LYCEE DE JEUNES FILLES PARAKOU — ANNEE SCOLAIRE : 2018-2019

Coeff : 04 — Classe : 1ère D — Durée : 03H00

# DEUXIEME *DEVOIR* DU DEUXIEME SEMESTRE

## *EPREUVE DE MATHEMATIQUES*

**Situation d'évaluation**

***Contexte*** :

L'Association des professeurs de mathématiques du Bénin a décidé d'organiser un concours de mathématiques pour les élèves de la première D. Pour choisir le lot à gagner , on tourne une roue. Le lot à gagner dépend des $n$ tours que la roue fait avant de s'immobiliser. La valeur de ce lot répond à la suite réelle $(U_n)$ définie sur ℕ par :

$$\begin{cases} U_0 = 10 \\ U_{n+1} = \frac{2}{5}U_n + 3 \end{cases}$$

En outre, deux parties de courbe sont dessinées sur le mur de la salle le tirage. Tola, un participant s'intéresse à la valeur éventuelle du lot qu'il peut gagner et aux courbes tracées sur le mur.

***Tâche*** : Tu vas aider Tola en résolvant les problèmes :

### *Problème 1*

1-a) Calcule $u_1$; $u_2$; $u_3$ et $u_4$

b) Démontre que la suite $(u_n)$ n'est géomètre ni arithmétique ?

2- On pose pour tout entier naturel $n, v_n = u_n - 5$

a) Démontre que la suite $(v_n)$ est une suite géométrique dont tu préciseras le premier terme $v_o$ et la raison q

b) Exprime $v_n$ puis $u_n$ en fonction de l'entier naturel $n$

3- Calcule $S = v_o + v_1 + \cdots + v_{11}$ et $T = u_o + u_1 + \cdots + u_{11}$

### *Problème 2*

La première courbe est la courbe $(C_f)$, représentation graphique de la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{3}{2}\right\}$ par : $f(x) = \frac{2x^2-x-1}{2x-3}$.

4-a) Détermine les limites de la fonction $f$ en $+\infty$ puis en $-\infty$.

b) Détermine la limite de la fonction $f$ en $\frac{3}{2}$. Donne une interprétation graphique .

5- Etudie le sens de variation de $f$ puis dresser son tableau de variation.

6-a) Détermine les réels $a, b$ et $c$ tels que pour tout $x \in \mathbb{R}\backslash\left\{\frac{3}{2}\right\}$, on ait $f(x) = ax + b + \frac{c}{2x-3}$.

b) Prouve que la droite (Δ) d'équation $y = x + 1$ est une asymptote oblique à la courbe $(C_f)$.

7- Donne l'équation de la tangente (T) au point d'abscisse 1.

### *Problème 3*

La deuxième courbe est celle de la fonction $g$ de ℝ vers ℝ définie par :

$g(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x-1|-2}, si\ x > 0 \\ x - \sqrt{-x},\ si\ x \leq 0 \end{cases}$ et les lots à gagner sont placés dans des cages codées A, B, C, D et E par $A = \lim\limits_{x \to 1^-} \frac{2x^2-x+1}{2x^2+x-3}$ ;

$B = \lim\limits_{x \to -\infty} \left(\sqrt{x^2-2x-2} - \sqrt{x^2-2x+8}\right)$; $C = \lim\limits_{x \to 4} \frac{x-\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-2}$;

$D = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^2+3} - 3x\right)\ et\ E = \lim\limits_{x \to 2} \frac{x^2-3x+2}{\sqrt{x}-\sqrt{2}}$.

8- Détermine les codes $A, B, C, D$ et $E$.

9- Détermine le domaine de définition de $g$.

10- Etudie la continuité et la dérivabilité de $f$ en 0 et en 1.

