

Лабораторная работа 1.3.1

Определение модуля Юнга на основе исследования деформаций растяжения и изгиба

Калинин Даниил, Б01-110

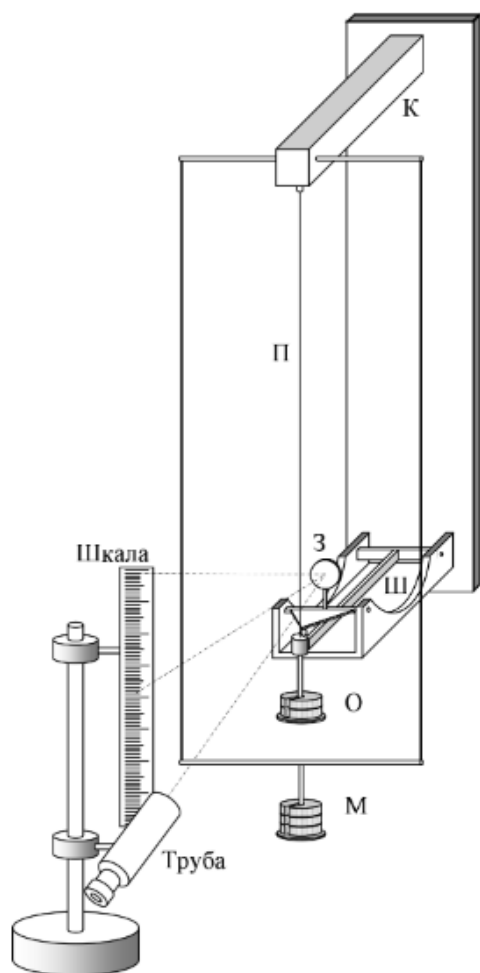
15 ноября 2021 г.

Цель работы: экспериментально получить зависимость между напряжением и деформацией (закон Гука) для двух простейших напряженных состояний упругих тел: одноосного растяжения и чистого изгиба; по результатам измерений вычислить модуль Юнга.

В работе используются: В работе используются: в первой части — прибор Лермантова, проволока из исследуемого материала, зрительная труба со шкалой, набор грузов, микрометр, рулетка; во второй части — стойка для изгибания балки, индикатор для измерения величины прогиба, набор исследуемых стержней, грузы, линейка, штангенциркуль

Теоритическая справка:

Для определения модуля Юнга используется прибор Лермантова, схема которого изображена на рис. 1. Верхний конец проволоки П, изготовленной из исследуемого материала, прикреплен к консоли К, а нижний — к цилиндру, которым окаичиваются шарнирный кронштейн Ш. На этот же цилиндр опирается рычаг г, связанный с зеркальцем З. Таким образом, удлинение проволоки можно измерить по углу поворота зеркала. Натяжение проволоки можно менять, переключая грузы с площадки М на площадку О и наоборот. Такая система позволяет исключить влияние деформации кронштейна К на точность измерений, так как нагрузка на нем во время остается постоянной. При проведении эксперимента следует иметь в виду, что проволока. При отсутствии нагрузки всегда несколько изогнута, что не может не сказаться на результатах, особенно при небольших нагрузках. Проволока вначале не столько растягивается, сколько распрямляется.



