8. razred - Brzina i ubrzanje zadatci s rješenjima

Duje Jerić- Miloš

28. veljače 2024.

Zadatak 1. Ako ste prošli 200km u 2h, kolikom ste se (srednjom) brzinom gibali?

Zdravorazumsko rješenje. Srednja brzina nam govori koliko puta smo prešli u jedinici vremena. U ovom slučaju tražimo koliko kilometara ćemo prijeći u jednom satu. Kako smo prešli 200km u 2h, srednja brzina je $\frac{200\text{km}}{2\text{h}} = 100\text{km/h}$. Dakle, u prosjeku (negdje smo možda malo brži, a negdje malo sporiji) prijeđemo 100km u 1h.

Prebacimo ovo rješenje u standardnu mjernu jedinicu za brzinu (m/s). U kilometru ima 1000 metara, a u satu 3600 sekundi (jer u satu ima 60 minuta, a svaka minuta ima 60 sekundi). Ako se gibamo tolikom brzinom da svakog sata prijeđemo 100km, onda to znači da svakih 3600s prijeđemo 100 000m. Dakle, gibamo se brzinom od $\frac{100\ 000\text{m}}{3600\text{s}} = 27.8\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Ovo znači da ćemo, ako se gibamo brzinom od 100km/h, svake sekunde prijeći 27.8m.

Radi potpunosti, prebacimo 100m/s u kilometre na sat. Kada se gibamo 100m/s, onda ćemo u 3600s (u jednom satu) preći $3600 \cdot 100 = 360\ 000\text{m} = 360\text{km}$. Dakle $100\text{m/s} = 360\text{km/h}$. □

Školsko rješenje. Prijeđeni put (promjena položaja) je $\Delta x = 200\text{km}$. Taj put je prijeđen za vrijeme $\Delta t = 2\text{h}$. Srednja brzina je dana kao kvocijent prijeđenog puta i vremena koje je potrebno da se taj put prijeđe:

$$\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{200\text{km}}{2\text{h}} = 100\text{km/h}.$$

Prebacimo ove mjerne jedinice u standardne (m/s). $1\text{km} = 1000\text{m}$, a $1\text{h} = 60\text{min} = 60 \cdot 60\text{s}$, stoga:

$$100\frac{\text{km}}{\text{h}} = 100 \cdot \frac{1000\text{m}}{3600\text{s}} = 27.8\text{m/s}.$$

Prebacimo i 100m/s u km/h. Metar je tisućiti dio kilometra (1m = $\frac{1}{1000}$km), a sekunda je 3600-ti dio sata (1s = $\frac{1}{3600}$h). Dakle:

$$100\frac{\text{m}}{\text{s}} = 100 \cdot \frac{\frac{1}{1000}\text{km}}{\frac{1}{3600}\text{h}} = 100 \cdot \frac{3600\text{km}}{1000\text{h}} = 360\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

. □

Zadatak 2. Ako automobil ubrzava od 0 do 100km/h za 4s. Kolika je akceleracija tog automobila (koristi mjernu jedinicu po vlastitom izboru)?

Zdravorazumsko rješenje. Srednja akceleracija nam govori koliko nam se brzina promijenila u jedinici vremena. Ovdje ćemo pronaći koliko se brzina (iskazana u km/h) promijenila u 1s. Kako se brzina povećala za 100km/h u 4s, srednja akceleracija je $\frac{100\text{km/h}}{4\text{s}} = 25\frac{\text{km/h}}{\text{s}}$. Ovo znači da se brzina tog automobila (u prosjeku) svake sekunde poveća za 25km/h. □

Školsko rješenje. Promjena brzine je $\Delta v = 100$km/h, a ta se brzina promijenila za vrijeme $\Delta t = 4$s. Srednja akceleracija je dana kao količnik promjene u brzini i vremena, odnosno:

$$\overline{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{100\text{km/h}}{4\text{s}} = 25\frac{\text{km/h}}{\text{s}}.$$

Iako to zadatak ne traži, prebacimo ovu mjernu jedinicu u standardnu (m/s^2). Akceleracija iskazana u m/s^2 nam samo govori koliko će se brzina (iskazana u m/s) promijeniti u 1s. Dakle, Trebamo prebaciti 25km/h u m/s:

$$25\frac{\text{km}}{\text{h}} = 25 \cdot \frac{1000\text{m}}{3600\text{s}} = 6.9\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Zaključujemo da je akceleracija

$$\frac{25\text{km/h}}{\text{s}} = \frac{6.9\text{m/s}}{\text{s}} = 6.9\frac{m}{\text{s}^2}$$

□

Zadatak 3. Trkač se, kada smo upalili štopericu, nalazi na udaljenosti od 10m od nas. Ako se trkač udaljava od nas brzinom od 6m/s, izračunaj njegovu udaljenost nakon 10s.

