7. razred - Sile zadatci s rješenjima

Duje Jerić- Miloš

15. veljače 2025.

Prisjetimo se formula koje ćemo koristiti u nastavku:

1. Izraz za elastičnu silu (Hookeov zakon): $F_{el} = k\Delta l$
2. Izraz za silu težu/težinu: $F_g = mg$
3. Izraz za silu trenja na vodoravnoj podlozi: $F_{tr} = \mu F_g$
4. Izraz za polugu u ravnoteži: $F_1 k_1 = F_2 k_2$
5. Izraz za tlak: $P = \frac{F}{A}$

Zadatak 1. Oprugu konstante 200N/m rastežemo silom od 15N. Koliko će se ta opruga produljiti? Ako znaš da duljina opruge kada na nju ne djeluje nikakva sila iznosi 20cm, kolika će biti duljina opruge kada ju rastegnemo navedenom silom?

Rješenje. Konstanta opruge je $k = 200\text{N/m}$, što znači da nam treba 200N da bismo oprugu produljili za 1m. Kako djelujemo silom od samo $F = 15\text{N}$, nećemo oprugu produljiti za 1m. Kada držimo oprugu rastegnutu (tako da miruje), sila kojom je rastežemo je ujedno i elastična sila koja vraća oprugu u prvobitni oblik (jer zbroj sila mora biti 0). Kako za elastične deformacije vrijedi $F_{el} = k\Delta l$, tako $\Delta l = \frac{F_{el}}{k}$. Dakle:

$$\Delta l = \frac{F_{el}}{k} = \frac{15\text{N}}{200\text{N/m}} = \frac{7.5}{100} m = 0.075\text{m} = 7.5\text{cm}.$$

Ovo je produljenje opruge. Početna duljina opruge (kada na nju ne djeluje sila) je $l_0 = 20\text{cm}$. Dakle, konačna duljina opruge (kada ju sila rasteže) je:

$$l = l_0 + \Delta l = 20\text{cm} + 7.5\text{cm} = 27.5\text{cm}$$

□

Zadatak 2. Na oprugu konstante 150N/m smo stavili teret od $5kg$. Koliko se opruga rastegnula (rješenje iskaži u cm!).

Rješenje. Kao i u prošlom zadatku možemo zaključiti da je sila koja rasteže oprugu jednaka elastičnoj sili koja oprugu vraća u prvobitni oblik. U ovom slučaju ta sila je težina obješenog tereta. Kako tijelo ima masu $m = 5kg$, težina mu je $F = 50N$. S druge strane, konstanta opruge je $k = 150\text{N/m}$ pa treba 150N za produljenje od 1m. Mi imamo samo 50N, što je trećina sile potrebne za 1m, stoga će i produljenje biti trećina metra. Zaista, matematički dobijemo:

$$\Delta l = \frac{F_{el}}{k} = \frac{G}{k} = \frac{50N}{150\text{N/m}} = \frac{1}{3}\text{m} = 0.33\text{m} = 33\text{cm}$$

□

Zadatak 3. Odlučili ste izmjeriti konstantu opruge. Objesili ste o oprugu uteg od 10kg te se pritom opruga rastegnula za 20cm. kolika je konstanta opruge (rješenje smiješ iskazati u N/cm ili N/m)?

Rješenje. Objesili smo teret od 10kg, što znači da taj teret rasteže oprugu silom od 100N (= težina tijela). Kao i u prethodna dva zadatka zaključujemo da je to elastična sila koja vraća oprugu u prvobitni oblik. Opruga se rastegnula za 20cm (=0.2m), a $F_{el} = k\Delta l$, stoga je konstanta elastičnosti:

$$k = \frac{F_e l}{\Delta l} = \frac{100\text{N}}{20\text{cm}} = 5\text{N/cm}$$

Ovo nam kaže da je opruga takva da treba primijeniti silu od 5N ne bi li se ona rastegnula za 1cm. Želimo li proširenje od 1m, tj. 100cm, trebamo djelovati silom koja je 100 puta jača, tj. iznosi 500N (za 1cm treba 5N, za 2cm treba 10N, za 3cm treba 15N, itd.). Dakle, u standardnim mjernim jedinicama (N/m) bi rezultat glasio:

$$k = \frac{F_e l}{\Delta l} = \frac{100\text{N}}{0.2\text{m}} = 500\text{N/m}$$

Pritom valja imati na umu da je ovo sve pod pretpostavkom da je produljenje elastično. Naime, možda je produljenje od 1m preveliko za našu oprugu, odnosno da možda izlazi iz njenog elastičnog režima (pa se opruga neće vratiti u prvobitni oblik i zapravo nije opisana Hookeovim zakonom).

