

Težište i ravnoteža

Duje Jerić- Miloš

10. prosinca 2024.

Točkaste mase

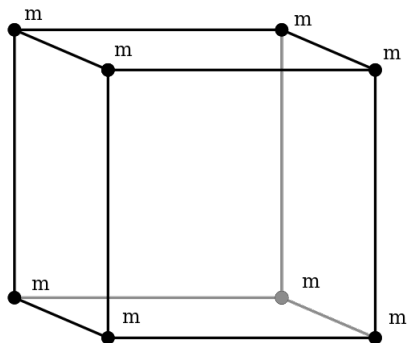
- ▶ Točkasto tijelo nema protežnost (ne zauzima volumen), ali ima masu.

Točkaste mase

- ▶ Točasto tijelo nema protežnost (ne zauzima volumen), ali ima masu.
- ▶ Materija građena od atoma \implies građena od (više-manje) točkastih masa

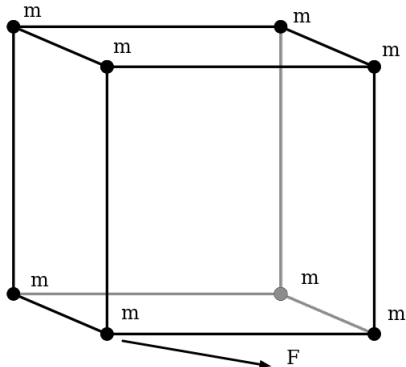
Točkaste mase

- ▶ Točasto tijelo nema protežnost (ne zauzima volumen), ali ima masu.
- ▶ Materija građena od atoma \implies građena od (više-manje) točkastih masa
- ▶ Kruta tijela \implies točkaste mase su na fiksnim udaljenostima (savršeno krute veze)



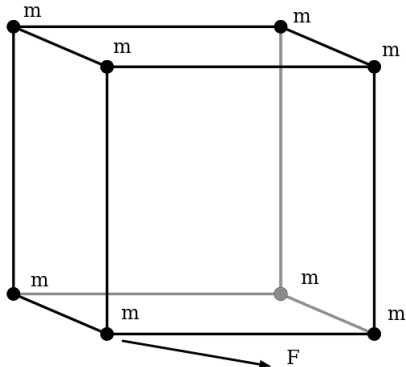
Točkaste mase

- Zalijepimo kamenčić od 5g na kamen od 5kg i guramo kamenčić. Masa koja se odupire ubrzanju je



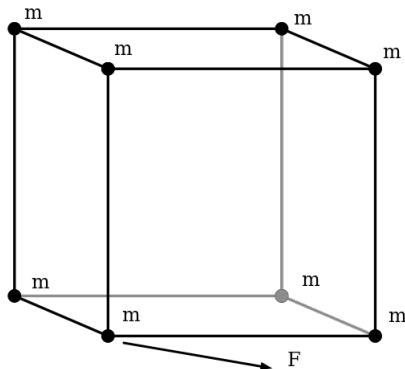
Točkaste mase

- Zalijepimo kamenčić od 5g na kamen od 5kg i guramo kamenčić. Masa koja se odupire ubrzanju je $5\text{kg} + 5\text{g}$



Točkaste mase

- ▶ Zalijepimo kamenčić od 5g na kamen od 5kg i guramo kamenčić. Masa koja se odupire ubrzanju je $5\text{kg} + 5\text{g}$



- ▶ Ako sila djeluje na jednu točkastu masu, one svejedno ubrzavaju kao cjelina (međudjeluju kroz krute veze)

Težište

- ▶ Tijelo gravitacija rotira kao da mu je sva masa u težištu.

