

Mjerne jedinice (ili sve što ste željeli znati o SI, a niste se usudili pitati)

Duje Jerić- Miloš

6. svibnja 2024.

1 Osnovne mjerne jedinice

Razlikujemo nekoliko osnovnih veličina:

1. vrijeme (t)
2. udaljenost (mnoge oznake, ali obično x ili d)
3. masa (m)
4. količina tvari (n)
5. temperatura (T)
6. naboj (q)

Za 7. razred je bitno samo prvih 5 (naboj je gradivo 8. razreda), a od toga se količina tvari i temperatura radi tek kasnije u drugom polugodištu. Dakle, za 7 razred (a i za mehaniku uopće) su najbitnije prve 3 veličine (vrijeme, udaljenost, masa). Postoji još i svjetlosna jakost (mjerena u candelama) koja i nije toliko korištena u fizici. SVAKA druga veličina je izvedena iz ovih. Primjerice, brzina je količnik udaljenosti i vremena (koliku udaljenost smo prešli u nekoj jedinici vremena, npr. km/h), površina je umnožak dvije udaljenosti (duljine i širine) itd.

- Standardna mjerna jedinica za vrijeme je **sekunda** (s). Izvorno, sekunda je bila definirana kao $\frac{1}{60}$ minute, a minuta kao $\frac{1}{60}$ sata, a sat je pak $\frac{1}{24}$ dana. Dan je definiran rotacijom Zemlje oko svoje osi. Ipak, nije baš lagano precizno mjeriti duljinu dana pa ove definicije i nisu najbolje. U 20. stoljeću otkrićem atomske teorije i kvantne mehanike smo dobili puno bolju metodu - atomski sat. Sada je sekunda definirana kao određeni broj "otkucaja" tog atomskog sata. Preciznije, otkucaj je zapravo oscilacija elektromagnetskog polja dobivenog kada cezijev (Ce 133) atom otpusti energiju u obliku fotona (elektromagnetskog zračenja). 9 192 631 770 takvih oscilacija je 1s.
- Standardna mjerna jedinica za udaljenost je **metar** (m). Ranije su korištene razno razne mjerne jedinice - Egipćani su npr. koristili mehniswt (eng. "royal cubit"), Rimljani su koristili pes, tj. stope, itd. Izvorno (1799.), Francuzi su metar definirali kao $\frac{1}{10\,000\,000}$ udaljenosti od sjevernog pola do ekvatora mjereno po meridijanu koji prolazi kroz Pariz. Kasnije (20. st.) je otkriveno da svjetlost u vakuumu uvijek putuje istom brzinom (za sve promatrače!) pa je danas metar definiran kao udaljenost koju svjetlost prijeđe u određenom djeliću sekunde. Točnije, metar je udaljenost koju svjetlost prijeđe u $\frac{1}{299\,792\,458}$ dijelu sekunde.
- **Kilogram** (kg) je standardna mjerna jedinica za masu. Izvorno (1795.) kilogram je bio definiran kao masa jedne litre vode. Kasnije pak (do 2018.) je bio definiran masom određenog standardnog utega (internacionalnog prototipa kilograma). Danas (od 2018.) je kilogram definiran pomoću određene konstante iz kvantne mehanike (koju možemo dosta precizno mjeriti). Naime, kilogram je definiran tako da Planckova konstanta iznosi točno $6.62607015 \cdot 10^{-34} \text{kgm}^2\text{s}^{-1}$. Ovdje su m i s definirani kao gore.
- **Mol** (mol) je standardna mjerna jedinica za količinu tvari. Pod "količinu tvari" mislimo na broj čestica od kojih je tvar sagrađena. 1 mol je jednostavno definiran kao $6.02214076 \cdot 10^{23}$ "elementarnih entiteta" (čestica, atoma, molekula, iona... od čega god je tvar građena). Dakle, ako imamo 2 mola tvari, to znači da se ta tvar sastoji od $12.04428152 \cdot 10^{23}$ čestica. Općenito broj čestica dobijemo kao $N = n \cdot N_A$, gdje je n broj mola, a $N_A = 6.02214076 \cdot 10^{23}$ tzv. Avogadrov broj. Vjerojatno nije jasno zašto baš taj broj. Ranije (prije 2018.) je N_A bio definiran kao

broj daltona u gramu, gdje je 1 dalton (još uvijek) definiran kao masa $1/12$ atoma ugljika C-12. Kako C-12 ima točno 12 nukleona (6 protona i 6 neutrona), ideja je bila da 1 dalton bude prosječna masa 1 nukleona (proton i neutron imaju vrlo sličnu masu). Dakle, 1mol daje broj protona/neutrona potrebnih da tvar ima masu 1g, stoga 1mol vodika ima masu otprilike 1g.

