

Mjerne jedinice (ili sve što ste željeli znati o SI, a niste se usudili pitati)

Duje Jerić- Miloš

26. rujna 2024.

1 Ishodi i gradivo

Izvor: <https://mzom.gov.hr/UserDocsImages/dokumenti/Obrazovanje/NacionalniKurikulum/PredmetniKurikulumi/Fizika,%20prosinac%202017.pdf>

A. 7. 1: Uspoređuje, dimenzije, masu i gustoću različitih tijela i tvari.

- DOVOLJAN: Procjenjuje i uspoređuje dimenzije tijela te pomoću odgovarajuće mjerke vrednuje svoju procjenu. Procjenjuje i uspoređuje masu tijela te vaganjem vrednuje svoju procjenu. Objašnjava zapis i značenje fizičke veličine. Opisuje značenje gustoće tvari.
- DOBAR: Opisuje kako se određuje gustoća tijela. Uspoređuje gustoće tekućina i čvrstih tijela na temelju podataka iz tablica. Na temelju gustoće procjenjuje od koje je tvari tijelo građeno. Objašnjava zašto jednaki volumeni različitih materijala imaju različite mase.
- VRLO DOBAR: Razlikuje gustoću tijela od gustoće tvari. Povezuje gustoću tekućine i gustoću tijela s plutanjem. Objašnjava zašto jednake mase različitih materijala imaju različite volumene.
- ODLICAN: Analizira gustoće tijela različitog oblika i sastava. Opisuje primjene mjerenja gustoće (zlato, ulje, salinitet...). Uspoređuje veličine i udaljenosti prirodnih objekata

2 Osnovne mjerne jedinice

Razlikujemo nekoliko osnovnih veličina:

1. vrijeme (t)
2. udaljenost (mnoge oznake, ali obično x ili d)
3. masa (m)
4. količina tvari (n)
5. temperatura (T)
6. naboj (q)

Za 7. razred (i mehaniku uopće) su najbitne samo prve 3 (vrijeme, udaljenost, masa). Temperaturu (i količinu tvari) spominjemo tek na kraju godine, a naboj je gradivo 8. razreda. Postoji još i svjetlosna jakost (mjerena u candelama) koja i nije toliko korištena u fizici. Fantastično je da je SVAKA druga veličina izvedena iz ovih. Primjerice, brzina je količnik udaljenosti i vremena (koliku udaljenost smo prešli u nekoj jedinici vremena, npr. km/h), površina je umnožak dvije udaljenosti (duljine i širine) itd.

Vrijeme možemo mjeriti pomoću fenomena koji imaju stalno i dobro definirano trajanje - primjerice pješčani sat. Možemo govoriti o trajanju jednog pješčanog sata, dva pješčana sata, pola pješčanog sata itd. Vidimo potencijalni problem jer možda ne možemo mjeriti precizno polovine, trećine, petine, desetine... pješčanog sata. Da bismo mjerili kraće vremenske razmake, mogli bismo koristiti neko kraće ponavljajuće gibanje - primjerice njihalo ovješeno o zid. U tom bismo slučaju mogli govoriti o vremenu potrebnom da njihalo napravi 2 puna zamaha, 5 punih zamaha itd. Da bi dvije osobe mogle usporediti svoja mjerenja moraju imati isti pješčani sat, tj. isto njihalo. Ovo nas dovodi do *standardizacije* - radi komunikacije je bitno da svi koristimo iste mjerne jedinice oko kojih smo se ranije dogovorili.

Isto tako, udaljenosti možemo mjeriti pomoću nekakvog štapa točno određene duljine. Mogli bismo govoriti o duljini od jednog štapa ili duljini od 2 štapa itd. Opet kao i prije, da bi dvije osobe usporedile svoja mjerenja moraju koristiti isti štap, tj. moramo mjerne jedinice standardizirati.