**Fructueuse réflexion !!!**

***Les maths, le socle du développement intellectuel !!!***

LYCEE DE JEUNES FILLES PARAKOU — ANNEE SCOLAIRE : 2018-2019

Coeff : 03 — Classe : $4^{ème}$ — Durée : 02H00

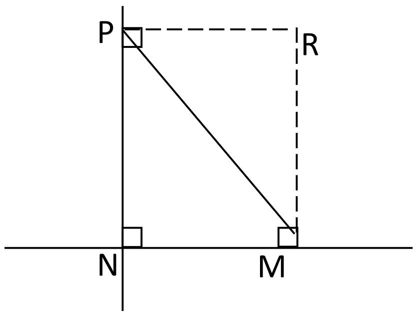
**DEUXIEME *DEVOIR* DU DEUXIEME SEMESTRE**

***EPREUVE DE MATHEMATIQUES***

**Situation d'évaluation**

**Contexte** : La nouvelle résidence de John.

Les parents de John, viennent de déménager. Leur nouvelle résidence se situe à la sortie de la ville de Parakou en allant vers Malanville. John désire indiquer ce nouveau domicile à ses amis. Voici une esquisse du plan de son nouveau quartier, le quadrilatère MNPR étant le terrain de jeu de ce quartier.




NP = (2x + 3) mètres

NM = (x + 5) mètres

**Tâche** : En résolvant les trois problèmes suivants, aides John à bien orienter ses amis.

## ***Problème 1***

1. a) Quelle est la nature du quadrilatère NMRP ?
   b) Exprime son aire A(x) en fonction de x.

   - Développe, réduis puis ordonne cette expression suivant les puissances décroissantes de x.

   c) Calcule A(O) et A($-\frac{1}{2}$ )

   d) Quelle est l'aire réelle de ce terrain si x = 40mètres.

2. Factorise les expressions suivantes :

B(x) = (2x + 3)(x + 5) + (– x – 5)

C(x) = A(x) – 15

Pour C(x) tu utiliseras la forme développée de A(x).

## ***Problème 2***

Dans la suite du problème, tu prendras MN = 3cm et

NP = 4cm.

3. a) Construis le triangle MNP puis calcule MP.
   b) On désigne par I le milieu de [NP]. Construis le point O, image du point M par la symétrie centrale de centre I.

c) Quelle est la nature du quadrilatère MNOP ? Justifie.

d) Complète le tableau de correspondance ci-dessous.

| $S_I$ | | M | [NM] | | (PN) |
|---|---|---|---|---|---|
| | P | | | I | |

4. a) Construis les points K et I’ images respectives des points M et I par la symétrie orthogonale d’axe (OP).
   b) Justifie que les points K, I’ et O sont alignés.

5. Soit p la projection sur (OP) parallèlement à (MP) Complète le tableau de correspondance ci-dessous.

| P | M | N | O | [MN] | [MP] |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

**<u>Problème 3</u>**

6. Pour bien situer son domicile, John décide de munir son plan du repère (N, M, I).
   a) Comment appelle t’on ce repère du plan ?
   b) Dans le plan muni donc du repère (N, M, I), quel est le couple de coordonnées de chacun des points N, M, I et P ?
   c) Le domicile de John est représenté par le point K. Quelles sont les coordonnées du point K ?

7. L’école et la maison de la culture du nouveau quartier de John sont représentées respectivement par les points E(– 1 ; 1) et C(2 ; – 1)

Place les points E et C dans ce plan.

**Fructueuse réflexion !!!**

***Les maths, le socle du développement intellectuel !!!***

LYCEE DE JEUNES FILLES PARAKOU — **ANNEE SCOLAIRE : 2018-2019**

**Coeff : 01** — **Classe : 6$^{ème}$** — **Durée : 01H30**

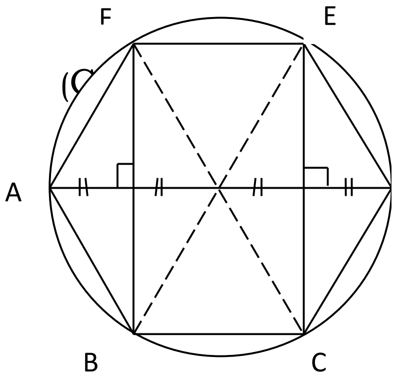
# DEUXIEME *DEVOIR* DU DEUXIEME SEMESTRE

