# Unid.5 - Modulação e Demodulação Angular (Frequência e Fase)

Autor: Prof. Dr. Taufik Abrão 2002

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

2

# 1 3ELE002 - Circuitos de Comunicação (Teoria)

## 1.1 Conteúdo

- 1. Circuitos Ressonantes e Filtros
- 2. Osciladores de RF
- 3. Misturadores e conversores de frequência
- 4. Moduladores e Demoduladores AM
- 5. Moduladores e Demoduladores FM e PM
- 6. Amplificadores Sintonizados e de potência em RF;
  - a. Redes Adaptadoras de Impedância
  - b. Carta de Smith
- 7. Multiplicadores de frequência.

# 2 Modulação e Demodulação Analógicas

- Introdução
- AM Amplitude Modulada: modulação e demodulação
  - AM DSB; AM DSB/SC e AM SSB
- PM Modulação e Demodulação em Fase
- FM Demoduladores/Detectores
- Introdução à modulação/demodulação digital

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

# 3 PM - Modulação e Demodulação Angular [1]

• informação é transmitida modulando-se a fase ou freq da portadora:

$$S(t) = A(t)\cos\left[\omega_c t + \theta(t)\right] \tag{1}$$

4

- $-\theta\left(t\right)=$  modulação angular; idealmente,  $A\left(t\right)=cte$
- em **FM**, a freq instantânea é feita variável em torno de  $\omega_c$  através de um quantidade proporcional à tensão do sinal modulante:

$$\omega\left(t\right) = \omega_c + K_o V_m\left(t\right) \tag{2}$$

que pode ser implementado a partir de um oscilador VCO linear alimentado por um sinal de áudio, figura . A excursão em torno da freq central,  $K_oV_m\left(t\right)$ , é denominada **desvio de freq** (em rad). Em FM comercial, máximo desvio é  $\pm 75KHz$ , isto é:

$$\Delta f = \frac{K_o V_m|_{\text{max}}}{2\pi} = 75000 \ [Hz]$$

- Índice de modulação FM: desvio máximo de fase atingido pelo sinal modulado

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{\Delta \omega}{\omega_m} \quad [\text{rad}] \tag{3}$$

- desvantagem em relação à modulação AM: ocupa maior BW
- vantagem: maior discriminação do sinal em ambiente com alto nível de ruído e sinais interferentes.
- modulação angular subdividida em:
  - modulação de **fase**: a fase da portadora é variável.
  - modulação de freq: derivada da fase da portadora (= freq) é variável.
  - na prática, as modulações em freq e fase são equivalentes:
    - \* mudanças na freq da portadora ⇒ alterações de fase
    - \* modulação na fase da portadora ⇒ também resulta em modulação na freq
- Seja FM comercial de radiodifusão modulado por um único tom de áudio:  $V_m\left(t\right)=A\cos\omega_m t.$

DEEL - Telecomunicações

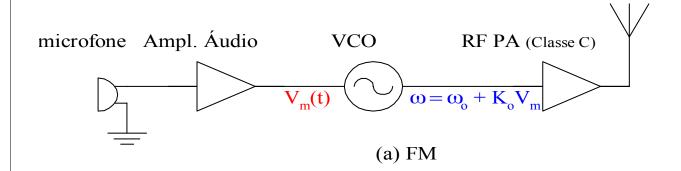
3ELE002 - Circuitos de Comunicação

a freq instantânea do VCO será:

$$\omega\left(t\right) = \omega_c + K_o B \cos \omega_m t$$

- a fase instantânea será a integral da freq

$$\phi(t) = \int \left[\omega_c + K_o B \cos \omega_m t\right] dt = \omega_c t + \frac{K_o B}{\omega_m} \sin \omega_m t + \phi_0$$



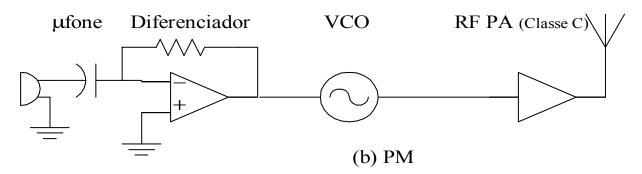


Fig.1. Transmissor básico FM e PM

DEEL-Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

# 4 FM Banda Estreita e Banda Larga

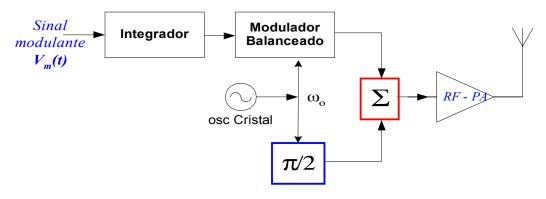


Fig.2. Modulador de Frequência de Faixa Estreita

Desenvolvendo a eq.(1) com sinal modulante:  $V_m(t) = B \sin \omega_m t$ , tem-se:

$$S(t) = A\cos\left[\omega_c t + K_o V_m(t)\right] = A\cos\left[\omega_c t + K_o B\sin\omega_m t\right]$$
 (4)

$$S(t) = A\cos\left[\omega_c t + \beta\sin\omega_m t\right]$$
  
=  $A\cos\omega_c t \cdot \cos\left(\beta\sin\omega_m t\right) - A\sin\omega_c t \cdot \sin\left(\beta\sin\omega_m t\right)$  (5)

# 4.1 FM Banda Estreita (FMFE, índice de modulção $\beta \leq 0, 2$ rad)

9

Simplificações: 
$$\beta \leq 0, 2rad \Rightarrow \begin{cases} \sin(\beta \sin \omega_m t) \approx \beta \sin \omega_m t \\ \cos(\beta \sin \omega_m t) \approx 1 \end{cases}$$

∴ a expressão (5) reduz-se:

$$S(t) = A\cos\left[\omega_c t + \beta\sin\omega_m t\right] = A\left[\cos\omega_c t - \beta\sin\omega_c t \cdot \sin\omega_m t\right]$$
$$= A\left[\cos\omega_c t - \frac{\beta}{2}\cos\left(\omega_c - \omega_m\right)t + \frac{\beta}{2}\cos\left(\omega_c + \omega_m\right)t\right]$$

- espectro FMFE é similar ao AM-DSB, apenas que a banda lateral inferior apresenta inversão de fase;
- **potência média** resultante é a mesma do sinal AM-DSB:

$$\overline{P}_{carrier} = \frac{A^2}{2}; \quad \overline{P}_{BLI} = \overline{P}_{BLS} = \frac{(\beta A/2)^2}{2} = \frac{\beta^2 A^2}{8}$$

$$\overline{P}_{total}^{FMFE} = \frac{A^2}{2} \left( 1 + \frac{\beta^2}{2} \right)$$

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

# **4.2** FM Banda Larga (FMFL, índice de modulção $\beta > 0, 2$ rad)

• A solução para eq (5) são as funções transcendentais em série, denominadas "Funções de Bessel" (físico e astrônomo alemão Friedrich Wilhelm Bessel, século XIX),

$$\cos(\beta \sin \omega t) = J_0(\beta) + 2J_2(\beta)\cos(2\omega t) + 2J_4(\beta)\cos(4\omega t) + 2J_6(\beta)\cos(6\omega t) + \dots$$
  
$$\sin(\beta \sin \omega t) = 2J_1(\beta)\sin(\omega t) + 2J_3(\beta)\sin(3\omega t) + 2J_5(\beta)\sin(5\omega t) + 2J_7(\beta)\sin(7\omega t)$$

Os coeficientes  $J_n(\beta)$  são tabelados ou podem ainda ser obtidos graficamente.

• Os coeficientes dessas funções, chamadas **Funções de Bessel de 1**<sup>a</sup> **Espécie**" têm duas propriedades importantes:

$$\begin{array}{ll} - & \mathbf{0} \leq \boldsymbol{\beta} \leq \mathbf{29} \Rightarrow & J_0^2\left(\beta\right) + 2J_1^2\left(\beta\right) + 2J_2^2\left(\beta\right) + 2J_3^2\left(\beta\right) + ...2J_n^2\left(\beta\right) = 1, \quad \text{com} \\ & n \to \infty \end{array}$$

$$- \quad \mathbf{0} \le \boldsymbol{\beta} \le \mathbf{29} \implies J_0^2(\beta) + 2J_1^2(\beta) + 2J_2^2(\beta) + 2J_3^2(\beta) + ...2J_n^2(\beta) = 0,98, \quad \cos n = \beta + 1$$

 $\Rightarrow$ e os termos de ordem superior a  $\beta \ +1$  são praticamente despresíveis

• Desenvolvendo a eq (5) a partir das funções de Bessel, resulta:

$$S(t) = A\cos\left[\omega_{c}t + \beta\sin\omega_{m}t\right] = A\cos\omega_{c}t \cdot \cos\left(\beta\sin\omega_{m}t\right) - A\sin\omega_{c}t \cdot \sin\left(\beta\sin\omega_{m}t\right)$$

$$= A \cdot \begin{bmatrix} J_{0}(\beta)\cos\omega_{c}t - J_{1}(\beta)\cos\left(\omega_{c} - \omega_{m}\right)t + J_{1}(\beta)\cos\left(\omega_{c} + \omega_{m}\right)t \\ + J_{2}(\beta)\cos\left(\omega_{c} - 2\omega_{m}\right)t + J_{2}(\beta)\cos\left(\omega_{c} + 2\omega_{m}\right)t \\ - J_{3}(\beta)\cos\left(\omega_{c} - 3\omega_{m}\right)t + J_{3}(\beta)\cos\left(\omega_{c} + 3\omega_{m}\right)t \\ - J_{4}(\beta)\cos\left(\omega_{c} - 4\omega_{m}\right)t + J_{4}(\beta)\cos\left(\omega_{c} + 4\omega_{m}\right)t \\ - J_{5}(\beta)\cos\left(\omega_{c} - 5\omega_{m}\right)t + J_{5}(\beta)\cos\left(\omega_{c} + 5\omega_{m}\right)t \\ + \dots$$

$$(6)$$

- o espectro de amplitudes do sinal modulado em FM de Faixa Larga (único tom) é obtido diretamente da eq acima, figura 3.
- Note que existe uma inversão de fase de  $180^{\circ}$  nas bandas laterais inferiores com múltiplos ímpares de  $\omega_m$ ,
- Teoricamente, a larqura de faixa ocupada por este espectro tende a ser infinita (resultado de uma série infinita). No entanto, a maior parte da energia do sinal FM (98%) está contida nas primeiras  $n = \beta + 1$  raias.