- Standardna mjerna jedinica za vrijeme je **sekunda** (s). Izvorno, sekunda je bila definirana kao $\frac{1}{60}$ minute, a minuta kao $\frac{1}{60}$ sata, a sat je pak $\frac{1}{24}$ dana. Dan je definiran rotacijom Zemlje oko svoje osi. Ipak, s izumom sve točnijih i točnijih satova, shvatili smo da duljina dana nije baš najstabilnija (najpravilnija) pojava. Naime, rotacija Zemlje može npr. varirati u ovisnosti o gravitacijskom povlačenju Mjeseca. U 20. stoljeću otkrićem atomske teorije i kvantne mehanike smo dobili puno bolju metodu mjerenja vremena - atomski sat. Sada je sekunda definirana kao određeni broj "otkucaja" tog atomskog sata. Preciznije, otkucaj je zapravo oscilacija elektromagnetskog polja dobivenog kada cezijev (Ce 133) atom otpusti energiju u obliku fotona (elektromagnetskog zračenja). 9 192 631 770 takvih oscilacija je 1s.
- Standardna mjerna jedinica za udaljenost je **metar** (m). Ranije su korištene razno razne mjerne jedinice - Egipćani su npr. koristili mehtniswt (eng. "royal cubit"), Rimljani su koristili pes, tj. stope, itd. Izvorno (1799.), Francuzi su metar definirali kao $\frac{1}{10\,000\,000}$ udaljenosti od sjevernog pola do ekvatora mjereno po meridijanu koji prolazi kroz Pariz. Nakon izvršenih mjerenja (izmjeren je samo dio meridijana koji leži između Dunkirka i Barcelone) je izrađen prototip metra - šipka od platine čiju je duljinu trebalo mjeriti na 0 stupnjeva Celzijusevih. Kasnije (20. st.) je otkriveno da svjetlost u vakuumu uvijek putuje istom brzinom (za sve promatrače!) pa je danas metar definiran kao udaljenost koju svjetlost prijeđe u određenom djeliću sekunde. Točnije, metar je udaljenost koju svjetlost prijeđe u $\frac{1}{299\,792\,458}$ dijelu sekunde.
- **Kilogram** (kg) je standardna mjerna jedinica za masu. Izvorno (1795.) kilogram je bio definiran kao masa jedne litre vode. Kako masa litre vode ovisi o puno faktora (npr. čistoći vode, temperaturi i sl.), definicija je vrlo brzo promijenjena. Kilogram je do 2018. bio definiran masom određenog standardnog utega (internacionalnog prototipa kilograma), no ako želimo jako precizno mjeriti masu problem je taj da i mrvica prašine (ili masni trag) može utjecati na masu utega. Danas (od 2018.), kilogram je definiran pomoću određene konstante iz kvantne mehanike (koju možemo dosta precizno mjeriti). Prema trenutnoj definiciji kilograma Planckova konstanta iznosi točno $6.62607015 \cdot 10^{-34} \text{kgm}^2\text{s}^{-1}$. Ovdje su m i s definirani kao gore ¹.

¹Interpretacija je sljedeća. Vrijednost Planckove konstante je iznos u jouleima najmanje

Radi potpunosti ćemo objasniti i preostale mjerne jedinice:

- **Mol** (mol) je standardna mjerna jedinica za količinu tvari. Pod "količinu tvari" mislimo na broj čestica od kojih je tvar sagrađena. 1 mol je jednostavno definiran kao $6.02214076 \cdot 10^{23}$ "elementarnih entiteta" (čestica, atoma, molekula, iona... od čega god je tvar građena). Dakle, ako imamo 2 mola tvari, to znači da se ta tvar sastoji od $12.04428152 \cdot 10^{23}$ čestica. Općenito broj čestica dobijemo kao $N = n \cdot N_A$, gdje je n broj mola, a $N_A = 6.02214076 \cdot 10^{23}$ tzv. Avogadrov broj. Vjerojatno nije jasno zašto baš taj broj. Ranije (prije 2018.) je N_A bio definiran kao broj daltona u gramu, gdje je 1 dalton (još uvijek) definiran kao masa $1/12$ atoma ugljika C-12. Kako C-12 ima točno 12 nukleona (6 protona i 6 neutrona), ideja je bila da 1 dalton bude prosječna masa 1 nukleona (proton i neutron imaju vrlo sličnu masu). Dakle, 1mol daje broj protona/neutrona potrebnih da tvar ima masu 1g, stoga 1mol vodika ima masu otprilike 1g.
- Temperaturu u svakodnevnom životu (u Europi) mjerimo u **stupnjevima Celzijusevim** ($^{\circ}\text{C}$). Ova skala je izvorno definirana tako da se pri atmosferskom tlaku (1 atm = 101325 Pa) pronađe temperatura na kojoj se voda zamrzne i temperatura na kojoj voda vrije. Ovaj temperaturni raspon se potom podijeli na 100 jednakih komada, a svaki komad proglasi jednim stupnjem (1°C). Nadalje, uzme se i da voda prelazi u led na 0°C (pa vrije na 100°C). Kasnije je otkriveno da postoji najniža temperatura - **apsolutna 0** (oko -273.15°C) pa je stvorena nova mjerna jedinica **kelvin** (K) što je samo pomaknuta Celzijuseva skala. Promjena temperature za 1K je isto kao i promjena temperature za 1°C , samo što Kelvinova skala počinje s 0 tako da je $0\text{K} = -273.15^{\circ}\text{C}$, tj. $273.15\text{K} = 0^{\circ}\text{C}$. Voda naravno vrije na 373.15K , a sobna temperatura (20°C) je 303.15K .

