8. razred - Valovi

Duje Jerić- Miloš

6. svibnja 2024.

1 Uvod

Valovi imaju veze s *periodičnim gibanjima*. Kažemo da je gibanje periodično ako se tijelo nakon nekog vremena vrati u početni položaj i ponovno iscrtava istu putanju koju je prije imalo. Primjerice, kada tijelo ovješeno o konopac gurnemo ono se giba periodički (njiše se). Kada tijelo okačimo na oprugu i gurnemo ga, ponovno imamo periodičko gibanje. Periodičko gibanje u kojem se tijelo giba naprijed-natrag pravilnim ritmom (kao u prethodna dva primjera) još zovemo **titranje** (ili oscilacija).

Val se javlja kada imamo puno oscilacija koje se međusobno podupiru i tako stvaraju oblik koji se može gibati kroz prostor. Primjerice, val na moru se javlja jer se visina mora na mnogim mjestima izmjenjuje iz visokog u nisko. Ugrubo, reći ćemo da imamo valno ponašanje ako imamo nekakav poremećaj (deformaciju) u nekoj fizikalnoj veličini koji se može sam od sebe širiti prostorom.

Precizna definicija je škakljiva. Mogli bismo reći da je val onaj fenomen koji zadovoljava valnu jednadžbu, ali onda je pitanje točno koje jednadžbe ćemo zvati valnim jednadžbama). Bolje je držati se ove grube definicije i onda vidjeti imaju li jednadžbe koje promatramo takvo ponašanje. Generalno, hiperbolne diferencijalne jednadžbe imaju takva ponašanja[1]

Kada kažemo da je fenomen X val, tvrdimo da nešto vezano za fenomen X oscilira, tj. da nešto ima periodičko ponašanje. Treba stoga točno objasniti

[1] Ali recimo u kvantnoj mehanici isto imamo valna ponašanja a Schrodingerova jednadžba je parabolična - kao i toplinska; no Schrodingerova uključuje kompleksne brojeve, što daje valna rješenja. Vidi (posebice 1.4.2):`https://vmm.math.uci.edu/PalaisPapers/IntroToWaveEqnsPCM.pdf`

koja veličina se periodički mijenja. U suprotnom nismo opisali ništa, samo se razbacujemo riječima (ala new age woo).

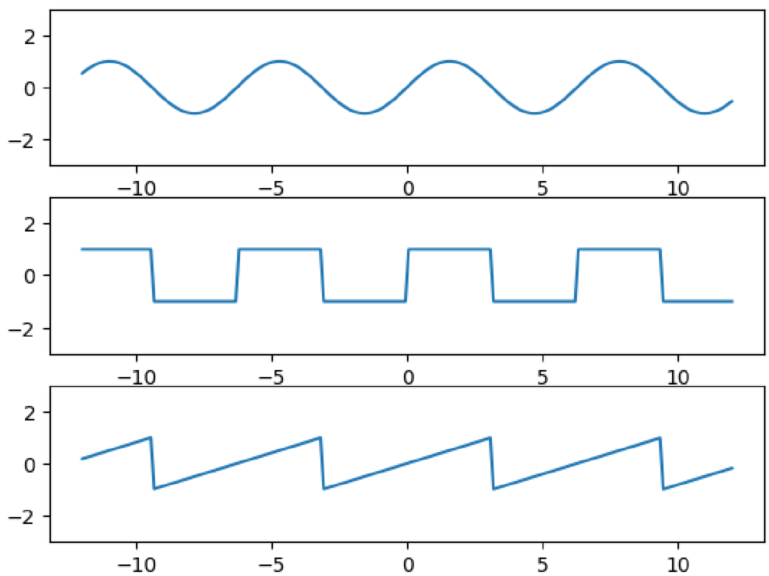
Zvuk je val. Preciznije, promjene u tlaku (i gustoći) imaju valno ponašanje (mali komadići zraka se pomiču zbog izmjena u tlaku). Potresi su isto valovi. Ovo znači da mali komadići zemlje osciliraju. Spomenuli smo i valove na vodi. Primijetimo da su svi ovi fenomeni vezani za nekakv medij (sredstvo) kroz koje se val širi (voda, zemlja, zrak). Za prijenos valova nije nužno potreban medij. Primjerice, svjetlost je isto valni fenomen, ali se ne širi nikakvim sredstvom.

U slučaju svjetlosti, oscilira vrijednost električnog i magnetskog polja. Elektricitet i magnetizam opisujemo pomoću *vektorskih polja* - u svakoj točki prostora nataknemo nekakav vektor (neku strelicu koja ima svoj smjer i dužinu). Pravilne izmjene vektora električnog i magnetskog polja tvore elektromagnetski val. Sva svjetlost koju vidimo je takav jedan elektromagnetski val. Budući da kod valova čestice osciliraju (gibaju se naprijed-natrag), same čestice se, generalno govoreći, ne miču daleko od svojih položaja. Dakle, valna gibanja mogu prenijeti energiju (oscilacije) bez da prenesu materiju.

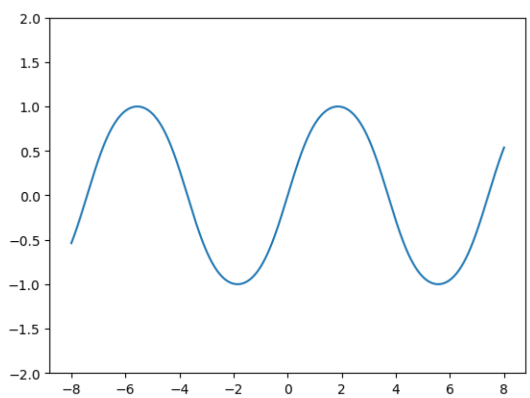
Ako mislimo opisati periodička gibanja, trebamo odgovarajuće matematičke alate. Trebaju nam funkcije koje će opisati takve periodičke promjene u nekoj veličini (bilo u ovisnosti o prostoru ili vremenu).

2 Kako opisujemo valove?

Matematički ćemo opisati samo najjednostavniji slučaj. Pretpostavit ćemo da je val nema početak ni kraj te da su mu brijegovi svi na istoj visini i na istim međusobnim razmacima. Zapravo, pretpostavit ćemo da je val sačinjen od jednog oblika koji se ponavlja (periodičnost). Ima puno mogućih oblika koji bi zadovoljavali ovo svojstvo, npr. sinusoida, square ili sawtooth:

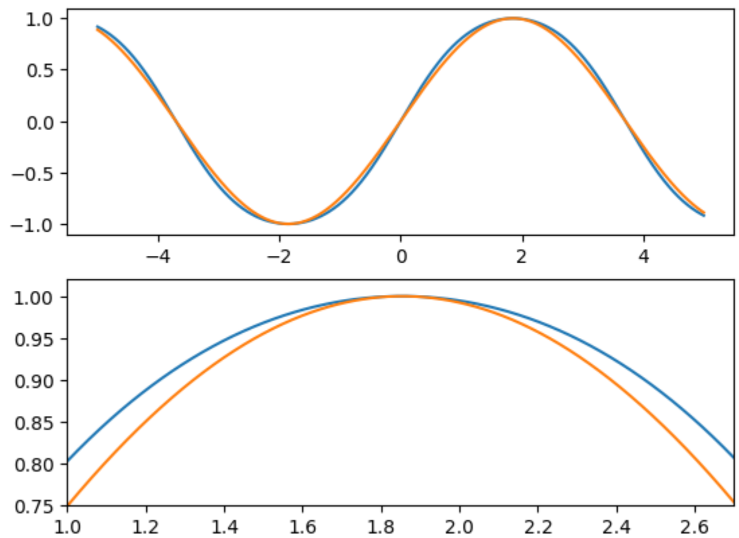


Ipak, zbog toga što ima najljepša matematička svojstva, najčešće se koristi prvi oblik (sinusoida). Za matematičku definiciju sinusoide vidi dodatak (valovi, napredno). Sinusoida je točno oblik koji je nacrtan na slici (i koji ima preciznu matematičku definiciju). Valja biti pažljiv jer postoje vrlo slični oblici koji, striktno govoreći, nisu sinusoide. Primjerice, Jacobijeva eliptička funkcija sn ima vrlo sličan oblik, no njena precizna matematička definicija je puno kompliciranija od sinusoide.



Slika 1: Jacobijeva eliptička funkcija $sn(x)$ za vrijednost eliptičkog parametra $m = 0.5$

Razlika je vrlo suptilna, ali Jacobijeva funkcija je malo deblja od sinusoide:

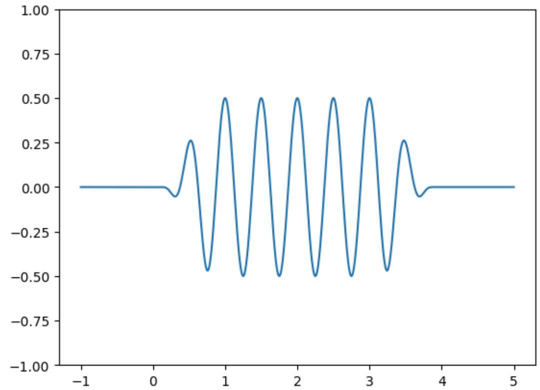


Slika 2: Usporedba sinusoide i Jacobijeve funkcije. Plava boja je Jacobijeva funkcija, a narančasta sinusoida.

Dakle, ne možemo baš "odokativno" reći koji oblik je sinusoida, a koji nije[2]

Stvarni valovi nisu savršeno periodični, tj. ne možemo ih dobiti beskonačnim ponavljanjem jedno te istog oblika. U najmanju ruku, valovi mogu imati svoj početak i/ili kraj. Ipak, ako promatramo samo središnji dio vala, onda periodičke funkcije daju relativno dobar opis.

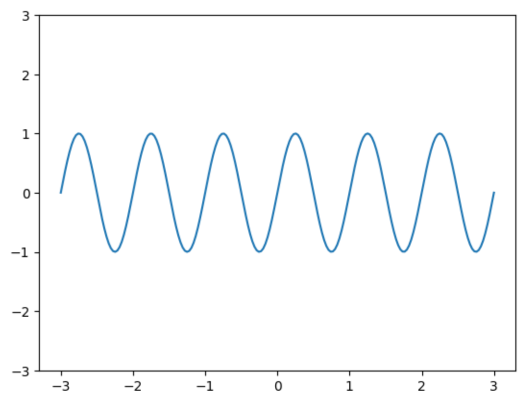
[2]Ipak, ako nam nije potrebna jako velika preciznost mogli bismo aproksimirati Jacobijevu funkciju sinusoidom, tj. mogli bismo koristiti oblik koji ima jednostavniji opis (sinusoida) i pojednostavniti diskusiju.