## *EPREUVE DE MATHEMATIQUES*

**Situation d'évaluation**

**Contexte** : La fête de travail

A l'occasion de la fête de travail du 1$^{er}$ Mai passé, Sérano, un élève de la sixième a applaudit le motif (voir figure) de l'uniforme des professeurs de son collège. Quelques dimensions, en décimètres des figures géométriques du motif se présentent comme suit : $\frac{8}{10}$ ; $\frac{30}{100}$ ; $\frac{4}{5}$ ; $\frac{15}{50}$ ; $\frac{3}{10}$ ; $\frac{800}{1000}$ et $\frac{20}{25}$ .



Figure

Sérano voudrait découvrir quelques propriétés géométriques du motif afin de le reproduire.

**Tâche** : Elève de la sixième, tu vas faire comme Sérano en résolvant les problèmes suivants

## Problème1

1) Reproduis et complète le tableau suivant :

| Eléments | Symétriques par rapport à (AD) | Symétriques par rapport à O |
|---|---|---|
| F | | |
| | C | |
| [AB] | | |
| $\widehat{AFJ}$ | | |
| | | (BC) |

2) Cites le(s) axe(s) de symétrie et le centre de symétrie de chacune des figures suivantes :

a- Le cercle (C)

b- Le quadrilatère BCEF

c- Le quadrilatère AFOB

3) Parmi les fractions du contexte, cites

a- Celles qui sont des fractions décimales puis Simplifie si possible

b- Celles qui sont des fractions égales.

c- Déduis-en que les fractions du contexte représente seulement deux dimensions de la figure

## Problème 2

Tu veux déterminer l'aire de chacun des triangles ABF et CDE. On donne les dimensions en centimètres suivantes:

BF = $(2 \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3}) \times 8$; AJ $= 2 \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times 8 - \frac{1}{3}$ et 1dm = 10cm

4) a- Calcule BF et AJ

b- Identifie BF et AJ parmi les fractions décimales du contexte

5) Justifie que :

a- BF = EC

b- mes $\widehat{ABF}$ = mes $\widehat{CED}$

c- les triangles ABF et $EDC$ ont même aire.

6) Détermine en cm² l'aire de chaque triangle.

## **Problème 3** :

Tu veux reproduire le motif. On donne les dimensions sur papier suivantes : AB = AF = 2,5cm ; BF = 4cm

7) Construis le triangle ABF et sa hauteur AJ puis précise sa nature.
8) Construis

a- Le point O symétrique du point A par rapport à (BF)

b- Les points E, D, C et H symétriques respectifs des points A, B, F et J par rapport à O

9) Construis le triangle EDC, le quadrilatère BFEC puis le Cercle C (O ; OA).

**Fructueuse réflexion !!!**

***Les maths, le socle du développement intellectuel !!!***

LYCEE DE JEUNES FILLES PARAKOU — ANNEE SCOLAIRE : 2018-2019

Coeff : 02 — Classe : $2^{nde}$ AB — Durée : 02H00

**DEUXIEME *DEVOIR* DU DEUXIEME SEMESTRE**

***EPREUVE DE MATHEMATIQUES***

**Situation d'évaluation**

**Contexte** : Le centre des jeunes.

Afin de permettre à la jeunesse de Parakou de s'épanouir pleinement ; le conseil municipal a prévu dans le budget exercice 2017, la construction d'un centre des jeunes dans le 3ème arrondissement.

A cet effet, quatre (04) entreprises ont soumissionné à un avis d'appel d'offre. Chaque entreprise a proposé son coût de réalisation :

- Entreprise $E_1$ : $C_1(x) = 4x - 16$.
- Entreprise $E_2$ : $C_2(x) = x - 3a$
- Entreprise $E_3$ : $C_3(x) = 4 - x^2$
- Entreprise $E_4$ : $C_4(x) = \left(\frac{3+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)x + \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

où x désigne le nombre de mois d'exécution de la construction et a, un réel quelque. (x) est en million de francs. Le conseil municipal désire connaître le nombre de mois d'exécution, afin de faire le choix de la meilleure entreprise en tenant compte du coût.

