

## 7. razred - Sile

Duje Jerić- Miloš

28. veljače 2024.

### 1 Uvodno o silama i formule

Kada neko tijelo guramo ili povlačimo, onda na to tijelo djelujemo **silom**. Da bismo u potpunosti odredili silu, bitno je navesti u kojem smjeru guramo tijelo i koliko jako. Zato kažemo da je sila *vektorska veličina* (ima iznos i smjer). Što se događa kada na tijelo ne djelujemo nikakvom silom? Na prvu ruku bi se činilo da sva tijela teže mirovanju - gurnemo li neki predmet po podu, on će se u konačnici zaustaviti (tako je mislio Aristotel u svojoj Phisike akroasis). Kasnije, se pokazalo da to nije točno, već je ovakvo ponašanje posljedica sile trenja (koju ćemo upoznati kasnije).

Činjenica je da, ukoliko na tijelo ne djelujemo silom, tijelo koje miruje će nastaviti mirovati, a tijelo koje se giba određenom brzinom (u određenom smjeru) će se nastaviti gibati tom istom brzinom (i neće mijenjati smjer gibanja). Jako rijetko možemo svjedočiti ovakvom ponašanju (to je i razlog zašto je Aristotel mislio drukčije).

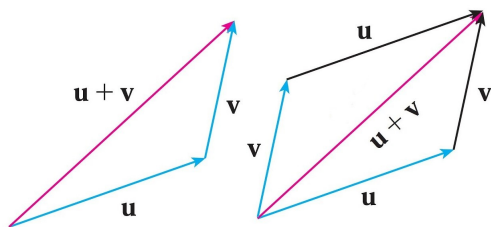
Ipak, od 20.st čovjek je u mogućnosti da ode u svemir i tamo može obaviti eksperimente koji potvrđuju da, ukoliko nema dodatnih sila koje djeluju na tijelo, ono će se nastaviti gibati po pravcu cijelo vrijeme istom brzinom - ovo se obično zove Newtonov 1. zakon<sup>1</sup>: vidi <https://www.youtube.com/watch?v=-luKN6mad5w>

---

<sup>1</sup>Eksperiment bi se, striktno govoreći, trebao provesti daleko od bilo kojeg planeta/zvijezde, jer i planeti/zvijezde djeluju gravitacijskom silom na sva tijela. Ovo se očituje tako što, ako gurnemo lopticu dok smo u orbiti oko Zemlje, ta bi se loptica u početku naizgled udaljavala od nas po pravcu, ali kasnije (kada je loptica više udaljena) bismo shvatili da smo i mi i loptica u orbiti te se gibamo po elipsama oko Zemlje. Dakle, ta loptica će se, ako dovoljno dugo čekamo, vratiti do nas. Znači eksperiment na ISS-u je valjan samo kada nam je loptica relativno blizu (npr. i mi i loptica smo unutar istog modula svemirske stanice).

Dakle, silu bismo mogli definirati kao utjecaj na tijelo koji mijenja brzinu tog tijela (bilo iznos te brzine ili njen smjer, tj. smjer gibanja). Silu mjerimo u newtonima (N) te obično označavamo slovom  $F$  (prvo slovo engleske riječi za silu - *Force*). Iz 2. Newtonovog zakona (vidi dodatak) slijedi da  $N = \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Primijetimo, doduše, da na tijelo može istovremeno djelovati više sila. Ako tijelo na jednu stranu vuče sila, a na suprotnu ga stranu vuče sila iste jačine kažemo da je ukupna sila 0. Za ukupnu silu još ponekad koristimo izraz *rezultantna sila*. Ukupna sila je ono što u konačnici ubrzava tijelo (pa ako je ukupna sila 0 to tijelo neće ubrzavati, tj. opet imamo isti slučaj kao da na to tijelo uopće ni ne djeluje sila). Ukupna sila se dobije tako da sve sile na tijelo zbrojimo vektorski metodom trokuta ili paralelograma (te dvije "metode" su samo dva različita načina kako slikovito vizualizirati operaciju vektorskog zbrajanja):



Jasno je da ako su dvije sile u približno istim smjerovima, njihov zbroj će isto biti u približno istom smjeru, a iznos će biti veći (npr. dvije osobe vuku teret zajedno). S druge strane, ukoliko jedna sila djeluje u suprotnom smjeru od druge:



zbroj sila će pokazivati u smjeru jače. Primjerice, ako dijete i odrasla osoba guraju teret s različitih strana, naravno da će se teret pokrenuti u smjeru u kojem ga gura odrasla, snažnija, osoba. Iznos snažnije sile je u ovom slučaju umanjen za iznos slabije (odrasla osoba gura teret, ali mu

dijete svejedno otežava posao pa se teret neće ubrzati toliko snažno kao da djeteta nema).

