

Elektromagnetska indukcija

Duje Jerić- Miloš

5. ožujka 2025.

Faradayev eksperiment

- ▶ Faradayev eksperiment:
<https://www.youtube.com/watch?v=vwIdZjjd8fo>.

Faradayev eksperiment

- ▶ Faradayev eksperiment:
<https://www.youtube.com/watch?v=vwIdZjjd8fo>.
Zapažanja su sljedeća:

Faradayev eksperiment

- ▶ Faradayev eksperiment:
<https://www.youtube.com/watch?v=vwIdZjjd8fo>.
Zapažanja su sljedeća:
 1. Kad magnet miruje nema struje.

Faradayev eksperiment

- ▶ Faradayev eksperiment:
<https://www.youtube.com/watch?v=vwIdZjyd8fo>.
Zapažanja su sljedeća:
 1. Kad magnet miruje nema struje.
 2. Kada se magnet miče, kroz zavojnicu protječe struja.

Faradayev eksperiment

- ▶ Faradayev eksperiment:
<https://www.youtube.com/watch?v=vwIdZjJd8fo>.
Zapažanja su sljedeća:
 1. Kad magnet miruje nema struje.
 2. Kada se magnet miče, kroz zavojnicu protječe struja.
 3. Više navoja u zavojnici \implies veća struja.

Faradayev eksperiment

- ▶ Faradayev eksperiment:
<https://www.youtube.com/watch?v=vwIdZjJd8fo>.
Zapažanja su sljedeća:
 1. Kad magnet miruje nema struje.
 2. Kada se magnet miče, kroz zavojnicu protječe struja.
 3. Više navoja u zavojnici \implies veća struja.
- ▶ Sada po **kružnoj** putanji električna sila obavlja neki rad $W \neq 0$. Taj rad po jedinici prenesenog naboja zovemo elektromotorni napon ε .

Faradayev eksperiment

- ▶ Faradayev eksperiment:
<https://www.youtube.com/watch?v=vwIdZjJd8fo>.
Zapažanja su sljedeća:
 1. Kad magnet miruje nema struje.
 2. Kada se magnet miče, kroz zavojnicu protječe struja.
 3. Više navoja u zavojnici \implies veća struja.
- ▶ Sada po **kružnoj** putanji električna sila obavlja neki rad $W \neq 0$. Taj rad po jedinici prenesenog naboja zovemo elektromotorni napon ε .
- ▶ Promjenjivo magnetsko polje stvara *kružno* električno polje \implies električna sila **nije više konzervativna**.

Faradayev eksperiment

- ▶ Faradayev eksperiment:
<https://www.youtube.com/watch?v=vwIdZjjd8fo>.
Zapažanja su sljedeća:
 1. Kad magnet miruje nema struje.
 2. Kada se magnet miče, kroz zavojnicu protječe struja.
 3. Više navoja u zavojnici \implies veća struja.
- ▶ Sada po **kružnoj** putanji električna sila obavlja neki rad $W \neq 0$. Taj rad po jedinici prenesenog naboja zovemo elektromotorni napon ε .
- ▶ Promjenjivo magnetsko polje stvara *kružno* električno polje \implies električna sila **nije više konzervativna**.
- ▶ Dakle, rad (i napon) sada **ovisi o putanji!** \implies Nemamo dobro definiran pojam potencijala u svakoj točki!

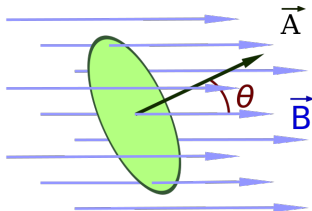
Faradayev eksperiment

- ▶ Faradayev eksperiment:
<https://www.youtube.com/watch?v=vwIdZjjd8fo>.
Zapažanja su sljedeća:
 1. Kad magnet miruje nema struje.
 2. Kada se magnet miče, kroz zavojnicu protječe struja.
 3. Više navoja u zavojnici \implies veća struja.
- ▶ Sada po **kružnoj** putanji električna sila obavlja neki rad $W \neq 0$. Taj rad po jedinici prenesenog naboja zovemo elektromotorni napon ε .
- ▶ Promjenjivo magnetsko polje stvara *kružno* električno polje \implies električna sila **nije više konzervativna**.
- ▶ Dakle, rad (i napon) sada **ovisi o putanji!** \implies Nemamo dobro definiran pojam potencijala u svakoj točki!