DEEL - Telecomunicações

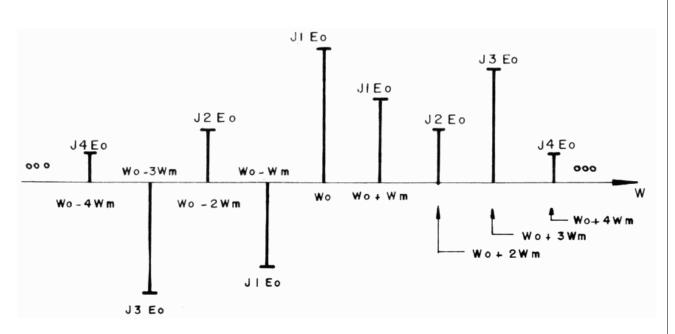


Fig. 3. Espectro sinal FM modulado.

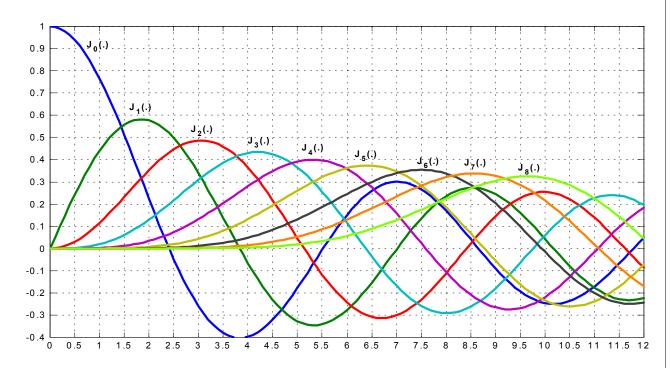


Fig.4. Coeficientes de Bessel de pimeira espécie.

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

• **Potência Média** total em um sinal FMFL com **BW Infinita**. A partir da eq (6) tem-se:

$$\overline{P}_{total}^{FMFE} = \frac{A^2}{2} \left[ J_0^2(\beta) + 2J_1^2(\beta) + 2J_2^2(\beta) + 2J_3^2(\beta) + \dots \right] = \frac{A^2}{2}$$

limitando a BW de tal forma a considerar BW Finita:

$$\overline{P}_{total}^{FMFE} = \frac{A^2}{2}0,98 = 0,49 \\ A^2 = \text{Pot m\'edia sinal FM com } BW = 2n\omega_m \ [rad] \ \text{e} \ n = \beta + 1 \\ A^2 = \frac{A^2}{2} + \frac{A^2}{2} +$$

- com prejuízo de apenas 2% da potência contida em infinitas raias  $\Rightarrow$  reduzi-se a  $BW^{FM}$  de forma a podermos situar, lado a lado no espectro, varios sinais modulados, de diferentes portadoras, com a certeza de que não haverá interferência entre eles.

#### 4.2.1 LARGURA DE FAIXA OCUPADA PELO SINAL FM

Como visto anteriormente, a largura de faixa ocupada pelo sinal modulado em freq será

$$BW = 2n f_m = 2(\beta + 1) f_m$$

onde n= número de bandas laterais para cada lado da portadora; e  $f_m=$  maior freqüência contida no sinal modulante. Como o índice de modulação FM é, por definição, eq (3),  $\beta=\frac{\Delta f}{f_m}$ , a banda ocupada pelo sinal FM resulta:

$$BW = 2\left(\Delta f + f_m\right)$$

isto é, a largura de faixa ocupada por um sinal modulado FM é o dobro da frequência do sinal modulante + o desvio por ele provocado na frequência da portadora.

 A FCC (Federal Communications Comission - Comissão Federal de Comunicação) dos Estados Unidos padronizou os parâmetros de uma transmissão FM:

#### Radiodifusão Comercial de FM

• – máxima frequência do sinal modulante,  $f_m|_{\text{max}} = 15KHz$ 

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

- máximo desvio de frequência  $\Delta f|_{\text{max}} = 75KHz$ 

$$BW = 2. (\Delta f + f_m) = 2.(75 + 15) = 180KHz$$

- faixa do espectro FM comericial é de 88MHz a 108MHz, subdividida em 100 canais de 200KHz cada (com banda de guarda de 10KHz de cada lado do canal).
- além da banda de guarda é normal evitar que duas emissoras ocupem canais adjacentes. Desta forma, alternando a ocupação das faixas, garante-se um afastamento mínimo de 400 KHz entre duas estações subseqüentes no espectro, minimizando o risco de interferência.

# Canal de Som do Sistema TV Comercial (modulado FM)

• – máximo desvio de freqüência  $\Delta f|_{\text{max}} = 25KHz$ 

$$BW = 2.(\Delta f + fm) = 2.(25 + 15) = 80KHz$$

# **5 Moduladores Angulares**

- Modulador de Fase(PM): pequenos desvios ( $\leq 0, 35rad = 20^{\circ}$ )
- modulador de freq (FM) podem ser obtidos de modo:
  - direto: modulando-se um VCO (FM direto)
  - indireto: modulando-se a fase da forma de onda de RF, integrando-se a entrada do sinal de áudio (FM indireto)
  - via **PLL**(*Phase-Locked Loop*), figura 5:
  - A saída do modulador angular por PLL será, no domínio s:

$$heta_{o}\left(s
ight)=rac{rac{K_{o}}{s}V_{M}\left(s
ight)}{1+rac{K_{o}K_{d}F\left(s
ight)}{sN}}$$

onde:  $V_M$  = sinal modulante;  $K_d$  = ganho do detector de fase do PLL;  $K_o$  = sensibilidade do VCO, em  $\left[\frac{Hz}{V}\right]$ .

• Após transitórios (steady state) a fase de saída,  $\theta_o$ , será proporcional ao sinal modulante,  $V_M$ 

DEEL - Telecomunicações

- ... o PLL é um modulador de fase ou de frequência (se  $V_M = \int$  sinal de interesse)
- para que o laço do PLL não distorça o sinal é necessário que:

$$BW_{PLL} > BW_{V_M}$$

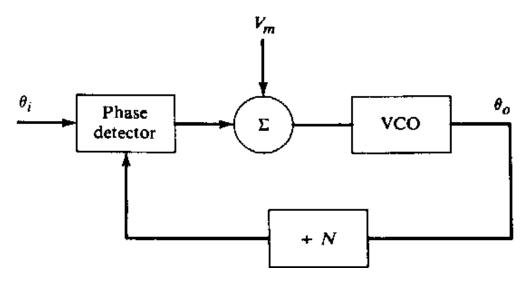


Fig.5. Modulador de freqûëncia com PLL

# **5.1** Modulador de Fase ( $\Delta \phi \leq 0, 35rad$ )

• diferença entre o modulador de frequência, figura 2 e o modulador de fase, figura 6: estágio **Integrador** 

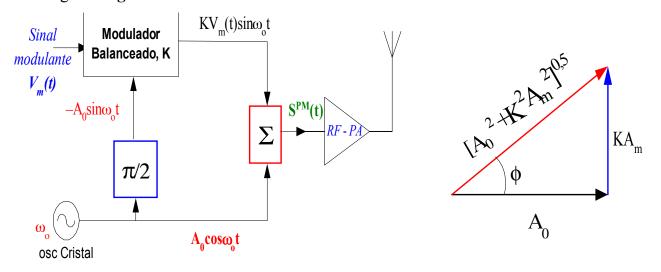


Fig.6. (a) Modulador de Fase para pequenos desvios ( $\leq 20^{\circ}$ ); (b) relação trigonométrica para modulação de fase em função da amplitude do sinal modulante,  $A_m$ .

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

saída do modulador de Fase:

$$\begin{split} S^{PM}\left(t\right) &= A_{0}\cos\omega_{0}t - KV_{m}\left(t\right)\sin\omega_{0}t \\ &= \sqrt{A_{0}^{2} + K^{2}A_{m}^{2}\left(t\right)} \left[ \frac{A_{0}}{\sqrt{A_{0}^{2} + K^{2}A_{m}^{2}}}\cos\omega_{0}t - \frac{KA_{m}}{\sqrt{A_{0}^{2} + K^{2}A_{m}^{2}}}\sin\omega_{0}t \right] \\ &= \sqrt{A_{0}^{2} + K^{2}A_{m}^{2}\left(t\right)} \left[\cos\phi\cos\omega_{0}t - \sin\phi\sin\omega_{0}t\right] \\ &= \sqrt{A_{0}^{2} + K^{2}A_{m}^{2}\left(t\right)}\cos\left(\omega_{0}t + \phi\right), \quad \cos\phi = \tan^{-1}\frac{KA_{m}\left(t\right)}{A_{0}} \end{split}$$

com  $\left|V_{m}\left(t\right)\right|=A_{m}\left(t\right)$  . Após limitador de amplitudes:

$$S^{PM}\left(t
ight)=B\cos\left(\omega_{0}t+\phi
ight), \quad ext{ com } \phi= an^{-1}rac{KA_{m}\left(t
ight)}{A_{0}}$$

Aplicando série de Taylor:

$$\phi = \tan^{-1} \frac{KA_m(t)}{A_0} = \frac{KA_m(t)}{A_0} - \frac{1}{3} \left( \frac{KA_m(t)}{A_0} \right)^3 + \frac{1}{5} \left( \frac{KA_m(t)}{A_0} \right)^5 - \dots$$

Para pequenos desvios de fase  $\Longrightarrow$  o desvio de fase é linearmente proporcional à

amplitude do sinal modulante,  $A_{m}(t)$ .

$$\phi\cong\underbrace{\frac{K}{A_{0}}}_{\text{cte mod.}}A_{m}\left(t\right),\quad\text{para }\phi\leq0,35rad$$