- Temperaturu u svakodnevnom životu (u Europi) mjerimo u **stupnjima Celzijusevim** ($^{\circ}\text{C}$). Ova skala je izvorno definirana tako da se pri atmosferskom tlaku ($1\text{ atm} = 101325\text{ Pa}$) pronađe temperatura na kojoj se voda zamrzne i temperatura na kojoj voda vrije. Ovaj temperaturni raspon se potom podijeli na 100 jednakih komada, a svaki komad proglasi jednim stupnjem (1°C). Nadalje, uzme se i da voda prelazi u led na 0°C (pa vrije na 100°C). Kasnije je otkriveno da postoji najniža temperatura - **apsolutna 0** (oko -273.15°C) pa je stvorena nova mjerna jedinica **Kelvin** (K) što je samo pomaknuta Celzijuseva skala. Promjena temperature za 1K je isto kao i promjena temperature za 1°C , samo što Kelvinova skala počinje s 0 tako da je $0\text{K} = -273.15^{\circ}\text{C}$, tj. $273.15\text{K} = 0^{\circ}\text{C}$. Voda naravno vrije na 373.15K , a sobna temperatura (20°C) je 303.15K .

Moderna definicija (od 2018.) je ta da je 0K apsolutna nula, a promjena temperature od 1K jednaka je promjeni termalne energije kT od $1.380549 \cdot 10^{-23}\text{J}$. Drugim riječima, definicija je upravo takva da Boltzmannova konstanta k iznosi $1.3806505 \cdot 10^{-23}\text{J/K}$ (a J je definiran preko m, s i kg: $1\text{J} = \text{kgm}^2\text{s}^{-2}$).

- Naboj se mjeri u **Coulombima** (C). U 20. st. je otkriveno da su nositelji naboja u materiji elektroni i protoni te da elektron i proton imaju isti naboj (samo suprotnog predznaka) - taj naboj zovemo elementarni naboj (e). Dakle količina naboja koje tijelo može imati je samo neki višekratnik elementarnog naboja (pobrojimo koliko tijelo ima protona i elektrona te oduzmemo). Danas je 1C definiran kao točno $\frac{1}{1.602176634 \cdot 10^{19}}\text{e}$

2 SI prefiksi

Prefiks	Numerička vrijednost
yocto (y)	10^{-24}
zepto (z)	10^{-21}
atto (a)	10^{-18}
femto (f)	10^{-15}
pico (p)	10^{-12}
nano (n)	10^{-9}
micro (μ)	10^{-6}
milli (m)	10^{-3}
centi (c)	10^{-2}
deci (d)	10^{-1}
deca (da)	10^1
hecto (h)	10^2
kilo (k)	10^3
mega (M)	10^6
giga (G)	10^9
tera (T)	10^{12}
peta (P)	10^{15}
exa (E)	10^{18}
zetta (Z)	10^{21}
yotta (Y)	10^{24}

Tablica 1: Prefiksi SI sustava mjernih jedinica (krenuvši od najmanjeg prema najvećem)

Doduše, za nas su zapravo samo bitni sljedeći prefiksi:

Prefiks	Numerička vrijednost
micro (μ)	10^{-6}
milli (m)	10^{-3}
centi (c)	10^{-2}
deci (d)	10^{-1}
deca (da)	10^1
hecto (h)	10^2
kilo (k)	10^3
mega (M)	10^6

Prisjetimo se da ovdje 10^6 znači $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000\,000$ (lako se pamti: $10^6 =$ "1 sa 6 nula"). Potpuno isto $10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10$. S druge strane, 10^{-6} znači $\frac{1}{10^6} = \frac{1}{1\,000\,000} = 0.000001$ (zapamti: $10^{-6} =$ "0. i onda 5 nula pa 1", tj. "ukupno 6 nula i onda 1"). 10^{-3} znači $\frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$, itd.

Prefiksi se koriste na sljedeći način: kilometar (km) je 10^3m , tj. 1000m. Na isti način bi kC (kilocoulomb) bio 1000C. Dakle, umjesto prefiksa (k) možemo samo zapisati njegovu numeričku vrijednost (u kolokvijalnom engleskom jeziku se ovo čak koristi i za novac \$1k=\$\$1000). Naravno, i kilogram (kg) je samo 1000 grama, no primijetimo da je kilogram jedina osnovna jedinica koja dolazi s prefiksom (tako da je zapravo gram izveden iz kilograma i definiran kao $\frac{1}{1000}\text{kg}$).