Želimo Faradayeva zapažanja iskazati matematički.

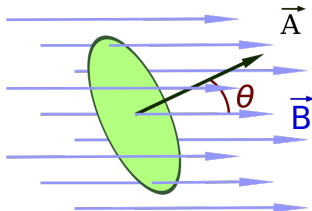
Tok magnetskog polja

- Mjeri koliko magnetsko polje probada neku površinu A :



Tok magnetskog polja

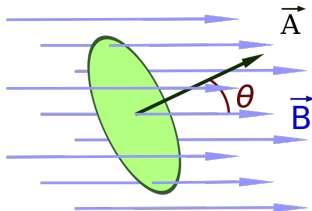
- Mjeri koliko magnetsko polje probada neku površinu A :



- Tok kroz zavojnicu s više navoja je veći nego kroz onu s manje (polje probada ukupno veću površinu).

Tok magnetskog polja

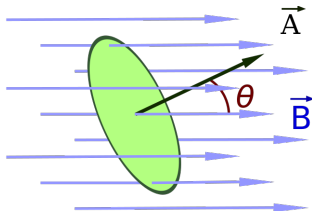
- ▶ Mjeri koliko magnetsko polje probada neku površinu A :



- ▶ Tok kroz zavojnicu s više navoja je veći nego kroz onu s manje (polje probada ukupno veću površinu).
- ▶ Tok: $\Phi_B = B_{\perp} A$. Bitan je samo dio magnetskog polja koji je okomit na površinu (tj. ide u smjeru vektora normale), B_{\perp} .

Tok magnetskog polja

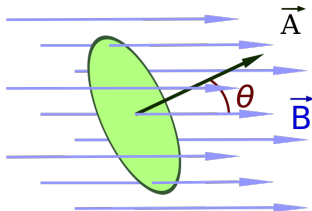
- ▶ Mjeri koliko magnetsko polje probada neku površinu A :



- ▶ Tok kroz zavojnicu s više navoja je veći nego kroz onu s manje (polje probada ukupno veću površinu).
- ▶ Tok: $\Phi_B = B_{\perp} A$. Bitan je samo dio magnetskog polja koji je okomit na površinu (tj. ide u smjeru vektora normale), B_{\perp} .
- ▶ Tok je pozitivan kada B gleda u smjeru vektora normale, a negativan kada je u suprotnom smjeru (slično kao i rad)

Tok magnetskog polja

- ▶ Mjeri koliko magnetsko polje probada neku površinu A :



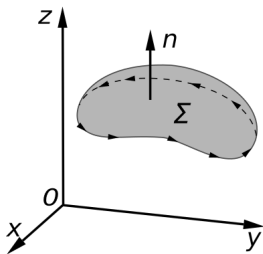
- ▶ Tok kroz zavojnicu s više navoja je veći nego kroz onu s manje (polje probada ukupno veću površinu).
- ▶ Tok: $\Phi_B = B_{\perp} A$. Bitan je samo dio magnetskog polja koji je okomit na površinu (tj. ide u smjeru vektora normale), B_{\perp} .
- ▶ Tok je pozitivan kada B gleda u smjeru vektora normale, a negativan kada je u suprotnom smjeru (slično kao i rad)
- ▶ Kada polje varira duž površine \implies površinu isjeckamo na male komadiće, izračunamo tok kroz svaki komadić i pozbrajamo

Faradayev zakon

- ▶ Za danu plohu postoje dvije moguće normale (na dva načina možemo odabrati što za plohu znači "prema gore").