#### **Modulador via PLL** 5.2

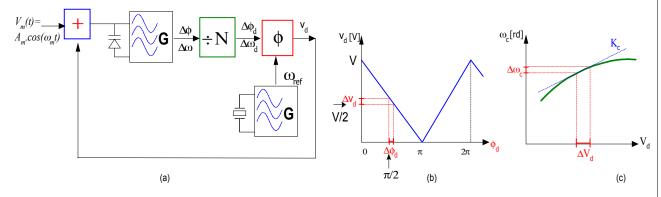
- apresenta as vantagens do oscilador a cristal (estabilidade freq) e flexibilidade na modulação (desvios maiores)
- para desvios muito pequenos (causado por deriva do tipo temperatura, polarização etc), PLL responde fixando a freq de oscilação
- PLL: tipo I e tipo II
- PLL também é utilizado como demodulador FM (ou PM)

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

### 22

#### **5.2.1** PLL Tipo I



(a) diagrama de blocos do PLL tipo I (b) Constante  $K_d$ (c) Constante do VCO,  $K_c$ 

- Diagrama em blocos do PLL tipo I: figura 7.a. Equacionamento:
  - As constantes

$$K_d = -\frac{\Delta V_d}{\Delta \phi_d}$$
  $\left[\frac{V}{\text{rad}}\right]$  (Detetor de Fase) (7)  
 $K_c = +\frac{\Delta \omega_0}{\Delta V_d}$   $\left[\frac{\text{rad}}{V.s}\right]$  (VCO) (8)

$$K_c = +\frac{\Delta\omega_0}{\Delta V_d} \qquad \left| \frac{\text{rad}}{V.s} \right| \qquad \text{(VCO)}$$

DEEL - Telecomunicações

fase é a integral da freq; no domínio s:

$$\Delta \phi = \frac{\Delta \omega}{s}$$
 e após divisor de freq por N:  $\Delta \omega_d = s \frac{\Delta \phi}{N}$  (9)

desvio de freq à saída do VCO,  $\Delta\omega$ : desvio causado pelo sinal modulante + desvio imposto pela malha de realimentação do PLL-I através de  $V_d$ ; considerando as eq.(7), (8) e (9):

$$\Delta\omega = \Delta\omega_{m} + \Delta\omega_{0}$$

$$\Delta\omega = K_{c}V_{m}(t) - K_{c}\Delta V_{d}, \quad \text{com } \Delta\omega_{m} = K_{c}V_{m}(t)$$

$$= K_{c}V_{m}(t) - K_{c}K_{d}\Delta\phi_{d}$$

$$= K_{c}V_{m}(t) - K_{c}K_{d}\frac{\Delta\omega}{sN}$$

Finalmente, o desvio de freq gerado pelo PLL-I será dado por:

$$\Delta\omega=V_{m}\left(t\right)\frac{sK_{c}}{s+\frac{K_{c}K_{d}}{N}}=V_{m}\left(t\right)\frac{sK_{c}}{s+\frac{\omega_{x}}{N}},\quad\text{com }\omega_{x}=K_{c}K_{d}$$

Resposta à excitação senoidal,  $V_m(t) = A_m \cos \omega_m t$ :  $\Longrightarrow s = j\omega_m$ , o desvio de

DEEL - Telecomunicações

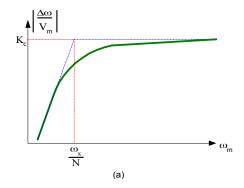
24 3ELE002 - Circuitos de Comunicação

freq torna-se

$$\Delta\omega = A_m \frac{j\omega_m K_c}{j\omega_m + \frac{\omega_x}{N}}$$

módulo, fig 8.a:  $\left| \frac{\Delta \omega}{A_m} \right| = \frac{\omega_m K_c}{\sqrt{\omega_c^2 + \left(\frac{\omega_x}{L}\right)^2}}$ , onde para  $\omega_m >> \frac{\omega_x}{N} \Longrightarrow \left| \frac{\Delta \omega}{A_m} \right| \cong K_c$ 

 $|\omega_m|_{\min} = \frac{\omega_x}{N}$ Portanto, a menor freq modulante:



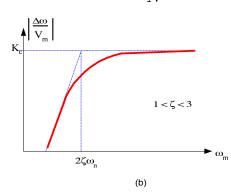


Fig. 8. Módulo da resposta à excitação senoidal (sinal modulante) em um modulador a PLL (a) tipo (a) tipo II.

## 5.2.2 Procedimento de projeto para o Modulador FM a PLL-I

menor freq do sinal modulante

$$|\omega_m|_{\min} = \frac{\omega_x}{N}$$

- escolhe-se  $\omega_x$  com base no intervalo de retenção do PLL.
  - Exemplo: PLL com detector triangular EX–OR operando em  $\phi_0 = \frac{\pi}{2}$ , figura 7.b
  - portanto, a excursão máxima de tensão de controle é:

$$\begin{split} V_d|_{\max} &= \frac{V}{2} \\ \Delta \omega_0|_{\max} &= \left. K_c \, V_d \right|_{\max} = K_c \frac{V}{2} = \Delta \omega_{ref} \qquad \text{mas neste caso, } K_d = \frac{V}{\pi} \\ \Delta \omega_{ref} &= \left. K_c K_d \frac{\pi}{2} = \omega_x \frac{\pi}{2} \right. \\ \omega_x &= \left. \frac{2\Delta \omega_{ref}}{\pi} \right. \\ \omega_m|_{\min} &= \left. \frac{2\Delta \omega_{ref}}{N\pi} \right. \qquad \text{ou } N = \frac{2\Delta \omega_{ref}}{\pi \, \omega_m|_{\min}} \end{split}$$

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

#### • Linearidade de modulação no PLL-I

Como o maior desvio de fase ocorre para a menor freq de sinal modulante,

$$\Delta \phi = \frac{\Delta \omega}{s} = \frac{\Delta \omega}{j\omega_m} \implies |\Delta \phi|_{\text{max}} = \frac{\Delta \omega}{\omega_m|_{\text{min}}}$$
 (10)

$$e \left| \Delta \phi_d \right|_{\text{max}} = \frac{\left| \Delta \phi \right|_{\text{max}}}{N} = \frac{\Delta \omega}{N \left| \omega_m \right|_{\text{min}}}$$
(11)

Mas para o detetor de fase utilizado, figura 7.b, pode-se verificar que:

$$\begin{split} |\Delta\phi_d|_{\max} &< \frac{\pi}{2} \quad \text{ou} \quad \frac{\Delta\omega}{N \; \omega_m|_{\min}} < \frac{\pi}{2} \quad \text{ou} \\ \Delta\omega &< \frac{\pi}{2} N \; \omega_m|_{\min} \quad \text{ou} \\ \Delta\omega &< \frac{\pi}{2} N \frac{\omega_x}{N} \quad \text{portanto,} \\ \Delta\omega &< \frac{\pi}{2} \omega_x = \frac{\pi}{2} K_c K_d = \text{intervalo de retenção} \end{split}$$

 intervalo de retenção: faixa de variação de freq do VCO tal que o PLL continue a operar sem perder o sincornismo.

## 5.2.3 Modulador FM com PLL Tipo II

• Modulador FM via PLL tipo II, figura 9:

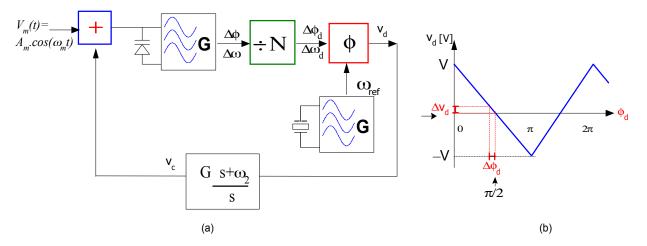


Fig.9. (a) diagrama de blocos do PLL tipo II (b) Constante  $K_d$  do detector de fase triangular

- inclusão de um **integrador** (filtro FPB) na malha de realimentação resulta nas

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

seguintes modificações das equações relacionadas à malha de realimentação

$$\Delta V_c = G \frac{s + \omega_2}{s} \Delta V_d$$
$$\Delta \omega_0 = K_c \Delta V_c \quad \text{(VCO)}$$

 Resolvendo-se o sistema de equações, obtém-se a equação do desvio de frequência obtido com o modulador FM PLL-II:

$$\Delta\omega \ = \ V_m\left(t\right)\frac{s^2K_c}{s^2+G\frac{\omega_x}{N}s+G\frac{\omega_x}{N}\omega_2} = V_m\left(t\right)\frac{K_cs^2}{s^2+2\varsigma\omega_ns+\omega_n^2}$$
 
$$\operatorname{com}\omega_x \ = \ K_cK_d; \quad \omega_n = \sqrt{\frac{G\omega_x\omega_2}{N}}; \quad \varsigma = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{G\omega_x}{N\omega_2}} \quad \text{sendo} \quad 1 \leq \varsigma \leq 3$$

• Resposta à excitação senoidal,  $V_m\left(t\right)=A_m\cos\omega_m t:\Longrightarrow s=j\omega_m,$  o desvio de freq torna-se

$$\Delta\omega = A_m \frac{-\omega_m^2 K_c}{-\omega_m^2 + j2\varsigma\omega_m\omega_n + \omega_n^2}$$

cujo módulo é dado na figura 8.b e o comportamento assintótico obtido por:

$$\lim_{\omega_m > > \frac{\omega_x}{N}} \left| \frac{\Delta \omega}{A_m} \right| = K_c$$

DEEL - Telecomunicações

- Restrições para o PLL-II:
  - \* frequência modulante mínima deve ser igual à freq de corte do PLL-II:

$$\omega_m|_{\min} = 2\varsigma \omega_n \tag{12}$$

\* Intervalo de retenção,  $\Delta\omega_{\rm Ret}$ . Se na saída do integrador tivermos a excursão máxima de tensão de  $\pm \Delta V_c|_{\rm max}$ , então:

$$\Delta\omega_{\rm Ret} = K_c \, \Delta V_c |_{\rm max}$$

• Portanto, 1<sup>a</sup> Condição para Desvio Freq do sinal modulante:

$$|\Delta\omega| < \Delta\omega_{\mathrm{Ret}} = K_c \left. \Delta V_c \right|_{\mathrm{max}}$$