Težište

- ▶ Tijelo gravitacija rotira kao da mu je sva masa u težištu.
- ▶ Preciznije imamo:

Težište

- ▶ Tijelo gravitacija rotira kao da mu je sva masa u težištu.
- ▶ Preciznije imamo:
 1. mase $m_1, m_2 \dots$

Težište

- ▶ Tijelo gravitacija rotira kao da mu je sva masa u težištu.
- ▶ Preciznije imamo:
 1. mase $m_1, m_2 \dots$
 2. na mase djeluje gravitacija $F_1 = m_1 g, F_2 = m_2 g \dots$

Težište

- ▶ Tijelo gravitacija rotira kao da mu je sva masa u težištu.
- ▶ Preciznije imamo:
 1. mase $m_1, m_2 \dots$
 2. na mase djeluje gravitacija $F_1 = m_1 g, F_2 = m_2 g \dots$
 3. krakovi sile (vektor od oslonca do mase) $k_1, k_2 \dots$

Težište

- ▶ Tijelo gravitacija rotira kao da mu je sva masa u težištu.
- ▶ Preciznije imamo:
 1. mase $m_1, m_2 \dots$
 2. na mase djeluje gravitacija $F_1 = m_1 g, F_2 = m_2 g \dots$
 3. krakovi sile (vektor od oslonca do mase) $k_1, k_2 \dots$
 4. ukupna sila $F = F_1 + F_2 \dots$

Težište

- ▶ Tijelo gravitacija rotira kao da mu je sva masa u težištu.
- ▶ Preciznije imamo:
 1. mase $m_1, m_2 \dots$
 2. na mase djeluje gravitacija $F_1 = m_1 g, F_2 = m_2 g \dots$
 3. krakovi sile (vektor od oslonca do mase) $k_1, k_2 \dots$
 4. ukupna sila $F = F_1 + F_2 \dots$
 5. momenti sile $\vec{M}_1 = \vec{k}_1 \times \vec{F}_1, \vec{M}_2 = \vec{k}_2 \times \vec{F}_2 \dots$

Težište

- ▶ Tijelo gravitacija rotira kao da mu je sva masa u težištu.
- ▶ Preciznije imamo:
 1. mase $m_1, m_2 \dots$
 2. na mase djeluje gravitacija $F_1 = m_1 g, F_2 = m_2 g \dots$
 3. krakovi sile (vektor od oslonca do mase) $k_1, k_2 \dots$
 4. ukupna sila $F = F_1 + F_2 \dots$
 5. momenti sile $\vec{M}_1 = \vec{k}_1 \times \vec{F}_1, \vec{M}_2 = \vec{k}_2 \times \vec{F}_2 \dots$
- ▶ Ukupni moment sile (vektorski zbroj) $\vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \dots$ nam govori kako se tijelo rotira.

Težište

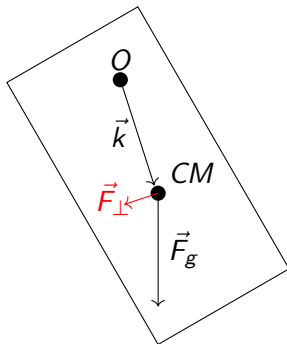
- ▶ Tijelo gravitacija rotira kao da mu je sva masa u težištu.
- ▶ Preciznije imamo:
 1. mase $m_1, m_2 \dots$
 2. na mase djeluje gravitacija $F_1 = m_1 g, F_2 = m_2 g \dots$
 3. krakovi sile (vektor od oslonca do mase) $k_1, k_2 \dots$
 4. ukupna sila $F = F_1 + F_2 \dots$
 5. momenti sile $\vec{M}_1 = \vec{k}_1 \times \vec{F}_1, \vec{M}_2 = \vec{k}_2 \times \vec{F}_2 \dots$
- ▶ Ukupni moment sile (vektorski zbroj) $\vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \dots$ nam govori kako se tijelo rotira.
- ▶ Krak \vec{K} pokazuje (od oslonca) na težište ako vrijedi da je ukupni moment jednak:

$$\vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \dots = \vec{K} \times \vec{F}$$

- ▶ Tijelo pridržano u težištu (oslonac u težištu) znači da je $K = 0$, stoga je i ukupni moment 0 \implies tijelo se ne rotira.