Gradivo 7. razreda koje se tiče sila može se obuhvatiti s 5 formula. To su redom:

1. Izraz za elastičnu silu (Hookeov zakon):  $F_{el} = k\Delta l$
2. Izraz za silu težu/težinu:  $F_g = mg$
3. Izraz za silu trenja na vodoravnoj podlozi:  $F_{tr} = \mu F_g$
4. Izraz za polugu u ravnoteži:  $F_1 k_1 = F_2 k_2$
5. Izraz za tlak:  $P = \frac{F}{A}$

U nastavku ćemo objasniti svaku od ovih formula, potom će slijediti niz teorijskih pitanja na kojima možete provjeriti svoje znanje.

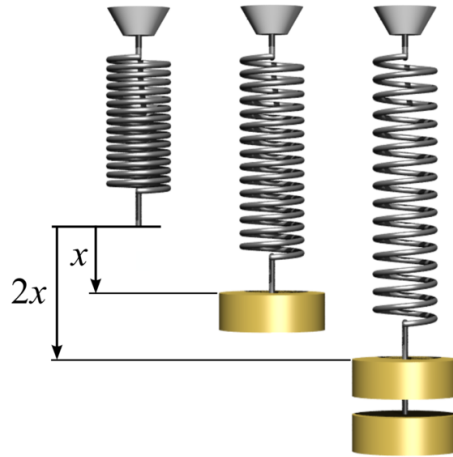
## 2 Elastična sila - Hookeov zakon

- Kada oprugu lagano rastegnemo ona se vraća u početni oblik. Ovo je tzv. *elastično* ponašanje.
- Ako oprugu previše rastegnemo ona se ne vraća u početni oblik nego ostaje deformirana. Ovo se zove *plastično* ponašanje<sup>2</sup>.

Hookeov zakon nam daje izraz za elastičnu silu koja vraća oprugu u početni oblik. Ovo vrijedi samo za oprugu koju nismo previše rastegnuli (tj. vrijedi samo za opruge koje rastežemo u njihovom elastičnom režimu). Zakon kaže da će sila biti veća što je opruga više rastegnuta. Konkretno, ako smo oprugu dvostruko više rastegnuli i sila će biti dvostruko veća (dakle veza između rastegnutosti i sile je linearna).

---

<sup>2</sup>Gotovo svaki materijal ima svoj plastični i elastični režim, tj. ako materijal jako lagano rastegnemo vraća se u početni oblik, a ako ga jako rastegnemo trajno gubi oblik. Neki materijali su *elastičniji* od drugih (npr. neke tipove guma možemo jako puno rastegnuti prije nego guma trajno izgubi svoj oblik). Slično tome, neki materijali su *plastičniji* od drugih (npr. plastelin i kod najmanjeg preoblikovanja čuva svoj oblik).



Matematički, ako smo oprugu rastegnuli za duljinu  $x$  (često ovu duljinu označavamo i s  $\Delta l$  - "Difference in Length"), onda je sila dana izrazom:

$$\boxed{F_{el} = kx} \quad (1)$$

Pritom treba voditi računa da sila djeluje u suprotnom smjeru od promjene duljine opruge:

- Ako oprugu rastežemo sila će djelovati tako da oprugu sabije.
- Ako oprugu sabijamo sila će djelovati tako da oprugu rastegne

$k$  je tzv. **konstanta opruge**, a mjeri se u N/m jer imamo  $k = \frac{F_{el}}{x}$  pa dijelimo newtone i metre. Svaka opruga može imati drukčiju vrijednost konstante. Ako je  $k = 100\text{N/m}$ , to znači da treba djelovati silom od 100N da bi se opruga rastegnula za 1m. Ako je konstanta opruge pak iskazana u cm, npr.  $20\text{N/cm}$ , to znači da treba djelovati silom od 20N da bi se opruga rastegnula za 1cm.

Što je  $k$  veći broj to je opruga "kruća", tj. teže se rasteže (treba djelovati većom silom da bi se opruga rastegnula 1m). Obratno što je  $k$  manji broj to je opruga labavija i lakše se rasteže (primjerice, igračka "slinky" ima jako mali  $k$ ).

**Dinamometar** je instrument za mjerenje sile. To je najčešće obična opruga čije produljenje (pomoću Hookeovog zakona) možemo preračunati u silu. Za ovo je potrebno poznavati konstantu opruge, a sila se onda izračuna pomoću izraza za elastičnu silu ( $F_{el} = kx$ ).

### 3 Težina i masa tijela

**Masa** (ili tromost) je svojstvo tijela da se odupire ubrzanju (akceleraciji) kada na njega djeluje sila.

Primjera radi, zamislimo muhu i slona. Puno ćemo lakše ubrzati muhu do neke brzine (samo je "frknemo" prstom), dok je za pokrenuti slona potrebna ozbiljna mašinerija. Masu mjerimo u kilogramima (kg). Dakle, muha ima manju masu pa se manje odupire ubrzanju, a slon ima veću masu pa se više odupire ubrzanju. Masa je karakteristična za dano tijelo i ne ovisi o tome gdje se tijelo nalazi (npr. Mjesecu ili Zemlji) - uvijek je ista.