- $2^a$  Condição para Desvio Freq do sinal modulante: máxima excursão de fase  $(\Delta\phi=\frac{\Delta\omega}{\omega_m})$ :
  - Como o maior desvio de fase ocorre para a menor freq de sinal modulante, equações (10) e (11) e dado que o detector de fase utilizado é do tipo Triangular, figura 9.b

$$|\Delta\phi|_{\max} = \frac{\Delta\omega}{\omega_m|_{\min}}$$
 e  $|\Delta\phi_d|_{\max} = \frac{|\Delta\omega|}{N \omega_m|_{\min}} < \frac{\pi}{2}$ 

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

E considerando a eq. (12), resulta

$$|\Delta\omega| < \pi N \varsigma \omega_n$$
 2<sup>a</sup> Condição

• Conclusão: no PLL-II, o maior desvio modulante de freq deve satisfazer a 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> Condição

# 6 Demoduladores para FM e PM

- mesmos circuitos são utilizados tanto para FM quanto para PM
- detectores FM são também denominados discriminadores de FM
- utiliza-se também demodulador a PLL
- função de transferência de um detector FM: conversão freq-tensão, figura 10.a
- em um sistema FM ou PM, a modulação em amplitude causada por
  - ruído
  - desvanecimento do sinal
  - sinais interferentes
    - ⇒ causa distorção de amplitude no sinal FM (ou PM) recuperado
    - ⇒ Circuitos com função de **limitadores**, figura 10.b, são incluídos nos detectores FM visando redução de eventual modulação em amplitude.
- Um simples estágio limitador baseado em um par de transistores na configuração diferencial, figura 10.c, pode aproximar adequadamente a função de transferência de um limitador ideal desde que o sinal de entrada tenha intesidade suficiente para levar

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

o amplificador diferencial à saturação. O limiar de comparação é definido pela tensão  $V_{th}$ .

 Se o sinal de entrada não for suficiente ⇒ vários estágios diferenciais são cascateados. Em geral, CI limitadores contém 3 estágios diferenciais que podem ser cascateados/configurados

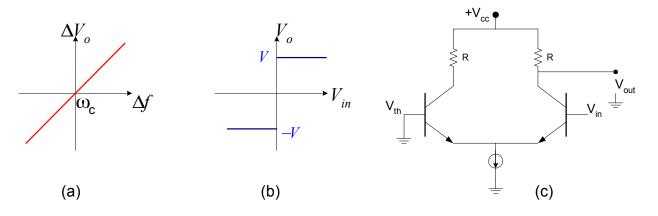


Fig.10. (a) conversão freq-tensão em um demodulador FM. (b) característica de transferência de um limitador ideal (função  $sign\left(\cdot\right)$ ). (c) implementa ção de um limitador com par diferencial.

**Exemplo 6.1** Um par diferencial possui um ganho de tensão de 60dB em uma carga de de  $R_L = 2K\Omega$  e uma impedância de entrada diferencial também de  $2K\Omega$ . Considerando que são necessários 75mV na entrada para levar o estágio à saturação, quantos estágios são necessários para limitar um sinal de entrada de  $5\mu V$ ?

Um ganho de tensão de  $60dB=1000\Rightarrow V_{out}^{1stg}=5mV$  (insuficiente para saturar o segundo estágio).  $\therefore$  são necessários 3 estágios diferenciais cascateados.

## 6.1 Detectores FM Diferenciadores de Sintonia Deslocada

• **Diferenciador**: Derivada do sinal FM

$$\frac{d}{dt}S(t) = \frac{d}{dt} \left\{ A \cos \left[ \omega_c t + \theta(t) \right] \right\}$$
$$= -\left( \omega_c + \frac{d\theta}{dt} \right) \left\{ A \cos \left[ \omega_c t + \theta(t) \right] \right\}$$

- - resultando em um sinal FM com **modulação em amplitude**. Normalmente,  $\omega_c >> \frac{d\theta}{dt}$ 
  - \* a informação é recuperada passando-se o sinal por um detector de envoltória (demodulação em amplitude)

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

- \* note que a modulação em amplitude causada por ruído deve ser previamente removida (antes da detecção) passando-se o sinal original por um **limitador**
- saída do detector envoltória é proporcial a  $\omega_c + \frac{d\theta}{dt} = \omega_c + KV_m\left(t\right)$  para um sinal FM
- elimina-se  $\omega_c$  passando-se o sinal por um Filtro Passa-Altas  $\Rightarrow$  sinal resultante é  $\propto KV_m(t)$
- desvantagem do detector FM diferenciador: elimina eventual componente DC do sinal original

#### **6.1.1 Circuito Diferenciador:**

- existem muitos circuitos que realizam a operação de diferenciação.
- resposta de um diferenciador ideal:  $H(j\omega) = j\omega K$ :
  - magnitude aumenta  $6dB/d\acute{e}cada$  com a freq
  - há defasagem de  $+90^{\circ}$
  - K = cte do diferenciador
- ullet Um simples circuito LC sintonizado, de sintonia deslocada, aproxima a resposta de

35

um diferenciador ideal para freqs suficientemente abaixo da freq de ressonância. No entanto, se  $\omega_c$  estiver muito abaixo da freq de ressonância do  $LC \Rightarrow$  haverá muita degradação da SNR.

• A magnitude da resposta em freq de um LC sintonizado, já estudado:

$$|A(j\omega)| = rac{R}{\sqrt{1 + Q^2 \left(rac{\omega}{\omega_o} - rac{\omega_o}{\omega}
ight)^2}}$$

que para a freq  $\omega_c + \Delta\omega$ 

$$|A\left(j\omega_{c}+j\Delta\omega\right)| = \frac{R}{\sqrt{1+Q^{2}\left(\frac{\omega_{c}+\Delta\omega}{\omega_{o}}-\frac{\omega_{o}}{\omega_{c}+\Delta\omega}\right)^{2}}} \approx \frac{R\omega_{o}\left(\omega_{c}+\Delta\omega\right)}{Q\left[\omega_{o}^{2}-\left(\omega_{c}+\Delta\omega\right)^{2}\right]}$$

e uma vez que  $\omega_o$  está suficientemente afastado de  $\omega_c + \Delta\omega$ ,

$$\omega_c + \Delta\omega \ll \omega_o$$

então

$$|A(j\omega)| \approx \frac{R}{Q\omega_o}(\omega_c + \Delta\omega)$$

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

correspondendo **termo constante**,  $\frac{R}{Q\omega_o}\omega_c$  mais uma componente proporcional ao desvio de freq,  $\Delta\omega$ 

- o **termo constante** é eliminado utilizando-se o balanceamento, figura 11:
  - circuito ressonante **superior**  $(L_1C_1)$  sintonizado em  $\omega_{o2}$ , com saída proporcional a  $\omega_c + \Delta\omega$ ;
  - circuito ressonante **inferior** ( $L_2C_2$ ) sintonizado em  $\omega_{o1}$ , com saída proporcional a  $\omega_c \Delta\omega$ ;
  - saída diferencial é então

$$V_o = K \left[ \omega_c + \Delta\omega - (\omega_c - \Delta\omega) \right] = 2K\Delta\omega$$

proporcional ao desvio de freq em relação à freq portadora.

- O desvio de freq deve estar confinado à região linear na figura 12 para que não haj distorção harmônica na saída.
- $\bullet \quad$  para desvio nulo (freq instantânea da portadora =  $\omega_c)$  não há sinal modulante  $\rightarrow$   $V_o=0V$
- para desvio positivo de freq (=  $\omega_c + \Delta\omega$ )  $\Rightarrow$  circuito superior ( $L_1C_1$ ) gera maior

tensão instantânea sobre carga  $(R_{\mathrm{sup}})$  em relação a  $R_{\mathrm{inf}}$ 

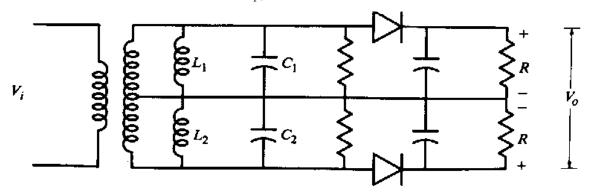


Fig.11. Discriminador de freq balanceado (sintonia deslocada acima e abaixo de  $\omega_c$ ).

- Uma mudança na freq instantânea da portadora ⇒ mudança linear na tensão de saída.
- $V_o$  é proporcional ao desvio de freq.
- freq do sinal de saída é igual à freq do sinal modulante.
- **desvantagem**: dificuldade na simetria de sintonia dos circuitos ressonantes inferior e superior.

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

# • Ganho de Tensão para a curva S

 $-\Delta\omega$   $\omega_{\rm c}$   $\Delta\omega$ 

(a)

- equação geral do ganho de tensão em função da freq de um circuito LC paralelo:

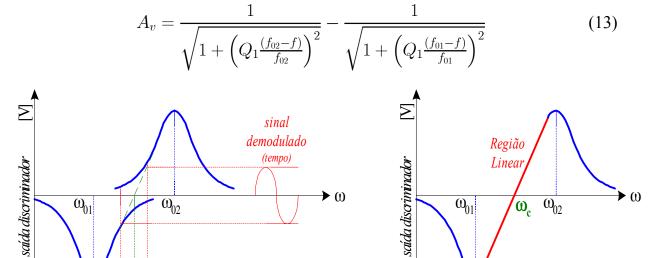


Fig.12. (a) curva em freq para cada um dos circuitos LC sintonizados (b) curva em freq resultante (curva S).

