Московский авиационный институт
(Национальный исследовательский университет)
Факультет информационных технологий и прикладной математики

Курсовая работа

Нахождение минимального потока в транспортной сети

Студент: **Кажекин Д.А**
Группа: **М8О-102Б-21**
Преподаватель: **Смерчинская С. О.**
Оценка: ______________
Дата: ______________

Задание №1

Определить для орграфа, заданного матрицей смежности:
а) матрицу односторонней связанности;
б) матрицу сильной смежности;
в) компоненты сильной смежности;
г) матрицу контуров;
д)изображение графа и компонент сильной связности.

$$A=\begin{pmatrix}0 & 0 & 1 & 0\\1 & 0 & 1 & 1\\1 & 0 & 0 & 1\\0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$$ - матрица смежности;

Решение:

а) Матрица односторонней связанности вычисляется по формуле $T=E\vee A\vee A^2\vee A^3$

$$A^2=\begin{pmatrix}0 & 0 & 1 & 0\\1 & 0 & 1 & 1\\1 & 0 & 0 & 1\\0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}*\begin{pmatrix}0 & 0 & 1 & 0\\1 & 0 & 1 & 1\\1 & 0 & 0 & 1\\0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 1\\1 & 0 & 1 & 1\\0 & 0 & 1 & 0\\0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

$$A^3=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 1\\1 & 0 & 1 & 1\\0 & 0 & 1 & 0\\0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}*\begin{pmatrix}0 & 0 & 1 & 0\\1 & 0 & 1 & 1\\1 & 0 & 0 & 1\\0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0 & 1 & 0\\1 & 0 & 1 & 1\\1 & 0 & 0 & 1\\0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

$$T=E\vee A\vee A^2\vee A^3=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1 & 1\\1 & 1 & 1 & 1\\1 & 0 & 1 & 1\\0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

б) Матрица сильной связанности вычисляется по формуле

$$S=T\wedge T^T=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1 & 1\\1 & 1 & 1 & 1\\1 & 0 & 1 & 1\\0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\wedge\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 0\\0 & 1 & 0 & 0\\1 & 1 & 1 & 0\\1 & 1 & 1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1 & 0\\0 & 1 & 0 & 0\\1 & 0 & 1 & 0\\0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

в) Ищем компоненты сильной связанности

$$S=S^{(0)}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1 & 0\\0 & 1 & 0 & 0\\1 & 0 & 1 & 0\\0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow V_1=\{v_{1,}v_3\};\qquad S^{(1)}=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0 & 0\\0 & 1 & 0 & 0\\0 & 0 & 0 & 0\\0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow V_2=\{v_2\};$$

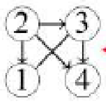
$$S^2=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0 & 0\\0 & 0 & 0 & 0\\0 & 0 & 0 & 0\\0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow V_3=\{v_4\}$$

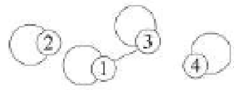
г) Матрица контуров вычисляется по формуле

$$K=S\wedge A=\begin{pmatrix}1&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\wedge\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&1&1\\1&0&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$$

Ответ: а) $T=\begin{pmatrix}1&0&1&1\\1&1&1&1\\1&0&1&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}$; б) $S=\begin{pmatrix}1&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$; в) $V_1=\{v_1,v_3\}$, $V_2=\{v_2\}$, $V_3=\{v_4\}$;

г) $K=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$

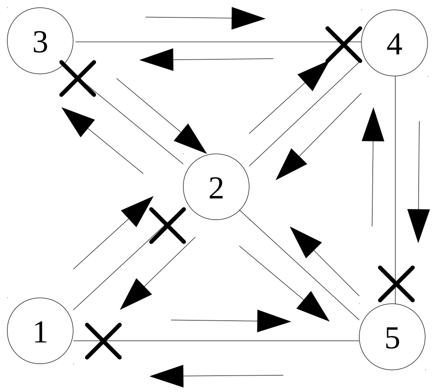
д) 

← Граф Компонент сильной связности → 

Задание №2

Используя алгоритм Терри, определить замкнутый маршрут, проходящий ровно по два раза (по одному в каждом направлении) через каждое ребро графа.

Решение:
Используя алгоритм Терри, найдём возможные варианты замкнутого маршрута, начиная с вершины 1 в каждом случае.



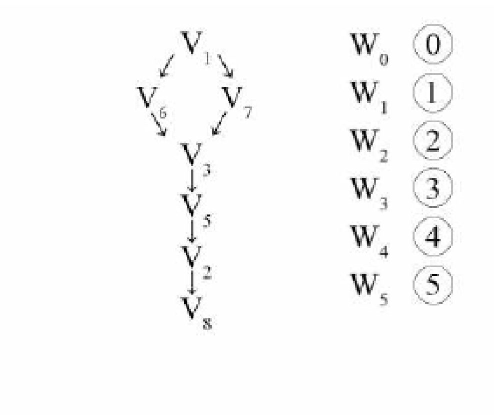
Ответ: $1\to2\to3\to4\to5\to1\to5\to2\to4\to3\to2\to5\to4\to2\to1$;

Задание №3

Используя алгоритм «фронта волны», найти все минимальные пути из первой вершины в последнюю орграфа, заданного матрицей смежности.

$$A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$ - матрица смежности

Решение:



1) V8
2)W4(V1)∩Г^(−1) V8={V2}∩{V2}={V2}
3)W3(V1)∩Г^(−1) V2={V5}∩{V3,V5,V6,V8}={V5}.
4) W2(V1)∩Г^(−1) V5={V3}∩{V3,V4,V6,V7}={V3}.
5) W1(V1)∩Г^(−1) V3={V5,V7}∩{V2,V4,V5,V6,V7,V8}={V6,V7}.
6)W0(V1)∩Г^(−1) V6={V1}∩{V1,V3,V5}={V1}.
7)W0(V1)∩Г^(−1) V7={V1}∩{V1,V5,V6,V8}={V1}.