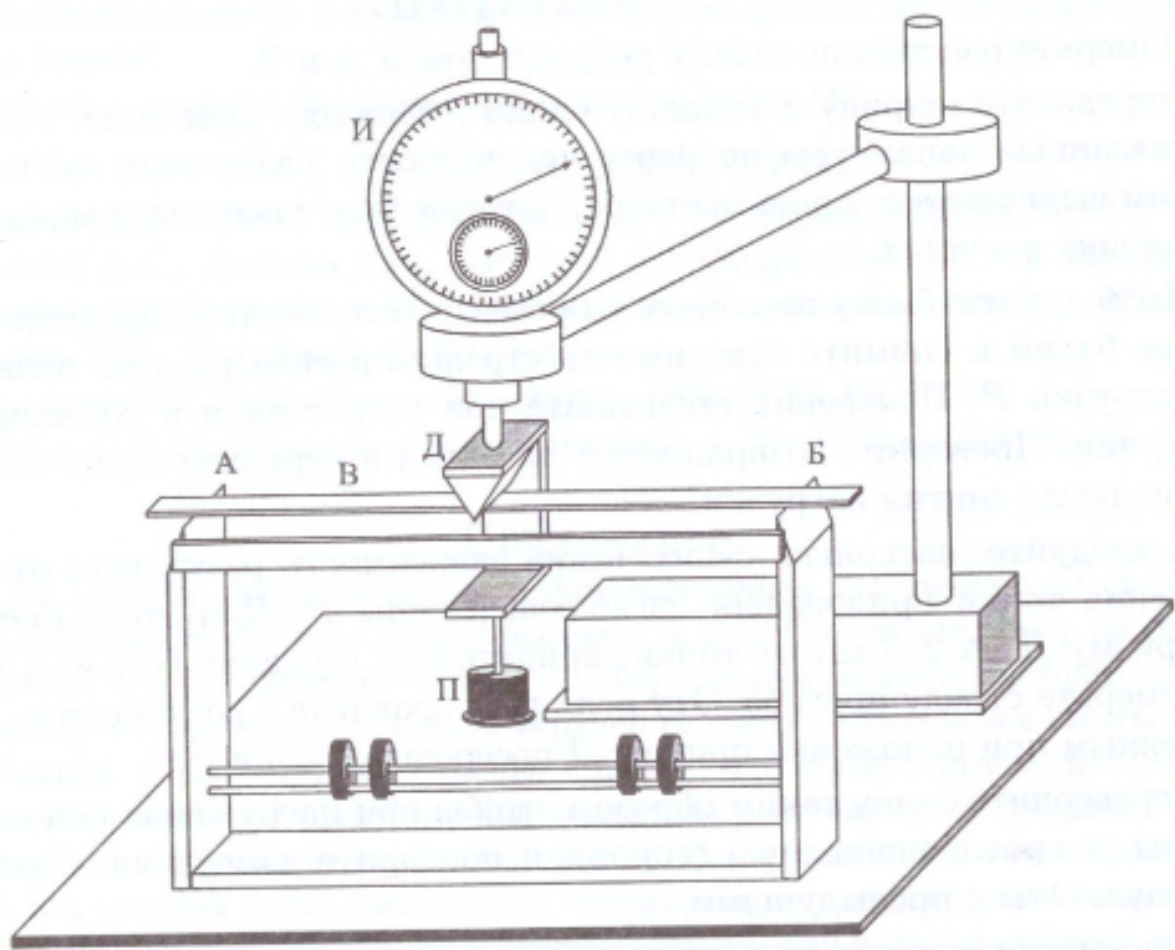


Рис. 2. Установка для измерения модуля Юнга

Экспериментальная установка состоит из прочной стойки с опорными призмами А и В (рис. 2). На ребра призм опирается исследуемый стержень (балка) В. В середине стержня на призме Д подвешена площадка И с грузами. Измерять стрелу прогиба можно с помощью индикатора И, укрепляемого на отдельной штанге. Полный оборот большой стрелки индикатора соответствует 1 мм и одному делению малого циферблада.

Обработка результатов эксперимента:

1. **Определение модуля Юнга по измерениям растяжения проволоки.**
2. Запишем погрешности измерительных приборов в таблицу 1.

	Прибор	Погрешность
1	Линейка	$\sigma = 0.5 \text{ мм.}$
2	Штангенциркуль	$\sigma = 0.05 \text{ мм.}$

Таблица 1. Погрешности

3. Измерим параметры установки, результаты занесем в таблицу 2
4. Определим максимальную рабочую нагрузку:

$$F_{\max} = 900 \cdot 0.30 \frac{\pi d^2}{4} = 44.8 H.$$

d проволоки	0.73 ± 0.05 мм.
l проволоки	176.4 ± 0.05 см.
h проволоки	137.1 ± 0.05 см.
r рычага	13 ± 0.05 см.