(b)

# 6.2 Discriminador de Fase Foster-Seeley

• opera com o primário e o secundário sintonizados na frequência da portadora,

• funciona a paritr da defasagem provovada no sinal pela fuga (deslocamento) da sintonia de um circuito LC, figura 13.a

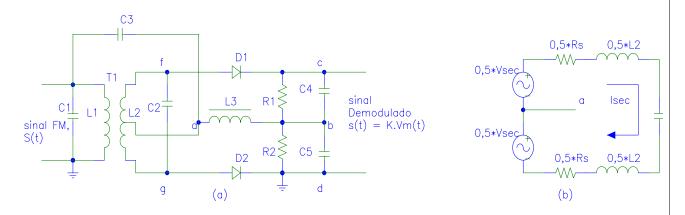


Fig.13. (a) Discriminador FM Foster-Seeley; (b) circuito equivalente para o secundário de T1

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

# Princípio de operação do Discriminador de freq Foster-Seeley

- $L_3$  = choque de RF;  $C_3$  = capacitor de acoplamento.
- $C_5$  tem um valor suficientemente **elevado**  $\to X_{C_3} \approx 0$  para RF. : sobre  $L_3$  desenvolve-se toda a tensão de RF de entrada, S(t) (apenas  $L_3$  apresenta reatância considerável em RF)
- no secundário de T1 temos:
  - pelo circuito equivalente do secundário de T1, figura 13.b, a divisão dos parâmetros de indutância e resistência do enrolamento e da própria tensão, devido ao tap de derivação central, resultando na corrente de secundário :

$$I_{\text{sec}} = \frac{V_{\text{sec}}}{R_s + j \left(X_{L_2} - X_{C_2}\right)}$$

$$V_{fa} = \frac{V_{\text{sec}}}{2} - I_{\text{sec}} \frac{R_s + j X_{L_2}}{2}$$

$$V_{ga} = I_{\text{sec}} \frac{R_s + j X_{L_2}}{2} - \frac{V_{\text{sec}}}{2}$$

$$\therefore V_{fa} = -V_{ga}$$

note que:

\* tensão entre primário e secundário de T1 estão defasadas de  $180^o$ 

- \* na resonância (em  $\omega_c$ ),  $X_{L_2} = X_{C_2}$
- \* as tensões  $V_{fa}$  e  $V_{ga}$  estão defasadas de  $90^o$  em relação à tensão do secundário ( $V_{\rm sec}$ ).
- Quando a frequência do sinal aplicado ao primário for maior que a frequência de ressonância (modulação FM), o secundário será predominantemerte indutivo, aumentando a defasagem de  $V_{fa}$  e  $V_{ga}$  em relação à tensão do secundário.
- Fato semelhante ocorre se a frequência do sinal de entrada for menor que a de ressonância, pois assim o secundário adquire características mais fortemente capacitivas ( $\downarrow X_L$  e  $\uparrow X_C$ ), diminuindo a defasagem de  $V_{fa}$  e  $V_{ga}$  em relação a  $V_{sec}$
- A fiqura 14 mostra o circuito equivalente para a análise da etapa de saída deste detetor, considerando  $V_{fa}$  e  $V_{ga}$  como geradores de tensão; sobre o choque  $L_3$  desenvolve-se a tensão do primário e(t). Os detetores de envoltória recuperam as respectivas tensões de pico aplicadas e a tensão recuperada será a diferença entre aquelas tensões de pico.

DEEL - Telecomunicações

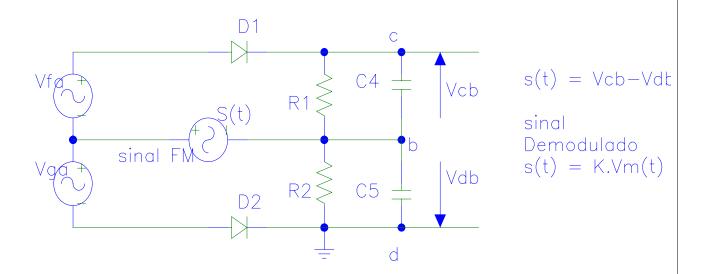


Fig.14. Circuito aquivalante para o estágio da saída do detector Foster-Seeley

$$V_{cb} = |V_{fa} + S(t)|$$

$$V_{db} = |S(t) + V_{ga}|$$

Funcionamento do discrimiandor Foster em termos de fasores, figura 15:

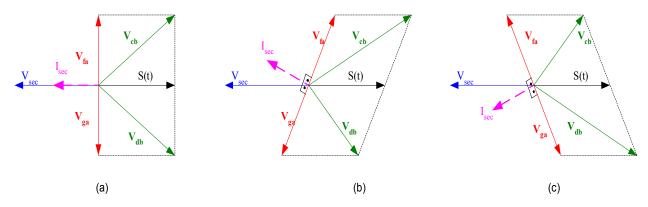


Fig.15. Diagramas fasoriais para discriminador Foster

• (a) diagrama fasorial para o caso onde a  $\omega_{in} = \omega_o$  (L2, C2):

$$|V_{cb}| = |V_{db}|$$
  $\therefore$   $s(t) = 0$ 

• (b) diagrama fasorial para o caso onde a  $\omega_{in} > \omega_o$ :

$$|V_{cb}| > |V_{db}|$$
  $\therefore$   $s(t) > 0$ 

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

• (c) diagrama fasorial para o caso onde a  $\omega_{in} < \omega_o$ :

$$|V_{cb}| < |V_{db}|$$
  $\therefore$   $s(t) < 0$ 

- Este tipo de detetor, por trabalhar sintonizado na própria freqüência da portadora, responde às variações de freqüência em torno do ponto de sintonia com uma variação de fase e não com variações de amplitude, como os detetores de sintonia deslocada (também denominados detectores de inclinação).
  - Apesar disso, em virtude do fato de que a variação de fase é convertida pelos detetores de envoltória em variação de amplitude, o discriminador Foster-Seeley tem como curva de resposta a mesma curva "S" do detetor balanceado.
  - vantagem: necessita apenas de dois circuitos ressonantes para serem calibrados e ambos são sintonizados na mesma freqüência (contra 3 circuitos sintonizados em freqs distintas no caso do discriminador de sintonia deslocada)

45

# 6.3 Detetor de Relação

• circuito semelhante ao Discriminador de Fase Foster-Seeley, tanto na apresentação como no funcionamento, figura 16.a

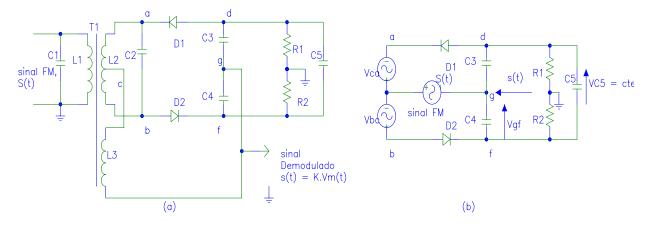


Fig.16. (a) Detector FM de Relação; (b) circuito equivalente simplficado

 o choque de RF n\u00e3o existe neste circuito → substitu\u00eddo pelo terceiro enrolamento no transformador

DEEL - Telecomunicações

- com mesma função de  $L_3$  do discriminador Foster: aplicar a tensão do primário no circuito ligado ao secundário.
- Devido à disposição dos diodos Dl e D2, os capacitores C3 e C4 carreqam-se sempre no mesmo sentido, fazendo com que a tensão sobre C5 seja a soma das tensões em cada um deles e essa tensão **permanece praticamente constante**:
  - valor de C5 é normalmente elevado (dezenas de  $\mu$ F) e os valores de R1 e R2 também (alguns K $\Omega$ ), resultando uma constante de tempo elevada.
- o circuito equivalente simplificacado da figura 16.b auxilia a análise dos valores instantâneos da tensão recuperada do detector de Relação:
  - a análise de corrente e tensão para o secundário de T1 no Detector de Relação, podem ser consideradas idênticas àquelas apresentadas para o detector de fase Foster-Seeley.

- as relações de tensão no circuito da figura 16.b resultam em:

carga instantânea sobre 
$$C_4$$
:  $V_{gf} = |S\left(t\right) + V_{bc}|$  admitindo-se  $R_1 = R_2$ :  $V_{R_2} = \frac{|S\left(t\right) - V_{ca}| + |S\left(t\right) + V_{bc}|}{2}$  portanto, sinal demodulado :  $s\left(t\right) = V_{gf} - V_{R_2} = \frac{|S\left(t\right) + V_{bc}| - |S\left(t\right) - V_{ca}|}{2}$ 

- Análise fasorial para as três circunstâncias principais da frequência instantânea do sinal aplicado à entrada do demodulador é similar ao caso anterior, vide fiqura 15, resultando, neste caso em:
  - diagrama fasorial para o caso onde a  $\omega_{in} = \omega_o$  (L2, C2 e L1,C1):

$$|S(t) + V_{bc}| = |S(t) - V_{ca}| \qquad \therefore \quad s(t) = 0$$

- (b) diagrama fasorial para o caso onde a  $\omega_{in} > \omega_o$ :

$$|S(t) + V_{bc}| > |S(t) - V_{ca}|$$
  $\therefore s(t) > 0$ 

– (c) diagrama fasorial para o caso onde a  $\omega_{in} < \omega_o$ :

$$|S(t) + V_{bc}| < |S(t) - V_{ca}|$$
  $\therefore s(t) < 0$ 

DEEL - Telecomunicações

- grande **vantagem** do demodulador de Relação (sobre os anteriores): detector age como limitador, pois:
  - o capacitor C5 se mantém com sua carga praticamente constante, o circuito torna-se insensível às variações de amplitude do sinal modulado, detendo-se exclusivamente nas variações de frequência instantânea.
  - ainda: a tensão contínua sobre  $R_1$  ou  $R_2$  pode ser usada como amostra da estabilidade de freqüência do oscilador local do receptor e controlá-lo, mediante uma realimentação (Controle Automático de Freqüência, CAF)

# 6.4 Discriminadores de Pulso

- abordagem diferente para demodulação de sinais FM, figura 17.
- detector cruzamento: gera pulso toda vez que for detectado um cruzamento em zero
- discriminador de período: determina o período entre cruzamentos alternados de zeros.
- conversor T-V converte a informação de período em uma sinal analógico (tensão proporcional)



Fig.17. Diagrama de blocos de um discriminador de pulsos

# 6.4.1 Dois métodos de implementação para o Discriminador de Pulso Método 1:

• comparador de tensão: tem função de limitador de amplitudes

DEEL - Telecomunicações

- Toda vez que o sinal de entrada faz passagem por zero ascendente (- → +), o conteúdo do contador é transferido para o convesor D/A e o contador é ressetado. A taxa de incremento do contador é constante e igual à freq de clock.
- o conteúdo do contador é proporcional ao tempo desde a última passagem por zero ascendente do sinal de entrada.
- conversor D/A gera um sinal analógico proporcional ao período (ou freq) dado pelo contador.