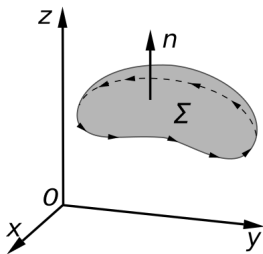
Faradayev zakon

- ▶ Za danu plohu postoje dvije moguće normale (na dva načina možemo odabrati što za plohu znači "prema gore").
- ▶ Dogovorimo se: ako rub površine obilazimo u pozitivnom smjeru \odot , smjer normale je prema gore.



Faradayev zakon

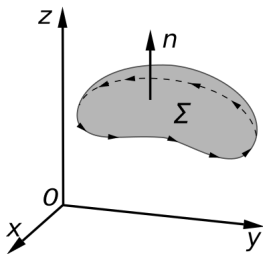
- ▶ Za danu plohu postoje dvije moguće normale (na dva načina možemo odabrati što za plohu znači "prema gore").
- ▶ Dogovorimo se: ako rub površine obilazimo u pozitivnom smjeru \odot , smjer normale je prema gore.



- ▶ Pozitivna promjena toka magnetskog polja duž neke površine (dakle polje jača "prema gore") stvara električno polje duž granice te površine u *negativnom* smjeru.

Faradayev zakon

- ▶ Za danu plohu postoje dvije moguće normale (na dva načina možemo odabrati što za plohu znači "prema gore").
- ▶ Dogovorimo se: ako rub površine obilazimo u pozitivnom smjeru \odot , smjer normale je prema gore.



- ▶ Pozitivna promjena toka magnetskog polja duž neke površine (dakle polje jača "prema gore") stvara električno polje duž granice te površine u *negativnom* smjeru.
- ▶ Preciznije, inducirani napon je: $\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}$.

Lenzovo pravilo

- ▶ Zašto se električno polje inducira u *negativnom smjeru*, tj. zašto imamo minus u formuli?

Lenzovo pravilo

- ▶ Zašto se električno polje inducira u *negativnom smjeru*, tj. zašto imamo minus u formuli?
- ▶ Da se kojim slučajem inducira u pozitivnom smjeru, to bi stvorilo struju koja će još više pojačati tok magnetskog polja.

Lenzovo pravilo

- ▶ Zašto se električno polje inducira u *negativnom smjeru*, tj. zašto imamo minus u formuli?
- ▶ Da se kojim slučajem inducira u pozitivnom smjeru, to bi stvorilo struju koja će još više pojačati tok magnetskog polja.
- ▶ Sada taj jači tok stvara još jaču struju, što stvara još jači tok \implies eksplozija u energiji.

Lenzovo pravilo

- ▶ Zašto se električno polje inducira u *negativnom smjeru*, tj. zašto imamo minus u formuli?
- ▶ Da se kojim slučajem inducira u pozitivnom smjeru, to bi stvorilo struju koja će još više pojačati tok magnetskog polja.
- ▶ Sada taj jači tok stvara još jaču struju, što stvara još jači tok \implies eksplozija u energiji.
- ▶ Inducirana struja stoga pokušava **umanjiti** promjenu magnetskog toka; ovo zovemo Lenzovo pravilo

Lenzovo pravilo

- ▶ Zašto se električno polje inducira u *negativnom smjeru*, tj. zašto imamo minus u formuli?
- ▶ Da se kojim slučajem inducira u pozitivnom smjeru, to bi stvorilo struju koja će još više pojačati tok magnetskog polja.
- ▶ Sada taj jači tok stvara još jaču struju, što stvara još jači tok \implies eksplozija u energiji.
- ▶ Inducirana struja stoga pokušava **umanjiti** promjenu magnetskog toka; ovo zovemo Lenzovo pravilo
- ▶ Interesantna posljedica: magnet kroz bakrenu cijev pada sporije <https://www.youtube.com/watch?v=H31K9qcmeMU>. Vidi i <https://www.youtube.com/watch?v=Yu1uRvErM80>

