

Лабораторная работа 2.1.3.

Определение $\frac{C_p}{C_v}$ через измерение скорости звука

Калинин Даниил, Б01-110

26 февраля 2022 г.

Цель работы: измерить частоты колебаний и длины волны при резонансе звуковых колебаний в газе, заполняющем трубу; определить показатель адиабаты с помощью уравнения состояния идеального газа.

В работе используются: звуковой генератор ГЗ; электронный осциллограф ЭО; микрофон; телефон; теплоизолированная труба, обогреваемая водой из термостата.

Теоритическая справка:

Скорость распространения звуковой волны в газах зависит от показателя адиабаты γ . Один из наиболее точных методов определения показателя адиабаты основан на измерении скорости звука.

Скорость звука в газах определяется формулой:

$$c = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}} \quad (1)$$

где R – газовая постоянная, T – температура газа, а μ – его молярная масса. Преобразуя эту формулу, найдем

$$\gamma = \frac{c^2 \mu}{RT} \quad (2)$$

Таким образом, для определения показателя адиабаты достаточно измерить температуру газа и скорость распространения звука (молярная масса газа предполагается известной).

Звуковая волна, распространяющаяся вдоль трубы, испытывает многократные отражения от торцов. Звуковые колебания в трубе являются наложением всех отраженных волн и очень сложны. Картина упрощается, если длина трубы L равна целому числу полуволн, то есть когда

$$L = n \frac{\lambda}{2}$$

где λ – длина волны звука в трубе, а n – любое целое число. Если это условие выполнено, то волна, отраженная от торца трубы, вернувшись к ее началу и вновь отраженная, совпадает по фазе с падающей. При этом амплитуда звуковых колебаний при этом резко возрастает – наступает резонанс.

При звуковых колебаниях слои газа, прилегающие к торцам трубы, не испытывают смещения. Узлы смещения повторяются по всей длине трубы через $\frac{\lambda}{2}$. Между узлами находятся максимумы смещения.

Скорость звука c связана с его частотой ν и длиной волны λ соотношением

$$c = \lambda \nu \quad (3)$$

Будем плавно изменять частоту колебаний ν звукового генератора, пока не заметим резкое увеличение амплитуды (резонанс) на осциллографе. Тогда, для последовательных резонансов, получим:

$$L = \frac{\lambda_1}{2} n = \frac{\lambda_2}{2} (n + 1) = \dots = \frac{\lambda_{k+1}}{2} (n + k). \quad (4)$$

Таким образом, из (3) и (4) имеем:

$$\nu_{k+1} = \frac{c}{\lambda_{k+1}} = \frac{c}{2L} (n + k) = \nu_1 + \frac{c}{2L} k \quad (5)$$

То есть величина $\frac{c}{2L}$, определяется по угловому коэффициенту графика зависимости частоты ν от номера резонанса k .

Экспериментальная установка:

В работе используется установка (рис. 1). Данная установка содержит теплоизолированную трубу постоянной длины. Воздух в трубе нагревается водой из термостата. Температура газа принимается равной температуре омывающей трубу воды.

Звуковые колебания в трубе возбуждаются телефоном Т и улавливаются микрофоном М. Мембрана телефона приводится в движение переменным током звуковой частоты; в качестве источника переменной ЭДС используется звуковой генератор ГЗ. Возникающий в микрофоне сигнал наблюдается на осциллографе ЭО.

Микрофон и телефон присоединены к установке через тонкие резиновые трубки. Такая связь достаточна для возбуждения и обнаружения звуковых колебаний в трубе и в то же время мало возмущает эти колебания: при расчетах оба торца трубы можно считать неподвижными, а влиянием соединительных отверстий пренебречь.

