

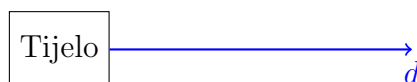
## 7. razred - Rad i energija

Duje Jerić- Miloš

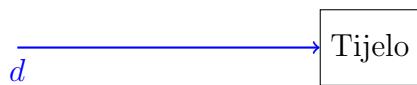
28. veljače 2024.

### 1 Rad

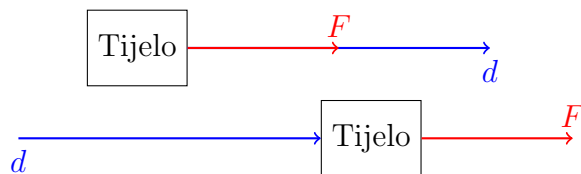
Rad možemo definirati kao djelovanje sile po putu. Što veća sila djeluje to je rad veći i što sila djeluje duž većeg puta to je rad veći. Matematički, ako sila  $F$  (eng. *force*) djeluje duž puta  $d$  (eng. *distance*), onda je rad  $W$  (eng. *work*) definiran formulom:  $W = F \cdot d$ . Na početku gibanja:



Na kraju gibanja tijelo je prošlo udaljenost  $d$ :



Cijelim putem je djelovala ista sila  $F$ :

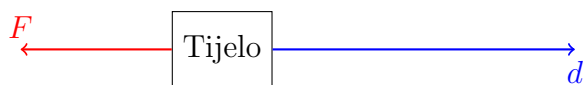


Rad mjerimo u jouleima (J), a  $1\text{J}=1\text{Nm}$ . Rad od 1J ćemo obaviti ako guramo neko tijelo silom od 1N duž puta od 1m (ili naravno silom od 0.5N duž puta od 2m ili silom od 2N duž puta od 0.5m itd.). Naravno, valjane mjerne

jedinice za rad su i Ncm (Newton-centimetri, =cJ), Nkm (=kJ), kNm (=kJ) itd., no standardno i uobičajeno je koristiti J, kJ (kilojoule) MJ (megajoule) itd.

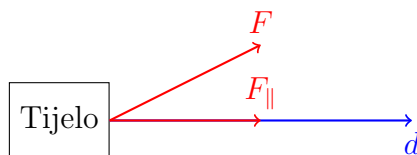
Jedino u kontekstu kemije ponekad iskazujemo rad u kalorijima (cal), a u kontekstu čestične fizike u elektronvoltima (eV). Pritom valja imati na umu da  $1\text{cal}=4.184\text{J}$ , što je otprilike rad koji je potrebno obaviti da se 1g vode zagrije za  $1^\circ\text{C}$ , a 1eV je rad potreban da se jedan elektron gurne duž razlike u naponu od 1V te od 2019. iznosi točno  $1.602176634 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ .

Ako sila djeluje u smjeru puta, rad je pozitivan, no ako sila djeluje suprotno od smjera puta (smjera gibanja), rad je negativan:

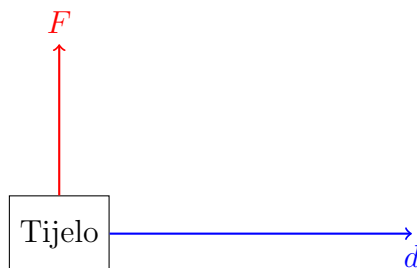


Ova se situacija javlja ako, recimo, tijelo klizi prema nama i mi ga zaustavljamo. Pozitivan rad, s druge strane, obavljam ako guram tijelo, a ono se giba u smjeru u kojem ga guramo. Primjerice, ako silom od 1N zaustavljamo tijelo duž 2m, obavili smo -2J rada.

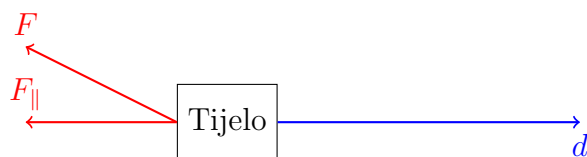
Kada sila djeluje pod nekim kutom, gledamo samo dio sile koji ide duž puta, tj. gledamo projekciju sile duž puta (odnosno *komponentu* sile duž puta), stoga je bolja formula:  $W = F_{\parallel} \cdot d$ :



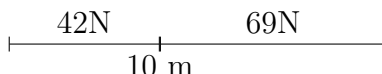
Ovo znači da je rad sile koja djeluje okomito na smjer gibanja uvijek 0 (jer je duljina njene projekcije onda 0):



Sila koja djeluje okomito na smjer gibanja je granični slučaj. U sljedećem primjeru je rad negativan (jer je projekcija sile u suprotnom smjeru od pomaka):



Što ako se sila mijenja duž puta? Recimo, ako sila gura teret duž puta od 25m, no pritom promijeni iznos nakon 10m kao na slici:



U tom slučaju samo izračunamo rad na svakom od dijelova zasebno (rad na prvom dijelu je  $10\text{m} \cdot 42\text{N} = 420\text{J}$ , a na drugom dijelu je  $15\text{m} \cdot 69\text{N} = 1035\text{J}$ ). Ukupni rad je zbroj ta dva ( $1455\text{J}$ ) jer smo prvo obavili rad na prvom dijelu potom smo još obavili rad i na drugom dijelu puta.