Moderna definicija (od 2018.) nam govori koliko nasumičnog molekularnog gibanja trebamo imati da bi se temperatura povisila za je-

energije (kvanta energije - fotona) koju može imati elektromagnetsko polje koje svake sekunde oscilira jednom. Valja imati na umu da je za polje koje oscilira dvaput brže najmanja energija dvaput veća. Joule (džul) je pak iznos rada koji obavimo kada guramo neko tijelo silom od jednog newtona duž jednog metra. 1 newton je konačno sila kojom moramo gurati tijelo od jednog kilograma da bismo ga ubrzali za 1m/s^2 , tj. da bi ono svake sekunde bilo brže za 1m/s . Dakle, definicijom joulea preko Planckove konstante nedirektno definiramo i kilogram.

dan kelvin. Preciznije, uzimamo da je 0K apsolutna nula, a promjena temperature od 1K jednaka je promjeni termalne energije kT od $1.380549 \cdot 10^{-23}$ J. Drugim riječima, definicija je upravo takva da Boltzmannova konstanta k iznosi $1.3806505 \cdot 10^{-23}$ J/K (a J je definiran preko m, s i kg: $1\text{J} = \text{kgm}^2\text{s}^{-2}$).

- Naboj se mjeri u **coulombima** (C). U 20. st. je otkriveno da su nositelji naboja u materiji elektroni i protoni te da elektron i proton imaju isti naboj (samo suprotnog predznaka) - taj naboj zovemo elementarni naboj (e). Dakle količina naboja koje tijelo može imati je samo neki višekratnik elementarnog naboja (pobrojimo koliko tijelo ima protona i elektrona te oduzmemo). Danas je 1C definiran kao točno $\frac{1}{1.602176634} \cdot 10^{19}$ e (tako da je elementarni naboj u coulombima točno $1.602176634 \cdot 10^{-19}$ C).

Izvorno, 1C je bio definiran kao količina naboja koja će za 1s proći strujnim krugom kojim teče 1A struje. 1A (amper) je pak bio definiran silom među dvije žice kojima teče struja. Konkretno, ako imamo dvije beskonačno duge i tanke paralelne žice u vakumu na razmaku jedan metar jedna od druge, onda će žicama teći struja od 1A ako sila na svaki metar žice iznosi $2 \cdot 10^{-7}$ N.

3 SI prefiksi

Prefiks	Numerička vrijednost
yocto (y)	10^{-24}
zepto (z)	10^{-21}
atto (a)	10^{-18}
femto (f)	10^{-15}
pico (p)	10^{-12}
nano (n)	10^{-9}
micro (μ)	10^{-6}
milli (m)	10^{-3}
centi (c)	10^{-2}
deci (d)	10^{-1}
deca (da)	10^1
hecto (h)	10^2
kilo (k)	10^3
mega (M)	10^6
giga (G)	10^9
tera (T)	10^{12}
peta (P)	10^{15}
exa (E)	10^{18}
zetta (Z)	10^{21}
yotta (Y)	10^{24}

Tablica 1: Prefiksi SI sustava mjernih jedinica (krenuvši od najmanjeg prema najvećem)

Doduše, za nas su zapravo samo bitni sljedeći prefiksi:

Prefiks	Numerička vrijednost
micro (μ)	10^{-6}
milli (m)	10^{-3}
centi (c)	10^{-2}
deci (d)	10^{-1}
deca (da)	10^1
hecto (h)	10^2
kilo (k)	10^3
mega (M)	10^6

Prisjetimo se da ovdje 10^6 znači $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000\,000$ (lako se pamti: $10^6 =$ "1 sa 6 nula"). Potpuno isto $10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10$. S druge strane, 10^{-6} znači $\frac{1}{10^6} = \frac{1}{1\,000\,000} = 0.000001$ (zapamti: $10^{-6} =$ "0. i onda 5 nula pa 1", tj. "ukupno 6 nula i onda 1"). 10^{-3} znači $\frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$, itd.

