

# 7. razred - Rad i energija

Duje Jerić- Miloš

22. travnja 2025.

## 1 Ishodi i gradivo

Izvor: <https://mzom.gov.hr/UserDocsImages/dokumenti/Obrazovanje/NacionalniKurikulum/PredmetniKurikulumi/Fizika,%20prosinac%202017.pdf>

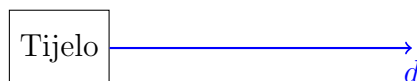
D. 7. 6: Povezuje rad s energijom tijela i analizira pretvorbe energije.

- DOVOLJAN: Prepoznaje na primjerima da je za pokretanje tijela potreban rad. Opisuje primjere tijela koje imaju kinetičku energiju i potencijalnu energiju. Na primjerima opisuje pretvorbe energije. Prepoznaje da se isti rad može obaviti na razne načine.
- DOBAR: Objašnjava pojam rada. Tumači pojmove kinetičke i potencijalne energije. Povezuje rad s promjenom energije na primjerima. Prepoznaje primjere međudjelovanja pri kojima se ne obavlja rad. Tumači pojam snage. Uspoređuje snagu različitih uređaja.
- VRLO DOBAR: Analizira pretvorbu kinetičke i potencijalne energije u rad i obratno. Uspoređuje tipične snage obnovljivih i neobnovljivih izvora energije.
- ODLICAN: Analizira primjere elastične energije i rada elastične sile. Uspoređuje energijske vrijednosti hrane i obavljeni rad.

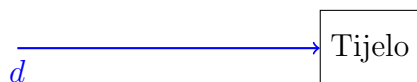
## 2 Rad

Rad možemo definirati kao djelovanje sile po putu. Što veća sila djeluje to je rad veći i što sila djeluje duž većeg puta to je rad veći. Matematički, ako

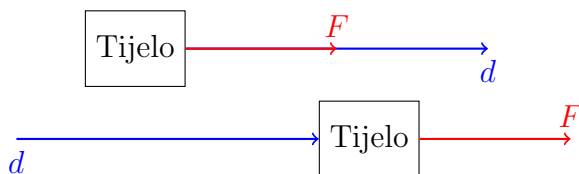
sila  $F$  (eng. *force*) djeluje duž puta  $d$  (eng. *distance*), onda je rad  $W$  (eng. *work*) definiran formulom:  $W = F \cdot d$ . Na početku gibanja:



Na kraju gibanja tijelo je prošlo udaljenost  $d$ :



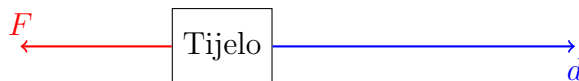
Cijelim putem je djelovala ista sila  $F$ :



Rad mjerimo u jouleima (J), a  $1\text{J}=1\text{Nm}$ . Rad od 1J ćemo obaviti ako guramo neko tijelo silom od 1N duž puta od 1m (ili naravno silom od 0.5N duž puta od 2m ili silom od 2N duž puta od 0.5m itd.). Naravno, valjane mjerne jedinice za rad su i Ncm (Newton-centimetri, =cJ), Nkm (=kJ), kNm (=kJ) itd., no standardno i uobičajeno je koristiti J, kJ (kilojoule) MJ (megajoule) itd.

Jedino u kontekstu kemije ponekad iskazujemo rad u kalorijama (cal), a u kontekstu čestične fizike u elektronvoltima (eV). Pritom valja imati na umu da  $1\text{cal}=4.184\text{J}$ , što je otprilike rad koji je potrebno obaviti da se 1g vode zagrije za  $1^\circ\text{C}$ , a 1eV je rad potreban da se jedan elektron gurne duž razlike u naponu od 1V te od 2019. iznosi točno  $1.602176634 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ .

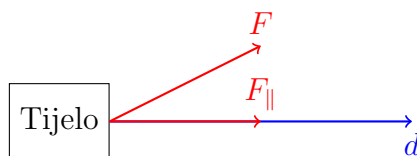
Ako sila djeluje u smjeru puta, rad je pozitivan, no ako sila djeluje suprotno od smjera puta (smjera gibanja), rad je negativan:



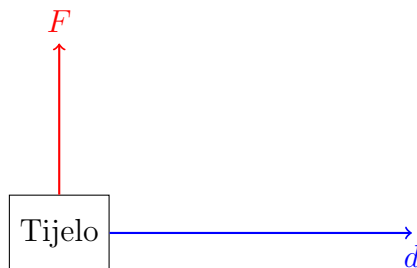
Ova se situacija javlja ako, recimo, tijelo klizi prema nama i mi ga zaustavljamo. Pozitivan rad, s druge strane, obavljam ako guram tijelo, a ono se

giba u smjeru u kojem ga guramo. Primjerice, ako silom od 1N zaustavljamo tijelo duž 2m, obavili smo -2J rada.

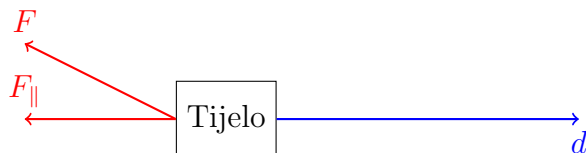
Kada sila djeluje pod nekim kutom, gledamo samo dio sile koji ide duž puta, tj. gledamo projekciju sile duž puta (odnosno *komponentu* sile duž puta), stoga je bolja formula:  $W = F_{\parallel} \cdot d$ :



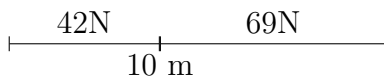
Ovo znači da je rad sile koja djeluje okomito na smjer gibanja uvijek 0 (jer je duljina njene projekcije onda 0):



Sila koja djeluje okomito na smjer gibanja je granični slučaj. U sljedećem primjeru je rad negativan (jer je projekcija sile u suprotnom smjeru od pomaka):



Što ako se sila mijenja duž puta? Recimo, ako sila gura teret duž puta od 25m, no pritom promijeni iznos nakon 10m kao na slici:



U tom slučaju samo izračunamo rad na svakom od dijelova zasebno (rad na prvom dijelu je  $10\text{m} \cdot 42\text{N} = 420\text{J}$ , a na drugom dijelu je  $15\text{m} \cdot 69\text{N} = 1035\text{J}$ ). Ukupni rad je zbroj ta dva ( $1455\text{J}$ ) jer smo prvo obavili rad na prvom dijelu potom smo još obavili rad i na drugom dijelu puta.

Što kada se sila neprestano mijenja? Recimo, ako imamo oprugu, onda dok rastežemo oprugu elastična sila postaje sve veća (oprugu je sve teže i teže rastegnuti). U tom slučaju put razbijemo na sitne komadiće na kojima se sila praktički ne mijenja (tj. jako malo mijenja) te primijenimo prethodnu ideju - izračunamo rad na svakom malom komadiću i zbrojimo. Ovo ugrubo opisuje ideju tzv. Riemannovog integrala.

Konačno, što ako je put zakrivljena putanja? Opet se poslužimo istom idejom - razbijemo put na male komadiće koji su približno ravni te izračunamo rad na tim komadićima. Ako se pritom i sila mijenja, onda moramo odabrati toliko male komadiće da su oni približno ravni i da se sila mijenja jako malo na svakom komadiću. Ovo ugrubo opisuje ideju tzv. krivuljnog integrala 2. vrste.

## 3 Energija

### 3.1 Uvod

Rad obavljen na nekom tijelu općenito možemo iskazati kao promjenu neke skalarne veličine, koju zovemo **energija**. Energiju stoga isto mjerimo u jouleima (J). O energiji razmišljamo kao o "resursu" koje tijelo posjeduje. Ako neka sila obavi rad na tom tijelu može mu povećati ili smanjiti energiju. Energija tijela se može javiti u više oblika te prijeći iz jednog oblika u drugi.

