

# Elektromagnetska indukcija

Duje Jerić- Miloš

4. ožujka 2025.

# Faradayev eksperiment

- ▶ Faradayev eksperiment:  
<https://www.youtube.com/watch?v=vwIdZjjd8fo>.

# Faradayev eksperiment

- ▶ Faradayev eksperiment:  
<https://www.youtube.com/watch?v=vwIdZjjd8fo>.  
Zapažanja su sljedeća:

# Faradayev eksperiment

- ▶ Faradayev eksperiment:  
<https://www.youtube.com/watch?v=vwIdZjjd8fo>.  
Zapažanja su sljedeća:
  1. Kad magnet miruje nema struje.

# Faradayev eksperiment

- ▶ Faradayev eksperiment:  
<https://www.youtube.com/watch?v=vwIdZjjd8fo>.  
Zapažanja su sljedeća:
  1. Kad magnet miruje nema struje.
  2. Kada se magnet miče, kroz zavojnicu protječe struja.

# Faradayev eksperiment

- ▶ Faradayev eksperiment:  
<https://www.youtube.com/watch?v=vwIdZjJd8fo>.  
Zapažanja su sljedeća:
  1. Kad magnet miruje nema struje.
  2. Kada se magnet miče, kroz zavojnicu protječe struja.
  3. Više navoja u zavojnici  $\implies$  veća struja.

# Faradayev eksperiment

- ▶ Faradayev eksperiment:  
<https://www.youtube.com/watch?v=vwIdZjJd8fo>.  
Zapažanja su sljedeća:
  1. Kad magnet miruje nema struje.
  2. Kada se magnet miče, kroz zavojnicu protječe struja.
  3. Više navoja u zavojnici  $\implies$  veća struja.
- ▶ Sada po **kružnoj** putanji električna sila obavlja neki rad  $W \neq 0$ . Taj rad po jedinici prenesenog naboja zovemo elektromotorni napon  $\varepsilon$ .

# Faradayev eksperiment

- ▶ Faradayev eksperiment:  
<https://www.youtube.com/watch?v=vwIdZjjd8fo>.  
Zapažanja su sljedeća:
  1. Kad magnet miruje nema struje.
  2. Kada se magnet miče, kroz zavojnicu protječe struja.
  3. Više navoja u zavojnici  $\implies$  veća struja.
- ▶ Sada po **kružnoj** putanji električna sila obavlja neki rad  $W \neq 0$ . Taj rad po jedinici prenesenog naboja zovemo elektromotorni napon  $\varepsilon$ .
- ▶ Promjenjivo magnetsko polje stvara *kružno* električno polje  $\implies$  električna sila **nije više konzervativna**.



# Faradayev eksperiment

- ▶ Faradayev eksperiment:  
<https://www.youtube.com/watch?v=vwIdZjjd8fo>.  
Zapažanja su sljedeća:
  1. Kad magnet miruje nema struje.
  2. Kada se magnet miče, kroz zavojnicu protječe struja.
  3. Više navoja u zavojnici  $\implies$  veća struja.
- ▶ Sada po **kružnoj** putanji električna sila obavlja neki rad  $W \neq 0$ . Taj rad po jedinici prenesenog naboja zovemo elektromotorni napon  $\varepsilon$ .
- ▶ Promjenjivo magnetsko polje stvara *kružno* električno polje  $\implies$  električna sila **nije više konzervativna**.
- ▶ Dakle, rad (i napon) sada **ovisi o putanji!**  $\implies$  Nemamo dobro definiran pojam potencijala u svakoj točki!

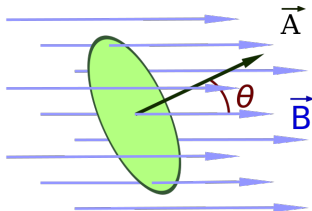
# Faradayev eksperiment

- ▶ Faradayev eksperiment:  
<https://www.youtube.com/watch?v=vwIdZjjd8fo>.  
Zapažanja su sljedeća:
  1. Kad magnet miruje nema struje.
  2. Kada se magnet miče, kroz zavojnicu protječe struja.
  3. Više navoja u zavojnici  $\implies$  veća struja.
- ▶ Sada po **kružnoj** putanji električna sila obavlja neki rad  $W \neq 0$ . Taj rad po jedinici prenesenog naboja zovemo elektromotorni napon  $\varepsilon$ .
- ▶ Promjenjivo magnetsko polje stvara *kružno* električno polje  $\implies$  električna sila **nije više konzervativna**.
- ▶ Dakle, rad (i napon) sada **ovisi o putanji!**  $\implies$  Nemamo dobro definiran pojam potencijala u svakoj točki!