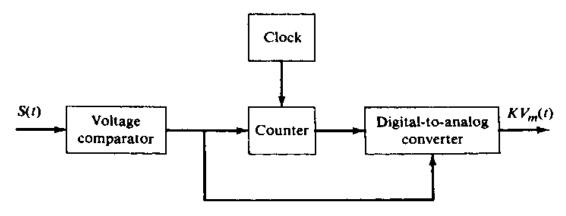


Fig.18. Método 1: diagrama de blocos de um discriminador de freq por pulso

51

#### Método 2:

- para cada sinal de disparo (trigger) à entrada do mutivibrador monoestável ⇒ este gera um pulso positivo de duração constante.
- Quando o monoestável for diparado com um sinal de freq igual à da portadora  $\Rightarrow$  pulso com ciclo ativo igual a 50% (pulso quadrado).
- o último bloco consiste de circuito que calcula o valor médio deste pulso.
  - No caso  $T_{S(t)} = T_{carrier} \Rightarrow V_o = 0V$
  - se  $T_{S(t)} < T_{carrier} \Rightarrow$  saída do multivibridador terá um Duty cicle > 50%, figura  $20 \Rightarrow V_o > 0V$
  - e se  $T_{S(t)} > T_{carrier} \Rightarrow$  saída do multivibridador terá um Duty cicle < 50%  $\Rightarrow V_o < 0V$

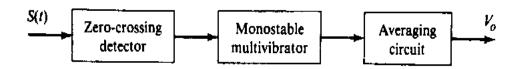


Fig.19. Método 2 para o discriminador de pulso

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

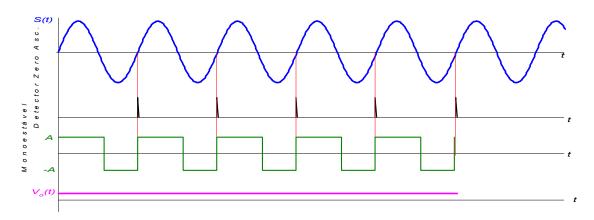


Fig.20. Formas de onda para o discriminador de pulso - método 2. Neste caso,  $\omega_{in}>\omega_c$ 

### 6.4.2 Trade-off para os esquemas Discriminadores de Pulsos

- Vantagem do Discriminador de Pulso: bastante insensível à modulação de amplitude
- **Desvantagens** (em relação aos discriminadores de relação):
  - limitado à velocidade dos circuitos digitais associados;
  - aumento de complexidade do hardware

## 6.5 Demodulador a PLL

- A malha básica de um PLL, figura 21.b consiste de um detetor de fase, de um filtro passa baixas e de um oscilador controlado por tensão (VCO)
- O VCO gera uma na feqüência igual à de entrada; neste caso, na freqüência intermediária. O detetor de fase compara a freqüência do VCO e a freqüência de entrada, modulada em freq e, então, desenvolve uma tensão de erro, que é proporcional a diferença de freqüência e que segue o sentido desta diferença. Este sinal de erro é, então, aplicado ao filtro passa baixas (no PLL tipo II).
  - o filtro determina várias das características dinâmicas do PLL. Ele estabelece a faixa de freqüência na qual a malha alcançará e manterá sua fase (faixa de captura e retenção, respectivamente).
  - o filtro também determina a velocidade de resposta da malha, para as variações da frequência de entrada.
- A tensão de erro do filtro é, então, usada para controlar o VCO. Por exemplo, se a freqüência de entrada se desvia acima da freqüência do VCO, uma tensão de erro é gerada pelo detetor de fase. Esta tensão é filtrada e aplicada ao VCO. Portanto, a tensão de erro faz com que o VCO aumente sua freqüência, de forma que ela se torne

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

igual a frequência de entrada. Quando o sinal de entrada é modulado em frequência, o VCO tentará seguir os desvios de frequência deste sinal e, como resultado, a tensão de erro é uma cópia exata do sinal modulante.

• O PLL segue a freq de referência,  $\omega_{ref}$  (sinal modulado em freq) resultando em um  $\Delta V_c$  proporcional ao sinal modulador em freqüência, caso a freq do sinal modulante (áudio) seja muito menor que a freq de corte do PLL,  $\omega_m << \omega_x$ . Assim,

VARIAÇÕES LENTAS DE FREQ ⇒ PLL ACOMPANHA A REFERÊNCIA

( = sinal mod em freq)

### • Vantagens do PLL:

- excelente performance,
- baixo custo
- necessidade de poucos componentes extemos.
- elimina os caros indutores e transformadores
- simplifica muito o processo de sintonia.

## 6.5.1 Demodulador PLL tipo I

- para variações lentas em  $\omega_{ref}$ , o PLL tenta seguir estas referências:
  - entrada (FM modulado por um único tom):

$$\omega_{ref} = \underbrace{\omega_0}_{freq.\ VCO\ do\ modulador,\ repouso} + \underbrace{\Delta\omega_p\cos\omega_m t}_{\Delta\omega_{in}}$$

a diferença de freq instantânea entre o VCO e a entrada:

$$\Delta\omega = \omega_c - \Delta\omega_{in}$$

- Na figura 21.a, a tensão V será proporcional à freq de referência (sinal modulado em freq de entrada):

$$\Delta V = -K_d \Delta \phi = -K_d \frac{\Delta \omega}{s} = -\frac{K_d}{s} (\omega_c - \Delta \omega_{in}) = -\frac{K_d}{s} (K_c \Delta V - \Delta \omega_{in})$$

$$\Delta V = \Delta \omega_{in} \frac{K_d}{s + K_d K_c}, \quad \text{com } \omega_x = K_d K_c, \text{ resulta}$$

$$\Delta V = \frac{\Delta \omega_{in}}{K_c} \frac{\omega_x}{s + \omega_x}$$

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

• Excitação períodica:  $\Delta\omega_{in} = \Delta\omega_{p}\cos\omega_{m}t = \Delta\omega_{p}\exp j\omega_{m}t; e \quad s \to j\omega_{m}$ 

$$\Delta V = \frac{\Delta \omega_p \exp j\omega_m t}{K_c} \frac{\omega_x}{j\omega_m + \omega_x}$$

cujo módulo e fase são dados por:

$$|\Delta V| = \frac{\Delta \omega_p}{K_c} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_m}{\omega_x}\right)^2}} e^{\theta} = \omega_m t - \underbrace{\tan^{-1} \frac{\omega_m}{\omega_x}}_{\psi}$$

com  $\psi =$  defasagem entre a modulação e o sinal demodulado.

- Caso a freq do sinal modulante for muito menor que a freq de corte do PLL,  $\omega_m << \omega_x$ , então

$$\Delta V \cong \frac{\Delta \omega_p}{K_c} \cos \omega_m t$$

a saída reproduz a freq do sinal modulante  $\omega_m$ 

- Restrição de fase para o Demodulador FM com PLL-I
  - utilizando o mesmo detector de fase triangular com resposta dado na figura 7.b,

– admitindo ponto de operação em  $\phi = \frac{\pi}{2} rad$ , resulta:

$$|\Delta\phi|_{\max} < \frac{\pi}{2} rad$$

- como

$$\Delta \phi = -\frac{\Delta V}{K_d} = -\frac{\Delta \omega_{in}}{K_d K_c} \frac{\omega_x}{s + \omega_x} = -\frac{\Delta \omega_{in}}{s + \omega_x}$$

para excitação senoidal, o módulo resulta:

$$|\Delta\phi| = \frac{\Delta\omega_p}{\sqrt{\omega_m^2 + \omega_x^2}}$$

onde  $|\Delta\phi|_{\mathrm{max}}$  ocorre para  $\omega_m \to 0$ 

$$|\Delta\phi|_{\max} = \frac{\Delta\omega_p}{\omega_r} < \frac{\pi}{2}rad$$

Finalmente, a restrição de linearidade de fase é dada por:

$$\omega_x > \frac{2}{\pi} \Delta \omega_p$$

e para que a resposta em freq do demodulador FM PLL-I seja plana é necessário

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

que

$$|\omega_m|_{\max} < \omega_x$$

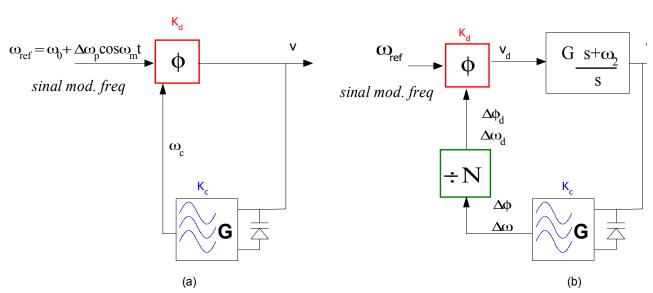


Fig.21. Demodulador de FM empregando (a) PLL tipo I; (b) PLL tipo II

## 6.5.2 Demodulador PLL tipo II

- figura 21.b apresenta o demodulador PLL-II
- inclusão do integrador
- condição para resposta plana em freq do demodulador FM PLL-II:

$$\begin{aligned} \left|\omega_m\right|_{\max} < 2\varsigma \omega_n, \\ \text{onde } \omega_n = \sqrt{\frac{G\omega_x\omega_2}{N}}; \ \ \omega_x = K_cK_d; \quad \varsigma = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{G\omega_x}{N\omega_2}} \ \ \text{sendo} \ \ 1 \le \varsigma \le 3 \end{aligned}$$

• Caso  $\omega_m << 2\varsigma \omega_n$ , então:

$$\Delta V_c \cong \frac{1}{K_c} \Delta \omega_p \cos \omega_m t$$

 $\Rightarrow$  a saída reprouz o sinal modulante.

- Restrição de fase. Analogamente ao tipo I,
  - ponto de operação em  $\phi = \frac{\pi}{2} rad \Longrightarrow |\Delta \phi|_{\max} < \frac{\pi}{2} rad$

$$|\Delta\phi|_{\max} = \frac{\Delta\omega_p}{2\varsigma\omega_n} < \frac{\pi}{2}rad$$

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

Finalmente, a **restrição de linearidade de fase** é dada, para uma excitação senoidal, por:

$$|\omega_m|_{\rm max} < 2\varsigma\omega_n$$
 (sem divisor)

ou, quando há divisor de freqs:

$$|\omega_m|_{\max} < \frac{2\varsigma\omega_n}{N}$$
 (com divisor freq por N)

- Exemplo de PLL monolítico: A figura 22 ilustra um típico cicuito integrado PLL, o NE 565 da SIGMETICS.
  - Rl e Cl são usados para estabelecer a faixa de freqüência de operação do VCO.
  - C2 e o resistor intemo de 3K6 formam o filtro passa baixas, RC.

