



Universidade

Estadual de Londrina

Centro de Tecnologia e Urbanismo  
Departamento de Engenharia Elétrica

Laboratório de 2ele044 T-1011 e T-1012

Londrina, \_\_ de \_\_\_\_ de 2015.

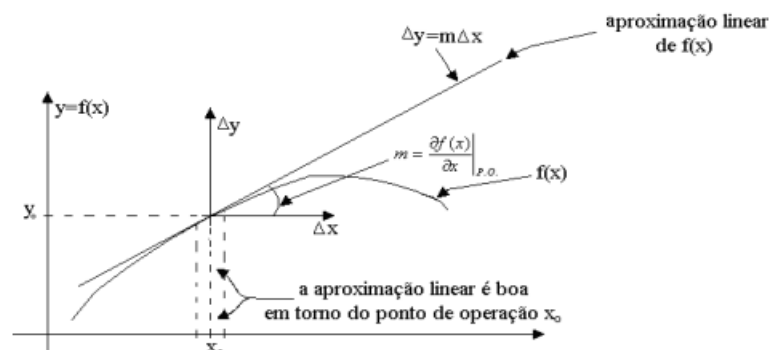
Nome:

Linearização de sistemas

$$y \cong \underbrace{f(x_o)}_{y_o} + \underbrace{\left. \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right|_{x=x_o}}_m \underbrace{(x-x_o)}_{\Delta x} \Rightarrow y = y_o + m\Delta x \Rightarrow \underbrace{y - y_o}_{\Delta y} = m\Delta x \Rightarrow \Delta y = m\Delta x$$

que é um sistema linear  
(vide exemplo 1)

Interpretação geométrica





Universidade

Estadual de Londrina



**Centro de Tecnologia e Urbanismo  
Departamento de Engenharia Elétrica**

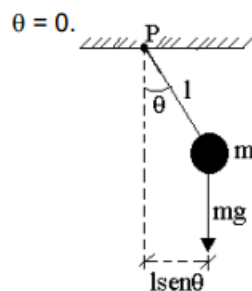
Laboratório de Zele044 T-1011 e T-1012

Londrina, \_\_ de \_\_\_\_ de 2015.

Nome:

Obs.: Se o cálculo de  $y_0, m_1, m_2, \dots, m_n$  não for possível de ser realizado devido à ocorrência de divisão por zero, diz-se que o sistema não é linearizável em torno do P.O. em questão.

Exemplo: Linearize a função que corresponde ao momento (torque) que a massa  $m$  faz com relação ao ponto "P" do pêndulo simples abaixo. Linearizar em torno do ponto de operação  $\theta = 0$ .



O momento é:  $I = F \cdot r$ , sendo  
 $r = l \sin(\theta)$  e  $F = mg$   
Logo  $I = mgl \sin(\theta)$

então  $g(\theta) = mgl \sin(\theta)$

Note que  $g(\theta)$  é não linear, pois  
 $\theta = \theta_1 \Rightarrow \sin(\theta_1)$   
 $\theta = \theta_2 \Rightarrow \sin(\theta_2)$   
se  
 $\theta = \alpha\theta_1 + \beta\theta_2 \Rightarrow \sin(\alpha\theta_1 + \beta\theta_2) \neq \alpha\sin\theta_1 + \beta\sin\theta_2$   
 $\therefore$  é não linear