Таблица 2. Параметры установки

Эксперимент № 1		Эксперимент № 2		Эксперимент № 3	
Деление на линейке	Суммарная масса грузов, гр.	Деление на линейке	Суммарная масса грузов, гр.	Деление на линейке	Суммарная масса грузов, гр.
6.5	245.8	6.4	245.8	6	245.8
8	491.9	7.5	491.9	8.1	491.9
9	737.4	8.7	737.4	9	737.4
10.1	983.5	9.9	983.5	10.3	983.5
11.2	1229.2	11	1229.2	11.4	1229.2
12.3	1474.9	12.3	1474.9	12.	1474.9
13.6	1720.4	13.1	1720.4	13.5	1720.4
15	1965.8	14.3	1965.8	14.3	1965.8
16	2211.4	15.4	2211.4	15.9	2211.4
17.1	2457	16.6	2457	16.5	2457
17.1	2457	16.6	2457	16.5	2457
15.8	2211.4	15.3	2211.4	14.7	2211.4
14.4	1965.8	14.4	1965.8	13.6	1965.8
13.2	1720.4	13	1720.4	12.4	1720.4
12.3	1474.9	11.8	1474.9	11.3	1474.9
11.2	1229.2	10.7	1229.2	10.2	1229.2
10.1	983.5	9.7	983.5	9	983.5
8.7	737.4	8.5	737.4	7.9	737.4
7.5	491.9	7.2	491.9	6.6	491.9
6.4	245.8	5.9	245.8	5.4	245.8

Таблица 3. Результаты экспериментов с первой установкой

Таким образом, проволоку нельзя нагружать больше, чем на 4.5 кг.

5. Направляем зрительную трубу на зеркальце так, чтобы мы четко видели шкалу, тогда свет от шкалы будет падать примерно перпендикулярно шкале на зеркало, поэтому

$$\Delta l = \frac{nr}{2h}$$

$$\sigma_{\Delta l} = \Delta l \sqrt{\left(\frac{\sigma_n}{n}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_h}{h}\right)^2}$$

Проведем три эксперимента по определению растяжения проволоки, вначале постепенно добавляя, а затем постепенно убирая грузы с площадки. Результаты занесем в таблицу 3

По полученным данным вычислим удлинение проволоки и погрешность ее вычисления. Результаты обработки первого эксперимента приведены в таблице 4

6. Построим графики зависимости удлинения проволоки от нагрузки для каждого из трех экспериментов, результаты приведем в графиках 3, 4, 5

Δl в первом эксперименте, см	Погрешность $\sigma_{\Delta l_1}$, см	Δl во втором эксперименте, см	Погрешность $\sigma_{\Delta l_2}$, см	Δl в третьем эксперименте, см	Погрешность $\sigma_{\Delta l_3}$, см	масса грузов г.
0.31	0.07	0.30	0.07	0.28	0.06	245.800
0.38	0.07	0.36	0.07	0.38	0.07	491.900
0.43	0.08	0.41	0.08	0.43	0.08	737.400
0.48	0.08	0.47	0.08	0.49	0.08	983.500
0.53	0.09	0.52	0.09	0.54	0.09	1229.200
0.58	0.09	0.58	0.09	0.57	0.09	1474.900
0.64	0.10	0.62	0.10	0.64	0.10	1720.400
0.71	0.11	0.68	0.11	0.68	0.11	1965.800
0.76	0.12	0.73	0.11	0.75	0.11	2211.400
0.81	0.12	0.79	0.12	0.78	0.12	2457.000
0.81	0.12	0.79	0.12	0.78	0.12	2457.000
0.75	0.11	0.73	0.11	0.70	0.11	2211.400
0.68	0.11	0.68	0.11	0.64	0.10	1965.800
0.63	0.10	0.62	0.10	0.59	0.09	1720.400
0.58	0.09	0.56	0.09	0.54	0.09	1474.900
0.53	0.09	0.51	0.09	0.48	0.08	1229.200
0.48	0.08	0.46	0.08	0.43	0.08	983.500
0.41	0.08	0.40	0.07	0.37	0.07	737.400
0.36	0.07	0.34	0.07	0.31	0.07	491.900
0.30	0.07	0.28	0.06	0.26	0.06	245.800

Таблица 4. Результаты обработки экспериментов

В недеформированном состоянии проволока, как правило, изогнута, и при малых нагрузках её "удлинение" определяется не растяжением, а выпрямлением. Найдём уравнение получившейся прямой по МНК. По наклону прямой определим жесткость проволоки, а по ней - модуль Юнга. Начальный участок графика при обработке следует исключить.

