

Д/З 16.11.2020

Вариант 7

$$a=1; b=4; c=1; d=1$$

Дана $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, найти собствен. значения и векторы

Метод Крылова:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$y_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$y_1 = Ay_0 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$y_2 = Ay_1 = \begin{pmatrix} 13 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$d_0 y_0 + d_1 y_1 + y_2 = 0$$

$$d_0 y_0 + d_1 y_1 = -y_2$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & -13 \\ 1 & 2 & -7 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$x^2 + d_1 x + d_0 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$D = 4 + 12 = 16$$

$$x_1 = \frac{2+4}{2} = 3; \quad x_2 = \frac{2-4}{2} = -1$$

$$q_1 = 1$$

$$q_2 = q_1 x_1 + d_1 = 3 - 2 = 1$$

$$x = y_1 + q_1 y_0$$

$$x_1 = y_1 + y_0$$

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$q_1 = 1$$

$$q_2 = q_1 x_2 + d_1 = -1 - 2 = -3$$

$$x_2 = y_1 - 3 y_0$$

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Проверка:

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 26 \\ 7 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = -1 \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Ответ: } x_1 = 3; \quad \bar{x}_1 = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$x_2 = -1; \quad \bar{x}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$