

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΤΟΜΕΑΣ
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

Δημήτρης Καλαθάς

el18016

7^ο εξάμηνο

ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ 2

Άσκηση 1

$$(p \Leftrightarrow \neg q) \Rightarrow ((r \wedge s) \vee t)$$

- $((p \vee \neg \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg q)) \Rightarrow ((r \wedge s) \vee t)$
- $\neg ((p \vee \neg \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg q)) \vee ((r \wedge s) \vee t)$
- $\neg ((p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)) \vee ((r \wedge s) \vee t)$
- $(\neg (p \vee q) \vee \neg (\neg p \vee \neg q)) \vee ((r \wedge s) \vee t)$
- $((\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg \neg p \wedge \neg \neg q)) \vee ((r \wedge s) \vee t)$
- $((\neg p \wedge \neg q) \vee (p \wedge q)) \vee ((r \wedge s) \vee t)$
- $((\neg p \vee p) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p) \wedge (\neg q \vee q)) \vee ((t \vee r) \wedge (t \vee s))$
- $(\neg p \vee p \vee t \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee t \vee r) \wedge (\neg q \vee p \vee t \vee r) \wedge (\neg q \vee q \vee t \vee r) \wedge (\neg p \vee p \vee t \vee s) \wedge (\neg p \vee q \vee t \vee s) \wedge (\neg q \vee p \vee t \vee s) \wedge (\neg q \vee q \vee t \vee s)$

Άρα η κανονική συζευκτική μορφή είναι :

$$\{[\neg p, p, t, r], [\neg p, q, t, r], [\neg q, p, t, r], [\neg q, q, t, r], [\neg p, p, t, s], [\neg p, q, t, s], [\neg q, p, t, s], [\neg q, q, t, s]\} ==$$

$$\{[\neg p, q, t, r], [\neg q, p, t, r], [\neg p, q, t, s], [\neg q, p, t, s]\}$$

$$(\forall x. \forall y. \exists z. q(x, y, z) \vee \exists x. \forall y. p(x, y)) \wedge \neg (\exists x. \exists y. p(x, y))$$

- $(\forall x. \forall y. \exists z. q(x, y, z) \vee \exists x. \forall y. p(x, y)) \wedge (\forall x. \forall y. \neg p(x, y))$
- $(\forall x. \forall y. \exists z. q(x, y, z) \vee \exists u. \forall k. p(u, k)) \wedge (\forall t. \forall n. \neg p(t, n))$
- $(\forall x. \forall y. q(x, y, f(x, y)) \vee \forall k. p(g(k), k)) \wedge (\forall t. \forall n. \neg p(t, n))$
- $\forall x. \forall y. \forall k. (q(x, y, f(x, y)) \vee p(g(k), k)) \wedge \forall t. \forall n. (\neg p(t, n))$
- $(q(x, y, f(x, y)) \vee p(g(u), k)) \wedge (\neg p(t, n))$

Άρα η κανονική συζευκτική μορφή είναι :

$$\{ [q(x, y, f(x, y)), p(g(u), k)], [\neg p(t, n)] \}$$

Άσκηση 2

Για 1+2

Έχουμε: $\Delta^I = \{a, b, c\}$

$$R^I = \{ (a, a), (b, b), (c, c), (a, b), (b, a), (a, c), (c, a) \}$$

Η ανάκλαση ισχύει, αφού ανήκουν στο R^I τα ζεύγη $(a, a), (b, b), (c, c)$. Η συμμετρία επίσης ισχύει, αφού για κάθε ζεύγος που ανήκει στο R^I ανήκει και το συμμετρικό του. Η μεταβατική δεν ισχύει αφού στο R^I υπάρχουν τα $(b, a), (a, c)$ και όχι το (b, c) .

1+3

Έχουμε: $\Delta^I = \{a, b, c\}$

$$R^I = \{ (a, a), (b, b), (c, c), (a, b), (b, c), (c, a) \}$$

Η ανάκλαση ισχύει, αφού ανήκουν στο R^I τα ζεύγη (a, a) , (b, b) , (c, c) . Η μεταβατική ισχύει, ενώ η συμμετρική όχι αφού στο R^I ανήκει το (a, b) και όχι το (b, a) .