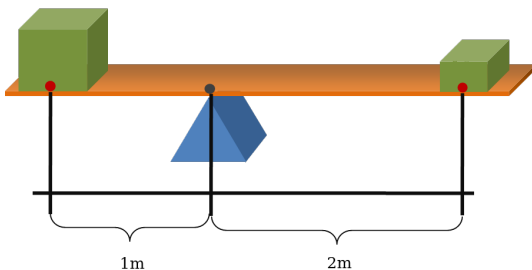
Težište

Ovjesimo li tijelo o točku O , ono se zakreće kao da sva gravitacija djeluje u težištu:



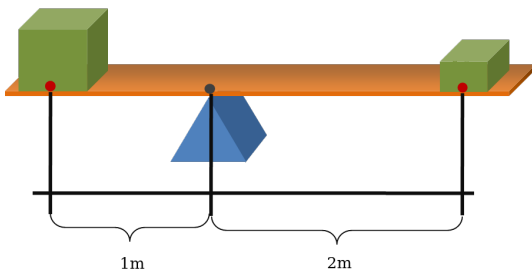
Težište dviju točkastih masa

- Težište dviju masa \implies pridržimo li zamišljenu polugu u težištu, ona je u ravnoteži:



Težište dviju točkastih masa

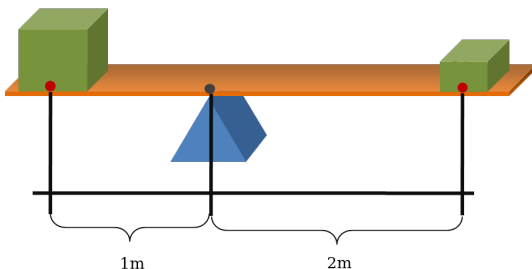
- Težište dviju masa \Rightarrow pridržimo li zamišljenu polugu u težištu, ona je u ravnoteži:



- Težište dviju jednakih masa \Rightarrow

Težište dviju točkastih masa

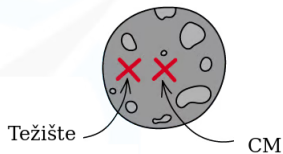
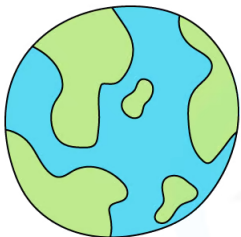
- ▶ Težište dviju masa \implies pridržimo li zamišljenu polugu u težištu, ona je u ravnoteži:



- ▶ Težište dviju jednakih masa \implies točno na pola puta
- ▶ Ako je jedna masa duplo veća od druge \implies na $1/3$ puta od veće mase (njen krak je manji veći)

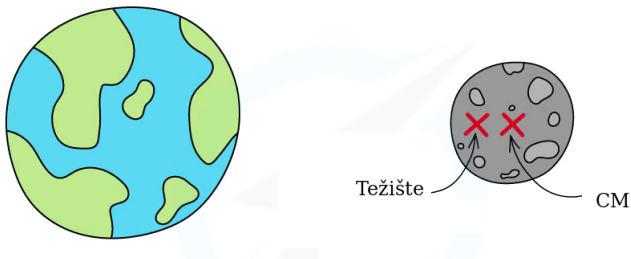
Težište vs. centar mase

- ▶ Što kada imamo vrlo velika tijela (npr. Mjesec)?



Težište vs. centar mase

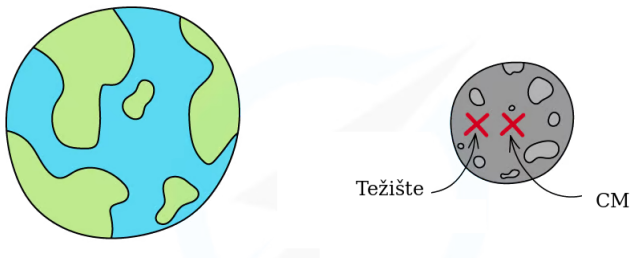
- ▶ Što kada imamo vrlo velika tijela (npr. Mjesec)?



- ▶ Gravitacija jače privlači u točke bliže Zemlji \Rightarrow težište je malo bliže Zemlji (nije u centru)

Težište vs. centar mase

- ▶ Što kada imamo vrlo velika tijela (npr. Mjesec)?



