

数字图像处理 第七周作业

王浩宇 无 82 2018010389

题目 1：对所给 lena 图使用理想低通滤波器和巴特沃斯低通滤波器进行频域增强，滤波器参数自定。

Lena 原图(256×256)如下：

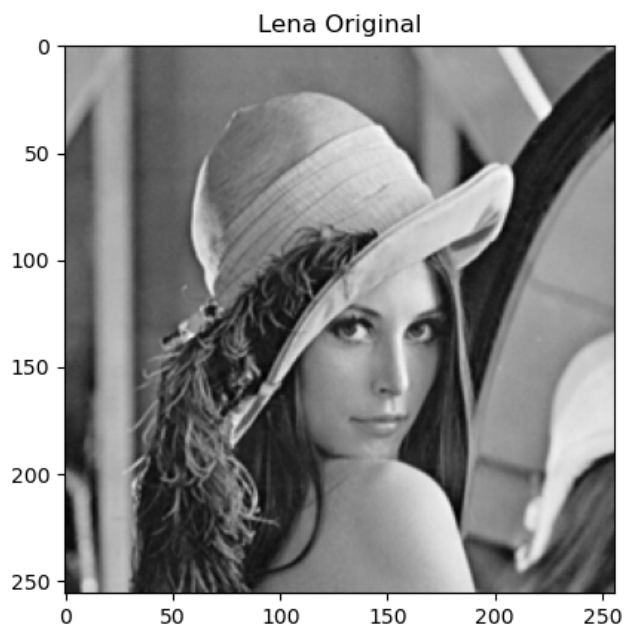


图 1 Lena 原图

其 Fourier 变换的幅值如下(经过了对数变换)：

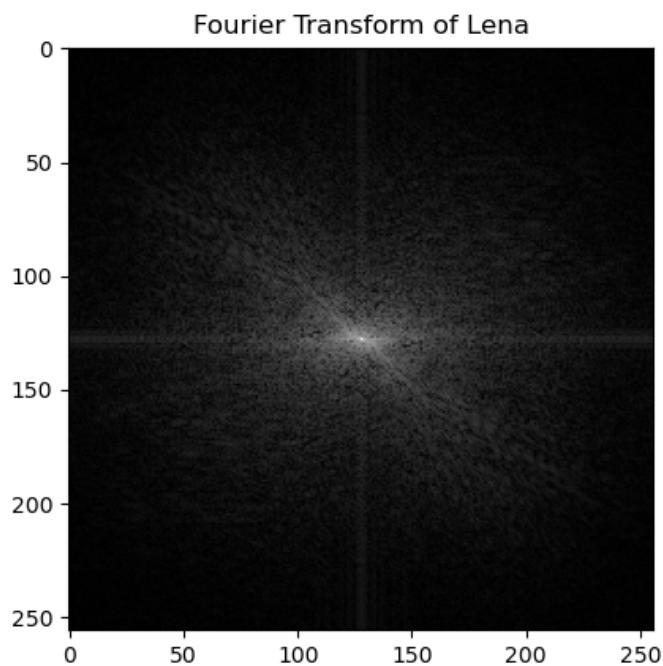


图 2 Lena 频域图像

由上图可知，Lena 图中大部分信息均保留在了低频部分，大致分布在半径为 30 个像素的圆内。下面分别使用两种低通滤波器，并改变其参数，观察低通滤波的效果。

1. 使用理想低通滤波器

理想低通滤波器只有一个参数 D_0 ，即描述了滤波器的截止频率。其数学形式可以描述为

$$H(u, v) = \begin{cases} 0 & \text{if } D(u, v) < D_0 \\ 1 & \text{if } D(u, v) > D_0 \end{cases}$$