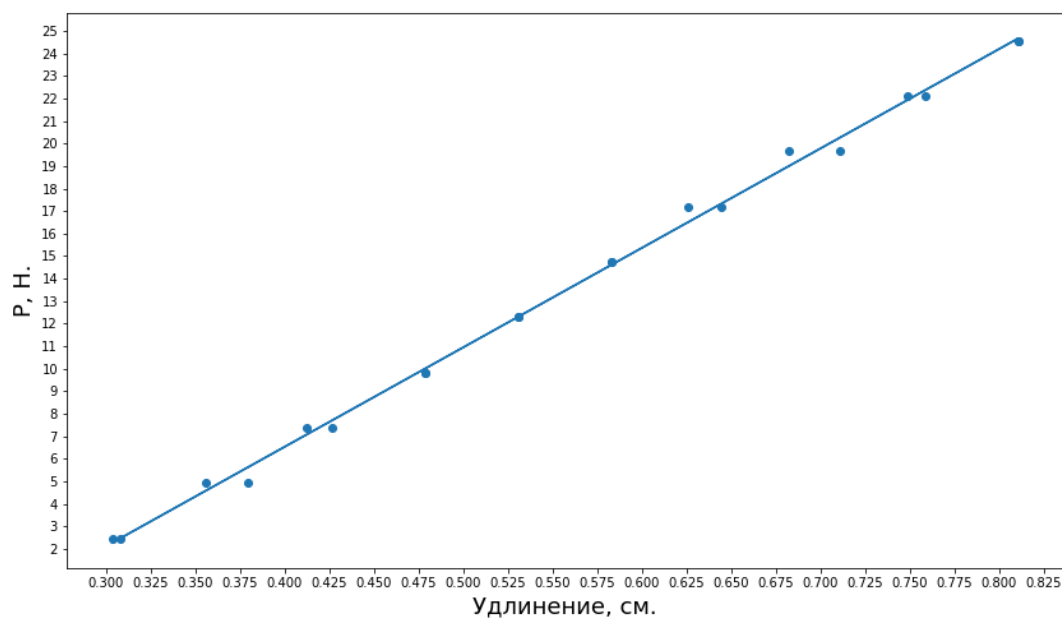


Рис. 3. Первый эксперимент

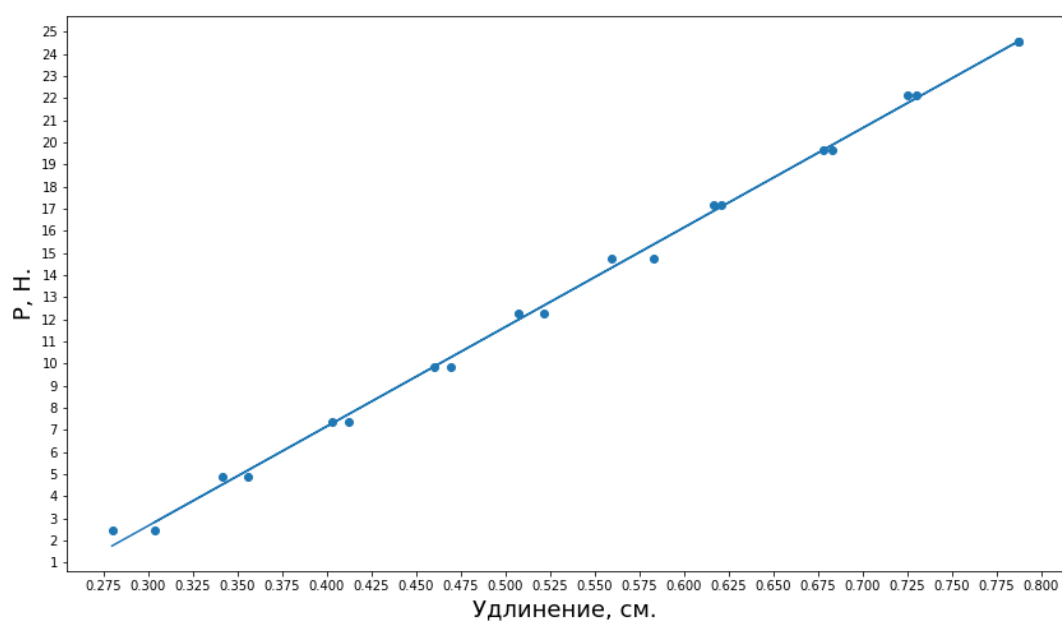


Рис. 4. Второй эксперимент

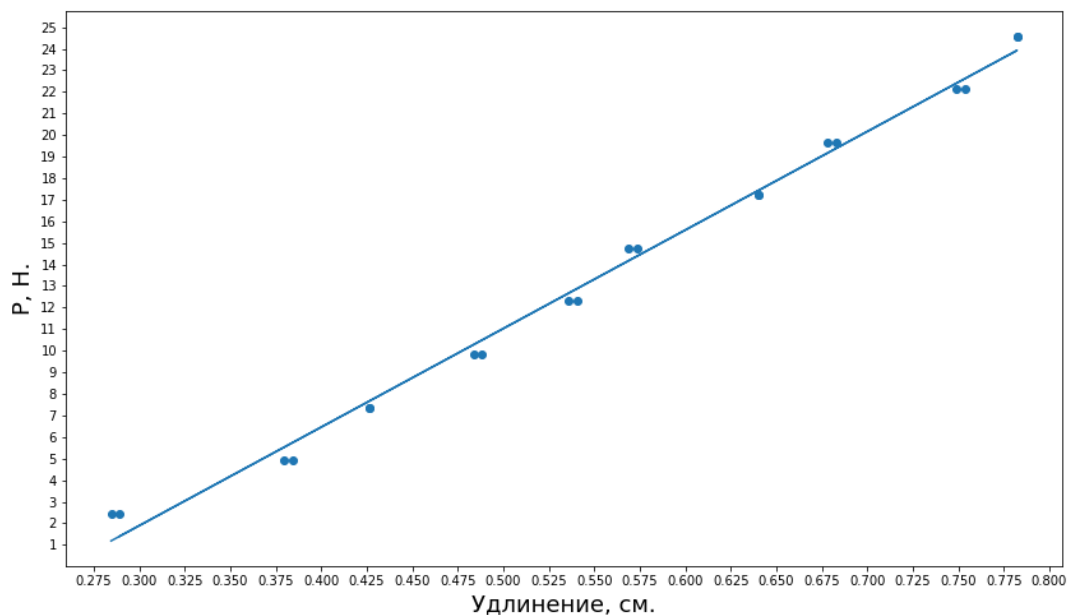


Рис. 5. Третий эксперимент

По найденной графически жёсткости проволоки найдем модуль Юнга по формуле

$$E = \frac{k \cdot l_0}{S}$$

$$\sigma_E = \sqrt{\left(\frac{\sigma_k}{k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_S}{S}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{l_0}}{l_0}\right)^2}$$

Результаты занесем в таблицу 5

	Значение	σ	ε
k	$4.423 \cdot 10^3 \text{ Н/см}$	$0,043 \cdot 10^3 \text{ Н/м}$	0,009
E	$1.86 \cdot 10^9 \text{ Н/см}^2$	$0.5 \cdot 10^8 \text{ Н/см}^2$	0,05

Таблица 5. Значения k и E

7. Определение модуля Юнга по измерениям изгиба бруска.

8. Измерим параметры бруска: $\bar{l} = 50 \pm 0.05 \text{ см}$ $\bar{a} = 2 \pm 0.05 \text{ см}$ $\bar{b} = 1 \pm 0.05 \text{ см}$