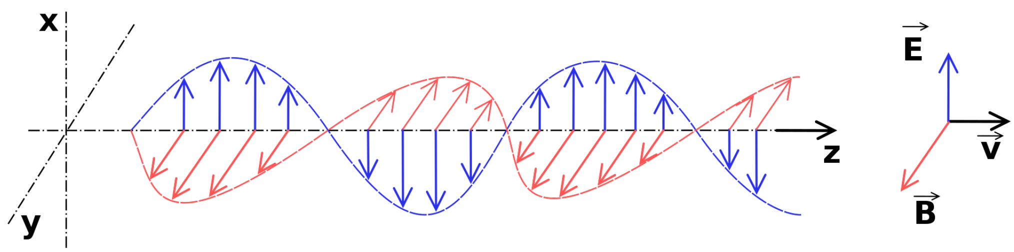
Slika 3: Val s početkom i krajem

U konkretnom slučaju vala na vodi, vrijednosti funkcije (vrijednosti na y osi) bi predstavljale visinu vode u odnosu na neku srednju razinu mora (onu kada nema valova, tj. bonacu). U slučaju zvuka, vrijednosti na y osi bi predstavljale vrijednost tlaka u odnosu na neki srednji tlak (atmosferski tlak). Konačno, u slučaju elektromagnetskog zračenja, vrijednosti na y osi bi predstavljale iznos električnog (ili magnetskog) polja.

Što se x-osi tiče, možemo gledati ovisnost o prostoru i o vremenu. Ovisnost o prostoru dobijemo tako da uslikamo kompletni val u nekom trenutku i zabilježimo udaljenosti između brijegova i dolova:



Dakle, u slučaju zvuka u danom trenutku duž nekog (prostornog) pravca imamo područja gušćeg i rijeđeg zraka, tj. područja višeg i nižeg tlaka. U slučaju valova na vodi, u danom trenutku duž nekog pravca, imamo vodu na različitim visinama. Konačno, u slučaju elektromagnetkog zračenja, imamo vektor električnog polja koji mijenja svoj iznos kako se pomičemo kroz prostor u nekom smjeru. Vektor električnog (ili magnetskog) polja sam leži na nekom pravcu, a kako se mičemo kroz prostor, duljina vektora će rasti u jednom smjeru, poprimiti najveću vrijednost, potom opadati, pasti na 0 te početi rasti u drugom smjeru (što znači da vrijednost električnog polja postaje negativna).

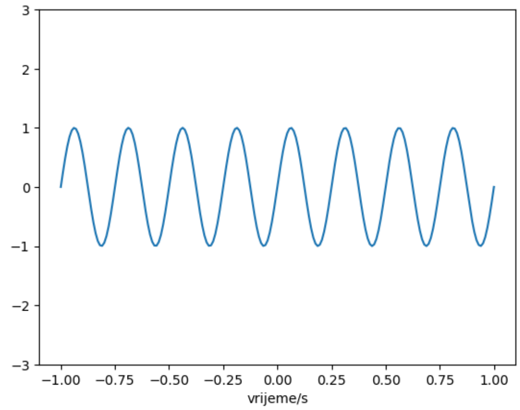


Slika 4: Elektromagnetski val (linearno polarizirani), izvor: `https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Onde_electromagnetique.svg`

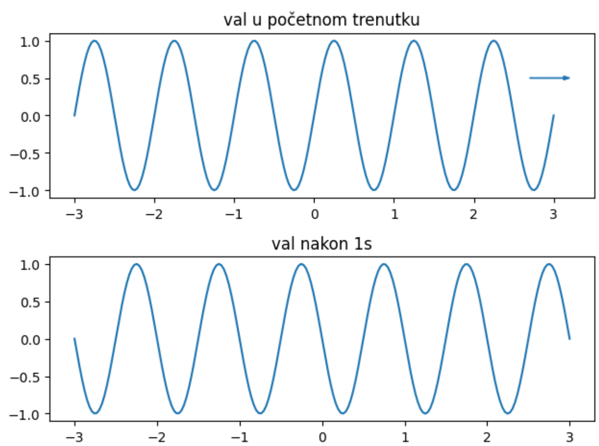
Ovisnost o vremenu dobijemo tako da promatramo što se događa u jednoj točki prostora kroz vrijeme.

Valovi se obično mijenjaju kroz vrijeme. Ovo znači da će visina vala u nekoj točki prostora imati različite vrijednosti kako vrijeme odmiče. Primjerice, ako stojimo na obali mora, u jednom trenutku razina mora nam može biti do gležnjeva (ako je do nas taman došao npr. dol vala), a u sljedećem do koljena (ako nas je sada zapljusnuo brijeg).

U slučaju zvuka, u danoj točki prostora (npr. ispred bubnjića ili negdje gdje smo stavili mikrofon) mjerimo izmjene u tlaku zraka. U slučaju elektromagnetskog zračenja, u danoj točki prostora mjerimo promjene u iznosu (i smjeru) električnog polja, itd.



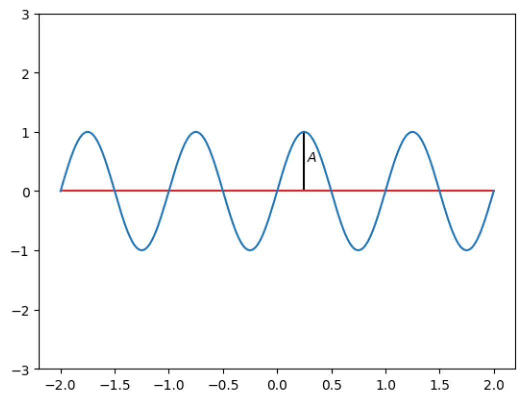
Kolektivne izmjene u svim prostornim točkama se percipiraju kao pomak vala (npr. oblik vala se pomiče prema obali i dolazi do nas):



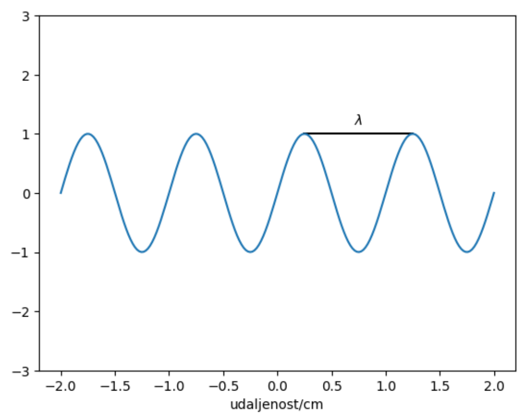
3 Karakteristike valova

Za jednostavne savršeno periodične valove (sinusoide i sl.) definiramo sljedeće karakteristike.

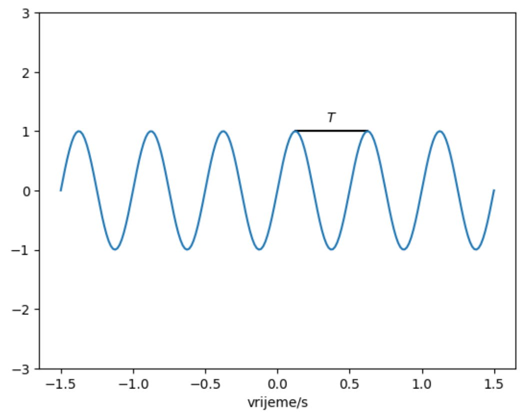
Amplituda je visina brijega (tj. dubina dola) u odnosu na ravnotežnu srednju vrijednost oko koje osciliramo:



Valna duljina je prostorna udaljenost između dva susjedna brijega. Prosto rečeno, to je prostorna duljina onog dijela vala koji se ponavlja.



Period vala (T) je vrijeme koje mjerimo na sljedeći način. Stojimo na mjestu. Kada nas zapljusne brijeg upalimo štopericu, a kada nas zapljusne sljedeći brijeg izgasimo štopericu. To je dakle vrijeme potrebno da se val pomakne za jednu valnu duljinu. Primijetimo da je period vala "vremenska udaljenost" između dva susjedna brijega:



Dakle, kada nacrtamo vremensku ovisnost vala u nekoj prostornoj točki, to je duljina dijela koji se ponavlja.

Frekvencija vala (f) nam kaže koliko će nas puta u jedinici vremena val zapljusnuti, tj. koliko će puta u jedinici vremena u nekoj točki prostora visina vala poprimiti najveću vrijednosti. Najčešće uzmemo da je "jedinica vremena" sekunda. Ako se najveća vrijednost postigne 5 puta u sekundi, kažemo da je frekvencija vala 5Hz. Na gornjoj slici je, primjerice, frekvencija 2Hz. Naime, u trenutku 0.125s se postigne prva najveća vrijednost i u tom trenutku krenemo s brojanjem. Sljedeća najveća vrijednost se postigne točno nakon 0.5s (u trenutku 0.625s), potom još jedna nakon još 0.5s (u trenutku 1.125s). Dakle, u 1s smo izbojali 2 brijega (ne računajući prvi koji je bio samo signal da krenemo s brojanjem).

Frekvencija i amplituda su vezane na sljedeći način. Ako je frekvencija 2Hz, to znači da nas u jednoj sekundi zapljusnu dva brijega. To pak znači da je period vala 0.5s (jer treba samo pola sekunde da nas zapljusne jedan brijeg). Ako je frekvencija pak 4Hz, onda nas u jednoj sekundi zapljusnu 4 brijega pa treba samo četvrtina sekunde da nas zapljusne jedan brijeg. Dakle, frekvencija i period su međusobno recipročne vrijednosti, tj. veza između perioda T i frekvencije f je dana izrazom $f = \frac{1}{T}$ (frekvencija govori koliko puta period stane u jednu sekundu). Sada je valjda jasno da je Hz samo drugi naziv za $\frac{1}{\mathrm{s}}$.

Brzina vala nam govori koliku udaljenost val prijeđe u jedinici vremena $v = \frac{x}{t}$. Već imamo karakteristično vrijeme vala (period T) i karakterističnu udaljenost (valnu duljinu λ). Kako je period upravo vrijeme potrebno da val prijeđe jednu valnu duljinu, brzina vala je

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

.

Primjerice, neka je valna duljina 15cm i neka val prijeđe dvije valne duljine u 10s. Onda val prijeđe 30cm u 10s, tj. brzina vala je 3cm/s. Do brzine smo mogli doći i tako da zaključimo da će val prijeći jednu valnu duljinu u 5s (pa mu je period $T = 5$s), što znači da je brzina $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{15}{5} = 3$cm/s.

Napomenimo da brzina vala ovisi o sredstvu (mediju) kroz koji se val giba. Tako, recimo, brzina zvuka u krutinama ovisi o elastičnim svojstvima tog materijala. Zvučni valovi se šire kroz krutine na način da se krutina na nekim mjestima malo skupi, a na drugim mjestima malo raširi. Kada se atomi međusobno približe, među njima djeluje odbojna sila, a kada se atomi raširе djeluje privlačna sila - dakle atomi se ponašaju kao da su vezani malim nevidljivim oprugama. Što su te opruge kruće (što je materijal teže rastegnuti), to će titranje opruge biti brže i val će se brže širiti.

Slično i za zrak, brzina zvuka ovisi o tome koliko se tlak promijeni kada komprimiramo volumen zraka za neku vrijednost. Primjerice ako za plin A vrijedi da kompresijom nekog početnog volumena 1m^3 povećamo tlak za 100Pa, a za plin B vrijedi da kompresijom istog početnog volumena za 1m^3 povećamo tlak za 200Pa, onda očekujemo da će se zvuk brže prenositi u plinu B (zrak se manje mora komprimirati, tj. pomaknuti da bi se tlak dignuo za istu vrijednost).