Zdravorazumsko rješenje. Trkač se udaljava od nas stalnom brzinom od 6m/s. Ovo znači da je svake sekunde još 6m dalje. Ako je ukupno trčao 10s tom brzinom, udaljio se ukupno $6 \cdot 10 = 60$m od početnog položaja. Kako je sami početni položaj udaljen 10m od nas, trkač se nakon 10s nalazi na udaljenosti od $10\text{m} + 60\text{m} = 70\text{m}$ (početnih 10m + istrčanih 60m). $\square$

Školsko rješenje. Trkač se giba stalnom brzinom od $v = 6\text{m/s}$. Početna udaljenost mu je $x_0 = 10\text{m}$, a gibao se ukupno $\Delta t = 10\text{s}$. Prijeđeni put Δx (za gibanje u kojem je brzina stalna) je dan kao umnožak brzine v i proteklog vremena Δt (jer je brzina $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$):

$$\Delta x = v \cdot \Delta t = 6\text{m/s} \cdot 10\text{s} = 60\text{s}.$$

S druge strane imamo i $\Delta x = x - x_0$, gdje je x_0 početni položaj, a x konačni položaj (nakon vremena Δt). Iz ovoga vidimo da je $x = \Delta x + x_0 = 60\text{m} + 10\text{m} = 70\text{m}$.

Primijetimo da je formula za konačni položaj samo

$$x = x_0 + \Delta x = x_0 + v \cdot \Delta t$$

pa smo mogli i direktno uvrstiti u tu formulu: $x = 10\text{m} + 6\text{m/s} \cdot 10\text{s}$. $\square$

Zadatak 4. Ako sa litice Cabo Girão bacite lopticu prema uzburkanom moru Madeire brzinom od 15m/s. Koliku brzinu će loptica imati nakon 5s padanja?

Zdravorazumsko rješenje. Gravitacijska akceleracija na Zemlji ubrzava sve predmete prema Zemljinom centru. Njen iznos je otprilike $10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Ovo znači da će tijelu koje pada prema Zemlji brzina svake sekunde porasti za 10m/s. Kako tijelo pada 5s, ukupno će mu se brzina povećati za $5 \cdot 10 = 50$m/s. Početna brzina tijela je 15m/s, stoga gravitacija na taj iznos svake sekunde doda 10m/s pa je konačna brzina $15\text{m/s} + 50\text{m/s} = 65\text{m/s}$. $\square$

Školsko rješenje. Tijelo pada u gravitacijskom polju Zemlje sa stalnom akceleracijom od $g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Padanje se odvija tijekom vremena $\Delta t = 5\text{s}$, a početna brzina je $v_0 = 15\text{m/s}$. Promjenu brzine Δv u slučaju stalne akceleracije a dobijemo kao umnožak $\Delta v = a\Delta t$. U našem slučaju: $\Delta v = g\Delta t = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5\text{s} = 50\text{m/s}$. S druge strane, imamo $\Delta v = v - v_0$, gdje je v konačna, a v_0 početna brzina. Iz ovoga slijedi da

$$v = v_0 + \Delta v = 15\text{m/s} + 50\text{m/s} = 65\text{m/s}.$$

Naravno, mogli smo i direktno uvrstiti u formulu za brzinu:

$$v = v_0 + \Delta v = v_0 + a\Delta t = 15\text{m/s} + 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5\text{s}.$$

□

Zadatak 5. Na trkačoj stazi se nalazi 5 promatrača koji štopaju vozačima vrijeme (sva vremena se odnose na početak utrke, tj. kruga; eng. "lap"). Udaljenosti promatrača od startne pozicije i vremena koja su izmjerili za jednog vozača su:

- (300m, 10s)
- (500m, 16s)
- (800m, 30s)
- (1500m, 50s)
- (2200m, 1min 10s)

Izračunaj prosječnu brzinu na svakoj sekciji (u m/s ili km/h - ti odaberi) i odgovori na sljedeća pitanja. Na kojoj sekciji je bio najoštriji zavoj? Koje sekcije su bile najravnije? Koja je prosječna brzina za čitav krug?

Zdravorazumsko rješenje. Moramo izračunati srednju brzinu na svakoj sekciji.