Zamislimo sada knjigu na stolu. Ta knjiga stol pritišće određenom silom jer se nalazimo na Zemlji koja sve gravitacijom privlači sve predmete prema svome središtu. Silu kojom predmeti pritišću podloge na kojoj se nalaze zovemo **težina**. Dakle, težinu mjerimo u Newtonima (ne u kg).

Poznajemo li masu tijela, težinu možemo izračunati formulom:

$$\boxed{F_g = mg} \quad (2)$$

Ovdje je  $g$  **gravitacijska akceleracija** (gravitacijsko ubrzanje). Primijetimo da je  $g = \frac{F_g}{m}$  pa se mjeri u N/kg. Na površini Zemlje je  $g$  približno 10N/kg. Dakle, tijelo mase 10kg će na Zemlji pritiskati podlogu silom od 100N. Obratno, tijelo koje na Zemlji pritišće podlogu silom od 200N ima masu 20kg.

Na Mjesecu je otprilike  $g = 1.5\text{N/kg}$ , što znači da će na Mjesecu tijelo od 20kg podlogu pritiskati silom od  $20\text{kg} \cdot 1.5\text{N/kg} = 30\text{N}$  (a ne 200N kao na Zemlji). Što je  $g$  veći, to planet privlači tijela prema svom središtu jače, odnosno to je težina tijela na tom planetu veća.

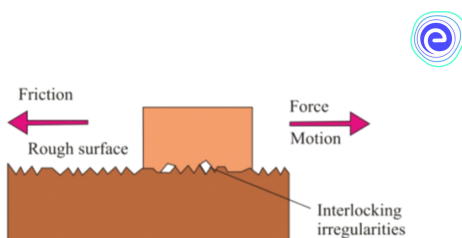
Napomenimo da vaga mjeri težinu (a ne masu) unatoč tome što nam vraća/ispisuje kilograme. Naravno, vagom možemo *pronaći* masu tijela tako da težinu podijelimo s  $g$ , ali vaga direktno masu ne mjeri.



Slika 1: Vaga mjeri težinu

Primjerice, Mjesec slabije privlači tijela prema svome središtu. Ako pone-  
semo vagu na Mjesec, ona će pokazivati da imamo manje "kilograma", što ne  
znači da imamo manju masu (masa je svugdje ista!) nego da vagu pritišćemo  
manjom silom. Također, možete i rukom pritiskati vagu, a ona će vraćati ki-  
lograme. U tom slučaju ne dobijete masu ama baš ničega nego samo dobijete  
pritisnu silu iskazanu u kilogramima (silu u newtonima podijeljenu s 10).

## 4 Sila trenja



Kada povlačimo predmete po podlozi, svi smo osjetili određenu silu koja se  
odupire povlačenju. To je **trenje**. Znamo da, što je težina tijela veća, to  
ga je teže pomaknuti. Nadalje, znamo da je predmet puno lakše micati po  
glatkoj nego hrapavoj podlozi. Smjer sile trenja se uvijek odupire gibanju  
(ako se tijelo giba udesno sila trenja će biti ulijevo te će ga ona nastojati  
zaustaviti).

Trenje se javlja zbog mikroskopskih nepravilnosti koje su prisutne na  
samoj površini predmeta i podloge po kojoj povlačimo predmet. Te nepra-

vilnosti zapinju jedna o drugu i na taj način otežavaju pomicanje. Što ima više nepravilnosti (na predmetu i podlozi) to je predmet teže pomaknuti, a što je predmet teži, to zbog težine tijela nepravilnosti više zaglave jedna u drugu pa je opet tijelo teže pomaknuti.

Mikroskopska slika je dosta komplicirana pa je ni ne pokušavamo u cijelosti obuhvatiti. Stoga, nepravilnosti na površini predmeta i podloge opisujemo jednim brojem, tzv. **faktorom trenja**. Ako povlačimo predmet težine  $F_g = mg$  po horizontalnoj podlozi, trenje je dano izrazom:

$$F_{tr} = \mu F_g, \quad (3)$$

gdje je  $\mu$  faktor trenja i ovisi točno o kojem predmetu i kojoj podlozi se radi ( $\mu$  se UVIJEK mjeri za parove materijala, npr. "drvo-drvo" ili "drvo-pločice").  $\mu$  nam govori koliko predmet i podloga zapinju jedno o drugo. Primijetimo da je  $\mu$  običan broj (nema mjernu jedinicu) jer ga možemo dobiti kao količnik sile trenja i težine (a obje sile mjerimo u newtonima):  $\mu = \frac{F_{tr}}{F_g}$ . Što je  $\mu$  veći, to predmet i podloga više zapinju jedno o drugo (imaju više nepravilnosti na površini) pa je sila trenja veća. Također, kao što smo već napomenuli, što je i težina predmeta veća, to je trenje isto veće.

