

## ZADANIE 1-----

W przypadku Example 1, jeśli  $\alpha_2$  reprezentuje  $[2, 2]$ , to musimy sprawdzić, czy jest ono bezpieczne w kontekście systemu decyzyjnego. "Bezpieczność" odnosi się do tego, czy zbiór atrybutów  $\alpha_2$  jest wystarczający do reprezentowania wszystkich reguł decyzyjnych w systemie.

Aby sprawdzić, czy  $KB \models \alpha_2$  jest bezpieczne, musimy zbadać, czy wszystkie reguły decyzyjne w KB są pokryte przez atrybuty w  $\alpha_2$ . Jeśli tak, to  $\alpha_2$  jest bezpieczne.

Na podstawie podanych informacji o Example 1:

Mamy następujące reguły decyzyjne:

$\alpha_1 = [1, 2] \rightarrow \text{dec} = \text{tak}$

$\alpha_1 = [2, 2] \rightarrow \text{dec} = \text{nie}$

$\alpha_1 = [3, 1] \rightarrow \text{dec} = \text{nie}$

Atrybuty w  $\alpha_2 = [2, 2]$  to  $a_2 = 2, a_3 = 2$ .

Analizując reguły decyzyjne, możemy zauważyć, że reguła 2, która ma  $\alpha_1 = [2, 2]$ , jest pokryta przez  $\alpha_2 = [2, 2]$ . Jednak reguły 1 i 3 nie są pokryte przez  $\alpha_2$ , ponieważ mają różne wartości  $a_1$ .

Odpowiedź:  $\alpha_2 = [2, 2]$  nie jest bezpieczne, ponieważ nie pokrywa wszystkich reguł decyzyjnych w systemie.

## ZADANIE 2-----

Aby sprawdzić, czy zdania są logicznie równoważne, możemy skonstruować tabele prawdy dla obu wyrażeń i porównać wartości logiczne dla wszystkich możliwych wartości zmiennych ( $p$  i  $q$ ).

Tabela prawdy dla  $\neg(p \vee (\neg p \wedge q))$ :

$p, q, \neg p, \neg p \wedge \neg q, p \vee (\neg p \wedge q), \neg(p \vee (\neg p \wedge q))$

T, T, F, F, T, F

T, F, F, F, T, F

F, T, T, F, F, T

F, F, T, T, T, F

Tabela prawdy dla  $\neg p \wedge \neg q$ :

$p, q, \neg p, \neg q, \neg p \wedge \neg q$

T, T, F, F, F

T, F, F, T, F

F, T, T, F, F

F, F, T, T, T

Porównując wartości logiczne dla obu wyrażeń, widzimy, że dla wszystkich kombinacji wartości zmiennych  $p$  i  $q$ , wyniki są zgodne. Oznacza to, że zdania  $\neg(p \vee (\neg p \wedge q))$  i  $\neg p \wedge \neg q$  są logicznie równoważne.

### ZADANIE 3-----

(i)  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\neg p \Rightarrow \neg q)$  (ii)  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow ((p \wedge r) \Rightarrow q)$

Aby sprawdzić, czy zdanie jest spełnialne, musimy sprawdzić, czy istnieją wartości zmiennych ( $p$ ,  $q$ ,  $r$ ), dla których zdanie jest prawdziwe.

(i)  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\neg p \Rightarrow \neg q)$ :

Zdanie jest spełnialne, ponieważ możemy przyjąć  $p = \text{prawda}$ ,  $q = \text{prawda}$ ,  $r = \text{prawda}$ , co powoduje, że zdanie jest prawdziwe.

(ii)  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow ((p \wedge r) \Rightarrow q)$ :

Zdanie jest zawsze prawdziwe, niezależnie od wartości zmiennych  $p$ ,  $q$  i  $r$ , ponieważ implikacja  $(p \Rightarrow q)$  jest prawdziwa, gdy  $p$  jest fałszywe lub  $q$  jest prawdziwe.

### ZADANIE 4-----

$(p \Rightarrow q) \models ((p \wedge r) \Rightarrow q)$

Tabela prawdy dla  $(p \Rightarrow q)$  oraz  $((p \wedge r) \Rightarrow q)$ :

$p, q, r, p \Rightarrow q, (p \wedge r), (p \wedge r) \Rightarrow q$

T, T, T, T, T, T

T, T, F, T, F, T

T, F, T, F, T, F

T, F, F, F, F, T

F, T, T, T, F, T

F, T, F, T, F, T

F, F, T, T, F, T

F, F, F, T, F, T

Z tabeli prawdy widzimy, że dla wszystkich kombinacji wartości zmiennych  $p$ ,  $q$  i  $r$ , wynik  $(p \Rightarrow q)$  jest zawsze taki sam jak wynik  $((p \wedge r) \Rightarrow q)$ . Oznacza to, że  $(p \Rightarrow q) \models ((p \wedge r) \Rightarrow q)$ , czyli implikacja jest spełniona dla wszystkich możliwych wartości zmiennych.

### ZADANIE 5-----

(i)  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\neg p \Rightarrow \neg q)$ :

CNF (Forma normalna koniunkcyjna):  $(p \vee \neg q) \wedge (q \vee \neg p)$

DNF (Forma normalna dysjunkcyjna):  $(\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)$

(ii)  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow ((p \wedge r) \Rightarrow q)$ :

CNF (Forma normalna koniunkcyjna):  $(\neg p \vee q \vee r)$

DNF (Forma normalna dysjunkcyjna):  $(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \vee q) \vee (\neg p \vee r)$

Zauważ, że w przypadku zdania (ii), istnieje tylko jedna klauzula w CNF i DNF, ponieważ implikacja  $(p \Rightarrow q)$  jest równoważna z  $\neg p \vee q$ .