1. Od starta (0m,0s) do prvog checkpointa (300m, 10s) je auto odvozilo udaljenost od 300m u 10s pa je srednja brzina na toj sekciji $\frac{300\text{m}}{10\text{s}} = 30\text{m/s}$.

2. Prvi checkpoint je na udaljenosti od 300m, a drugi na udaljenosti od 500m, pa je auto na toj relaciji prešlo put od 200m. Vrijeme se na štoperici pomaklo s 10s na 16s pa je auto odvozilo tih 200m u 6s, što znači da je srednja brzina na tom segmentu $\frac{200\text{m}}{6\text{s}} = 33.3\text{m/s}$.

3. Treći checkpoint je na udaljenosti od 800m, ukupno 300m od drugog, stoga je auto prešlo put od 300m. Štoperica je pokazivala 30s kada je auto prošlo kroz 3. checkpoint, što je 14s nakon 2. checkpointa. Dakle, auto je prošlo 300m u 14s, a srednja brzina je $\frac{300\text{m}}{14\text{s}} = 21.4\text{m/s}$.

4. Četvrti checkpoint je auto prošlo ada je štoprica pokaivala 50s, što je 20s nakon trećeg. Četvrti je checkpoint na udaljenosti od 1500m (od starta), tj. udaljen je za 700m od trećeg checkpointa (koji je na 800m od starta). Dakle, auto je prešlo 700m u 20s te se gibalo srednjom brzinom od $\frac{700\text{m}}{20\text{s}} = 35\text{m/s}$.

5. Peti checkpoint je opet udaljen 700m od četvrtog, a štoperica je pokazivala 1min i 10s, što je opet 20s nakon što je auto prošlo kroz 4. checkpoint (50s). Dakle, auto je opet prošlo 700m u 20s pa je brzina $\frac{700\text{m}}{20\text{s}} = 35\text{m/s}$.

Vidimo da je najveća brzina na posljednja dva segmenta (pa su oni najravniji), a najmanja je brzina između 2. i 3. checkpointa (pa je tu najoštriji zavoj). Auto je prošlo ukupno 2200m u 1min 10s=70s, stoga je srednja brzina na cijelom putu $\frac{2200}{70} = 31.4\text{m/s}$ □

Školsko rješenje. Da bismo izračunali srednju brzinu a svakoj sekciji koristimo formulu $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$. Ovdje je $\Delta x = x_2 - x_1$ prijeđeni put, x_1 je početni položaj (udaljenost od starta), x_2 je konačni položaj. Tako je, recimo, kada auto vozi relaciju između prvog (300m, 10s) i drugog (500m, 16s) checkpointa, prijeđeni put $\Delta x = x_2 - x_1 = 500\text{m} - 300\text{m} = 200\text{m}$. Na potpuno isti način, $\Delta t = t_2 - t_1$ je proteklo vrijeme. Na istoj relaciji je $t_1 = 10\text{s}$ vrijeme koje pokazuje štoperica kada je auto prošlo prvi checkpoint, a $t_2 = 16\text{s}$ vrijeme koje pokazuje štoperica kada je auto prošlo drugi checkpoint; dakle vrijeme koje je trebalo da auto prođe udaljenost između ta dva checkpointa je $\Delta t = 16\text{s} - 10\text{s} = 5\text{s}$.

Označimo veličine vezane uz start s indeksom 0. Dakle, $(x_0, t_0) = (0\text{m}, 0\text{s})$. Veličine vezane uz prvi checkpoint označimo s indeksom 1, dakle $(x_1, t_1) = (300\text{m}, 10\text{s})$, veličine vezane uz drugi checkpoint označimo s indeksom 2, $(x_2, t_2) = (500\text{m}, 16\text{s})$ itd.

1. Srednju brzinu na prvoj relaciji (start - checkpoint 1), dobijemo kao $v_1 = \frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} = \frac{300\text{m} - 0\text{m}}{10\text{s} - 0\text{s}} = \frac{300\text{m}}{10\text{s}} = 30\text{m/s}$

2. Na drugoj relaciji (ckeckpoint 1 - checkpoint 2) imamo srednju brzinu $v_2 = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{500\text{m} - 300\text{m}}{16\text{s} - 10\text{s}} = \frac{200\text{m}}{6\text{s}} = 33.3\text{m/s}$

3. Na trećoj relaciji (ckeckpoint 2 - checkpoint 3) imamo srednju brzinu $v_3 = \frac{x_3 - x_2}{t_3 - t_2} = \frac{800\text{m} - 500\text{m}}{30\text{s} - 16\text{s}} = \frac{300\text{m}}{14\text{s}} = 21.4\text{m/s}$