Primjerice, tijelo koje se giba određenom brzinom  $v$  (eng. *velocity*) ima **kinetičku energiju**  $KE = \frac{1}{2}mv^2$ , a tijelo koje stoji na nekoj visini  $h$  (eng. *height*) ima **gravitacijsku potencijalnu energiju**  $PE = mgh$ <sup>1</sup>. Kada tijelo koje ima neku gravitacijsku potencijalnu energiju počne padati, potencijalna energija prelazi u kinetičku (tijelo je imalo "potencijala" za gibanje, tj. "kinetiku", a sada taj potencijal ostvaruje).

---

<sup>1</sup>Ja ću koristiti oznaku  $KE$  za kinetičku energiju i  $PE$  za potencijalnu energiju. Za kinetičku energiju se još koriste oznake  $K$ ,  $T$  i  $E_k$ , a za potencijalnu  $U$ ,  $V$  i  $E_p$ .

Isto tako energija može prijeći s jednog tijela na drugo. Kada se dvije biljarske kugle sudare, jedna prenese energiju na drugu jer se prva kugla zaustavi (ili u najmanju ruku uspori), a druga se počne gibati.

Razlog zašto uopće uvodimo pojam energije, je *očuvanje energije*. Primjerice, kada se dvije kugle sudare jedna uspori (pa gubi kinetičku energiju), a druga ubrza (pa dobije kinetičku energiju), no ukupna energija (zbroy kinetičkih energija) dviju kugli je očuvana. Dakle, imamo neki broj (ukupnu energiju) koji se ne mijenja kroz sudare. Štogođ kugle radile, kakvogod komplicirano gibanje imale, mi možemo biti sigurni da je taj broj uvijek isti. Ovo uvelike pojednostavljuje analizu fizikalnih problema jer ograničava moguće položaje i brzine koje tijela mogu imati.

Zapravo, moramo biti iskreni i reći da u slučaju sudara dvije kugle, energija nije savršeno očuvana. Primjerice, sudare možemo čuti, stoga moramo zaključiti da se dio te energije prenosi zrakom do nas kao zvuk. Naime, pri sudaru kugle neće samo odgurnuti jedna drugu, već će malo gurnuti i zrak, što stvara zvučni val. Nadalje, kugle su sastavljene od atoma, koje sudar može "prodrmati", odnosno dio energije može otići i na zagrijavanje kugli. Ovo nas dovodi do sljedeće ideje: proširimo sustav koji razmatramo. Osim dvije kugle, treba promotriti i zrak u kojem se te dvije kugle nalaze - onda možemo reći da je ukupna energija čitavog sustava (kugle + zrak) očuvana.

Slično tome, ukupna količina resursa na Zemlji je očuvana (ako zanemarimo gubitak atmosfere i eventualni pad asteroida). Čovjek svojim djelovanjem na Zemlji zapravo ne *stvara*, već samo *preoblikuje*. Kada u tvornici "stvorimo" automobil, zapravo smo samo preoblikovali već postojeće metalne rude ili naftu (iz koje dobijamo plastiku). Dakle, i s resursima na Zemlji i s energijom je isto - imamo konačnu količinu "nečega", što se može preoblikovati u "nešto drugo".

Dakle, da bi energija bila očuvana, za sustav treba uzeti čitavu prostoriju u kojoj se obavlja eksperiment. Ni to možda nije dovoljno jer se zvuk prenosi i kroz zidove i zatvorena vrata pa i osoba van prostorije čuje sudare (ako su oni dovoljno snažni).

Vidimo da zapravo nije moguće savršeno izolirati sustav koji nas zanima tako da energija ne "curi" van u obliku zvuka ili topline (i sl.), ali ključna ideja je sljedeća. Gubitci su često maleni pa ih možemo *zanemariti*. Gubitci su tim manji što smo sustav bolje izolirali, a u idealnom slučaju imamo (savršeno) *izolirani* sustav čija je energija egzaktno očuvana. Čak i ako nisu

maleni, često je lakše analizirati jednostavniji slučaj u kojem nema gubitaka, potom se vratiti na kompliciraniji.

Možda bismo očekivali da je ukupna energija čitavog svemira očuvana. Naime, svemir uključuje *sve* pa ga ne moramo izolirati ni od kakve okoline. Ni ovo, nažalost, nije skroz točno, a razlog je **širenje svemira**. Promotrimo što se događa s energijom svemira koji sadrži samo fotone (čestice svjetla). Energija fotona je veća što je valna duljina manja (tj. frekvencija veća). Kako se svemir širi, tako valna duljina svjetlosti raste, stoga se energija svakog fotona smanjuje. Dakle, ukupna energija takvog svemira nije očuvana - ona opada! Zapravo, cijeli problem prozlaži iz toga što svemir koji se širi *nema vremensku simetriju* (nije isti za sva vremena).<sup>2</sup>

Energija će biti očuvana ako sustav ima *vremensku simetriju*. Ovo konkretno znači da se ponašanje sustava ne mijenja s vremenom (sustav se isto ponaša sada i za npr. godinu dana). Primjerice, kugla koja se njiše će se zbog otpora zraka, neelastičnog rastezanja niti (i sl.) u konačnici zaustaviti, tj. izgubiti energiju. Da kojim slučajem ponašanje sustava ne ovisi o vremenu, tj. da kugla uvijek dođe do iste visine, onda bi energija bila očuvana. Za kraći vremenski period (od par sekundi) kugla će se vraćati na približno istu visinu, stoga za kraće vremenske periode možemo govoriti o *približnom* očuvanju energije.

### 3.2 Umorimo li se kada podignemo i spustimo teret?

Recimo da imamo neku kuglu daleko od svega - u crnilu svemira. Kugla u odnosu na nas u početku miruje (kinetička energija joj je 0J), a nemamo nikakvih međudjelovanja, stoga možemo reći da je ukupna energija kugle 0J. Ako sada kuglu ubrzamo nekom silom i pritom obavimo 10J rada, kugla će imati 10J energije (10J kinetičke energije).

Isto se događa kada kugla pada pod utjecajem gravitacije - ako gravitacija obavi 10J rada na kugli, kinetička energija kugle se poveća za 10J. Doduše, za gravitaciju možemo definirati potencijalnu energiju, stoga je onda bolje kazati da je ukupna energija zbroj potencijalne i kinetičke. U tom slučaju djelovanje gravitacije ne povećava energiju tijela, već je samo *pretvara* iz potencijalne u kinetičku. Zato kažemo da je gravitacija *konzervativna sila*

---

<sup>2</sup>U žargonu opće teorije relativnosti, mogli bismo reći da ne postoji vremenoliko Killingovo polje (to je vektorsko polje duž čijih se vektora metrika, tj. pojam udaljenosti ne mijenja).

(ukupna energija tijela je očuvana). Kada mi djelujemo nekom vanjskom silom na kuglu (koja se ne može opisati potencijalnom energijom), onda kažemo da smo kugli povećali ili smanjili energiju.