下面分别使用 $D_0 = 16, 32, 64, 128$ 的低通滤波器对原图像进行处理

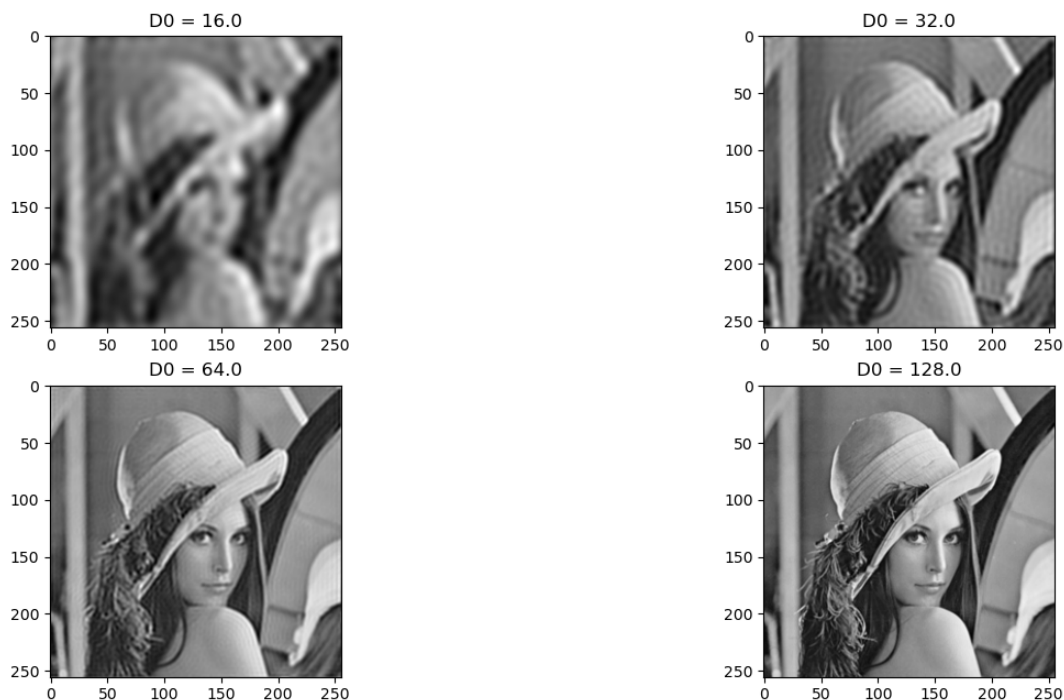


图 3 不同参数理想低通滤波器处理效果

由上图可知，当 $D_0 = 16 < 30$ 时，由于截止频率太低，导致原图中有相当一部分信息丢失，因此此时低通滤波结果只能看到模糊的人影，丢失了图像的细节。

当 $D_0 = 32 > 30$ 时，此时低通滤波结果基本保留了图像的所有信息。但是此时振铃现象十分严重，同时人脸细节上仍稍显模糊。

当 $D_0 = 64$ 时，低通滤波后的图像和原图基本一致，但还有微弱的振铃现象。而当 $D_0 = 128$ 时，振铃现象已经十分微弱，同时滤波后图像能够很好的呈现出原图的细节。

综上，当理想低通滤波器截止频率大于某一阈值 D_{th} 时，滤波后的图像便基本能够呈现出原图像的信息，此时影响图像质量的主要因素是滤波的振铃效应。增大 D_0 的值能够逐渐减小滤波带来的振铃效应。

2. 使用巴特沃斯滤波器

巴特沃斯滤波器由两个参数决定，截止频率 D_0 以及滤波器阶数 N 。其数学形式可以表达如下：

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D(u, v)/D_0]^{2N}}$$

下面将展示参数 D_0 与参数 N 对滤波器的影响(取滤波器中心剖面):