2+3

Έχουμε: $\Delta^I = \{a, b, c\}$

$$R^I = \{ (a, a), (b, b), (a, b), (b, a) \}$$

Η συμμετρική και η μεταβατική ισχύουν ενώ η ανακλαστική δεν ισχύει αφού το (c, c) δεν υπάρχει στο R^I .

Συμπεραίνουμε ότι οποιεσδήποτε δυο από τις τρεις μπορούν να ικανοποιηθούν από την χωρίς να ικανοποιείται και η τρίτη. Αυτό σημαίνει ότι καμία δεν αποτελεί λογική συνέπεια κάποιων από τις άλλες δυο.

Άσκηση 3

Έχουμε την γνώση K που αποτελείται από τις προτάσεις:

$$\forall x. \exists y. (A(x) \Rightarrow R(x, y) \wedge C(y))$$

$$\forall x. \exists y. (B(x) \Rightarrow S(y, x) \wedge D(y))$$

$$\forall x. (D(x) \Rightarrow A(x))$$

$$\forall x. \forall y. (S(x, y) \Rightarrow T(y, x))$$

$$\forall x. \forall y. \forall z. (T(x, y) \wedge R(y, z) \wedge C(z) \Rightarrow Q(x))$$

Θέλουμε να ελέγξετε αν $K \models \forall x. (B(x) \Rightarrow Q(x))$

Αρχικά θα κάνουμε όλες τις προτάσεις σε CNF και θα αλλάξουμε το όνομα των μεταβλητών έτσι ώστε σε κάθε πρόταση να είναι διαφορετικά:

$$\forall x. \exists y. (A(x) \Rightarrow (R(x, y) \wedge C(y)))$$

- $\forall x. \exists y. (\neg A(x) \vee (R(x, y) \wedge C(y)))$
- $\forall x. (\neg A(x) \vee (R(x, f(x)) \wedge C(f(x))))$
- $\neg A(x) \vee (R(x, f(x)) \wedge C(f(x)))$
- $(\neg A(x) \vee R(x, f(x))) \wedge (\neg A(x) \vee C(f(x)))$

$$\{[\neg A(x), R(x, f(x))], [\neg A(x), C(f(x))]\}$$

$$\forall u. \exists z. (B(u) \Rightarrow (S(z, u) \wedge D(z)))$$

- $\forall u. \exists z. (\neg B(u) \vee (S(z, u) \wedge D(z)))$
- $\forall u. (\neg B(u) \vee (S(g(u), u) \wedge D(g(u))))$
- $(\neg B(u) \vee (S(g(u), u) \wedge D(g(u))))$
- $(\neg B(u) \vee S(g(u), u)) \wedge (\neg B(u) \vee D(g(u)))$

$$\{[\neg B(u), S(g(u), u)], [\neg B(u), D(g(u))]\}$$

$$\forall k. (D(k) \Rightarrow A(k))$$

- $\forall x. (\neg D(k) \vee A(k))$
- $(\neg D(k) \vee A(k))$

$$\{[\neg D(k), A(k)]\}$$

$$\forall w. \forall v. (S(w, v) \Rightarrow T(v, w))$$

- $\forall w. \forall v. (\neg S(w, v) \vee T(v, w))$
- $(\neg S(w, v) \vee T(v, w))$

$$\{[\neg S(w, v), T(v, w)]\}$$

$$\forall x1. \forall y1. \forall z1. ((T(x1, y1) \wedge R(y1, z1) \wedge C(z1)) \Rightarrow Q(x1))$$

- $\forall x1. \forall y1. \forall z1. ((\neg T(x1, y1) \vee \neg R(y1, z1) \vee \neg C(z1)) \vee Q(x1))$
- $((\neg T(x1, y1) \vee \neg R(y1, z1) \vee \neg C(z1)) \vee Q(x1))$

$$\{[\neg T(x1, y1), \neg R(y1, z1), \neg C(z1), Q(x1)]\}$$

Θα κάνουμε το αντίθετο από αυτό που θέλουμε να ελέγξουμε γιατί αυτό θα προσθέσουμε στην φόρμουλα της K.