Primjerice, kuglu od 1kg dižemo na visinu od 1m, potom je spuštamo. Kada dižemo kuglu obavljamo 10J rada, stoga predajemo 10J kugli jer je onda mirovala na visini od 0m, a sada miruje na visini od 1m (pa ima veću potencijalnu energiju). Kada spuštamo kuglu, onda obavljamo  $-10J$  rada (odnosno oduzimamo joj 10J energije) jer na početku kugla miruje na visini od 1m, a nakon našeg djelovanja miruje na visini od 0m. Da smo kuglu sa 1m samo ispustili (pustili da slobodno pada), njena ukupna energija se ne bi smanjila, već bi prešla is potencijalne u kinetičku. Dakle, kuglu polaganim spuštanjem aktivno usporavamo i tako joj oduzimamo energiju.

Iako se energija same kugle mijenja, i ovdje možemo govoriti o očuvanju energije sustava "mi+kugla" - prilikom podizanja mi kao sustav predajemo energiju kugli. Ali kada kuglu polako spuštamo, znači li to da kugla predaje energiju nama?

Da smo mjesto organizma imali kakav mehanički stroj, on bi morao uložiti energiju da podigne kuglu, ali bi mogao iskoristiti pad kugle da spremi njenu energiju u neki drugi oblik. U tom slučaju je jasno da kugla zaista predaje energiju stroju. Primjerice, uže tom prenesemo pad kugle na rotaciju kakvog diska (ovo uspori kuglu, ali pokrene disk), a rotirajući disk kasnije možemo iskoristiti za dizanje kakvog drugog tereta. Vidimo da uže obavlja negativan rad na kugli (usporava njen pad) i tako joj oduzima energiju, ali daje energiju disku (tako što na njemu obavlja pozitivan rad). Ukupni obavljeni rad je tako 0, tj. ukupna energija sustava (uteg + disk) je očuvana.

Kada imamo organizam (kompleksni biološki sustav), situacija je u osnovi ista, no nešto kompliciranija. Višimo  $+10J$  rada kada podižemo kuglu, a  $-10J$  kada je spuštamo. Ukupni rad naše sile je stoga 0J - matematički ispada da se nismo ni umorili! Još apsurdniji rezultat možemo dobiti ako mirno držimo uteg od 100kg - teret se ne miče pa ne obavljamo nikakav rad (piece of cake). Naravno, naši mišići troše energiju čak i kada nešto držimo nepomično u ruci (teret jest nepomičan, ali mišićna vlakna, stanice nisu). Uostalom, energiju trošimo i samim *dizanjem* - u najmanju ruku moramo održavati tjelesnu temperaturu (pa se dio energije unuesen prehranom pretvara u toplinu). Dakle, kada spuštamo teret, dobijamo natrag energiju, no ne u korisnom obliku. Energija nam se vrati u obliku *topline*, tj. u obliku

nasumičnog gibanja atoma i molekula. Ovo objašnjava zašto se umaramo i kada podižemo i kada spuštamo uteg.

### 3.3 Iznos energije ovisi o promatraču

Primijetimo da točni iznos energije (gravitacijske potencijalne i kinetičke) ovisi o promatraču. Tijelo se može jedino gibati *u odnosu na nešto*, stoga će, recimo, vlak imati određenu kinetičku energiju iz perspektive promatrača na stanici, ali neće imati kinetičku energiju iz perspektive putnika koji sjedi u vlaku (i giba se zajedno s vlakom).

Isto tako ćemo mjeriti i veću potencijalnu energiju ako visinu mjerimo iz niže točke. Primjerice, ako imamo predmet iznad stola, onda visinu  $h$  na kojoj se predmet nalazi možemo mjeriti od stola ili od poda. Ako mjerimo od poda, visina je veća pa je i vrijednost gravitacijske energije veća. Konkretno, visinu ima smisla mjeriti od one točke koju smatramo da tijelo neće prijeći. Npr. ako znamo da tijelo ne može pasti na pod te da mu je najniža moguća točka na stolu, potencijalnu energiju ima smisla mjeriti od razine stola. Ako tijelo pak može pasti na pod, a mi visinu mjerimo od stola, onda bi na podu tijelo imalo "negativnu" visinu (visina tijela je sada ispod 0 - stol je na 0, a tijelo je ispod stola).

Iako apsolutni iznos energije ovisi o promatraču, promjene u energiji se očituju kao obavljeni rad te se svi promatrači slažu za koliko se energija promijenila (tj. slažu se oko iznosa obavljenog rada).

## 4 Osnovni oblici energije i pretvorba energije

### 4.1 Gravitacijska potencijalna energija

**Gravitacijska potencijalna energija** je energija koju tijelo ima jer se nalazi na nekoj visini. Naime, da bismo tijelo mase  $m$  podignuli s visine 0 na neku visinu  $h$ , moramo obaviti rad (suprotstaviti se sili teži). Što se više namučimo da tijelo s visine 0 podignemo na visinu  $h$ , to je gravitacijska potencijalna energija veća.

Ako tijelo podižemo jednoliko s visine 0 na visinu  $h$ , onda je sila kojom ga podižemo po iznosu jednaka sili teži  $F_g = mg$ . Ovdje pretpostavljamo da



se suprotstavljamo *samo* sili teži (tj. da nema drugih dodatnih sila koje nam otežavaju podizanje - npr. otpor zraka i sl.).

Dakle, djelujemo silom koja je jednaka sili teži duž puta  $h$ . Rad je pozitivan jer naša sila djeluje u smjeru pomaka (prema gore). Blizu Zemljine površine (za relativno male promjene visine  $h$ ) sila teža je približno konstanta, stoga je obavljeni rad  $W = F_g \cdot h = mgh$ .

Naravno, kada sila teža (koja gleda prema dolje) spusti tijelo s visine  $h$  na visinu 0, ona isto obavi pozitivni rad  $F_g \cdot h = mgh$ .

Kada tijelo s visine  $h_1$  pada na visinu  $h_2$  (dakle  $h_1 > h_2$ ), onda se gravitacijska potencijalna energija promijeni za iznos obavljenog rada. Na tijelo djeluje sila iznosa  $F_g = mg$  duž puta  $d = h_1 - h_2 > 0$ . Dakle, obavljeni rad je  $W = F_g \cdot d = F_g(h_1 - h_2) = mg(h_1 - h_2) = mgh_1 - mgh_2$ .

Da se tijelo kojim slučajem s visine  $h_1$  podignulo na visinu  $h_2$  (dakle  $h_1 - h_2 < 0$ ), rad sile teže bio bi negativan (pomak gleda prema gore, a sila prema dolje). Dakle, rad sile teže opet iznosi  $W = F_g \cdot (h_1 - h_2) = mgh_1 - mgh_2$ .

Zaključujemo da je **rad koji obavi sila teža jednak promjeni gravitacijske potencijalne energije**.

## 4.2 Potencijalna energija općenito (dodatno)

Osim gravitacijske potencijalne energije, postoji još i *elastična potencijalna energija* koju dobijemo tako da izračunamo rad elastične sile dok sabijamo ili rastežemo elastičnu oprugu. Ovo je malo teže izvesti nego gravitacijsku potencijalnu energiju (jer se sila dok sabijamo oprugu neprestano mijenja; za izvod vidi dodatak "napredno"). Ako je konstanta elastičnosti  $k$ , a opuštenu oprugu smo sabili (ili rasteznuli) za duljinu  $x$ , onda je elastična potencijalna energija opruge dana izrazom  $\frac{1}{2}kx^2$ .

Općenito, izraz *potencijalna energija* koristimo kada je djelovanje sile u potpunosti određeno položajem tijela. Dakle, tijela imaju potencijalnu energiju jer se nalaze na određenom položaju.

