Drehzahlmessung

$$f_0 = \frac{U_n}{B_1 \cdot n \cdot 2\hat{A}}$$

Induktionsgesetz

$$U_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\int \vec{B} \cdot d\vec{A} = -\frac{d}{dt}\int \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \vec{H} \cdot d\vec{A}$$

$$U_{ind} = \ldots \sin(\omega_0 \cdot n \cdot t)\,\omega_0 \cdot n = U_m \cdot \sin(\omega_0 \cdot n \cdot t)$$

Magnetisch induktiver Durchflussmesser (MID)

Gleichgewicht $\vec{F}_L + \vec{F}_E = 0$ $\quad U_E = -v \cdot B \cdot d = U_{12}$

$\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B})$

$\vec{F}_E = q \cdot \vec{E}$

$U_{21} = -U_{12} = -U_E = v \cdot B \cdot d$

Volumenstrom

$\dot{V} = \frac{U_{21}}{B} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D$

$\dot{V} = v \cdot A$

Massenstrom

$\dot{m} = \rho \cdot \frac{U_{21}}{B} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D$

$\dot{m} = \rho \cdot \dot{V}$

Empfindlichkeit

$\frac{dU_{21}}{d\dot{V}} = \frac{4 \cdot B}{\pi \cdot D}$

$\frac{dU_{21}}{d\dot{m}} = \frac{4 \cdot B}{\pi \cdot \rho \cdot D}$

Hall-Effekt

Hallspannung

$U_H = A_H \cdot \frac{I_x \cdot B_z}{d}$

mit $A_H = \frac{1}{n \cdot e}$; $R_H = \frac{1}{n \cdot e} \cdot \frac{B}{d}$

Stromdichte

$j_x = \frac{I_x}{A} = \frac{I_x}{b \cdot d}$

ges. Strom:

$I_x = n \cdot e \cdot v_x \cdot b \cdot d$

Magnetfeldstärke

$B_z = \frac{U_H \cdot d}{A_H \cdot I_x}$

$I_{Spule} \cdot A = m$

Empfindlichkeit

$K_0 = \frac{A_H}{d}$

Abstand:

$z = \left(\frac{A_H \cdot I_x}{d} \cdot \frac{\mu_0}{\pi 2} \cdot \frac{I_{Spule} \cdot A}{U_H}\right)^{\frac{1}{3}}$

Magnetoresistiver ohne Magnetfeld

mit Magnetfeld:

k: Geometriekonst. Magnetfeldstärke

$\tan \Theta_H = \mu \cdot B \cdot k_0$; …

Abstand: $z = \left(\frac{\mu_0}{\ldots}\right.$

$m = A \cdot I_{Spule}$

Anisotroper magn. Effekt (AMR-Effekt) zur Entmagnetisierung

$R = R_0 + \Delta R \cdot \cos^2 \alpha$ $\quad | B_r$: Remanenzflussdichte

Piezoelektrische und weitere elektr. Sensorprinzipien

Thermoelektr. Spannung (Seebeck-Effekt)

$U = k \cdot \Delta T \quad \Delta T = \frac{U}{k}$

U: Thermospannung

k: Thermokraft $[k] = 1\,\frac{V}{K}$

$U_m = U_{T2} - U_{T1}$

$U_m = (k_2 - k_1) \cdot \Delta T$

Piezoelement / Ersatzschaltbild

$C_q = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot A}{d}$ $\quad U_q = \frac{Q}{C_q}$

$R_q = \rho \cdot \frac{l}{A} = \rho \cdot \frac{d}{A}$ $\quad Q = k_p \cdot F$

$U_q = \frac{Q_2}{C_q} \cdot e^{-\frac{t}{R_q \cdot C_q}}$

Pyroelektrischer Effekt

$\Delta U = \frac{k_\alpha \cdot A \cdot \Delta T \cdot d}{\varepsilon_0 \varepsilon_r \cdot A}$

$\Delta Q = A \cdot k_Q(T) \cdot \Delta T = A \cdot \bar{P}_p(T) \cdot \Delta T$

Änderung: $\frac{\Delta P_Q(T)}{\Delta T} = k_\alpha(T) = \pi_p(T)$

k_α: pyroelektr. Koeff. (Ladungsempfindlichkeit)

P_R: remanente Polarisation

Strahlung … Strahlung … $Q_E = \ldots$ Strahlung … $Q_E = \ldots$

Optik

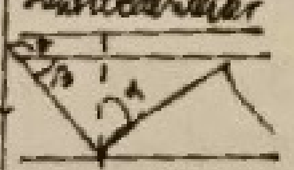
Snelliusches Brechungsgesetz

$\frac{\sin \varepsilon}{\sin \varepsilon'} = \frac{n'}{n} = \frac{\text{Brechindex unten}}{\text{Brechindex oben}}$

Spezialfall: $\varepsilon' \to 90°$

$\varepsilon = \arcsin\left(\frac{n'}{n}\right) \Rightarrow$ Totalreflexion

Lichtwellenleiter



$\alpha_{GR} = \arcsin\left(\frac{n_m}{n_K}\right)$

$\sin \gamma = \sqrt{n_K^2 - n_m^2}$

numerische Apertur

γ: max. Einkoppelwinkel

Dämpfung

$l \cdot \alpha = -10 \cdot \log\left(\frac{P_{in}}{P_{out}}\right)$

$10^{-\frac{l\alpha}{10}} = \frac{P_{out}}{P_{in}}$ (Verlust)