Interesantno je da trenje ne ovisi o površini samog predmeta (očekivali bismo možda da više dodirne površine dovodi do većeg trenja). Ovo je zapazio već i Leonardo da Vinci:



Razlog je sljedeći. Jednostavno sročeno, kada je predmet okrenut tako da leži većom površinom na podlozi, onda ujedno djeluje i manjom silom po jedinici površine (tlak). Naime, kada je predmet bočno položen onda je iznad svake točke na podlozi manje materijala iznad pa je pritisna sila nad bilo kojom točkom manja (pa svaka točka manje zapinje). Ovo znači da nad tom JEDNOM (proizvojnomo) točkom sila trenja MANJA. S druge strane, činjenica da imamo više dodirnih točaka koje zapinju nadomjesti razliku.

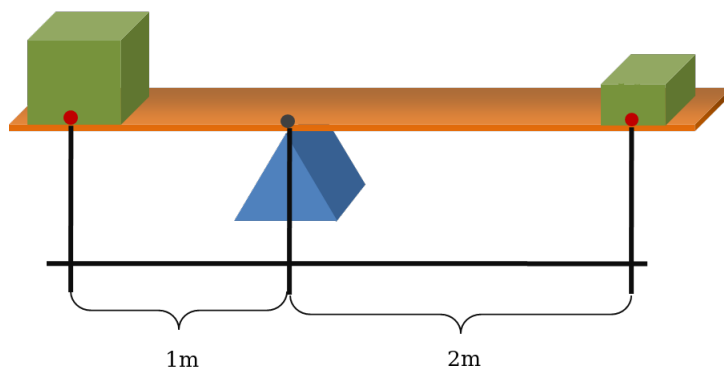
## 5 Poluga

Pokušajte vrata otvoriti na sljedeća dva načina: prvo normalno, za kvaku, potom u blizini šarke (oko kojih se vrata okreću). Vrata je puno lakše otvoriti kada ih guramo što dalje od mjesta oko kojeg se vrata okreću. Razlog je što nam je **krak sile** u tom slučaju veći. Koliko brzo se vrata okreću ovisi o dvjema veličinama:

1. kraku sile  $k$ , tj. udaljenosti od oslonca oko kojeg se vrata rotiraju
2. samoj jačini sile  $F$ .

Što je krak sile veći, to možemo djelovati manjom silom, a da se vrata pritom jednako brzo otvaraju.

Zamislimo polugu (obični komad daske) koji balansiramo na nekom osloncu:



Kada je oslonac točno na sredini poluge, onda će poluga biti u ravnoteži samo onda kada su utezi istih težina. Ovako, recimo, funkcioniraju tradicionalne vage. One uspoređuju nepoznatu težinu nekog predmeta s težinama nekih poznatih standardnih utega.

Ako oslonac nije na sredini (kao na slici), onda da bi poluga bila u ravnoteži, uteg na kraćem dijelu poluge (s kraćim krakom sile) mora biti veće težine (kao na slici). Naime, uteg s dužim krakom sile lakše rotira polugu (sjetimo se slučaja vrata), a uteg s kraćim krakom sile teže rotira polugu. Precizno, kada s jedne strane poluge djeluje sila  $F_1$  koja ima krak  $k_1$ , a s druge strane djeluje sila  $F_2$  s krakom  $k_2$ , onda je poluga u ravnoteži kada vrijedi:

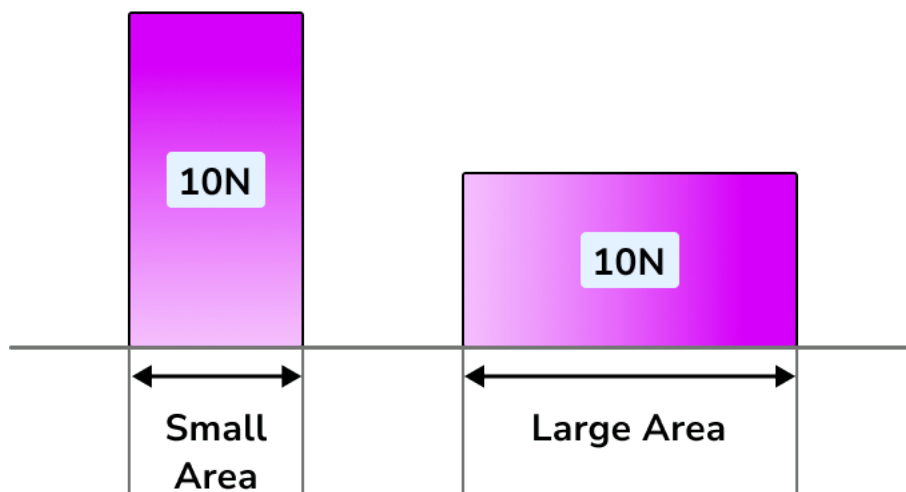


$$F_1 \cdot k_1 = F_2 \cdot k_2 \quad (4)$$

Primjerice, ako je jedan krak sile dvaput veći od drugog (kao na slici), onda na kraći kraj moramo staviti uteg koji je dvaput teži.

