Отчет по лабораторной работе №22 по курсу практикум на ЭВМ

Студент группы М8О-102Б-21 Кажеки Денис Андреевич, № по списку 9

Контакты www, e-mail, icq, skype deniskazhekin@mail.ru

Работа выполнена: «   » ____________202___г.

Преподаватель: доцент каф. 806 Никулин Сергей Петрович

Входной контроль знаний с оценкой ______________________

Отчет сдан «   » _________202 __ г., итоговая оценка _____

Подпись преподавателя _________________

1. **Тема:** издательская система TEX

2 **Цель работы:** подготовить публикацию в система LATEX

3 **Задание** (*вариант № 19-20*)**:** создать копию двух страниц из учебника по матанализу.

4.

Оборудование ПЭВМ студента:
Процессор: Apple M1, с ОЗУ 8 гб (виртуальная машина), SSD 256 гб. Монитор: встроенный 13 дюймов IPS 2560×1600, 220 PPI.

5.

Программное обеспечение ЭВМ студента, если использовалось:
Операционная система семейства Linux, наименование Ubuntu, версия 22.04
Прикладные системы и программы: терминал ОС UNIX, текстовый редактор emacs

6. Идея, метод, алгоритм решения задачи (в формах: словесной, псевдокода, графической [блок-схема, диаграмма, рисунок, таблица] или формальные спецификации с пред- и постусловиями)