$$\neg \forall x2.(B(x2) \Rightarrow Q(x2))$$

- $\forall x2.(\neg B(x2) \vee Q(x2))$
- $\exists x2. \neg(\neg B(x2) \vee Q(x2))$
- $\exists x2. (B(x2) \wedge \neg Q(x2))$
- $(B(a) \wedge \neg Q(a))$

$$\{[B(a)], [\neg Q(a)]\}$$

Τα x,y,w,k,t,u,v,x1,y1,z1 είναι μεταβλητές ενώ τα a είναι σταθερές.

Σε κάθε βήμα με **κόκκινο** θα έχουμε τις δύο φόρμουλες που θα προκύψει το επόμενο αναλυθέν.

Έχουμε :

$$\{[\neg A(x), R(x, f(x))], [\neg A(x), C(f(x))], [\neg B(u), S(g(u), u)], [\neg B(u), D(g(u))], [\neg D(k), A(k)], [\neg S(w, v), T(v, w)], [\neg T(x1, y1), \neg R(y1, z1), \neg C(z1), Q(x1)], [B(a)], [\neg Q(a)]\}$$

Αντικατάσταση: $u \rightarrow a$

$$\{[\neg A(x), R(x, f(x))], [\neg A(x), C(f(x))], [\neg B(u), S(g(u), u)], [\neg B(u), D(g(u))], [\neg D(k), A(k)], [\neg S(w, v), T(v, w)], [\neg T(x1, y1), \neg R(y1, z1), \neg C(z1), Q(x1)], [B(a)], [\neg Q(a)], [S(g(a), a)]\}$$

Αντικατάσταση: $w \rightarrow g(a), v \rightarrow a$

$$\{[\neg A(x), R(x, f(x))], [\neg A(x), C(f(x))], [\neg B(u), S(g(u), u)], [\neg B(u), D(g(u))], [\neg D(k), A(k)], [\neg S(w, v), T(v, w)], [\neg T(x1, y1), \neg R(y1, z1), \neg C(z1), Q(x1)], [B(a)], [\neg Q(a)], [S(g(a), a)], [T(a, g(a))]\}$$

Αντικατάσταση: $y1 \rightarrow g(a), x1 \rightarrow a$

$$\{[\neg A(x), R(x, f(x))], [\neg A(x), C(f(x))], [\neg B(u), S(g(u), u)], [\neg B(u), D(g(u))], [\neg D(k), A(k)], [\neg S(w, v), T(v, w)], [\neg T(x1, y1), \neg R(y1, z1), \neg C(z1), Q(x1)], [B(a)], [\neg Q(a)], [S(g(a), a)], [T(a, g(a))], [\neg R(g(a), z1), \neg C(z1), Q(a)]\}$$

$$\{[\neg A(x), R(x, f(x))], [\neg A(x), C(f(x))], [\neg B(u), S(g(u), u)], [\neg B(u), D(g(u))], [\neg D(k), A(k)], [\neg S(w, v), T(v, w)], [\neg T(x1, y1), \neg R(y1, z1), \neg C(z1), Q(x1)], [B(a)], [\neg Q(a)], [S(g(a), a)], [T(a, g(a))], [\neg R(g(a), z1), \neg C(z1), Q(a)], [\neg R(g(a), z1), \neg C(z1)]\}$$

Αντικατάσταση: $x \rightarrow g(a), z1 \rightarrow f(g(a))$

{ $[\neg A(x), R(x, f(x))]$, $[\neg A(x), C(f(x))]$, $[\neg B(u), S(g(u), u)]$, $[\neg B(u), D(g(u))]$,
 $[\neg D(k), A(k)]$, $[\neg S(w, v), T(v, w)]$, $[\neg T(x1, y1), \neg R(y1, z1), \neg C(z1), Q(x1)]$, $[B(a)]$,
 $[\neg Q(a)]$, $[S(g(a), a)]$, $[T(a, g(a))]$, $[\neg R(g(a), z1), \neg C(z1), Q(a)]$, $[\neg R(g(a), z1), \neg C(z1)]$,
 $[\neg A(g(a)), \neg C(f(g(a)))]$ }