- ▶ Gravitacija jače privlači u točke bliže Zemlji \implies težište je malo bliže Zemlji (nije u centru)
- ▶ Centar mase = težište kada je gravitacija svugdje ista

Težište více točkových masa

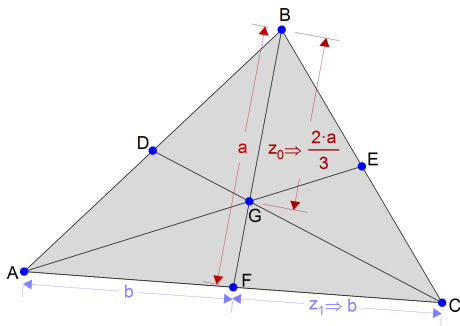
- Pronađemo težište neke dvije mase,

Težište više točkastih masa

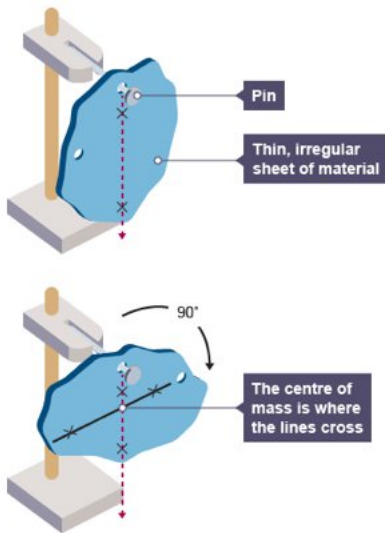
- ▶ Pronađemo težište neke dvije mase,
- ▶ Potom pronademo težište između dobivenog težišta i treće mase, itd.

Težište više točkastih masa

- ▶ Pronađemo težište neke dvije mase,
- ▶ Potom pronademo težište između dobivenog težišta i treće mase, itd.
- ▶ Za 3 jednake mase (koje tvore vrhove trokuta), matematičari ovo zovu **težište trokuta** (G):



Težište nepravilnog tijela pokusom



Ravnoteža

- ▶ Tijelo je u **translacijskoj ravnoteži** ako miruje i

Ravnoteža

- ▶ Tijelo je u **translacijskoj ravnoteži** ako miruje i zbroj svih sila na njega je 0.

Ravnoteža

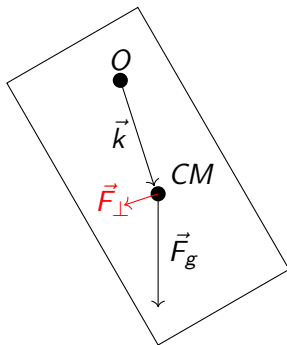
- ▶ Tijelo je u **translacijskoj ravnoteži** ako miruje i zbroj svih sila na njega je 0.
- ▶ Tijelo je u **rotacijskoj ravnoteži** ako miruje i

Ravnoteža

- ▶ Tijelo je u **translacijskoj ravnoteži** ako miruje i zbroj svih sila na njega je 0.
- ▶ Tijelo je u **rotacijskoj ravnoteži** ako miruje i zbroj svih momenata sile na njega je 0.

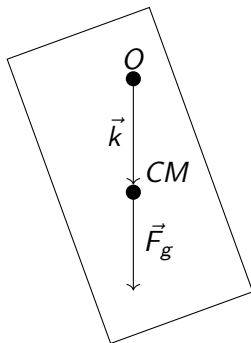
Ravnoteža

Ako sila teža ima okomitu komponentu u odnosu na krak, tijelo se rotira:



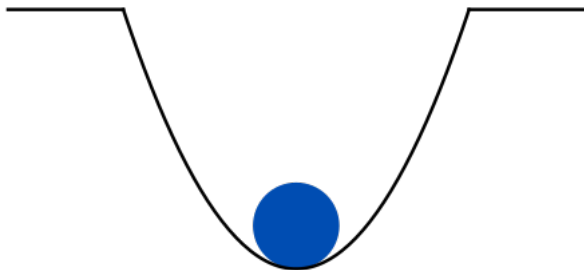
Ravnoteža

Ako je težište ispod ovjesišta, sila i krak su u istom smjeru \implies moment sile je 0:



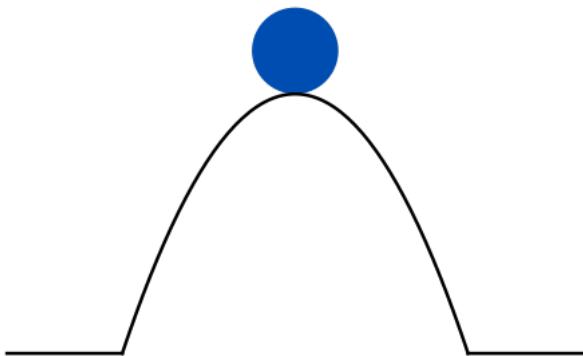
Stabilnost

Ako tijelo malo pomaknemo iz ravnoteže, a ono se vraća u ravnotežni položaj \Rightarrow **stabilna ravnoteža**