Želimo Faradayeva zapažanja iskazati matematički.

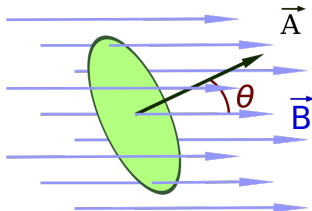
# Tok magnetskog polja

- Mjeri koliko magnetsko polje probada neku površinu  $A$ :



# Tok magnetskog polja

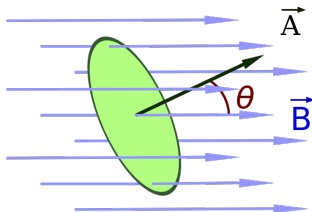
- Mjeri koliko magnetsko polje probada neku površinu  $A$ :



- Tok kroz zavojnicu s više navoja je veći nego kroz onu s manje (polje probada ukupno veću površinu).

# Tok magnetskog polja

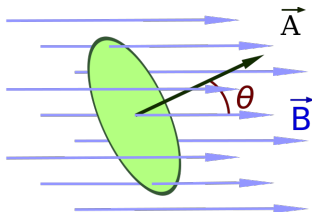
- ▶ Mjeri koliko magnetsko polje probada neku površinu  $A$ :



- ▶ Tok kroz zavojnicu s više navoja je veći nego kroz onu s manje (polje probada ukupno veću površinu).
- ▶ Tok:  $\Phi_B = B_{\perp} A$ . Bitan je samo dio magnetskog polja koji je okomit na površinu (tj. ide u smjeru vektora normale),  $B_{\perp}$ .

# Tok magnetskog polja

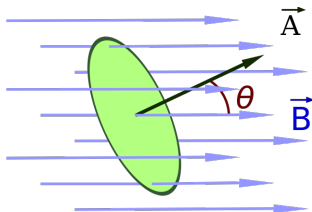
- ▶ Mjeri koliko magnetsko polje probada neku površinu  $A$ :



- ▶ Tok kroz zavojnicu s više navoja je veći nego kroz onu s manje (polje probada ukupno veću površinu).
- ▶ Tok:  $\Phi_B = B_{\perp} A$ . Bitan je samo dio magnetskog polja koji je okomit na površinu (tj. ide u smjeru vektora normale),  $B_{\perp}$ .
- ▶ Tok je pozitivan kada  $B$  gleda u smjeru vektora normale, a negativan kada je u suprotnom smjeru (slično kao i rad)

# Tok magnetskog polja

- ▶ Mjeri koliko magnetsko polje probada neku površinu  $A$ :



- ▶ Tok kroz zavojnicu s više navoja je veći nego kroz onu s manje (polje probada ukupno veću površinu).
- ▶ Tok:  $\Phi_B = B_{\perp} A$ . Bitan je samo dio magnetskog polja koji je okomit na površinu (tj. ide u smjeru vektora normale),  $B_{\perp}$ .
- ▶ Tok je pozitivan kada  $B$  gleda u smjeru vektora normale, a negativan kada je u suprotnom smjeru (slično kao i rad)
- ▶ Kada polje varira duž površine  $\implies$  površinu isjeckamo na male komadiće, izračunamo tok kroz svaki komadić i pozbrajamo

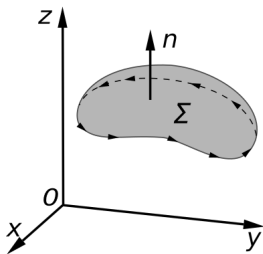
# Faradayev zakon

- ▶ Za danu plohu postoje dvije moguće normale (na dva načina možemo odabrati što za plohu znači "prema gore").



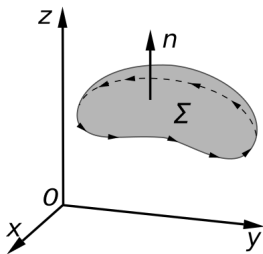
# Faradayev zakon

- ▶ Za danu plohu postoje dvije moguće normale (na dva načina možemo odabrati što za plohu znači "prema gore").
- ▶ Dogovorimo se: ako rub površine obilazimo u pozitivnom smjeru  $\odot$ , smjer normale je prema gore.