Milimetar (mm) je $\frac{1}{10^{-3}} = \frac{1}{1000}$ dio metra (tj. 1000mm je jedan metar). mg (miligram) je $\frac{1}{1000}\text{g}$, a kako je sam gram $\frac{1}{1000}$ dio kilograma, jasno je da je $\text{mg} = \frac{1}{1000}\text{g} = \frac{1}{1000} \cdot \frac{1}{1000}\text{kg} = \frac{1}{1\,000\,000}\text{kg}$. Drukčije sročeno, u kilogramu ima 1000 grama, a u svakom gramu 1000 miligrama pa ukupno ima $1000 \cdot 1000 = 1\,000\,000$ miligrama u kilogramu.

3 Pretvorbe mjernih jedinica

Sve ostale jedinice se dobiju primjenom odgovarajućih matematičkih formula. Recimo, ako ploha ima površinu od 15m^2 znači da se ta ploha može pokriti s 15 kvadrata dimenzija $1\text{m} \times 1\text{m}$.

Matematički, površinu izračunamo tako da pomnožimo dužinu i širinu. Npr. $5\text{m} \cdot 3\text{m} = 15 \cdot \text{m} \cdot \text{m} = 15\text{m}^2$ jer množimo metar i metar. Želimo li ovo prebaciti u cm^2 , samo treba držati na umu da $1\text{m} = 100\text{cm}$ pa gdje god vidimo metar, možemo ga zamijeniti s 100cm.:

$$1\text{m}^2 = 1\text{m} \cdot 1\text{m} = 100\text{cm} \cdot 100\text{cm} = 10\,000\text{cm}^2$$

Dakle, $15\text{m}^2 = 15 \cdot 10\,000\text{cm}^2 = 150\,000\text{cm}^2$.

Ako pak to želimo prebaciti u km^2 , treba držati na umu da je metar $\frac{1}{1000}$ dio kilometra pa gdje god vidimo metar, možemo ga zamijeniti s $\frac{1}{1000}\text{km}$:

$$1\text{m}^2 = 1\text{m} \cdot 1\text{m} = \frac{1}{1000}\text{km} \cdot \frac{1}{1000}\text{km} = \frac{1}{1000 \cdot 1000}\text{km}^2 = \frac{1}{1\,000\,000}\text{km}^2$$

Zaključujemo da $15\text{m}^2 = \frac{15}{1\,000\,000}\text{km}^2$. Ukoliko ne volite raditi s razlomcima, možete krenuti od veće mjerne jedinice: $1\text{km} = 1000\text{m}$ pa:

$$1\text{km}^2 = 1\text{km} \cdot 1\text{km} = 1000\text{m} \cdot 1000\text{m} = 1\,000\,000\text{m}^2$$

Ovo samo hoće reći da jedan km^2 možemo pokriti s milijun kvadrata dimenzije $\text{m} \times \text{m}$.

Ovo sve potpuno isto funkcionira i za kompliciranije slučajeve. Recimo, gustoću dobijemo tako da masu nekog tijela podijelimo s njegovim volumenom. Masu mjerimo u kg , a volumen u m^3 (duljina \times širina \times visina). Dakle, standardna mjerna jedinica za gustoću je $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Naravno, gustoću možemo mjeriti i u $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ i u $\frac{\text{kg}}{\text{mm}^3}$ itd. (bitno da je osnovnog oblika $\frac{\text{masa}}{\text{volumen}}$, tj. $\frac{\text{masa}}{\text{duljina}^3}$).

Nadalje, newton (mj. jedinica za silu) se može iskazati kao $\text{N} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Ako imamo masu u gramima, udaljenost u centimetrima, a vrijeme u minutama, onda da bismo dobili newtone moramo svaku od tih jedinica prebaciti u standardne mjerne jedinice (kg, m, s):

$$\text{g} \frac{\text{cm}}{\text{min}^2} = \frac{1}{1000}\text{kg} \cdot \frac{\frac{1}{100}\text{m}}{60\text{s} \cdot 60\text{s}} = \frac{1}{1000} \cdot \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{3600}\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{1}{3.6 \cdot 10^8}\text{N}$$

Napomenimo, $\text{g} \frac{\text{cm}}{\text{min}^2}$ je isto valjana mjerna jedinica za silu (samo nije standardna) jer je istog općeg oblika $\text{masa} \cdot \frac{\text{duljina}}{\text{vrijeme}^2}$ kao i newton. Standardnu mjernu jedinicu (newtone) dobijemo tako da sve mjerne jedinice iz $\text{g} \frac{\text{cm}}{\text{min}^2}$ prebacimo u standardne (kg, m, s).

Napomenimo da je, ukoliko ne volite raditi s razlomcima, možda najjednostavnije na početku zadatka sve mjerne jedinice prebaciti u standardne mjerne jedinice i onda ste sigurni da ćete dobiti newtone (N), joule (J), wate (W), pascalle (Pa), itd. jer su te mjerne jedinice sve definirane preko standardnih mjernih jedinica (kg, m, s).