightarrow \frac{R}{L} = \frac{12,5}{30,49 \text{ cm}} \cdot \frac{\Omega}{\text{cm}} = 0,40997 \frac{\Omega}{\text{cm}}$ $d = 0,0008 \cdot 2,54 \text{ cm}$
 ges.: ρ

$$R = \frac{\rho \cdot l}{A} \quad | : A$$

$$\rho \cdot A = \rho \cdot l \quad | : l$$

$$\rho = \frac{R \cdot A}{l} \quad \text{mit } A = \frac{\pi}{4} d^2$$

$$\rho = \frac{R}{l} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2 = 0,40997 \frac{\Omega}{\text{cm}} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (0,0008 \text{ cm})^2$$

$$\rho = 1,33 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{cm}$$

$$[\rho] = \frac{\Omega}{\text{cm}} \cdot \text{cm}^2 = \Omega \cdot \text{cm}$$

② ges.: Ni100 $R = 122 \Omega$

ges.: $\Delta \rho$

a.) bei linearer Näherung

$$\Delta \rho = \frac{1}{A} \left(\frac{R(\rho)}{R_0} - 1 \right)$$

$$\Delta \rho = \frac{1}{5,485 \cdot 10^{-3}} \cdot \left(\frac{122 \Omega}{100 \Omega} - 1 \right)$$

$$\Delta \rho (\text{linear}) = 40,12^\circ \text{C}$$

b.) bei quadratischer Näherung

$$\Delta \rho = -\frac{A}{2B} \pm \sqrt{\frac{A^2}{4B^2} + \frac{1}{B} \left(\frac{R(\rho)}{R_0} - 1 \right)} \quad \text{mit } B = 6,65 \cdot 10^{-6}$$

$$\Delta \rho = -\frac{5,485 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 6,65 \cdot 10^{-6}} \pm \sqrt{\frac{(5,485 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot (6,65 \cdot 10^{-6})^2} + \frac{1}{6,65 \cdot 10^{-6}} \left(\frac{122 \Omega}{100 \Omega} - 1 \right)}$$

17.05.15

④ ges.: Pt 100

max. Messbereich: $-220^\circ \text{C} \dots 400^\circ \text{C}$
 Genauigkeitsklasse: B: $\pm 0,3 + 0,005 \cdot |\Delta t| = \Delta t$
 $V_m = 1 \frac{\Omega}{S}$
 $t_{0,9} = 30 \text{s}$

2) ges. absoluter Messfehler bei -220°C und 400°C

$$\Delta t_{-220^\circ \text{C}} = \pm 0,3^\circ \text{C} + 0,005 \cdot |400^\circ \text{C}| = \pm 2,3^\circ \text{C}$$

$$\Delta t_{400^\circ \text{C}} = \pm 0,3^\circ \text{C} + 0,005 \cdot |-220^\circ \text{C}| = \pm 1,4^\circ \text{C}$$

$$\frac{\Delta t_3}{\Delta t} = \pm 0,3 + 0,05 \left| \frac{\Delta t_3}{\Delta t} \right| + \pm 0,3 + 0,05 \left| \frac{-220}{400} \right|$$

$$\frac{\Delta t_3}{\Delta t} = \pm 1,4^\circ \text{C}$$

Absoluter
Messfehler:

hat die
gleiche Ein-
heit wie die
betrachtete
Größe (-)

Relativer
Messfehler:

absoluter F (%)
tatsächlicher F
= rel. Messf.

Prozentualer
Fehler:

rel. Fehler
als Prozent-
zahl

2) ges. Relativer Messfehler bei $T = 100^\circ \text{C}$

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} \quad \text{oder} \quad \frac{\Delta T}{T} \quad \frac{\Delta t_3}{\Delta t} = \pm \left(0,3 + 0,005 \left| \frac{100^\circ \text{C}}{400^\circ \text{C}} \right| \right) = \pm 0,8$$

$$\rightarrow \Delta t_3 = \pm 0,8^\circ \text{C}$$

$$\frac{\Delta t_3}{\Delta t_2 - \Delta t_1} = \pm \frac{0,3^\circ \text{C}}{400^\circ \text{C} - (-220^\circ \text{C})} = \pm \frac{0,8^\circ \text{C}}{620^\circ \text{C}} = \pm 1,230 \cdot 10^{-3}$$