# Faradayev zakon

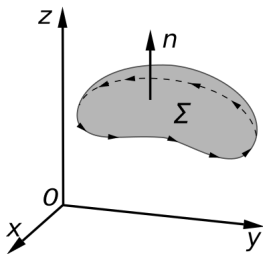
- ▶ Za danu plohu postoje dvije moguće normale (na dva načina možemo odabrati što za plohu znači "prema gore").
- ▶ Dogovorimo se: ako rub površine obilazimo u pozitivnom smjeru  $\odot$ , smjer normale je prema gore.



- ▶ Pozitivna promjena toka magnetskog polja duž neke površine (dakle polje jača "prema gore") stvara električno polje duž granice te površine u *negativnom* smjeru.

# Faradayev zakon

- ▶ Za danu plohu postoje dvije moguće normale (na dva načina možemo odabrati što za plohu znači "prema gore").
- ▶ Dogovorimo se: ako rub površine obilazimo u pozitivnom smjeru  $\odot$ , smjer normale je prema gore.



- ▶ Pozitivna promjena toka magnetskog polja duž neke površine (dakle polje jača "prema gore") stvara električno polje duž granice te površine u *negativnom* smjeru.
- ▶ Preciznije, inducirani napon je:  $\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}$ .

# Lenzovo pravilo

- ▶ Zašto se električno polje inducira u *negativnom smjeru*, tj. zašto imamo minus u formuli?

# Lenzovo pravilo

- ▶ Zašto se električno polje inducira u *negativnom smjeru*, tj. zašto imamo minus u formuli?
- ▶ Da se kojim slučajem inducira u pozitivnom smjeru, to bi stvorilo struju koja će još više pojačati tok magnetskog polja.

# Lenzovo pravilo

- ▶ Zašto se električno polje inducira u *negativnom smjeru*, tj. zašto imamo minus u formuli?
- ▶ Da se kojim slučajem inducira u pozitivnom smjeru, to bi stvorilo struju koja će još više pojačati tok magnetskog polja.
- ▶ Sada taj jači tok stvara još jaču struju, što stvara još jači tok  $\implies$  eksplozija u energiji.

# Lenzovo pravilo

- ▶ Zašto se električno polje inducira u *negativnom smjeru*, tj. zašto imamo minus u formuli?
- ▶ Da se kojim slučajem inducira u pozitivnom smjeru, to bi stvorilo struju koja će još više pojačati tok magnetskog polja.
- ▶ Sada taj jači tok stvara još jaču struju, što stvara još jači tok  $\implies$  eksplozija u energiji.
- ▶ Inducirana struja stoga pokušava **umanjiti** promjenu magnetskog toka; ovo zovemo Lenzovo pravilo

# Lenzovo pravilo

- ▶ Zašto se električno polje inducira u *negativnom smjeru*, tj. zašto imamo minus u formuli?
- ▶ Da se kojim slučajem inducira u pozitivnom smjeru, to bi stvorilo struju koja će još više pojačati tok magnetskog polja.
- ▶ Sada taj jači tok stvara još jaču struju, što stvara još jači tok  $\implies$  eksplozija u energiji.
- ▶ Inducirana struja stoga pokušava **umanjiti** promjenu magnetskog toka; ovo zovemo Lenzovo pravilo
- ▶ Interesantna posljedica: magnet kroz bakrenu cijev pada sporije <https://www.youtube.com/watch?v=H31K9qcmeMU>. Vidi i <https://www.youtube.com/watch?v=Yu1uRvErM80>



# Lenzovo pravilo

- ▶ Zašto se električno polje inducira u *negativnom smjeru*, tj. zašto imamo minus u formuli?
- ▶ Da se kojim slučajem inducira u pozitivnom smjeru, to bi stvorilo struju koja će još više pojačati tok magnetskog polja.
- ▶ Sada taj jači tok stvara još jaču struju, što stvara još jači tok  $\implies$  eksplozija u energiji.
- ▶ Inducirana struja stoga pokušava **umanjiti** promjenu magnetskog toka; ovo zovemo Lenzovo pravilo
- ▶ Interesantna posljedica: magnet kroz bakrenu cijev pada sporije <https://www.youtube.com/watch?v=H31K9qcmeMU>. Vidi i <https://www.youtube.com/watch?v=Yu1uRvErM80>
- ▶ Zašto?