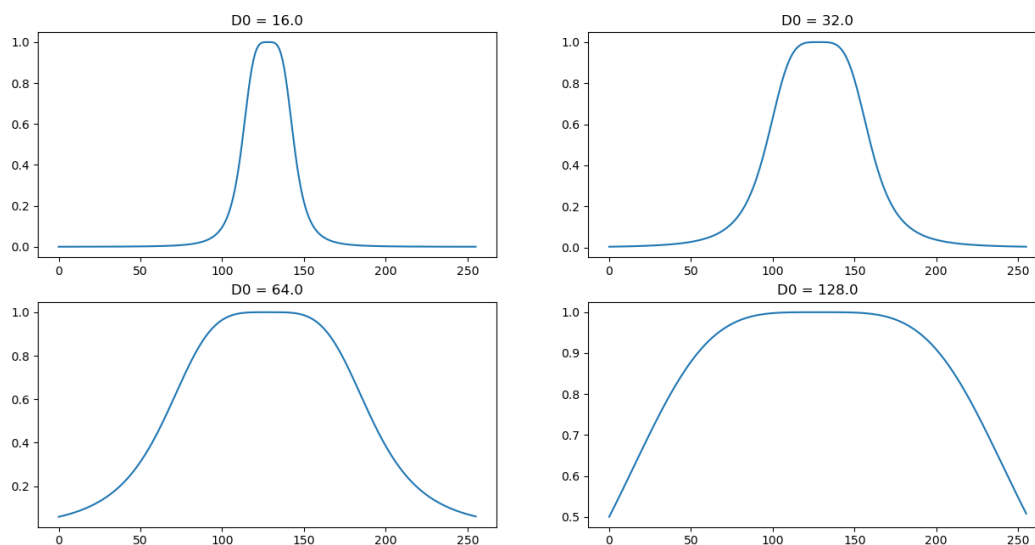


图 4 截止频率 D_0 对巴特沃斯滤波器的影响($N = 2$)