## 6 Tlak

Zamislimo situaciju u kojoj imamo istu silu koja djeluje na dvije različite površine. Recimo, imamo uteg dane težine kojeg smo okrenuli na dva načina kao na slici:



Manji **tlak** se javlja kada je površina veća. Recimo, kada koristimo pribadaču, ne djelujemo posebno velikom silom, ali kako je glava pribadače izuzetno malena, sva ta sila je fokusirana na vrlo malu podlogu pa je tlak velik. To je razlog zašto je s pribadačom lagano probijemo različite materijale (tj. zašto se s pribadačoom lagano možemo ubosti).

Kao još jedan primjer nam može poslužiti i nož. Ako je nož oštar, onda ne treba djelovati posebno jakom silom kada nešto želimo prerezati. S druge strane, ako je nož tup, onda je ta sila raspoređena po većoj površini (tlak je manji) pa nož slabije reže i treba više uprijeti, tj. djelovati jačom silom.

Matematički, kada sila  $F$  ("Force") okomito djeluje na površinu  $A$  ("Area"), tlak  $P$  ("Pressure") računamo kao:

$$P = \frac{F}{A} \quad (5)$$

Standardna mjerna jedinica za tlak je pascal  $Pa = \frac{N}{m^2}$ . Pascal nam govori kolika sila djeluje na svakom metru kvadratnom. Tlak se može mjeriti i npr. u  $N/cm^2$ , a u tom slučaju bismo dobili kolika sila djeluje na svakom centimetru kvadratnom. Ako tlak iskazan u pascalima prebacimo u  $N/cm^2$ , on će postati brojčano 10 000 puta manji. Naime, u jednom metru kvadratnom imamo 10 000 centimetara kvadratnih, stoga tek kada pozbrajamo sve sile na svakom centimetru kvadratnom jednog metra kvadratnog ćemo dobiti tlak u pascalima.

Primijeti da, ukoliko ista sila djeluje na dvostruko manju površinu, tlak je dvostruko veći. Isto tako, ako na istu površinu djelujemo dvostruko većom silom, tlak je opet dvostruko veći.

Napomenimo da tlak nema smjer (nije vektorska veličina) jer nas samo zanima dio sile koji je okomit na površinu (komponenta sile okomita na površinu).

Tlak se javlja i kada smo uronjeni u tekućine ili plinove. Naime, dok ronimo, iznad naših glava se nalazi stupac vode koja nas odozgo pritišće svojom težinom. Što ronimo dublje to je težina vode iznad nas veća pa i tlak raste.

Ovdje valja biti pažljiv jer nas voda pritišće iz svih smjerova i djeluje po površini našeg tijela (ne tlači nas samo odozgo).

Ovakvo ponašanje vode je možda prvi izričito opisao Blasie Pascal (stoga se zove Pascalov zakon). Da bismo takvo ponašanje shvatili, valja imati na umu da je tlak tekućine ili plina u nekom spremniku, u konačnici, rezultat toga što atomi i molekule plina/tekućine (ono od čega se plin i tekućina sastoji) u svom nasumičnom gibanju udaraju stijenke spremnika u kojem se nalaze. Uronimo li štogod u taj spremnik, atomi i molekule udaraju i uronjeno tijelo te ono osjeća određeni tlak. Pritom je zbog gravitacije tlak viši na većim dubinama.

U atmosferi se javlja slična situacija. Mi smo zapravo uronjeni u "ocean plina" - Zemljinu atmosferu. Iznad naših glava je stupac zraka visok kojih stotinjak km (većina plina koji sačinjava atmosferu se može pronaći na visini do 100km, što je Kármánova linija, tj. "početak svemira"). Taj stupac zraka ima određenu težinu i na isti način kao i voda izaziva tlak.

Pazi! Postoji mogućnost potencijalne zabune! Ako napunimo spremnik plinom, zbog toga što atomi/molekule plina udaraju o stijenke spremnika se u spremniku može izmjeriti određeni tlak. Apsolutno je nebitno jesmo li na nekom planetu (pa osjećamo gravitaciju) ili smo negdje u svemiru daleko od

svega, u tom spremniku ćemo izmjeriti tlak. Kada govorimo o atmosferskom tlaku, gravitacija jest bitna jer ona održava atmosferu blizu Zemlje. Naime, atmosfera se ne nalazi u spremniku pa bi se bez gravitacije atmosfera proširila na taj način da umanji tlak tj. na taj način da se umanji sudaranje čestica plina koji sačinjava atmosferu (čestice se međusobno guraju/sudaraju i gurat će se sve dok se ne prošire toliko, odnosno međusobno udalje toliko da se ne mogu više sudarati). Dakle, atmosferski tlak je proizvod težine zraka, tj. gravitacije, no tlak općenito nije.