Što kada se sila neprestalno mijenja? Recimo, ako imamo oprugu, onda dok rastežemo oprugu elastična sila postaje sve veća (oprugu je sve teže i teže rastegnuti). U tom slučaju put razbijemo na sitne komadiće na kojima se sila praktički ne mijenja (tj. jako malo mijenja) te primijenimo prethodnu ideju - izračunamo rad na svakom malom komadiću i zbrojimo. Ovo ugrubo opisuje ideju tzv. Riemannovog integrala.

Konačno, što ako je put zakrivljena putanja? Opet se poslužimo istom idejom - razbijemo put na male komadiće koji su približno ravni te izračunamo rad na tim komadićima. Ako se pritom i sila mijenja, onda moramo odabrati toliko male komadiće da su oni približno ravni i da se sila mijenja jako malo na svakom komadiću. Ovo ugrubo opisuje ideju iza tzv. krivuljnog integrala 2. vrste.

## 2 Energija

Rad obavljen na nekom tijelu uuvijek možemo iskazati kao promjenu neke skalarne veličine, koju zovemo **energija**. Energiju stoga isto mjerimo u joule-

ima (J). Energija tijela se može javiti u više oblika te preći iz jednog oblika u drugi. Tako, primjerice, tijelo koje se giba određenom brzinom  $v$  (eng. *velocity*) ima **kinetičku energiju**  $\frac{1}{2}mv^2$ , a tijelo koje stoji na nekoj visini  $h$  (eng. *height*) ima **gravitacijsku potencijalnu energiju**  $mgh$ . Kada tijelo koje ima neku gravitacijsku potencijalnu energiju počne padati, potencijalna energija prelazi u kinetičku (tijelo je imalo "potencijala" za gibanje, tj. "kinetiku", a sada taj potencijal ostvaruje).

Primijetimo da točni iznos energije (gravitacijske potencijalne i kinetičke) ovisi o promatraču. Tijelo se može gibati *u odnosu na nešto*, stoga će, recimo, vlak imati određenu kinetičku energiju iz perspektive promatrača na stanici, ali neće imati kinetičku energiju iz perspektive putnika koji sjedi u vlaku (i giba se zajedno s vlakom).

Isto tako ćemo mjeriti i veću potencijalnu energiju ako visinu mjerimo iz niže točke. Primjerice, ako imamo predmet iznad stola, onda visinu  $h$  na kojoj se predmet nalazi možemo mjeriti od stola (pa je vrijednost potencijalne energije manja) ili od poda (pa je vrijednost potencijalne energije veća). Konkretno, visinu ima smisla mjeriti od one točke koju smatramo da tijelo neće prijeći. Npr. ako znamo da tijelo ne može pasti na pod te da mu je najniža moguća točka na stolu, potencijalnu energiju ima smisla mjeriti od razine stola. Ako tijelo pak može pasti na pod, a mi visinu mjerimo od stola, onda bi na podu tijelo imalo "negativnu" visinu (stol je na 0, a tijelo je ispod stola).

Iako apsolutni iznos energije ovisi o promatraču, promjene u energiji se očituju kao obavljeni rad te se svi promatrači slažu za koliko se energija promijenila (tj. slažu se oko iznosa obavljenog rada).

## 2.1 Kinetička energija

Nije baš jasno zašto izraz za kinetičku energiju mora biti  $\frac{1}{2}mv^2$  (zašto kvadriramo brzinu, a ne masu npr.). Matematički izraz za kinetičku energiju je zapravo definiran sljedećim važnim rezultatom. **Teorem o radu i energiji** nam kaže da će za tijelo mase  $m$  na kojem je obavljen ukupni rad  $W$ , a koje je na početku obavljanja rada imalo brzinu  $v_1$ , a na kraju  $v_2$  vrijediti:

$$W = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

Ovu veličinu  $\frac{1}{2}mv^2$  onda nazovemo kinetičkom energijom. Teorem sada

jednostavnije kaže da će se kinetička energija promijeniti za iznos obavljenog rada koji rezultatna (tj. ukupna) sila obavi.

Primjerice, kada tijelo slobodno pada s neke visine, rad koji obavi gravitacija jednak je promjeni kinetičke energije. Kada se rastegnuta opruga pod utjecajem elastične sile sakupi, opet je rad elastične sile jednak promjeni kinetičke energije.

Treba razriješiti sljedeći misterij, doduše. Kada dignemo neko tijelo sa stola na određenu visinu potom ga držimo nepomično, izvršili smo određeni rad nad tim tijelom. Zašto je onda kinetička energija 0 (tj. zašto se tijelo ne giba)? Razlog je tome što je ukupni rad (rad rezultante, ukupne sile) jednak 0. Objasnimo ovo.