□

Zadatak 4. Oprugu smo rastegnuli silom od 15N te se ona pritom produljila za 5cm. Odgovori bez računa: koliko će se ta opruga produljiti ako na nju djelujemo silom od 30N? Koliko će se produljiti ako djelujemo silom od 31N?

Rješenje. Pri elastičnom istezanju opruge, sila i produljenje su proporcionalni. Ovo znači da ako sila od 15N produlji oprugu za 5cm, onda će duplo veća sila (30N) produljiti oprugu duplo više (10cm). Drugi dio zadatka ne možemo baš ovako jednostavno riješiti, ali ugrubo ako 30N produlji oprugu za 10cm, očekujemo da 31N oprugu produlji za malo više od 10cm.

Zadana nam je sila i produljenje opruge za tu silu - to nam govori koliko je opruga kruta, odnosno kolika je konstanta opruge k. Konkretno, kada sila od $F_1 = 15\text{N}$ djeluje, opruga se produlji za $x_1 = 5\text{cm}$. Iz ovoga imamo:

$$F_1 = kx_1 \implies 15\text{N} = k \cdot 5\text{cm} \implies \frac{15\text{N}}{5\text{cm}} = k \implies k = 3\frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

Dakle, da bismo oprugu produljili za 1cm treba nam 3N. Kako sada poznajemo konstantu opruge, možemo izračunati produljenje x_2 kada na istu oprugu djeluje sila $F_2 = 31\text{N}$:

$$F_2 = kx_2 \implies 31\text{N} = 3\frac{\text{N}}{\text{cm}} \cdot x_2 \implies x_2 = \frac{31\text{N}}{3\frac{\text{N}}{\text{cm}}} = \frac{31}{3}\text{cm} = 10.33\text{cm}$$

□

Drugo rješenje. Možda ste na satu matematike zadatke s proporcionalnostima rješavali na nešto drukčiji način. Izraz za konstantu elastičnosti (to je zapravo konstanta proporcionalnosti) je $k = \frac{F}{x}$ - ona nam govori omjer sile i produljenja. Konstanta opruge je za danu oprugu samo jedna neizmjenjena vrijednost (zato je i zovemo "konstanta"), stoga će i za neku drugu silu vrijediti taj isti omjer: $\frac{F_1}{x_1} = \frac{F_2}{x_2}$. Zadana nam je sila $F_1 = 15\text{N}$ i produljenje kada djeluje ta sila $x_1 = 5\text{cm}$ te nam je zadana još sila $F_2 = 31\text{N}$ čije produljenje x_2 ne znamo. Dakle, sila 15N se prema produljenju 5cm mora odnositi kao sila od 31N prema nepoznatom x_2:

$$\frac{15\text{N}}{5\text{cm}} = \frac{31\text{N}}{x_2} \implies \frac{5\text{cm}}{15\text{N}} = \frac{x_2}{31\text{N}} \implies \frac{5\text{cm}}{15\text{N}} \cdot 31\text{N} = x_2 \implies x_2 = \frac{31}{3}\text{cm}.$$

□

Zadatak 5. Imate vagu koja je baždarena (kalibrirana) za mjerenje težine na Zemlji. Primjerice , ako vagu pritišćete silom od 500N, ona će pokazati 50kg. Tu vagu je astronaut mase 80kg ponio na Mjesec te se tamo izvagao. Koliku "masu" pokazuje vaga ako je na mjesecu $g = 1.6\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}$.

Rješenje. Moramo izračunati težinu astronauta na Mjesecu jer je to sila kojom će astronaut pritiskati vagu. Težina je

$$F_g = m \cdot g = 80\mathrm{kg} \cdot 1.6\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} = 128\mathrm{N}.$$

Kako vagu pritišćemo silom od otprilike 130N, ona će pokazati 13kg (deset puta manji broj jer ne baždarena za Zemlju, a ne Mjesec). □

Zadatak 6. Vučete teret mase 80kg po ledu. Ako znate da je faktor trenja između podloge i vašeg (drvenog) tereta 0.05, kolika je sila trenja koja se odupire gibanju? Kolikom silom morate povući teret da bi se on jednoliko gibao?

Rješenje. Masa tereta je 80kg, što znači da mu je težina $G = mg = 800\mathrm{N}$. Sila trenja je dana izrazom:

$$F_{tr} = \mu G = 0.05 \cdot 800\mathrm{N} = 40\mathrm{N}.$$

To je sila kojom se teret odupire gibanju kada ga povlačimo po ledu. To je ujedno i sila kojom moramo vuči teret da bi se on gibao jednoliko (sjeti se Newtonovog 1. zakona: kada je suma sila na tijelo 0 onda se tijelo giba jednoliko). Ako ga vučemo manjom silom, teret će usporavati i u konačnici se zaustaviti. Ako ga vučemo većom silom, teret će ubrzavati. □

Zadatak 7. Konj vuče teret mase 200kg jednoliko (bez da teret ubrzava) po podlozi. Zainteresirani za faktor trenja, dinamometrom ste izmjerili da konj vuče teret silom od 2000N. Koliki je faktor trenja?