Prefiksi se koriste na sljedeći način: kilometar (km) je 10^3m , tj. 1000m. Na isti način bi kC (kilocoulomb) bio 1000C. Dakle, umjesto prefiksa (k) možemo samo zapisati njegovu numeričku vrijednost (u kolokvijalnom engleskom jeziku se ovo čak koristi i za novac \$1k=\$1000). Naravno, i kilogram (kg) je samo 1000 grama, no primijetimo da je kilogram jedina osnovna jedinica koja dolazi s prefiksom (tako da je zapravo gram izveden iz kilograma i definiran kao $\frac{1}{1000}\text{kg}$).

Milimetar (mm) je $\frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$ dio metra (tj. 1000mm je jedan metar). mg (miligram) je $\frac{1}{1000}\text{g}$, a kako je sam gram $\frac{1}{1000}$ dio kilograma, jasno je da je $\text{mg} = \frac{1}{1000}\text{g} = \frac{1}{1000} \cdot \frac{1}{1000}\text{kg} = \frac{1}{1\,000\,000}\text{kg}$. Drukčije sročeno, u kilogramu ima 1000 grama, a u svakom gramu 1000 miligrama pa ukupno ima $1000 \cdot 1000 = 1\,000\,000$ miligrama u kilogramu.

Iz povijesnih (i lingvističkih) razloga se nisu svi prefiksi uvriježili u svim situacijama. Primjerice, nećemo reći megametar niti megagram, već 1000km i 1000kg (ili jedna tona). Također se ne koriste ni hektogrami ni hektometri (jednostavno kažemo 100g ili 10dag, tj. 100m). Centigrami i decigrami isto nisu u optičaju.

Vrlo velike udaljenosti se u astronomiji ne iskazuju u gigametrima i terametrima, već u astronomskim jedinicama (AU), parsecima (pc), kiloparsecima (kpc), megaparsecima (Mpc) i gigaparsecima (Gpc)²

²Parsek dobijemo pak na sljedeći način. Kako se Zemlja giba oko Sunca, tako se prividno pomiču i zvijezde na nebu. Ovo je fenomen paralakse - zbog promjene gledišta se

Pritom valja imati na umu da je astronomska jedinica definirana kao prosječna udaljenost Zemlje od Sunca (Zemlja se ne giba po savršenoj kružnici pa se udaljenost između Zemlje i Sunca mijenja). Najbliža zvijezda (Proxima Centauri) od nas je udaljena otprilike 1 parsec (točnije 1.3pc), a promjer naše galaksije je otprilike 30kpc. Udaljenost naše galaksije do najbliže nam susjedne galaksije (Andromede) je kojih 750kpc, a lokalna grupa koja sadrži sve naše susjedne galaksije je kojih 3Mpc u promjeru. Sama lokalna grupa je dio Laniakea superklastera koji je promjera nekih 160Mpc.

U popularnoj diskusiji se ponekad koriste i svjetlosne godine (udaljenost koju svjetlost prijeđe u jednoj godini - otprilike 0.3pc).

Konačno, svemir se širi na način da se udaljenije točke brže udaljavaju jedna od druge (zamislamo npr. udaljenost na balonu za napuhivanje između neke dvije točke). Nadalje, dok svjetlost sa jako dalekih galaksija dođe do nas bit će crvenija nego da se nalazimo blizu tim galaksijama ³. Ovo nas dovodi do nekih poprilično zbunjujućih pitanja kada je riječ o velikim udaljenostima. Primjerice, na koju udaljenost od galaksije misliš? Onu sadašnju (ako ta galaksija uopće sada još postoji) ili onu u trenutku kada je svjetlost bila emitirana (ako je tada uopće Zemlja kao takva postojala) ili pak možda onu koju je svjetlost morala proći? Stoga, u kozmologiji za STVARNO velike udaljenosti uopće ne koristimo parseke, već samo kažemo koliki je pomak u crveno (eng. *redshift*) zbog širenja svemira.