Lenzovo pravilo

- ▶ Zašto se električno polje inducira u *negativnom smjeru*, tj. zašto imamo minus u formuli?
- ▶ Da se kojim slučajem inducira u pozitivnom smjeru, to bi stvorilo struju koja će još više pojačati tok magnetskog polja.
- ▶ Sada taj jači tok stvara još jaču struju, što stvara još jači tok \implies eksplozija u energiji.
- ▶ Inducirana struja stoga pokušava **umanjiti** promjenu magnetskog toka; ovo zovemo Lenzovo pravilo
- ▶ Interesantna posljedica: magnet kroz bakrenu cijev pada sporije <https://www.youtube.com/watch?v=H31K9qcmeMU>. Vidi i <https://www.youtube.com/watch?v=Yu1uRvErM80>
- ▶ Zašto?

Lenzovo pravilo

- ▶ Zašto se električno polje inducira u *negativnom smjeru*, tj. zašto imamo minus u formuli?
- ▶ Da se kojim slučajem inducira u pozitivnom smjeru, to bi stvorilo struju koja će još više pojačati tok magnetskog polja.
- ▶ Sada taj jači tok stvara još jaču struju, što stvara još jači tok \implies eksplozija u energiji.
- ▶ Inducirana struja stoga pokušava **umanjiti** promjenu magnetskog toka; ovo zovemo Lenzovo pravilo
- ▶ Interesantna posljedica: magnet kroz bakrenu cijev pada sporije <https://www.youtube.com/watch?v=H31K9qcmeMU>. Vidi i <https://www.youtube.com/watch?v=Yu1uRvErM80>
- ▶ Zašto? U cijevi se inducira takva struja koja će umanjiti promjenu toka magnetskog polja (a tok je manji kada magnet pada sporije).

Indukcija iz perspektive magneta

- ▶ Kako opisati indukciju iz sustava magneta?

Indukcija iz perspektive magneta

- ▶ Kako opisati indukciju iz sustava magneta?
- ▶ Magnet dakle miruje, a zavojnica je ta koja se giba.

Indukcija iz perspektive magneta

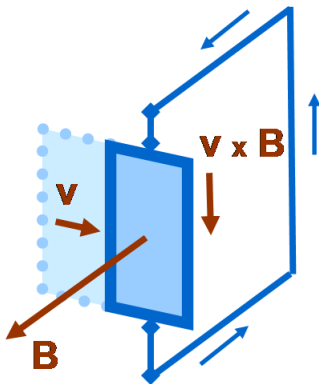
- ▶ Kako opisati indukciju iz sustava magneta?
- ▶ Magnet dakle miruje, a zavojnica je ta koja se giba.
- ▶ Sada imamo fiksno (nepromjenjivo) magnetsko polje \implies ne inducira se električno polje.

Indukcija iz perspektive magneta

- ▶ Kako opisati indukciju iz sustava magneta?
- ▶ Magnet dakle miruje, a zavojnica je ta koja se giba.
- ▶ Sada imamo fiksno (nepromjenjivo) magnetsko polje \implies ne inducira se električno polje.
- ▶ Vidjeli smo da se u zavojnici mora inducirati struja. Zašto?