Два кратчайших путей:
V 1→V 6→V 3→V 5→V 2→V 8 ;
V 1→V 7→V 3→V 5→V 2→V 8

Ответ: $V_1 \rightarrow V_6 \rightarrow V_3 \rightarrow V_5 \rightarrow V_2 \rightarrow V_8;$
$V_1 \rightarrow V_7 \rightarrow V_3 \rightarrow V_5 \rightarrow V_2 \rightarrow V_8;$

Задание №4

Используя алгоритм Форда, найти минимальные пути из первой вершины во все достижимые вершины в нагруженном графе, заданном матрицей длин дуг.

$$A=\begin{pmatrix} \infty & 2 & 5 & \infty & 6 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 2 & 7 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 3 & 1 & \infty & \infty & \infty \\ 9 & \infty & \infty & \infty & \infty & 4 & 5 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 3 & \infty & 4 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 2 & 9 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 8 \\ 2 & \infty & \infty & 3 & 5 & \infty & 8 & \infty \end{pmatrix}$$ - матрица длин дуг

Решение:

Составим таблицу итераций:

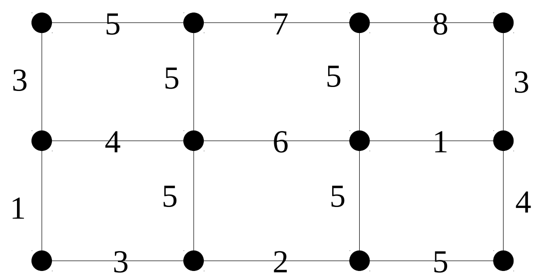
V	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	$\lambda_i^{(0)}$	$\lambda_i^{(1)}$	$\lambda_i^{(2)}$	$\lambda_i^{(3)}$	$\lambda_i^{(4)}$	$\lambda_i^{(5)}$	$\lambda_i^{(6)}$	$\lambda_i^{(7)}$
V_1	∞	2	5	∞	6	∞	∞	∞	0	0	0	0	0	0	0	0
V_2	∞	∞	2	7	∞	∞	∞	∞	∞	2	2	2	2	2	2	2
V_3	∞	∞	∞	3	1	∞	∞	∞	∞	5	4	4	4	4	4	4
V_4	9	∞	∞	∞	∞	4	5	∞	∞	∞	8	7	7	7	7	7
V_5	∞	∞	∞	∞	∞	3	∞	4	∞	6	6	5	5	5	5	5
V_6	∞	∞	∞	∞	∞	∞	2	9	∞	∞	9	9	8	8	8	8
V_7	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	8	∞	∞	∞	11	11	10	10	10
V_8	2	∞	∞	3	5	∞	8	∞	∞	∞	10	10	9	9	9	9

Ответ: минимальный путь:

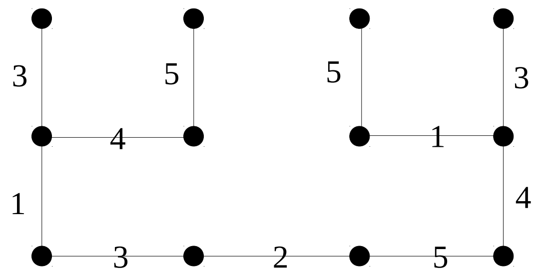
1) *из* V_1 *в* V_2: $V_1 \to V_2 = 2;$
2) *из* V_1 *в* V_3: $V_1 \to V_2 \to V_3 = 4;$
3) *из* V_1 *в* V_4: $V_1 \to V_2 \to V_3 \to V_4 = 7;$
4) *из* V_1 *в* V_5: $V_1 \to V_2 \to V_3 \to V_5 = 5;$
5) *из* V_1 *в* V_6: $V_1 \to V_2 \to V_3 \to V_5 \to V_6 = 8;$
6) *из* V_1 *в* V_7: $V_1 \to V_2 \to V_3 \to V_5 \to V_6 \to V_7 = 10;$
7) *из* V_1 *в* V_8: $V_1 \to V_2 \to V_3 \to V_5 \to V_8 = 9;$

Задание №5

Найти остовное дерево с минимальной суммой длин входящих в него ребёр.

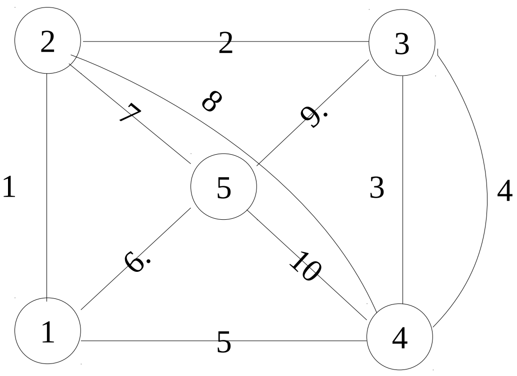


Ответ: остовное дерево с минимальной суммой длин *L(D)* = 36. входящих в него рёбер



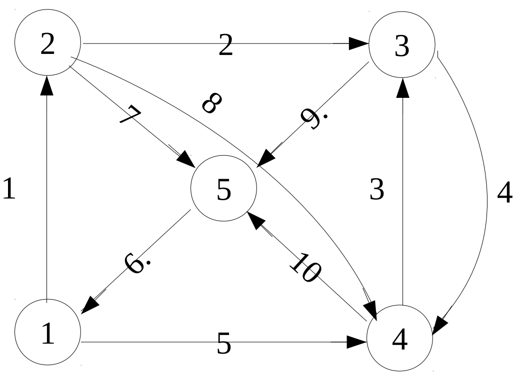
Задание №6

Пусть каждому ребру неориентированного графа соответствует некоторый элемент электрической цепи. Составить линейно независимые системы уравнений Кирхгофа для токов и напряжений. Пусть первому и пятому ребру соответствуют источники тока с ЭДС **E_1** и **E_2** (полярность выбирается произвольно), а остальные элементы являются сопротивлениями. Используя закон Ома, и, предполагая внутренние сопротивления источников тока равными нулю, получить систему уравнений для токов.

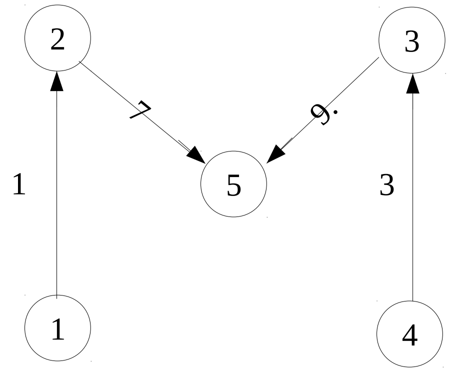


Решение:

1) Зададим на графе произвольную ориентацию



2) Построим произвольное остовное дерево *D* заданного графа.