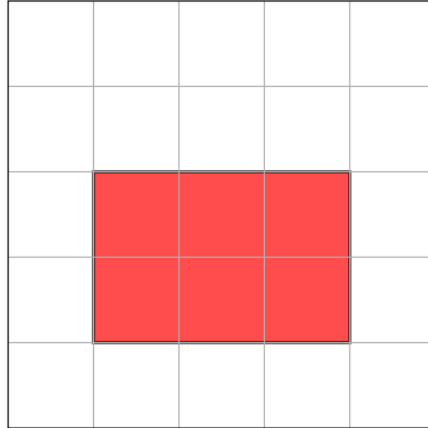
4 Neke izvedene mjerne jedinice

4.1 Površina

Površinu predmeta mjerimo tako da je usporedimo s nekom poznatom površinom, npr. površinom nekog kvadrata. Dakle, gledamo koliko puta kvadrat može ući u površinu koju mjerimo. Primjerice, u crveni pravokutnik može ukupno ući 6 malih kvadrata, stoga bismo mogli reći da je površina crvenog pravokutnika jednaka površini od "6 malih kvadrata".

objekti prividno miču (stavite ruku ispred lica i pomaknite glavu - ono što prije nije bilo vidljivo sada jest). Pritom se bliži objekti pomiču više, a udaljeniji manje. Jedan parsec je tolika udaljenost da se objekt prividno pomakne za 1 lučnu sekundu (tj. $\frac{1}{3600}$ stupnja) dok Zemlja dođe na suprotnu stranu oko Sunca (dakle dok prođe pola godine).

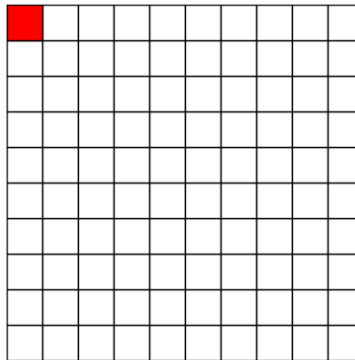
³Kako se širi svemir tako se širi i valna duljina svjetla, a crvene nijanse imaju veće valne duljine od ostalih boja



Naravno da bismo međusobno mogli uspoređivati površine svi moramo koristiti kvadrate istih poznatih veličina. U ovu svrhu koristimo standardnu jedinicu za udaljenost (metar, m) te uzimamo da je standardna mjerna jedinica za površinu metar kvadratni (1m^2), odnosno kvadrat dimenzija $1\text{m} \times 1\text{m}$ (metar širok, metar dug). Dakle, ako stan ima 50m^2 , to znači da se može popločati sa 50 kvadrata dimenzija $1\text{m} \times 1\text{m}$.

Kada nam trebaju manji kvadrati (finija podjela), možemo koristiti kvadratiće površine $1\text{cm} \times 1\text{cm}$ ili $1\text{mm} \times 1\text{mm}$, itd.

Razmislimo sa koliko pločica veličine 1dm^2 moramo popločati kvadrat površine 1m^2 . Zato što je širina kvadrata 1m , a širina svake pločica 1dm , u prvi red stane 10 pločica od 1dm^2 . Iz istog razloga u drugi red stane 10 pločica, a i u treći itd. Ukupno mora biti 10 redova jer je svaki visine 1dm , a visina kvadrata je 1m . Dakle, imamo ukupno 10 redova po 10 pločica, odnosno 100 pločica.



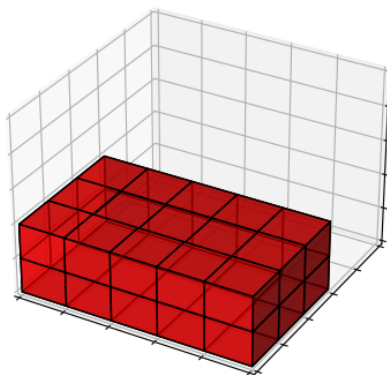
Ovo samo hoće reći da $1\text{m}^2 = 1\text{m} \cdot 1\text{m} = 10\text{dm} \cdot 10\text{dm} = 100\text{dm}^2$

Ako imamo pravokutnik širine 2m i duljine 3m, onda je površina $2\text{m} \cdot 3\text{m} = 6\text{m}^2$. Naime, kako je širina 2m, podijelimo dužinu na 3 komada svaki duljine metar, onda nad svaki komad možemo smjestiti 2 kvadrata $1\text{m} \times 1\text{m}$ pa ukupno imamo 6 kvadrata $1\text{m} \times 1\text{m}$. Općenito, ako s a označimo širinu pravokutnika, a s b njegovu duljinu, površina pravokutnika je

$$A = a \cdot b$$

4.2 Volumen

Potpuno analogno, **volumen** predmeta mjerimo tako da ga usporedimo s volumenom neke kockice - gledamo koliko puta kockica može ući u volumen predmeta.



