

7. razred - Rad i energija riješeni zadatci

Duje Jerić- Miloš

5. srpnja 2024.

Zadatak 1. Gurate teret silom od 100N po horizontalnoj podlozi duž puta od 10m. Koliki ste rad obavili?

Rješenje. Teret gurmo silom od $F = 100\text{N}$ duž puta od $d = 10\text{m}$. Sila djeluje u smjeru pomaka pa je rad zadan kao $W = F \cdot d = 100\text{N} \cdot 10\text{m} = 1000\text{J}$ (prisjetimo se da $1\text{J} = 1\text{Nm}$). \square

Zadatak 2. Zaustavljate teret koji klizi prema vama. Pritom cijelo vrijeme gurate teret silom od 50N te se on zaustavio nakon 5m. Koliki ste rad obavili?

Rješenje. Sada zaustavljamo teret pa sila djeluje suprotno od smjera pomaka, stoga će rad biti negativan. Pronađimo prvo iznos rada, ne zamarajući se sa predznakom. Označimo iznos rada bez predznaka s $|W|$. Ovo je tzv. apsolutna vrijednost rada¹.

Iznos rada bez predznaka je dan kao obični umnožak sile i puta $|W| = F \cdot d = 50\text{N} \cdot 5\text{m} = 250\text{J}$. Kako rad mora biti negativan, zaključujemo da $W = -250\text{J}$. \square

Zadatak 3. Gurate teret mase 100kg jednoliko po horizontalnoj podlozi duž puta od 15m. Ako je faktor trenja između tereta i podloge 0.8, koliki ste rad obavili?

Rješenje. Teret guramo jednoliko po podlozi, stoga je sila F kojom mi guramo (sila čiji rad pokušavamo izračunati) jednaka po iznosu (ali suprotna po smjeru) sili trenja F_{tr} . Naime, da guramo jače od sile trenja, teret bi ubrzavao, a da guramo slabije od sile trenja, teret bi se zaustavljao. Samo kada

¹Prisjetimo se da se apsolutna vrijednost računa na sljedeći naćn, npr. $|-2| = 2$ i $|2| = 2$. Dakle, broj u apsolutnim zagradama izgubi predznak, odnosno zanima nas samo "velićina", tj. "iznos" tog broja (njegova udaljenost od 0)

je ukupna sila (vektorski zbroj svih sila) na teret 0N, on se giba jednoliko (Newtonov 1. zakon).

Prisjetimo se da je sila trenja dana kao $F_{tr} = \mu F_g$, gdje je $F_g = mg$ težina tereta. U našem slučaju $\mu = 0.8$, masa tereta je 100kg, a nalazimo se na Zemlji, gdje $g = 10\text{N/kg}$. Dakle, težina je $F_g = 100\text{kg} \cdot \text{N/kg} = 1000\text{N}$. Sada računamo silu trenja kao $F_{tr} = \mu F_g = 0.8 \cdot 1000\text{N} = 800\text{N}$.

Konačno, rad dobijemo kao umnožak sile i puta; u ovom slučaju put je $d = 15\text{m}$. Kako sila kojom guramo teret isto iznosi $F = 800\text{N}$ i djeluje u smjeru pomaka, rad je pozitivan te je dan kao $W = F \cdot d = 800\text{N} \cdot 15\text{m} = 12000\text{J}$. \square

Zadatak 4. Gurate teret prvo silom od 75N duž puta od 10m, potom gurate silom od 50N duž puta od 20m. Koliki ste rad obavili?

Rješenje. Rad obavljamo duž puta od ukupno 30m, ali pritom sila mijenja svoj iznos. Put ćemo stoga podijeliti na komade na kojima sila *ne mijenja* iznos. Prvo djelujemo stalnom silom $F_1 = 75\text{N}$ duž puta od $d_1 = 10\text{m}$, potom djelujemo stalnom silom $F_2 = 50\text{N}$ duž puta od $d_2 = 20\text{m}$. Na prvom dijelu puta obavimo rad $W_1 = F_1 \cdot d_1 = 75\text{N} \cdot 10\text{m} = 750\text{J}$, a na drugom dijelu puta obavimo rad od $W_2 = F_2 \cdot d_2 = 50\text{N} \cdot 20\text{m} = 1000\text{J}$. Ukupni rad je zbroj ta dva: $W = W_1 + W_2 = 750\text{J} + 1000\text{J} = 1750\text{J}$. \square

Zadatak 5. Zima je. Gurate sanjke na kojima je teret mase 50kg jednoliko po travnatoj podlozi 5m, potom jednoliko po ledu 50m. Ako je faktor trenja između sanjki i trave 0.65, a između sanjki i leda 0.05, izračunaj obavljeni rad.