4. Na četvrtoj relaciji (ckeckpoint 3 - checkpoint 4) imamo srednju brzinu $v_4 = \frac{x_4 - x_3}{t_4 - t_3} = \frac{1500\text{m} - 800\text{m}}{50\text{s} - 30\text{s}} = \frac{700\text{m}}{20\text{s}} = 35\text{m/s}$
5. Na petoj relaciji (ckeckpoint 4 - checkpoint 5) imamo srednju brzinu $v_5 = \frac{x_5 - x_4}{t_5 - t_4} = \frac{2200\text{m} - 1500\text{m}}{1\text{min}10\text{s} - 50\text{s}} = \frac{2200\text{m} - 1500\text{m}}{70\text{s} - 50\text{s}} = \frac{700\text{m}}{20\text{s}} = 35\text{m/s}$.

Najveće brzine su v_5 i v_4, stoga zaključujemo da su te dionice najravnije. Najmanja brzina je v_3, stoga zaključujemo da je na toj dionici bio najoštiji zavoj □

Zadatak 6. Hasan Strela se hvali da mu je brzina šprinta 15m/s. Ako je svjetski rekorder Usain Bolt istrčao 100m u 9.58s, koliko je izgledno da Hasan laže? Obrazloži svoj odgovor računom (Hint: izračunaj prosječnu brzinu kojom je Usain istrčao svoj rekord).

Zdravorazumsko rješenje. Hasan tvrdi da je trčao brzinom od 15/s, što znači da svake sekunde istrčao 15m. Usain Bolt je, kada je postavio svjetski rekord, istrčao 100m u 9.58s, što znači da mu je (srednja) brzina $\frac{100}{9.58} = 10.4\text{m/s}$, tj. to znači da je (u prosjeku) istrčao 10.4m svake sekunde. Naravno, u početku ubrzava pa je istrčao nešto manje, a na kraju je u punom šprintu istrčao nešto više. Nije baš izgledno da je Hasan toliko brži od Usaina, stoga zaključujemo da vjerojatno laže. □

Školsko rješenje. Usporedimo brzinu 15m/s, koju nam je Hasan dao, sa srednjom brzinom Usaina Bolta kada je istrčao svjetski rekord. Usain je pretrčao put od $\Delta x = 100\text{m}$ u $\Delta t = 9.58\text{s}$. Srednja brzina je količnik prijeđenog puta i vremena:

$$\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{100\text{m}}{9.58\text{s}} = 10.4\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Kako je $15\text{m/s} > 10.4\text{m/s}$ (i to značajno veće), zaključujemo da Hasan vjerojatno laže. □

Zadatak 7. Bacili smo jabuku u zrak brzinom od 20m/s. Ako je gravitacijsko ubrzanje na Zemlji $g = 10\text{m/s}^2$, nakon koliko sekunda će jabuka početi padati (kada će joj se visina početi smanjivati). Objasni svoj odgovor.

Zdravorazumsko rješenje. Gravitacijska akceleracija poveća brzinu tijela koje pada prema Zemlji svake sekunde za 10m/s. U našem slučaju tijelo je bačeno uvis pa ga ista akceleracija *usporava* svake sekunde za 10m/s. Kada se tijelo potpuno zaustavi u svojoj najvišoj točki, počet će padati prema Zemlji i onda ćemu se brzina poćeti povećavati svake sekunde za 10m/s. Sada je samo pitanje koliko treba gravitaciji da ubije početnu brzinu tijela (tj. svede ju na 0). Tijelo se na početku gibalo 20m/s, što znači da nakon jedne sekunde ima brzinu 10m/s, a nakon dvije 0m/s. Zaključujemo da će jabuka početi padati prema Zemlji nakon 2s.

Zaključimo, vrijeme do najviše točke dobijemo kao količnik početne brzine i gravitacijske akceleracije ($\frac{20\text{m/s}}{10\text{m/s}^2}$). Naime, trebamo znati koliko puta gravitacijska akceleracija može puta ući u iznos početne brzine - u ovom slučaju 10 može ući u 20 ukupno 2 puta. Drukčije sročeno, trebamo znati koliko puta možemo oduzeti 10 od 20 da dođemo do 0. Ovo je upravo operacija dijeljenja. □

Školsko rješenje. Recimo da smo štopericu uključili u trnutku kada je jabuka bačena. Dakle, u početnom trenutku $t_0 = 0$, jabuka ima početnu brzinu $v_0 = 20\text{m/s}$. Gravitacijska akceleracija na Zemlji $g = -10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ jabuku svake sekunde uspori za 10m/s. Moramo pripaziti na predznak jer je brzina jabuke u početku usmjerena prema gore - stoga smo uzeli da je "gore" pozitivan smjer, a akceleracija je negativna te umanjuje brzinu usmjerenu prema gore. Da smo se dogovorili da je "dolje" pozitivan smjer, onda bi akceleracija bila pozitivna $g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, ali bi početna brzina bila negativna: $v_0 = -20\text{m/s}$ (akceleracija sada uvećava brzinu usmjerenu prema dolje). U svakom slučaju predznaci akceleracije i početne brzine moraju biti suprotni jer predstavljaju dva vektora u suprotnim smjerovima.