Mnoga međudjelovanja se mogu opisati tzv. *konzervativnim silama*. To su sile čiji rad ne ovisi o obliku putanji, već samo o početnoj i konačnoj točki putanje. Recimo da krećemo iz točke  $p$ . Onda sila od  $p$  do točke  $a$  obavi rad  $U_a$  (koji ovisi samo o točki  $a$ ). Ukoliko idemo od  $a$  do  $p$ , obavljeni rad je  $-U_a$  (pomak je u suprotnom smjeru). Rad ne ovisi o putanji, stoga rad od  $a$  do  $b$  obavimo tako da prvo iz  $a$  dođemo do  $p$  (rad je jednak  $-U_a$ ), potom iz  $p$  do

$b$  (rad je jednak  $+U_b$ ). Dakle, ukupni rad od  $a$  do  $b$  jednak je  $U_b - U_a$ . Ovu skalarnu veličinu  $U$  koja ovisi samo o položaju tijela zovemo **potencijalna energija** (mjerena iz točke  $p$ ).

Nisu sve sile ovakve - sila trenja očito ovisi o putanji. Zamislimo primjerice da želimo prenijeti teret s jedne strane zaleđenog jezera do druge, onda očigledno možemo gurati po najkraćoj putanji preko jezera (još k tome po ledu pa je lakše gurati) ili okolo duž obale. U oba slučaja imamo istu polazišnu i krajnju točku, ali je rad u prvom slučaju očigledno manji.

Primijetimo da, kada su nam početna i krajnja točka iste (kada se tijelo pomakne po kružnoj putanji), onda je ukupni rad konzervativne sile 0! Naime, rad ovisi samo o promjeni potencijalne energije  $U$ , koja pak ovisi samo o položaju tijela. Recimo da tijelo krene iz točke  $a$  i po kružnoj putanji se vrati u  $a$ . Obavljeni rad je  $U_a - U_a = 0$ .

Ovo znači da, kada tijelo guramo po kružnoj putanji, onda nam konzervativna sila jednim dijelom puta pomaže, a drugim dijelom odmaže. Primjerice, podignemo predmet sa stola i spustimo. Dok podižemo predmet, sila teža se suprotstavlja pomicanju (gleda u suprotnom smjeru od pomaka), a kada spuštamo predmet sila teža pomaže pomicanju (gleda u smjeru pomaka). Slično tome, kada strijelac nategne luk, onda je elastična sila u suprotnom smjeru od pomaka (suprotstavlja se gibanju), no kada se isti luk odapne, onda elastična sila gleda u smjeru pomaka (pomaže gibanju). Ovo ne vrijedi za silu trenja - ona se uvijek suprotstavlja gibanju.

Pretpostavimo da imamo dvije čestice koje međudjeluju. Kažemo da je međudjelovanje konzervativno ukoliko je sila na jednu česticu konzervativna dok smo drugu česticu *fiksirali na mjesto*. Naime, može se dogoditi da, kako mičemo našu česticu na kojoj obavljamo rad, druga čestica mijenja svoj položaj (pa rad zapravo ovisi o putanji). Ipak, ukoliko dvije čestice međudjeluju konzervativnom silom, onda za svaki fiksni položaj  $x_2$  druge čestice možemo napisati potencijalnu energiju za prvu (u ovisnosti o njenom položaju  $x_1$ ) pa možemo govoriti o dobro definiranom izrazu za potencijalnu energiju koja ovisi samo o položajima tih dviju čestica  $U(x_1, x_2)$ .

Isto vrijedi i za veći broj čestica. U tom je slučaju ukupna sila na jednu jednaka zbroju sila zbog preostalih čestica. Dakle, ako je  $\vec{F}_2$  sila na česticu 1 zbog čestice 2,  $\vec{F}_3$  sila na česticu 1 zbog čestice 3, itd., onda je ukupna sila na česticu 1 dana izrazom  $\vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 \dots$ . Ukoliko su sile za sve parove čestica konzervativne, onda je ukupna potencijalna energija npr. prve čestice jednaka zbroju potencijalnih energija zbog svih preostalih čestica  $U_2(x_1, x_2) +$

$U_3(x_1, x_3) + U_4(x_1, x_4) \dots$  pa ovisi samo o položajima svih čestica.

Većina međudjelovanja (gravitacija, električna sila, međudjelovanje između molekula, itd.) se mogu opisati konzervativnim silama. Dakle, nekonzervativnost trenja možemo shvatiti kao posljedicu našeg grubog makroskopskog opisa. S druge strane, kada magnetska sila djeluje na naboj (tzv. Lorentzova sila), ona je suštinski nekonzervativna. Doduše, čak i u tom slučaju možemo govoriti o magnetskoj energiji koja je vezana za magnetsko polje (ali ne i o *potencijalnoj energiji*<sup>3</sup>). Primjerice, da bismo kroz zavojnicu propustili struju  $I$  (da bi struja ojačala od 0 do  $I$ ), moramo obaviti određeni rad (zavojnica se odupire jačanju struje kroz nju - ovo je pojava elektromagnetske indukcije). Kada kroz zavojnicu prolazi struja, unutar nje se stvara magnetsko polje, stoga zaključujemo da je obavljeni rad otišao na jačanje magnetskog polja.

Isto kao što nekakva skalarna funkcija  $U$  (skalarni potencijal) opisuje konzervativne sile, magnetsku silu (tj. točnije magnetsko polje) opisuje određena vektorska funkcija  $A$  (tzv. vektorski potencijal). Sve fundamentalne sile čestične fizike imaju ovakav opis (koristeći neke potencijale čije vrijednosti žive u određenim baždarnim grupama).

### 4.3 Kinetička energija

**Kinetička energija** (energija gibanja) je, ugrubo rečeno, energija koju tijelo ima zbog toga što se giba. Što je tijelo masivnije i što je brzina tijela veća, kinetička energija tog tijela je veća. Bolje rečeno, **kinetička energija je rad koji treba ubaviti da bi se neko tijelo iz stanja mirovanja ubrzalo do brzine  $v$ .**

Još preciznije, možemo zamisliti sljedeću situaciju. Recimo da imamo neko tijelo koje miruje, potom ubrzava jer na njega djeluje neka resultantna sila  $F$ . Radi jednostavnije slike možemo zamisliti da guramo tijelo nekom stalnom silom i da je to jedina sila koja djeluje na to tijelo (nema nikakvog otpora, trenja, niti itko gura u suprotnom smjeru...). Na tijelo djelujemo silom sve dok ono ne ubrza do odgovarajuće brzine  $v$ . Kinetička energija je rad te sile  $F$ . Kada matematički izračunamo taj rad (vidi dodatak "napredno"), dobije se izraz  $\frac{1}{2}mv^2$ .

---

<sup>3</sup>Postoji nešto što se zove "magnetska potencijalna energija", no vrijedi samo kada se neki magnetski dipol (npr. igla kompasa) zakreće u vanjskom magnetskom polju. Potencijalna energija je onda dana izrazom  $U = -\vec{m} \cdot \vec{B}$ , gdje je  $m$  magnetski moment igle, a  $B$  magnetsko polje. Vidi [https://en.wikipedia.org/wiki/Force\\_between\\_magnets#Magnetic\\_force\\_due\\_to\\_non-uniform\\_magnetic\\_field](https://en.wikipedia.org/wiki/Force_between_magnets#Magnetic_force_due_to_non-uniform_magnetic_field).

Kada se tijelo na početku već giba nekom početnom brzinom, rezultatna sila bi to tijelo samo još dodatno ubrzala (ili usporila) pa je u tom slučaju **rad rezultatne sile jednak promjeni kinetičke energije**.