Parameter d. opt. Linsenabbildung

f: Brennweite

g: Gegenstandsweite

b: Bildweite

G: Gegenstandsgröße

B: Bildgröße

β: Abbildungsmaßstab

$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$

$\beta = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$

$g = f \cdot \frac{\beta + 1}{\beta}$

$b = f \cdot (\beta + 1)$; $g = \frac{f \cdot b}{b - f}$

$\beta = \frac{b}{f} - 1$

$b = \frac{f \cdot g}{g - f}$

Parameter mit Zwischenring

$b > b_0 + d$ $\quad d$: Dicke des Rings

$g = \frac{f \cdot (b_0 + d)}{(b_0 + d) - f}$

$\beta = \frac{b_0 + d}{f} - 1$

Schärfentiefebereich

$\Delta g = g_h - g_v$ $\quad$ Deltatiefe

$g_{v,h} = \frac{g_0 \cdot f^2}{f^2 \pm F \cdot u \cdot \frac{f}{D} \cdot (f - g_0)}$

"v" vor, Lichtstrahler in Objekt

"h" hinter Lichtnährung

Triangulationsprinzip

$m_L = \tan \alpha$

$n \cdot t) \omega_0 \cdot n$

$(\omega_0 \cdot n \cdot t)$

Ablenkung: Wellen

Phasengeschwind.

$c = \frac{c_0}{n} = \frac{1}{n \cdot \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$

Dispersionsrelation

$c = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi \cdot f}{2\pi/\lambda} = f \cdot \lambda$

Empfindlichkeit E:

$$\frac{dU_{34}}{dV} = \frac{a \cdot B}{\pi \cdot D} \quad \frac{dU_{34}}{dV} = B \cdot D$$

$$\frac{dU_{34}}{d\alpha} = \frac{a \cdot B}{\pi \cdot S \cdot D}$$

Ausbreitung Wellenfront

$c = \frac{d}{t}$ c: Geschw.

t: durchschnittl. Frequ.

Abstand $d = \frac{c \cdot t_0}{2}$ n: Wellenlängen in 1 Puls

mittl. Laufzeit

$\Delta t = n \cdot T = n \cdot \frac{1}{f_m}$

Pulslaufzeitverfahren

Mindestabstand: $s_{min} = d_{min} = \frac{c \cdot t_{0\,min}}{2} = \frac{c \cdot \Delta t_0}{2}$

Eindringtiefe / Reichweite: $d(T_0) = \frac{c \cdot T_0}{2} = \frac{c}{2} \cdot \frac{1}{f_0}$

Schwächungsgesetz

Lambertsches G. $\frac{I_s}{I_0} = e^{-\mu(\lambda) \cdot s}$ s: Wegstrecke, μ: Schwächungskoeff.

(Schichtdickenmessung)

Konzentrationslast. $\mu(\lambda) = \sum_i c_i \cdot E_i(\lambda)$

Konz. Stoff i, Absorptionskoeff.

Phasenlaufzeitverfahren

Phasendifferenz: $\Delta\varphi = \frac{4\pi}{\lambda} \cdot s + 2\pi \cdot n$

Abstand: $s = \Delta\varphi \cdot \frac{\lambda_0}{4\pi} - n \cdot \frac{\lambda_0}{2}$

Max. Abstand $s_{min} = \Delta\varphi_{min} \cdot \frac{\lambda_0}{4\pi}$

Abschwächung in Atmosphäre

$\mu = \sigma_m + \sigma_a + \kappa_m + \kappa_a$

σ_m: Extinktionskoeff. Streuung Moleküle

κ_a: " der molekularen Absorption

Magnetoresistiver Effekt

ohne Magnetfeld: $R_0 = \frac{\rho \cdot l_0}{A_0} = \frac{\rho \cdot l_0}{b_0 \cdot d}$

mit Magnetfeld: $R(B_z) = \frac{\rho \cdot l_B}{d_B \cdot d} = R_0 \cdot (1 + \mu^2 \cdot B^2 \cdot k_G^2)$

k: Geometriekonstante

Magnetfeldstärke: $B = \sqrt{\frac{R(B_z)}{R_0} - 1} \cdot \frac{1}{\mu \cdot k_G}$

$\tan\Theta_H = \mu \cdot B \cdot k_G$; $\cos\Theta_H = \frac{l_0}{l_B}$; $\cos\Theta_H = \frac{b_B}{b_0}$

Abstand: $z = \left(\frac{\mu_0 \cdot m \cdot \mu \cdot k_G}{2\pi}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{R(B_z)}{R_0} - 1\right)^{-\frac{1}{6}}$

$m = A \cdot I_{Spule}$

Polarisation Brewster-Winkel $\Theta_B = \Theta_i = \arctan\left(\frac{n_t}{n_i}\right)$ $\frac{\sin\Theta_i}{\sin\Theta_t} = \frac{n_t}{n_i}$

Interferenz: maxima: $\Delta x = n \cdot \lambda$ | minima: $\Delta x = \frac{2n+1}{2} \cdot \lambda$

Beugung (Diffraktion) maxima: $\Delta L = d \cdot \sin\alpha = n \cdot \lambda_0$

ΔL: Gangunterschied, d: Spaltabstand, α: Beobachtungswinkel

minima: $\Delta L = d \cdot \sin\alpha = (n + \frac{1}{2}) \cdot \lambda_0$

für 1. Interferenzordnung: $x_n = l \cdot \tan\left(\arcsin \frac{\lambda_0}{d}\right)$

für n-te ": $x_n = l \cdot \tan\left(\arcsin \frac{\lambda_0 \cdot n}{d}\right)$ $\sin\alpha = \frac{\lambda_0}{d}$

$A \cdot \Delta T \cdot d$

$\varepsilon_T \cdot A$

ΔT

$\Phi_p(T)$

(Empfindlichkeit)

Strahlung

Radiometr. Größe n: Photonenzahl, f: Freq.