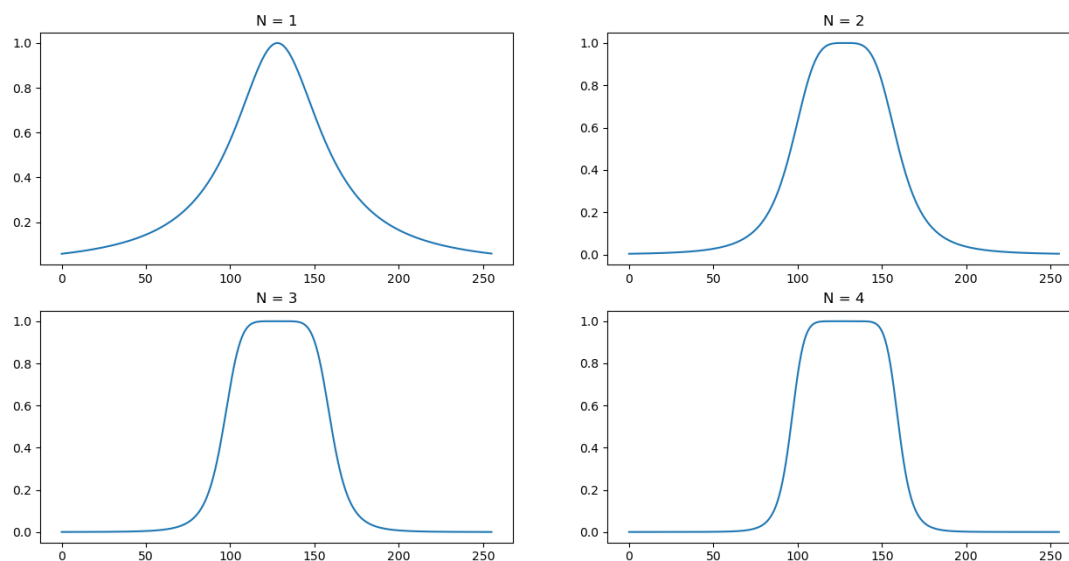
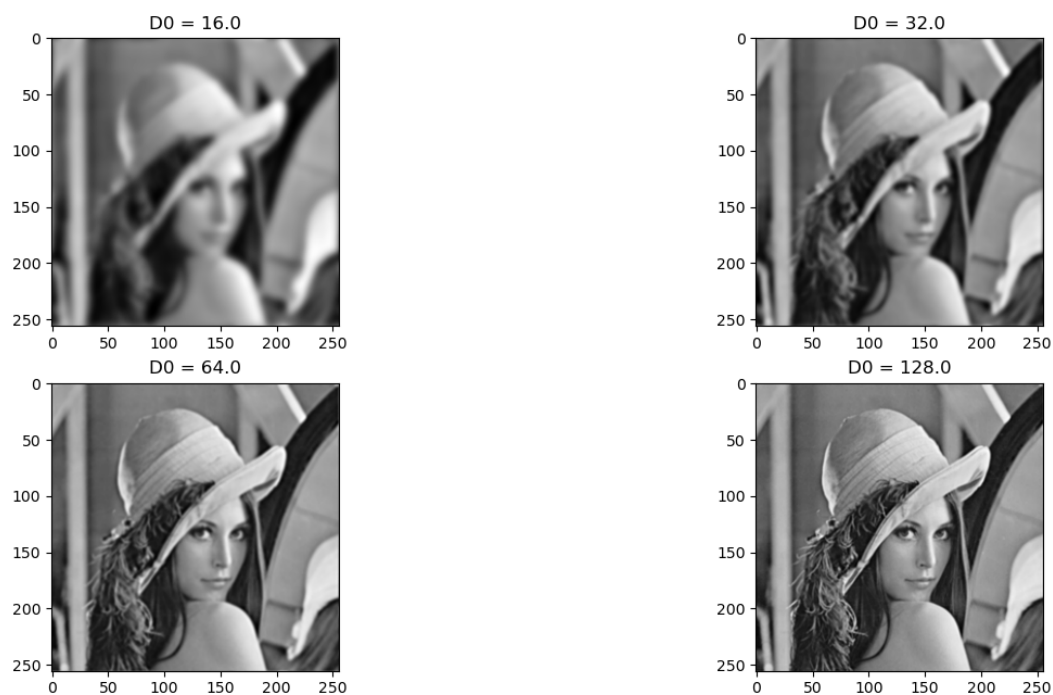
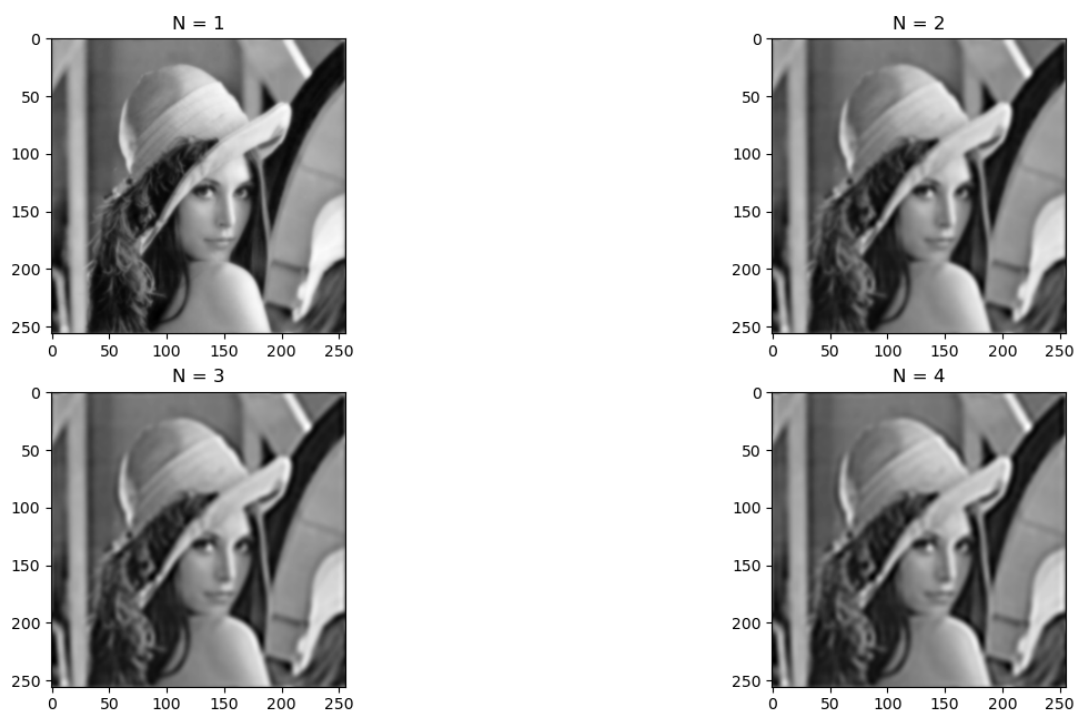