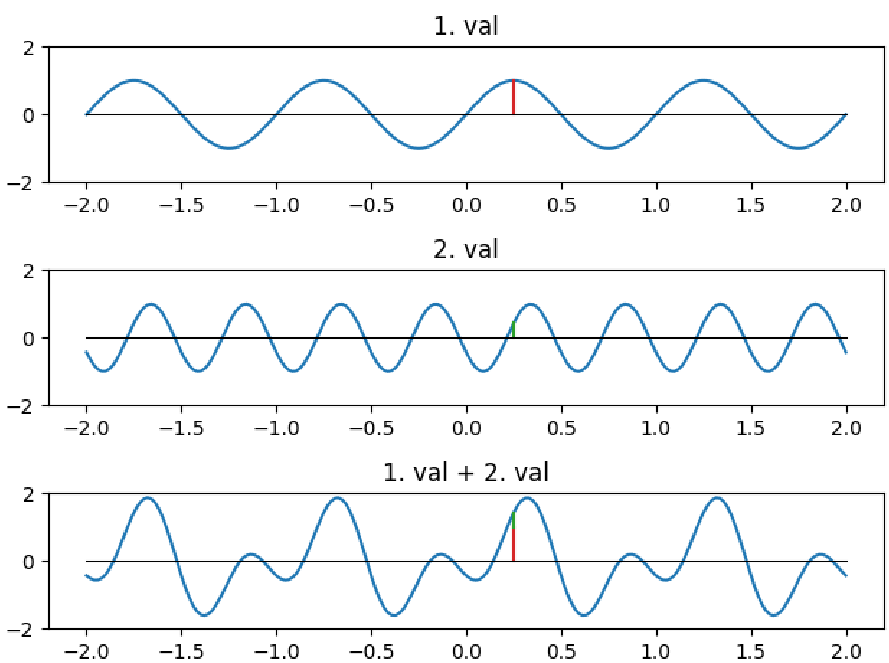
Općenito, brzina zvuka u zraku je manja nego u krutinama (u krutinama su čestice bliže razmještene i elastične deformacije puno brže propagiraju).

Ipak, bitno je imati na umu da frekvencija vala NE ovisi o sredstvu kroz koji se val giba, već samo o izvoru vala. Dakle, koliko brijegova izvor odašilje, toliko brijegova i mi moramo izmjeriti. Naime, ako izvor stvara 15 brijegova svake sekunde, a do nas dolazi samo 10, negdje bi se preostalih 5 gomilalo. Zamislimo da bacamo kovanice u duboki bunar svaku sekundu. Svaku sekundu će kovanica upasti u vodu, no unutar same vode će kovanice usporiti. Ipak, kada se prva kovanica spusti na dno bunara, sljedeća će dotaknuti dno točno sekundu nakon prve (u suprotnom bi se kovanice negdje gomilale, tj. morale bi negdje dodatno usporavati).

Ako razmišljamo o zvuku na prijelazu iz npr. zraka u zid, onda se visoki tlak sudari sa zidom određeni broj puta u sekundi (uzmimo 100Hz - 100 puta u sekundi). Ovo sudaranje zraka sa zidom pak djeluje kao novi izvor koji stvara valove u zidu istom frekvencijom (100 puta u sekundi). Ovo možemo shvatiti kao "matching condition" - visoki tlak u zraku, se mora prenijeti u visoki tlak u zidu (brijeg ide u brijeg). Kada bi frekvencija u zidu bila drukčija, ne bismo mogli spojiti brijeg sa brijegom, tj. ne bi vrijedio "matching condition".

4 Zbroj valova

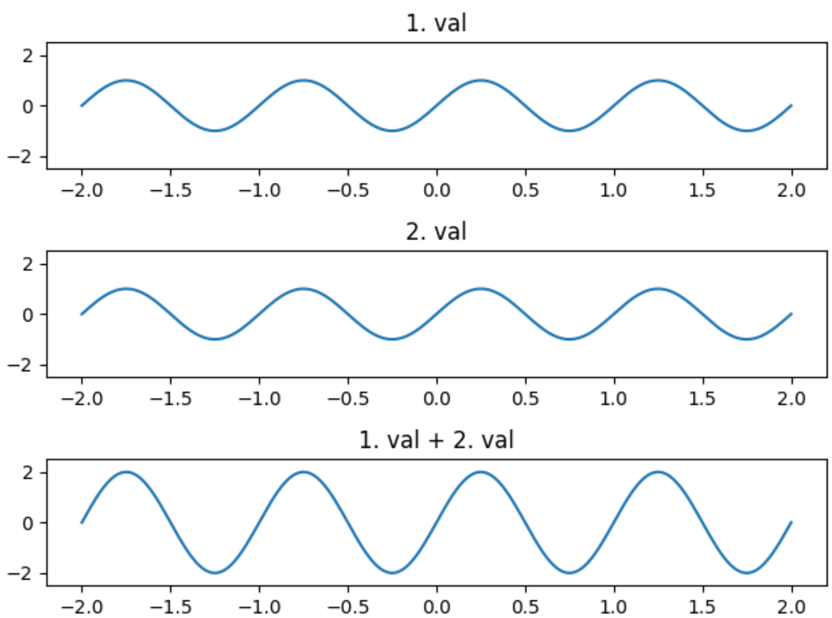
Druge periodičke oblike možemo dobiti zbrajanjem sinusoida različitih frekvencija i amplituda. Dva vala (zapravo dvije funkcije općenito) zbrajamo na sljedeći način. Visina zbroja dvaju valova nad nekom prostornom (ili vremenskom) točkom je zbroj visina pojedinačnih valova:



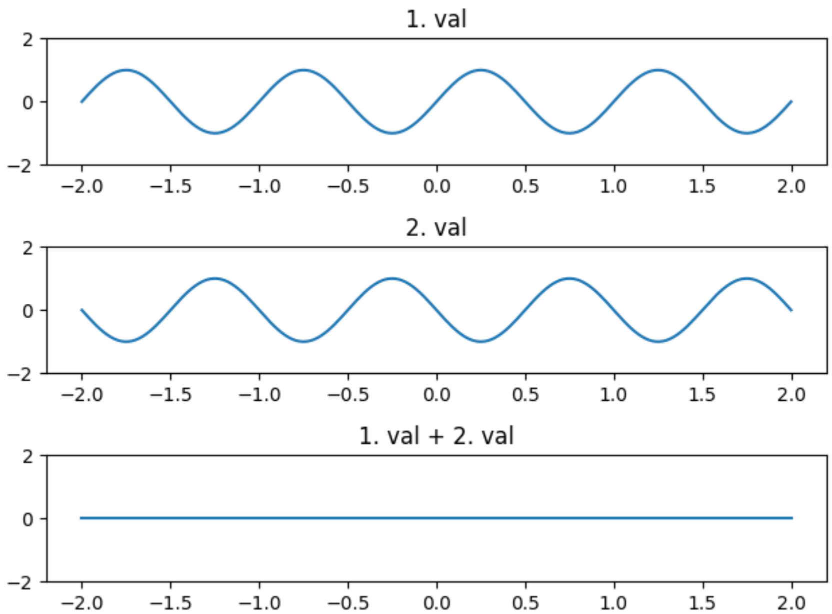
Ovdje doduše moramo pripaziti na to da visinu vala mjerimo s obzirom na ravnotežnu vrijednost. Ako je visina vala manja od ravnotežne vrijednosti, uzimamo da je visina negativna. Ovo treba imati na umu kada govorimo o npr. zvuku jer ravnotežna vrijednost tlaka nije 0Pa, već 1atm (= 101325Pa). Dakle, kada zbrajamo valove, uzmemo da je visina tlaka od 1atm jednaka 0, sve iznad toga je pozitivno, a sve ispod toga negativno.

Matematički, funkcije f i g ćemo zbrojiti tako da funkcija $f+g$ u točki x iznosi $(f+g)(x) = f(x)+g(x)$. Ovo znači da ukoliko prvi val ima vrijednost 1 nad točkom 0.25, a drugi val nad istom točkom ima vrijednost 0.5, onda njihov zbroj nad točkom 0.25 ima vrijednost $1 + 0.5 = 1.5$.

Dakle, ukoliko se dva vala istih frekvencija točno poklope jedan iznad drugoga (poklope im se brijeg i brijeg te dol i dol), onda će se njihove amplitude zbrojiti. Drugim riječima, zbroj će imati više brijegove i dublje dolove nego pojedinačni valovi. Ovo zovemo **konstruktivna interferencija**:

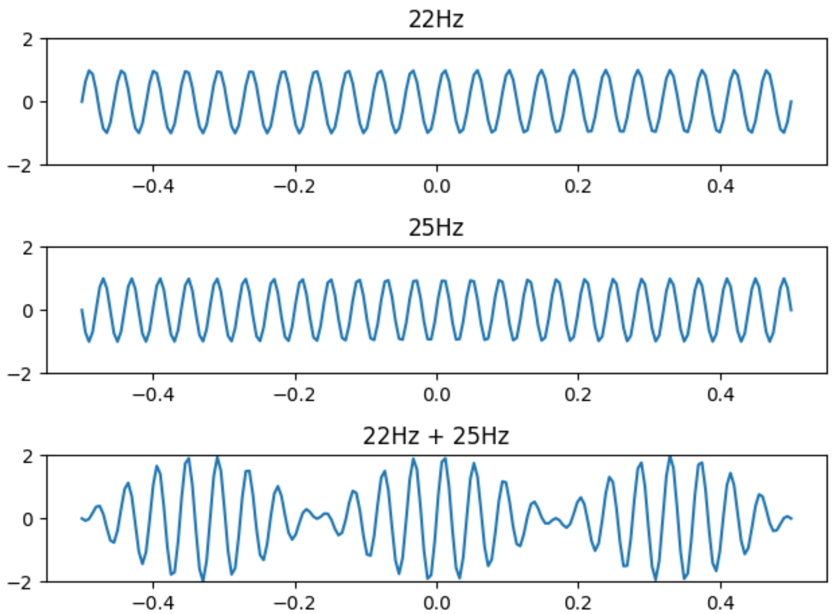


Potpuno analogno, ukoliko se poklope brijeg jednog vala i dol drugog vala, amplitude će im se poništiti (pa će zbroj imati niže brijegove i pliće dolove nego viši val): **destruktivna interferencija**:

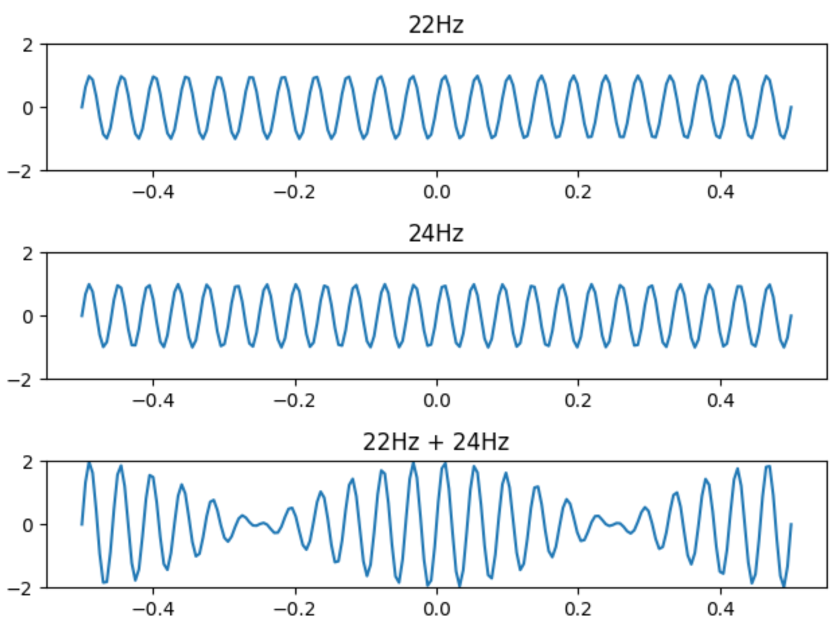


Interesantno, u slučaju zvuka, ovo nam govori da s dva tona možemo dobiti tišinu. Naravno, ta dva tona moraju biti sličnih (idealno bi bilo istih) amplituda i frekvencija te zvučnici moraju biti postavljeni točno tako da brijeg tona koji jedan stvara nailazi na dol tona koji drugi stvara. Ovo je princip iza *active noise cancellation* tehnologije, koju koriste neke slušalice.