**Tâche** : Aides le conseil municipal en répondant aux problèmes.

## *Problème 1*

1°) Résous dans IR les équations $C_1(x) = 0$ et $C_3(x) = 0$.

2°) Ecris $C_4(x)$ sans radical au dénominateur.

3°) Montre que $\left(3 - 2\sqrt{2}\right)$ est l'opposé de $\left(-\frac{1}{3+2\sqrt{2}}\right)$.

4°) On pose $C_1(x) = C_2(x)$.

a- Résous en fonction du réel a l'équation $C_1(x) = C_2(x)$.

b- Pour $x = 1$, déduis-en la valeur du réel a.

## *Problème 2*

5°) Calcule $C_4(2)$ en fonction de $\sqrt{6}$ et de $\sqrt{3}$.

6°) Soient A et B deux nombres représentant respectivement la main d'œuvre directe et indirecte à utiliser sur ce chantier.

On donne : $A = \frac{\frac{8}{2}}{\frac{2}{5}}$ ; $B = \frac{3^3 \times 5^3}{5^2 \times 3^2}$

a-) Simplifie A et B puis donne le nombre représentant la main d'œuvre directe.

b-) Montre que la main d'œuvre indirecte peut encore s'écrire $B = \frac{1}{7^{-1}}$

7°) On pose x = 7 mois.

a-) Pour a = 2, calculer le coût proposé par les entreprises $E_1$ et $E_2$.

b-) Déduis-en, des deux entreprises, celle qui pourra gagner l'avis d'appel d'offre.

**Fructueuse réflexion !!!**

***Les maths, le socle du développement intellectuel !!!***

LYCEE DE JEUNES FILLES PARAKOU | ANNEE SCOLAIRE : 2018-2019

Coeff : 06 | Classe : $T^{le}$ C | Durée : 04H00

**DEUXIEME *DEVOIR* DU DEUXIEME SEMESTRE**

***EPREUVE DE MATHEMATIQUES***

**Situation d'évaluation**

**Contexte** : le jardinier

Karim a un jardin attrayant dans un département du pays dans lequel il produit, des légumes très apprécié du public. Le jardin est alimenté en eau grâce à un puits creusé sur un domaine triangulaire OAB. Le bord de ce puits est caractérisé par l'ensemble $(\Gamma)$ des points M(x, y) du plan tel que : $3x^2+4y^2+6x-9=0$.

Karim produit en moyenne par mois 9800 pieds de légumes. Karim déclare à Ismaël, un élève en terminale C en visite dans le jardin : « avec les 9800 pieds de légumes produit, qu'il produit un nombre puissant de pieds de légumes». Dans ses recherches, Ismaël découvre qu'un nombre entier n est puissant lorsque pour tout diviseur premier p de n , $p^2$ divise n.

Séduit par les activités de Karim et de sa déclaration Ismaël se préoccupe des principes liés au puits et de vérifier la déclaration de celui-ci sur le nombre de pieds de légumes produite.

**Tâche** : tu es invité(e) à partager les préoccupations de Ismaël en résolvant les problèmes suivants :

**Problème 1** :

1) a-Détermine la nature et les éléments caractéristiques $(\Gamma)$.
   b- Construis dans le plan muni d'un repère $(O\ ;\vec{i}\ ,\vec{j}\ )$, $(\Gamma)$.
2) Soit f l'affinité d'axe l'axe des abscisses et de rapport $\frac{\sqrt{3}}{2}$
   a- Détermine l'expression analytique de f
   b- Détermine l'image $(\Gamma')$ de $(\Gamma)$ par f.
3) a- vérifie qu'il existe deux nombre entiers consécutifs inférieurs à 10 qui sont puissants.
   c- Démontre que 9800 est un nombre puissant.