图 5 滤波器阶数 N 对巴特沃斯滤波器的影响($D_0 = 64$)

由上图可知,截止频率影响了滤波器的通带宽度以及过渡带宽度。一般而言,截止频率越高,滤波器通带宽度越大,过渡带宽度越长,滤波器越平滑。因而振铃效应越弱,滤波后图像保存的信息应当越多。滤波器阶数影响了滤波器过渡带宽度。随着阶数 N 增加,过渡带宽度越窄,频率响应越陡峭,越接近于理想低通滤波器。从而振铃效应越强,同时丢失的高频信息也越多。

下面展示在不同参数的巴特沃斯滤波器条件下对原图的低通滤波效果。

图 6 截止频率 D_0 对滤波效果的影响($N = 2$)图 7 滤波器阶数 N 对滤波器效果的影响($D_0 = 64$)

由上图可知，在相同的截止频率条件下，巴特沃斯滤波器的振铃效应要弱于理想低通滤波器。同样的，随着截止频率的增加，低通滤波得到的图像和原图像越接近。

在相同截止频率的条件下，在阶数 $N = 1$ 时，低通滤波后的图像和原图像最为接近，同时又有一种蒙上了一层纱布的感觉。随着阶数的增加，图像变得越来越模糊，丢失的高频信息增加，同时振铃效应变强，和理论分析结果一致。

题目 2：对所给电路图进行频域锐化增强

电路板原图如下(448×464):

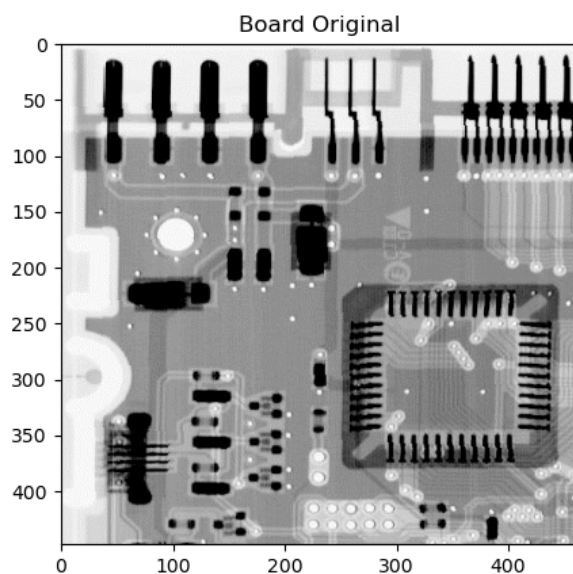


图 8 电路板原图

其傅里叶变化的幅值如下图所示(经过了对数变换):