Universidade

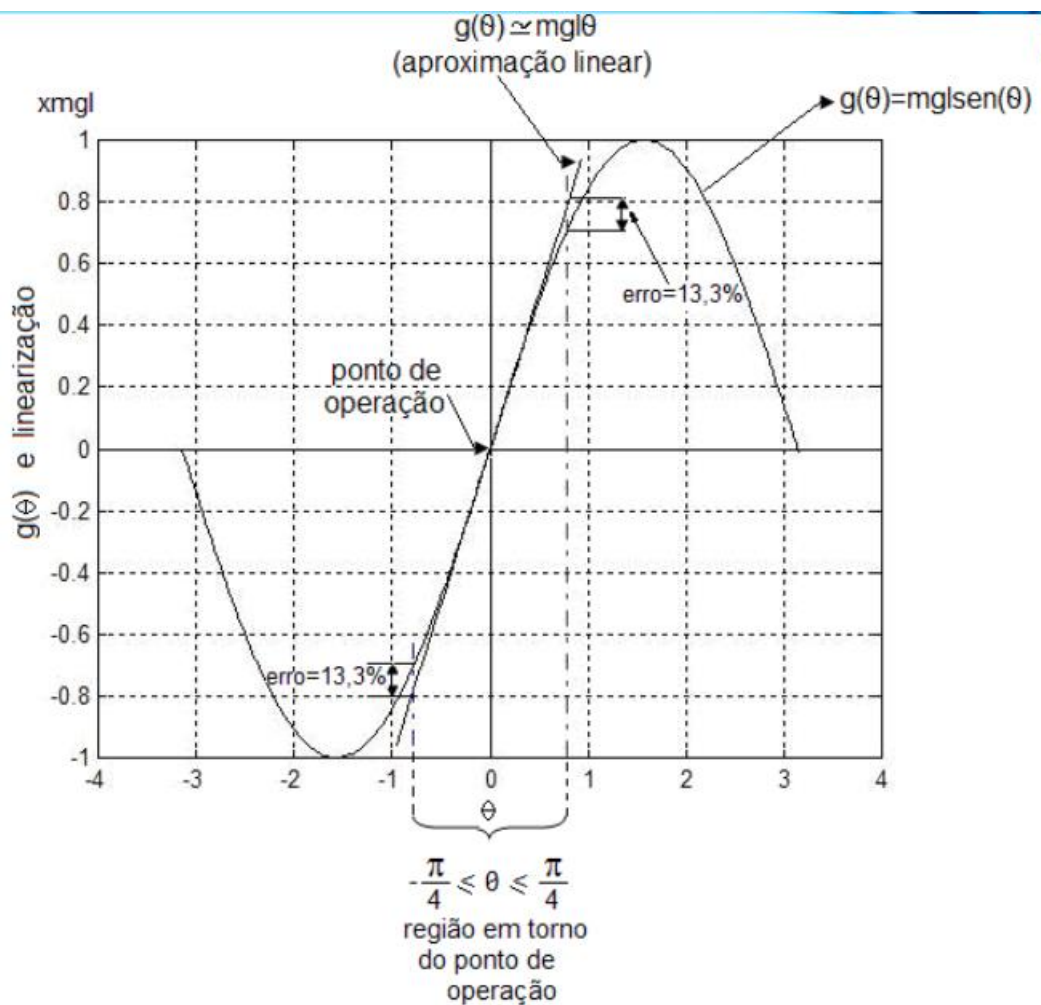
Estadual de Londrina

Centro de Tecnologia e Urbanismo  
Departamento de Engenharia Elétrica

Laboratório de Zele044 T-1011 e T-1012

Londrina, \_\_ de \_\_\_\_ de 2015.

Nome: \_\_\_\_\_





Universidade

Estadual de Londrina

Centro de Tecnologia e Urbanismo  
Departamento de Engenharia Elétrica

Laboratório de 2ele044 T-1011 e T-1012

Londrina, \_\_ de \_\_\_\_ de 2015.

Nome:

1. Uma mola apresenta a força versus deslocamento como mostrado na figura a seguir, Encontre a constante da mola para pequenas variações, em torno do ponto de operação  $x_0$ , quando  $x_0$  é -1,4; 0; 3.5. Livro Dorf E 2.11. Pesquise qual é o modelo não linear da mola?
2. Linearize e mostre graficamente o intervalo onde o modelo linear se comporta como o não linear.