Kada tijelo stoji nepomično na stolu, ukupna sila na to tijelo je 0. Ovo je Newtonov 1. zakon - gravitacija privlači tijelo prema dolje, ali stol mu ne dopušta da propadne. Kada podignemo to tijelo i stalnom brzinom ga dižemo u zrak dogodi se sljedeća stvar. Naša sila kojom podižemo tijelo je prvo *jača* od gravitacije jer mora ubrzati to tijelo iz nepomičnog stanja na stolu; dakle rad rezultatne sile je pozitivan i očituje se kao promjena kinetičke energije - prije nismo imali brzinu, sada je imamo. Kada tijelo nepromijenjenom brzinom podižemo do željene visine, naša sila jednaka je sili gravitacije (pa je ukupna, tj. rezultatna sila 0) i ukupni rad na tijelu je 0. Konačno, kada tijelo usporimo do željenog položaja djelujemo slabijom silom od sile teže (stoga tijelo uspori) te je rad rezultatne sile negativan. Naime, rezultatna sila sada gleda u smjeru gravitacije, tj. prema dolje, a tijelo se još uvijek giba prema gore. Vidimo da je ukupni rad rezultatne sile na cijelom putu 0, što je u suglasnosti s teoremom o radu i energiji.

## 2.2 Gravitacijska potencijalna energija

Izračunajmo rad koji gravitacija obavi na tijelu kada se ono vertikalno pomiče sa visine  $h_1$  na visinu  $h_2$ . Pritom imajmo na umu da, ako je prva visina ( $h_1$ ) veća od druge ( $h_2$ ), tijelo se gibalo prema dolje i rad koji gravitacija obavi je pozitivan. Ako je prva visina manja od druge, rad koji gravitacija obavi je negativan.

Težina tijela (sila kojom ga Zemlja privlači prema svom središtu) je  $F_g = mg$ . Ako uzmemo da se tijelo giba prema dolje tako da  $h_1 > h_2$ , onda je prijedeni put  $h_1 - h_2$  (razlika u visini). Dakle, obavljeni rad je:

$$W = F_g(h_1 - h_2) = mgh_1 - mgh_2.$$

Ovaj izraz  $mgh$  zovemo gravitacijskom potencijalnom energijom. Dakle, što se tijelo nalazi na većoj visini  $h$ , to ima veću gravitacijsku potencijalnu energiju. Isto tako, što je tijelo veće mase (ili veće težine) gravitacijska potencijalna energija je veća. Rad koji obavi sila teža jednak je promjeni potencijalne energije.

## 2.3 Očuvanje energije

Kada tijelo pada (pod utjecajem gravitacije), onda se to očituje kao smanjenje gravitacijske potencijalne energije (smanjuje se visina  $h$ ), a povećanje kinetičke energije (povećava se brzina  $v$ ).

Štoviše, teorem o radu i energiji nam kaže da rad koji obavi sila teža  $W = mgh_1 - mgh_2$  mora biti jednak promjeni kinetičke energije:

$$mgh_1 - mgh_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2.$$

Prebacimo li početne vrijednosti ( $v_1$ ,  $h_1$ ) na jednu stranu, a konačne vrijednosti ( $h_2$ ,  $v_2$ ) na drugu imamo:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2.$$

Ovo nam govori da je ukupna energija (kinetička + potencijalna) na početku jednaka ukupnoj energiji na kraju, odnosno energija je **sačuvana**. Naravno, kada uračunamo otpor zraka ili trenje, možemo imati "gubitke" u energiji, ali to samo znači da se ta energija pretvorila u neke druge oblike energije (toplinu itd.) koje ne možemo direktno mehanički iskoristiti.

Da zaključimo, energija je sačuvana te se samo može prebacivati iz jednog oblika u drugi (npr. iz kinetičke u potencijalnu i obratno). Dobar primjer takve energetske konverzije je njihalo. Energija njihala se iz potencijalne energije (kada se njihalo nalazi u svojoj najvišoj točki i kada mu je brzina 0) pretvara u kinetičku (najveću brzinu ima kada mu je potencijalna energija najmanja, tj. u svojoj najnižoj točki) te ponovno u potencijalnu (ponovno se penje do svoje najviše točke i zaustavlja). Vidi sljedeći eksperiment (pred kraj videa, oko 45:42): <https://www.youtube.com/watch?v=9gUdDM6LZGo>.

Poanta je sljedeća. Ukoliko njihalo krene sa svojim gibanjem s neke visine (i ne damo mu dodatni potisak), onda će se na drugoj strani popeti na istu visinu (ili malo manju visinu zbog otpora zraka i sl.) te kada se vrati će opet

doći do iste visine. Ovo je demonstracija sačuvanja energije. Njihalo se ne može popeti na veću visinu na drugoj strani jer kada je ono u svom najvišem položaju, brzina je 0 (kao i kinetička energija) pa je ukupna energija samo jednaka gravitacijskoj potencijalnoj  $mgh$ . Ako njihalo dođe do veće visine, to znači da je netko izvana djelovao na njihalo tako da ga je, recimo, gurnuo, što rezultira većom ukupnom energijom njihala.