Dakle, imamo $\Delta v = a\Delta t$, gdje je $\Delta t = t - t_0 = t$ ukupno vrijeme padanja, t konačni trenutak, a t_0 početni trenutak. Isto tako, $\Delta v = v - v_0$, gdje je v konačna, a v_0 početna brzina. Ovo sve daje: $v - v_0 = a(t - t_0)$. Uvrstimo li $t_0 = 0$ (štoperica u početku pokazuje 0), dobijemo: $v - v_0 = at$, što smo vidjeli i zapisano u obliku $v = v_0 + at$. Sada samo uvrstimo $v = 0$ (konačna brzina je 0 - jabuka se zaustavila u svojoj najvišoj točki i sada pada prema Zemlji) te $a = g = -10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$:

$$0 = 20\text{m/s} - 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t.$$

Iz ovoga $t = \frac{20\text{m/s}}{10\text{m/s}^2}$ □

Zadatak 8. Astronaut je na Mjesecu bacio lopticu u zrak brzinom 15m/s. Ako je gravitacijsko ubrzanje na Mjesecu $g = 1.5\text{m/s}^2$, nakon koliko sekunda će tijelo početi padati.

Rješenje. Zadatak je isti kao prethodni, stoga ćemo ga samo ukratko objasniti. Na Mjesecu će svake sekunde loptica usporiti 1.5m/s. Ovo znači da će od početne brzine 15m/s nakon jedne sekunde imati brzinu 13.5m/s, nakon dvije 12m/s, itd. Nakon ukupno 10s će imati brzinu od 0m/s. Ovo vrijeme, kao i u prethodnom zadatku, pronađemo kao kvocijent početne brzine i gravitacijske akceleracije (uzimajući samo iznose tih dviju veličina - bez predznaka):

$$t = \frac{v_0}{g} = \frac{15\text{m/s}}{1.5\text{m/s}^2} = 10\text{s}$$

. □

Zadatak 9. Grmi, sijeva - nevrijeme. Iz dosade ste mjerili vremensku razliku između sijevanja (svjetla) i grmljavine (zvuka). Ako ste čuli grmljavinu tek 5s nakon sijevanja, koliko je daleko od vas munja udarila. Zvuk kroz zrak u prosjeku putuje brzinom od 340m/s. Svjetlost je jako brza (puno brža nego zvuk), stoga možete uzeti da svjetlost do vas dođe trenutno (instantno).

Zdravorazumsko rješenje. Kada sijevne, to je trenutak kada je zvuk stvoren i krene se gibati prema nama (jer svjetlosti treba zanemarivo malo vremena da dođe do nas). Dakle, vrijeme između sijevanja i grmljavine je vrijeme koje je trebalo zvuku da dođe do vas. Trebamo samo pronaći put koji je zvuk prošao u to vrijeme, što je lagano ako znamo brzinu zvuka. Svake sekunde zvuk prijeđe 340m, stoga će u pet sekundi prijeći:

$$340 \cdot 5 = 1700\text{m}$$

□

Školsko rješenje. Zvuk se giba brzinom od $v = 340\text{m/s}$, a putovao je $\Delta t = 5\text{s}$. Ovdje pretpostavljamo da se zvuk cijelim putem gibao istom brzinom, tj. da se karakteristike zraka ne mijenjaju znatno od mjesta na koje je udarila munja do nas (brzina zvuka inače ovisi o gustoći zraka i tzv. modulu stišljivosti). Iz zadanog sada možemo lagano pronaći udaljenost koju je zvuk prešao, što je samo

$$\Delta x = v \cdot \Delta t = 340\text{m/s} \cdot 5\text{s} = 1700\text{m}$$

. □

Zadatak 10. Trenutni rekord za najudaljeniji potvrđeni pogodak snajperom drži ukrajinac Viacheslav Kovalskyi, koji je s udaljenosti od 3800m ubio ruskog vojnika (studeni, 2023.). Izlazna brzina (muzzle velocity) metka iz snajpera koji je korišten je oko 1000m/s. Ovo je brže od zvuka, što znači da će će prvo stići metak do mete, a tek onda zvuk. Opiši kako to izgleda, kada jedan takav snajper puca na vas - koliko će točno zvuk zaostajati za metkom?