Rješenje. Ovaj zadatak je kombinacija prethodna dva. Kako se mijenja podloga po kojoj guramo teret, a teret guramo jednoliko, mijenjat će se i sila F kojom guramo teret. Ta sila će biti po iznosu jednaka sili trenja F_{tr} . Dakle, moramo izračunati silu trenja za obje podloge te izračunati rad na svakoj podlozi.

Na prvom dijelu puta imamo pomak od $d_1 = 5\text{m}$, a faktor trenja je $\mu_1 = 0.65$. Na drugom dijelu puta imamo pomak od $d_2 = 50\text{m}$, a faktor trenja je $\mu_2 = 0.05$. Masa tijela je $m = 50\text{kg}$.

Sila trenja je dana kao $F_{tr} = \mu \cdot F_g$, gdje je $F_g = mg = 50\text{kg} \cdot 10\text{N/kg} = 500\text{N}$ težina tijela. Sila kojom guramo tijelo po prvoj podlozi (travi) je $F_1 = \mu_1 \cdot F_g = 0.65 \cdot 500\text{N} = 325\text{N}$. Sila kojom guramo tijelo po drugoj podlozi (ledu) je $F_2 = \mu_2 \cdot F_g = 0.05 \cdot 500\text{N} = 25\text{N}$.

Dakle, rad koji smo obavili na prvoj podlozi (travi) je $W_1 = F_1 \cdot d_1 = 325\text{N} \cdot 5\text{m} = 1625\text{J}$. Rad koji smo obavili na drugom dijelu puta (ledu) je $W_2 = F_2 \cdot d_2 = 25\text{N} \cdot 50\text{m} = 1250$. Ukupni rad je stoga $W = W_1 + W_2 = 1625\text{J} + 1250\text{J} = 2875\text{J}$. \square

Zadatak 6. Bodybuilder diže 100kg na benchu. Ako su mu ruke duge 1m, koliki rad obavi kada dignu tih 100kg? Koliki rad obavi sila teža (bitan je predznak)?

Rješenje. Težina tereta je $F_g = mg = 100\text{kg} \cdot 10\text{N/kg} = 1000\text{N}$. To je sila kojom bodybuilder mora dignuti teret. Kako su mu ruke duge 1m, put duž kojeg djeluje silom od 1000N je isto $d = 1\text{m}$.

Dakle, rad koji je obavio je $W = F \cdot d = 1000\text{N} \cdot 1\text{m} = 1000\text{J}$. Sila teža je istog iznosa, ali suprotnog smjera, stoga je rad koji ona obavi -1000J . \square

Zadatak 7. Ako zanemarite metaboličke procese (loša pretpostavka!), koliko bi puta bodybuilder morao benchati 100kg (dizanje+spuštanje) da potroši 420kcal (otprilike količina kalorija u 1L coca-cola)? Prisjeti se da 1cal=4.184J, tj. da 1kcal=4184J.

Rješenje. Bodybuilder pri svakom podizanju i spuštanju potroši 1000J. Mehanički, kada podiže teret obavi 1000J rada, a kada spušta teret -1000J rada. Ipak, kada govorimo o potrošnji energije unutar tijela, bitno je samo koliko se naprežemo. Generalno govoreći, bodybuilder se jednako napreže kada diže i kada spušta teret (djeluje jednakom silom), stoga će potrošiti istu količinu energije (1000J) kada diže i kada spušta uteg.