Za kraj, valjalo bi prokomentirati pozitivni i negativni rad u kontekstu kemijske energije mišića. Recimo da dižemo teret od 1kg na visinu od 1m, potom ga spuštamo. Kada dižemo teret obavljamo 10J rada, a kada ga spuštamo -10J, ali dok obavljamo i pozitivni i negativni mehanički rad, trošimo kemijsku energiju pri aktivaciji mišića. Stanice našeg tijela ne znaju giba li se teret u smjeru ili suprotno od smjera naše sile - bitno je jedino da se naprežemo određeni period vremena. Dakle, naše tijelo je potrošilo kemijsku energiju u oba slučaja. "Pozitivnost" i "negativnost" rada se očituju kada govorimo o strojevima. Recimo, stroj koji diže teret od 1kg na visinu od 1m mora potrošiti 10J energije da bi dignuo teret na visinu od 1m (pozitivan rad), potom može pustiti teret da pada i spremi energiju koju predmet oslobodi dok pada (negativan rad). Recimo, uže tom prenesemo padanje tereta na rotiranje nekakvog diska, potom energiju rotirajućeg diska kasnije možemo opet iskoristiti da dignemo teret na visinu 1m. Naravno, postoje gubitci pa koristeći samo energiju pohranjenu u rotirajućem disku nećemo moći dignuti teret točno metar nego manje. Ovo čovjek ne može - čovjek troši energiju da bi dignuo teret i da bi spustio teret (napreže se u oba slučaja).

Sličan princip pohrane energije se javlja kod tzv. gravitacijskih baterija. Imamo hidroelektranu i rezervoar na nekoj visini. Kada potražnja nije velika (kada imamo višak električne energije) dio energije preusmjerimo na pokretanje pumpi koje pumpaju vodu na veću visinu u rezervoar. Kada je potražnja velika možemo jednostavno pustiti vodu iz rezervoara da pada po turbinama i tako generira dodatnu električnu energiju.

### 3 Snaga

Snaga nam govori koliko rada smo obavili u jedinici vremena. Ako u 1s obavimo 1J rada, kažemo da imamo snagu od 1W (1 watt). Općenito, ako nam je za obavljanje rada  $W$  trebalo  $t$  vremena, izraz za snagu  $P$  (eng.

power) je

$$P = \frac{W}{t}.$$

Pritom valja biti pažljiv i ne pomiješati oznaku za rad ( $W$ ) i mjernu jedinicu za snagu ( $W$ , watt).

Primijetimo da je 1J samo 1Ws (wattsekunda) jer je watt J/s. Dakle, Wh je samo 3600Ws, tj. 3600J. Kada govorimo o potrošnji energije u kućanstvima, obično se koriste kWh (kilowattsati, 3 600 000J). kWh je mjerna jedinica rada i energije, a ne snage (ima watt u nazivu, ali taj watt množi jedinicu vremena).

Nadalje, u svakodnevnom životu se osim watta, koriste i konjske snage (hp, eng. *horsepower*). Izvorno, konjske snage su korištene da se snaga parnih strojeva usporedi sa snagom konja (koji su bili korišteni da pokreću različite strojeve). Izmjereno je da prosječni konj može okrenuti mlin 144 puta u 1h, pri čemu mlin povlači silom od 800N. Ako je mlin radijusa 3.7m (pa mu je opseg 23.25m), imamo sve što je potrebno da izračunamo snagu konja:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot d}{t} = \frac{800\text{N} \cdot 144 \cdot 23.25\text{m}}{1\text{h}} = \frac{800\text{N} \cdot 144 \cdot 23.25\text{m}}{3600\text{s}} = 744\text{W}.$$

Naravno, drugi će konj (ili isti konj kada je umorniji) dati drugi rezultat, no ovo je korisno kao gruba generalna metrika. Konjska snaga je kasnije standardizirana kao 1hp = 550 $\frac{\text{lb}\cdot\text{ft}}{\text{s}}$  (1lb=pound force=4.448222N, 1ft=0.3048m), što je otprilike 745.7W.

Usporedimo definiciju snage u fizici, sa svakodnevnim korištenjem riječi "snaga". Kada kažemo da je netko "snažan", obično se misli da ta osoba može djelovati velikom silom (npr. može dignuti veliki teret). Pitanje je obično: "Koliko dižeš na benchu", a ne "Koliko brzo dižeš na benchu".