Strahlungsenergie: $Q_e = n \cdot h \cdot f = n \cdot h \cdot \frac{c}{\lambda}$

Strahlungsleistung

$\Phi_e = \frac{dQ_e}{dt} = \frac{dn}{dt} \cdot h \cdot \frac{c}{\lambda}$

"-stärke: $I_e = \frac{d\Phi_e}{d\Omega}$

$I_e = \frac{\Phi}{4\pi}$

"-dichte: $L_e = \frac{d^2 \Phi_e}{d\Omega \cdot dA_1 \cos\alpha_1}$

spektr.-dichte $\int dL_e = \int L_{e\lambda} \, d\lambda = L_e$

-flussdichte $\mu_e = \frac{d\Phi_e}{dA_1}$

Bestrahlungsstärke $E_e = \frac{d\Phi_e \cdot \cos\alpha_2}{dA_2}$

~~photometr. GG: $E_V = \frac{I_V}{R^2} \cdot \cos\alpha_2$~~

Photometr. Größe

Lichtmenge: $Q_V = \int \Phi_V \, dt$

$[Q_V] = lm \cdot s$

Lichtstrom: $\Phi_V = k_{max} \cdot V(\lambda) \cdot \Phi_e$

Tagsicht 683 $\frac{lm}{W}$ Nachtsicht 1699 $\frac{lm}{W}$

$\boxed{\text{für schmalbandige Quelle}: \Phi_V = k_{max} \cdot \Phi_{e\lambda} \cdot V(\lambda_0)}$

Lichtstärke: $I_V = \frac{d\Phi_V}{d\Omega}$

$[I_V] = [cd]$

Leuchtdichte: $L_V = \frac{dI_V}{dA_1}$

$[L_V] = \frac{cd}{m^2}$

spez. Lichtausstrahlung $\mu_V = \frac{d\Phi_V}{dA_1}$

$[\mu_V] = [lx]$

Beleuchtungsstärke: $E_V = \frac{d\Phi_V \cdot \cos\alpha_2}{dA_2}$

photometr. GG: $E_V = \frac{I_V}{R^2} \cdot \cos\alpha_2$

$\Omega = \frac{A}{R^2}$, $d\Omega = \frac{dA}{R^2}$

Vollkugel: $\Omega = 4\pi$

Halb- ": $\Omega = 2\pi$

äußerer Photoeffekt

$E = h \cdot f$

$E_{kin} = h \cdot f - W_A$

$1 eV = 1{,}602177 \cdot 10^{-19} C \cdot 1V$

$= 1{,}602177 \cdot 10^{-19} J$

$1 J = 6{,}241509 \cdot 10^{18} eV$

h = plancksches Wirkungsquantum

$= 6{,}626 \cdot 10^{-34} J \cdot s$

c = Vakuumlichtgeschw.

$= 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$

$E = h \cdot \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = h \cdot \frac{c}{E}$

$\Rightarrow \lambda(nm) = \frac{1{,}2005 \cdot 10^{-6}}{E\,(in\,eV)}$

... d.

Linsen-

...ung

...weite

...standsweite

...weite

...g. Größe

...bildl. Maßstab

$(B+1)$; $g = \frac{f \cdot b}{b - f}$

1.5.2 Dynamische Kenngrößen

t_{an} = Ansprechzeit

Zeitprozentkennwert: $t_{0,5} \Rightarrow x_a(t_{0,5}) = 0{,}5 \cdot x_{a\sigma}$ $\quad t_{an} = t_{0,9} - t_{0,1}$

$$= x_{a\sigma} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_{0,5}}{\tau}}\right) = 0{,}5 \cdot x_{a\sigma}$$

Sensorprinzipien der Mechanik

Sensorprinzipien aus elastischer Verformung

l_σ = urspr. Länge
d_σ = " Dicke

Längsdehnung

$$\varepsilon = \frac{l - l_\sigma}{l_\sigma} = \frac{\Delta l}{l_\sigma}$$

Normalspannung

$$\sigma = \frac{F_N}{A} = E \cdot \frac{\Delta l}{l_\sigma} = E \cdot \varepsilon$$

Querdehnung

$$\varepsilon_q = \frac{d - d_\sigma}{d_\sigma} = \frac{\Delta d}{d_\sigma} = -\mu \cdot \varepsilon \quad \left(E = \frac{N}{m^2}\right) \quad R_e = \frac{F_s}{A_\sigma}\ ;\ R_m = \frac{F_m}{A_\sigma}$$

R_e = Streckgrenze, R_m = Zugfestigkeit

Normalspannung auf Membran

(1) radial: $\sigma_r = c \cdot \left[(3m+1) \cdot \frac{r^2}{r_\sigma^2} - (m+1)\right]$

(2) tangential: $\sigma_t = c \cdot \left[(m+3) \cdot \frac{r^2}{r_\sigma^2} - (m+1)\right]$

r = Radius
r_σ = max. Radius
s = Membrandicke
Δp = Druckdifferenz

$$m = \frac{1}{\mu} \quad c = \frac{3 \cdot \Delta p \cdot r_\sigma^2}{8 \cdot m \cdot s^2}$$

Schubspannung/Scherung

$\tan\gamma = \frac{s}{l} \approx \gamma$ (kleine Scherungen)

$\tau = \frac{F}{A} = G \cdot \gamma$ $\quad$ τ: Schubspannung

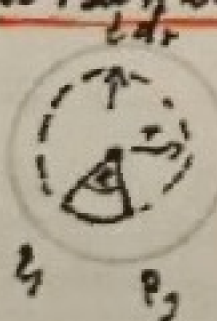
γ: elast. Scherung

F: Schubkraft

G: Schubmodul

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1+\mu)}$$

Torsion eines Zylinders



Kreisbogen: $\varphi \cdot r = s = l \cdot \tan\gamma = l \cdot \gamma$

Kreisringfläche: $dA = 2\pi \cdot r \cdot dr$

$$\tau = \frac{dF}{dA} = G \cdot \gamma = G \cdot \frac{\varphi \cdot r}{l}$$

$$\Rightarrow dF = G \cdot \frac{\varphi \cdot r}{l} \cdot dA$$

Drehmoment:

$dM = r \cdot dF$

$$\Rightarrow M = \underbrace{\frac{\pi \cdot G \cdot R^4}{2 \cdot l}}_{D} \cdot \varphi$$

D: Winkelrichtgröße
φ: Drehwinkel

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1+\mu)}$$

Hydrostatisches Füllstandsmesssystem

hydrostat. Druck

$p_{hydr} = p_a + p_h$

Schweredruck der Flüssigkeit

$$p_h = \frac{m \cdot g}{A} = \frac{\rho \cdot V \cdot g}{A} = \frac{\rho \cdot A \cdot h \cdot g}{A} = \rho \cdot h \cdot g$$

Dichte $\rho = \frac{m}{V}$

Hydrostat. Füllstandbestimmung

$$h_{ges} = \frac{\Delta p}{\rho \cdot g} = \frac{p_{Boden} - p_a}{\rho \cdot g}$$

p_a = äußerer Druck (Atmosphäre)

p_h = unabhängig v. Neigung der Wand (Boden)

Gleichgewicht mech. Kräfte

statische Auftriebskraft

$F_A = g \cdot \rho_F \cdot V_F$

ρ_F = Dichte d. verdr. Flüssigkeit

V_F = Volumen d. " "

$F_G = m_K \cdot g = \rho_K \cdot V_K \cdot g$

ρ_K: Dichte (Körper)

V_K: Volumen d. ges. Körper

Schwimmend: $F_A = F_G$

$g \cdot \rho_F \cdot V_F = g \cdot \rho_K \cdot V_K$

Schwebekörperdurchflussmesser

$F_G + F_A + F_{WR} = 0$

$F_{WR} = c_W \cdot A_{Str} \cdot \frac{\rho_F}{2} \cdot v^2$

$m_K g = g \cdot \rho_F \cdot V_F + c_W \cdot A_{Str.} \cdot \frac{\rho_F}{2} \cdot v^2$

$v = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot (\rho_K \cdot V_K) - \rho_F \cdot V_F}{c_W \cdot A_{Str} \cdot \rho_F}}$

$v = \sqrt{\frac{2 \cdot g\, (\rho_K - \rho_F) \cdot V_K}{c_W \cdot A_{Str} \cdot \rho_F}}$

c_W: Widerstandsbeiwert

A_{Str}: größte zur Strömungsrichtung stehende Stirnfläche d. Körpers

ρ_F: Dichte des Mediums

Eülhöhe

$F_A = F_G \qquad g \cdot \rho_F \cdot \frac{\pi}{4} \cdot h \cdot (A^2 - B^2) = m_K \cdot g$

$\Rightarrow h = \frac{m_K}{\rho_F} \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{A^2 - B^2}$

Schallgeschw. $\sqrt{\frac{K}{\rho}}$

Volumenstrom / Massenstrom

$\frac{dV}{dt} = \dot V = \vec A \cdot \frac{d\vec s}{dt} = \vec A \cdot \vec v$

Volumenstrom

$\dot m = \frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt}(\rho \cdot V) = \rho \cdot \dot V$

Massenstrom

$\dot V = A \cdot v = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - D_u^2) \cdot v$ (Schwebekörperanordnung)

$\dot m = \rho \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - D_u^2) \cdot v$

$\tan\alpha = \frac{\frac{1}{2}(D - D_o)}{h}$

$\alpha = \arctan\left(\frac{D - D_o}{h}\right)$

$D(h) = 2 \cdot h \cdot \tan\alpha + D_o$

$\Rightarrow \dot V = v \cdot \frac{\pi}{4}\left((2 \cdot h \cdot \tan\alpha + D_o)^2 - D_u\right)^2$

$\dot V = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot V_K \cdot (\rho_K - \rho_F)}{c_W \cdot A_{Str.} \cdot \rho_F}} \cdot \frac{\pi}{4}\left[4h^2 \cdot \tan^2\alpha + 4h \cdot \tan\alpha \cdot D_o + D_o^2 - D_u^2\right]$

$\dot V = c \cdot \sqrt{\frac{1}{A_{Str}}} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (D_o^2 - D_u^2) + c \cdot \sqrt{\frac{1}{A_{Str}}} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 4h \cdot \tan\alpha \cdot D_o \qquad \cdot \sqrt{\frac{1}{A_{St}}}$

$\boxed{\dot V = c_2 + c_1 \cdot h}$

Massenerhaltung

$\dot m_{o1} = \dot m_{o2}$

$\rho_{o1} \cdot \underbrace{\frac{\Delta s_{o1}}{\Delta t} \cdot A_{o1}}_{\Delta v_{o1}} = \rho_{o2} \cdot \underbrace{\frac{\Delta s_{o2}}{\Delta t} \cdot A_{o2}}_{\Delta v_{o2}}$

$v_{o1} \cdot A_{o1} = v_{o2} \cdot A_{o2}$

$v_{o1/o2}$: mittl. Strömungsgeschwindigkeit

A: Querschnitt

Energieerhaltung

$\frac{1}{2} m v_{o1}^2 + p_{o1} \cdot \frac{V}{m} = \frac{1}{2} \cdot v_{o2}^2 + p_{o2} \cdot \frac{V}{m} \Rightarrow \boxed{\frac{v_{o1}^2}{2} \cdot \rho \cdot p_{o1} = \frac{v_{o2}^2}{2} \cdot \rho \cdot p_{o2}}$

Strömungsgeschwindigkeit

$v = \sqrt{\frac{2}{\rho_F} \cdot (p_2 - p_1)} = \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot \Delta p}$

ρ_F: Dichte d. strömenden Mediums

$p_2 - p_1$: Staudruck

Kontinuitätsgleichung

$v_{o1} = \frac{A_{o2}}{A_{o1}} \cdot v_{o2}$

Parameter: $\frac{A_{o2}}{A_o} = \mu$ = Einschnürungszahl

$\frac{A_o}{A_1} = m$ = Öffnungsverhältnis

$\Rightarrow \frac{1}{\rho} \cdot (p_{o1} - p_{o2}) = \frac{1}{2} \cdot v_{o2}^2 \cdot \left[1 - \mu^2 m^2\right]$

Volumenstrom (Turbinenradzähler)

$\tan\alpha = \frac{c_U}{v_m} \qquad c_U$: Umfangsgeschw.