Текст программы:

```
\documentclass{article}
\usepackage[utf8]{inputenc}
\usepackage[russian]{babel}
\usepackage{geometry}
\usepackage{amssymb}
\usepackage{fancyhdr}
\fancyhead[R]{\fontsize{13}{0} \textbf{15}}
\geometry{
  a4paper,
  top=5mm,
  right=15mm,
  bottom=5mm,
  left=5mm
}
\begin{document}

\begin{center}
   \begin{flushright}19\end{flushright}
   \textbf{§1. Числовые ряды. Признаки сходимости знакопостоянных рядов}
\end{center}
Отсюда, на основании интегрального признака и теоремы 3, п.1.5, заключаем, что данный ряд сходится. \blacktriangleright
\\
\[
\par \textbf{53.}\sum\limits_{ i=1 } ^\infty \frac{1}{ln^2(sin(\frac{1}{n})}.
\]
\\
\par$\blacktriangleleft$ Поскольку $sin (\frac{1}{n}) >  \frac{2}{\pi n}, n \in N,$ то $ln^2(sin(\frac{1}{n}) < ln^2(sin(\frac{\pi n}{2})$. Следовательно,
\par \leftskip=0cm \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad$\frac{1}{ln^2(sin(\frac{1}{n})} > \frac{1}{ln^2(\frac{\pi n}{2})} > \frac{2}{\pi n ln(\frac{\pi n}{2})} = {\displaystyle O^*}(\frac{1}{n ln(n)}), n \rightarrow \infty. $
\\
\par Таким образом, на основании интегрального признака и теоремы 3, п.1.5, из последнего соотношения следует, что данный ряд расходится. \blacktriangleright
\[
\par \textbf{54.}\sum\limits_{ i=1 } ^\infty (n^{n^\alpha} - 1).
\]
\\
\par При $\alpha \geq 0$  ряд расходится, так как общий член ряда не стремится к нулю при $n \rightarrow \infty$. Поэтому будем считать, что $\alpha < 0$, и при установлении порядка стремления общего члена ряда при $n \rightarrow \infty$ будем пользоваться формулой Маклорена. Имеем\\
\[
n^{n^\alpha} - 1 = exp(n^\alpha ln(n)) - 1 = \frac{ln(n)}{n^{-\alpha}} + o  (\frac{ln(n)}{n^{-\alpha}}) = \displaystyle O^* (\frac{ln(n)}{n^{-\alpha}}), n \rightarrow \infty.
\]
\\
Отсюда, на основании интегрального признака и теоремы 3, п.1.5, видим, что ряд сходится при $\alpha < -1.\blacktriangleright$
\[
\par \textbf{55.}\sum\limits_{ i=1 } ^\infty \frac{n^{2n}}{(n+a)^{n+b} (n+b)^{n+a}}, a > 0, b > 0.
\\
\]
\par$\blacktriangleleft$ Имеем
\\
\[
a_n = \frac{n^{2n}}{(n+a)^{n+b} (n+b)^{n+a}} = \frac{1}{n^{a+b} (1 + \frac{a}{n})^{n+b} (1 + \frac{b}{n})^{n+a}}
\]
\\
Так как последовательности $((1 + \frac{a}{n})^{b+n})$ и $((1 + \frac{b}{n})^{a+n})$ при $n \rightarrow \infty$ стремятся к постоянным $e^a$ и $e^b$ соответственно, то $a_n \approx \frac{e^{-a-b}}{n^{a+b}}$ при $n \rightarrow \infty.$ Следовательно, по теоремам 3 и 4, п.1.5, данный ряд сходится при $a + b > 1. \blacktriangleright$

\[
\par \textbf{56.}\sum\limits_{ i=1 } ^\infty (ln(\frac{1}{n^\alpha}) - ln(sin(\frac{1}{n^{\alpha}}))).
\\
\]
\par$\blacktriangleleft$ Очевидно, если $\alpha \leq 0$, то ряд расходится, ибо общий член ряда не стремится к нулю. Далее, при $\alpha > 0$, используя формулу Маклорена, получаем
\\
\[
a_n = (ln(\frac{1}{n^{\alpha}}) - ln(sin(\frac{1}{n^{\alpha}})) = -ln(n^{\alpha} sin(\frac{1}{n^{\alpha}})) = -ln(n^{\alpha} (\frac{1}{n^{\alpha}} - \frac{1}{6n^{3\alpha}} + o(\frac{1}{n^{3\alpha}}))) = \displaystyle O^*(\frac{1}{n^{2\alpha}}), n \rightarrow \infty.
\]
Таким образом, по теореме 4, п.1.5, ряд сходится при $\alpha > \frac{1}{2}. \blacktriangleright$
\par Исследовать сходимость рядов $\sum\limits_{ i=1 } ^\infty u_n$ со следующими общими членами:
\[
\par \textbf{57.} u_n = (\int\limits_0^n \sqrt[4]{1+x^4}dx)^{-1}
```

```
\\
\]
\par$\blacktriangleleft$ Поскольку
\\
\[
\int\limits_0^n \sqrt[4]{1+x^4}dx > \int\limits_0^n xdx = \frac{n^2}{2},
\]
\newpage
   \begin{flushleft}20\end{flushleft}
\begin{center}
   Гл.1. \textbf{Ряды}
\end{center}
то $0 < u_n < \frac{2}{n^2}$, т.е. по теоремам 1 и 4, п. 1.5., ряд сходится.\blacktriangleright
\\
\par \textbf{58.} Доказать, что сходимость векторного ряда $\sum\limits_{ i=1 } ^\infty A_n в E^k , A_n = (a_{n1}, a_{n2}, ... , a_{nk}), A_n \in E^k$, эквивалентна сходимости всех рядов $\sum\limits_{ i=1 } ^\infty a_{ni} , i = \overline{1,k}.$
\par$\blacktriangleleft$ 1. Пусть все ряды $\sum\limits_{ i=1 } ^\infty a_{ni}, i = \overline{1,k}$, сходятся. Тогда $\exists \lim\limits_{n \to \infty} S_{ni} = S_i$, где $S_{ni}$ и $S_i$ - соответственно частичные суммы и суммы рядов. По определению предела последовательности $\forall\varepsilon > 0 \exists n_0$ такое, что $\forall n > n_0$ выполняются неравенства
\[
|S_{ni} - S_i| < \varepsilon, i = \overline{1,k}.
\]
Отсюда
\[
\sqrt{\sum\limits_{ i=1 } ^k (|S_{ni} - S_i|)^2} < \varepsilon\sqrt{k},
\]
или  $||S_n - S|| < \varepsilon\sqrt{k}$, где $|| * ||$ - норма элемента в $E^k$, $S_n = (S_{n1}, S_{n2}, ... , S_{nk}), S = (S_1, S_2, ... , S_k) = \sum\limits_{ i=1 } ^\infty A_n.$ Следовательно, $\exists \lim\limits_{n \to \infty} S_n = S$ в $E^k$, т.е. по определению 3, п, 1.1, векторный ряд $\sum\limits_{ i=1 } ^\infty A_n$ сходится к S.
\par 2. Пусть сходится векторный ряд $\sum\limits_{ i=1 } ^\infty A_n$ к сумме S, $S \in E^k.$ Тогда по определению 3, п.1.1, $\forall\varepsilon > 0$  $\exists n_0$ такое, что $\forall n > n_0$ выполняется неравенство

\begin{center}
   $||S_n - S|| < \varepsilon$\quad или\quad $\sqrt{\sum\limits_{ i=1 } ^k (|S_{ni} - S_i|)^2} < \varepsilon$
\end{center}
Отсюда
\[
|S_{ni} - S{i}| < \varepsilon \quad \forall i = \overline{1,k},
\]
т.е. сходятся все ряды $\sum\limits_{ i=1 } ^\infty a_{ni}.\blacktriangleright$
\par \textbf{59.} Исследовать на сходимость векторные ряды:
\par а) $\sum\limits_{ n=2 } ^\infty (\frac{1}{n ln(n)}, e^{-n})$;
\par б) $\sum\limits_{ n=1 } ^\infty (e^{-\sqrt{n}}, \frac{ln(n)}{n\sqrt{n}}, \frac{n!}{(2n+1)!!(|sin(n)| + |cos(n)|)})$.
\par $\blacktriangleleft$ а) Поскольку ряд $\sum\limits_{ n=2 } ^\infty \frac{1}{n ln(n)}$ в силу интегрального признака Коши-Маклорена расходится, то данный векторный ряд, по доказанному выше, также расходится.
\par б) Для сходимости данного векторного ряда необходимо и достаточно, чтобы сходились все три ряда:
\[
\sum\limits_{ n=1 } ^\infty e^{-\sqrt{n}},\quad \sum\limits_{ n=1 } ^\infty \frac{ln(n)}{n\sqrt{n}},\quad \sum\limits_{ n=1 } ^\infty \frac{n!}{(2n+1)!!(|sin(n)| + |cos(n)|)}.
\]
К первому ряду применим признак Раабе:\\
$\lim\limits_{n \to \infty} n (exp [\sqrt{n+1} - \sqrt{n}] - 1) = \lim\limits_{n \to \infty} n (exp [\frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}] - 1) = $

\newpage

\end{document}
```