3) Найдём базис циклов, добавляя к остовному дереву по одному не вошедшему в него ребру. Затем найдём соответствующие вектор-циклы.

$(D+2)$: μ_1: $V_2 \to V_3 \to V_5 \to V_2 \Rightarrow c(\mu_1) = (0,1,0,0,0,0,-1,0,1,0);$

$(D+4)$: μ_2: $V_3 \to V_4 \to V_3 \Rightarrow c(\mu_2) = (0,0,-1,-1,0,0,0,0,0,0);$

$(D+5)$: μ_3: $V_1 \to V_2 \to V_3 \to V_4 \to V_1 \Rightarrow c(\mu_3) = (1,1,-1,0,-1,0,0,0,0,0);$

$(D+6)$: μ_4: $V_5 \to V_1 \to V_4 \to V_3 \to V_5 \Rightarrow c(\mu_4) = (0,0,1,0,1,1,0,0,1,0);$

$(D+8)$: μ_5: $V_4 \to V_1 \to V_2 \to V_4 \Rightarrow c(\mu_5) = (1,0,0,0,-1,0,0,1,0,0);$

$(D+10)$: μ_6: $V_4 \to V_5 \to V_1 \to V_4 \Rightarrow c(\mu_6) = (0,0,0,0,1,1,0,0,0,1).$

4) Цикломатическая матрица графа имеет вид:

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

5) Закон Кирхгофа для напряжений:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \\ U_7 \\ U_8 \\ U_9 \\ U_{10} \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{cases} U_2 - U_7 + U_9 = 0, \\ -U_3 - U_4 = 0, \\ U_1 + U_2 - U_3 - U_5 = 0, \\ U_3 + U_5 + U_6 + U_9 = 0, \\ U_1 - U_5 + U_8 = 0, \\ U_5 + U_6 + U_{10} = 0. \end{cases}$$

6) Найдём матрицу инцидентности B орграфа:

$$B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

По закону Кирхгофа для токов:

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \\ I_7 \\ I_8 \\ I_9 \\ I_{10} \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{cases} -I_1 - I_5 + I_6 = 0, \\ I_1 - I_2 - I_7 - I_8 = 0, \\ I_2 + I_3 - I_4 - I_9 = 0, \\ I_3 + I_4 + I_5 + I_8 - I_{10} = 0, \\ -I_6 + I_7 + I_9 + I_{10} = 0, \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -I_1-I_5+I_6=0, \\ I_1-I_2-I_7-I_8=0, \\ I_2+I_3-I_4-I_9=0, \\ -I_6+I_7+I_9+I_{10}=0. \end{cases}$$

7) Подставим закон Ома:

$$\begin{cases} 0=I_2R_2-I_7R_7+I_9R_9, \\ 0=-I_3R_3-I_4R_4, \\ E_1=-I_2R_2+I_3R_3+I_5R_5, \\ E_2=-I_3R_3-I_6R_6-I_9R_9, \\ 0=I_1R_1-I_5R_5+I_8R_8, \\ 0=I_5R_5+I_6R_6+I_{10}R_{10}. \end{cases}$$

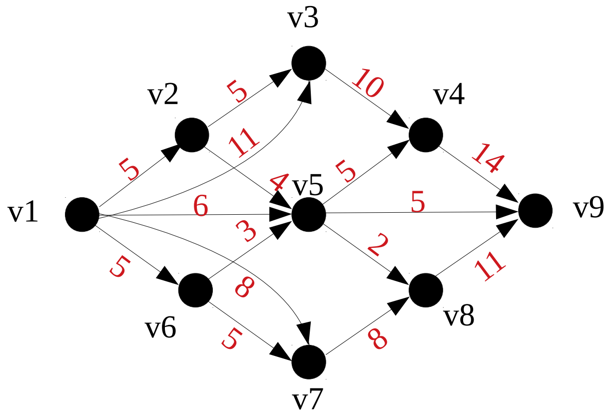
Ответ: Совместная система имеет вид:

$$\begin{cases} -I_1-I_5+I_6=0, \\ I_1-I_2-I_7-I_8=0, \\ I_2+I_3-I_4-I_9=0, \\ -I_6+I_7+I_9+I_{10}=0, \\ 0=I_2R_2-I_7R_7+I_9R_9, \\ 0=-I_3R_3-I_4R_4, \\ E_1=-I_2R_2+I_3R_3+I_5R_5, \\ E_2=-I_3R_3-I_6R_6-I_9R_9, \\ 0=I_1R_1-I_5R_5+I_8R_8, \\ 0=I_5R_5+I_6R_6+I_{10}R_{10}. \end{cases}$$

Десять уравнений и десять неизвестных – токи $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6, I_7, I_8, I_9, I_{10}$; ЭДС E_1, E_2 и сопротивления $R_2, R_3, R_4, R_6, R_7, R_8, R_9, R_{10}$ известны.

Задание №7

Построить максимальный поток по транспортной сети.

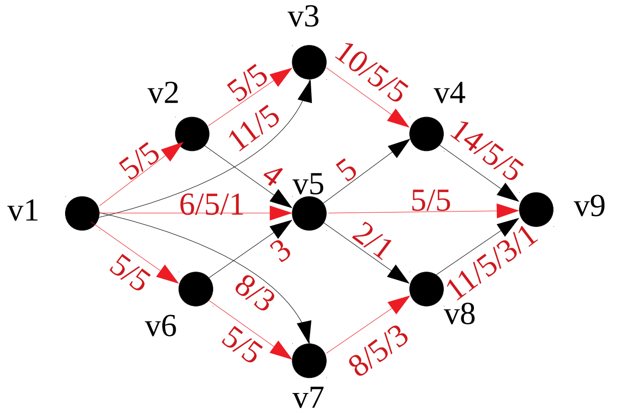


Решение:

1) Ищем пути из источника в сток, не содержащие насыщенных дуг.

1. v1 – v2 – v3 – v4 – v9
   min{5, 5, 10, 14} = 5;
2. v1 – v6 – v7 – v8 – v9
   min{5, 5, 8, 11} = 5;
3. v1 – v5 – v9
   min{6, 5} = 5;
4. v1 – v3 – v4 – v9
   min{11, 10-5, 14-5} = 5;
5. v1 – v7 – v8 – v9
   min{8, 8-5, 11-5} = 3;
6. v1 – v5 – v8 – v9
   min{6-5, 2, 11-8} = 1;

Построение полного потока.