$v_m = \frac{c_U}{\tan\alpha} = \cot\alpha \cdot c_U$

$\dot V = A \cdot v_m = A \cdot c_U \cdot \cot\alpha$

$\dot V = A \cdot r_T \cdot \omega \cdot \cot\alpha$

$\boxed{\dot V = A \cdot r_T \cdot 2\pi \cdot f \cdot \cot\alpha}$

Massenstrom $\dot m = \alpha \cdot \varepsilon \cdot A_o \cdot \sqrt{2 \cdot \rho \cdot \Delta p_m}$

Volumenstrom: $\dot V_{o2} = \alpha \cdot \varepsilon \cdot A_o \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta p_m}$

ε: Expansionszahl (≈ 1)

α: Durchflusszahl $\alpha = \frac{\mu \cdot x}{\sqrt{1 - \mu^2 m^2}} \qquad x$: Berichtigungsfaktor

2.5 Sensorprinzipien aus mechanischen Schwingungen und Wellenausbreitung

Gleichung d. harmonischen Schwingung

$y(t,x) = y_0 \cdot \sin(w \cdot t - k \cdot x)$

k = Wellenzahl $= \frac{2\pi}{\lambda}$

$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$ (Schwingungsperiode)

eindimensionale Seilwellengleichung

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{S}{\rho} \cdot \frac{d^2y}{dx^2}$$

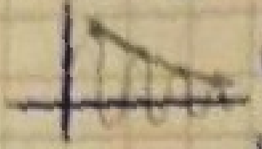
Kraftmessung

$F = 2^2 \cdot f^2 \cdot \rho A$; $F_{Rück} = dm \cdot a$

$F = \left(\frac{2 \cdot l}{n}\right)^2 \cdot f^2 \cdot \rho \cdot A$; 2. Newtonsches Axiom

$F = \frac{\omega^2}{-k^2} \cdot \rho \cdot A$

Freie gedämpfte Schwingung



$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \Rightarrow \delta = \frac{b}{2m}$

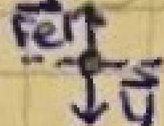
$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ = Kreisfrequenz d. ungedämpften harm. Schwingung

k: allg. Richtgröße, Federkonstante

δ: Abklingkoeffizient, Dämpfungskonstante

b: Dämpfungskonstante d. Reibungskraft

y_0: Anfangsphase



$y(t) = \sin(\omega t + \varphi_0)\, A \cdot e^{-\delta \cdot t}$

erzwungene gedämpfte Schwingung

mit $x(t) = x_0 \cdot \sin(w_{err} \cdot t)$

$y(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$

Phasengeschwindigkeit

$c = \lambda \cdot f = \frac{\lambda}{T} = \frac{\lambda \cdot \omega}{2\pi} = \frac{\omega}{k}$

für Festkörper $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$

E: Elastizitätsmodul

ρ: Dichte

für Flüssigkeit $c = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$

K: Kompressionsmodul

für Gase: $c = \sqrt{K \cdot R_i \cdot T}$

K: Isotropenkoeffizient

T: Temperatur in K

E: spezielle Gaskonstante

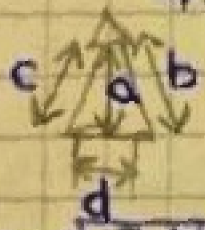
Ausbreitung einer Wellenfront

$c = \frac{s}{t_0}$

Abstandmessung

$d = \frac{c \cdot t_0}{2}$

Ein System



$a = \sqrt{c^2 - \left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{4 \cdot d}\right)^2}$

Laufzeitdifferenzverfahren

$\cos\varphi = \frac{v_{\parallel}}{v} \Rightarrow v_{\parallel} = v \cdot \cos\varphi$

$c_{1/2} = c \pm v_0 = c \pm v \cdot \cos\varphi = \frac{L}{t_{1/2}}$

$\Rightarrow t_{1/2} = \frac{L}{c \pm v \cdot \cos\varphi}$ $\Delta t = t_2 - t_1$

$\Rightarrow \Delta t = \frac{2L \cdot v \cdot \cos\varphi}{c^2 - v^2 \cdot \cos\varphi}$

$c_{1/2} = \vec{c} \pm \vec{v}_{\parallel}$

Strömungsgeschwindigkeit:

$c^2 \approx c_1 c_2 = \frac{L^2}{t_1 \cdot t_2}$

$v \approx \frac{c^2 \cdot (t_2 - t_1)}{2 \cdot \cos\varphi \cdot L}$

$v \approx \frac{L(t_2 - t_1)}{2 \cdot \cos\varphi \cdot t_1 \cdot t_2}$

Doppler-Effekt

Position Sender/Quelle	Position Empfänger/Beobachter	f_B
fest	fest	f_Q
fest	Bewegung Richtung Quelle	$f_Q \cdot (1 + \frac{v_B}{c})$
fest	Bewegung von Quelle weg	$f_Q \cdot (1 - \frac{v_B}{c})$
Bewegung Richtung Beobachter	fest	$\frac{f_Q}{1 - \frac{v_Q}{c}}$
Bewegung v. Beobachter weg	fest	$\frac{f_Q}{1 + \frac{v_Q}{c}}$

mittl. Strömungsgeschwindigkeit

$v = \frac{f_Q - f_{B2}}{2 \cdot f_Q} \cdot \frac{c}{\cos\alpha}$

⑤ magnetisch β
g b (Optik)