Doduše, primijetimo da čak i osoba koja ne može djelovati dovoljno velikom silom da digne neki teret, recimo, 1m uvis, može taj isti teret dignuti uz pomoć poluge ili kolotura. Ovisno o tome kolikom silom osoba može djelovati (koliko je "slaba") će joj trebati više kolotura ili duža poluga. Što joj više kolotura, tj. duža polug treba to će ona morati djelovati dužim putem da obavi isti rad, tj. digne isti teret 1m uvis, za što će joj trebati više vremena. Naime, osoba može na polugu djelovati manjom silom, ali polugu mora gurati dužim putem, tj. mora povući više užeta kroz koloture. Dakle, vidimo



da, kad su strojevi u pitanju, nije bitno "koliko benchaš" jer možeš dignuti proizvoljno teški teret ako koristiš odgovarajuću aparaturu, već "koliko brzo benchaš".

## 4 Oblici energije

Rekli smo da se energija može javiti u više oblika, no do sada smo spomenuli samo dva - **gravitacijsku potencijalnu energiju** (koju tijelo ima jer se nalazi u gravitacijskom polju) i **kinetičku energiju** (koju tijelo ima jer se giba). Ovdje ćemo objasniti još neke tipove energije. Pritom treba imati na umu da se u prirodi svi poznati fenomeni mogu opisati dvjema teorijama - standardnim modelom čestične fizike i općom relativnosti. Opća relativnost je trenutno najbolja teorija gravitacije koju imamo, a standardni model opisuje, generalno govoreći, tri "sile" - elektromagnetsku silu te jaku i slabu nuklearnu silu. Moramo napomenuti da te sile nisu zadane nekim jednostavnim matematičkim izrazom (te nisu sile u smislu klasične mehanike kakve su sve sile koje smo do sada vidjeli). Kada kažemo "sila" mislimo na međudjelovanje, a međudjelovanje je u čestičnoj fizici opisano puno kompleksnijom matematikom kvantne teorije polja, a ne nekim jednostavnim vektorom (ili vektorskim poljem). Pritom je jaka nuklearna sila zaslužna za većinu nuklearnih fenomena (slaba sila se javlja samo kod nekih tipova čestičnih raspada te je ujedinjena s elektromagnetizmom u tzv. elektroslabu silu).

Dakle, osim kinetičke i gravitacijske potencijalne energije imamo i sljedeća dva bitna oblika energije: **elektromagnetsku** i **nuklearnu**.

Nuklearna sila (jaka sila) je ono što drži jezgru atoma na okupu. To je ujedno i sila koja drži same protone i neutrone na okupu. Naime, protoni i neutroni nisu u modernoj teoriji "elementarne" čestice, već su građeni od tzv. kvarkova. Jaka sila (preko prenositelja jake sile - tzv. gluona) drži te kvarkove na okupu. Kada smo već spomenuli kvarkove, moramo napomenuti i fenomen "quark confinement", koji kaže da ne možete izolirati jedan kvark kao što možete proton ili neutron izdvojiti iz jezgre (ugrubo govoreći, energija koja je potrebna da se izdvoji kvark je dovoljna da se iz vakuma stvori par kvark-antikvark, ali točna matematika ovog procesa nije poznata). Dakle, kvarkovi se uvijek nalaze na okupu zajedno.

Za fenomen koji drži jezgru atoma na okupu je isto zaslužna jaka sila, ali ne direktno preko gluona (prenositelja jake sile), već preko tzv. Yukawinog mezona (piona). To je čestica koja se sastoji od dva kvarka (kvarka i anti-kvarka, od kojih je jedan up, a drugi down varijante). Protoni i neutroni u jezgri izmjenom ovih čestica međudjeluju jakom silom te drže jezgru na okupu.

Elektromagnetska (EM) energija se javlja zbog jačine električnog i magnetskog polja. Kada imate nekakav naboj u prostoru on generira električno polje. Kada se taj naboj giba, onda osim električnog generira i magnetsko polje. Ta polja sadrže energiju (da bismo do nekakvog pozitivnog naboja približili drugi pozitivni naboj, zbog odbijanja moramo obaviti nekakav rad).

Električna i magnetska polja imaju sljedeće fantastično svojstvo - za stvoriti električno polje nije potreban naboj, električno polje možemo dobiti i iz *promjenjivog* magnetskog polja. Isto tako, promjenjivo električno polje stvara magnetsko polje. Dakle, ako neki naboj zatitra, to će stvoriti promjene u električnom i magnetskom polju oko tog naboja, a kako promjene u el. polju mogu stvoriti mag. polje i obratno, te promjene se mogu same od sebe širiti prostorom. Ovo je tzv. elektromagnetski val (elektromagnetsko zračenje).

Sva svjetlost koju vidimo je elektromagnetsko zračenje koje prenosi elektromagnetsku energiju. Štoviše, ljudsko oko je osjetljivo samo na jako mali spektar elektromagnetskog zračenja, stoga je i puno drugih fenomena isto EM zračenje. Tu je infracrveno zračenje kojim svatko od nas zrači (i koje užareni objekti zrače) koje osjećamo kao toplinu. Tu su i mikrovalovi koje stvara mikrovalna pećnica, radio valovi koje hvatamo radioprijemnikom. Tu su i x-zrake koje koristimo u medicinskim uređajima (i za koje je Röntgen dobio Nobelovu nagradu), gamma zrake velikih energija koje dolaze iz svemira itd.