U slučaju da imamo više tijela (s masama  $m_1, m_2 \dots$  i brzinama  $v_1, v_2 \dots$ ), ukupna kinetička energija je ukupni rad koji treba obaviti da se svako tijelo dovede do odgovarajuće brzine. Dakle, ukupna kinetička energija je samo zbroj kinetičkih energija svih tijela  $KE = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 + \frac{1}{2}m_3v_3^2 \dots$ .

Promotrimo sljedeću situaciju. Kada dignemo neko tijelo sa stola na određenu visinu potom ga držimo nepomično, izvršili smo određeni rad nad tim tijelom. Zašto je onda kinetička energija 0 (tj. zašto se tijelo ne giba)? Razlog je, naravno, taj što naša sila nije jedina sila koja djeluje na to tijelo. Ovo za posljedicu ima da je rad rezultante, tj. ukupne sile jednak 0. Objasnimo.

Kada tijelo stoji nepomično na stolu, ukupna sila na to tijelo je 0. Ovo je Newtonov 1. zakon - gravitacija privlači tijelo prema dolje, ali stol mu ne dopušta da propadne (a te dvije sile su jednake jer tijelo miruje). Kada podignemo tijelo i stalnom brzinom ga dižemo u zrak dogodi se sljedeća stvar. Sila kojom podižemo tijelo je prvo *jača* od gravitacije jer tijelo ubrzaje iz nepomičnog stanja na stolu prema gore. Dakle, rad rezultatne sile je pozitivan i očituje se kao promjena kinetičke energije (prije nismo imali brzinu, sada je imamo).

Kada tijelo neizmjenjenom brzinom (jednoliko) podižemo do željene visine, naša sila jednaka je sili gravitacije, što je opet posljedica Newtonovog 1. zakona. Naime, da je gravitacija jača tijelo bi usporavalo, a da je naša sila jača tijelo bi ubrzavalo. Također, budući da tijelo podižemo cijelo vrijeme istom brzinom, i kinetička energija je isto neizmjenjena, odnosno promjena kinetičke energije je 0. Dakle, dok tijelo podižemo jednoliko, i rad rezultatne sile i promjena kinetičke energije su 0.

Konačno, kada tijelo usporimo do željenog položaja, djelujemo slabijom silom od sile teže te je rad rezultatne sile negativan. Zaista, rezultatna sila sada gleda u smjeru gravitacije, tj. prema dolje, a tijelo se još uvijek giba prema gore (i usporava).

Vidimo da je ukupni rad rezultatne sile na cijelom putu 0 (pozitivno + 0 + negativno).

## 4.4 Očuvanje energije

Kada tijelo pada (pod utjecajem gravitacije), onda se to očituje kao smanjenje gravitacijske potencijalne energije (smanjuje se visina  $h$ ), a povećanje kinetičke energije (povećava se brzina  $v$ ). Štoviše, gravitacija je jedina sila koja djeluje na tijelo u slobodnom padu (ako zanemarimo otpor zraka), tj. sila teža jednaka je rezultatnoj sili na tijelo. Sada znamo da rad koji obavi sila teža  $W = mgh_1 - mgh_2$  mora biti jednak promjeni kinetičke energije:

$$mgh_1 - mgh_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2.$$

Prebacimo li početne vrijednosti ( $v_1$ ,  $h_1$ ) na jednu stranu, a konačne vrijednosti ( $h_2$ ,  $v_2$ ) na drugu, imamo:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2.$$

Ovo nam govori da je ukupna energija tijela  $E$  (kinetička + potencijalna) na početku jednaka ukupnoj energiji na kraju, odnosno ukupna energija tijela je **sačuvana**. Matematički, mogli bismo pisati i  $KE + PE = E = const$ .

Naravno, kada uračunamo otpor zraka ili trenje, možemo imati "gubitke" u energiji, ali to samo znači da se ta energija pretvorila u neke druge oblike energije (toplinu i sl.) koje ne možemo direktno mehanički iskoristiti.

Za trenje i otpor zraka sila je u suprotnom smjeru od pomaka, stoga je i rad  $W_{tr}$  tih sila negativan. Rad rezultatne sile (gravitacija + otpor) je stoga:

$$mgh_1 - mgh_2 - W_{tr} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2.$$

Kada sredimo ovaj izraz:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 + W_{tr}.$$

Vidimo da dio početne energije odlazi na rad sile trenja (ili rad otpora zraka).

Kada imamo više tijela koja međudjeluju konzervativnim silama (npr. planeti ili biljarske kugle pri savršeno elastičnom sudaru), onda se može dogoditi da jedno tijelo izgubi energiju, ali pritom neko drugo mora dobiti

energiju, stoga će ukupna energija čitavog sustava, odnosno zbroj kinetičkih i potencijalnih energija svih tijela koje sačinjavaju sustav, biti sačuvana<sup>4</sup>.

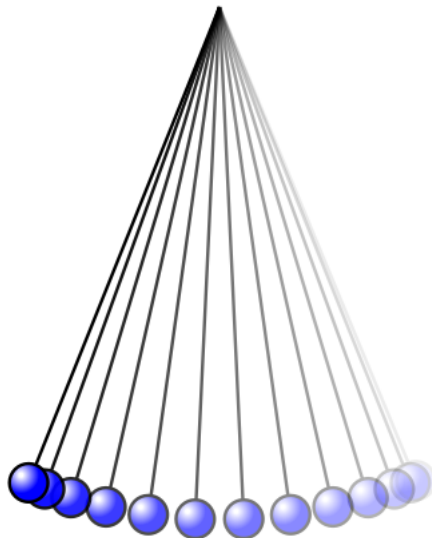
Da zaključimo, energija je sačuvana te se samo može prebacivati iz jednog oblika u drugi (npr. iz kinetičke u potencijalnu i obratno). Dobar primjer takve energetske konverzije je njihalo:

---

<sup>4</sup>Naime, u tom slučaju će rad rezultantne (konzervativne) sile na svako tijelo biti jednak promjeni neke potencijalne energije. Ovo je potencijalna energija zbog međudjelovanja i eventualno neke vanjske sile. Označimo potencijalnu energiju koje prvo tijelo ima zbog međudjelovanja sa svim drugim tijelima s  $U_1$  (za 2. česticu isto tako  $U_2$ , itd.). Možemo stoga govoriti o ukupnoj potencijalnoj energiji  $U = U_1 + U_2 + U_3 \dots$ . Promjena ukupne potencijalne energije (kada su sve čestice na konačnim položajima u odnosu na to kada su sve čestice na početnim položajima) jednaka je zbroju promjena svih pojedinačnih potencijalnih energija i to tako da za svaku pojedinačnu česticu fiksiramo položaje preostalih čestica. Zaista, označimo li s  $x_1, x_2, x_3 \dots$  početne položaje čestica, a s  $x'_1, x'_2, x'_3 \dots$  konačne položaje, onda imamo:

$$U(x'_1, x'_2, x'_3 \dots) - U(x_1, x_2, x_3 \dots) = U_1(x'_1, x'_2, x'_3 \dots) - U_1(x_1, x_2, x_3 \dots) + \\ U_2(x_1, x'_2, x'_3 \dots) - U_2(x_1, x_2, x'_3 \dots) + \dots U(x_1, x_2, x_3 \dots)$$

jer se svi članovi osim krajnja dva pokrate (tzv. teleskopska suma). Ovo posljednje je pak jednako zbroju radova rezultantnih konzervativnih sila, a znamo da rad rezultantne sile možemo iskazati kao promjenu kinetičke energije. Sada opet kao i za jednu česticu dobijemo da je zbroj ukupne kinetičke i ukupne potencijalne energije sačuvan.