Stabilnost

Ako tijelo malo pomaknemo iz ravnoteže, a ono bježi daleko od ravnotežnog položaja \implies **nestabilna ravnoteža**



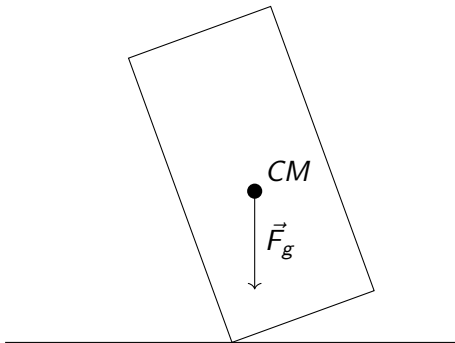
Stabilnost

Ako tijelo malo pomaknemo iz ravnoteže, a ono ostaje u ravnoteži
⇒ **neutralna (indiferentna) ravnoteža**



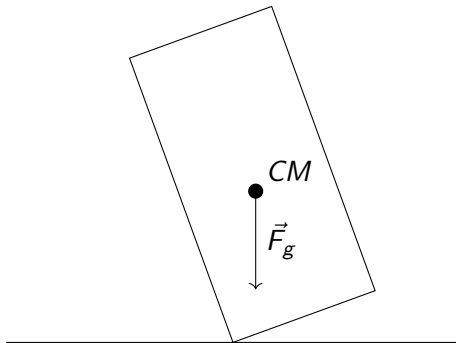
Stabilnost i težište

Hoće li se ovo tijelo prevrnuti?



Stabilnost i težište

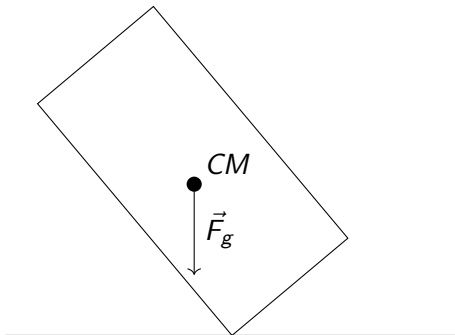
Hoće li se ovo tijelo prevrnuti?



Neće jer mu težište ne prelazi krajnji (lijevi) oslonac

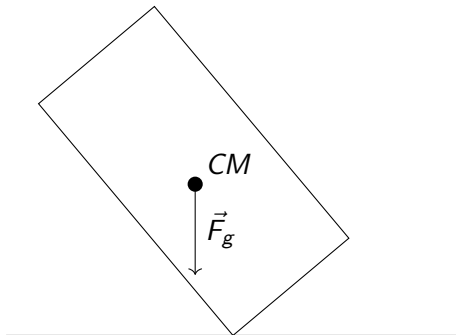
Stabilnost i težište

A sada?



Stabilnost i težište

A sada?



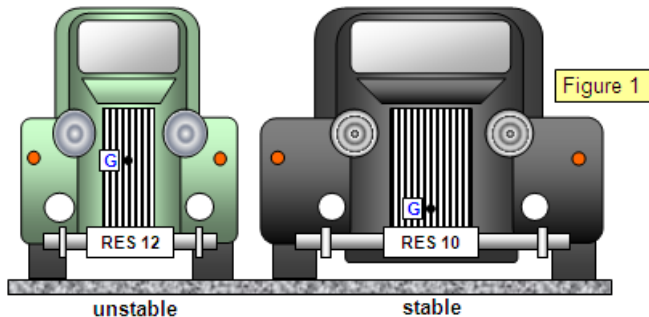
Težište prelazi oslonac i tijelo pada.

Ravnoteža

- ▶ Što je težište niže (ili što je baza šira), to tijelo treba rotirati za veći kut prije nego težište pređe krajnji rub i ono se prevrne.