Osim elektromagnetske i nuklearne energije, imamo još dva oblika energije, koja su na neki način izvedena iz elektromagnetske i kinetičke energije. To su **kemijska** i **termalna** energija.

Kemijska energija se odnosi na energiju koju imaju veze u molekulama, tj. koje imaju elektroni u atomima. Ovo je energija koja se oslobađa kada nešto zapalimo (bilo drvo, ulje, naftu, itd.) i koja pokreće sav život.

Kemijska energija uglavnom dolazi od kinetičke energije elektrona i elektrostatskog privlačenja elektrona (-) i jezgara atoma (+) te elektrostatskog

odbijanja među elektronima i među jezgrama (vidi [https://en.wikipedia.org/wiki/Molecular\\_Hamiltonian](https://en.wikipedia.org/wiki/Molecular_Hamiltonian)). Pritom valja imati na umu da su jezgre puno masivnije od elektrona pa će se puno manje micati nego elektroni. Born-Oppenheimerova aproksimacija tretira jezgru kao nepomičnu dok se gibanje elektrona odvija (pa ona nema kinetičku energiju)<sup>1</sup>. Glavni dio kemijske energije dolazi od elektrostatskog dijela - magnetski efekti spin-spin i orbit-spin vezanje su sitnije relativističke popravke koje dolaze iz Diracove jednačbe (vidi [https://en.wikipedia.org/wiki/Fine\\_structure](https://en.wikipedia.org/wiki/Fine_structure) za relativističke popravke vodikovog atoma).

U prirodi, kada se sustav može naći u energetski povoljnijem stanju (u stanju u kojem ima manju potencijalnu energiju), to će se generalno spontano dogoditi. Recimo, kamen će se otkotrljati niz brdo. Doduše, možda taj kamen stoji na vrhu brda stabilno, stoga ga treba prvo gurnuti da se otkotrlja (treba uložiti nekakvu početnu energiju, tj. obaviti početni rad). Isto tako, i kemijske reakcije se odvijaju jer je energetski povoljnije da se atomi nađu u jednoj a ne drugoj konfiguraciji. Primjerice, ako stavite kisik ( $O_2$ ) i vodik ( $H_2$ ) u svom plinovitom stanju u nekakav spremnik, neće se baš puno dogoditi. Ali ako sada tu smjesu zapalite - eksplozija. Energija se oslobodila jer je energetski povoljnije da se kisik i vodik nađu u obliku molekule vode ( $H_2O$ ), nego u molekulama vodika i kisika zasebno, stoga će reakcija "potrošiti" određeni dio kisika i vodika te iz njega stvoriti vodu. Ipak trebali smo uložiti nekakvu početnu energiju da bi se reakcija pokrenula.

Postoji još i termalna energija, što ćemo detaljno objasniti kasnije, a odnosi se na nasumično gibanje atoma i molekula. Ovo je zapravo srednja kinetička energija (usrednjena po svim česticama koje sačinjavaju nasumično gibanje). Očituje se kao temperatura - visoka temperatura samo znači puno nasumičnog gibanja.

Da bi se kemijska veza između dva atoma stvorila, logično je da ti atomi moraju biti blizu jedan drugome ("u kontaktu"). Stoga, očekujemo da će dva plina (npr. kisik i vodik) reagirati samo onda kada se molekula (ili atom) jednog plina sudari s molekulom (ili atomom) drugog plina (i to dovoljno snažno). Vidi [https://en.wikipedia.org/wiki/Collision\\_theory](https://en.wikipedia.org/wiki/Collision_theory). Ovo objašnjava zašto treba iskra da bi reakcija započela (iskra zagrije zrak i pojača nasumično gibanje molekula kisika i vodika pa se dogodi više dovoljno snažnih

---

<sup>1</sup>Doduše, kada simuliramo gibanje elektrona za neko kratko vrijeme, onda možemo pomaknuti i jezgre niz potencijal koji generiraju elektroni - ovo je drugi korak BO aproksimacije.

sudara).

Svi drugi "oblici" energije se zapravo mogu identificirati kao jedan od ovih. Recimo potencijalna energija opruge zapravo je zbog deformacije udaljenosti između atoma (kemijska energija). Zvuk opet ima veze s deformacijama zraka (stvaraju se regije veće i manje gustoće). "Sunčeva" energija je dobivena nuklearnom fuzijom, a kasnije se u obliku elektromagnetskog zračenja (svjetlosti) prenosi do Zemlje. "Mišićna" energija je samo kemijska energija (dobivena kidanjem kemijskih veza, npr. fosfatne skupine u adenozin trifosfatu) itd.