⑥ Halbleiterelektrische Hallelastizität / Hall R R_H ⑦ [illegible]

3.1 Ausdehnung von Flüssigkeiten und festen Körpern

Ausdehnung v. Festkörper

$\frac{\Delta l}{l_0} = \alpha \cdot \Delta T$

α: Längenausdehnungskoeffizient

$\Delta l = l - l_0 = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$

$l(\Delta T) = l_0 (1 + \alpha \cdot \Delta T)$

$\frac{\Delta V}{V_0} = \gamma \cdot \Delta T$

γ: Raumausdehnungskoeffizient

$\Delta V = V - V_0 = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta T$

$V(\Delta T) = V_0 (1 + \gamma \cdot \Delta T)$

für Würfel

$V(\Delta T) = l^3(\Delta T) = l_0^3 \cdot (1 + \alpha \Delta T)^3$

$= V_0 \cdot (1 + \gamma \cdot \Delta T)$

$\gamma = 3 \cdot \alpha$

für Gase (ideale)

$V(\Delta T) = V_0 (1 + \gamma \cdot \Delta T)$

hier $\gamma = \frac{1}{273{,}15\,K}$

Temperaturbestimmung

$\Delta T = \frac{\Delta l}{l_0 \cdot \alpha}$

$\Delta T = \frac{\Delta V}{V_0 \cdot \gamma}$

3.2 Sensorprinzip aus Wärmeverlust

Gas ϑ_G

ϑ_H → Wärmeverlust

Heizung mit $\sim (\vartheta_H - \vartheta_G)$

$I_H \cdot R_H$

Verlusteffekte

- freie Konvektion $\sim \Delta\vartheta$
- erzwungene Konvektion $\sim \Delta\vartheta$

Konvektionsvorgang

$I_H^2 \cdot R_H = (A + B \cdot m^n) \cdot \Delta\vartheta$

Massedurchfluss

$m = -C_1 + C_2 \cdot I_H^{\frac{2}{n}}$

4 Sensorprinzip der Elektrostatik und -Dynamik

4.1 Resistive Sensorprinzipien

ohmischer Wiederstand

$R = \frac{\rho \cdot l}{A}$ l: Länge d. Leiters, A: Querschnittfläche des Leiters

ρ: spezifischer elektr. Wiederstand

Konduktivität

$\kappa = e \cdot n \cdot \mu = \frac{1}{\rho}$ e: Elementarladung, n: Konzentration d. freien e^-, μ: Beweglichkeit d. e^-

Wegmessung

$\Delta l \approx l_0 \cdot \frac{U_m}{U_0}$

Winkelmessung

$\Delta l \approx \frac{l_0}{r} \cdot \frac{U_m}{U_0}$

Potentiometrische Sensorik

unbelasteter Spannungsteiler

$R_0 = R_1 + R_2 (R_0 - \Delta R) + \Delta R$

$I = \frac{U_0}{R_0}$; $U_m = R_2 \cdot I$

$\Rightarrow \boxed{U_m = U_0 \cdot \frac{\Delta R}{R_0}}$

$\boxed{\Delta l = \frac{U_m}{U_0} \cdot l_0}$

$\frac{U_m}{U_0} = \kappa =$ Wiederstandsverhältnis

belasteter Spannungsteiler

$\frac{U_m(\kappa)}{U_0} = \frac{\kappa}{1 + \frac{R_0}{R_L}(\kappa - \kappa^2)}$

mit $\kappa = \frac{\Delta R}{R_0}$

$R(\rho, l, A) = \rho \frac{l}{A} = \rho \cdot \frac{l}{\pi \cdot r^2}$

$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta\rho}{\rho} + \frac{\Delta l}{l} - 2 \cdot \frac{\Delta r}{r}$

$= \frac{\Delta\rho}{\rho} + \varepsilon - 2 \cdot \varepsilon_q - \mu \cdot \varepsilon$

Längsdehnung, Querdehnung

$\frac{\Delta R}{R} = \varepsilon \cdot \left(\frac{\Delta\rho}{\rho \cdot \varepsilon} + 1 + 2\mu\right) = \varepsilon \cdot k$

Temperaturbestimmung

lineare Näherung

$R_\vartheta \approx R_0(1 + A\vartheta)$

$\boxed{\vartheta = \frac{1}{A}\left(\frac{R(\vartheta)}{R_0} - 1\right)}$

quadr. Näherung

$R(\vartheta) \approx R_0(1 + A\vartheta + B\vartheta^2)$

$\boxed{\vartheta = \frac{-A}{2B} + \sqrt{\frac{A^2}{4B^2} + \frac{1}{B}\left(\frac{R(\vartheta)}{R_0} - 1\right)}}$

Temperaturbestimmung

$R_T = R_N \cdot e^{B \cdot \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_N}\right)} = R_N \cdot e^{\frac{B}{T}} \cdot e^{-\frac{B}{T_N}}$

$R_N = R_T(T_N) \Rightarrow \boxed{T = \frac{B}{\ln\left(\frac{R_T}{R_N}\right) + \frac{B}{T_N}}}$

T_N = Bezugstemp.