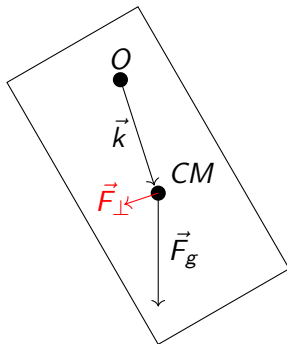
Ravnoteža

- ▶ Što je težište niže (ili što je baza šira), to tijelo treba rotirati za veći kut prije nego težište pređe krajnji rub i ono se prevrne.
- ▶ Što je težište niže (ili baza šira) to je **tijelo stabilnije**.



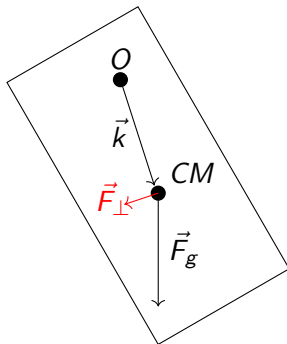
Zaključimo (prepišite)

- Tijelo gravitacija rotira kao da mu je sva masa sadržana u **težištu**.



Zaključimo (prepišite)

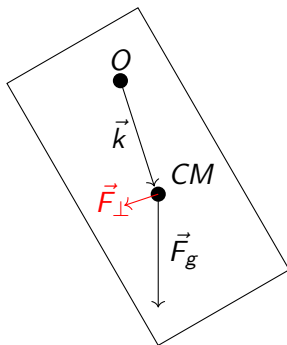
- ▶ Tijelo gravitacija rotira kao da mu je sva masa sadržana u **težištu**.



- ▶ Težište dvije mase:

Zaključimo (prepišite)

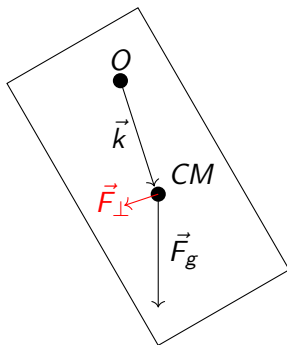
- Tijelo gravitacija rotira kao da mu je sva masa sadržana u **težištu**.



- Težište dvije mase: postavimo ih na krajeve (zamišljene) poluge i pronađemo oslonac za koji je poluga u ravnoteži.

Zaključimo (prepišite)

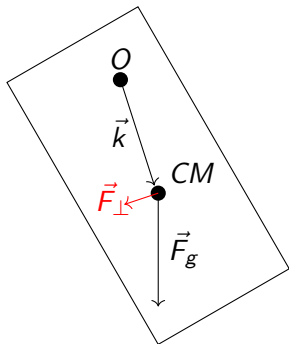
- ▶ Tijelo gravitacija rotira kao da mu je sva masa sadržana u **težištu**.



- ▶ Težište dvije mase: postavimo ih na krajeve (zamišljene) poluge i pronađemo oslonac za koji je poluga u ravnoteži.
- ▶ Tijelo može biti u ravnoteži.

Zaključimo (prepišite)

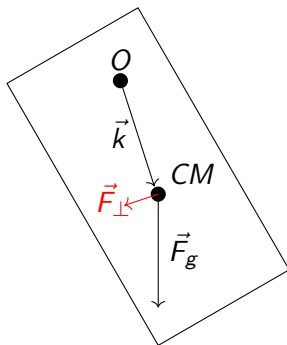
- Tijelo gravitacija rotira kao da mu je sva masa sadržana u **težištu**.



- Težište dvije mase: postavimo ih na krajeve (zamišljene) poluge i pronađemo oslonac za koji je poluga u ravnoteži.
- Tijelo može biti u **stabilnoj**, **nestabilnoj** i **neutralnoj** ravnoteži.

Zaključimo (prepišite)

- Tijelo gravitacija rotira kao da mu je sva masa sadržana u **težištu**.



- Težište dvije mase: postavimo ih na krajeve (zamišljene) poluge i pronađemo oslonac za koji je poluga u ravnoteži.
- Tijelo može biti u **stabilnoj**, **nestabilnoj** i **neutralnoj** ravnoteži.
- Tijelo je stabilnije što mu je težište niže, tj. što mu je baza šira.