Indukcija iz perspektive magneta

- ▶ Kako opisati indukciju iz sustava magneta?
- ▶ Magnet dakle miruje, a zavojnica je ta koja se giba.
- ▶ Sada imamo fiksno (nepromjenjivo) magnetsko polje \Rightarrow ne inducira se električno polje.
- ▶ Vidjeli smo da se u zavojnici mora inducirati struja. Zašto?
- ▶ Elektroni zavojnice se gibaju \Rightarrow na njih djeluje magnetska sila:



Dodatak: Maxwellove jednađbe

Do sada smo imali sljedeće zaključke (koje ću sada napisati i u matematičkom obliku):

Dodatak: Maxwellove jednađbe

Do sada smo imali sljedeće zaključke (koje ću sada napisati i u matematičkom obliku):

1. Naboj stvara električno polje koje izvire iz pozitivnog naboja, tj. ponire u negativni (Gaussov zakon): $\nabla \cdot \mathbf{E} = \varepsilon_0 \rho$

Dodatak: Maxwellove jednačbe

Do sada smo imali sljedeće zaključke (koje ću sada napisati i u matematičkom obliku):

1. Naboj stvara električno polje koje izvire iz pozitivnog naboja, tj. ponire u negativni (Gaussov zakon): $\nabla \cdot \mathbf{E} = \varepsilon_0 \rho$
2. Magnetskih naboja nema; koliko magnetsko polje ponire u neku točku, toliko i izvire (Gaussov zakon za magnetsko polje): $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$

Dodatak: Maxwellove jednađbe

Do sada smo imali sljedeće zaključke (koje ću sada napisati i u matematičkom obliku):

1. Naboj stvara električno polje koje izvire iz pozitivnog naboja, tj. ponire u negativni (Gaussov zakon): $\nabla \cdot \mathbf{E} = \varepsilon_0 \rho$
2. Magnetskih naboja nema; koliko magnetsko polje ponire u neku točku, toliko i izvire (Gaussov zakon za magnetsko polje): $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$
3. Struja oko sebe stvara kružno magnetsko polje (Amperov zakon): $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$

Dodatak: Maxwellove jednačbe

Do sada smo imali sljedeće zaključke (koje ću sada napisati i u matematičkom obliku):

1. Naboj stvara električno polje koje izvire iz pozitivnog naboja, tj. ponire u negativni (Gaussov zakon): $\nabla \cdot \mathbf{E} = \varepsilon_0 \rho$
2. Magnetskih naboja nema; koliko magnetsko polje ponire u neku točku, toliko i izvire (Gaussov zakon za magnetsko polje): $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$
3. Struja oko sebe stvara kružno magnetsko polje (Amperov zakon): $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$
4. Promjenjivo magnetsko polje stvara kružno električno polje (Faradayev zakon): $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$

Dodatak: Maxwellove jednađžbe

Do sada smo imali sljedeće zaključke (koje ću sada napisati i u matematičkom obliku):

1. Naboj stvara električno polje koje izvire iz pozitivnog naboja, tj. ponire u negativni (Gaussov zakon): $\nabla \cdot \mathbf{E} = \varepsilon_0 \rho$
2. Magnetskih naboja nema; koliko magnetsko polje ponire u neku točku, toliko i izvire (Gaussov zakon za magnetsko polje): $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$
3. Struja oko sebe stvara kružno magnetsko polje (Amperov zakon): $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$
4. Promjenjivo magnetsko polje stvara kružno električno polje (Faradayev zakon): $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$

3. jednađžba (Amperov zakon) nije potpuna.

Dodatak: Kapacitori

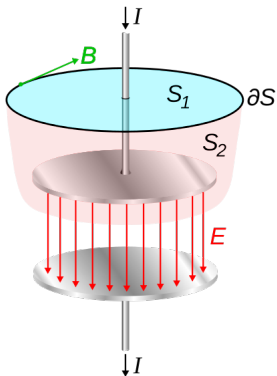
- ▶ Imamo dvije paralelne ploče na kojima se nalazi naboj.

Dodatak: Kapacitori

- ▶ Imamo dvije paralelne ploče na kojima se nalazi naboj.
- ▶ Pretpostavit ćemo da su ploče jako blizu tako da ako na jednoj imamo $+5C$ naboja, na drugoj se mora inducirati točno $-5C$ naboja. E pokazuje s pozitivne na negativnu ploču.