Da bismo odgovorili na pitanje, treba preračunati kcal u J. 1kcal=4184J, stoga $420\text{kcal} = 420 \cdot 4184\text{J} = 1\,757\,280\text{J}$. Svakim dizanjem bodybuilder potroši 1000J energije, dakle bodybuilder bi trebao podignuti teret $\frac{1\,757\,280}{1000} = 1757.28$ puta ne bi li potrošio zadanu energiju. Kada dignu i spusti uteg, potroši 2000J, stoga bi trebao dignuti i spustiti teret $\frac{1\,757\,280}{2000} = 878.64$ puta. \square

Zadatak 8. Tko ima veću gravitacijsku potencijalnu energiju kada se popne na visinu od 100m? Slim Shady mase 40kg ili Noam Chunky mase 170kg?

Rješenje. Pitanje je zapravo konceptualne naravi. Naravno, obojica se nalaze na istoj visini, stoga veću potencijalnu energiju ima osoba veće mase (Noam Chunky). Doduše, možemo izračunati gravitacijsku potencijalnu energiju u oba slučaja.

Slim Shady ima masu $m_s = 40\text{kg}$, a nalazi se na visini $h_s = 100\text{m}$. Noam Chunky ima masu $m_c = 170\text{kg}$, a nalazi se na visini $h_c = 100\text{m}$. Dakle, gravitacijske potencijalne energije su:

1. (Shady) $m_s g h_s = 40\text{kg} \cdot 10\text{N/kg} \cdot 100\text{m} = 400\text{N} \cdot 100\text{m} = 40\,000\text{J}$.
2. (Chunky) $m_c g h_c = 170\text{kg} \cdot 10\text{N/kg} \cdot 100\text{m} = 1700\text{N} \cdot 100\text{m} = 170\,000\text{J}$.

□

Zadatak 9. Tko ima veću gravitacijsku potencijalnu energiju - Slim Shady kada se popeo na 400m ili Noam Chunky kada se popeo na visinu od 50m? Tko je opasniji (za ljude ispod) kada se posklizne?

Rješenje. Sada rješenje nije toliko očito kao u prošlom zadatku. Slim shady ima masu $m_s = 40\text{kg}$, a nalazi se na visini od $h_s = 400\text{m}$. Dakle, gravitacijska potencijalna energija mu je $m_s g h_s = 40\text{kg} \cdot 10\text{N/kg} \cdot 400\text{m} = 400\text{N} \cdot 400\text{m} = 160\,000\text{J}$.

S druge strane, Noam Chunky ima masu $m_c = 170\text{kg}$, a popeo se na visinu od $h_c = 50\text{m}$. Dakle, njegova gravitacijska potencijalna energija je $m_c g h_c = 170\text{kg} \cdot 10\text{N/kg} \cdot 50\text{m} = 1700\text{N} \cdot 50\text{m} = 85\,000\text{J}$. Dakle, veću energiju ima Slim Shady. Ako se netko od njih posklizne i padne, sva gravitacijska potencijalna energija će im se pretvoriti u kinetičku. Slim Shady, koji ima veću kinetičku energiju blizu tla (160 000J ako zanemarimo otpor zraka), je opasniji za eventualnog nesretnika na kojeg bi pao. □

Zadatak 10. Kugla mase 6kg pada sa 6. kata zgrade. Ako se 6. kat nalazi na visini od 26m od tla, izračunaj gravitacijsku potencijalnu energiju kugle prije nego počne padati. Koliku kinetičku energiju kugla ima tik prije nego udre o tlo (zanemari otpor zraka)? Kolika je kinetička energija kugle na pola puta (na 3. katu), a kolika potencijalna?

Rješenje. Masa kugle je $m = 6\text{kg}$, a kugla se nalazi na visini od $h = 26\text{m}$ od tla. Dakle, gravitacijska potencijalna energija kugle je $mgh = 6\text{kg} \cdot 10\text{N/kg} \cdot 26\text{m} = 60\text{N} \cdot 26\text{m} = 1560\text{J}$.

Zakon sačuvanja energije možemo matematički zapisati u obliku $E = PE + KE$. E je ovdje ukupna energija tijela. Na početku se tijelo ne giba ($KE = 0$), stoga mu je ukupna energija jednaka samo gravitacijskoj potencijalnoj energiji ($E = PE$), što smo izračunali da iznosi 1560J. Kada tijelo pada ta ukupna energija se preraspodijeli po potencijalnoj energiji PE i kinetičkoj

energiji KE , ali tako da u svakom trenutku vrijedi $PE + KE = E = 1560\text{J}$ (ako zanemarimo otpor zraka).