7. Сценарий выполнения работы [план работы, первоначальный текст программы в черновике (можно на отдельном листе) и тесты либо соображения по тестированию].

Отсюда, на основании интегрального признака и теоремы 3, п.1.5, заключаем, что данный ряд сходится. ▶

53. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^2\left(\sin\frac{1}{n}\right)}$.

◀ Поскольку $\sin\frac{1}{n} > \frac{2}{\pi n}$, $n \in \mathbb{N}$, то $\ln^2\left(\sin\frac{1}{n}\right) < \ln^2\left(\frac{\pi n}{2}\right)$. Следовательно,

$$\frac{1}{\ln^2\left(\sin\frac{1}{n}\right)} > \frac{1}{\ln^2\left(\frac{\pi n}{2}\right)} > \frac{2}{\pi n \ln\frac{\pi n}{2}} = O^{*}\left(\frac{1}{n\ln n}\right), \quad n \to \infty.$$

Таким образом, на основании интегрального признака и теоремы 3, п.1.5, из последнего соотношения следует, что данный ряд расходится. ▶

54. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (n^{n^{\alpha}} - 1)$.

◀ При $\alpha \geqslant 0$ ряд расходится, так как общий член ряда не стремится к нулю при $n \to \infty$. Поэтому будем считать, что $\alpha < 0$, и при установлении порядка стремления общего члена ряда при $n \to \infty$ будем пользоваться формулой Маклорена. Имеем

$$n^{n^{\alpha}} - 1 = \exp(n^{\alpha}\ln n) - 1 = \frac{\ln n}{n^{-\alpha}} + o\left(\frac{\ln n}{n^{-\alpha}}\right) = O^{*}\left(\frac{\ln n}{n^{-\alpha}}\right), \quad n \to \infty.$$

Отсюда, на основании интегрального признака и теоремы 3, п.1.5, видим, что ряд сходится при $\alpha < -1$. ▶

55. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^{2n}}{(n+a)^{n+b}(n+b)^{n+a}}$, $a > 0$, $b > 0$.