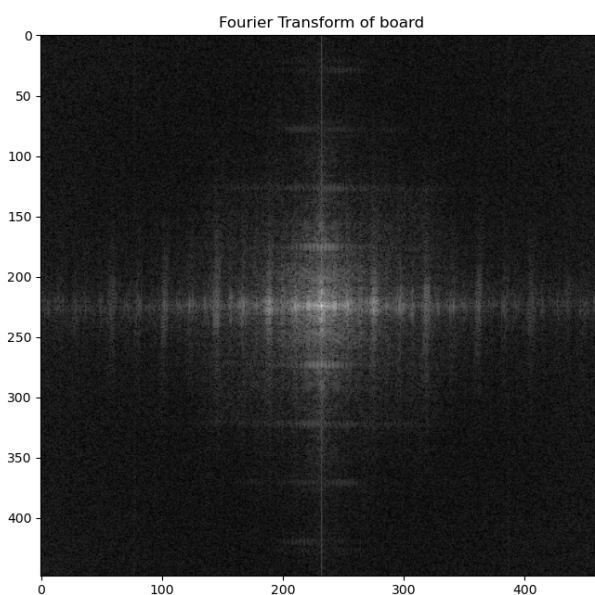


图 9 电路板频域图

下面分别使用高频增强和高频提升两种锐化增强算法对原图进行处理

1. 高频增强滤波

高频增强滤波指在原始图像的的基础上叠加原图像的高频分量，用数学形式可以表达为：

$$H_{hfe}(u, v) = a + bH_{fp}(u, v)$$

其中 $H_{fp}(u, v)$ 为高通滤波器。在本实验中，为减小振铃效应并提升图像质量，高通滤波器选取 $D_0 = 56, N = 1$ 的巴特沃斯高通滤波器。实验中选取参数 $a = 0.5, b = 1.75$ 。实验结果如下：