$$= \pm 0,123 \%$$

$$\nu(t_{0,9}) = \nu_0 \cdot 0,5 = \nu_0 \left(1 - e^{-\frac{t_{0,9}}{\tau}} \right)$$

c) ges.: $t = t_{0,9} = 30 \text{s}$ $t_{0,5} = ?$

$$-\frac{1}{\tau} \ln \frac{t_{0,9}}{t_{0,5}} = 0,1 = \frac{t_{0,9}}{\tau}$$

$$\rightarrow \Delta t = 10^\circ \text{C}$$

$$\rightarrow \ln \frac{t_{0,9}}{t_{0,5}} = \ln(0,1)$$

$$\rightarrow \frac{t_{0,9}}{t_{0,5}} = 0,1 = e^{-\frac{t_{0,9}}{\tau}}$$

$$\rightarrow 0,5 = 1 - e^{-\frac{t_{0,9}}{\tau}}$$

$$\rightarrow \tau = -\frac{t_{0,9}}{\ln(0,1)} = \frac{30 \text{s}}{-2,3025} = 13,02813$$

(4) gfg: Pt 100

max. Messbereich: $-220^{\circ}\text{C} \dots 400^{\circ}\text{C}$
 Genauigkeitsklasse: B: $\pm 0,3 + 0,005 \cdot |\vartheta| = \Delta\vartheta$
 $V_m = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
 $t_{0,9} = 30\text{s}$

17.05.15

a.) ges.: absoluter Messfehler bei -220°C und 400°C

$$\Delta\vartheta_{\text{obere Gr.}} = \pm 0,3^{\circ}\text{C} + 0,005 \cdot |400^{\circ}\text{C}| = \pm 2,3^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta\vartheta_{\text{unter Gr.}} = \pm 0,3^{\circ}\text{C} + 0,005 \cdot |-220^{\circ}\text{C}| = \pm 1,4^{\circ}\text{C}$$

$$\frac{\Delta\vartheta_1}{^{\circ}\text{C}} = \pm 0,3 + 0,005 \left| \frac{\vartheta_1}{^{\circ}\text{C}} \right| = \pm 0,3 + 0,005 \left| \frac{-220}{^{\circ}\text{C}} \right|$$

$$\frac{\Delta\vartheta_1}{^{\circ}\text{C}} = \pm 1,4^{\circ}\text{C}$$

Absoluter Messfehler:

hat die gleiche Einheit wie die betrachtete Größe (-)

Relativer Messfehler:

absoluter F (-)
 tatsächlicher F = rel. Messf.

Prozentualer Fehler:

rel. Fehler als Prozentzahl

b.) ges.: Relativer Messfehler bei $T = 100^{\circ}\text{C}$

$$\frac{\Delta\vartheta}{\vartheta} \quad \text{oder} \quad \frac{\Delta T}{T}$$

$$\frac{\Delta\vartheta_3}{^{\circ}\text{C}} = \pm \left(0,3 + 0,005 \left| \frac{100^{\circ}\text{C}}{^{\circ}\text{C}} \right| \right) = \pm 0,8$$

$$\rightarrow \Delta\vartheta_3 = \pm 0,8^{\circ}\text{C}$$

$$\frac{\Delta\vartheta_3}{\vartheta_2 - \vartheta_1} = \pm \frac{0,3^{\circ}\text{C}}{400^{\circ}\text{C} - (-220^{\circ}\text{C})} = \pm \frac{0,8^{\circ}\text{C}}{620^{\circ}\text{C}} = \pm 1,290 \cdot 10^{-3}$$

$$= \pm 0,129 \%$$

$$\sqrt{t_{0,9}} = \sqrt{0} \cdot 0,5 = \sqrt{0} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_{0,9}}{\tau}} \right)$$