Interesantan fenomen se javlja kada zbrojimo dva vala bliskih frekvencija, npr. 22Hz i 25Hz:

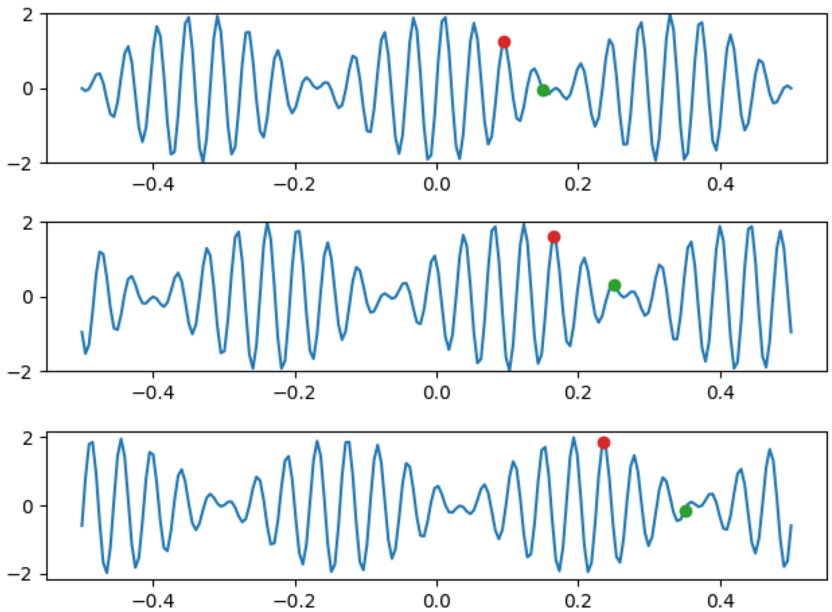


Ovo su tzv. udari (oni tvore omotač, tj. *envelopu* oko manjih valova). Za matematičku formulaciju ovakvih valova s envelopom, vidi dodatak o sinusoidi. Što su frekvencije bliže, udari su širi:



Ovaj fenomen možemo koristiti za štimanje instrumenta po sluhu - kada čujemo udare (što percipiramo kao brzo periodičko mijenjanje glasnoće), znači da su frekvencije blizu. Kako približavamo frekvencije dodatno, tako će udari biti sve sporiji, sve dok se dvije frekvencije ne poklope. Vidi `https://www.youtube.com/watch?v=hCFMbh2IsPQ`.

Fazna brzina ovakvih valova s omotačem je brzina kojom se gibaju vrhovi vala - to je brzina vala koju smo prije definirali. Možemo definirati i **grupnu brzinu**, što je brzina kojom se giba omotač:



Slika 5: Crvena točka prati jedan brijeg (giba se faznom brzinom). Zelena točka prati kraj omotača (giba se grupnom brzinom).

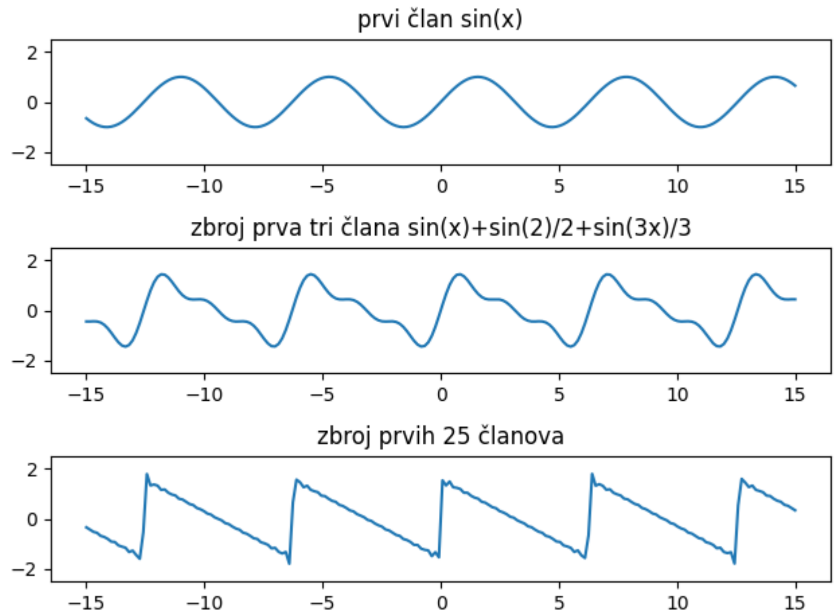
Lakše je razumijeti kada je sve u pokretu - vidi `https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Wave_group.gif`. Ako se sve frekvencije (sve izvorne sinusoide) gibaju istim brzinama, onda će se cjelokupni oblik zbroja valova samo translatirati te su grupna i fazna brzina iste. Ako se pak različite frekvencije gibaju različitim brzinama, onda (kao na slici) možemo imati fenomen gdje će dani vrh biti na različitoj lokaciji unutar envelope (jer se envelopa pomakla u odnosu na njega). Sredstva u kojima fazne brzine nisu iste za sve frekvencije see zovu **disperzivna** sredstva.

Primjerice, za svjetlo to znači da će neke boje svjetla biti brže u disperzivnom sredstvu od drugih - to će rezultirati drukčijim ponašanjem različitih boja (te je zaslužno za rastav svjetlosti na prizmi, tj. za stvaranje duge).

5 Rastav valova

Vidjeli smo da zbrajanjem jednostavnih valova dobijemo val kompliciranijeg oblika. Postavlja se prirodno pitanje: ako nam je zadan val određenog oblika (npr. zbroj neke dvije sinusoide), možemo li odrediti od kojih sinusoida se on sastoji? Nadalje, možemo li uopće svaki periodični oblik prikazati kao zbroj sinusoida (možda različitih frekvencija i amplituda). Odgovor na ova pitanja je dao Joseph Fourier.

Svaki periodički oblik možemo dobiti zbrajanjem sinusoida različitih frekvencija i amplituda, ali možda moramo zbrojiti jako veliki broj sinusoida, tj. moramo uključiti jako puno frekvencija. Štoviše, neka sinusoida će imati najnižu frekvenciju f, a sve druge sinusoide će imati frekvencije koje su višekratnici najniže ($2f$, $3f$, $4f$, itd.). Zbroj tih sinusoida se zove *Fourierov red*, a ovaj matematički rezultat nosi naziv *Fourierov teorem*. Dakle, svaki periodički val možemo shvatiti kao zbroj nekih "osnovnih valova". Primjerice sawtooth dobijemo iz sinusoidalnih valova sin tako da zbrojimo $sin(x)$, $sin(2x)/2$, $sin(3x)/3$, $sin(4x)/4$... Drugim riječima, prvo na osnovnu sinusoidu zbrojimo sinusoidu dvostruko veće frekvencije, ali dvostruko manje amplitude. Na to sada dodamo sinusoidu triput vrće frekvencije, ali i triput manje amplitude, itd. Što više sinusoida zbrojimo na ovaj način, to će oblik biti bliži sawtooth valu:



Zapravo, kada periodičke valove želimo razbiti na zbroj nekih jednostavnih periodičkih valova (različitih frekvencija i amplituda), nismo samo ograničeni na sinusoide (kao što garantira Fourierov teorem). Vidi `https://en.wikipedia.org/wiki/Wavelet_transform` [3]. Svaki periodički val se može razbiti i zbroj square valova (vidi `https://en.wikipedia.org/wiki/Haar_wavelet`) ili čak i na zbroj sawtooth valova. Dakle, i sinusoidu bismo mogli prikazati kao zbroj sawtooth valova. Ipak, sinunsoide imaju ljepša matematička svojstva[4] pa se stoga češće koriste za rastav valova.

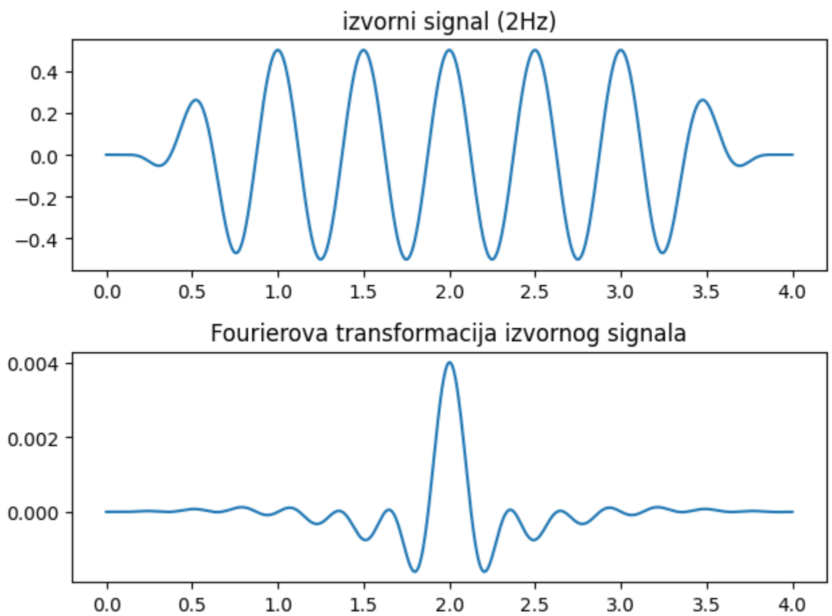
Ovo objašnjava zašto se isplati analizirati te jednostavne oblike - svaki drugi periodički oblik dobijemo zbrajanjem nekog broja jednostavnih oblika različitih frekvencija i amplituda[5].

[3] Pitanje je samo odabira baze za odgovarajući prostor funkcija, tj. za odgovarajući Hilbertov prostor.

[4] One su svojstvene funkcije druge derivacije. Nadalje, sin i cos su samo x i y komponenta tzv. kompleksne eksponencijalne funkcije koja je svojstvena funkcija prve derivacije. Ovo sve znači da su te funkcije savršeni odabir za rješavanje diferencijalnih valnih jednadžbi.