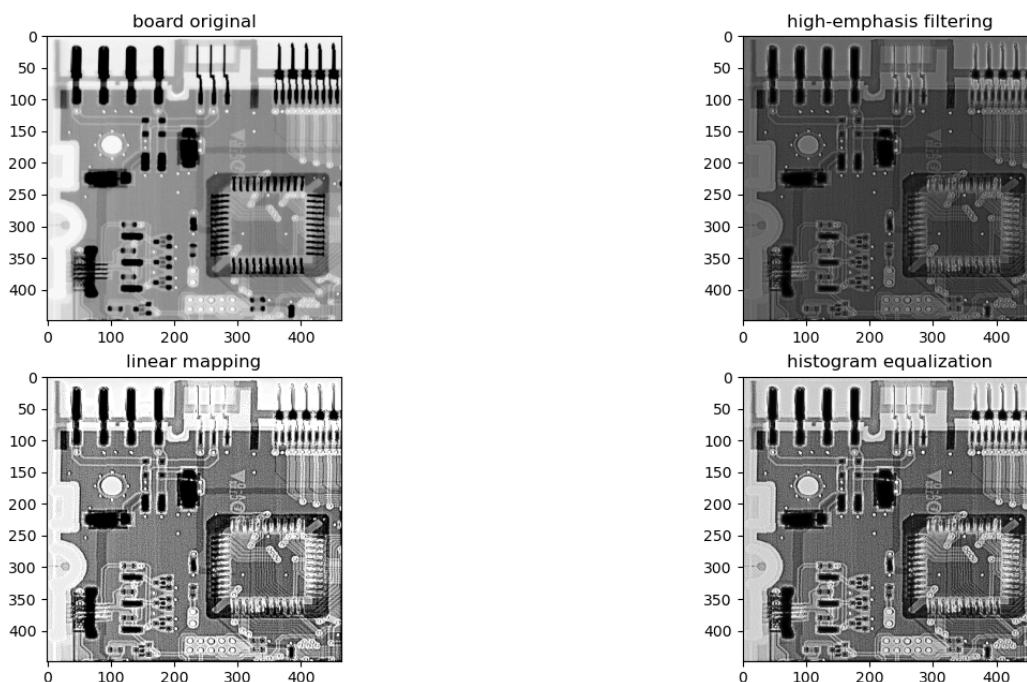


图 10 对原图进行高频增强滤波

由上图可知经过了高频增强滤波后图像实现了锐化，突出的图像的边缘。如下图所示：

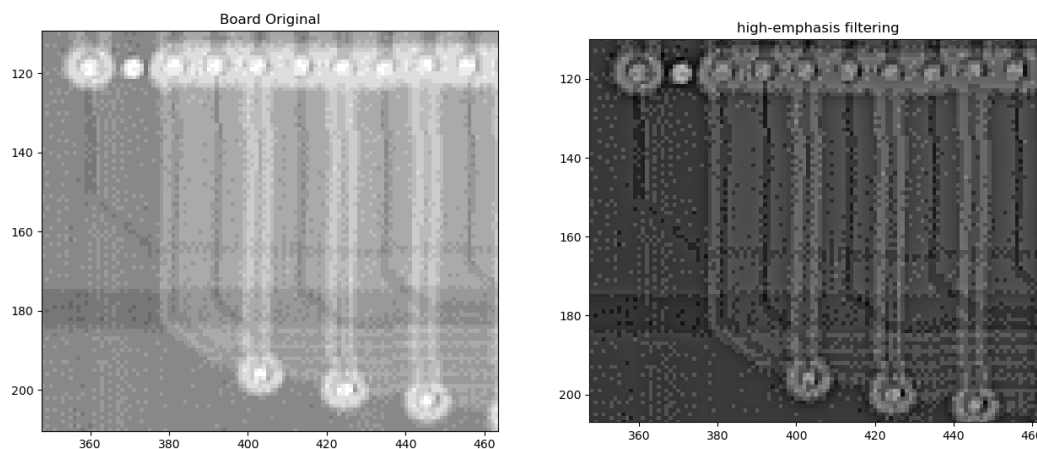


图 11 高频增强滤波前后细节对比图

同时，发现对图像经过了高频增强以后，原图像的灰度值范围明显变小，整体上偏暗。因此需要对高频增强后的图像进行灰度拓展。在本实验中使用两种方法实现拓展。一是利用线性灰度映射关系。映射关系为(u 为原始灰度级)：

$$f(u) = \begin{cases} 0 & u < 0.1 \\ \frac{1}{0.3}(u - 0.1) & 0.1 < u < 0.4 \\ 1 & u > 0.4 \end{cases}$$

另一种方法是使用直方图均衡化，对高频滤波后的图像进行灰度拓展。两种方法均能达到扩展要求。感觉上线性映射的灰度范围和原图更加接近，且线性映射的参数可调，鲁棒性更强。

2. 高频提升滤波

高频提升滤波是指在频域上原图像乘上一个放大系数 A ，然后减去其低频分量 F_L ，以得到高频提升后的频域分布。在数学上可以表达为：

$$F_{\text{hfb}}(u, v) = AF(u, v) - F_L(u, v) = (A - 1)F(u, v) + F_H(u, v)$$

由上述数学推导可知，当 $a = A - 1, b = 1$ 时高频提升滤波于高频增强滤波在数学上是等价的。本实验中选取的低通滤波器为巴特沃斯低通滤波器，参数为 $D_0 = 56, N = 1$ 。放大系数 $A = 1.4$ 。实验结果如下：