A única diferença entre este circuito e o diagrama de blocos da figura 21.b é o amplificador DC, que alimenta a tensão do sinal de erro.

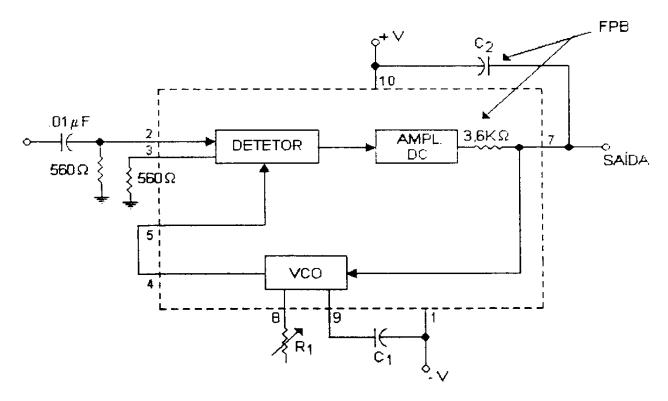


Fig.22. Esquema interno do PLL NE 565

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

# 6.6 Pré-Enfase e Dê-Enfase

A transmissão de sinais por meio de ondas eletromagnéticas sofre a ação de vários tipos de ruído, tendo sido constatado que a maior incidência se dá na região das **frequências** mais altas de áudio.

- relação sinal/ruído do sinal FM recebido (S/N) não será constante, pois a amplitude do ruído, sendo gradualmente crescente com a freqüência de áudio diminue sensivelmente a S/N nas freqüências mais altas de áudio.
- **técnica de Pre-Ênfase:** tentativa de manter uma boa relação sinal/ruído ao longo de toda a faixa audível:
  - Pre-Ênfase: reforça o ganho da amplificação do sinal modulante na região de alta frequiência. Circuito típico e respectivas respostas, figura 23.a. onde:

$$f_1=rac{1}{2\pi R_1C}$$
 frequência de início de atuação da pré-ênfase  $f_2=rac{1}{2\pi\left(R_1//R_2\right)C}$  frequência de final de atuação da pré-ênfase  $G_0=20\log\left[rac{R_2}{R_1+R_2}
ight]$   $[dB]$  ganho inicial do pré-ênfase

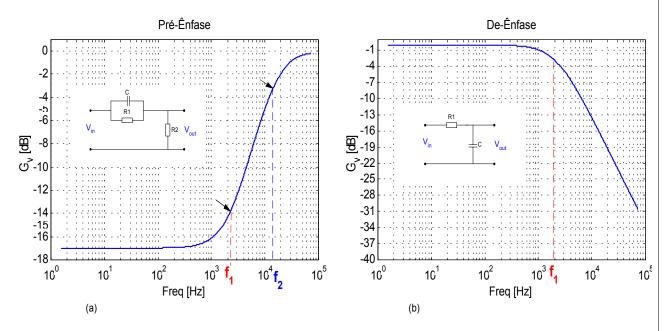


Fig.23. Circuito e resposta em freq para (a) Pré-Ênfase; (b) De-Ênfase.

 Dois padrões de constantes de tempo para enfatização FM adotados em todo o mundo:

DEEL - Telecomunicações

- \* norma americana da FCC:  $R_1C=75\mu s$  (utilizado na fig 23)  $\Rightarrow f_1=2122Hz$
- \* norma japonesa do JIS (Japanese Industrial Standard),:  $R_1C=50\mu s$ .  $\Rightarrow f_1=3183Hz$
- \*  $f_2 = 15KHz$  (= máxima freqüência do sinal modulante)
- No receptor: necessidade de se desfazer a enfatização que foi dada à informação, realizada no transmissor, mediante o processo chamado De-ênfase, figura 23.b.

$$f_1 = \frac{1}{2\pi R_1 C}$$
 frequência de início de atuação da dê-ênfase

- \* No caso de De-Ênfase, não é necessário que exista uma frequência de término de atuação  $\Rightarrow$  frequências acima de 15KHz não são nem mesmo transmitidas.
- \* as constantes de preênfase e deênfase devem ser necessariamente iguais.

65

# 7 Topologias para um sistema de transmissão FM

- moduladores analisados até aqui têm uma característica em comum (não muito desejável):
  - têm uma região linear de operação relativamente pequena → pequenos índices de modulação → sistemas de faixa estreita (FMFE)
  - pode-se obter um sinal modulado em freq de faixa larga (FMFL) a partir de um FMFE

# 7.1 FM de Banda Larga - Método Indireto

- Obtenção de um FM Banda larga a partir de um modulador Banda Estreita é obtida mediante a multiplicação de freqs.
- Do sinal modulado em freq, eqs (1) e (2):

$$S(t) = A\cos\left[\omega_c t + K_o \sin \omega_m t\right]$$

$$\operatorname{com} V_m(t) = B \sin \omega_m t \operatorname{e} K_o = KB$$

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

• realizando a multiplicação da freq deste sinal por um fator n:

$$S^{n}(t) = A\cos\left[n\omega_{c}t + nK_{o}\sin\omega_{m}t\right]$$

tanto a freq da portadora quanto o índice de modulação ficam multiplicados pelo fator "n".

como desvio de freq

$$\Delta f = \beta f_m$$

para uma mesma frequência do sinal de informação pode-se, pela multiplicação de frequência, provocar um desvio de frequência maior no sinal modulado, figura 24.

- Com o propósito de se obter no amplificador de potência um sinal modulado em freq na faixa de 88MHz a 108MHz e  $\Delta f \approx 75KHz$ , desvio máximo permitido na radiodifusão comercial, partindo-se de:
  - oscilador a cristal de 2MHz e um desvio de frequência de 1,56KHz provocado pelo sinal modulante;
  - após a passagem pelo conjunto de multiplicadores com fator de multiplicação total igual a  $M = M_1 \times M_2 \times ... \times M_x$ , teremos

$$f_c = 96MHz$$
$$\Delta f = 74,88KHz$$

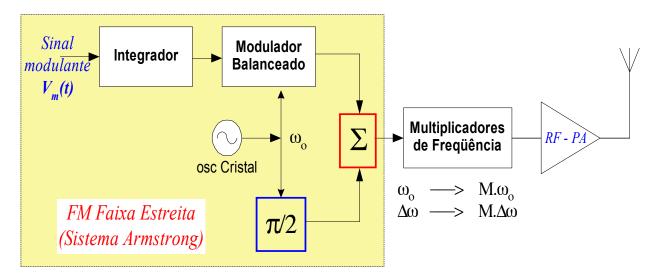


Fig.24. Diagrama de blocos de um transmissor FM básico de Banda Larga a partir de um FM Banda Estreita (sistema Armstrong) + multiplicadores de Freq

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

### • Etapas multiplicadoras de freq:

- são amplificadores classe C em cascata, que geram harmônicos do sinal de entrada e filtram apenas o harmônico desejado, bloqueando os demais (serão vistos em detalhes na Unid.7 - Multiplicadores de freqüência)
- facilidade na obtenção de multiplicadores por 2, 3 ou 4
- à medida que cresce a ordem do harmônico, mais difícil fica a sua recuperação (menor energia),
- sendo portanto os multiplicadores limitados, na maioria das aplicações, a  $4\times$  ou  $5\times$
- Para maiores fatores de demultiplicação, o usual é um arranjo com vários circuitos em cascata.

69

# 7.2 FM de Banda Larga - Método Direto (modulador à varicap)

Outra maneira de se fazer a transmissão FM banda larga, considerada um pouco mais eficiente, pela sua estabilidade na frequência da portadora é o processo de obtenção do método direto (modulador com varicap), colocado em uma **malha de travamento de fase**, conhecida por P.L.L (**Phase Locked Loop**), figura 25.

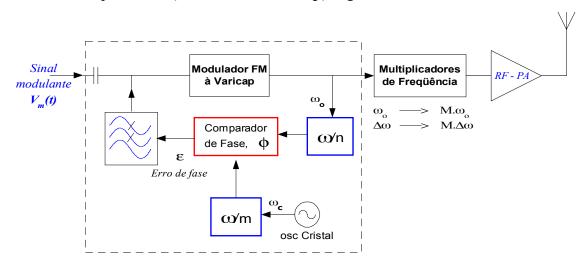


Fig.25. Modulador FM com PLL

DEEL - Telecomunicações

- Em um PLL., o oscilador a cristal não precisa ter, necessariamente, a mesma freqüência da portadora (caso isso aconteça, teremos m = n, na figura 25), pois a comparação de fase é feita após as divisões por n e m que igualam essas duas freqüências.
- modulador FM à Varicap → índice de modulação baixo
- o erro de fase  $\varepsilon$  varia proporcionalmente à amplitude do sinal de áudio aplicado:
  - como o valor médio deste sinal é nulo (filtrado pelo capacitor), basta projetar o filtro passa-baixas para responder não às variações do áudio, mas sim ao seu valor médio.
  - caso o valor médio se mantenha nulo, a malha não atua, mas a partir do momento em que houver variação na freqüência da portadora, o P.L.L. corriqe essa variação pelo valor DC aplicado ao modulador FM.
    - melhora a estabilidade do circuito modulador FM
- os circuitos **multiplicadores de freq** nem sempre são suficientes para se obter o desvio de freqüência e a portadora desejados, a partir de um sinal já modulado em FM, com índice de modulação baixo.

→ alternativa uso de Heterodinação

# 7.3 Transmissor Heteródino para FM - Banda Larga

- consiste em passar o sinal modulado por um **Misturador**.
  - altera-se a frequência de portadora sem modificar o desvio de frequência do sinal, figura 26.
  - este processo, torna independente os fatores de multiplicação da frequência de portadora e do desvio de frequência.
    - \* após o misturador, pode-se ter uma freqüência central maior ou menor, mantendo o mesmo desvio de freqüência, evitando os problemas:
    - \* **caso A** para se obter o desvio de frequência necessário seria necessário um fator de multiplicação tão grande que a frequência de portadora ficaria acima da desejada;
    - \* **caso B** pode-se fazer necessário um fator de multiplicação tão pequeno para o desvio de frequência que a portadora não chegaria a atingir o valor desejado.
    - \* mais comumente o processo de heterodinação FM resulta em um sinal FM de banda larga;

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

• O processo por heterodinação é utlizado em emissoras de radiodifusão comercial de FM e também em transmissores profissionais de micro-ondas.