T = Temperatur in K

B = Parameter der Kennlinie

$B = \frac{T_1 \cdot T_2}{T_2 - T_1} \cdot \ln\frac{R_1}{R_2}$

Polarisation

Dipolmoment eines einzelnen Atoms

$p = \varepsilon_0 \cdot \alpha \cdot E_0$

(α: Polarisierbarkeit, E_0: elek. Feldstärke)

Polarisation eines dichten Mediums

$P = \varepsilon_0 \cdot \chi \cdot E_0$

(χ = Suszeptibilität)

Empfindlichkeit $\frac{dR(\vartheta)}{d\vartheta}$

$R(\vartheta) = R_0 (A + 2B\vartheta)$

$\Rightarrow (R_0 \cdot A + 2R_0 \cdot B \cdot \vartheta)$

$R(\vartheta - \vartheta_0) = R_0(A + 2B(\vartheta - \vartheta_0)) + C(\vartheta - \vartheta_0)^2$

$R_{(T)} = R_N \cdot e^{-\frac{B}{T_N}} \cdot e^{\frac{B}{T}} \cdot \left(-\frac{1}{T^2}\right) \cdot B$

Relative Feuchte

$\varphi = \frac{p_D}{p_S} = \frac{\text{Partialdruck d. Wasserdampfes}}{\text{Sättigungsdampfdruck d. Wasserdampfes}}$

Wiederstandsthermometer

Typ	R_0/Ω	$\vartheta_0/°C$	$A/°C^{-1}$	$B/°C^{-2}$	$C/°C$
Pt100	100	0	$3{,}9083 \cdot 10^{-3}$	$-0{,}5775 \cdot 10^{-6}$	$-4{,}183$ [illegible]
Ni100	100	0	$5{,}485 \cdot 10^{-3}$	$6{,}65 \cdot 10^{-6}$	$2{,}805$ [illegible]
Si	2K	25	$7{,}93 \cdot 10^{-3}$	$1{,}93 \cdot 10^{-5}$	$-4{,}52$ [illegible]

Widerstand Heißleiter $R(T) = R_N \cdot e^{\left(\frac{B}{T}\right)} \cdot e^{\left(-\frac{B}{T_N}\right)}$

$t_{0,5} = 5\tau$

$0{,}5 = \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

Hallsensor $U_H = A_H \cdot \frac{I_x \cdot B_z}{d}$

$R_H = A_H \cdot \frac{B_z}{d}$

Dunkelstrom / Strahlleistung / Photostrom

4.2 Kapazitive Sensorprinzipien $C = h \cdot \frac{(\varepsilon_r - 1) \cdot C_0}{l_0} + C_0$

Kondensator (allgemein)

$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{l}$

Arbeitspunkt

$C_0 = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{l_0}$

Änderung: $dl \to dC^2$

$\Rightarrow \frac{dC}{C_0} = -\frac{dl}{l_0}$

Wegmessung

$\Delta l = -l_0 \cdot \frac{\Delta C}{C_0} = l - l_0$

Druckmessung

$\Delta p \sim -l \cdot \frac{\Delta C}{C_0}$

Dickenmessung

$C = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{l_0} \left[1 - \frac{1}{l_0}\left(\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r}\right)\right]$

$\frac{1}{C} = \frac{1}{C^1} + \frac{1}{C^2} + \frac{1}{C^3} = \frac{h + (l_0 - h)\varepsilon_r}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot A}$

Dicke des Dielektrikums

$h = l_0 \cdot \frac{C - C_0}{C} \cdot \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_r - 1}$

Arbeitspunkt

$\frac{\Delta C}{C} = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r (l_0 - h_0) + h_0} \cdot \Delta h$

Füllstandsmessung

$C_1 = \frac{2\pi}{\ln\left(\frac{D}{d}\right)} \cdot \varepsilon_0 \cdot (l_0 - h)$

K_c: Konstante des Sensors

$C_2: K_c \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot h$

$C_0 \cdot K_c \cdot 1 \cdot l_0$

$\Rightarrow h = l_0 \left(\frac{C - C_0}{C_0}\right) \cdot \frac{1}{\varepsilon_r - 1}$

$\Rightarrow \frac{\Delta C}{C_0} = \frac{\varepsilon_r - 1}{l_0} \cdot \Delta h$

Kapazitive [redacted] Feuchtmessung

$C(\varphi) = C_0 \left(1 + k \cdot \frac{\varphi}{100\%}\right)^n$

Resistive Feuchtmessung

$R(\varphi) = R_0 \cdot \exp\left(\frac{\varphi}{-c \cdot 100\%}\right)$

4.3 Induktive Sensorprinzipien

$F = -k \cdot x^2$

Magnetfeld (allgemein)

magn. Fluss $\phi = \frac{\Theta}{R_m} = \frac{\oint \vec{H} \cdot d\vec{l}}{R_m}$

$[\phi] = V_s = Wb$

$[H] = \frac{A}{m}$ (magn. Feldstärke)

$[R_m] = \frac{A}{Vs}$ (magn. Widerstand)

magn. Flussdichte $\vec{B} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \vec{H}$

$[B] = \frac{Vs}{m^2} = T = 10^4 G$ $\quad \phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$

für Spule

Durchflutungsgesetz

$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = N \cdot I$

Induktivität:

$L = N \cdot \frac{d\phi}{di}$

magn. Widerstand

$R_m = \frac{l_{Fe}}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}$

für Queranker

magn. Widerstand

$R_m = \frac{l_{Fe} + 2 \cdot s \cdot \mu_r}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A_k}$

Induktivität

$L = \frac{N^2 \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot A_k}{l_{Fe} + 2 \cdot s \cdot \mu_r}$

Abstand

$s = \left(\frac{N^2 \cdot \mu_0 \cdot \mu_r A_k}{L} - l_{Fe}\right) \cdot \frac{1}{2\mu_r}$

$s \ll l_{Fe}$ Näherung

$R_m \frac{2 \cdot s}{\mu_0 \cdot A_k}$

$L = \frac{N^2 \cdot \mu_0 \cdot A_k}{2 \cdot s}$

für Tauchanker

Induktivität Drosselspule

$L = \frac{N^2 \cdot \mu_0 \cdot A}{s}$

magn. Widerstand

$R_{m0} = \frac{l_{Fe}}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A} + \frac{s}{\mu_0 \cdot A}$