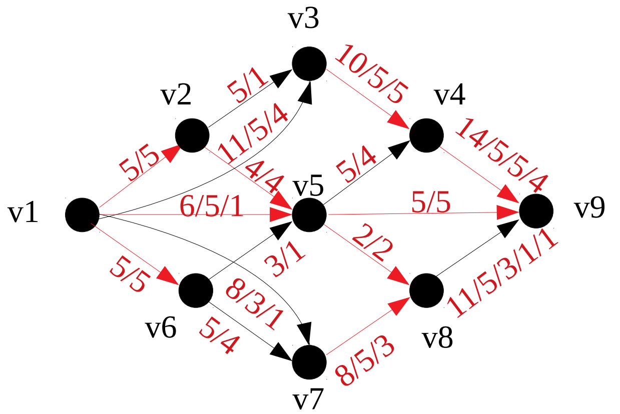


Величина полного потока $Ф_{пол.}$ = 5+5+5+5+3+1 = 24;

2) Найдем увеличивающие цепи.

1. v1 – v3 – v2 – v5 – v4 – v9
   $\Delta_1 = \min\{6, \underline{5}, 4, 5, 4\} = 4$ (по подчёркнутой дуге можно уменьшить поток)
2. v1 – v7 – v6 – v5 – v8 – v9
   $\Delta_2 = \min\{5, \underline{5}, 3, 1, 2\} = 1$ (по подчёркнутой дуге можно уменьшить поток);

Построение максимального потока



Величина потока увеличилась на 4+1 = 5;

Величина максимального потока $Ф_{макс.}$ = 29;

Задание 8

Нахождение минимального потока в транспортной сети.

Теоретические сведения

Определение 1. Транспортной сетью называется орграф $G = < V, X >$, $V = \{v1, ... , vn\}$, для которого выполняется:
1) ∃ единственная вершина v_1 (источник): $\Gamma_{-1} v_1 = \emptyset$;
2) ∃ единственная вершина v_n (сток): $\Gamma v_n = \emptyset$;
3) для каждой дуги $x \varepsilon X$ задана пропускная способность $c(x)=c_{ij} \geq 0$.

Определение 2. Функцией потока (потоком в транспортной сети G) называется функция
$\varphi: X \rightarrow R_+ \cup \{0\}$, удовлетворяющая следующим условиям:
1) для каждой дуги $< v_i, v_j > \varepsilon X$ выполняется $0 \leq \varphi(x) \leq c_{ij}$ $\forall i,j = 1, . . , n$;
2) для любой промежуточной вершины u:

$$\sum_{v \epsilon \Gamma^{-1} u} \varphi(v, u) = \sum_{v \epsilon \Gamma u} \varphi(u, v)$$

Определение 3. Дугу называют насыщенной, если $\varphi(x) = c(x)$.

Для начала опишем задачу о **максимальном потоке:** Требуется найти такую $\varphi(x)$, функция φ принимает максимальное значение.

Определение 4. Пусть цепь $\bar{v}$ не является путем. Если ориентация дуги совпадает с направлением прохождения цепи, то обозначим ее через $x^{\rightarrow}$, в противном случае $x^{\leftrightarrow}$.

Определение 5. Поток, обладающий наименьшей величиной, среди всех потоков по данной транспортной сети называется называется **минимальным.**

Положим
$\delta(x) = c(x) - \varphi(x)$
$\varphi^* = \min \varphi(x^{\leftrightarrow})$
$\delta^* = \min \delta(x^{\rightarrow})$
$\varepsilon^* = \min[\delta^*, \varphi^*]$

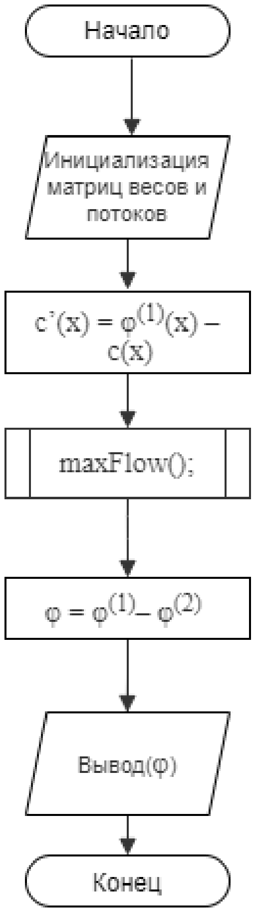
Теорема I. Если все дуги пути от v1 до vn ненасыщенные, то φ можно увеличить, на $\min(c(x) - \varphi(x))$

Теорема II. Если $\varepsilon^*>0$, то увеличивая поток на ε^* на каждой дуге $x^{\rightarrow}$ цепи $\bar{v}$, и уменьшая на $x^{\leftrightarrow}$, поток φ увеличится на ε^*.

Теорема III. Если не существует цепи $\bar{v}$ с ε*>0, то поток больше нельзя увеличить, т.е. он **максимальный.**

(Алгоритм построения максимального потока легко трансформируется в алгоритм построения минимального потока)

Блок-схема


Начало
Инициализация матриц весов и потоков
c'(x) = φ(1)(x) – c(x)
maxFlow();
φ = φ(1)– φ(2)
Вывод(φ)
Конец

Описание алгоритма

1) Отыскивают такой поток Ф(1)(x), что $(\forall u \in \mathbf{U})\, \varphi^{(1)}(u) \geqslant c(u).$

2) Полагают $c'(u) = \varphi^{(1)}(u) - c(u)$ и находят по слегка измененному алгоритму Форда – Фалкерсона такой поток Ф(2)(x), что $(\forall u \in \mathbf{U})\, \varphi^{(2)}(u) \leqslant c'(u).$

Изменение следующее: если X[i] – помеченная вершина, то помечают символом [-X[i]] любую непомеченную вершину X[j], если существует дуга (X[j], X[i]). Уменьшают поток через дугу (X[j], X[i]) даже в том случае, если этот поток нулевой. Допускают также отрицательные потоки, что нарушает условие неотрицательности.