# Lenzovo pravilo

- ▶ Zašto se električno polje inducira u *negativnom smjeru*, tj. zašto imamo minus u formuli?
- ▶ Da se kojim slučajem inducira u pozitivnom smjeru, to bi stvorilo struju koja će još više pojačati tok magnetskog polja.
- ▶ Sada taj jači tok stvara još jaču struju, što stvara još jači tok  $\implies$  eksplozija u energiji.
- ▶ Inducirana struja stoga pokušava **umanjiti** promjenu magnetskog toka; ovo zovemo Lenzovo pravilo
- ▶ Interesantna posljedica: magnet kroz bakrenu cijev pada sporije <https://www.youtube.com/watch?v=H31K9qcmeMU>. Vidi i <https://www.youtube.com/watch?v=Yu1uRvErM80>
- ▶ Zašto? U cijevi se inducira takva struja koja će umanjiti promjenu toka magnetskog polja (a tok je manji kada magnet pada sporije).

## Dodatak: Maxwellove jednađbe

Do sada smo imali sljedeće zaključke (koje ću sada napisati i u matematičkom obliku):

## Dodatak: Maxwellove jednađbe

Do sada smo imali sljedeće zaključke (koje ću sada napisati i u matematičkom obliku):

1. Naboj stvara električno polje koje izvire iz pozitivnog naboja, tj. ponire u negativni (Gaussov zakon):  $\nabla \cdot \mathbf{E} = \varepsilon_0 \rho$

## Dodatak: Maxwellove jednačbe

Do sada smo imali sljedeće zaključke (koje ću sada napisati i u matematičkom obliku):

1. Naboj stvara električno polje koje izvire iz pozitivnog naboja, tj. ponire u negativni (Gaussov zakon):  $\nabla \cdot \mathbf{E} = \varepsilon_0 \rho$
2. Magnetskih naboja nema; koliko magnetsko polje ponire u neku točku, toliko i izvire (Gaussov zakon za magnetsko polje):  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$

## Dodatak: Maxwellove jednačbe

Do sada smo imali sljedeće zaključke (koje ću sada napisati i u matematičkom obliku):

1. Naboj stvara električno polje koje izvire iz pozitivnog naboja, tj. ponire u negativni (Gaussov zakon):  $\nabla \cdot \mathbf{E} = \varepsilon_0 \rho$
2. Magnetskih naboja nema; koliko magnetsko polje ponire u neku točku, toliko i izvire (Gaussov zakon za magnetsko polje):  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$
3. Struja oko sebe stvara kružno magnetsko polje (Amperov zakon):  $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$

## Dodatak: Maxwellove jednačbe

Do sada smo imali sljedeće zaključke (koje ću sada napisati i u matematičkom obliku):

1. Naboj stvara električno polje koje izvire iz pozitivnog naboja, tj. ponire u negativni (Gaussov zakon):  $\nabla \cdot \mathbf{E} = \varepsilon_0 \rho$
2. Magnetskih naboja nema; koliko magnetsko polje ponire u neku točku, toliko i izvire (Gaussov zakon za magnetsko polje):  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$
3. Struja oko sebe stvara kružno magnetsko polje (Amperov zakon):  $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$
4. Promjenjivo magnetsko polje stvara kružno električno polje (Faradayev zakon):  $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$

## Dodatak: Maxwellove jednađžbe

Do sada smo imali sljedeće zaključke (koje ću sada napisati i u matematičkom obliku):

1. Naboj stvara električno polje koje izvire iz pozitivnog naboja, tj. ponire u negativni (Gaussov zakon):  $\nabla \cdot \mathbf{E} = \varepsilon_0 \rho$
2. Magnetskih naboja nema; koliko magnetsko polje ponire u neku točku, toliko i izvire (Gaussov zakon za magnetsko polje):  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$
3. Struja oko sebe stvara kružno magnetsko polje (Amperov zakon):  $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$
4. Promjenjivo magnetsko polje stvara kružno električno polje (Faradayev zakon):  $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$

3. jednađžba (Amperov zakon) nije potpuna.



## Dodatak: Kapacitori

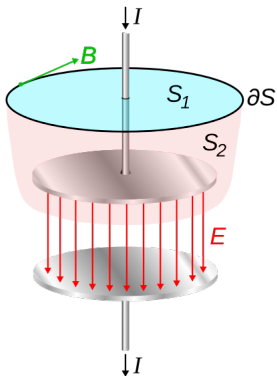
- ▶ Imamo dvije paralelne ploče na kojima se nalazi naboj.