c.) ges.: t

$$\begin{aligned} t_{0,9} &= 30\text{s} & t_{0,5} &=? \\ \vartheta_1 &= 100^{\circ}\text{C} & \vartheta &= 110^{\circ}\text{C} & \frac{1}{e^{\frac{t_{0,9}}{\tau}}} &= 0,1 = e^{-\frac{t_{0,9}}{\tau}} \\ \rightarrow \Delta\vartheta &= 10^{\circ}\text{C} & \rightarrow \ln e^{-\frac{t_{0,9}}{\tau}} &= \ln(0,1) \\ \sqrt{t_{0,9}} &= \sqrt{0} \cdot 0,9 = \sqrt{0} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_{0,9}}{\tau}} \right) & \rightarrow -\frac{t_{0,9}}{\tau} \cdot \ln e^{-\frac{t_{0,9}}{\tau}} &= \ln(0,1) \\ \rightarrow 0,9 &= 1 - e^{-\frac{t_{0,9}}{\tau}} & \rightarrow \tau &= -\frac{t_{0,9}}{\ln(0,1)} = \frac{30\text{s}}{-2,3025} = 13,02813 \\ \rightarrow 0,5 &= 1 - e^{-\frac{t_{0,5}}{\tau}} & \rightarrow \end{aligned}$$

(5) erg.: Kennlinie bei Halbleiter

$$R(T) = R_N \cdot \exp \left(B \cdot \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_N} \right) \right)$$

mit B = 1500 K - 7000 K mit $T_N = 298,15 \text{ K}$, $R(T_N) = 22 \text{ k}\Omega$

$\Rightarrow B$ bestimmen aus NTC 22 k Ω

$$\frac{R_{T2}}{R_{T1}} = \frac{R_N \cdot \exp \left[B \cdot \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_N} \right) \right]}{R_N \cdot \exp \left[B \cdot \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_N} \right) \right]}$$

$$\frac{R_{T2}}{R_{T1}} = \frac{e^{\frac{B}{T_2}} \cdot e^{-\frac{B}{T_N}}}{e^{\frac{B}{T_1}} \cdot e^{-\frac{B}{T_N}}}$$

$$\frac{R_{T2}}{R_{T1}} = e^{B \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)} \quad | \ln$$

$$\ln \left(\frac{R_{T2}}{R_{T1}} \right) = B \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)$$

$$\Rightarrow B = - \frac{T_1 \cdot T_2}{T_2 - T_1} \cdot \ln \left(\frac{R_{T2}}{R_{T1}} \right) \quad < 1$$

$$\Rightarrow B = -$$

⑥ gegr.: LDPE-Folien: $\epsilon_r = 2,3$ $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{C}{Vm}$ 17.05.15

$$A = 1,5m \times 0,1m, l_0 = 1mm, h = 300\mu m = 300 \cdot 10^{-6}m$$

$$A = 0,15 \text{ m}^2 \quad l_0 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

a) ges.: Gesamtkapazität C

$$C_0 = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{l_0} = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{C}{Vm} \cdot 2,3 \cdot \frac{0,15 \text{ m}^2}{1 \cdot 10^{-3} \text{ m}}$$

$$C_0 = 3,055 \cdot 10^{-9} \text{ F} (= 3,055 \text{ nF})$$

$$\frac{1}{C} = \frac{h}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A} \quad | \cdot \epsilon_0 \cdot l \cdot \epsilon_r \cdot l \cdot A \cdot C$$

$$\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A = h \cdot C \quad | : h$$

$$\Rightarrow C = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{h}$$

$$C = \frac{8,854 \cdot 10^{-12} \frac{C}{Vm} \cdot 2,3 \cdot 0,15 \text{ m}^2}{300 \cdot 10^{-6} \text{ m}}$$

$$C = 1,0182 \cdot 10^{-8} \text{ F}$$

b.) ges.: C um 10% kleiner, h = ?

$$1,6 \text{ nF} \hat{=} 100\% \quad \Rightarrow C = 1,6 \text{ nF} - 0,16 \text{ nF} = 1,44 \text{ nF}$$

$$0,016 \text{ nF} \hat{=} 1\%$$

$$0,16 \text{ nF} \hat{=} 10\%$$

$$h = l_0 \cdot \frac{C - C_0}{C} \cdot \frac{\epsilon_r}{\epsilon_r - 1}$$

⑦ gegr.: $l_0 = 1,3 \text{ m}$ $C_0 = 31 \text{ pF}$ $\epsilon_r = 80$

$$C = 0,97 \text{ nF}$$

a) ges.: l

b.) ges.: C

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{l}$$

Übungsblatt 4 (Teil 2.) - Sensorik

① geg.: Tauchankergeber

$$\text{kennlinie: } L = \frac{k}{x} \quad \text{mit } k = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Hm}$$