Taman prije nego udre o tlo, visina tijela je 0, stoga je gravitacijska potencijalna energija $PE = 0$. Ovo znači da je sva gravitacijska potencijalna energija koju smo imali na početku prešla u kinetičku energiju ($E = KE$). Dakle, kinetička energija je 1560J .

Na pola puta imamo potencijalnu energiju od $\frac{1560\text{J}}{2} = 780\text{J}$ (visina je upola manja pa je i energija upola manja). Naime, visina je tada 13m , stoga je potencijalna energija $mgh = 60\text{N} \cdot 13\text{m} = 780\text{J}$. Dakle, pola energije se zadržalo u obliku potencijalne energije, stoga ostatak (druga polovica) mora biti u obliku kinetičke zbog očuvanja energije (ako zanemarimo gubitke zbog otpora zraka). Dakle, kinetička energija na pola puta je 780J .

Napomenimo da bi na $3/4$ puta (kada je tijelo palo $3/4$ ukupne visine, tj. trenutna visina je $1/4$ početne visine) visina bila $26 \cdot \frac{1}{4} = 6.5\text{m}$ (pola od 13m), stoga bi potencijalna energija bila 390J (pola od 780). Ovo znači da bi kinetička energija bila $1560\text{J} - 390\text{J} = 1170\text{J}$, što je ukupna energija (1560J) umanjena za preostalu potencijalnu energiju (390J).

Interesantno je da iz kinetičke energije možemo izračunati brzinu kugle. Naime, kinetička energija je dana izrazom $\frac{1}{2}mv^2$, gdje je v brzina. Pritom masa mora biti iskazana u kg , a brzina u m/s da bi kinetička energija bila u J (tj. $\text{kg} \cdot (\frac{\text{m}}{\text{s}})^2 = \text{J}$). Primjerice, na pola puta kinetička energija iznosi 780J , a masa je 6kg , stoga $780\text{J} = \frac{1}{2} \cdot 6\text{kg} \cdot v^2$, iz ovoga dobijemo $1560\text{J} = 6\text{kg} \cdot v^2$, tj. $260\text{J/kg} = v^2$. Dakle: $16.12\text{m/s} = v$, gdje je 16.12 približno korijen broja 260 , tj. $16.12^2 \approx 260$. \square

Zadatak 11. Koliko rada će obaviti stroj snage 200W ako je uključen 2h (rezultat iskaži u J)?

Rješenje. Stroj snage 200W svake sekunde obavi 200J rada. Dakle, ako je uključen 2h , a sat u sebi ima 3600s , onda je ukupno uključen $2 \cdot 3600\text{s} = 7200\text{s}$ pa je obavljeni rad $W = 200 \cdot 7200 = 1\,440\,000\text{J}$.

Ako baš hoćemo da nam je matematika precizno razrađena, rezultat smo mogli dobiti i na sljedeći način. Snaga stroja je $P = 200\text{W}$. Stroj je bio uključen $t = 2\text{h} = 2 \cdot 3600\text{s} = 7200\text{s}$. Definicija snage je $P = \frac{W}{t}$. Uvrstimo li poznato: $200\text{W} = \frac{W}{7200\text{s}}$. Prebacivanjem 7200 na drugu stranu, dobijemo $200\text{W} \cdot 7200\text{s} = W$, tj. $1\,440\,000\text{Ws} = W$, ali Ws (Watt sekunda) je samo J (joule), stoga $W = 1\,440\,000\text{J}$ \square

Zadatak 12. Kolika je snaga stroja koji obavi 200J rada u 1min (rezultat iskaži u W)?

Rješenje. Snaga iskazana u W nam govori koliko joulea rada stroj obavi svake sekunde. U 1min (60s) stroj obavi 200J, stoga u jednoj sekundi obavi $\frac{200}{60} = 3.33\text{J}$ rada. Dakle, snaga mu je 3.33W.

S druge strane, ako želimo da nam je matematika ljepše razrađena, zadatak možemo riješiti i na sljedeći način.