◀ Имеем

$$a_n = \frac{n^{2n}}{(n+a)^{n+b}(n+b)^{n+a}} = \frac{1}{n^{a+b}\left(1+\frac{a}{n}\right)^{n+b}\left(1+\frac{b}{n}\right)^{n+a}}.$$

Так как последовательности $\left(\left(1+\frac{a}{n}\right)^{b+n}\right)$ и $\left(\left(1+\frac{b}{n}\right)^{a+n}\right)$ при $n \to \infty$ стремятся к постоянным e^a и e^b соответственно, то $a_n \sim \frac{e^{-a-b}}{n^{a+b}}$ при $n \to \infty$. Следовательно, по теоремам 3 и 4, п.1.5, данный ряд сходится при $a + b > 1$. ▶

56. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\ln\frac{1}{n^{\alpha}} - \ln\left(\sin\frac{1}{n^{\alpha}}\right)\right)$.

◀ Очевидно, если $\alpha \leqslant 0$, то ряд расходится, ибо общий член ряда не стремится к нулю. Далее, при $\alpha > 0$, используя формулу Маклорена, получаем

$$a_n = \ln\frac{1}{n^{\alpha}} - \ln\left(\sin\frac{1}{n^{\alpha}}\right) = -\ln\left(n^{\alpha}\sin\frac{1}{n^{\alpha}}\right) =$$
$$= -\ln\left(n^{\alpha}\left(\frac{1}{n^{\alpha}} - \frac{1}{6n^{3\alpha}} + o\left(\frac{1}{n^{3\alpha}}\right)\right)\right) = O^{*}\left(\frac{1}{n^{2\alpha}}\right), \quad n \to \infty.$$

Таким образом, по теореме 4, п.1.5, ряд сходится при $\alpha > \frac{1}{2}$. ▶

Исследовать сходимость рядов $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ со следующими общими членами:

57. $u_n = \left(\int\limits_0^n \sqrt[4]{1+x^4}\,dx\right)^{-1}$.

◀ Поскольку

$$\int\limits_0^n \sqrt[4]{1+x^4}\,dx > \int\limits_0^n x\,dx = \frac{n^2}{2},$$

то $0 < u_n < \frac{2}{n^2}$, т.е. по теоремам 1 и 4, п.1.5, ряд сходится. ▶

58. Доказать, что сходимость векторного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} A_n$ в $\mathbf{E}^k$, $A_n = (a_{n1}, a_{n2}, \ldots, a_{nk})$, $A_n \in \mathbf{E}^k$, эквивалентна сходимости всех рядов $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_{ni}$, $i = \overline{1, k}$.

◀ 1. Пусть все ряды $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_{ni}$, $i = \overline{1, k}$, сходятся. Тогда $\exists \lim\limits_{n\to\infty} S_{ni} = S_i$, где S_{ni} и S_i — соответственно частичные суммы и суммы рядов. По определению предела последовательности $\forall \varepsilon > 0$ $\exists n_0$ такое, что $\forall n > n_0$ выполняются неравенства

$$|S_{ni} - S_i| < \varepsilon, \quad i = \overline{1, k}.$$

Отсюда

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{k} |S_{ni} - S_i|^2} < \varepsilon\sqrt{k},$$

или $\|S_n - S\| < \varepsilon\sqrt{k}$, где $\|\cdot\|$ — норма элемента в $\mathbf{E}^k$, $S_n = (S_{n1}, S_{n2}, \ldots, S_{nk})$, $S = (S_1, S_2, \ldots, S_k) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} A_n$. Следовательно, $\exists \lim\limits_{n\to\infty} S_n = S$ в $\mathbf{E}^k$, т.е. по определению 3, п, 1.1, векторный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} A_n$ сходится к S.

2. Пусть сходится векторный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} A_n$ к сумме S, $S \in \mathbf{E}^k$. Тогда по определению 3, п.1.1, $\forall \varepsilon > 0$ $\exists n_0$ такое, что $\forall n > n_0$ выполняется неравенство

$$\|S_n - S\| < \varepsilon \quad \text{или} \quad \sqrt{\sum_{i=1}^{k} |S_{ni} - S_i|^2} < \varepsilon.$$

Отсюда

$$|S_{ni} - S_i| < \varepsilon \quad \forall_i = \overline{1, k},$$

т.е. сходятся все ряды $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_{ni}$. ▶

59. Исследовать на сходимость векторные ряды:

а) $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{n\ln n}, e^{-n}\right)$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(e^{-\sqrt{n}}, \frac{\ln n}{n\sqrt{n}}, \frac{n!}{(2n+1)!!(|\sin n| + |\cos n|)}\right)$.