9. Кладем деревянную балку так, чтобы Д было в центре и фиксируем зависимость y_{max} от P . Затем переворачиваем балку на 180 градусов, проводим тот же эксперимент. Результат заносим в таблицу 6

10. Сместим деревянную балку на 3 мм. влево, проведем тот же эксперимент. Результат занесем в таблицу 7

11. Возьмем брусок из латуни, сделаем с ним тот же эксперимент. Затем перевернем его на 180 градусов и повторим то же самое. Результаты измерений занесем в таблицу 8.

12. По полученным данным построим графики зависимости y_{max} от P : 6, 7, 8

Из графиков найдем коэффициенты наклона прямых, рассчитаем модуль Юнга брусков по формуле:

$$E = \frac{Pl^3}{4ab^3y_{max}}$$

y_{max} , мм	Суммарная масса грузов, г.
0.76	504.5
1.56	1006
2.30	1509
3.4	1991.5
3.74	2455.1
4.43	2951.3
4.43	2951.3
3.81	2455.1
3.5	1991.5
2.4	1509
1.62	1006
0.84	504.5
Перевернутый брусок	
0.79	504.5
1.58	1006
2.36	1509
3.13	1991.5
3.86	2455.1
4.64	2951.3
4.64	2951.3
3.92	2455.1
3.22	1991.5
2.49	1509
1.70	1006
0.94	504.5