Rješenje. Pretpostavimo da je brzina metka cijelom putanjom 1000m/s. Ovo nije skroz točno jer metak usporava kako leti - ako je vjerovati internetu, metku kalibra 0.50 (0.50 inch, tj. 12.7×99mm NATO) se brzina prepolovi svako otprilike 1000m. Brzina zvuka je 340m/s. Želimo pronaći vremenski odmak od trenutka kada stigne metak i trenutka kada stigne zvuk pucnja. Metak svake sekunde prijeđe 1000m, stoga je punu udaljenost od 3800m prešao u $\frac{3800}{1000} = 3.8$s. Zvuku je, s druge strane, trebalo $\frac{3800}{340} = 11.2$s. Dakle, metak je došao punih 7s prije zvuka pucnja.

Naravno, u stvarnosti bi odmak bio nešto manji (jer metak uspori), tj. trebali bismo uzeti srednju brzinu koja je manja od izlazne brzine (muzzle velocity). Konačno, valja napomenuti da tijela koja se kreću brže od zvuka ispuštaju dosta glasan šum, stoga bi zvuk (dovoljno dalekog) pucnja bio dosta tiši od tog šuma. Naime, "sonic boom" se ne dogodi samo pri "probijanju" zvučnog zida, nego konstantno (zato supersonični avioni ne smiju letjeti iznad naseljenih područja). Dakle, ne bismo iskusili "tišina - potom pucanj u daljini" (to bi bilo da metak ne ide prema nama) nego "vrlo glasan šum metka - potom pucanj u daljini". Vidi `https://www.youtube.com/watch?v=tOCAMZMT53Q` i `https://www.youtube.com/watch?v=KRsSWlOp8E4`. □

Mogli bismo iz perspektive vojnika na kojeg se puca izračunati udaljenost snajpera. Ovo je kompliciranija verzija onog zadatka s grmljavinom jer sada ne možemo uzeti da metak "odmah" dođe do vojnika (metak nije baš toliko puno brži od zvuka).

Zadatak 11. Ako vojnik mjeri 2s između pogotka metka i zvuka pucnja, a uzmemo da je brzina metka 800m/s, pronađi udaljenost snajperiste.

Rješenje. Zvuk puške i metak su prešli isti put, ali u različitim vremenima. Metak je put prešao u nekom vremenu t, a zvuk u vremenu $t+2$s. Dakle, put koji je prošao metak je 800m/s $\cdot\, t$, a put koji je prošao zvuk 340m/s $\cdot\,(t+2s)$. Kako ta dva puta moraju biti ista, imamo 800m/s $\cdot\, t =$ 340m/s $\cdot\,(t+2s)$. Iz ove relacije pronađemo vrijeme leta t jer $800t = 340(t+2) \implies \frac{800}{340}\cdot t = t+2$. Iz ovoga slijedi da $2.35t = t+2$, tj. da $1.35t = 2$. Dakle, metku je trebalo

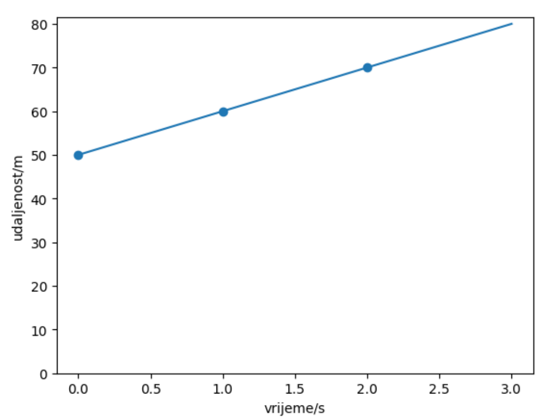
$\frac{2}{1.35}$s $= 1.48$s da dođe do vojnika. Udaljenost sada lagano nađemo: $\Delta x = v \cdot t = 800\text{m/s} \cdot 1.48\text{s} = 1184\text{m}$. Zaključimo, da bismo pronašli udaljenost treba:

1. Pronaći koeficjent koji nam govori koliko je puta metak brži od zvuka te ga umanjiti za jedan: $2.35 - 1 = 1.35$.
2. Pronaći vrijeme leta metka tako da podijelimo vremenski odmak između dolaska metka i zvuka s tim koeficjentom $\frac{2}{1.35} = 1.48$s
3. Pronaći prijeđeni put tako da pomnožimo vrijeme leta s brzinom metka $800 \cdot 1.48 = 1184$m

□

Zadatak 12. Nacrtaj graf udaljenost-vrijeme za tijelo koje se giba od nas (udaljenost mu se povećava) stalnom brzinom od 10m/s, a na početku se nalazilo na udaljenosti od 50m.