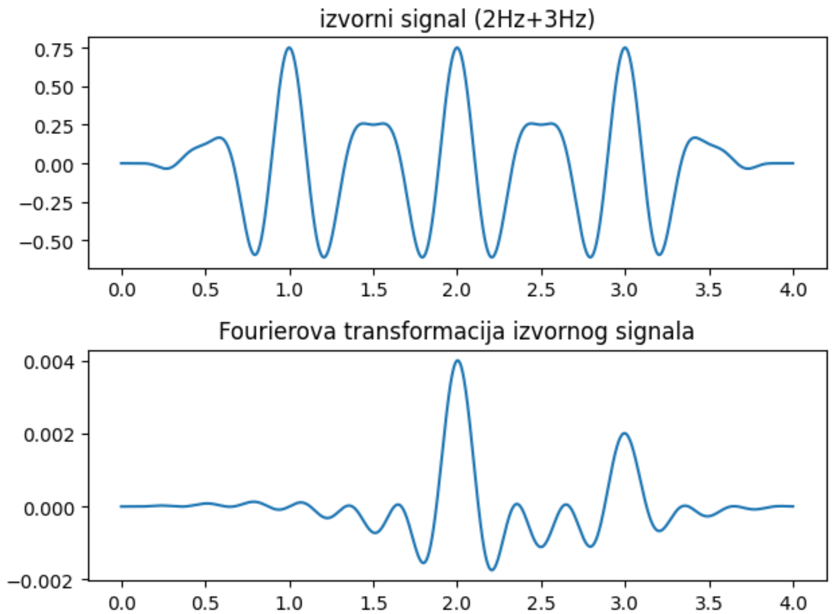
[5] Doduše, nešto je suptilnije sljedeće pitanje. Shvatili smo da ako želimo analizirati periodičke funkcije, valja ih razbiti na zbroj "jednostavnih" periodičkih funkcija. U fizici pak obično imamo neku jednadžbu koja daje valno ponašanje (tj. koja ima neka valna rješenja) i koju bi valjalo riješiti u nekom konkretnom slučaju. Ovisno o fenomenu i

Kada snimimo zvučni val mikrofonom (i zabilježimo promjene u tlaku s vremenom), dobit ćemo val nekakvog oblika. Taj oblik ne mora biti pravilna sinusoida (npr. može biti zbroj više sinusoida različitih frekvencija), stoga je ključno pitanje kako točno odrediti koje sinusoidalne frekvencije su prisutne u signalu mikrofona. Frekvencije određujemo tzv. *Fourierovom transformacijom*. Ona nam vrati šiljak na onim vrijednostima koje odgovaraju frekvencijama sinusoidalnih valova u izvornom signalu.



Kada imamo više frekvencija dobijemo dva šiljka s tim da će zastupljenija frekvencija (ona s višom amplitudom) imati viši šiljak.

jednadžbi koja ga opisuje, možda nije istina da bi baš bilo koja periodička funkcija trebala biti rješenje (zapravo možda nije ni istina da sinusoide moraju biti rješenje). Zanima nas stoga možemo li princip zbrajanja valova primijeniti i ovdje. Preciznije, ako imamo rješenje f i rješenje g naše jednadžbe (koja daje valno ponašanje), vrijedi li zaista i da je $f + g$ isto rješenje te jednadžbe? Ako jest, onda možemo koristiti zbroj jednostavnih rješenja da konstruiramo kompliciranija rješenja (koja možda zadovoljavaju početne ili rubne uvjete konkretnog slučaja koji pokušavamo opisati). Sustavi za koje ovo vrijedi zovemo *linearnim sustavima*. Napomenimo da postoje i nelinearni sustavi (npr. Korteweg-De Vries - `https://en.wikipedia.org/wiki/Korteweg%E2%80%93De_Vries_equation`) za koje ovaj princip ne vrijedi. Ipak, većina sustava se može linearizirati, tj. aproksimirati linearnim sustavom pa je princip linearnosti zaista dalekosežan.



Napomenimo da je Fourierova transformacija definirana čak i za neperiodičke valove. U gornjem primjeru nismo imali savršeni periodički signal (imao je početak i kraj). Zato smo imali nekakve manje vrhove uz dva glavna šiljka. Ako imamo savršenu sinusoidu frekvencije 2Hz, transformacija će vratiti beskonačno visoki šiljak na vrijednosti 2. Što je frekvencija više zastupljena, njen šiljak će biti širi (imat ćemo više površine ispod tog šiljka).

Interesantno je da kada na F. transformirani val još jednom primijenimo Fourierovu transformaciju, dobijemo početni val[6]. Dakle, Fourierova transformacija se lagano može invertirati - ovo je tzv. *teorem o inverziji.*

Dakle, svaka funkcija je jednaka Fourierovoj transformaciji neke druge funkcije (njene inverzne Fourierove transformacije), što, ako pogledamo matematičku definiciju Fourierove transformacije (vidi `https://en.wikipedia.org/wiki/Fourier_transform`), možemo interpretirati kao nekakvu kombinaciju sinusoidalnih valova različitih frekvencija i amplituda (gdje je amplituda dana iznosom inverzne Fourierove transformacije) [7]. Fourierovu transformaciju stoga možemo shvatiti kao način da proizvoljni (ne samo periodički!) val razbijemo na kombinacije sinusoida različitih frekvencija.

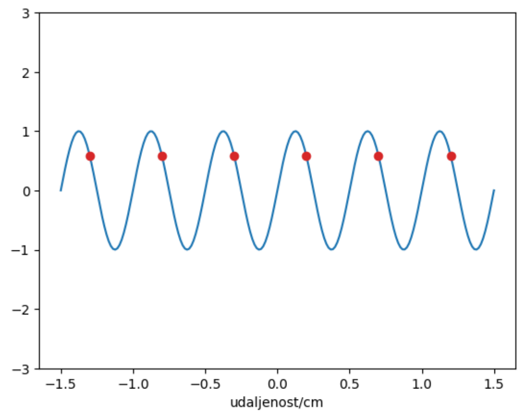
[6] Ovo nije baš skroz točno, zapravo dobijemo val reflektiran s obzirom na y-os.

[7] "Kombinacija" ovdje nema značenje jednostavne sume, već integrala (dozvoljavamo jako fine razmake između bilo koje dvije frekvencije)

Nećemo ulaziti u detaljniju diskusiju Fourierove transformacije. Za razlog zašto ona funkcionira vidi `https://www.youtube.com/watch?v=spUNpyF58BY`.

6 Širenje valova

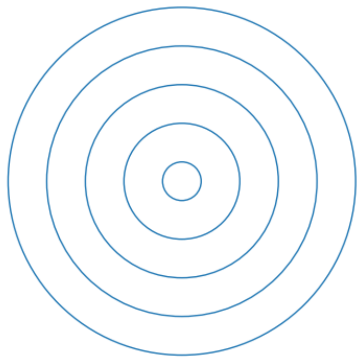
Kod periodičkih valova (onih valova koji imaju neki oblik koji se ponavlja), možemo govoriti o točkama u *fazi*. Ovo znači da se točke nalaze na istom mjestu u segmentu koji se ponavlja (ali se mogu nalaziti na različitim segmentima):



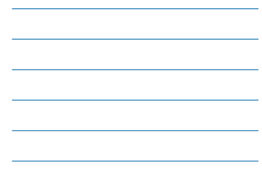
Odaberimo sada neku točku na valu. **Valna fronta** koja sadrži tu točku je skup svih točaka koje su s njom u fazi (možemo govoriti o valnoj fronti koja je *generirana* nekom točkom).

Kako radimo sa sinusoidama, od sada pa nadalje (radi jednostavnosti) ćemo pretpostaviti da nam je valna fronta generirana točkom na vrhu brijega. Dakle, za nas je "valna fronta" samo "skup svih točaka koje su na brijegu", tj. preciznije skup svih točaka na kojima fizikalna veličine koja oscilira (tj. ima valno ponašanje) poprima najvišu vrijednost.

Do sada smo samo govorili o valovima duž nekog pravca, ali sada nam pojam valne fronte omogućuje da na jednostavan način vizualiziramo oblik vala čak i u 2D ili 3D slučaju. Primjerice, ako promatramo valove na ravnini, možemo gledati odozgo pa bi valne fronte bile:

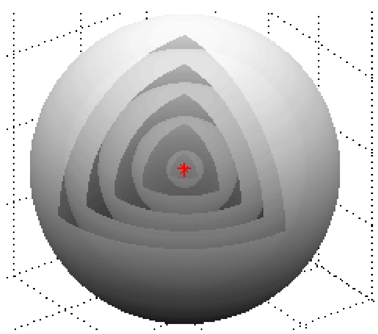


(a) Kružni 2D val

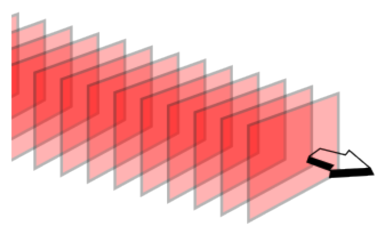


(b) Ravni 2D val

U 3D slučaju bismo imali:



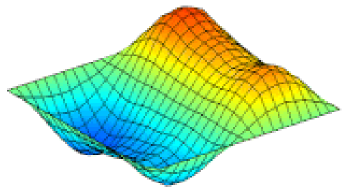
(a) Sferni 3D val, izvor https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Spherical_Wave.gif



(b) Ravni 3D val, izvor https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Plane_wave_wavefronts_3D.svg

Sferni i ravni valovi su za fiziku bitni jer točkasti izvori tvore sferne valove, a valovi jako daleko od izvora su približno ravni. Ovu posljednju tvrdnju možemo vidjeti tako da zamislimo točkasti izvor koji stvara sferne valove - što se više udaljimo od izvora, to su sfere veće, pa jako daleko izgledaju gotovo kao paralelne ravnine (isto kao što Zemlja izbliza izgleda kao ravna ploča).

Kompleksniji valovi na ravnini pak izgledaju nešto kao:



Slika 8: Rješenje valne jednadžbe na ravnini, izvor `https://commons.wikimedia.org/wiki/File:2D_Wave_Function_resize.gif`

Takve valove možemo prikazati kao sumu jednostavnijih (ovisno o simetriji promblema sfernih ili ravnih valova) isto kao i za 1D slučaj (Fourierov red).

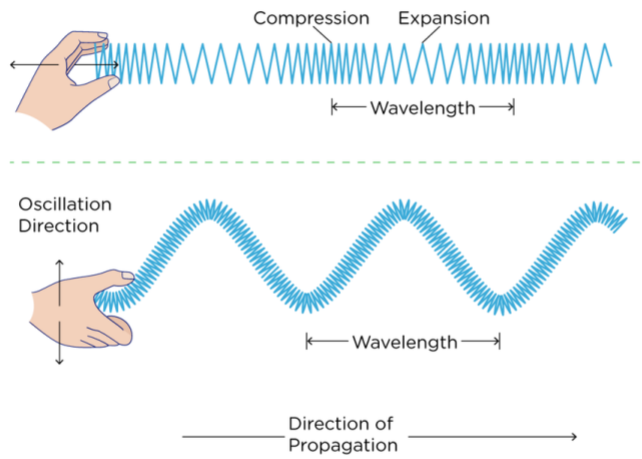
Moramo razlikovati smjer širenja vala od smjera periodičkih titranja koja sačinjavaju val. Primjerice, u slučaju zvuka ili potresa možemo govoriti o periodičkim pomacima malih komadića zraka ili zemlje. Taj pomak je vektor koji pokazuje u različitim smjerovima ovisno o tome na kojem mjestu (i u kojem trenutku) ga mjerimo. U slučaju elektromagnetskog vala govorimo o periodičkim izmjenama vektora električnog ili magnetskog polja. U svakom slučaju taj vektor (pomaka ili električnog polja) se mijenja kroz vrijeme i prostor, a kolektivne periodičke promjene (titranja) tvore fenomen vala.