Таблица 6. Деревянный брусок

y_{max} , мм	Суммарная масса грузов, г.
0.8	504.5
1.29	1006
2.83	1509
3.57	1991.5
3.77	2455.1
4.49	2951.3
4.59	2951.3
3.87	2455.1
3.17	1991.5
2.43	1509
1.69	1006
0.90	504.5

Таблица 7. Деревянный брусок, смещенный влево

y_{max} , мм	Суммарная масса грузов, г.
1.26	504.5
2.5	1006
3.70	1509
4.95	1991.5
6.8	2455.1
7.33	2951.3
7.33	2951.3
6.8	2455.1
4.93	1991.5
3.73	1509
2.49	1006
1.26	504.5
Перевернутый брусок	
1.27	504.5
2.5	1006
3.74	1509
4.94	1991.5
6.08	2455.1
7.30	2951.3
7.30	2951.3
6.08	2455.1
4.94	1991.5
3.75	1509
2.51	1006
1.30	504.5

Таблица 8. Металлический брусок

$$\sigma_E = \sqrt{3 \left(\frac{\sigma_l}{l} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{P/y_{max}}}{P/y_{max}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_a}{a} \right)^2 + 3 \left(\frac{\sigma_b}{b} \right)^2}$$

Результаты занесем в таблицу 9