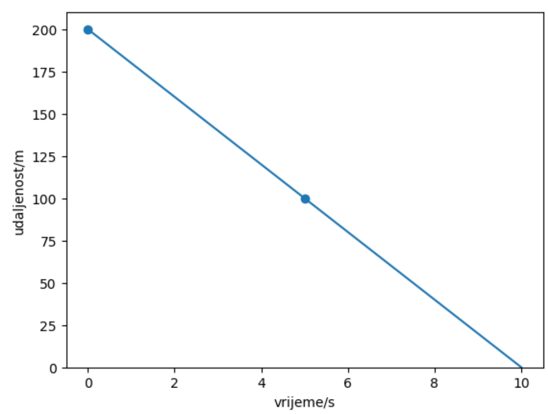
Rješenje. Da bismo nacrtali udaljenost-vrijeme za jednoliko gibanje, trebamo nacrtati pravac. Najjednostavnije je zadati dvije točke kroz koje taj pravac prolazi. Kako se na početku ($t = 0$) tijelo nalazilo na udaljenosti 50m, jedna točka je $(0, 50)$. Za sljedeću točku možemo izračunati gdje će tijelo biti za 1s, što je lagano jer se svake sekunde udalji za 10m (giba se brzinom od 10m/s). Znači u 1s se nalazi na udaljenosti od 60m, u 2s na udaljenosti 70m itd. Dakle, točke kroz koje prolazi pravac su $(0, 50)$, $(1, 60)$, $(2, 70)$ itd. Ako baš hoćemo, jednadžba tog pravca je $t \mapsto x_0 + vt$, što u našem slučaju postane $t \mapsto 50 + 10t$. Graf je stoga:



□

Zadatak 13. Nacrtaj graf udaljenost-vrijeme za tijelo koje se giba prema nama (udaljenost mu se smanjuje) stalnom brzinom od 20m/s, a na početku se nalazilo na udaljenosti od 200m.

Rješenje. Rješenje je potpuno analogno prethodnom zadatku. Na početku se tijelo nalazi na udaljenosti od 200m, pa je jedna točka kroz koju prolazi pravac $(0, 200)$. Giba se prema nama (udaljenost se smanjuje) brzinom od 20m/s, stoga će nakon jedne sekunde biti na udaljenosti od 180m. Druga točka je dakle $(1, 180)$. Da bismo izbjegli skučenost, izračunajmo radije neku malo kasniju udaljenost, npr. tijelo će se nakon 5s nalaziti na udaljenosti od $200 - 5 \cdot 20 = 100$m. Dakle, imamo točke $(0, 200m)$ i $(5, 100)$ kroz koje pravac prolazi. Jednadžba tog pravca je $t \mapsto 200 - 20t$. Graf je dakle:



□

Zadatak 14. Nacrtaj graf udaljenost-vrijeme za Forda f-150 koji je mirovao u garaži od 0 do 1h, potom se stalnom brzinom gibao do Wallmarta brzinom od 40km/h (25mph) 30min na čijem parkiralištu je potom mirovao 30min. Konačno, automobil se krenuo gibati natrag prema garaži (isto brzinom od 25mph) ali ne prije nego je nakon nepunih 15min upao u gužvu u kojoj je stajao gotovo nepomično 45min. Nakon tih 45 min kolona se napokon počela gibati brzinom od 15km/h (10mph) i tako se vratio kući.

Rješenje. Najbolje je gibanje podijeliti na intervale od 15min (četvrtina sata) i raditi s km i h. Uzmimo da je garaža na udaljenosti 0 (stoga položaj forda računamo u odnosu na garažu). Gibanje nije jednoliko, stoga nije pravac, ali je sastavljeno od segmenata koji su ravni (dijelovi pravaca) pa su određeni sa samo dvije točke. Moramo izračunati neke ključne točke kroz koje graf prolazi, što je najlakše uzeti da su krajnje točke tih segmenata:

1. Auto prvo miruje u garaži 1h, stoga se u $t = 0h$ nalazi na udaljenosti 0 i u $t = 1h$ isto ostaje na nuli. Dvije točke koje određuju ovaj segment su dakle $(0, 0)$ i $(1, 0)$.