Αντικατάσταση: $x \rightarrow g(a)$

{ $[\neg A(x), R(x, f(x))]$, $[\neg A(x), C(f(x))]$, $[\neg B(u), S(g(u), u)]$, $[\neg B(u), D(g(u))]$,
 $[\neg D(k), A(k)]$, $[\neg S(w, v), T(v, w)]$, $[\neg T(x1, y1), \neg R(y1, z1), \neg C(z1), Q(x1)]$, $[B(a)]$,
 $[\neg Q(a)]$, $[S(g(a), a)]$, $[T(a, g(a))]$, $[\neg R(g(a), z1), \neg C(z1), Q(a)]$, $[\neg R(g(a), z1), \neg C(z1)]$,
 $[\neg A(g(a)), \neg C(f(g(a)))]$, $[\neg A(g(a))]$ }

Αντικατάσταση: $k \rightarrow g(a)$

{ $[\neg A(x), R(x, f(x))]$, $[\neg A(x), C(f(x))]$, $[\neg B(u), S(g(u), u)]$, $[\neg B(u), D(g(u))]$,
 $[\neg D(k), A(k)]$, $[\neg S(w, v), T(v, w)]$, $[\neg T(x1, y1), \neg R(y1, z1), \neg C(z1), Q(x1)]$, $[B(a)]$,
 $[\neg Q(a)]$, $[S(g(a), a)]$, $[T(a, g(a))]$, $[\neg R(g(a), z1), \neg C(z1), Q(a)]$, $[\neg R(g(a), z1), \neg C(z1)]$,
 $[\neg A(g(a)), \neg C(f(g(a)))]$, $[\neg A(g(a))]$, $[\neg D(g(a))]$ }

Αντικατάσταση: $u \rightarrow a$

{ $[\neg A(x), R(x, f(x))]$, $[\neg A(x), C(f(x))]$, $[\neg B(u), S(g(u), u)]$, $[\neg B(u), D(g(u))]$,
 $[\neg D(k), A(k)]$, $[\neg S(w, v), T(v, w)]$, $[\neg T(x1, y1), \neg R(y1, z1), \neg C(z1), Q(x1)]$, $[B(a)]$,
 $[\neg Q(a)]$, $[S(g(a), a)]$, $[T(a, g(a))]$, $[\neg R(g(a), z1), \neg C(z1), Q(a)]$, $[\neg R(g(a), z1), \neg C(z1)]$,
 $[\neg A(g(a)), \neg C(f(g(a)))]$, $[\neg A(g(a))]$, $[\neg D(g(a))]$, $[\neg B(a)]$ }

Καταλήγουμε σε αντίφαση, άρα $\mathbf{K} \models \forall \mathbf{x}. (\mathbf{B(x)} \Rightarrow \mathbf{Q(x)})$

Άσκηση 4

1. $\forall x. (Xωρά(x) \Rightarrow \exists y (ΑνήκειΣε(x, y) \wedge \text{Ήπειρος}(y)))$
2. $\exists x. (Xωρά(x) \wedge \text{ΜεγαλυτεροΑπο}(\text{πληθυσμός}(x), 300.000.000))$
3. $\neg \exists x. (Xωρά(x) \Rightarrow \exists y1. \exists y2. \exists y3. (\text{ΑνήκειΣε}(x, y1) \wedge \text{Ήπειρος}(y1) \wedge \text{ΑνήκειΣε}(x, y2) \wedge \text{Ήπειρος}(y2) \wedge \text{ΑνήκειΣε}(x, y3) \wedge \text{Ήπειρος}(y3) \wedge \neg (y1=y2) \wedge \neg (y1=y3) \wedge \neg (y3=y2)))$
4. $\exists x. (Xωρά(x) \wedge \text{ΑνήκειΣε}(x, \text{Αμερική}) \wedge \forall y. (Xωρά(y) \wedge \text{ΑνήκειΣε}(y, \text{Ευρώπη}) \Rightarrow \text{ΜεγαλυτεροΑπο}(\text{πληθυσμός}(x), \text{πληθυσμός}(y)))$
5. $\exists x1. \exists x2. \exists x3. (Xωρά(x1) \wedge Xωρά(x2) \wedge Xωρά(x3) \wedge \neg (x1=x2) \wedge \text{ΜεγαλυτεροΑπο}(\text{πληθυσμός}(x1), 1\delta\iota\varsigma) \wedge \text{ΜεγαλυτεροΑπο}(\text{πληθυσμός}(x2), 1\delta\iota\varsigma) \wedge (\text{ΜεγαλυτεροΑπο}(\text{πληθυσμός}(x3), 1\delta\iota\varsigma) \Rightarrow (x1=x3) \vee (x2=x3)))$
6. $\forall x. ((Xωρά(x) \wedge \neg (x=\text{Κίνα}) \wedge \neg (x=\text{Ινδία})) \Rightarrow \text{ΜεγαλυτεροΑπο}(\text{Κίνα}, \text{πληθυσμός}(x)) \wedge \text{ΜεγαλυτεροΑπο}(\text{Ινδία}, \text{πληθυσμός}(x)))$