Slika 1: Njhalo uslikano u pravilnim vremenskim razmacima. Njhalo je najbrže na dnu, a najsporije na vrhu putanje. Izvor: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Swinging-pendulum-frames.svg>

Kada se njhalo nalazi u svojoj najvišoj točki, energija njihala se nalazi u obliku gravitacijske potencijalne energije (u najvišoj točki njhalo nakratko stane pa mu je brzina, tj. kinetička energija 0). Kada se njhalo zanjše prema dolje, ta potencijalna energija prelazi u kinetičku, a u najnižoj točki (kada je potencijalna energija najmanja) brzina, tj. kinetička energija je najveća. Kada njhalo prijeđe najnižu točku i krene se gibati prema gore, onda kinetička energija opet prelazi u potencijalnu energiju, a njhalo se ponovno penje do svoje najviše točke i zaustavlja. Vidi sljedeći eksperiment (pred kraj videa, oko 45:42): <https://www.youtube.com/watch?v=9gUdDM6LZGo>.

Poanta je sljedeća. Ukoliko njhalo krene sa svojim gibanjem s neke visine (i ne damo mu dodatni potisak), onda će se na drugoj strani popeti na istu visinu (ili malo manju visinu zbog otpora zraka i sl.) te kada se vrati će opet doći do iste visine. Ovo je demonstracija sačuvanja energije. Njhalo se ne može popeti na veću visinu na drugoj strani. Naime, kada je njhalo u svom najvišem položaju (na visini  $h_{max}$ ), brzina i kinetička energija su 0 pa je ukupna energija samo jednaka gravitacijskoj potencijalnoj  $mgh_{max}$ .

Dakle, maksimalna visina  $h_{max}$  je određena ukupnom energijom njihala. Ako njihalo dođe do veće visine, to znači da je netko izvana djelovao na njega tako da ga je, recimo, gurnuo, što rezultira većom ukupnom energijom.

Očuvanje energije se odražava i na mehaničku prednost. Vidjeli smo da koristeći polugu ili hidrauličku dizalicu možemo manjom silom dignuti veću težinu. Ključna stvar je da ne možemo na drugoj strani dobiti više rada nego smo uložili (nema "besplatne" energije), stoga mala sila mora djelovati duž velikog puta te pritom podigne veliku težinu na malu visinu.

Primjerice, neka mala težina na klackalici podiže veliku težinu. U tom slučaju, koliko se gravitacijska potencijalna energija manjeg tijela smanji, toliko će se gravitacijska potencijalna energija većeg tijela povećati. Zbog razlike u masi, malo tijelo mora pasti puno, a veliko se podići malo.

## 5 Snaga

Snaga nam govori koliko rada smo obavili u jedinici vremena. Ako stroj u 1s obavi 1J rada, kažemo stroj ima snagu od 1W (1 watt). Ako, primjerice, stroj obavi 10J rada u 2s, onda obavi 5J rada u 1s, stoga mu je snaga 5W (watt nam govori koliko rada u J obavimo u jednoj sekundi). Općenito, ako nam je za obavljanje rada  $W$  trebalo  $t$  vremena, izraz za snagu  $P$  (eng. *power*) je

$$P = \frac{W}{t}.$$

Pritom valja biti pažljiv i ne pomiješati oznaku za rad ( $W$ ) i mjernu jedinicu za snagu (W, watt).

Ako stroj ima snagu 10W, to znači da svake sekunde obavi 10J rada. Ako je isti stroj uključen 2s, obavio je 20J rada. Ako je uključen 3s, obavio je 30J, itd. Rad koji je stroj obavio dobijemo tako da pomnožimo snagu stroja i vrijeme (koliko je dugo stroj bio uključen), tj.  $W = Pt$ . Primijetimo da je 1J samo 1Ws (wattsekunda) jer je watt J/s. Dakle, Wh je samo 3600Ws, tj. 3600J. Kada govorimo o potrošnji energije u kućanstvima, obično se koriste kWh (kilowattsati, 3 600 000J). kWh je mjerna jedinica rada i energije, a ne snage (ima watt u nazivu, ali taj watt množi jedinicu vremena).

Nadalje, u svakodnevnom životu se osim watta, koriste i konjske snage (hp, eng. *horsepower*). Izvorno, konjske snage su osmišljene da se snaga parnih strojeva usporedi sa snagom konja (koji su bili korišteni da pokreću



različite strojeve). Izmjereno je da prosječni konj može okrenuti mlin 144 puta u 1h, pri čemu mlin povlači silom od 800N. Ako je mlin radijusa 3.7m (pa mu je opseg 23.25m), imamo sve što je potrebno da izračunamo snagu konja:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot d}{t} = \frac{800\text{N} \cdot 144 \cdot 23.25\text{m}}{1\text{h}} = \frac{800\text{N} \cdot 144 \cdot 23.25\text{m}}{3600\text{s}} = 744\text{W}.$$

Naravno, drugi će konj (ili isti konj kada je umorniji) dati drugi rezultat, no ovo je korisno kao gruba generalna metrika. Konjska snaga je kasnije standardizirana kao  $1\text{hp} = 550 \frac{\text{lb}\cdot\text{ft}}{\text{s}}$  ( $1\text{lb}=\text{pound force}=4.44822\text{N}$ ,  $1\text{ft}=0.3048\text{m}$ ), što je otprilike 745.7W.

Usporedimo definiciju snage u fizici, sa svakodnevnim značenjem riječi "snaga". Kada kažemo da je netko "snažan", obično se misli da ta osoba može djelovati velikom silom (npr. može dignuti veliki teret). Pitanje je u teretani obično: "Koliko dižeš na benchu", a ne "Koliko brzo dižeš na benchu".

Doduše, primijetimo da čak i osoba koja ne može djelovati dovoljno velikom silom da digne neki teret, recimo, 1m uvis, može taj isti teret dignuti uz pomoć poluge ili kolotura. Ovisno o tome kolikom silom osoba može djelovati (koliko je "slaba") će joj trebati više kolotura ili duža poluga. Što joj više kolotura, tj. duža poluga treba, to će osoba morati djelovati dužim putem da obavi isti rad (digne isti teret 1m uvis), za što će joj pak trebati više vremena. Naime, osoba može na polugu djelovati manjom silom, ali polugu mora gurati dužim putem, tj. mora povući više užeta kroz koloture. Dakle, vidimo da, kad su strojevi u pitanju, nije bitno "koliko benchaš" jer možeš dignuti proizvoljno teški teret ako koristiš odgovarajuću spravu, već "koliko brzo benchaš".

## 6 Energije različitih prirodnih fenomena

Oblike energije koje u fizici imenujemo (npr. gravitacijska energija, elastična energija, kinetička energija...) uvijek imaju pripadni matematički izraz koji ih opisuje. Neki kompliciraniji fenomeni (npr. djelovanje mišića) nemaju takav izraz, stoga nećemo govoriti o "mišićnoj energiji".

Kada govorimo o izvorima energije, ponekad se spominju energija "mora", "vjetra" ili "sunca" ili pak "geotermalna" energija. U fizici nas zanimaju

mehanizmi koji stvaraju vjetar, svjetlost i koji zagrijavaju Zemljinu unutrašnjost. Zato ćemo prvo pobrojati osnovne mehanizme koji upravljaju gotovo svim fenomenima koji nas okružuju, onda pak identificirati kojim od ovih mehanizama različiti fenomeni pripadaju.

U osnovi razlikujemo samo 4 fundamentalne "sile" (međudjelovanja) u prirodi:

1. gravitacijska
2. elektromagnetska
3. jaka nuklearna
4. slaba nuklearna

Dakle, razlikujemo (u osnovi) samo kinetičku energiju (energiju gibanja) i ove 4 različite energije međudjelovanja.