Dodatak: Kapacitori

- ▶ Imamo dvije paralelne ploče na kojima se nalazi naboj.
- ▶ Pretpostavit ćemo da su ploče jako blizu tako da ako na jednoj imamo $+5C$ naboja, na drugoj se mora inducirati točno $-5C$ naboja. E pokazuje s pozitivne na negativnu ploču.
- ▶ Sada promotrimo sljedeće dvije površine (plavo i svjetlo crveno) s *istom* granicom:



Dodatak: Kapacitori

- ▶ Kroz S_1 prolazi struja pa se na njenoj granici inducira magnetsko polje B .

Dodatak: Kapacitori

- ▶ Kroz S_1 prolazi struja pa se na njenoj granici inducira magnetsko polje B .
- ▶ Kroz S_2 ne prolazi struja pa Amperov zakon (u trenutnom obliku) predviđa da magnetskog polja duž njene granice nema.

Dodatak: Kapacitori

- ▶ Kroz S_1 prolazi struja pa se na njenoj granici inducira magnetsko polje B .
- ▶ Kroz S_2 ne prolazi struja pa Amperov zakon (u trenutnom obliku) predviđa da magnetskog polja duž njene granice nema.
- ▶ S_1 i S_2 imaju istu granicu; kontradikcija.

Dodatak: Kapacitori

- ▶ Kroz S_1 prolazi struja pa se na njenoj granici inducira magnetsko polje B .
- ▶ Kroz S_2 ne prolazi struja pa Amperov zakon (u trenutnom obliku) predviđa da magnetskog polja duž njene granice nema.
- ▶ S_1 i S_2 imaju istu granicu; kontradikcija.
- ▶ Stvar je u tome da kroz S_2 prolazi električno polje i da se to polje mijenja (kako se naboj nakuplja na pločama).

Dodatak: Kapacitori

- ▶ Kroz S_1 prolazi struja pa se na njenoj granici inducira magnetsko polje B .
- ▶ Kroz S_2 ne prolazi struja pa Amperov zakon (u trenutnom obliku) predviđa da magnetskog polja duž njene granice nema.
- ▶ S_1 i S_2 imaju istu granicu; kontradikcija.
- ▶ Stvar je u tome da kroz S_2 prolazi električno polje i da se to polje mijenja (kako se naboj nakuplja na pločama).
- ▶ Dakle, i promjena električnog polja može izazvati kružno magnetsko polje:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

Dodatak: Neka bude svjetlo

- ▶ Možemo li imati magnetsko i električno polje u vakuumu (gdje nema naboja i struja)?

Dodatak: Neka bude svjetlo

- ▶ Možemo li imati magnetsko i električno polje u vakuumu (gdje nema naboja i struja)?
- ▶ U vakuumu imamo:
 1. $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$
 2. $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$
 3. $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$
 4. $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$

Dodatak: Neka bude svjetlo

- ▶ Možemo li imati magnetsko i električno polje u vakuumu (gdje nema naboja i struja)?
- ▶ U vakuumu imamo:
 1. $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$
 2. $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$
 3. $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$
 4. $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$
- ▶ 3. i 4. su ovdje najbitniji: promjenjivo magnetsko polje stvara promjenjivo električno polje, a promjenjivo električno polje pak stvara promjenjivo magnetsko polje.

Dodatak: Neka bude svjetlo

- ▶ Možemo li imati magnetsko i električno polje u vakuumu (gdje nema naboja i struja)?
- ▶ U vakuumu imamo:
 1. $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$
 2. $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$
 3. $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$
 4. $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$
- ▶ 3. i 4. su ovdje najbitniji: promjenjivo magnetsko polje stvara promjenjivo električno polje, a promjenjivo električno polje pak stvara promjenjivo magnetsko polje.
- ▶ Ovako se električno i magnetsko polje mogu širiti kroz prostor u kojem nema struja i naboja \implies imamo **elektromagnetski val**.