Standardno je koristiti naravno metar kubni (1m^3), odnosno kocke dimenzija $1\text{m} \times 1\text{m} \times 1\text{m}$ (metar široke, metar duge, metar visoke). Ako je volumen prostorije 20m^3 , onda se ta prostorija može ispuniti s 20 kocki dimenzija $1\text{m} \times 1\text{m} \times 1\text{m}$.

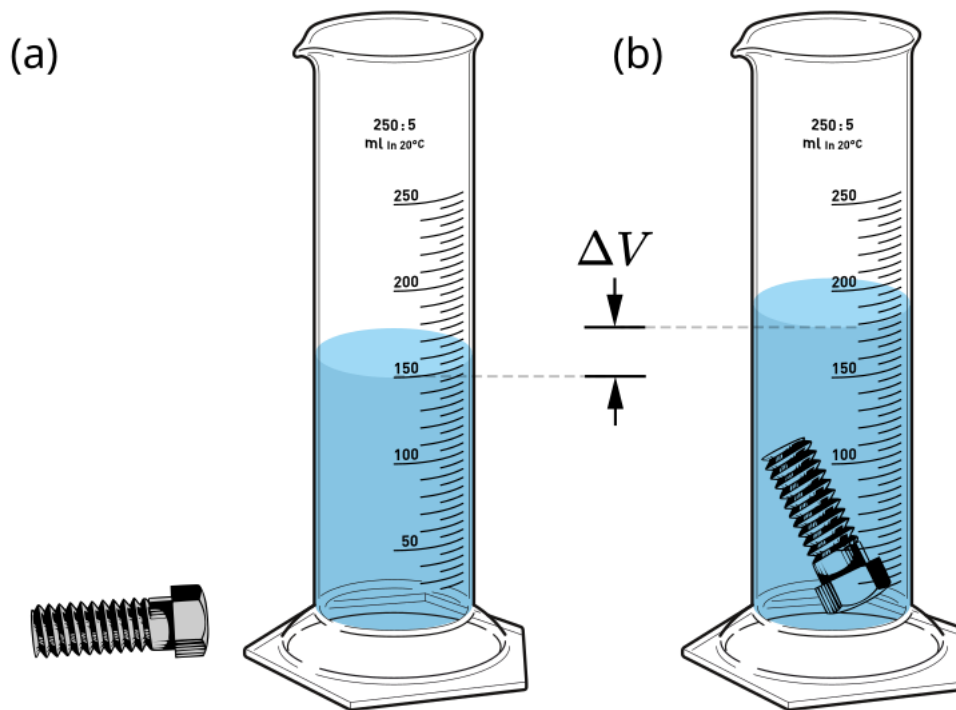
Ako imamo kvadar duljine 5m, širine 3m i visine 2m, onda je volumen kvadra $5\text{m} \cdot 3\text{m} \cdot 2\text{m} = 30\text{m}^3$. Naime, koristeći ono što znamo o površini, vidimo da je površina "poda" kvadra jednaka $5\text{m} \cdot 3\text{m} = 15\text{m}^2$. Nad svakim od tih 15 kvadrata zbog visine možemo smjestiti točno dvije kocke dimenzija

$1\text{m} \times 1\text{m} \times 1\text{m}$. Dakle, ukupno nam treba 30 takvih kocki. Općenito, ako s a označimo širinu kvadra, s b dužinu, a s c visinu, onda je volumen kvadra

$$V = a \cdot b \cdot c.$$

Za mjerenje volumena tekućina često koristimo litru (L). Jedna litra je jednostavno definirana kao 1dm^3 , tj. kao volumen kocke dimenzija $1\text{dm} \times 1\text{dm} \times 1\text{dm}$. Primijetimo da je 1cm^3 tisućiti dio dm^3 . Dakle, to je tisućiti dio litre, odnosno $1\text{cm}^3 = 1\text{mL}$.