Snaga je definirana izrazom $P = \frac{W}{t}$. Uvrstimo li poznati rad $W = 200\text{J}$ i vrijeme koje je bilo potrebno da se taj rad obavi $t = 1\text{min} = 60\text{s}$, dobijemo:

$$P = \frac{200\text{J}}{60\text{s}} = 3.33\text{W}.$$

□

Zadatak 13. Ako stroj može podignuti teret mase 1kg na visinu od 2m u 2s, kolika je snaga tog stroja?

Rješenje. Ako stroj podigne teret mase $m = 1\text{kg}$ na visinu od $d = 2\text{m}$, obavi određeni rad. Stroj mora djelovati silom od $F = mg = 10\text{N}$ da bi podignuo teret. Dakle, rad je $W = F \cdot d = 10\text{N} \cdot 2\text{m} = 20\text{J}$. Taj rad je obavljen u vremenu $t = 2\text{s}$, stoga je snaga $P = \frac{W}{t} = \frac{20\text{J}}{2\text{s}} = 10\text{W}$. □

Zadatak 14. Koliku masu može podignuti stroj snage 100W na visinu od 1m u roku od 5s?

Rješenje. Snaga stroja je $P = 100\text{W}$. Ovo znači da stroj svake sekunde obavi 100J rada pa u $t = 5\text{s}$ obavi $W = P \cdot t = 100\text{W} \cdot 5\text{s} = 500\text{J}$ rada. Kako je teret podignut na visinu od $d = 1\text{m}$, to znači da je sila kojom je taj stroj djelovao $W = F \cdot d \implies F = \frac{W}{d} = \frac{500\text{J}}{1\text{m}} = 500\text{N}$. Ako stroj podiže teret jednoliko (bez ubrzavanja ili usporavanja), ova sila jednaka je težini tereta. Dakle, masa tereta je dana izrazom $F_g = mg \implies m = \frac{F_g}{g} = \frac{500\text{N}}{10\text{N/kg}} = 50\text{kg}$. □

Zadatak 15. Konj vuče teret mase 100kg jednoliko po podlozi 10m. Ako znate da je to napravio u 10s i ako znate da je faktor trenja između tereta i podloge 0.6, kolikom je snagom konj izvršio rad?

Rješenje. Ovdje ponovno imamo silu trenja. Kako konj vuče teret jednoliko, sila F kojom konj vuče teret jednaka je sili trenja F_{tr} . Zadan je koeficijent trenja $\mu = 0.6$ i masa tereta $m = 100\text{kg}$.

Sila trenja je onda dana izrazom $F_{tr} = \mu \cdot F_g$, gdje je $F_g = mg = 100\text{kg} \cdot 10\text{N/kg} = 1000\text{N}$ težina tereta. Dakle, $F_{tr} = 0.6 \cdot 1000\text{N} = 600\text{N}$.

Konj vuče teret duž puta od $d = 10\text{m}$ pa je rad koji je konj obavio $W = F \cdot d = 600\text{N} \cdot 10\text{m} = 6000\text{J}$.

Konačno, rad je obavljen u $t = 10\text{s}$, stoga je snaga konja $P = \frac{W}{t} = \frac{6000\text{J}}{10\text{s}} = 600\text{W}$. \square

Zadatak 16. Koliku masu može podignuti konj (uz pomoć užeta) na visinu od 1m u roku od 5s (uzmite da je snaga konja 1hp , što je približno 750W).

Rješenje. Konj podiže masu duž puta od $d = 1\text{m}$ u roku od $t = 5\text{s}$ te uzimamo da je snaga konja $P = 750\text{W}$ (1hp). Obavljeni rad je $W = P \cdot t = 750\text{W} \cdot 5\text{s} = 3750\text{J}$. Kako konj djeluje duž puta od 1m , sila kojom djeluje mora biti $W = F \cdot d \implies F = \frac{W}{d} = \frac{3750\text{J}}{1\text{m}} = 3750\text{N}$. Konačno, ova sila jednaka je težini tereta (ako konj teret podiže jednoliko), stoga je masa tog tereta 10 puta manja: $m = \frac{F_g}{g} = \frac{3750\text{N}}{10\text{N/kg}} = 375\text{kg}$. \square