2. U $t = 1h$ započinje jednoliko gibanje do Wallmarta. Gibanje traje 30min (0.5h), a brzina je 40km/h. Auto će se stoga nakon tih pola sata nalaziti na udaljenosti od 20km (da se gibalo cijeli sat bi bilo na udaljenosti od 40km). Dvije točke koje određuju ovaj segment su stoga $(1, 0)$ i $(1.5, 20)$.

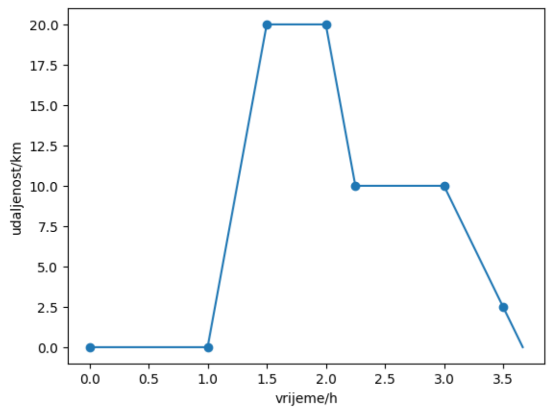
3. Sada auto stoji na parkingu 30min, koji je od garaže isto udaljen 20km pa ovaj segment određuju točke $(1.5, 20)$ i $(2, 20)$.

4. Konačno, auto se vraća prema garaži istom brzinom od 40km/h u trajanju 15min (0.25h). Nakon tih 15 min će se približiti garaži 10km (u punom satu prijeđe 40km, u pola sata 20km, a u četvrtini sata 10km). Dakle, točke koje određuju ovaj segment su $(2, 20)$ i $(2.25, 10)$.

5. Auto sada stoji u gužvi 45min (0.75h), stoga se udaljenost ne mijenja i točke koje određuju ovaj segment su $(2.25, 10)$ i $(3, 10)$.

6. Konačno, auto se giba stalnom brzinom od 15km/h prema garaži. Za 30min će se stoga približiti 7.5km. Kako je nakon 3h na udaljenosti od 10km, nakon 3.5h će biti na udaljenosti od $10 - 7.5 = 2.5$km. Dakle, točke koje određuju ovaj posljednji segment su $(3, 10)$ i $(3.5, 2.5)$.

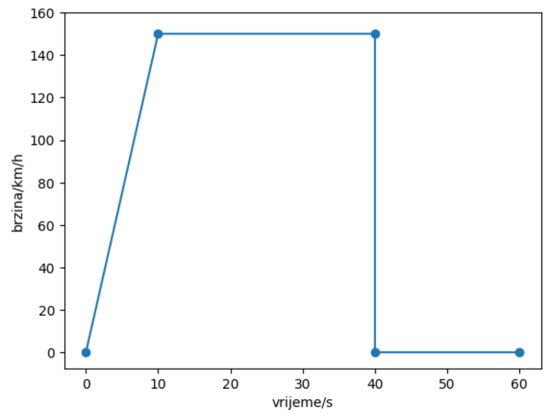
Vidimo da graf mora biti:



□

Zadatak 15. Nacrtaj graf brzina-vrijeme u trajanju od 1min za 'rari koji ubrzava od 0 do 150km/h prvih 10s, potom leti autocestama lijepe naše brzinom od 150km/h. Pritom imaj na umu da se vozač abruptno zaustavio nakon ukupno 40s zabivši se u kamion iz suprotnog smjera.

Rješenje. Ovdje crtamo graf brzina-vrijeme. Crtat ćemo ga u jedinicama km/h (za brzinu) i s (za vrijeme). Brzina se jednoliko mijenja prvih 10s od 0km/h do 150km/h (inače ovo je akceleracija od $15\frac{\text{km/h}}{\text{s}}$). Dakle, graf brzine je u ovom slučaju pravac te je određen s točkama $(0, 0)$ i $(10, 150)$. Potom 'rari juri u brzinama ljutimi sljedećih 30s (od 10. do 40. sekunde) cijelo vrijeme održavajući 150km/h. Ovaj segment je stoga određen točkama $(10, 150)$ i $(40, 150)$. Za kraj, 'rari je iskusio neplaniranu deceleraciju od približno ∞ G, što ga instantno u 40. sekundi dovodi do brzine 0. Posljednji segment je stoga određen točkama $(40, 0)$ i $(60, 0)$. Vidimo da je graf:


brzina/km/h
vrijeme/s
0
10
20
30
40
50
60
20
40
60
80
100
120
140
160

□