Άσκηση 5

1.

Θα απλοποιήσουμε την πρώτη πρόταση σε πρώτη φάση:

$$\forall x.(p(x) \Rightarrow q(a))$$

- $\forall x.(\neg p(x) \vee q(a))$
- $(\forall x.\neg p(x)) \vee q(a)$
- $\neg (\exists x.p(x)) \vee q(a)$
- $(\exists x.p(x)) \Rightarrow q(a)$

Αρά έχουμε τις:

$$(\exists x.p(x)) \Rightarrow q(a)$$

$$(\forall x.p(x)) \Rightarrow q(a)$$

Θα αποδείξουμε ότι δεν υπάρχει ερμηνεία που να ικανοποιεί μόνο την πρώτη πρόταση. Αρχικά αν το $q(a)$ το θέσουμε T τότε αναγκάστηκα και οι δύο προτάσεις θα ικανοποιούνται αφού αν το δεξιό μέλος μιας συνεπαγωγής είναι T τότε είναι όλη η πρόταση. Έστω τώρα ότι βάζουμε F στο δεξί μέλος και των δύο. Θέλουμε το $(\exists x.p(x))$ της πρώτης πρότασης να είναι F , οπότε πρέπει να μην υπάρχει ένα x και $p(x)$, για να το κάνουν F . Με αυτόν τον τρόπο όμως και το πρώτο μέλος της δεύτερης πρότασης γίνεται αυτόματος F γιατί το «για κάθε» περιλαμβάνει το «υπάρχει». Άρα και η δεύτερη πρόταση είναι F . Οπότε δεν υπάρχει ερμηνεία που να ικανοποιεί την πρώτη και όχι την δεύτερη πρόταση.

2.

Θα απλοποιήσουμε την πρώτη πρόταση σε πρώτη φάση:

$$\exists x.(p(x) \Rightarrow q(a))$$

- $\exists x.(\neg p(x) \vee q(a))$
- $\exists x.(\neg p(x) \vee q(a))$
- $\exists x.(\neg (p(x) \wedge \neg q(a)))$
- $\neg \forall x.(p(x) \wedge \neg q(a))$
- $\neg ((\forall x.p(x)) \wedge \neg q(a))$
- $(\neg (\forall x.p(x)) \vee q(a))$
- $(\forall x.p(x)) \Rightarrow q(a)$

Αρά

$$(\forall x.p(x)) \Rightarrow q(a)$$

$$(\exists x.p(x)) \Rightarrow q(a)$$

Θα αποδείξουμε ότι υπάρχει ερμηνεία που να ικανοποιεί μόνο την πρώτη πρόταση. Αρχικά όπως και στην πρώτη περίπτωση αν το $q(a)$ το θέσουμε T τότε αναγκάστηκα και οι δύο προτάσεις θα ικανοποιούνται αφού αν το δεξιό μέλος μιας συνεπαγωγής είναι T τότε είναι όλη η πρόταση. Έστω τώρα ότι βάζουμε F στο δεξί μέλος και των δύο, θέλουμε το $(\forall x.p(x))$ της πρώτης πρότασης να είναι F , οπότε πρέπει να υπάρχει έστω ένα x και $p(x)$ για να το κάνουν F . Με αυτόν τον τρόπο το πρώτο μέλος της δεύτερης πρότασης $(\exists x.p(x))$ δεν είναι απαραίτητο να είναι F και μπορεί να υπάρχουν τιμές που θα το κάνουν T . Άρα η δεύτερη πρόταση είναι F . Οπότε υπάρχει ερμηνεία που να ικανοποιεί την πρώτη και όχι την δεύτερη πρόταση.