O gravitacijskoj (potencijalnoj) energiji smo već govorili. Ovdje nas najviše zanima elektromagnetska energija jer je upravo ona zadužena za većinu fenomena koji nas okružuju. **Elektromagnetska (EM) energija** se javlja zbog jačine električnog i magnetskog polja. Kada imamo nekakav naboj u prostoru, on oko sebe generira električno polje. Kada se taj naboj giba, onda osim električnog generira i magnetsko polje. Ta polja sadrže energiju (da bismo do nekakvog pozitivnog naboja približili drugi pozitivni naboj, zbog odbijanja se moramo namučiti, tj. obaviti nekakav rad).

Električna i magnetska polja imaju sljedeće fantastično svojstvo: za stvoriti električno polje nije potreban naboj, električno polje možemo dobiti i iz *promjenjivog* magnetskog polja. Isto tako, promjenjivo električno polje stvara magnetsko polje. Dakle, ako neki naboj zatitra (zatrese se), to će stvoriti promjene u električnom i magnetskom polju oko tog naboja, a kako promjene u el. polju mogu stvoriti mag. polje i obratno, te promjene se mogu same od sebe širiti prostorom. Ovo je tzv. elektromagnetski val (elektromagnetsko zračenje).

Sva svjetlost koju vidimo je elektromagnetsko zračenje koje prenosi elektromagnetsku energiju. Dakle "svjetlosna energija" nije ništa nego elektromagnetska energija. Štoviše, ljudsko oko je osjetljivo samo na jako mali dio spektra elektromagnetskog zračenja, stoga je i puno drugih fenomena isto EM zračenje. Tu su infracrveni valovi kojima svatko od nas zrači (i kojima užareni objekti zrače), što obično osjećamo samo kao toplinu. Tu su i

mikrovalovi koje stvara mikrovalna pećnica, radio valovi koje hvatamo radioprijemnikom. Tu su i x-zrake koje koristimo u medicinskim uređajima (i za koje je Röntgen u dodijeljena Nobelova nagrada), opasne gamma zrake kojima zrače neki radioaktivni elementi i koje se stvaraju u nuklearnim eksplozijama (a ponekad dolaze i iz svemira).

Posljednje dvije (3 i 4) nose zajednički naziv "nuklearna" jer se javljaju u procesima unutar jezgre (nukleusa) atoma. Ipak, zadužene su za različite stvari: slaba nuklearna je zadužena primjerice za beta raspad, a jaka nuklearna sila je ono što drži jezgru na okupu. Raspadi jezgara teških atoma (koji sadrže puno protona) su ono što zagrijava unutrašnjost Zemlje (geotermalna energija<sup>5</sup>) procesom koji zovemo **fisija**. Fisija je ujedno i način na koji nuklearne elektrane zagrijavaju vodu te stvaraju paru (koja onda pokreće neke turbine). S druge strane spajanjem jezgara lakih atoma se isto može osloboditi energija procesom **fuzije**, koja zagrijava unutrašnjost Sunca i stvara svjetlost. Fuzijom vodikovih jezgara možemo osloboditi puno više energije nego se stvara u tradicionalnim fizijskim nuklearnim reaktorima, ali za to moramo uložiti veliku početnu energiju. Nažalost, još uvijek nemamo fuzijski reaktor koji bi održao fuzijsku reakciju na životu toliko dugo da dobijemo više energije iz reakcije nego smo uložili za pokretanje reakcije

Osim ovih osnovnih energija, često govorimo još i o kemijskoj energiji te termalnoj energiji. **Termalna energija** je energija koju tvari imaju jer se čestice koje ih tvore gibaju nasumično, a osjećamo je kao toplinu. Ona dakle dolazi od kinetičkih energija čestica i potencijalnih energija njihovog međudjelovanja (koje u konačnici dolaze od elektromagnetske energije). **Kemijska energija** je pak energija koja proizlazi iz *kemijskih veza* koje drže atome i molekule na okupu i oslobađa se kada se stvaraju ili kidaju kemijske veze u kemijskim reakcijama. Nju isto možemo identificirati kao kinetičku i elektromagnetsku energiju. Specifično, ona dolazi uglavnom od kinetičke energije elektrona, kinetičke energije jezgara (koja je znatno manja - jezgre se malo gibaju u odnosu na elektrone), elektrostatskog privlačenja elektrona (-) i jezgara atoma (+) te elektrostatskog odbijanja među elektronima i elektrostatskog odbijanja među jezgrama<sup>6</sup>. Postoje još i magnetski efekti (spin-orbit coupling, spin-spin coupling), no oni su znatno slabiji<sup>7</sup>. Iako je bedasto go-

---

<sup>5</sup>Ovo je veći dio energije - manji dio planet ima od samog postanka (kada je bio užarena kugla). Mogli bismo reći da fisija ne dozvoljava Zemlji da se brže ohladi

<sup>6</sup>Vidi [https://en.wikipedia.org/wiki/Molecular\\_Hamiltonian](https://en.wikipedia.org/wiki/Molecular_Hamiltonian)

<sup>7</sup>Magnetski efekti zapravo dolaze iz Diracove jednačine, što je relativistički popravak

voriti o "mišićnoj energiji", možemo govoriti o "kemijskoj energiji mišića" (koju dobijemo cijepanjem fosfatne skupine na ATP molekuli).

Sve druge oblike energije možemo identificirati kao jedan od ovih. Primjerice, baterija kemijskim procesima održava stalnu voltažu na njenim krajevima. Drugim riječima, pretvara kemijsku energiju u električnu. Ta električna energija se može iskoristiti za pokretanje nekih naboja, odnosno za stvaranje struje (što se očituje kao kinetička energija). Ta struja može svojim gibanjem (kroz sudare) povećati termalnu energiju vodiča (zagrijati ga), a ona pak (kroz gibanje atoma i njihovih elektrona) može stvoriti elektromagnetske valove (svjetlost) - što vidimo kao užarenu nit neke žarulje.

Također, čak i elastična energija (koju smo spomenuli za opruge) se javlja zbog promjena udaljenosti među atomima koji grade tvar. Dakle, ono opet ima veze s elektromagnetizmom, tj. s kemijskom energijom među atomima.

Kod mehaničkih valova (zvuk, potresi, valovi na vodi itd.) općenito imamo kinetičku energiju (zbog gibanja) i potencijalnu energiju. Ta potencijalna energija se javlja obično zbog promjene udaljenosti među česticama (u osnovi onda možemo govoriti o elastičnoj potencijalnoj energiji), no kod površinskih valova na vodi komadići vode imaju uglavnom gravitacijsku potencijalnu energiju (a međudjelovanje komadića vode se očituje npr. kao površinska napetost). Puhanje vjetra je samo kinetička energija koju imaju komadići zraka, a vjetar puše jer postoji razlika u tlaku koja stvara rezultantnu silu na komadiće zraka. Energija koju tlak ima pak potječe od termalnog gibanja (čestice plina se nasumično gibaju i sudaraju s predmetima koji su uronjeni u plin). Mogli bismo nastaviti ali valjda je osnovna poanta jasna.

