CÁLCULO DIFERENCIAL

CÁLCULO DE LÍMITES DE FORMA NUMÉRICA: RACIONALIZACIÓN

Resolución de límites

Caso 3: Por Racionalización

Este caso se emplea únicamente si:

1. Se identifica una raíz cuadrada en el numerador, denominador (o ambos)
2. Al sustituir el valor de x, se obtiene la indeterminación $\frac{0}{0}$

**Se deben cumplir las 2 condiciones

NOTA: También se utiliza con otro tipo de raíces, pero en este curso solo se verán las raíces cuadradas

La clave está en: **Multiplicar por el conjugado de las raíces cuadradas**

El procedimiento debe incluir 3 pasos:

1. Sustituir directamente el valor x (llegar al 0/0)
2. Multiplicar por el conjugado
3. Sustituir el valor x en la nueva expresión

- Recordemos que el conjugado se conforma por los ***mismos elementos***, pero con ***diferente signo***. Ejemplos:

EXPRESIÓN ORIGINAL	CONJUGADO
$\sqrt{2x}+5$	$\sqrt{2x}-5$
$1-\sqrt{x-2}$	$1+\sqrt{x-2}$

- Recordemos que al multiplicar por el conjugado, se genera una **diferencia de cuadrados**:

$$(a-b)(a+b)=a^2-b^2$$

Ejemplo:

$$\left(\sqrt{2x}+5\right)\left(\sqrt{2x}-5\right)=\left(\sqrt{2x}\right)^2-5^2=2x-25$$

Al elevar al cuadrado una raíz cuadrada, la raíz se cancela. Solo se conserva la expresión dentro de la raíz.

Ejemplo: Encontrar el valor del límite

$$\lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$$

** Se identifica una raíz cuadrada en el numerador

Paso 1: sustituir directamente el valor de x:

$$\lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} = \frac{\sqrt{3+1}-2}{3-3} = \frac{\sqrt{4}-2}{3-3} = \frac{2-2}{3-3} = \frac{0}{0}$$

INDETERMINACIÓN!

Paso 2: multiplicar por el conjugado del numerador. El conjugado de $\sqrt{x+1}-2$ es

NOTA: para no alterar el resultado, se deberá multiplicar por el conjugado tanto al numerador como al denominador:

$$\lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} \cdot \frac{\sqrt{x+1}+2}{\sqrt{x+1}+2} = \lim_{x \to 3} \frac{\left(\sqrt{x+1}\right)^2 - 2^2}{(x-3)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}$$

$$\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}\cdot\frac{\sqrt{x+1}+2}{\sqrt{x+1}+2}=\lim_{x\to 3}\frac{\left(\sqrt{x+1}\right)^2-2^2}{(x-3)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{x+1-4}{(x-3)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}$$

NO realizar el producto en el denominador, porque luego puede cancelarse.

$$=\lim_{x\to 3}\frac{1\cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-3)}\left(\sqrt{x+1}+2\right)}$$

Como hay productos se pueden cancelar.