Volumen nepravilnih tijela (koja su neporozna, tj. nepropusna) možemo npr. mjeriti tako da uronimo to tijelo u neku tekućinu. Kako je tijelo nepropusno, ono mora istisnuti točno onoliko tekućine koliki mu je volumen (moramo razmjestiti tekućinu ne bismo li napravili mjesta tijelo).



Slika 1: Izvor: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Displacement-measurement.svg>

Dakle, izmjerimo razinu tekućine prije (a) i poslije uranjanja (b) tijela. Iz razine tekućine prije možemo dobiti volumen tekućine, a iz razine nakon dobijemo zajednički volumen tekućine i tijela. Dakle, volumen tijela dobijemo oduzimanjem ta dva volumena. Primjerice, uronimo nepravilni komadić željeza (vidu) u menzuru s 150mL vode. Ako se razina vode nakon uranjanja povisi na 180mL, to znači da je volumen komadića željeza 30mL, odnosno 30cm^3 .

4.3 Gustoća

Gustoća tijela nam govori koliko je mase smješteno u jedinici volumena. Konkretno, koliko je kilograma smješteno u metar kubni. Primjerice, očekujemo da je kocka dimenzije $1\text{m} \times 1\text{m} \times 1\text{m}$ od stiropora lagana, ali kocka iste dimenzije od željeza teška. To nam govori da je željezo *gušće* od stiropora.

Ako ako svaki metar kubni materijala ima masu 3kg, kažemo da je gustoća materijala $3\text{kg}/\text{m}^3$. U tom slučaju 3m^3 istog materijala bi imala masu 9kg. Ukoliko 2m^3 imaju masu 10kg, onda očekujemo da 1m^3 ima masu 5kg. Dakle, u tom slučaju je gustoća $5\text{kg}/\text{m}^3$. Općenito, ako tijelo volumena V ima masu m , gustoću ρ mu možemo izračunati kao:

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Standardna mjerna jedinica za masu je kg , a za volumen m^3 . Dakle, standardna mjerna jedinica za gustoću je $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Naravno, gustoću možemo mjeriti i u $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ i u $\frac{\text{kg}}{\text{mm}^3}$ itd. (bitno da je osnovnog oblika $\frac{\text{masa}}{\text{volumen}}$, tj. $\frac{\text{masa}}{\text{duljina}^3}$). $5\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ bi naravno značilo da svaki cm^3 tvari ima masu 5g.

Možemo imati i nehomogeni materijal - primjerice čašu vode. U tom slučaju je staklo od kojeg je građena čaša jedne gustoće, a voda unutar vode ima drugu gustoću. Gustoća pune čaše vode se razlikuje od gustoće prazne čaše (koja je ispunjena zrakom koji ima znatno manju gustoću). Uzmimo za još jedan primjer šipku čiji je volumen pola bakar, a pola olovo. Olovni dio je puno veće gustoće od bakrenog (jer je metar kubni olova puno teži od metra kubnog bakra). Dakle, da je šipka u cijelosti od olova imala bi gustoću olova, da je u cijelosti od bakra imala bi gustoću bakra, ali šipka je pola-pola pa kao tijelo ima gustoću manju od olova, ali veću od bakra.

Interesantno je da mjerenjem gustoće često možemo odrediti o kojem materijalu je riječ. Primjerice imamo dva nepoznata komada metala srebrenog

sjaja. Izmjerimo da jedan ima volumen 10cm^3 i masu 27g, a drugi 20cm^3 i masu 20.98g. Dakle, gustoća prvog je $\frac{27\text{g}}{10\text{cm}^3} = 2.7\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, a gustoća drugog $\frac{20.98\text{g}}{20\text{cm}^3} = 10.49\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Tražimo srebreni metale u krutom stanju čija je gustoća najbliža dobivenim brojevima. Sada pogledamo tablicu gustoća i pronađemo te vrijednosti (vidi [https://en.wikipedia.org/wiki/Densities_of_the_elements_\(data_page\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Densities_of_the_elements_(data_page))). Možemo zaključiti da je prvi metal aluminij, a drugi srebro.