Generalno formuliramo dvije ekstremne kategorije:

1. **Longitudinalni** valovi se šire u smjeru titranja.

2. **Transverzalni** valovi se šire okomito na smjer titranja.

Slikovito:



Slika 9: izvor: Jack Westin https://jackwestin.com/resources/mcat-content/periodic-motion/transverse-and-longitudinal-waves-wavelength-and-propagation-speed

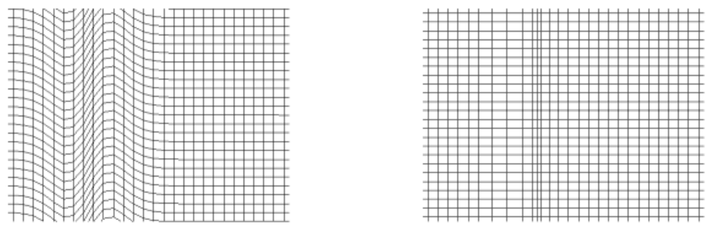
Razlika je možda još upečatljivija u obliku animacije: https://www.youtube.com/watch?v=7cDAYFTXq3E

Valovi generalno nisu savršeno transverzalni ni longidutinalni, već imaju transverzalne i longitudinalne komponente. Drugim riječima, mogu biti zbroj nekog transverzalnog i longitudinalnog vala.

Primjerice, svjetlost u vakuumu daleko od izvora je transverzalni val - ovo znači da električno i magnetsko polje titraju okomito na smjer širenja vala. S druge strane, u materiji (kada imamo neku distribuciju naboja) EM val može imati i longitudinalne komponente.

Zvuk je normalno longitudinalan u zraku, komadići zraka se pomiču u smjeru širenja vala, no kada se zvuk širi kroz krutu materiju može imati i transverzalnu komponentu (riječ je o tome da plinovi ne mogu imati shear stress, ali krutine mogu - u krutini možemo pomaknuti jedan sloj zemlje u odnosu na drugi te će trenje između slojeva održati oblik).

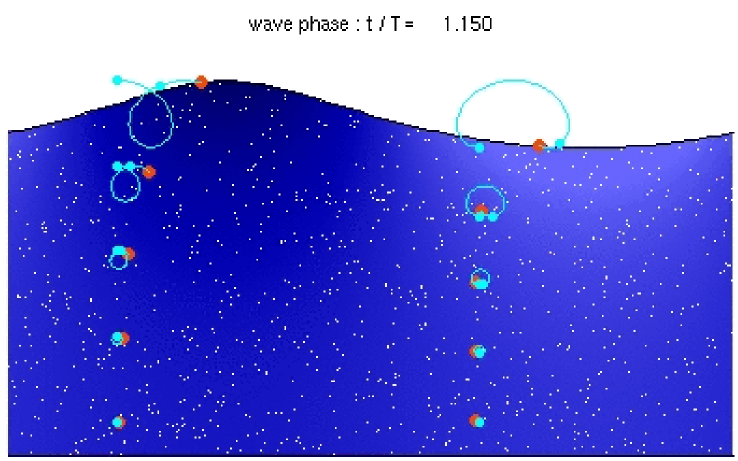
Potresi se isto tako mogu širiti i longitudinalnim valovima (P wave, pressure wave) i transverzalnim valovima (S wave, Shear wave). S valovi se ponekad (jer se sporije šire pa sporije dođu do senzora) zovu sekundardni valovi, a P valovi se onda zovu primarni valovi (prvi dođu do senzora). Ukupni val je zbroj logitudinalne i transverzalne komponente. Za matematiku vidi https://igppweb.ucsd.edu/~guy/sio227a/ch3.pdf.



(a) S val, izvor https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Onde_cisaillement_impulsion_1d_30_petit.gif

(b) P val, izvor https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Onde_compression_impulsion_1d_30_petit.gif

Valovi na vodi isto mogu imati obje komponente. Ako promatramo gibanje čestice na površini vode, vidjet ćemo da ona radi kružno gibanje (Stokes drift):



Slika 11: Stokes drift, izvor (animacija): https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Deep_water_wave.gif

7 Nailazak na prepreke

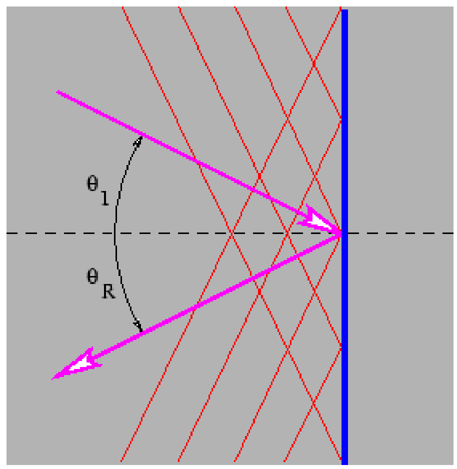
Kada val naleti na prepreku, mogu se dogoditi dvije stvari:

1. Val se može odbiti od prepreke. Ovaj fenomen zovemo **refleksija**

2. Val može nastaviti putovati kroz prepreku. Ovaj fenomen nazivamo **transmisija**.

Oba fenomena se mogu dogoditi istovremeno, vidi `https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Partial_transmittance.gif`.

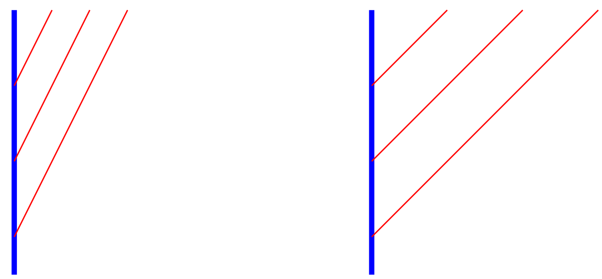
Interesantno je proučiti situaciju kada val nailazi na prepreku pod nekim kutom (u odnosu na okomicu). Val će se u tom slučaju reflektiraati pod istim kutom (u odnosu na okomicu):



Slika 12: Ulazni i izlazni kutovi pri refleksiji su jednaki, izvor: `https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Introductory_Physics_fig_3.1.png`

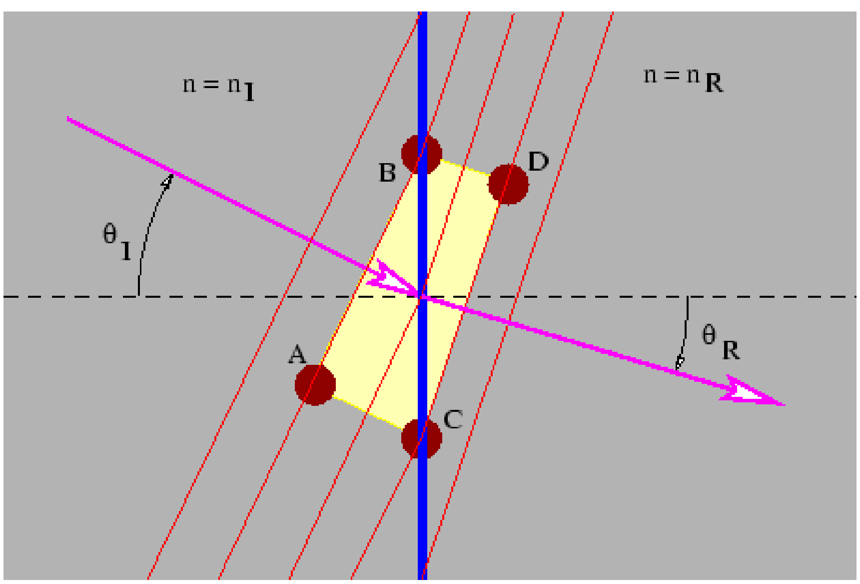
U ovu činjenicu se možemo uvjeriti na sljedeći način. Prvo, upadni i reflektirani val se gibaju istim sredstvom pa je brzina vala ista. Nadalje, vrijedi i "matching condition", gdje brijeg upadnog vala na prepreci moramo spojiti s brijegom reflektiranog vala. Drugim riječima, upadni i reflektirani val se moraju slagati u fazi duž prepreke, što vidimo na slici (linije koje predstaljaju valne fronte upadnog i reflektiranog vala se spajaju na plavoj prepreci). Ovo za posljedicu ima (kao što smo prije spomenuli) da frekvencije upadnog i izlaznog vala moraju biti jednake. Konačno, iz izraza $v = \lambda f$ je sada jasno da i valne duljine upadnog i reflektiranog vala moraju biti jednake.

Razmislimo što bi se dogodilo kada bi reflektirani val bio pod nekim drugim kutem. Situaciju crtamo kao na slici (gdje su valne fronte upadnog i reflektiranog vala na prepreci povezane kao što garantira "matching condition"). Da je kut refleksije manji od upadnog, valne fronte reflektiranog vala bi bile paralelnije s obzirom na prepreku pa bi reflektirani val imao manju valnu duljinu od upadnog vala. Da je kojim slučajem kut refleksije veći od upadnog, valna duljina reflektiranog vala bila bi veća od valne duljine upadnog vala.



Slika 13: Ako promijenimo kut valnih fronti, mijenja se i valna duljina (jer su valne fronte reflektiranih i transmitiranih valova zakačene točno na točke u kojima završavaju valne fronte upadnih valova - "matching condition"). Što su valne fronte paralelnije s preprekom, to su valne duljine manje.

Pri transmisiji se može dogoditi promjena brzine vala, što mijenja i smjer vala.



Slika 14: Pri transmisiji val može promijeniti smjer, izvor:`https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Introductory_Physics_fig_3.2.png`

Da promjena brzine može promijeniti smjer vala pri transmisiji vidimo na sljedeći način. Ako je kut transmisije θ_R (često kažemo kut *refrakcije*) manji od upadnog kuta θ_I (kao na slici), to znači da će valne fronte biti paralelnije s obzirom na prepreku pa će valna duljina transmitiranog vala biti manja od valne duljine upadnog vala. Iz relacije $v = \lambda f$ pak vidimo da to znači da je val usporio (imaj na umu da frekvencija transmitiranog vala zbog "matching condition" odgovara frekvenciji upadnog vala). Ako je kut transmisije pak veći od upadnog kuta, onda su valne duljine transmitiranog vala veće i to znači da je val morao ubrzati.

Što je promjena u brzini veća, tj. što je omjer brzine refraktiranog vala i upadnog (eng. *incident*) vala $\frac{v_R}{v_I}$ veći, to je i kut refrakcije veći. Štoviše, koristeći srednjoškolsku matematiku (sinuse i kosinuse), možemo točno izračunati ovisnost kuta o tom omjeru - vidi dodatak.

8 Zvuk

Zvuk smo spomenuli u više navrata, no ovdje ćemo sistematično objasniti fenomen. Prvo, prisjetimo se da zvuk opisujemo izmjenom tlaka u zraku jer se javljaju regije veće i manje gustoće. Ovo pak čini da mali komadići zraka titraju duž smjera u kojem se zvuk širi pa kažemo da je zvuk longitudinalni val. Dakle, kada stvaramo zvuk, naše glasnice titraju određeni broj puta u sekundi, to titranje se prenosi na zrak i to na sljedeći način. Glasnice gurnu zrak te stvore područje veće gustoće, tj. većeg tlaka, ali pokraj te regije mora biti i područje nižeg tlaka. Kako će sada zbog razlike u tlaku djelovati sila koja gura zrak iz područja višeg u područje nižeg tlaka, komadići zraka će se pomaknuti, a glasnice će ponovno udriti o zrak i tako stvoriti sljedeći brijeg. Ovo se periodički ponavlja, a promjene u tlaku i gustoći dolaze do slušatelja te, kada je tlak visok guraju bubnjiće slušatelja unutra, a kada je tlak nizak bubnjići će se pomaknuti prema vani. Ovo gibanje se preko malih kostiju prenosi na cochleju (pužnicu), koja sadrži fluid koji to gibanje prenosi u živčane impulse i, konačno, senzaciju zvuka.