---

Schrodingerove jednačbe. Za dodatne članove energije koje daje Diracova jednačba vidi [https://en.wikipedia.org/wiki/Fine\\_structure](https://en.wikipedia.org/wiki/Fine_structure)

## 7 Pitanja i zadatci

1. Koja je standardna mjerna jedinica za rad (i energiju)?
2. Dvije osobe guraju svaka svoj teret istim putem, no jedna osoba gura dvostruko jače (dvostruko jačom silom). Tko je izvršio veći rad i koliko puta je taj rad veći od rada druge osobe? Što zaključuješ, kako obavljeni rad ovisi o sili?
3. Dvije osobe guraju teret istom silom, no jedna osoba svoj teret gura dvostruko dužim putem. Tko je izvršio veći rad i koliko puta je taj rad veći od rada druge osobe? Što zaključuješ, kako obavljeni rad ovisi o putu?
4. Ako sila djeluje u suprotnom smjeru od pomaka, je li rad pozitivan ili negativan.
5. Ako sila djeluje okomito na pomak, koliki je rad?
6. Gurate teret silom od 100N po horizontalnoj podlozi duž puta od 10m. Koliki ste rad obavili?
7. Zaustavljate teret koji klizi prema vama. Pritom cijelo vrijeme gurate teret silom od 50N te se on zaustavio nakon 5m. Koliki ste rad obavili?
8. Tijelo se pomiče lijevo-desno (horizontalno). Koliki rad pritom obavlja gravitacija?
9. (Prisjeti se sile trenja) Gurate teret mase 100kg jednoliko po horizontalnoj podlozi duž puta od 15m. Ako je faktor trenja između tereta i podloge 0.8, koliki ste rad obavili?
10. Gurate teret prvo silom od 75N duž puta od 10m, potom gurate silom od 50N duž puta od 20m. Koliki ste rad obavili?
11. Zima je. Gurate sanjke na kojima je teret mase 50kg jednoliko po travnatoj podlozi 5m, potom jednoliko po ledu 50m. Ako je faktor trenja između sanjki i trave 0.65, a između sanjki i leda 0.05, izračunaj obavljeni rad.

12. Bodybuilder diže 100kg na benchu. Ako su mu ruke duge 1m, koliki rad obavi kada digne tih 100kg? Koliki rad obavi sila teža (bitan je predznak)?
13. Isti bodybuilder spušta tih 100kg. Koliki rad sada obavi bodybuilder a koliki gravitacija (bitan je predznak)?
14. Bodybuilder je napravio seriju od 10 ponavljanja gdje je digao 100kg 1m. Koliki je ukupni mehanički rad obavio? (pazi na predznak; uvjeri se da je odgovor 0!)
15. Ako je ukupni mehanički rad 0J, znači li to da bodybuilder nije potrošio energiju na benchu?
16. Ako zanemarite metaboličke procese (loša pretpostavka!), koliko bi puta bodybuilder morao benchati 100kg (dizanje) da potroši 420kcal (otprilike količina kalorija u 1L coca-cole)? Prisjeti se da  $1\text{cal}=4.184\text{J}$ , tj. da  $1\text{kcal}=4184\text{J}$ .
17. Rad koji obavimo kada tijelo s visine 0 jednoliko podignemo na visinu  $h$  jednak je (kojoj energiji)?
18. Rad koji rezultatna sila obavi kada tijelo ubrza od brzine 0 do brzine  $v$  jednak je (kojoj energiji)?
19. Tko ima veću kinetičku energiju - vlak koji se giba 20km/h ili kamion koji se giba istom brzinom?
20. Tko ima veću gravitacijsku potencijalnu energiju kada se popne na visinu od 100m? Slim Shady mase 40kg ili Noam Chunky mase 170kg?
21. Tko ima veću gravitacijsku potencijalnu energiju - Slim Shady kada se popeo na 400m ili Noam Chunky kada se popeo na visinu od 50m? Tko je opasniji (za ljude ispod) kada se posklizne?
22. Basejumper stoji na zgradi, potom skače u ponor. U kojem obliku mu se nalazi (mehanička) energija prije nego skoči, a u kojem prije nego dotakne tlo. Opiši što se s energijom događa dok pada (pritom zanemari otpor zraka).

23. Opiši što se događa s energijom njihala dok se njiše (pretvorba energije). Ako njihalo na početku ispustimo bez dodatnog potiska s visine 1m, na koliku visinu će se njihalo popeti na suprotnoj strani (što ako zanemariš, a što ako NE zanemariš otpor zraka)?
24. Opiši pretvorbe energije kada loptica pada prema tlu, savršeno elastično (tj. **bez energijskih gubitaka**) se sudari s tlom (što sabije lopticu) i ponovno odleti u zrak. Ako je loptica na početku ispuštena s visine od 2m, na koju najvišu visinu će se vratiti? Biste li u opisanoj situaciji čuli sudar loptice s tlom, zašto?
25. Kugla mase 6kg pada sa 6. kata zgrade. Ako se 6. kat nalazi na visini od 26m od tla, izračunaj gravitacijsku potencijalnu energiju kugle prije nego počne padati. Koliku kinetičku energiju kugla ima tik prije nego udre o tlo (zanemari otpor zraka)? Kolika je kinetička energija kugle na pola puta (na 3. katu), a kolika potencijalna?
26. Koja je standardna mjerna jedinica za snagu?
27. Dva stroja su upaljena jednako dugo. Ako jedan stroj za to vrijeme obavi dvostruko veći rad od drugog stroja, koji stroj ima veću snagu? Što zaključuješ. kako snaga ovisi o obavljenom radu?
28. Dva stroja obave isti rad, ali je jedan upaljen dvostruko duže. Koji stroj ima veću snagu? Što zaključuješ, kako snaga ovisi o vremenu koje je potrebno da se rad obavi?
29. Koliko rada će obaviti stroj snage 200W ako je uključen 2h (rezultat iskaži u J)?
30. Kolika je snaga stroja koji obavi 200J rada u 1min (rezultat iskaži u W)?
31. Ako stroj može podignuti teret mase 1kg na visinu od 2m u 2s, kolika je snaga tog stroja?
32. Koliku masu može podignuti stroj snage 100W na visinu od 1m u roku od 5s?
33. Konj vuče teret mase 100kg jednoliko po podlozi 10m. Ako znate da je to napravio u 10s i ako znate da je faktor trenja između tereta i podloge 0.6, kolikom je snagom konj izvršio rad?

34. Koliku masu može podignuti konj (uz pomoć užeta) na visinu od 1m u roku od 5s (uzmite da je snaga konja 1hp, što je približno 750W).
35. Motor s unutarnjim izgaranjem funkcionira tako da sagorijeva gorivo (naftne derivate) i tako pokreće klipove, koji pak pokreću osovinu (i konačno kola na automobilu). Kada je motor uključen, očigledno se obavlja nekakav rad (troši nakakva energija). Ta energija očigledno dolazi od goriva (bez njega motor ne radi). Odakle pak gorivu energija? Kako tu energiju zovemo?
36. Opiši energijske pretvorbe koje se dogode kada se osoba penje stepenicama na vrh nebodera. U kojem obliku se energija nalazi kada je osoba u prizemlju? Dok se penje stepenicama, čujete li korake - što iz toga zaključujete? Održava li osoba tjelesnu temperaturu dok se penje - što iz toga zaključujete?
37. Spojili ste bateriju na žarulju sa žarnom niti. Koje će se sve energetske pretvorbe dogoditi, krenuvši s kemijskim reakcijama u bateriji, završavajući sa zagrijavanjem niti žarulje i oslobađanjem svjetla. (Imaj na umu da je unutar žarulje vakuum - inače bi nit pregorila u prisutnosti kisika).
38. Opiši (u grubim crtama) energetske pretvorbe koje su potrebne da bi se, počevši s fuzijom dva protona u jezgri Sunca (dakle nuklearnim procesom), stvorila glukoza u nekoj biljci na dalekoj Zemlji (dakle kemijski spoj).