## 7 Provjerite teorijsko znanje

1. U kojoj mjernoj jedinici mjerimo silu (Hint: prezime jednog engleskog fizičara)? Koje slovo koristimo kao uobičajenu oznaku za silu (Hint: prvo slovo engleske riječi za silu)?
2. Hoće li se opruga koja je puno rastegnuta (van svog elastičnog režima) vratiti u prvobitni oblik?
3. Ako oprugu rastežemo umjereno (unutar elastičnog režima), kako elastična sila ovisi o produljenju opruge? Ako je produljenje opruge dvostruko veće, kolika je elastična sila koja tu oprugu vraća u prvobitni oblik (veća/manja i koliko puta)?
4. Kako koeficijent elastičnosti ( $k$ ) utječe na krutost/labavost opruge?
5. Dinamometar je obična opruga čiju konstantu elastičnosti poznajemo (pa iz produljenja opruge možemo izračunati silu). Osmislite eksperiment koji bi odredio konstantu elastičnosti za danu oprugu (na raspolaganju imate uteg nepoznate težine, vagu za mjerenje težine i metar za mjerenje produljenja opruge).
6. Jesu li masa i težina isto? U kojim mj. jedinicama se mjere masa i težina?
7. Imamo li na Mjesecu istu masu kao i na Zemlji? Što je s težinom?
8. Što mjeri vaga (masu ili težinu)? Razmislite što će se dogoditi kada se izvažete na Mjesecu.

9. Svojim riječima objasni kako nastaje sila trenja kada vučemo neki teret po podlozi (mikroskopska slika)?
10. Ako "isključimo" silu trenja (zamislite situaciju gdje je sila trenja jednaka 0N), bismo li mogli hodati? Što bi se dogodilo s automobilskim gumama (hoće li se guma kotrljati po podu ili vrtjeti u mjestu)?
11. Vučemo knjigu po stolu. Je li sila trenja ista u slučaju kada je knjiga koju vučemo uspravna (pa manja površina knjige dira stol) u odnosu kada knjigu vučemo dok je položena na stol (pa veća površina dira stol)?
12. Kako sila trenja ovisi o koeficijentu trenja (što nam visoki koeficijent trenja govori o materijalima koji klize jedno niz drugo)?
13. Kako sila trenja ovisi o težini tereta koji vučemo?
14. Je li lakše vrata otvoriti dok ih gurate u blizini kvake ili dok ih gurate blizu šarke (mjesto oko kojeg se vrata okreću, eng. "door hinge")? Zašto?
15. Kako se pravilno koristi poluga - je li lakše teret dignuti ako polugu držite blizu oslonca ili daleko od oslonca?
16. Na igralištu se nalazi klackalica čiji oslonac (mjesto oko kojeg se klackalica okreće) nije na središtu. Jedno sjedalo je udaljeno 2m od oslonca, a drugo 3m. Ana i Bela obje imaju 40kg te sjedaju na klackalicu: Ana sjeda na udaljeniji kraj (3m), a Bela na bliži kraj (2m). Je li klackalica u ravnoteži? Ukoliko nije, tko će biti u zraku, a tko na podu (na koju stranu će se klackalica okrenuti)?
17. Kako tlak ovisi o površini na koju sila djeluje? Hoće li tlak biti veći dok knjiga stoji uspravno na stolu ili dok je položena? Djelujete li većim tlakom na pod dok stojite na obje ili dok stojite samo na jednoj nozi?
18. Pristali ste na izazov. Imate sljedeće izbore: 1. leći na drveni krevet iz kojeg viri 10 čavala koji su tako raspoređeni da ih ne možete izbjeći ili 2. leći na drveni krevet iz kojeg viri 1 000 000 čavala. Objasnite svoj odabir.
19. Je li tlak zraka, viši u Rovinju ili na vrhu Mt. Everesta?

20. Tko osjeća veći tlak, ronilac koji roni na dah ili podmornica koja se nalazi na najdubljoj točki na Zemlji - na dnu Marijanske brazde?

## 8 Dodatak: Newtonov 2. zakonu (za one koji žele detaljno objašnjenje sile i težine)

Da bismo u potpunosti shvatili masu, akceleraciju i silu, moramo zaroniti u Newtonov 2. zakon (inače gradivo osmog razreda).

- Brzina nam govori kako tijelo mijenja svoj položaj. Recimo, ako se gibamo 100km/h, to znači da ćemo za 1h preći 100km. Naravno, za 2 sata bismo prešli 200km, a za pola sata 50km. Isto tako, brzina od  $10\frac{m}{s}$  znači da ćemo za 1s preći 10m.
- Akceleracija, s druge strane, kaže kako tijelo mijenja svoju brzinu. Primjerice, akceleracija od  $10\frac{m}{s^2}$  znači da ćemo za jednu sekundu ići 10m/s brže nego se trenutno gibamo. Recimo da krenemo iz stanja mirovanja. nakon 1s ćemo se gibati 10m/s, nakon 2s ćemo se gibati 20m/s, itd.  $\frac{m}{s^2}$  je inače dvojni razlomak koji kada ga sredimo iznosi  $\frac{m}{s^2}$ .