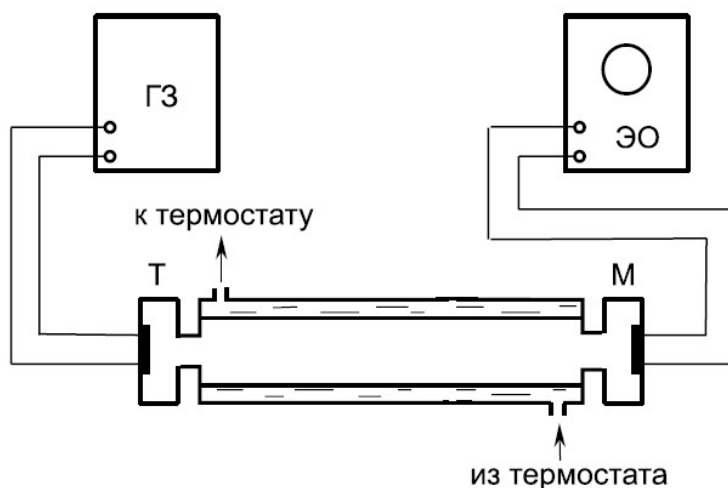


Рис. 1. Установка, на которой проводился эксперимент

Ход работы:

1. Снимем комнатную температуру и длину трубы. Результат занесем в таблицу 1.
2. Запустим ЭО и ГЗ, проводим начальную настройку осциллографа, выбираем нужный режим (синусоидальный) на ГЗ.

Величина	Значение
Длина трубы, L	700 ± 1 мм.
Комнатная температура, T_{κ}	$22.6^{\circ}C$

Таблица 1. Данные измерения комнатной температуры и длины трубы

3. Подберем частоту на ГЗ таким образом, чтобы амплитуда резонансных колебаний на ЭО была достаточно велика.

4. Медленно увеличиваем частоту колебаний на ГЗ, записываем резонансные частоты. Повторяем эксперимент для различных температур от комнатной ($T_{\kappa} = 22.6^{\circ}C$, до $T = 50^{\circ}C$). Данные заносим в таблицу 2.

Номер резонанса (k)	Температура, $^{\circ}C$					
	$22.6^{\circ}C$	$30^{\circ}C$	$35.4^{\circ}C$	$45^{\circ}C$	$47.5^{\circ}C$	$50^{\circ}C$
1	497	500	506	520	525	528
2	750	742	754	770	780	780
3	992	1000	1010	1030	1031	1032
4	1230	1250	1257	1270	1280	1283
5	1478	1490	1520	1520	1535	1542
6	1720	1740	1756	1780	1785	1800

Таблица 2. Резонансные частоты, в зависимости от температуры газа, Гц.

5. Отметим результаты на графике следующим образом: по оси абсцисс будем откладывать номер резонанса k , а по оси ординат – разность ν_{k+1} и ν_1 -й частот. Для каждой из температур построим такую зависимость. Графики полученных зависимостей изображены на рисунках ?? и ??.

6. Посчитаем коэффициенты построенных прямых и погрешности их вычисления, результаты приведем в таблице 3.

Температура, $^{\circ}C$	22.6	30.0	35.4	45.0	47.5	50.0
$c / (2L), c^{-1}$	242.60 ± 0.40	248.60 ± 0.84	251.40 ± 1.06	251.00 ± 0.94	251.40 ± 0.24	255.00 ± 0.52

Таблица 3. Коэффициенты построенных прямых и погрешности их вычисления

7. По формуле 2 вычислим показатели адиабаты для каждой температуры (принимая $\mu_{воздуха} = 28.98 \left(\frac{\text{грамм}}{\text{моль}} \right), R = 8.31 \left(\frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}} \right)$). Результаты занесем в таблицу 4

8. Усредняя вычисленные значения, получим:

$$\gamma = 1.3710 \pm 0.0056$$

$$\varepsilon = 4.1 \cdot 10^{-3} \approx 0.4\%$$

Заключение:

В ходе данной работы был рассчитан показатель адиабаты γ . Помимо того, было определено, что с высокой точностью можно считать, что показатель адиабаты не зависит от температуры газа в диапазоне температур от $T_{min} = 20^{\circ}C$ до $T_{max} = 50^{\circ}C$. Была проверена зависимость скорости звука в воздухе от температуры. Полученные результаты можно улучшить, увеличив точность измерения резонансных частот. Тем не менее, относительная ошибка в 0.4% это неплохой результат.