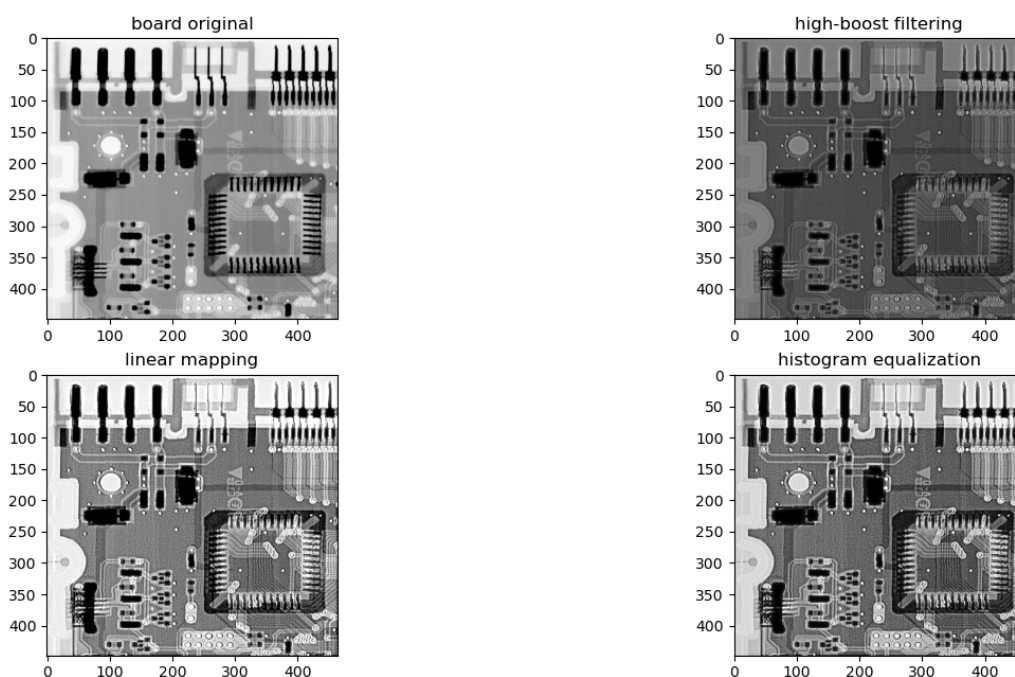
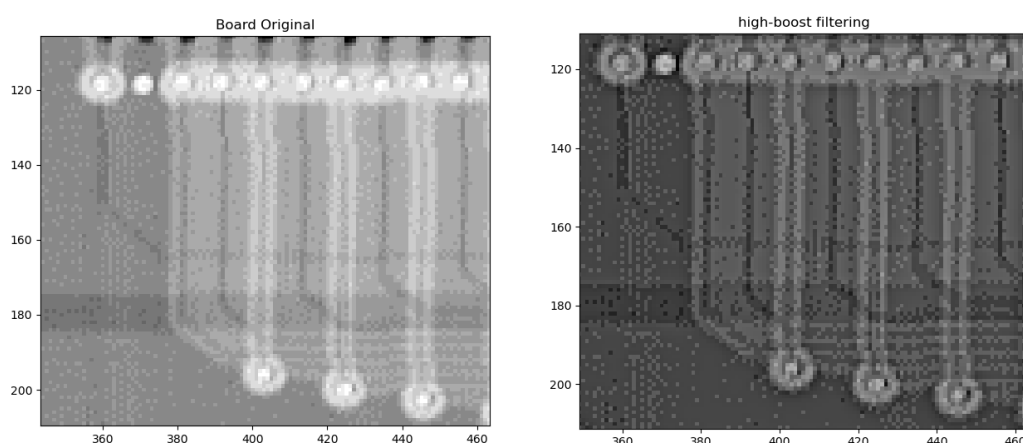


图 12 对原图进行高频提升滤波

由上图可知经过了高频提升滤波后图像实现了锐化，突出的图像的边缘。如下图所示：



同样的，经过了高频提升滤波后同样存在由原图像灰度范围缩小的问题，灰度整体上偏暗。因此对高频提升后的滤波进行灰度线性映射以及直方图均衡化操作。其中线性灰度映射关系如下：

$$f(u) = \begin{cases} 0 & u < 0.1 \\ \frac{1}{0.4}(u - 0.1) & 0.1 < u < 0.5 \\ 1 & u > 0.5 \end{cases}$$

由图 12 可知，两种方法均能实现灰度拓展的要求。