Amplituda zvučnog vala (visina tlaka) nam govori kolika će biti sila koja gura bubnjić prema unutra (i vani), što se percipira kao glasnoća. Što je veća sila, to bubnjić radi veće pokrete, a to je i percipirana glasnoća veća.

Frekvencija vala nam govori koliko brzo (broj puta u sekundi) se izmjenjuju visoki i niski tlak, što pak govori koliko brzo bubnjić titra, što se percipira kao visina tona. Što bubnjić brže titra, to je ton viši. Konkretno, 440Hz je (u standardnom štimu) ton A4. Dvostruko viša frekvencija (880Hz) je za oktavu viši ton (A5), a dvostruko niža frekvencija (220Hz) je za oktavu niži ton (A3). Velika terca (u prirodnoj intonaciji; eng. just intonation) za svaka 4 brijega osnovnog tona mora imati 5 brijegova. Kvinta pak (u prirodnoj intonaciji) za svaka 4 brijega mora imati 6 brijegova. Dakle, kvinta od A bi bila $6/4 \cdot 440 = 660$Hz (E), a (velika) terca bi bila $5/4 \cdot 440 = 550$Hz (C#).

Oblik zvučnog vala nam govori o *boji* tona. Kombiniranjem sinusoida različitih frekvencija i amplituda možemo dobiti proizvoljni oblik (Fourierov red), što pak znači da možemo sintetizirati zvukove različitih instrumenata, vidi `https://www.youtube.com/watch?v=3IAMpH4xF9Q`. Frekvencija sinusoiode najniže frekvencije nam govori o visini tona (pa je zovemo fundamentalna frekvencija). Sinusoide viših frekvencija (cjelobrojni višekratnici najniže frekvencije) pak zovemo *harmonicima* i oni određuju "boju" tona (tj. oblik vala).

Kada iskombiniramo puno nasumičnih frekvencija koje su sve više manje na istoj glasnoći (istih amplituda) dobijemo *šum*. Ovo nije regularno valno gibanje (što percipiramo kao ton ili tonove), već slučajni signal.

Ljudi čuju samo određeni raspon frekvencija (i to sve manji i manji raspon kako stare). Otprilike mlada zdrava osoba čuje u rasponu od 20Hz do 22 000Hz. Sve ispod 20Hz se percipira kao vibracija, a iznad 22 000 ne čujemo. Ovo je razlog zašto su audio signali samplirani na 44,100 Hz[8] i zašto lossy mp3, radi smanjenja veličine filea, mogu izbrisati najviše frekvencije iz audio zapisa bez da se čujno promijeni kvaliteta samog audio zapisa.

Dakle, ako snimimo udarce u bubanj frekvecije 1Hz, to ćemo čuti kao ritam. Ako pak taj ritam obrzamo 440 puta, čut ćemo ton A4. Vidi `https://www.youtube.com/watch?v=Kgxxt0013mU`.

Frekvencija je vezana za visinu tona (koju mjerimo u Hz), a amplituda je vezana za glasnoću. Glasnoću pak mjerimo u **decibelima** (dB)[9]. Puno decibela (velika amplituda), znači velike izmjene u tlaku, što znači puno energije u jedinici vremena (po jedinici površine).

[8]Ako želimo signal koji sadrži frekvencije do 22 050 Hz, onda je po Niyquist-Shannonovom teoremu dovoljno samplirati na dvostruko većoj frekvenciji, tj. 44100Hz. Dakle, dovoljno je zabilježiti tlak zraka svako 44100 puta u sekundi i od toga stvoriti digitalni signal.

[9]Kao što bi se dalo naslutiti, mjerna jedinica je izvedena iz imena Alexander Graham Bella (izumitelj prvog praktičnog telefona). 1B (1 bel) je 10dB (10 decibela), no sami B se gotovo nikad ne koristi.

Konkretno, intenzitet vala I definiramo kao snagu vala po jedinici površine. Dakle, ako val prenese puno energije na područje male površine u jedinici vremena, onda na tom mjestu imamo veliki intenzitet. Intenzitet je proporcionalan kvadratu amplitude (npr. u slučaju zvuka to je kvadrat tlaka) [10].

Sada gledamo omjer intenziteta nekih dvaju valova - intenzitet vala koji nas zanima I u odnosu na neki referentni intenzitet (taj intenzitet služi kao "basline", tj. osnovno mjerilo s kojim ćemo usporediti naš intenzitet): $\frac{I}{I_{ref}}$.

Ako je intenzitet vala 10 puta veći od referentne vrijednosti kažemo da imamo 10dB. Ako je intenzitet 100 puta veći imamo 20dB, a ako je 1000 puta veći imamo 30dB. Niz se naravno nastavlja: 100dB bi bio val koji ima intenzitet 10 000 000 000 puta veći intenzitet od referentnog.

Naravno, -10dB bi bio val koji ima intenzitet 10 puta manji od referentnog, -20dB val koji ima intenzitet 100 puta manji od referentnog, itd.

0dB, odgovara referentnom intenzitetu, tj. referentnoj amplitudi. U slučaju zvuka 0dB odgovara amplitudi od 20 mikro Pa (što je negdje na granici onoga što čovjek uopće može čuti - sve tiše od toga ne registriramo).

Primijetimo da pomak od +10dB znači 10 *puta* veći intenzitet. Kažemo da je ovakva skala *logaritamska* (za preciznu definiciju logaritma vidi dodatak).

Čisto usporedbe radi, normalni govor je negdje na 50dB, a 110dB je otprilike glasnoća motorne pile, vidi `https://en.wikipedia.org/wiki/Sound_pressure#Examples_of_sound_pressure`.

Za prijenos zvuka je potreban medij (npr. zrak), stoga se zvuk ne javlja u, recimo, vakuumu, tj. svemiru (*in space no one can hear you scream!*)

---

[10] Prvo, dok se val giba, kroz neku površinu A će proći energija E u nekom vremenu t. Dakle, intenzitet je snaga po jedinici površine, tj. $I = \frac{P}{A} = \frac{E}{t \cdot A}$. Sada ako val prijeđe udaljenost d, onda je $V = A \cdot d$ volumen koji je val popunio. Konačno, imamo: $I = \frac{E}{t \cdot A} = \frac{E \cdot d}{t \cdot V} = \frac{E}{V}\frac{d}{t} = \varepsilon \cdot c$. $\varepsilon = E/V$ je gustoća energije (energija po jedinici volumena), a $c = d/t$ je brzina vala (konstanta karakteristična za val). Sada jedino preostaje pokazati da je gustoća energije vala proporcionalna amplitudi na kvadrat. Zaista, uzmimo mehanički val koji ima energiju zbog titranja malih komadića materijala. Energija vala na nekom mjestu je dana maksimalnom kinetičkom energijom komadića koja titra na tom mjestu $\frac{1}{2}mv^2$, gdje je v maksimalna brzina, a m masa komadića. Maksimalna brzina komadića koja titra pak linearno ovisi o amplitudi (udvostručimo li amplitudu, udvostručili smo put koji komadić mora prevaliti u jednom periodu pa i brzina mora biti dvostruko veća). Zaključujemo da je energija proporcionalna amplitudi na kvadrat, stoga je i gustoća energije pa samim time i intenzitet.

Zvuk se doduše, može širiti krutinama ili tekućinama (uvjerite se u ovo tako da prislonite uho na stol i zagrebete stol).

Kao i svaki val, zvuk se može na prepreci transmitirati i reflektirati. Refleksija zvuka je poznatija pod nazivom **jeka**. Transmisiji zvuka svjedočimo kadgod nešto čujemo s druge strane zatvorenih vrata. Naime, zvučni valovi se sudaraju sa zidom te stvaraju nove valove u zidu (iste frekvencije), ti valovi se prenose na drugi kraj zida i stvaraju valove u zraku s druge strane. Pritom valja imati na umu da je zvuk s druge strane prigušen jer valovi gube snagu pri transmisiji (dio vala se uopće ne transmitira nego odbije, a dio se izgubi kao termalna energija).

Kako su više frekvencije brže oscilacije, očekujemo da će više frekvencije prije preći u nasumično termalno gibanje. S druge strane, niže frekvencije koje odgovaraju sporijim pomacima u tlaku će persistirati, tj. trajati duže. Ovo je razlog zašto, kada čujemo koncert u daljini, uglavnom čujemo samo bas ili bubanj - niže frekvencije se izgube (utišaju) dok dođu do nas. Vidi `https://en.wikipedia.org/wiki/Stokes%27s_law_of_sound_attenuation`.

9 Rezonancija

Zamislimo ljuljačku. Ovisno o tome koliko snažno smo gurnuli ljuljačku, amplituda njihanja će biti različita. Kada gurnemo ljuljačku možemo primijetiti da period njihanja ne ovisi o tome koliko smo snažno ljuljačku gurnuli, već o npr. duljini konopa (veća duljina znači da se njihalo sporije njiše, tj. ima veći period). Ova frekvencija njihanja kada gurnemo ljuljačku je tzv. *prirodna frekvencija* ljuljačke.

Ljuljačku možemo gurati i dok se ona njiše. Ako ljuljačku gurnemo svaki put dok se giba prema nama i to dok je u najnižem dijelu svoje putanje (pa se giba najbrže), onda ćemo je usporiti, tj. smanjit ćemo joj amplitudu pa će se ona s vremenom primiriti. Ako pak pričekamo da ljuljačka dođe blizu nas i gurnemo je dok je u najvišoj točki, povećat ćemo joj amplitudu. Ako sada nastavimo gurati periodički svaki put kada je ljuljačka u svojoj najvišoj točki, amplituda će rasti i rasti.

Ovo je fenomen **rezonancije**. Ako vanjska sila djeluje na sustav na odgovarajući način u odgovarajućim vremenskim razmacima (tj. s odgovarajućom frekvencijom), može se povećati postojeća amplituda sustava (tj. energija). Frekvencija s kojom vanjska sila mora djelovati da bi se pojavila rezonancija zove se **rezonantna frekvencija**.

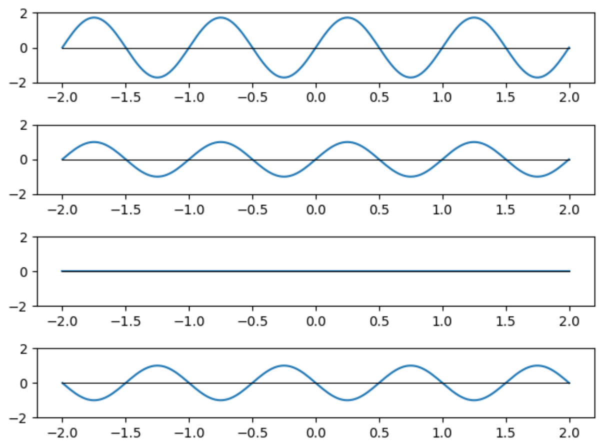
Obratno, djelovanje sile može i umanjiti amplitudu. Ako primjerice guramo ljuljačku jako brzo (puno brže od prirodne frekvencije ljuljačke), onda će amplituda biti malena. Vidi `https://www.youtube.com/watch?v=5JbpcsH8Ous`.