Температура, °C	22.6	30.0	35.4	45.0	47.5	50.0
Показатель адиабаты γ ,	1.3596	1.3928	1.3994	1.3529	1.3466	1.3747
Погрешность,	± 0.0042	± 0.0067	± 0.0079	± 0.0070	± 0.0032	± 0.0047

Таблица 4. Коэффициенты построенных прямых и погрешности их вычисления

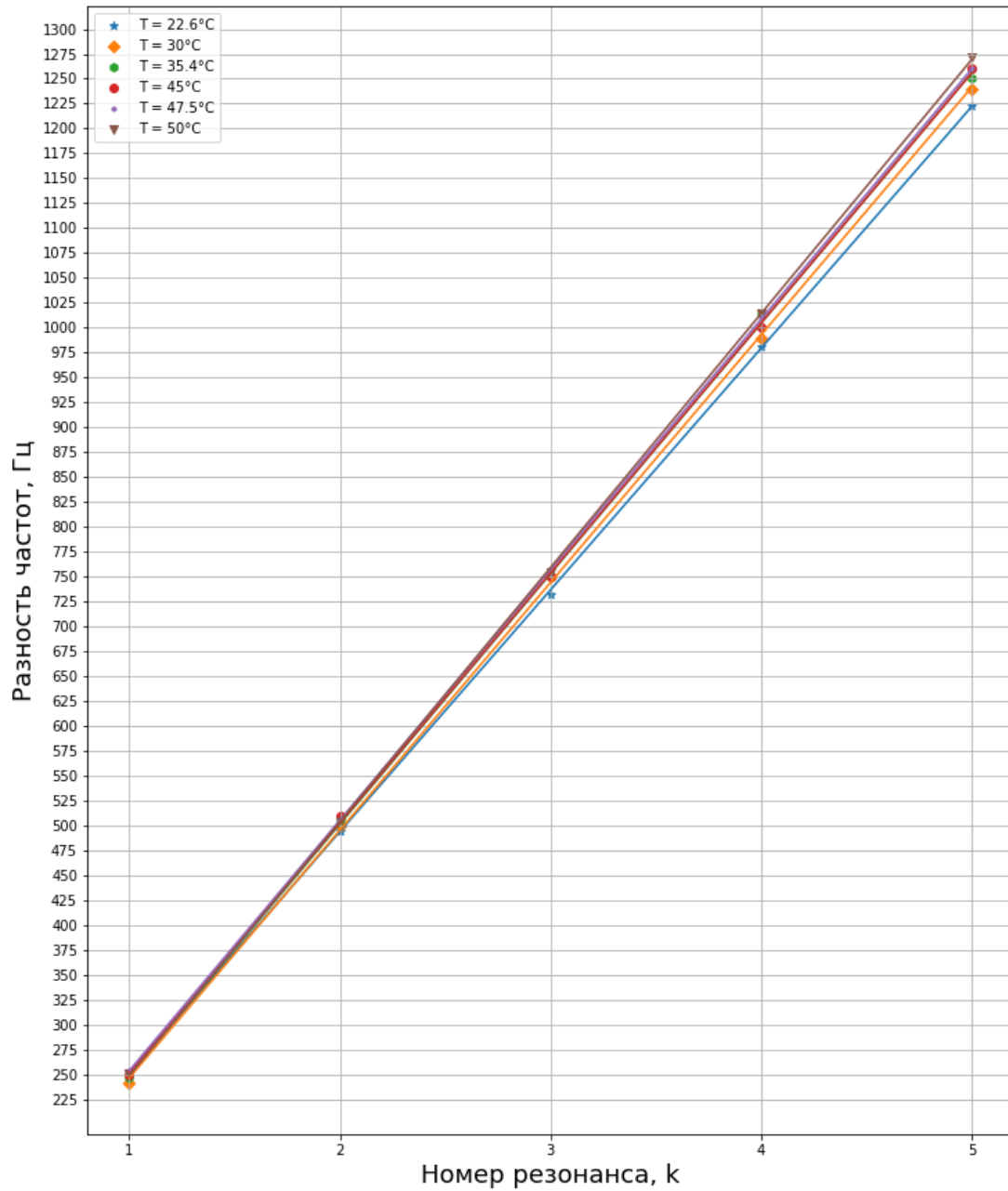


Рис. 2. График зависимости ν_{k+1} и ν_1 частот от номера резонанса k для всех температур.