Kada sunčeva svjetlost (stvorena unutar sunca procesom fuzije) dolazi do atmosfere, onda se elektromagnetska energija prenosi na nasumično gibanje čestica zraka (te se to očituje kao povećanje temperature zraka). Kada sunčeva svjetlost padne na biljnu stanicu, ta se energija u klorofilima može iskoristiti za stvaranje kemijskih spojeva (šećera) koje biljka koristi kao hranu. Dakle, energija elektromagnetskog zračenja se koristi za stvaranje međuatomskih veza s određenom kemijskom energijom, a kasnije kidanje tih veza daje energiju za metaboličke procese u biljkama.

Za kraj pokušajmo odgovoriti na pitanje - kada stojimo na mjestu, obavljamo li rad? Ovisno o načinu na koji interpretiramo pitanje, možemo odgovoriti i DA i NE. Ako interpretiramo pitanje kao "Obavljamo li mehanički rad?" (djelujemo li određenom silom po putu), onda je odgovor NE. U ovom slučaju tretiramo čovjeka kao cjelinu i zanemarujemo unutrašnje kompleksnosti (metaboličke procese). Čovjek je ovdje kao kamen - stoji na mjestu i ništa se ne događa.

Ukoliko interpretiramo pitanje kao "Troši li čovjek energiju?", onda je odgovor DA! Čovjek diše, razmišlja - to sve troši energiju. Ljudski (pa i bilo koji drugi) organizam nije statičan - sastoji se od puno komponenti u pokretu, svaka od kojih može djelovati nekom silom po nekom putu.

Ovdje vidimo važnost odabira modela. Modeliramo li čovjeka na isti način kao i kamen, to je dovoljno da opišemo podizanje tereta na neku visinu, ali nije dovoljno da objasni zašto čovjek treba jesti, zašto troši energiju kada diše itd. Modeliramo li čovjeka kao kompleksni biološki sustav, to objašnjava potrošnju energije čak i kada stojimo mirno, ali je prekompleksno (overkill) za opis mehaničkog procesa podizanja tereta.

Iako fizika nominalno može opisati sve od najmanjih čestica pa do kompleksnih bioloških sustava, nećemo rješavati Feynmannove dijagrame ili Schrödin-

gerovu jednadžbu da bismo opisali obično elastično deformiranje (oprugu).

## 5 Pitanja i zadatci

1. Koja je standardna mjerna jedinica za rad (i energiju)?
2. Dvije osobe guraju svaka svoj teret istim putem, no jedna osoba gura dvostruko jače (dvostruko jačom silom). Tko je izvršio veći rad i koliko puta je taj rad veći od rada druge osobe? Što zaključuješ, kako obavljeni rad ovisi o sili?
3. Dvije osobe guraju teret istom silom, no jedna osoba svoj teret gura dvostruko dužim putem. Tko je izvršio veći rad i koliko puta je taj rad veći od rada druge osobe? Što zaključuješ, kako obavljeni rad ovisi o putu?
4. Ako sila djeluje u suprotnom smjeru od pomaka, je li rad pozitivan ili negativan.
5. Ako sila djeluje okomito na pomak, koliki je rad?
6. Gurate teret silom od 100N po horizontalnoj podlozi duž puta od 10m. Koliki ste rad obavili?
7. Zaustavljate teret koji klizi prema vama. Pritom cijelo vrijeme gurate teret silom od 50N te se on zaustavio nakon 5m. Koliki ste rad obavili?
8. Tijelo se pomiče lijevo-desno (horizontalno). Koliki rad pritom obavlja gravitacija?
9. (Prisjeti se sile trenja) Gurate teret mase 100kg jednoliko po horizontalnoj podlozi duž puta od 15m. Ako je faktor trenja između tereta i podloge 0.8, koliki ste rad obavili?
10. Gurate teret prvo silom od 75N duž puta od 10m, potom gurate silom od 50N duž puta od 20m. Koliki ste rad obavili?
11. Zima je. Gurate sanjke na kojima je teret mase 50kg jednoliko po travnatoj podlozi 5m, potom jednoliko po ledu 50m. Ako je faktor trenja između sanjki i trave 0.65, a između sanjki i leda 0.05, izračunaj obavljeni rad.