Π.χ.

$$\Delta^I = \{*, \&\}$$

$$a^I = \{*\}$$

$$p^I = \{(*)\}$$

$$q^I = \{\emptyset\}$$

Άσκηση 6

1. $r(x,b) \leftarrow r(a,x).$

$$r(x, z) \leftarrow r(x, y), r(y, z).$$

σύμπαν και τη βάση Herbrand:

$$UL = \{a, b\}$$

$$BL = \{ r(a,b), r(b,a), r(a,a), r(b,b) \}$$

2. $q(0) \leftarrow .$

$$p(x) \leftarrow p(f(x)).$$

σύμπαν και τη βάση Herbrand:

$$UL = \{0, f(0), f(f(0)), \dots\}$$

$$BL = \{q(0), p(0), p(f(0)), p(f(f(0))), \dots, q(f(0)), q(f(f(0))), \dots\}$$

Άσκηση 7

1. $\text{parent}(x, y) \leftarrow \text{father}(x, y).$
2. $\text{parent}(x, y) \leftarrow \text{mother}(x, y).$
3. $\text{sibling}(y, z) \leftarrow \text{parent}(y, x), \text{parent}(z, x).$
4. $\text{sibling}(x, y) \leftarrow \text{sibling}(y, x).$
5. $\text{grandparent}(x, z) \leftarrow \text{parent}(x, y), \text{parent}(y, z).$
6. $\text{cousin}(y, z) \leftarrow \text{grandparent}(y, x), \text{grandparent}(z, x).$

7. $\text{mother}(A, B) \leftarrow .$
8. $\text{father}(A, C) \leftarrow .$
9. $\text{mother}(B, D) \leftarrow .$
10. $\text{mother}(E, D) \leftarrow .$
11. $\text{father}(F, E) \leftarrow .$
12. $\text{father}(G, E) \leftarrow .$

Έλεγχος για τα **cousin(A, F)** και **sibling(A, G)**

1) forward chaining:

- από 1 και 8,11,12 έχουμε: 13. $\text{parent}(A, C)$ 14. $\text{parent}(F, E)$ 15. $\text{parent}(G, E)$
- από 2 και 7,8,10 έχουμε: 16. $\text{parent}(A, B)$ 17. $\text{parent}(B, D)$ 18. $\text{parent}(E, D)$
- από 3 και 14,15 έχουμε: 19. $\text{sibling}(F, G)$
- από 3 και 17,18 έχουμε: 20. $\text{sibling}(B, E)$
- από 4 και 19 έχουμε: 21. $\text{sibling}(G, F)$
- από 4 και 20 έχουμε: 22. $\text{sibling}(E, B)$
- από 5 και 16,17 έχουμε: 23. $\text{grandparent}(A, D)$
- από 5 και 15,18 έχουμε: 24. $\text{grandparent}(G, D)$
- από 5 και 14,18 έχουμε: 25. $\text{grandparent}(F, D)$
- από 6 και 23,25 έχουμε: **26. cousin(A, F)**
- από 6 και 23,24 έχουμε: 27. $\text{cousin}(A, G)$ (άρα δεν μπορεί να ισχύει και το **sibling(A, G)**)

Άρα για τον **cousin(A, F)** έχουμε **επιτυχία** ενώ για το **sibling(A, G)** έχουμε **αποτυχία**.