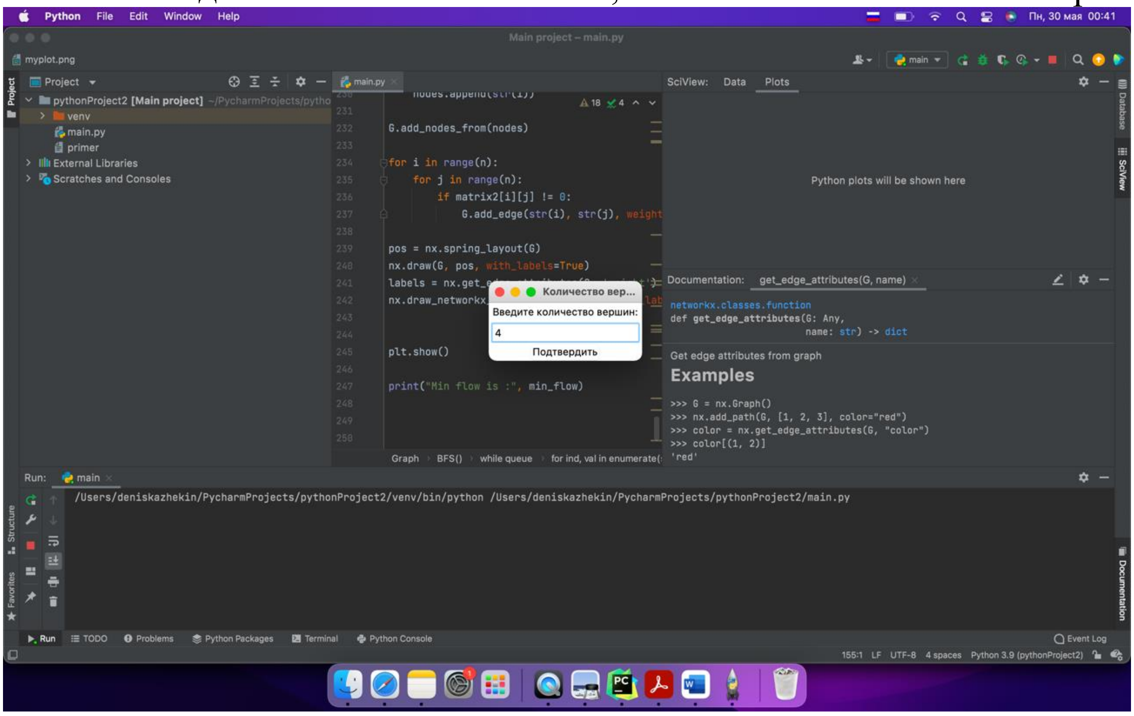
3) Поток Ф = Ф(1) – Ф(2) – искомый минимальный поток

(Кофман.А. «Введение в прикладную комбинаторику», стр.373)

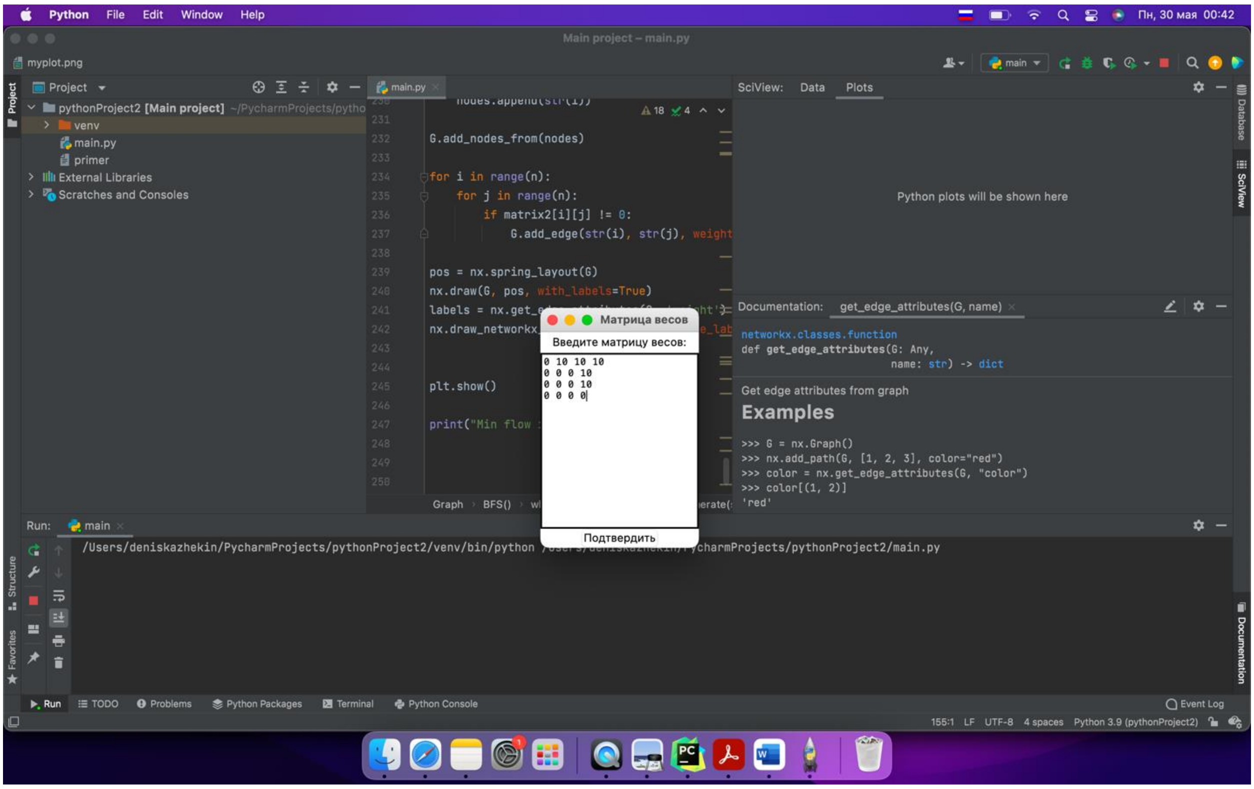
Описание программы и инструкции по работе с ней