5 Pretvorbe mjernih jedinica

Sve izvedene mjerne jedinice dobijemo primjenom odgovarajućih matematičkih formula. Matematički, površinu izračunamo tako da pomnožimo dužinu i širinu. Npr. $5\text{m} \cdot 3\text{m} = 15 \cdot \text{m} \cdot \text{m} = 15\text{m}^2$. Ovdje m^2 možemo shvatiti kao posljedicu formule (množimo metar i metar). Želimo li ovo prebaciti u cm^2 , samo treba držati na umu da $1\text{m} = 100\text{cm}$ pa gdje god vidimo metar, možemo ga zamijeniti sa 100cm:

$$1\text{m}^2 = 1\text{m} \cdot 1\text{m} = 100\text{cm} \cdot 100\text{cm} = 10\,000\text{cm}^2$$

Dakle, $15\text{m}^2 = 15 \cdot 10\,000\text{cm}^2 = 150\,000\text{cm}^2$.

Ako pak to želimo prebaciti u km^2 , treba držati na umu da je metar $\frac{1}{1000}$ dio kilometra pa gdje god vidimo metar, možemo ga zamijeniti s $\frac{1}{1000}\text{km}$:

$$1\text{m}^2 = 1\text{m} \cdot 1\text{m} = \frac{1}{1000}\text{km} \cdot \frac{1}{1000}\text{km} = \frac{1}{1000 \cdot 1000}\text{km}^2 = \frac{1}{1\,000\,000}\text{km}^2$$

Zaključujemo da $15\text{m}^2 = \frac{15}{1\,000\,000}\text{km}^2$. Ukoliko ne volite raditi s razlomcima, možete krenuti od veće mjerne jedinice: $1\text{km} = 1000\text{m}$ pa:

$$1\text{km}^2 = 1\text{km} \cdot 1\text{km} = 1000\text{m} \cdot 1000\text{m} = 1\,000\,000\text{m}^2.$$

Ovo samo hoće reći da jedan km^2 možemo pokriti s milijun kvadrata dimenzije $1\text{m} \times 1\text{m}$.

Za volumen, sve funkcionira na isti način. Pronađimo koliko cm^3 ima u m^3 :

$$1\text{m}^3 = 1\text{m} \cdot 1\text{m} \cdot 1\text{m} = 100\text{cm} \cdot 100\text{cm} \cdot 100\text{cm} = 1\,000\,000\text{cm}^3$$

Gustoća željeza je 7.9g/cm^3 , tj. 1cm^3 željeza ima masu 7.9g . Iskažimo gustoću u kg/m^3 . Prvo, u 1m^3 ima $1\,000\,000\text{cm}^3$, a kako svaki cm^3 ima masu 7.9g , vidimo da 1m^3 mora imati $7.9 \cdot 1\,000\,000 = 7\,900\,000\text{g}$. Dakle, 1m^3 teži 7900kg (7.9t) pa je gustoća željeza 7900kg/m^3 . Matematički smo pak mogli pisati:

$$7.9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 7.9 \frac{\frac{1}{1000}\text{kg}}{\frac{1}{1\,000\,000}\text{m}^3} = 7.9 \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 7900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Ovo sve potpuno isto funkcionira i za kompliciranije slučajeve. Recimo, newton (mj. jedinica za silu) se može iskazati kao $\text{N} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Ako imamo masu u gramima, udaljenost u centimetrima, a vrijeme u minutama, onda da bismo dobili newtone moramo svaku od tih jedinica prebaciti u standardne mjerne jedinice (kg, m, s):

$$\text{g} \frac{\text{cm}}{\text{min}^2} = \frac{1}{1000} \text{kg} \frac{\frac{1}{100}\text{m}}{60\text{s} \cdot 60\text{s}} = \frac{1}{1000} \cdot \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{3600} \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{1}{3.6 \cdot 10^8} \text{N}$$

Napomenimo, $\text{g} \frac{\text{cm}}{\text{min}^2}$ je isto valjana mjerna jedinica za silu (samo nije standardna) jer je istog općeg oblika masa $\cdot \frac{\text{duljina}}{\text{vrijeme}^2}$ kao i newton. Standardnu mjernu jedinicu (newtone) dobijemo tako da sve mjerne jedinice iz $\text{g} \frac{\text{cm}}{\text{min}^2}$ prebacimo u standardne (kg, m, s).

Napomenimo da je, ukoliko ne volite raditi s razlomcima, možda najjednostavnije na početku zadatka sve mjerne jedinice prebaciti u standardne mjerne jedinice i onda ste sigurni da ćete dobiti newtone (N), joule (J), wate (W), pascale (Pa), itd. jer su te mjerne jedinice sve definirane preko standardnih mjernih jedinica (kg, m, s).