Wegmessung

$s \approx \frac{N^2 \cdot \mu_0 \cdot A}{L}$

Differenzial-Tauchankergeber

$s_1 = s_0 - \Delta s$; $s_2 = s_0 + \Delta s$

Wegmessung

$\Delta s = -s_0 \cdot \frac{L_2 - L_1}{L_2 + L_1}$

Induktivität (Zylinder)-Spule:

$L = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot N^2 \cdot \frac{A}{l}$

Blindwiderstand

$x = \omega L$

Strahlungsabsorption im Halbleiter

$d(\lambda)$ = Absorptionslänge

$\frac{\phi(\lambda, x)}{\phi(\lambda, 0)} = e^{-\alpha(\lambda) \cdot x}$

Photostrom (Kurzschlussstrom)

$I_{Ph} = I_K = \frac{n \cdot e}{t} \cdot \eta(\lambda)$ $\quad \frac{n}{t}$: Anzahl der Elektronen / Zeit

e: Elementarladung $= 1{,}602177 \cdot 10^{-19}$ As

$I_{Ph} = \phi_e(\lambda) \cdot \frac{\lambda}{h \cdot c} \cdot e \cdot \eta(\lambda)$ $\quad \eta(\lambda)$ Quanteneffizienz: Anzahl freier Elektronen / Photon

$\rightarrow E_V(\lambda) = \frac{k_{max} \cdot V(\lambda) \cdot I_{Ph} \cdot h \cdot c}{\lambda \cdot e \cdot \eta(\lambda) \cdot A_2}$

Wichtige Parameter d. ionisierenden Strahlung

Aktivität

$A = -\frac{dN}{dt}$

N: Zahl d. zerfallenen Atomkerne

$[A] = 1 Bq$ [redacted]

(Bequerel)

spezifische Aktivität

$A_{spez} = \frac{A}{m}$

mit Masse d. zerfallenden Stoffes

$[A_{spez}] = \frac{Bq}{l_r}, \frac{Bq}{m^2}$

„Konzentration"

radioaktiver Zerfall

$N(t) = N(0) \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

$N(t)$: Anzahl d. noch nicht zerfallenen Atome

$\tau = \frac{1}{\lambda}$ = mittl. Lebensdauer

speziell $t = T_{1/2}$

$N(T_{1/2}) = N(0) \cdot \frac{1}{2}$

$A = \frac{\lambda \cdot N_0}{A_0} \cdot e^{-\lambda \cdot t} = \lambda \cdot N(t)$

$A(T_{1/2}) = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot T_{1/2}}$

$0{,}5 A_0 = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot T_{1/2}}$

$\rightarrow \lambda = \frac{-\ln(0{,}5)}{T_{1/2}}$

Wichtige Parameter d. Wechselwirkung ionisierender Strahlung mit d. Materie

Ionendosierleistung

$j_L = \frac{Q}{t}$ Q: Entstandene Ladungsmenge in 1kg Luft

$[j_L] = \frac{C}{kg \cdot s}$

Ionendosis

$J_L = \int_0^t j_L \cdot d\tau \quad [J_L] = \frac{C}{kg}$

Strahlendosis [Energiedosis]

$D_E = \frac{E}{m} = \frac{E \cdot J_L}{e} = Q_L \quad [D_E] = \frac{J}{kg} = 1Gy = 100 rad$ (1 Gray)

E: absorbierte Strahlungsenergie
m: Mass d. durchstrahlten Materie
e: Elementarladung

Dosisleitung (Dosisrate, Energiedosisleitung)

$\dot{D}_E = \frac{dD_E}{dt} \quad [\dot{D}_E] = \frac{Gy}{s}$

dt: Expositionszeit

Ionendosis (alternativ)

$D_I = \frac{Q}{m} \quad [D_I] = \frac{C}{kg} = 3\,508,772 R$ (Röntgen)

Q: erzeugte Ladung

Äquivalenzdosis

$H = Q \cdot D_E \quad [H] = 1Sv = 100 rem$

Q: Qualitätsfaktor (Bewegungsfaktor) abh. von Strahlungsart)

$[Q] = \frac{Sv}{Gy}$

effektive Äquivalenzdosis

$H_{eff} = \sum w \cdot H$

H: Äquivalenzdosis d. Organs
W: Gewichtsfaktor d. Organs

C-14-Methode

Konzentrationsverhältnis $\frac{C(^{14}_{6}C)}{C(^{12}_{6}C)}$

$$\frac{C(^{14}_{6}C)}{C_0(^{12}_{6}C)} = \frac{C_0(^{14}_{6}C)}{C_0(^{12}_{6}C)} \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Massenspektrometrie

Ionenbeschleunigung $\boxed{\Delta E = q \cdot U = \frac{m}{2} \cdot v^2}$

Austrittsgeschwindigkeit $v_E = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot U}{m}}$

Bewegung v. Mag-feld auf Kreisbahn (Radius R)

Gleichgewicht von F_L und F_Z

$F_L = F_Z$

$q \cdot v_e \cdot B = \frac{m \cdot v_e^2}{R}$

$\boxed{R = \sqrt{\frac{1}{B^2} \cdot 2U \cdot \frac{m}{q}}} \quad \boxed{R = \frac{m}{q} \cdot \frac{v_e}{B}}$

Hallsensor

$U_H = A_H \cdot \frac{I_x \cdot B_z}{d}$ B: Magnetfeldstärke

$d = \frac{A_H \cdot I_x \cdot B_z}{U_H}$

Abstand:

$z = \left(\frac{A_H \cdot I_x}{d} \cdot \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot m \cdot \frac{1}{U_H}\right)^{1/3}$

④ m / Wirbelstrom / MID FU? / Ultraschalllaufzeit

1/2

1/2 ① ✓

② ✓

③ kapazitive Füllstandssonde & Wellenlänge (Laser) Laufzeit (Laserpulse) Druckdiff hydrostat. Messung