◀ а) Поскольку ряд $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\ln n}$ в силу интегрального признака Коши—Маклорена расходится, то данный векторный ряд, по доказанному выше, также расходится.

б) Для сходимости данного векторного ряда необходимо и достаточно, чтобы сходились все три ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} e^{-\sqrt{n}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n\sqrt{n}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(2n+1)!!(|\sin n| + |\cos n|)}.$$

К первому ряду применим признак Раабе:

$$\lim_{n\to\infty} n\left(\exp\left\{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}\right\} - 1\right) = \lim_{n\to\infty} n\left(\exp\left\{\frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}\right\} - 1\right) =$$

Пункты 1-7 отчета составляются строго до начала лабораторной работы.

Допущен к выполнению работы. **Подпись преподавателя** ____________________

8. Распечатка протокола (подклеить листинг окончательного варианта программы с тестовыми примерами, подписанный преподавателем).

Отсюда, на основании интегрального признака и теоремы 3, п.1.5, заключаем, что данный ряд сходится. ►

53. $\sum\limits_{i=1}^{\infty} \frac{1}{ln^2(sin(\frac{1}{n})}$.

◄ Поскольку $sin(\frac{1}{n}) > \frac{2}{\pi n}, n \in N$, то $ln^2(sin(\frac{1}{n}) < ln^2(sin(\frac{\pi n}{2})$. Следовательно,
$\frac{1}{ln^2(sin(\frac{1}{n})} > \frac{1}{ln^2(\frac{\pi n}{2})} > \frac{2}{\pi n ln(\frac{\pi n}{2})} = O^*(\frac{1}{nln(n)}), n \to \infty$.

Таким образом, на основании интегрального признака и теоремы 3, п.1.5, из последнего соотношения следует, что данный ряд расходится. ►

54. $\sum\limits_{i=1}^{\infty} (n^{n^{\alpha}} - 1)$.

При $\alpha \geq 0$ ряд расходится, так как общий член ряда не стремится к нулю при $n \to \infty$. Поэтому будем считать, что $\alpha < 0$, и при установлении порядка стремления общего члена ряда при $n \to \infty$ будем пользоваться формулой Маклорена. Имеем

$$n^{n^{\alpha}} - 1 = exp(n^{\alpha} ln(n)) - 1 = \frac{ln(n)}{n^{-\alpha}} + o(\frac{ln(n)}{n^{-\alpha}}) = O^*(\frac{ln(n)}{n^{-\alpha}}), n \to \infty.$$

Отсюда, на основании интегрального признака и теоремы 3, п.1.5, видим, что ряд сходится при $\alpha < -1$. ►

55. $\sum\limits_{i=1}^{\infty} \frac{n^{2n}}{(n+a)^{n+b}(n+b)^{n+a}}, a > 0, b > 0$.

◄ Имеем

$$a_n = \frac{n^{2n}}{(n+a)^{n+b}(n+b)^{n+a}} = \frac{1}{n^{a+b}(1+\frac{a}{n})^{n+b}(1+\frac{b}{n})^{n+a}}$$

Так как последовательности $((1+\frac{a}{n})^{b+n})$ и $((1+\frac{b}{n})^{a+n})$ при $n \to \infty$ стремятся к постоянным e^a и e^b соответственно, то $a_n \approx \frac{e^{-a-b}}{n^{a+b}}$ при $n \to \infty$. Следовательно, по теоремам 3 и 4, п.1.5, данный ряд сходится при $a + b > 1$. ►

56. $\sum\limits_{i=1}^{\infty} (ln(\frac{1}{n^{\alpha}}) - ln(sin(\frac{1}{n^{\alpha}})))$.

◄ Очевидно, если $\alpha \leq 0$, то ряд расходится, ибо общий член ряда не стремится к нулю. Далее, при $\alpha > 0$, используя формулу Маклорена, получаем

$$a_n = (ln(\frac{1}{n^{\alpha}}) - ln(sin(\frac{1}{n^{\alpha}})) = -ln(n^{\alpha} sin(\frac{1}{n^{\alpha}})) = -ln(n^{\alpha}(\frac{1}{n^{\alpha}} - \frac{1}{6n^{3\alpha}} + o(\frac{1}{n^{3\alpha}}))) = O^*(\frac{1}{n^{2\alpha}}), n \to \infty.$$