## Dodatak: Kapacitori

- ▶ Imamo dvije paralelne ploče na kojima se nalazi naboj.
- ▶ Pretpostavit ćemo da su ploče jako blizu tako da ako na jednoj imamo  $+5C$  naboja, na drugoj se mora inducirati točno  $-5C$  naboja.  $E$  pokazuje s pozitivne na negativnu ploču.

## Dodatak: Kapacitori

- ▶ Imamo dvije paralelne ploče na kojima se nalazi naboj.
- ▶ Pretpostavit ćemo da su ploče jako blizu tako da ako na jednoj imamo  $+5C$  naboja, na drugoj se mora inducirati točno  $-5C$  naboja.  $E$  pokazuje s pozitivne na negativnu ploču.
- ▶ Sada promotrimo sljedeće dvije površine (plavo i svjetlo crveno) s *istom* granicom:



## Dodatak: Kapacitori

- ▶ Kroz  $S_1$  prolazi struja pa se na njenoj granici inducira magnetsko polje  $B$ .

## Dodatak: Kapacitori

- ▶ Kroz  $S_1$  prolazi struja pa se na njenoj granici inducira magnetsko polje  $B$ .
- ▶ Kroz  $S_2$  ne prolazi struja pa Amperov zakon (u trenutnom obliku) predviđa da magnetskog polja duž njene granice nema.

## Dodatak: Kapacitori

- ▶ Kroz  $S_1$  prolazi struja pa se na njenoj granici inducira magnetsko polje  $B$ .
- ▶ Kroz  $S_2$  ne prolazi struja pa Amperov zakon (u trenutnom obliku) predviđa da magnetskog polja duž njene granice nema.
- ▶  $S_1$  i  $S_2$  imaju istu granicu; kontradikcija.

## Dodatak: Kapacitori

- ▶ Kroz  $S_1$  prolazi struja pa se na njenoj granici inducira magnetsko polje  $B$ .
- ▶ Kroz  $S_2$  ne prolazi struja pa Amperov zakon (u trenutnom obliku) predviđa da magnetskog polja duž njene granice nema.
- ▶  $S_1$  i  $S_2$  imaju istu granicu; kontradikcija.
- ▶ Stvar je u tome da kroz  $S_2$  prolazi električno polje i da se to polje mijenja (kako se naboj nakuplja na pločama).

## Dodatak: Kapacitori

- ▶ Kroz  $S_1$  prolazi struja pa se na njenoj granici inducira magnetsko polje  $B$ .
- ▶ Kroz  $S_2$  ne prolazi struja pa Amperov zakon (u trenutnom obliku) predviđa da magnetskog polja duž njene granice nema.
- ▶  $S_1$  i  $S_2$  imaju istu granicu; kontradikcija.
- ▶ Stvar je u tome da kroz  $S_2$  prolazi električno polje i da se to polje mijenja (kako se naboj nakuplja na pločama).
- ▶ Dakle, i promjena električnog polja može izazvati kružno magnetsko polje:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$



## Dodatak: Neka bude svjetlo

- ▶ Možemo li imati magnetsko i električno polje u vakuumu (gdje nema naboja i struja)?

## Dodatak: Neka bude svjetlo

- ▶ Možemo li imati magnetsko i električno polje u vakuumu (gdje nema naboja i struja)?
- ▶ U vakuumu imamo:
  1.  $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$
  2.  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$
  3.  $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$
  4.  $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$

## Dodatak: Neka bude svjetlo

- ▶ Možemo li imati magnetsko i električno polje u vakuumu (gdje nema naboja i struja)?
- ▶ U vakuumu imamo:
  1.  $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$
  2.  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$
  3.  $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$
  4.  $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$
- ▶ 3. i 4. su ovdje najbitniji: promjenjivo magnetsko polje stvara promjenjivo električno polje, a promjenjivo električno polje pak stvara promjenjivo magnetsko polje.

## Dodatak: Neka bude svjetlo

- ▶ Možemo li imati magnetsko i električno polje u vakuumu (gdje nema naboja i struja)?
- ▶ U vakuumu imamo:
  1.  $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$
  2.  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$
  3.  $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$
  4.  $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$
- ▶ 3. i 4. su ovdje najbitniji: promjenjivo magnetsko polje stvara promjenjivo električno polje, a promjenjivo električno polje pak stvara promjenjivo magnetsko polje.
- ▶ Ovako se električno i magnetsko polje mogu širiti kroz prostor u kojem nema struja i naboja  $\implies$  imamo **elektromagnetski val**.