a.) ges.: Empfindlichkeit $E = \frac{dL}{dx}$

$$(x_0, L(x_0)) = (10 \text{ cm}, 2 \text{ H})$$

17.05.15

② geg.: Volumenstrommessgerät

$$d = 100 \text{ mm} \quad v = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

a.) ges.: \dot{v}

$$\dot{v} = A \cdot v \quad \text{mit } A = \frac{\pi}{4} d^2$$

$$\dot{v} = \frac{\pi}{4} d^2 \cdot v$$

$$\dot{v} = \frac{\pi}{4} \cdot (100 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2 \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 7,85 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$= 2,18 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{h}} \quad (28,27 \frac{\text{m}^3}{\text{h}})$$

1h = 3600s

b.) ges.: absoluter Fehler des gemessenen Volumenstroms

$$\Delta v = 0,113 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

c.) ges.: relativer Fehler $\frac{\Delta v}{v}$

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{0,113 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}}{2,18 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{h}}} = \dots = \dots \%$$

$$\text{mit } d = 100 \cdot 10^{-3} \text{ m} - (2 \cdot 500 \cdot 10^{-6} \text{ m}) = 99 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 99 \text{ mm}$$

$$\dot{v} =$$

③ a) gege.: GaAs-Hall-Sensor

$$B_2 = 0,1 \text{ T} \quad I_x = 7 \text{ mA} = 7 \cdot 10^{-3} \text{ A} \quad U_H = 156 \cdot 10^{-3} \text{ V}$$

a.) ges.: d (Plättchendicke) mit $A_H = 8,917 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^3}{\text{As}}$

$$U_H = A_H \cdot \frac{B_2}{d} \cdot I_x \quad | \cdot d$$

$$U_H \cdot d = A_H \cdot B_2 \cdot I_x \quad | : U_H$$

$$d = \frac{A_H \cdot B_2 \cdot I_x}{U_H}$$

$$d = \frac{8,917 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^3}{\text{As}} \cdot 0,1 \text{ T} \cdot 7 \cdot 10^{-3} \text{ A}}{156 \cdot 10^{-3} \text{ V}}$$

$$d = 4,0 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 0,4 \mu\text{m}$$

$$\begin{aligned} [d] &= \frac{\frac{\text{m}^3}{\text{As}} \cdot \text{T} \cdot \text{A}}{\sqrt{\quad}} = \frac{\frac{\text{m}^3}{\text{As}} \cdot \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} \cdot \text{A}}{\sqrt{\quad}} = \frac{\text{As} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{A}}{\text{m}^3 \cdot \sqrt{\quad} \cdot \sqrt{8}} \\ &= \frac{\text{A} \cdot \text{A}}{\text{m} \cdot \text{V} \cdot \sqrt{\quad}} \end{aligned}$$

b.) ges.: R_H (Hallwiderstand)

$$R_H = \frac{1}{n \cdot e} \cdot \frac{B_2}{d} = A_H \cdot \frac{B_2}{d} = 8,917 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^3}{\text{As}} \cdot \frac{0,1 \text{ T}}{0,4 \cdot 10^{-6} \text{ m}}$$

$$R_H = 22,2925 \Omega$$

17.05.15

④ a) gege.: InSb - Hall-Sensor

$$d = 150 \mu\text{m} = 150 \cdot 10^{-6} \text{ m} \quad n_e = 5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3} \frac{1}{\text{cm}^3}$$

$$B_2 = 1 \text{ T} \quad I_x = 5 \text{ mA} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

a.) ges.: K_0 (Leerlaufempfindlichkeit)

b.) ges.: U_{H0} (Hallspannung)

$$U_H = \frac{1}{n_e e} \cdot \frac{B_2}{d} \cdot I_x$$

$$U_H = \frac{1}{5 \cdot 10^{16} \cdot 10^3 \frac{1}{\text{m}^3} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \cdot \frac{1 \text{ T}}{150 \cdot 10^{-6} \text{ m}} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

$$U_H = 416,146 \cdot 10^3 \text{ V} \quad (4,16 \text{ mV})$$

5.) geg.: magnetostriktiver Wegaufnehmer

Messbereich: 4 m $v = 2850 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$v_{\text{max}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

17.05.15

a.) ges.: t