Я реализовал все 3 пункта алгоритма: Нашел поток c'(x), реализовал функцию "max_flow()" по несколько измененному алгоритму Форда-Фалкерсона (алгоритм, пункт 2), которая находит максимальный поток, чтобы выполнить 3 пункт алгоритма и вычислить искомый минимальный поток. Таким образом, программа выдает правильный ответ на всех тестах. В целях удобства написан интерфейс на подачу входных данных и вывода графического ответа

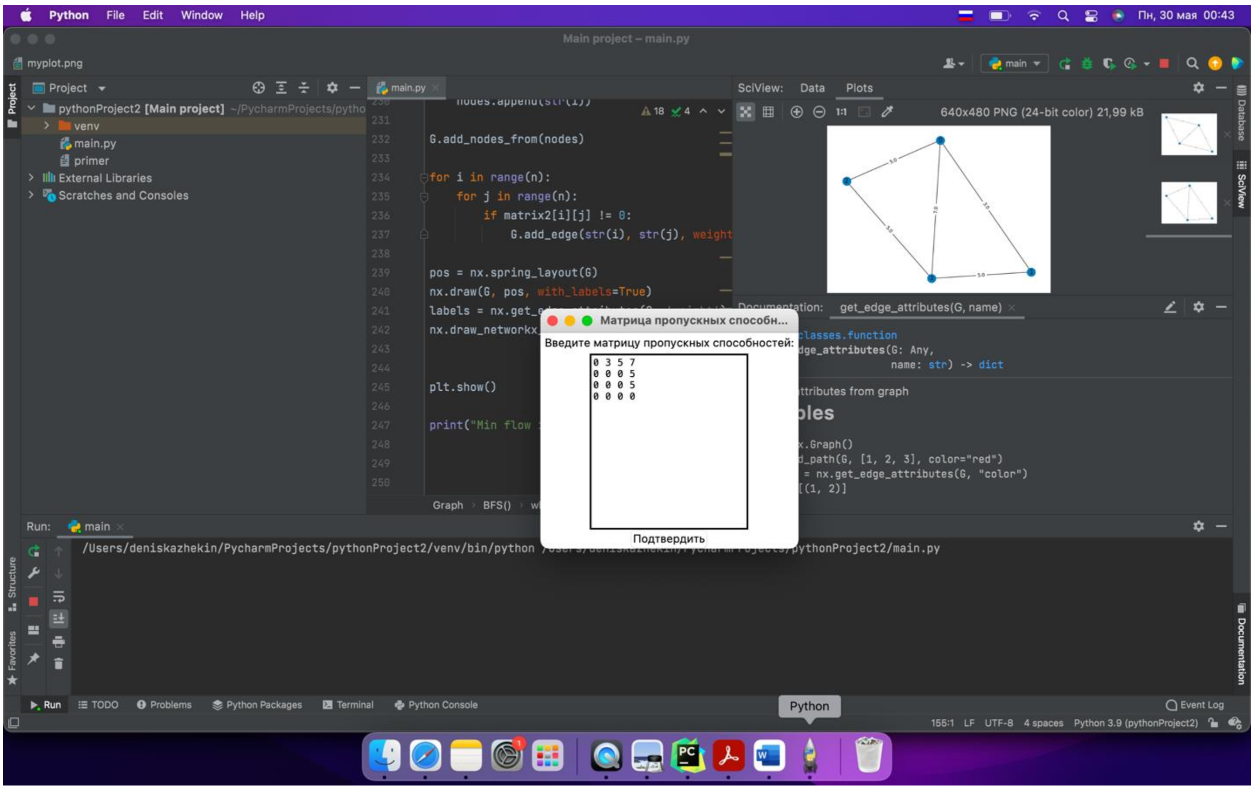
Что касается выполнения программы: запуская программу, открывается окно взаимодействия с пользователем, чтобы ввести количество вершин:



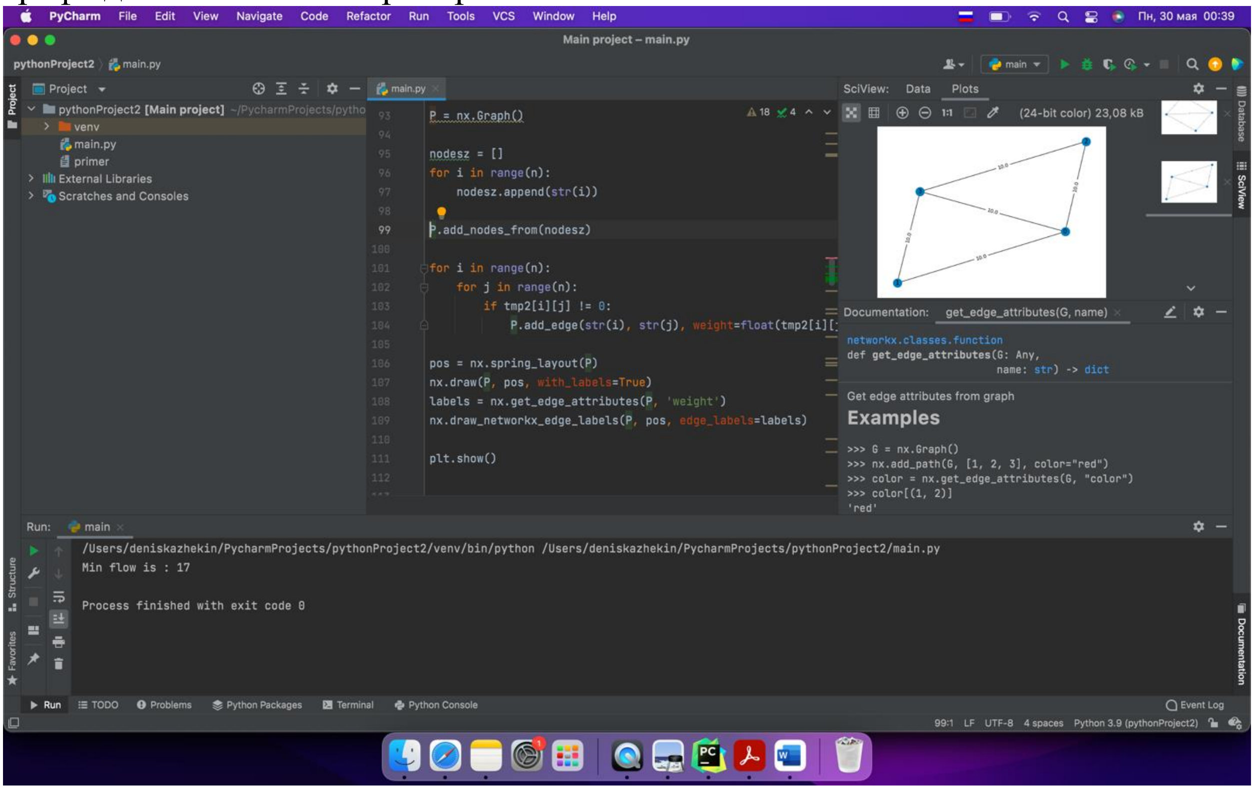
После ввода количества вершин, предлагается ввести матрицу весов