**Problème 2 :**

le domaine est tel que OAB est un triangle rectangle en B de sens direct tel que tel que mes$(\overrightarrow{OA}\ ,\overrightarrow{OB}\ ) = \frac{\pi}{3}$.

Soit h la similitude directe de centre O qui transforme B en A.

4) Détermine une mesure de l'angle de h et montre que le rapport est 2.
5) Soit C l'image de A par h.
   a- Montre que le triangle OCA est rectangle en A et que AC = 2AB
   b- Fais un figure et place le point C.
6) Soit g la similitude plane indirecte qui transforme B en A et A en C. On note $\Omega$ le centre de g.
   a- Détermine la nature et les éléments caractéristiques de $g\circ g$
   b- Déduis que $\Omega$ vérifie la relation $\overrightarrow{\Omega C} = 4\overrightarrow{\Omega B}$.
7) Soit G le barycentre des points (A ;1) et (B ;2) et H son image par g.
   a) Vérifie que $\overrightarrow{BG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$ et déduis en que $\overrightarrow{AH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

b) Montre que $\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{\Omega B}$ puis montre que G est le milieu du segment [ΩH].
c) Déduis que la droite (GH) est l'axe g

**Problème 3 :**

Le domaine de Karim est délimité dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, par la courbe (C) de la fonction f solution de l'équation différentielle (E) : $y' + 2y = \frac{2}{1+e^{2x}}$ qui prend la valeur ln2 en 0 ;l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \alpha$ où $\alpha$ est un nombre réel strictement positif que Karim peut varier pour agrandir le domaine.

8) Résous dans ℝ l'équation différentielle $y' + 2y = 0$.
9) Soit g la fonction définie sur ℝ par $g(x) = e^{-2x}k(x)$.
   a- Démontre que g est solution de (E ) si et seulement si $k'(x) = \frac{2e^{2x}}{1+e^{2x}}$
   b- Déduis que $f(x) = e^{-2x}\ln(1+e^{2x})$.
10) On considère la fonction u définie sur ℝ par $u(x) = \ln(1+e^{2x}) - \frac{e^{2x}}{1+e^{2x}}$
   a- Etudie les variations de u.
   b- Déduis en le signe de u(x) pour tout élément de ℝ.
11) a- Etudie les variations de f.
   b-Détermine une équation de la tangente (T) à (C ) en son point d'abscisse 0.
   c- Trace (C ) et (T).
   d- On considère la fonction h de ℝ vers ℝ et $x \mapsto f(x)$. Démontre que h est une bijection.
12) On désigne par k l'homothétie de centre Ω(-1+i) et de rapport 2 et par : H l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées (x, y) vérifient : $\begin{cases} x \in ]1;3[ \\ y \in \mathbb{R} \\ x = 2\frac{\ln(1+e^{1+y})}{e^{1+y}} + 1 \end{cases}$
   a- Démontre que $M \in H \Leftrightarrow \frac{y+1}{2} = h^{-1}(\frac{x-1}{2})$ où $h^{-1}$ désigne la bijection réciproque de h.
   b- Détermine l'expression analytique de $k^{-1}$.
   c- Déduis que (H)=k(C') où (C')est la représentation de $h^{-1}$.
   d- Démontre que (H) est l'image de (C ) par une similitude plane indirecte $\sigma$ dont tu donneras les éléments caractéristiques.
13) Justifie que pour tout réel x on a : $f(x) = \frac{1}{2}[-f'(x) + \frac{2e^{-2x}}{1+e^{-2x}}]$.
   a- Déduis en une primitive de f sur ℝ.
   b- Calcule l'aire $A(\alpha)$ du domaine.
   c- Calcule la limite de $A(\alpha)$ lorsque $\alpha$ tend vers $+\infty$.

**Fructueuse réflexion !!!**

***Les maths, le socle du développement intellectuel !!!***