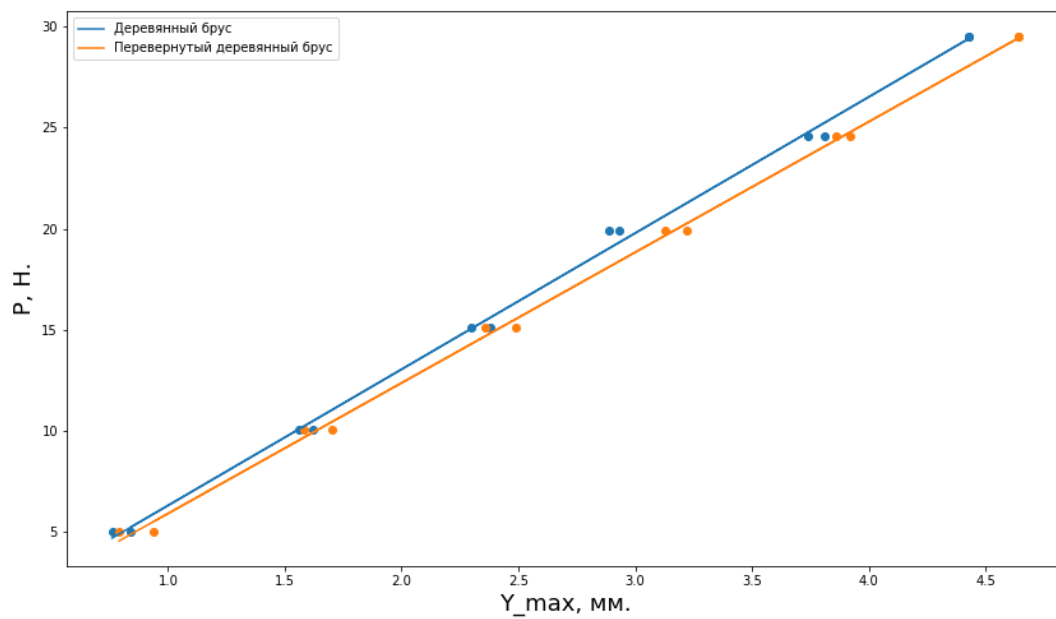


Рис. 6. Деревянный брус

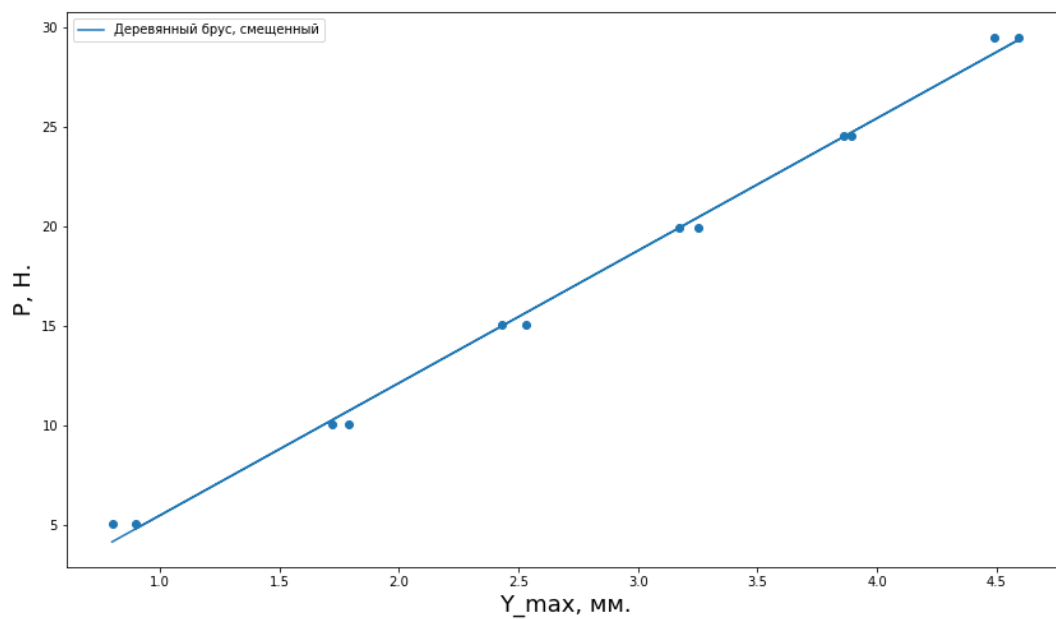


Рис. 7. Смещенный деревянный брус

	Значение	σ	ε
Деревянный брус			
k	6.61 Н/мм	0.745 Н/мм	0.11
E	$1.034 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$	$0.03 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$	0.03
Металлический брус			
k	4.07 Н/мм	0.392 Н/мм	0.09
E	$9.47 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$	$0.02 \cdot 10^5 \text{ Н/см}^2$	0,022

Таблица 9. Значения k и E

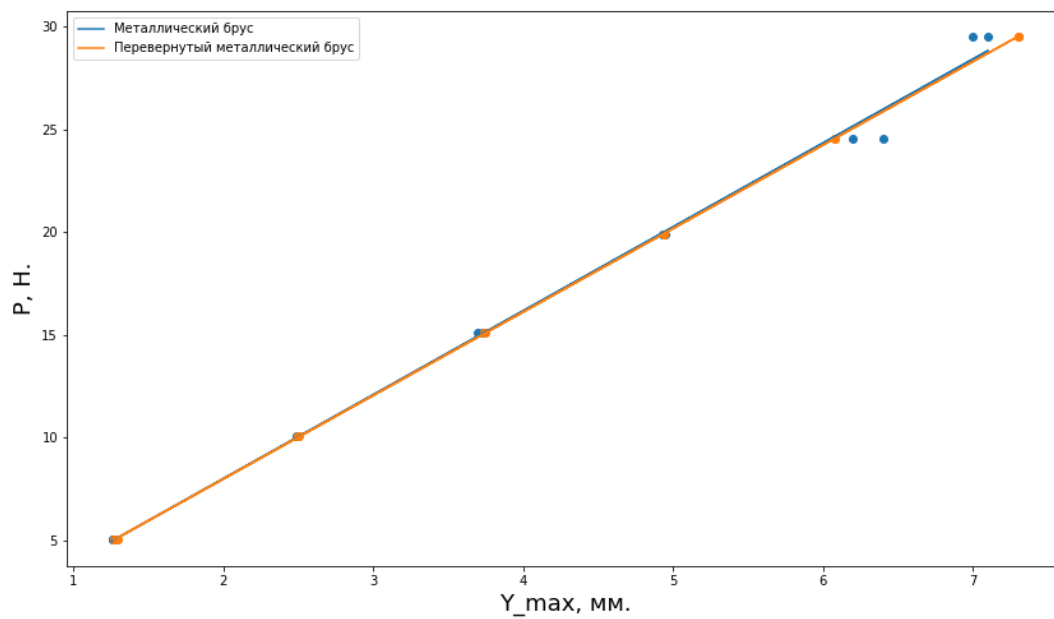


Рис. 8. Латунный брус

Заключение:

В ходе работы мы измерили модуль Юнга проволоки и двух брусков. Построили графики зависимости растяжения от силы воздействия. Кроме того, мы посчитали погрешности рассчитанных величин, их значения получились приемлемыми. Главное, что в ходе работы мы получили удовольствие и узнали что-то новое.