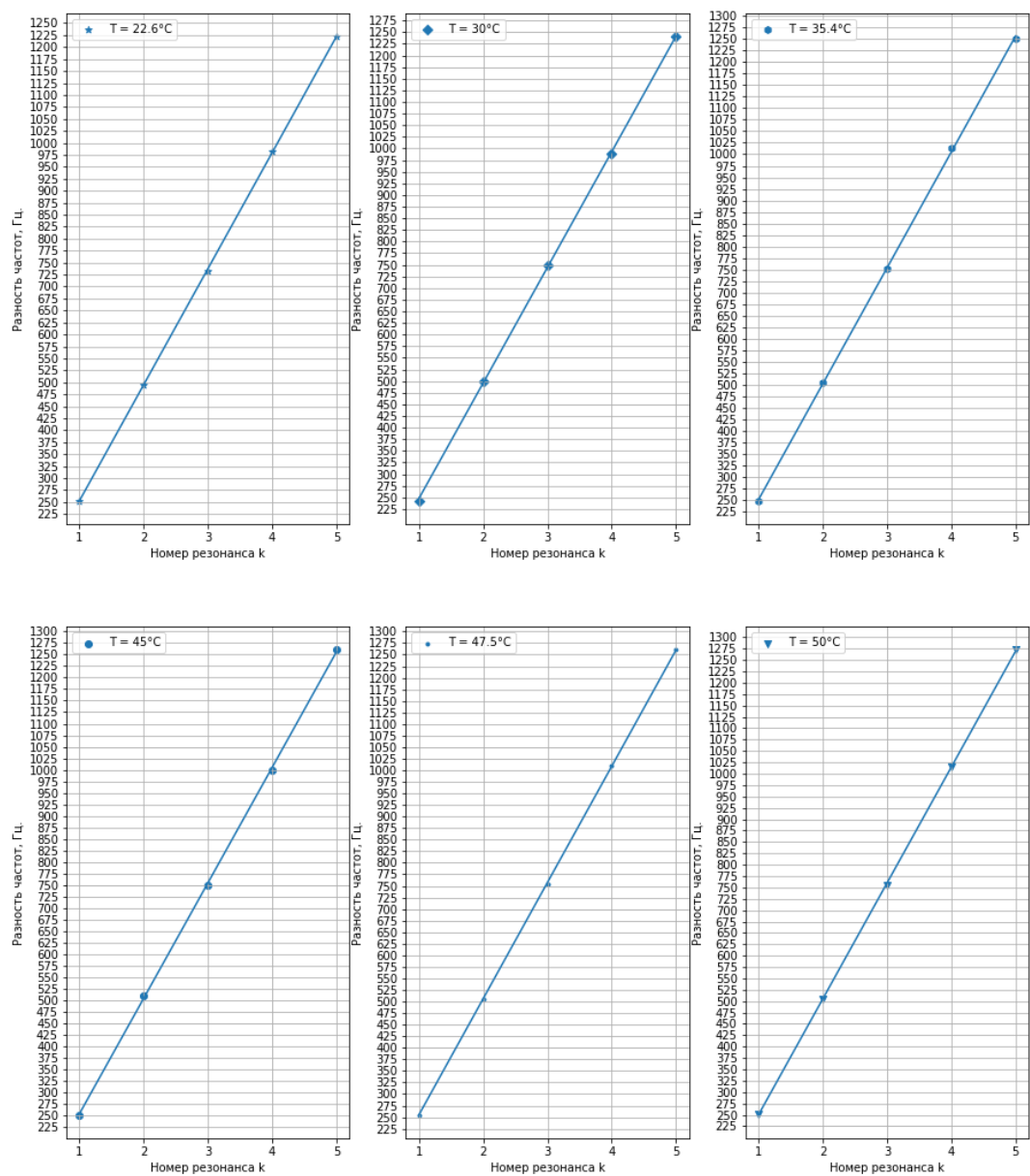


Рис. 3. График зависимости ν_{k+1} и ν_1 частот от номера резонанса k для каждой температуры отдельно.