Veza između mase ( $m$ ), sile ( $F$ ) i akceleracije ( $a$ ) je dana tzv. Newtonovim drugim zakonom (koje ministarstvo obrazovanja u svojoj mudrosti smatra da nije gradivo sedmog, već osmog razreda...smh).

$$F = ma$$

Dakle, Djelujemo li silom od 1N na neko tijelo mase 1kg, ono će ubrzati  $1m/s^2$ . Ako je tijelo duplo veće mase (2kg) onda će tijelo ubrzati  $0.5m/s^2$ .

Iz ove formule iščitavamo i da se jedinica newton može iskazati (zapravo definirati) kao  $1N = 1kg \cdot \frac{m}{s^2}$ . Riječima bismo mogli reći da je 1N sila potrebna da se masa od 1kg ubrza za  $1m/s^2$  (tako da se toj masi svake sekunde brzina mijenja za 1m/s).

Primijetimo, kada podijelimo ukupnu silu na neko tijelo i masu tog tijela, dobijemo ubrzanje tijela:  $a = \frac{F}{m}$  pa se akceleracija može mjeriti i u  $N/kg$ .

Sada možemo shvatiti izraz  $F_g = mg$  za težinu tijela. Zanimarimo otpor zraka (zamislimo da se nalazimo u vakuumskoj komori ili na Mjesecu). U

tom slučaju sva tijela koja ispustimo padaju istim ubrzanjem prema Zemlji<sup>3</sup>. To ubrzanje je približno  $a = 10\text{m/s}^2$  i zove se gravitacijska akceleracija, a češće je označavamo slovom  $g$ .

Dakle, gravitacijska sila kojom Zemlja privlači ta tijela je  $F_g = ma = mg$ . To je ujedno i sila kojom predmet gura podlogu na kojoj se nalazi (ugrubo jer predmet želi propasti prema središtu zemlje onim ubrzanjem koje mu Zemlja daje, no podloga ga u tome sprječava).

Ovdje bi bilo dobro napomenuti da iz nekog razloga autori knjiga za osnovnu školu na hrvatskom jeziku razlikuju pojmove "težina" (u smislu sila kojom tijelo tlači podlogu na kojoj se nalazi) i "sila teža" (u smislu sila koja vuče tijelo prema središtu Zemlje). Autori potom spominju nekakvo hvatište sile, ali to je sve promašena poanta. Naravno, jedno je sila kojom tijelo djeluje *na podlogu*, drugo je sila kojom Zemlja djeluje *na tijelo*. Ali razlikovati ih temeljem njihovog hvatišta je, prema mome mišljenju promašen slučaj (hvaeište sile bi, recimo, bilo relevantno kada opisujemo kako se tijelo okreće - onda je bitno gdje točno na to tijelo djeluje sila). Kompletna diskusija tijela u padu ili tijela koje miruje na podlozi se može zamijeniti točkastim masama (zanemarimo protežnost tijela) i onda čitav argument o hvatištu sile pada u vodu. Na engleskom se koristi izraz "Weight" za oboje i ja se ne planiram udaljiti od te konvencije. U konačnici, obje sile su istog iznosa u istom smjeru te su matematički isto opisane. Ne dobijamo ništa korisno uvođenjem dodatne notacije i simbola (a uvodimo potencijalni sukob notacije i dodatnu kompleksnost).

Bitno je reći i da:

- Kada uključimo otpor zraka, onda tijelo ubrzava do određene brzine (tzv *terminalne* brzine) i nakon toga se giba stalnom brzinom. To je zato što se otpor zraka povećava s brzinom tijela. Dakle, u određenom trenutku sila gravitacije na tijelo (koja ubrzava tijelo) i sila otpora zraka (koja ga usporava) će se izjednačiti, a ukupna sila na tijelo bit će 0N. Sva tijela u atmosferi padaju zapravo na ovaj način.

Padobranac, primjerice, ubrza samo do određene brzine dok nema otvoren padobran (ne ubrzava cijelo vrijeme dok pada). Kada otvori pa-

---

<sup>3</sup>Ovo bi možda valjalo malo opravdati. Jasno je da pero i čekić neće na tlo pasti u istom trenutku. No u vakumu (recimo na Mjesecu) hoće. Taj eksperiment je proveden na Apollo 15 misiji; video link: <https://www.youtube.com/watch?v=0o8TaPVsn9Y>

dobram, terminalna brzina mu se još više smanji te tako omogućuje sigurno slijetanje.