Rješenje. Konj vuče teret silom od 2000N, što mora biti jednako sili trenja. Naime, kako teret ne ubrzava, sila kojom konj vuče teret točno je jednaka sili trenja kojom se teret odupire gibanju (koliko teret zapinje toliko ga konj jako vuče - inače bi teret usporavao ili ubrzavao). S druge strane, poznajemo masu tereta 200kg, što daje težinu $G = 2000\mathrm{N}$. Sada iz $F_{tr} = \mu \cdot G$ slijedi $\mu = \frac{F_{tr}}{G}$ pa imamo:

$$\mu = \frac{F_{tr}}{G} = \frac{2000\text{N}}{2000\text{N}} = 1$$

□

Zadatak 8. Jednoliko povlačite dinamometrom tijelo mase 1kg po nekoj podlozi, pri čemu dinamometar pokazuje 6N. Koliko će pokazivati dinamometar ako po istoj podlozi jednoliko vučemo tijelo od 1.5kg?

Rješenje. Budući da tijelo vučemo jednoliko, sila trenja je po iznosu jednaka sili kojom povlačimo (tj. sili koju pokazuje dinamometar). U prvom slučaju povlačimo tijelo mase $m_1 = 1\text{kg}$ i dinamometar pokazuje $F_1 = 6\text{N}$. Ovo nam govori koliko je teško po toj podlozi povlačiti tijelo, odnosno iz ovoga možemo izračunati faktor trenja μ. Težina prvog tijela je $G_1 = m_1 g = 1\text{kg} \cdot 10\frac{\text{N}}{\text{kg}} = 10\text{N}$. Sila trenja je općenito dana izrazom $F_{tr} = \mu G$, odnosno u našem slučaju:

$$F_1 = \mu G_1 \implies 6\text{N} = \mu \cdot 10\text{N} \implies \frac{6\text{N}}{10\text{N}} = \mu \implies \mu = \frac{6}{10} = 0.6.$$

Dakle, tijelo po podlozi treba povlačiti silom koja je jednaka 60% težine tog tijela.

U drugom slučaju tijelo ima masu $m_2 = 1.5\text{kg}$ pa je težina $G_2 = m_2 g = 1.5\text{kg} \cdot 10\frac{\text{N}}{\text{kg}} = 15\text{N}$. Sila kojom povlačimo tijelo je dana s:

$$F_2 = \mu G_2 = 0.6 \cdot 15\text{N} = 9\text{N}.$$

□

Drugo rješenje. Sila trenja i težina tijela su proporcionalne. $F_{tr} = \mu G$. Zapravo, kako je sama težina proporcionalna masi, sila trenja je isto proporcionalna masi: udvostručimo li masu, sila trenja na istoj podlozi je dvostruko veća. Zaista, $F_{tr} = \mu G = \mu \cdot mg = (\mu g) \cdot m$ pa je konstanta proporcionalnosti μg. Kada 1kg vučemo po podlozi, dinamometar pokazuje 6N, a kada vučemo 1.5kg po istoj podlozi imamo neku nepoznatu silu F. Da kojim slučajem vučemo 2kg (duplo teže tijelo) imali bismo silu od 12N (duplo više), stoga očekujemo broj između 6N i 12N. Zapravo, kako je 1.5 točno na pola puta između 1 i 2, očekujemo broj koji je točno na pola puta između 6 i 12, odnosno 9. Da rješenje mora biti 9N vidimo i na sljedeći način: za 1kg treba 6N pa za 0.5kg treba 3N, stoga očekujemo da za 1.5kg treba $6\text{N} + 3\text{N} = 9\text{N}$.

Matematički, iz proporcionalnost imamo da se 1kg naspram 6N odnosi kao 1.5kg naspram neke nepoznate sile F:

$$\frac{1\text{kg}}{6\text{N}} = \frac{1.5\text{kg}}{F} \implies \frac{6\text{N}}{1\text{kg}} = \frac{F}{1.5\text{kg}} \implies 6\frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 1.5\text{kg} = F \implies F = 9N$$

□

Zadatak 9. Imate polugu od 1m. Polugu ste postavili tako da je oslonac udaljen od kraja poluge (i vaše ruke) za $80cm$. Kojom najmanjom silom morate gurnuti polugu da biste dignuli teret od 60kg? Pretpostavite da je teret obješen na drugi kraj opruge.

Rješenje. Poluga je s osloncem podijeljena na dva dijela duljina 20cm i 80cm. Teret je obješen o kraj udaljen 20cm od oslonca, a mi guramo drugi kraj poluge nekom silom F_2. Tražimo graničnu vrijednost sile F_2 za koju će se poluga okretati na našu stranu. To je upravo ona sila za koju je poluga u ravnoteži.