12. Bodybuilder diže 100kg na benchu. Ako su mu ruke duge 1m, koliki rad obavi kada digne tih 100kg? Koliki rad obavi sila teža (bitan je predznak)?
13. Isti bodybuilder spušta tih 100kg. Koliki rad sada obavi bodybuilder a koliki gravitacija (bitan je predznak)?
14. Bodybuilder je napravio seriju od 10 ponavljanja gdje je digao 100kg 1m. Koliki je ukupni mehanički rad obavio? (pazi na predznak; uvjeri se da je odgovor 0!)
15. Ako je ukupni mehanički rad 0J, znači li to da bodybuilder nije potrošio energiju na benchu?
16. Ako zanemarite metaboličke procese (loša pretpostavka!), koliko bi puta bodybuilder morao benchati 100kg (dizanje+spuštanje) da potroši 420kcal (otprilike količina kalorija u 1L coca-cole)? Prisjeti se da  $1\text{cal}=4.184\text{J}$ , tj. da  $1\text{kcal}=4184\text{J}$ .
17. Čemu je jednak rad sile teže (promjeni koje energije)?
18. Čemu je jednak rad rezultantne sile na neko tijelo (promjeni koje energije)?
19. Tko ima veću kinetičku energiju - vlak koji se giba 20km/h ili kamion koji se giba istom brzinom?
20. Tko ima veću gravitacijsku potencijalnu energiju kada se popne na visinu od 100m? Slim Shady mase 40kg ili Noam Chunky mase 170kg?
21. Tko ima veću gravitacijsku potencijalnu energiju - Slim Shady kada se popeo na 400m ili Noam Chunky kada se popeo na visinu od 50m? Tko je opasniji (za ljude ispod) kada se posklizne?
22. Držite olovku u ruci, potom je podižete jednolikom brzinom do određene visine te zaustavljate. Kakva je rezultantna sila na svakom dijelu tog procesa, a kakav je njen rad. Objasni zašto je kinetička energija 0 i na početku i na kraju ako ste očitedno obavili neki rad na tijelu.
23. Basejumper stoji na zgradi, potom skače u ponor. U kojem obliku mu se nalazi (mehanička) energija prije nego skoči, a u kojem prije

nego dotakne tlo. Opiši što se s energijom događa dok pada (pritom zanemari otpor zraka).

24. Opiši što se događa s energijom njihala dok se njiše (pretvorba energije). Ako njihalo na početku ispustimo bez dodatnog potiska, na koliku visinu će se njihalo popeti na suprotnoj strani (što ako zanemariš, a što ako NE zanemariš otpor zraka)?
25. Kugla mase 6kg pada sa 6. kata zgrade. Ako se 6. kat nalazi na visini od 26m od tla, izračunaj gravitacijsku potencijalnu energiju kugle prije nego počne padati. Koliku kinetičku energiju kugla ima tik prije nego udre o tlo (zanemari otpor zraka)? Kolika je kinetička energija kugle na pola puta (na 3. katu), a kolika potencijalna?
26. Koja je osnovna mjerna jedinica za snagu?
27. Dva stroja su upaljena jednako dugo. Ako jedan stroj za to vrijeme obavi dvostruko veći rad od drugog stroja, koji stroj ima veću snagu? Što zaključuješ. kako snaga ovisi o obavljenom radu?
28. Dva stroja obave isti rad, ali je jedan upaljen dvostruko duže. Koji stroj ima veću snagu? Što zaključuješ, kako snaga ovisi o vremenu koje je potrebno da se rad obavi?
29. Koliko rada će obaviti stroj snage 200W ako je uključen 2h (rezultat iskaži u J)?
30. Kolika je snaga stroja koji obavi 200J rada u 1min (rezultat iskaži u W)?
31. Ako stroj može podignuti teret mase 1kg na visinu od 2m u 2s, kolika je snaga tog stroja?
32. Koliku masu može podignuti stroj snage 100W na visinu od 1m u roku od 5s?
33. Konj vuče teret mase 100kg jednoliko po podlozi 10m. Ako znate da je to napravio u 10s i ako znate da je faktor trenja između tereta i podloge 0.6, kolikom je snagom konj izvršio rad?
34. Koliku masu može podignuti konj (uz pomoć užeta) na visinu od 1m u roku od 5s (uzmite da je snaga konja 1hp, što je približno 750W).

35. Motor s unutarnjim izgaranjem funkcionira tako da sagorijeva gorivo (naftne derivate) i tako pokreće klipove, koji pak pokreću osovinu (i konačno kola na automobilu). Kada je motor uključen, očigledno se obavlja nekakav rad (troši nekakva energija). Ta energija očigledno dolazi od goriva (bez njega motor ne radi). Odakle pak gorivu energija? Objasni sve članove molekularnog hamiltonijana (uračunavajući i finu strukturu, tj. sve članove dobivene iz Diracove jednačbe pri aproksimaciji 2. reda)... Ok, možeš zanemariti finu strukturu, ali objasni ugrubo odakle molekulama energija (koristeći elektromagnetizam).
36. Spojili ste bateriju na žarulju sa žarnom niti. Koje će se sve energetske izmjene dogoditi, krenuvši s kemijskim reakcijama u bateriji, a završavajući sa zagrijavanjem zraka u okolini žarulje i oslobađanjem svjetla (unutar žarulje je vakuum btw. - inače bi nit pregorila u prisutnosti kisika).
37. Opiši (u grubim crtama) energetske izmjene koje su potrebne da bi se, počevši s fuzijom dva protona u jezgri Sunca (dakle nuklearnim procesom), stvorila glukoza u nekoj biljci na dalekoj Zemlji.