- Kada se značajno udaljimo od Zemlje, gravitacijska sila opada. Naravno gravitacijska sila je najjača kada smo blizu planeta/nebeskog tijela (Osoba na Zemlji pada prema Zemlji, astronaut na Mjesecu pada prema Mjesecu). Puni izraz za gravitacijsku akceleraciju (tzv. Newtonov opći zakon gravitacije) glasi

$$g = G \frac{M}{r^2}$$

Ovdje je  $G = 6.67408 \cdot 10^{-11} \text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$  gravitacijska konstanta (i razlog zašto ja ne volim oznaku  $G$  za težinu),  $M$  je masa Zemlje (ili planeta prema kojem tijelo pada), a  $r$  je udaljenost tijela od središta planeta. Gravitacijska sila na tijelo je onda dana izrazom

$$F_g = mg = G \frac{mM}{r^2},$$

gdje je  $m$  masa tijela (a  $M$  Zemlje). Udaljenost od središta je kvadrirana, što znači da će sila na tijelo koje je dvostruko više udaljeno od središta planeta biti 4 puta manja (tijelo koje je 3 put više udaljeno od središta osjeća pak 9 puta manju silu itd.)

Za tijelo koje pada blizu površine Zemlje uvrštavamo  $M = 5.972 \cdot 10^{24} \text{kg}$  za masu Zemlje i  $r = 6,371 \text{km}$  (radijus Zemlje) za udaljenost tijela od središta Zemlje, što daje približno  $g = 10 \text{m/s}^2$  (gravitacijska akceleracija na površini Zemlje).

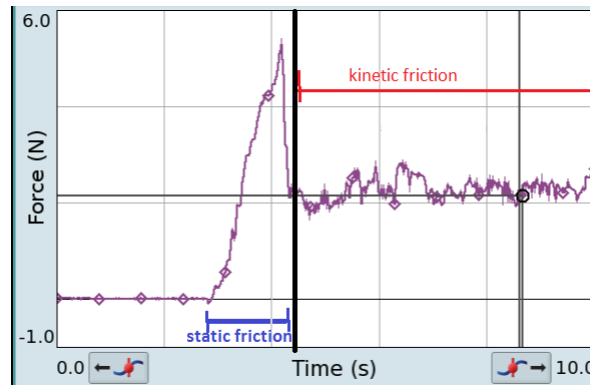
## 9 Dodatak: Kritika udžbenika (za one koji žele znati više o trenju)

Prvo bi valjalo reći da razlikujemo dva tipa trenja: trenje dok tijelo miruje ili **statičko trenje** te trenje dok tijelo klizi (tj. giba se) ili **dinamičko trenje** (ili kinetičko trenje). Udžbenik (Otkrivamo fiziku, Fizika oko nas; školska knjiga) ova dva tipa trenja ne razlikuje nego govori uglavnom o dinamičkom trenju te ga zove "trenje klizanja", no onda u zadacima i primjerima koristi i statičko trenje. Primjerice, trenje između automobilskih guma i ceste je

statičko, a ne dinamičko ukoliko guma ne proklizuje (tj. ne vrti se u mjestu pa nemamo klizanje jedne površine niz drugu).

Dok tijelo miruje, djeluje statičko trenje. Ako pokušamo gurnuti teret koji miruje, sila trenja će biti jednaka našoj sili kojom guramo (jer teret miruje) tek kada naša sila postane dovoljno velika će se teret pokrenuti. Ta maksimalna sila koja je potrebna da se tijelo pokrene je (maksimalna) statička sila trenja i ona je *veća* nego dinamička sila trenja, tj. sila kojom se tijelo odupire dok klizi, a mi ga vučemo (ili guramo).

Graf sile trenja koja djeluje na teretu kojeg iz stanja mirovanja pokušavamo gurnuti bi izgledao otprilike ovako:



Kako vrijeme prolazi (tj. kako po x osi idemo udesno) tako sve jače guramo teret. Jasno se vidi šiljak gdje sila postaje najjača potom sila opada jer se tijelo pokrenulo. Vidimo jasno da je sila potrebna za pokrenuti tijelo iz stanja mirovanja puno veća nego sila potrebna da se gibanje održi.

Nadalje, udžbenik (Otkrivamo fiziku, Fizika oko nas; školska knjiga) razlikuje trenje klizanja od "trenja kotrljanja", što uopće nije trenje u smislu u kojem smo ga uveli na početku (zapinjanje mikroskopskih nepravilnosti). Svima je jasno da ako zakotrljamo kolo, ono će se zaustaviti nakon nekog vremena. To nije zato što površina kola zapinje o podlogu (to zapinjanje, tj. trenje postoji i razlog je zašto se kolo ne rotira u mjestu nego se kotrlja po podu). Razlog zaustavljanja kola je činjenica da se kolo, kako se rotira, polako elastično deformira. Te deformacije polako oduzimaju energiju iz sustava u obliku topline. Dakle proces nije iste prirode kao statičko i dinamičko trenje i ne zasluhuje da ga zovemo istim imenom i analiziramo na isti način.

Jedino što je isto objema fenomenima je da se mogu opisati istom jednostavnom relacijom:  $F = \mu F_g$  jer su deformacije izražene što je težina tijela



veća. Ovdje je  $\mu$  puno manji broj nego u slučaju (statičkog i dinamičkog trenja) jer će se, recimo, kolo puno duže kotrljati nego klizati (ako ga položimo na stranu i gurnemo).