$$=\lim_{x\to 3}\frac{1}{\sqrt{x+1}+2}$$

Paso 3: Sustituimos el valor de x en la nueva expresión

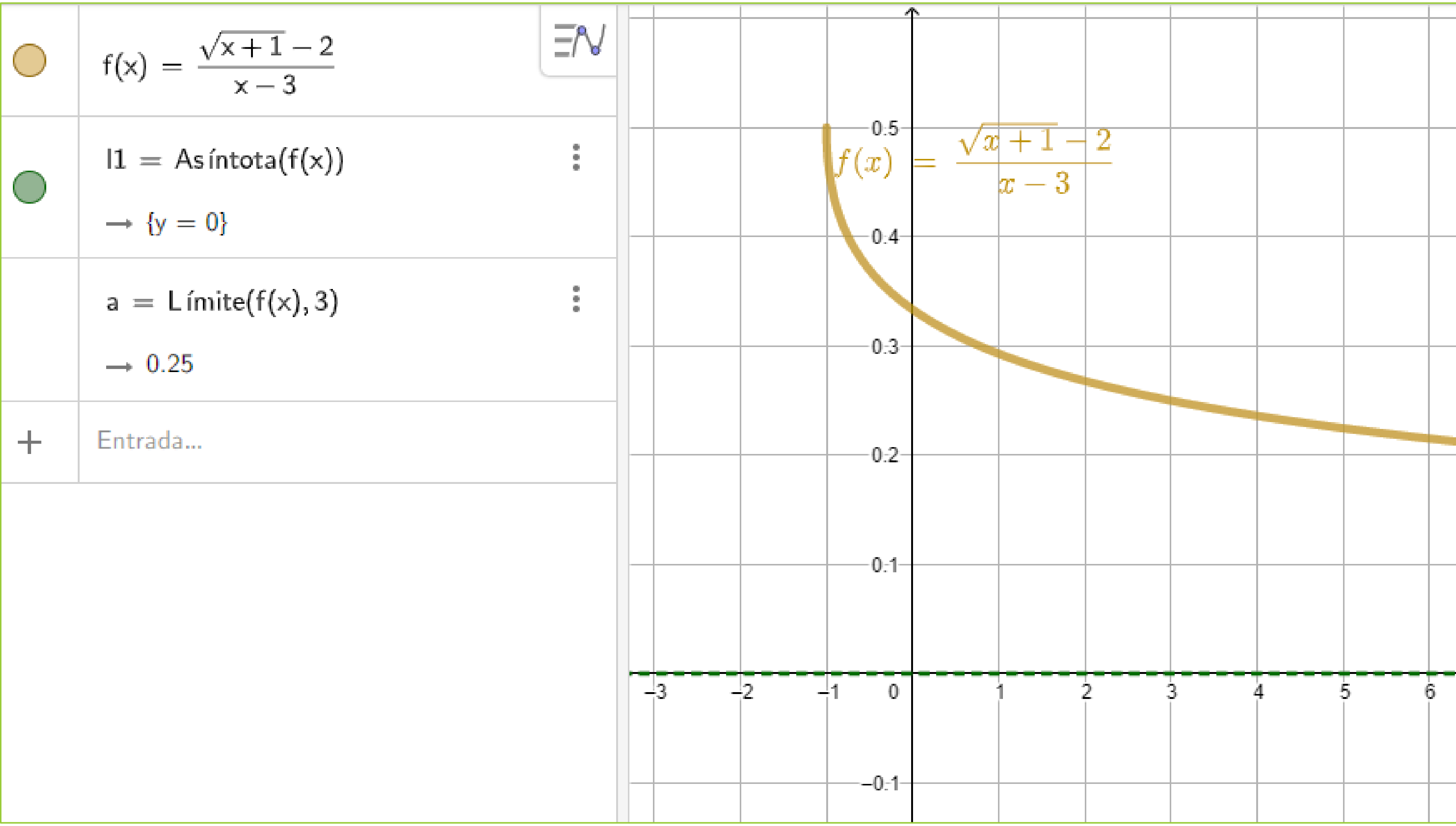
$$\lim_{x \to 3} \frac{1}{\sqrt{x+1}+2} = \lim_{x \to 3} \frac{1}{\sqrt{3+1}+2}$$

$$= \lim_{x \to 3} \frac{1}{\sqrt{4}+2}$$

$$= \lim_{x \to 3} \frac{1}{2+2}$$

$$= \lim_{x \to 3} \frac{1}{4}$$ Por propiedad del límite de una constante

$$= \mathbf{\frac{1}{4}}$$



f(x) = (√(x+1) − 2)/(x − 3)
l1 = Asíntota(f(x))
→ {y = 0}
a = Límite(f(x), 3)
→ 0.25
Entrada...
f(x) = (√(x+1) − 2)/(x − 3)
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
−0.1
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5
6

Resumen:

Calculating $\lim_{x \to a} f(x)$

A. Direct substitution

Try to evaluate the function directly.

$$f(a)$$

$$f(a) = b$$

where ***b*** is a real number

example:

$$\lim_{x \to 3} x^2 = (3)^2 = 9$$

$$f(a) = \frac{0}{0}$$

Indeterminate form

Try rewriting the limit in an equivalent form.

Factoring

example:

$$\lim_{x \to -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 2x - 3}$$

can be reduced to

$$\lim_{x \to -1} \frac{x - 2}{x - 3}$$

by factoring and cancelling.

Conjugates

example:

$$\lim_{x \to 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$$

can be rewritten as

$$\lim_{x \to 4} \frac{1}{\sqrt{x} + 2}$$

using conjugates and cancelling.