Primijetit ćemo da je naš kraj 4 puta udaljeniji od oslonca od kraja na kojem je teret. Dakle, odmah možemo zaključiti da će u ravnoteži na našem kraju sila biti 4 puta manja. Teret ima težinu 600N, stoga na našem kraju trebamo gurati 4 puta manjom silom od 150N.

Želimo li matematički preciznije riješiti zadatak, možemo nastaviti na sljedeći način. Krak sile za težinu tereta je $k_1 = 20\text{cm} = 0.2\text{m}$, a krak sile za našu silu je $k_2 = 80\text{cm} = 0.8\text{m}$. Teret je težine $F_1 = mg = 60kg \cdot 10\frac{N}{kg} = 600\text{N}$. Da bi poluga bila u ravnoteži treba vrijediti:

$$F_1 \cdot k_1 = F_2 \cdot k_2$$

Drugim riječima:

$$600\text{N} \cdot 0.2\text{m} = F_2 \cdot 0.8\text{m}$$

Zaključujemo da je

$$\frac{600\text{N} \cdot 0.2\text{m}}{0.8\text{m}} = F_2.$$

Odnosno:

$$F_2 = 150\text{N}.$$

Ovo je sila kojom moramo djelovati da bi poluga bila u ravnoteži. Ako djelujemo većom silom teret ćemo podignuti, a ako djelujemo manjom silom teret će spustiti polugu na svoju stranu.

□

Zadatak 10. Na igralištu se nalazi klackalica čiji oslonac (mjesto oko kojeg se klackalica okreće) nije na središtu klackalice. Jedno sjedalo se nalazi 2 metra udaljeno od oslonca, a drugo sjedalo 3 metra. Osoba A, recimo, Ana ima 40kg, a osoba B, recimo, Bruno 50kg. Ako Ana sjedne na udaljeniji kraj (3m) od oslonca. Koliki teret Bruno mora staviti na sebe da, jednom kada on sjedne na drugi kraj, klackalica bude u ravnoteži.

Rješenje. Izraz za polugu u ravnoteži je

$$F_1 k_1 = F_2 k_2$$

U našem slučaju su F_1 i F_2 težine kojima Ana i Bruno pritišću svaki svoj kraj klackalice (s tim da bi Bruno trebao još na sebe staviti utege tako da mu je masa veća od 50kg). Dakle, $F_1 = m_A \cdot g = 40\text{kg} \cdot 10\frac{\text{N}}{\text{kg}} = 400\text{N}$. Stoga, izraz za ravnotežu postane:

$$400\text{N} \cdot 3\text{m} = F_2 \cdot 2\text{m}$$
$$1200\text{Nm} = 2\text{m}F_2$$

Zaključujemo da je $F_2 = 600\text{N}$ (dva F_2 iznose 1200 pa jedan iznosi 600). Ako niste uvjereni, matematički bismo podijelili obje strane s $2m$, što daje:

$$\frac{1200\text{Nm}}{2\text{m}} = F_2$$
$$600\text{N} = F_2$$

Ovo nam govori da Bruno mora težiti $600N$ (odnosno mora imati 60kg) ne bi li klackalica bila u ravnoteži. Kako Bruno ima 50kg, treba na sebe staviti uteg od 10kg. □

Zadatak 11. Pod Dorom na tlu je smrtonosna zamka koja će se aktivirati ako je na nekom mjestu pritišće tlak veći od 25000Pa. Ako Dora ima 40kg, a površina (jednog) stopala joj je 100cm^2, je li ovo posljednji put da Dora istražuje? Obrazloži odgovor.

Rješenje. Trebamo izračunati tlak kojim Dora pritišće tlo. Izrazimo rezultat u Pa. Dakle, treba površinu stopala preračunati u m^2. Kako je $1\text{cm} = \frac{1}{100}\text{m}$, imamo:

$$100\text{cm}^2 = 100 \cdot \text{cm} \cdot \text{cm} = 100 \cdot \frac{1}{100}\text{m} \cdot \frac{1}{100}\text{m} = \frac{1}{100}\text{m}^2 = 0.01\text{m}^2$$

Dora stoji s obje noge na tlu pa je ukupna površina $2 \cdot 0.01\mathrm{m}^2 = 0.02\mathrm{m}^2$. Dorina težina je $F = mg = 400\mathrm{N}$ pa je tlak

$$P = \frac{F}{A} = \frac{400\mathrm{N}}{0.02\mathrm{m}^2} = 20000\mathrm{Pa}$$

Kako je tlak kojim Dora pritišće tlo manji od tlaka za koji će se zamka aktivirati, Dora će ipak preživjeti (sve dok ne zakorači MWAHAHAHAHA).

□