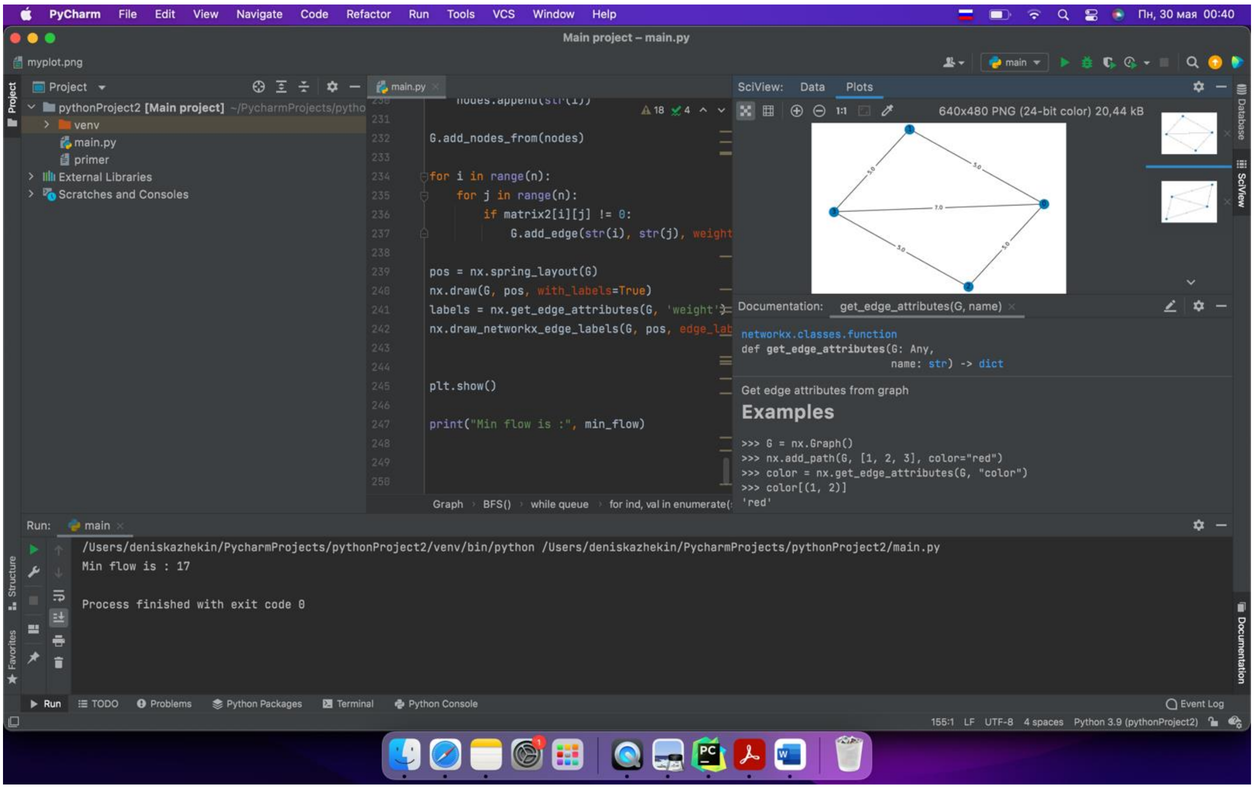


А далее мы вводим матрицу пропускных способностей



Программа выводит ответ, а вместе с ним графическую интерпретацию графа **до** и **после** всех преобразований





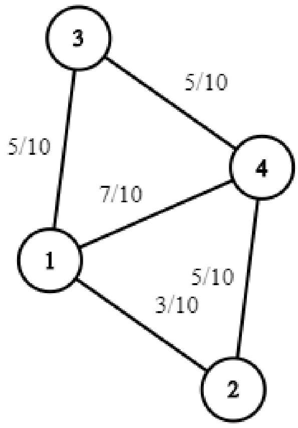
Оценка сложности алгоритма

Сложность алгоритма O(n^2), где n – количество элементов в графе.

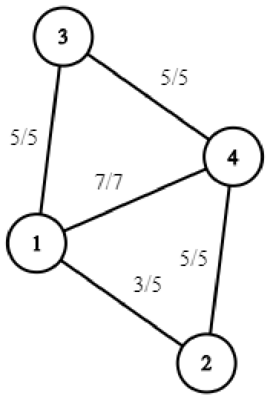
Тестовый пример с решением

Для простоты записи будем писать над ребром c(x)/φ(x).

Дан граф:

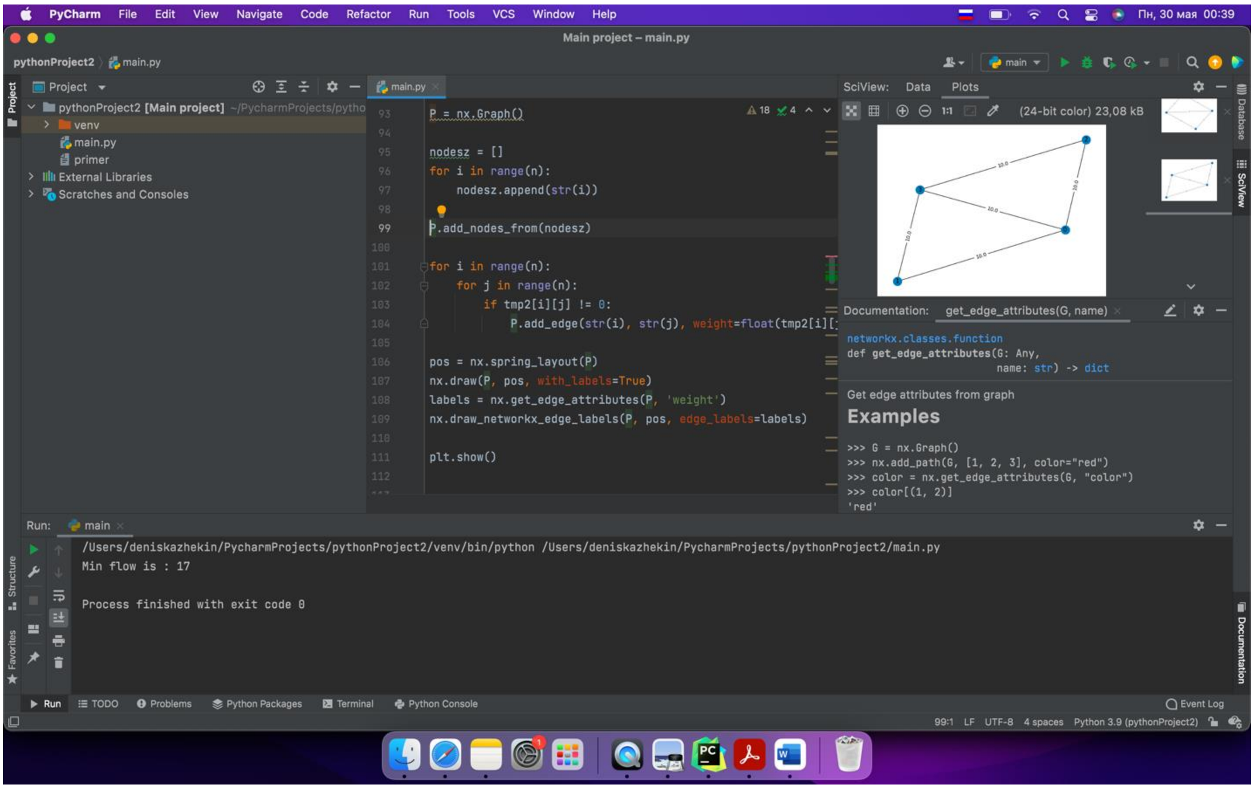


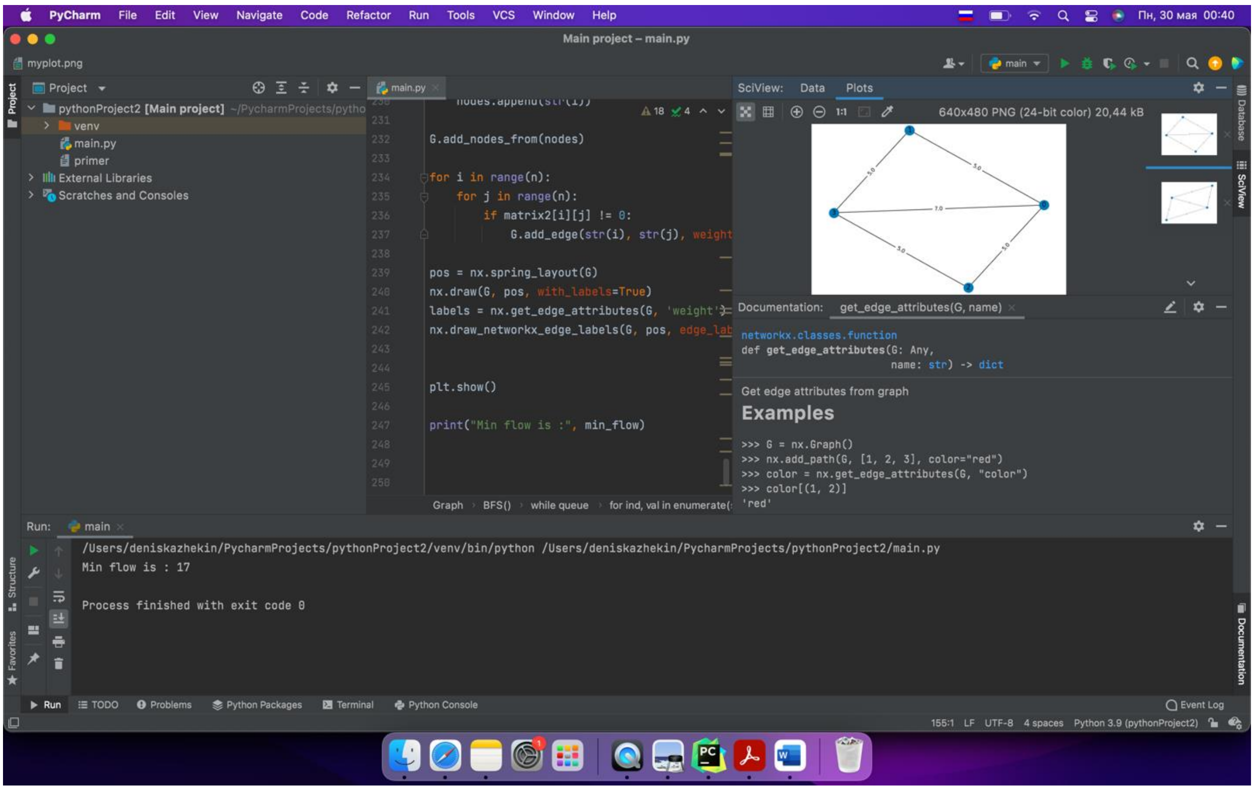
Путем ручных вычислений находим минимальный поток для заданного графа:



Общий поток φ = 5 + 7 + 5 = 17.

При задании матриц весов и пропускных способностей этого графа программа выдает правильный ответ.





Пример прикладной задачи

Бригаде рабочих необходимо выполнить ряд задач (p) в конкретный день. Для каждой задачи i известны время начала $\tau(i)$ и время окончания $\tau'(i)$ для $i = 1, 2, \ldots, n$. Кроме того, необходимо время установки $\tau 2(i, j)$, чтобы рабочий переключился с задачи i на задачу j. Конкретный рабочий не должен работать более чем над одной конкретной задачей одновременно, и одна конкретная задача должна выполняться одним рабочим. Задача состоит в том, чтобы найти минимальное количество рабочих для выполнения требуемых задач в соответствии с указанными выше правилами. Задачу можно сформулировать как задачу о минимальном потоке в сети, где значением минимального потока является минимальное количество необходимых работников.