2) backward chaining:

- $\text{cousin}(A, F) \rightarrow \text{grandparent}(A, x), \text{grandparent}(F, x)$
- $\text{grandparent}(A, x) \rightarrow \text{parent}(A, y), \text{parent}(y, x)$
- $\text{parent}(A, y) \rightarrow \text{mother}(A, y) \text{ or } \text{father}(A, y)$
- $\text{mother}(A, y) \rightarrow y=B$
- $\text{parent}(B, x) \rightarrow \text{mother}(B, x) \text{ or } \text{father}(B, x)$
- $\text{mother}(B, x) \rightarrow x=D$
- $\text{parent}(A, y) \rightarrow \text{parent}(A, B)$ **επιτυχία**
- $\text{parent}(y, x) \rightarrow \text{parent}(B, D)$ **επιτυχία**
- $\text{grandparent}(A, x) \rightarrow \text{grandparent}(A, D)$ **επιτυχία**

κάνουμε την ίδια διαδικασία για το $\text{grandparent}(F, D)$ καταλήγουμε και εκεί σε **επιτυχία**, άρα και για τον $\text{cousin}(A, F)$ έχουμε **επιτυχία**.

- $\text{sibling}(A, G) \rightarrow \text{sibling}(G, A)$
- $\text{sibling}(A, G) \rightarrow \text{parent}(A, x), \text{parent}(G, x)$
- $\text{parent}(A, x) \rightarrow \text{mother}(A, x) \text{ or } \text{father}(A, x)$
- $\text{mother}(A, x) \rightarrow x=B$
- $\text{parent}(A, B)$ **επιτυχία**
- $\text{parent}(G, B)$ **αποτυχία** (αφού δεν υπάρχει)
- $\text{father}(A, x) \rightarrow x=C$
- $\text{parent}(A, C)$ **επιτυχία**
- $\text{parent}(G, C)$ **αποτυχία** (αφού δεν υπάρχει)

Αφού και στις δύο περιπτώσεις του $\text{parent}(G, x)$ έχουμε αποτυχία τότε σιγουρά για το $\text{sibling}(A, G)$ έχουμε **αποτυχία**.

Άσκηση 8

1. $\text{add}(x, 0, x) \leftarrow .$
2. $\text{add}(x, s(y), s(z)) \leftarrow \text{add}(x, y, z).$

backward SLD για το ερώτημα $\text{add}(s(0), u, s(s(0)))$:

- $\text{add}(s(0), u, s(s(0))) \rightarrow \text{add}(s(0), s^{-1}(u), s(0))$ (αυτό θα είναι **επιτυχία** αν $s^{-1}(u)=0 \Rightarrow u=s(0)$)
- $\text{add}(s(0), s^{-1}(u), s(0)) \rightarrow \text{add}(s(0), 0, s(0))$)
- $\text{add}(s(0), 0, s(0))$ θα είναι της μορφής $\text{add}(x, 0, x)$ με $x=s(0)$

Με την παραπάνω αντικατάσταση θα έχουμε **επιτυχία** σε οποία άλλη περίπτωση θα έχουμε **αποτυχία**.

Άσκηση 9

$A \sqsubseteq \exists r.B$
 $B \sqsubseteq \exists s.(A \sqcap C)$
 $s \equiv r^-$
 $A(a)$
 $\neg C(a)$

$IN=\{a\}$

$CN=\{A, B,C\}$

$RN=\{r, s\}$

Μετατροπή σε λογική πρώτης τάξης:

$\forall x.(A(x) \Rightarrow (\exists y.(r(x, y) \wedge B(y)))$
 $\forall x.(B(x) \Rightarrow (\exists y.(s(x, y) \wedge (C(y) \wedge A(y))))$
 $\forall x.\forall y.(s(x, y) \Leftrightarrow r(y, x))$
 $A(a)$
 $\neg C(a)$

$\Delta^I=\{*,\&,!\}$
 $r^I=\{ (\&,*), (*,!),(\&,!) \}$
 $s^I=\{ (*,\&), (!,*), (!, \&) \}$
 $B^I=\{(!)\}$
 $a^I=\{*\}$
 $A^I=\{(*),(\&)\}$
 $C^I=\{(\&)\}$

Αυτή η ερμηνεία είναι μοντέλο της γνώσης αφού όλες οι προτάσεις, τις ικανοποιεί (True).