Таким образом, по теореме 4, п.1.5, ряд сходится при $\alpha > \frac{1}{2}$. ►

Исследовать сходимость рядов $\sum\limits_{i=1}^{\infty} u_n$ со следующими общими членами:

57. $u_n = (\int\limits_0^n \sqrt[4]{1+x^4}dx)^{-1}$

◄ Поскольку

$$\int\limits_0^n \sqrt[4]{1+x^4}dx > \int\limits_0^n xdx = \frac{n^2}{2},$$

то $0 < u_n < \frac{2}{n^2}$, т.е. по теоремам 1 и 4, п. 1.5., ряд сходится.►

58. Доказать, что сходимость векторного ряда $\sum\limits_{i=1}^{\infty} A_n E^k, A_n = (a_{n1}, a_{n2}, ..., a_{nk}), A_n \in E^k$, эквивалентна сходимости всех рядов $\sum\limits_{i=1}^{\infty} a_{ni}, i = \overline{1,k}$.

◄ 1. Пусть все ряды $\sum\limits_{i=1}^{\infty} a_{ni}, i = \overline{1,k}$, сходятся. Тогда $\exists \lim\limits_{n\to\infty} S_{ni} = S_i$, где S_{ni} и S_i - соответственно частичные суммы и суммы рядов. По определению предела последовательности $\forall \varepsilon > 0 \exists n_0$ такое, что $\forall n > n_0$ выполняются неравенства

$$|S_{ni} - S_i| < \varepsilon, i = \overline{1,k}.$$

Отсюда

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{k} (|S_{ni} - S_i|)^2} < \varepsilon\sqrt{k},$$

или $||S_n - S|| < \varepsilon\sqrt{k}$, где $||*||$ - норма элемента в E^k, $S_n = (S_{n1}, S_{n2}, ..., S_{nk}), S = (S_1, S_2, ..., S_k) = \sum\limits_{i=1}^{\infty} A_n$. Следовательно, $\exists \lim\limits_{n\to\infty} S_n = S$ в E^k, т.е. по определению 3, п, 1.1, векторный ряд $\sum\limits_{i=1}^{\infty} A_n$ сходится к S.

2. Пусть сходится векторный ряд $\sum\limits_{i=1}^{\infty} A_n$ к сумме S, $S \in E^k$. Тогда по определению 3, п.1.1, $\forall \varepsilon > 0$ $\exists n_0$ такое, что $\forall n > n_0$ выполняется неравенство

$$||S_n - S|| < \varepsilon \quad \text{или} \quad \sqrt{\sum_{i=1}^{k} (|S_{ni} - S_i|)^2} < \varepsilon$$

Отсюда

$$|S_{ni} - Si| < \varepsilon \quad \forall i = \overline{1,k},$$

т.е. сходятся все ряды $\sum\limits_{i=1}^{\infty} a_{ni}$. ►

59. Исследовать на сходимость векторные ряды:

а) $\sum\limits_{n=2}^{\infty} (\frac{1}{nln(n)}, e^{-n})$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (e^{-\sqrt{n}}, \frac{ln(n)}{n\sqrt{n}}, \frac{n!}{(2n+1)!!(|sin(n)|+|cos(n)|)})$.

◄ а) Поскольку ряд $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{nln(n)}$ в силу интегрального признака Коши-Маклорена расходится, то данный векторный ряд, по доказанному выше, также расходится.

б) Для сходимости данного векторного ряда необходимо и достаточно, чтобы сходились все три ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} e^{-\sqrt{n}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{ln(n)}{n\sqrt{n}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(2n+1)!!(|sin(n)| + |cos(n)|)}.$$

К первому ряду применим признак Раабе:

$\lim\limits_{n\to\infty} n(exp[\sqrt{n+1} - \sqrt{n}] - 1) = \lim\limits_{n\to\infty} n(exp[\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}] - 1) =$

9 **Дневник отладки** должен содержать дату и время сеансов отладки, и основные события (ошибки в сценарии и программе, нестандартные ситуации) и краткие комментарии к ним. В дневнике отладки приводятся сведения об использовании других ЭВМ, существенном участии преподавателя и других лиц в написании и отладке программы.

№	Лаб. или	Дата	Время	Событие	Действие по исправлению	Примечание

	дом.					

10 **Замечания автора** по существу работы

11 Выводы: Программа составлена

Недочёты при выполнении задания могут быть устранены следующим образом:

____

____

____

Подпись студента __________________