Naravno, kod ljuljačke, ne treba netko izvana gurati osobu koja sjedi - osoba može premještanjem svoje težine ostvariti isti efekt.

Slična se situacija javlja sa zvukom u nekakvoj zatvorenoj cijevi. Ako na jedan krraj cijevi stavimo membranu, onda možemo pomoću nje pogurati zrak u cijevi, tj. stvarati zvučne valove. Zvučni val će se reflektirati od druge strane cijevi i vratiti do membrane, potom će se reflektirati od membrane i ići do drugog kraja cijevi, itd. Ako udaramo membranu svaki put kada se zvučni val (visoki tlak) vrati do nje, imat ćemo rezonanciju, kao i u slučaju ljuljačke. Ovdje pak imamo više rezonantnih frekvencija. Ova koju smo opisali je najniža. Svaki cjelobrojni višekratnik ove frekvencije će isto dati rezonanciju - ako udaramo npr. dvostruko brže, onda ćemo na prvom udaru stvoriti još jedan zvučni val dok se prvi vrati do membrane, a na drugom udaru ćemo pojačati početni val. Ako membranu udaramo pak triput brže od osnovne frekvencije, onda ćemo stvoriti dva vala dok pojačamo prvi, itd. Ispunimo li cijev nekim plinom koji može goriti i probijemo rupe u cijevi, možemo vidjeti oblik ovih valova (stvaraju se stojni valovi - gdje tlak miruje je plamen viši, a gdje se tlak mijenja će plamen biti niži), vidi `https://www.youtube.com/watch?v=dihQuwrf9yQ`.

Na žici imamo sličnu situaciju. Žica je pričvršćena na dva kraja. Ako gurnemo žicu stvorit ćemo val koji će se reflektirati od ta dva kraja. Ako žicu guramo taman tako da svaki put pojačamo postojeći val, imamo rezonanciju. Opet, kao i u slučaju cijevi, svaka frekvencija koja je cjelobrojni višekratnik osnovne je isto rezonantna. Rezonancija na žici: `https://www.youtube.com/watch?v=oZ38Y0K8e-Y`.

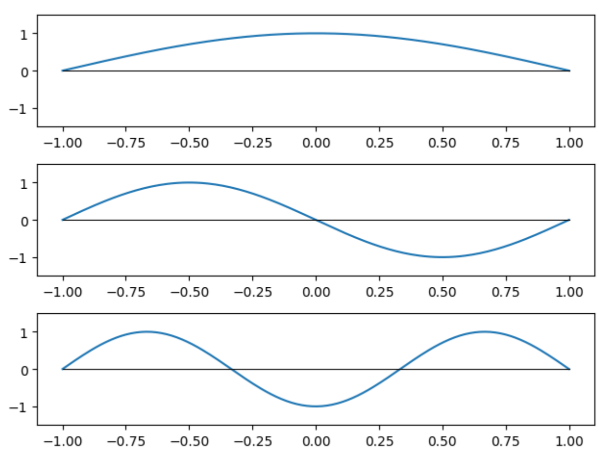
Rezonantno gibanje žice (i zraka u cijevi) možemo shvatiti kao tzv. **stojne valove** (eng. standing wave). Promotrimo zbroj dvaju valova istih frekvencija i amplituda koji putuju u suprotnim smjerovima (val i njegova refleksija). Kada se brijeg jednog vala poklopi s dolom drugog imamo destruktivnu interferenciju, a kada se poklope brijeg i brijeg imamo konstruktivnu. Rezultat je da zbroj valova izgleda kao da stoji na mjestu - točke na kojima je visina vala 0 i na kojima je visina vala najviša su fiksne (a val izgleda kao ide gore-dolje u mjestu):



Slika 15: Stojni val u različitim trenutcima

Vidi animaciju `https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Waventerference.gif`

Sve sto se događa na žici gitare se može opisati zbrojem velikog broja sinusoidalnih stojnih valova (ovo je opet Fourierov teorem na djelu). Naime, krajevi žice su fiksni (rubni uvjet), što znači da sinusoide koje opisuju fenomen isto moraju biti fiksne na krajevima. Dakle, jedine moguće sinusoide koje bi uopće mogle opisati problem su stojne sinusoide kojima su krajevi na 0 (a između možemo imati još točaka koje su na 0 - to su viši harmonici):



Slika 16: Prvih nekoliko sinusoidalnih stojnih valova

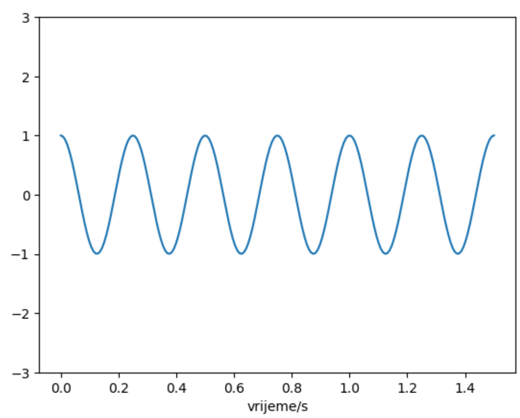
Kada sviramo žičani instrument ne guramo žicu rezonantnom frekvencijom, stoga nećemo imati stojne valove. U tom slučaju, na žici gitare (trzanje) ili violončela (gudanje) imamo nekakvu izoliranu deformaciju koja se giba i reflektira po žici. Vidi https://ccrma.stanford.edu/realsimple/travelingwaves/Helmholtz_Motion.html. Usporeni snimak vala na žici gitare: https://www.youtube.com/watch?v=LNNQvGOjWtw.

Fourierov teorem nam garantira da ovo gibanje (i općenito bilo kakvo titranje žice) možemo shvatiti kao zbroj velikog broja spomenutih stojnih sinusoidalnih valova. Frekvencija najnižeg vala je fundamentalna frekvencija, koja određuje visinu odsviranog tona. Viši harmonici određuju boju tona.

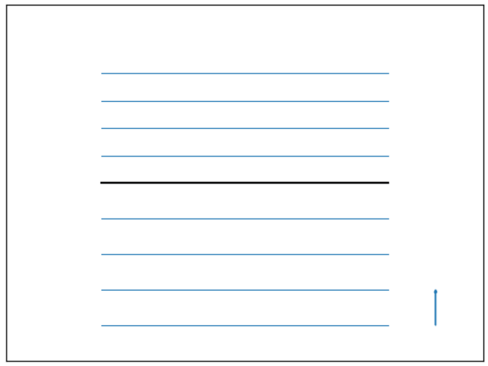
Rezonancija može biti i štetna. Ako je amplituda titranja u materijalu prevelika, materijal neće podnijeti takve deformacije te će puknuti. Tako možemo npr. razbiti staklenu čašu https://www.youtube.com/watch?v=17tqXgvCN0E. Puno kobinije je ako se ista situacija javi kod građevina, npr. mostova. Poznati je slučaj rušenja Tacoma Narrows mosta 1940. godine https://en.wikipedia.org/wiki/File:The_collapse_of_the_Tacoma_Bridge.ogv.

10 Pitanja

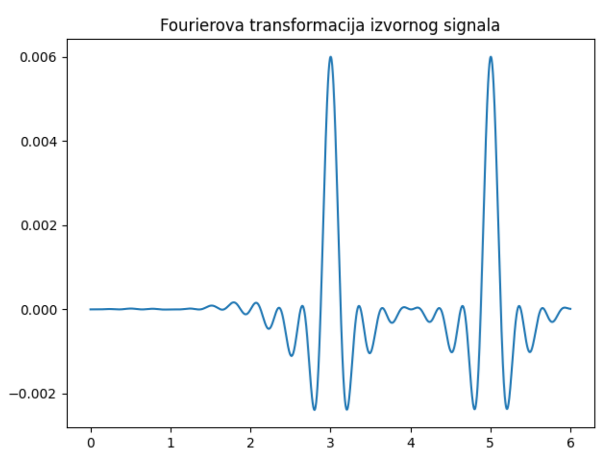
1. Kažemo da je zvuk val. Objasni (koja se veličina periodički mijenja).
2. Kažemo da je svjetlost val. Objasni (koja se veličina periodički mijenja).
3. Što je amplituda vala?
4. Kako percipiramo amplitudu kod svjetla, a kako kod zvuka?
5. Što je valna duljina?
6. Što je period?
7. Što je frekvencija? Koja je mjerna jedinica za frekvenciju?
8. Kako percipiramo frekvenciju kod svjetla, a kako kod zvuka?
9. Na slici je nacrtana ovisnost vala o vremenu u nekoj prostornoj točki. Kolika je frekvencija tog vala? Koliki je period?



10. Kako brzina vala ovisi o valnoj duljini? Odredi ubrzava li val na slici ili usporava nakon što je naišao na prepreku.



11. Ovisi li frekvencija vala o mediju kroz koji se val giba? Ovisi li brzina?
12. Ako dva tona sviraju istovremeno, kako ćemo dobiti rezultantni zvučni val? (Kako zbrajamo valove?)
13. Što je konstruktivna interferencija?
14. Što je destruktivna interferencija?
15. Možemo li s dva zvuka dobiti tišinu? Kako?
16. Što se dogodi kada zbrojimo valove sličnih frekvencija? (Što su udari)?
17. Zadana je Fourierova transformacija nekog signala (slika). Od kojih frekvencija se signal sastoji? Nacrtaj valove tih frekvencija.



18. Kako valove dijelimo s obzirom na to kako je postavljen smjer titranja medija u odnosu na smjer širenja vala?
19. Jesu li svi valovi isključivo longitudinalni, odnosno transverzalni? (ako nisu daj neki kontraprimjer).
20. Što je valna fronta?
21. Što je kružni/sferni val i ravni val? (Definiraj ih koristeći pojam valne fronte)?
22. Kada očekujete kružni val (za kakve izvore, daj primjer)? Kada očekujete ravni val?
23. Opiši refleksiju vala na prepreci (koliki je kut refleksije)?
24. Objasni transmisiju vala. O čemu (i na koji način) ovisi kut transmisije (kut refrakcije)?
25. U kojim jedinicama mjerimo visinu tona zvuka?
26. U kojim jedinicama mjerimo glasnoću?
27. Objasni definiciju decibela?
28. Možemo li imati negativne decibele?
29. Možemo li čuti u vakuumu?
30. Možemo li čuti zvučne valove svih frekvencija? Koliki je otprilike raspon ljudskog sluha?
31. Bubnjar udari bubanj svake sekunde. Snimimo ovo u audio zapis i ubrzamo isti zapis 440 puta. Što ćemo čuti? Ritam (perkusiju) ili nešto drugo?
32. Opiši rezonanciju zvuka u zatvorenoj cijevi, koja na jednom kraju ima zvučnik (membranu). Kada kako treba udarati membranu da bi se pojavila rezonancija?
33. Objasni stojne valove. (Kako možemo dobiti stojni val? Što karakterizira stojni val?)