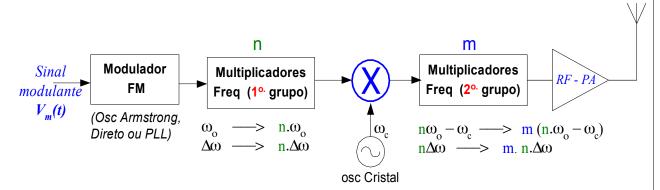
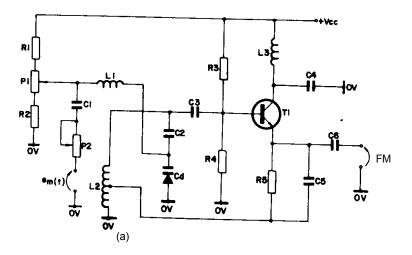


Fig.26. Transmissor FM Heteródino (banda estreita)

# 7.4 Determinação da Constante do Modulador FM

• A figura 27.a mostra um circuito modulador FM pelo método direto a varicap;

• a figura 27.b apresenta a porção linear da curva de transferência do varicap  $\Delta C \times \Delta V$ 



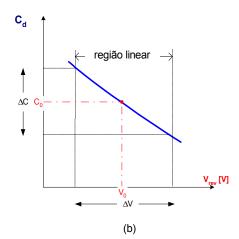


Fig.27. (a) Oscilador Hartley como modulador FM - método direto;  $C_1=$  capacitor de bloqueio; $P_2=$  sensibilidade do cirucuito ao sinal modulante;  $C_d$  <<  $C_2$ . (b) Curva caracterísitica do Varicap mostrando a região linear.

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

#### • Constante do Modulador FM - método Direto

freq de oscilação

$$f_i = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2C}} \cong \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2C_d}}; \quad \text{com } C = \frac{C_2C_d}{C_2 + C_d}, \quad \text{uma vez } C_2 >> C_d$$

- **Ausência de sinal modulante**: tensão e capacitância do varicap:  $V_0$  e  $C_0$ ; a freq angular instantânea será:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_0}}$$

- aplicando-se um sinal modulante  $V_m\left(t\right)$ :  $\Rightarrow \Delta V \to \Delta C$  e a freq instantânea será

$$\omega_{i} = \omega_{0} + \Delta\omega = \frac{1}{\sqrt{L_{2}\left(C_{0} + \Delta C\right)}} = \frac{1}{\sqrt{L_{2}C_{0}\left(1 + \frac{\Delta C}{C_{0}}\right)}}$$

Desenvolvendo:

$$\omega_0 + \Delta\omega = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\Delta C}{C_0}}} = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 + \frac{\Delta C}{C_0}}}$$
(14)

Para pequenos valores de  $\frac{\Delta C}{C_0} < 0, 3$ , vale a aproximação:  $\left(1 + \frac{\Delta C}{C_0}\right)^{-0.5} \approx 1 - \frac{\Delta C}{2C_0}$ . Portanto a equação (14) pode ser reescrita:

$$\begin{split} \omega_0 + \Delta \omega \; &= \; \frac{\omega_0}{\sqrt{1 + \frac{\Delta C}{C_0}}} \cong \omega_0 \left( 1 - \frac{\Delta C}{2C_0} \right); \quad \text{ para } \frac{\Delta C}{C_0} < 0, 3 \\ \Delta \omega \; &\cong \; -\omega_0 \frac{\Delta C}{2C_0} \end{split}$$

– a equação (2),  $\omega\left(t\right)=\omega_{c}+K_{o}V_{m}\left(t\right)$ , indica que  $V_{m}\left(t\right)$  provoca um  $\Delta V$ . Portanto, a freq instantânea nesta condição será:

$$\omega_i = \omega_c + K_o \Delta V$$

Finalmente, a Constante do Modulador FM será

$$K_o = \frac{\omega_i - \omega_c}{\Delta V} = \frac{\Delta \omega}{\Delta V} \cong \frac{-\omega_0}{2C_0} \underbrace{\frac{\Delta C}{\Delta V}}_{K_{varicap}}$$
(15)

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

# 8 Topologia para o Receptor de FM

Forma básica para um receptor de frequência modulada pode ser visto na figura 28.

- **Antena** Um receptor pode ter, basicamente, dois tipos de antenas:
  - telescópica: comum em receptores portáteis
    - \* devido à sua impedância de  $\approx 75\Omega \to \text{conexão}$  é feita diretamente ao amplificador de RF, figura.29.a
  - antena externa,: em receptores residenciais de melhor qualidade.
    - \* impedância de  $75\Omega$  (desbalanceada  $\rightarrow$  uso cabo coaxial)
    - \* impedância de  $300\Omega$  (uso cabo paralelo balanceado), fiqura.29.b
      - · rejeição de ruído de modo comum: nos cabos balanceados, sinais e ruído em cada condutor resultam em fases opostas em relação ao terra.
    - \* BALUN (Balanced-Unbalanced): transformador de RF capaz de "casar" uma linha balanceada com uma desbalanceada (ex:  $300\Omega \Leftrightarrow 75\Omega$ )
      - · arranjo de transformadores com enrolamento bifilares, figura 30

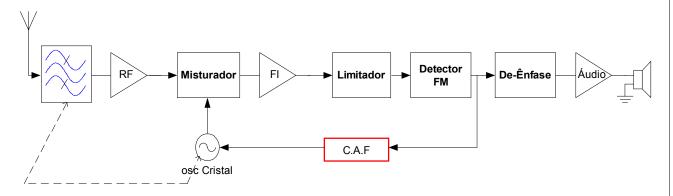


Fig.28. Receptor FM

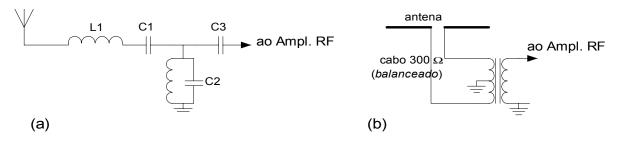


Fig.29. circuitos de entrada para antenas (a) telescópica; (b) cabo de  $300\Omega$ 

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

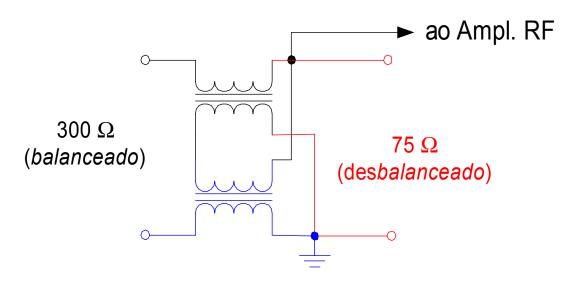


Fig.30. Transformador Balanceado  $\longleftrightarrow$  Desbalanceado (Balun)

# 9 FM Estéreo

A palavra estéreo, ou estereoscópio, originalmente referia-se a um técnica fotográfica especial usada para dar ao observador a impressão de uma cena tridimensional. Isto foi feito tomando-se duas fotos do mesmo objeto tiradas de ângulos diferentes. Quando uma foto é vista por um olho e a outra foto pelo outro olho tem-se como resultado a aparência de uma imagem tridimensional. Exatamente esta mesma técnica é usada para áudio esteriofônico. A mesma fonte de som é gravada de dois ângulos diferentes, neste caso, do lado esquerdo e do lado direito. Quando a gravação é reproduzida, por alto falantes direcionados aos ouvidos esquerdo e direito, tem-se a aparência de uma fonte sonora tridimensional.

- A adaptação de uma emissora de som estéreo apresenta dois problemas:
  - um sistema usado para transmitir sinais estéreo tem que ser compatível com receptores monofônicos.
  - o sinal estéreo tem de ser transmitido com uma largura de faixa de no máximo 200KHz (padronização e regulamentação do espectro)
- sistema FM Estéreo aprovado foi o que usou o esquema de multiplexação por divisão de freqüência.

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

- manter a compatibilidade com os receptores monofônicos, o sistema estéreo multiplexado transmite:
  - \* sinal L + R: ambos os canais, direito e esquerdo, em suas freqüências de áudio normais, 50 Hz a 150 KHz.
  - \* sinal L R: obtido usando um sinal de portadora suprimida de dupla banda com 38 KHz de subportadora.
    - · dificuldade de demodulação sem um sinal de sincronismo  $\Longrightarrow$  **portadora piloto especial** é transmitida em 19KHz, exatamente a metade da freqüência da subportadora.
    - · espectro do sinal estéreo multiplexado resultante, figura 31
  - \* sinal multiplexado  $\Longrightarrow$  modula o transmissor da emissora de FM.
- **Sinal Demodulado**: mesmo espectro da figura 31.
  - **receptor monofônico**, terá sua resposta de áudio limitada em 16 ou 17KHz
    - \*  $\Longrightarrow$  apenas sinal L+R, reproduz **ambos** os canais de áudio, mas sem separação estereofônica. (Compatível)
  - receptor estereofônico ⇒ circuitos de demultiplexação obtém a separação dos canais de áudio direito e esquerdo.

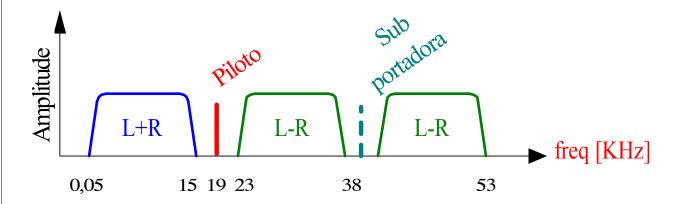


Fig.31. Espectro de um sinal FM Estéreo Multiplexado. Canais L-R em torno da subportadora suprimida (28KHz) caracteriza uma modulação AM DSB/SC.

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

# 9.1 TRANSMISSOR FM ESTÉREO

Diagrama de blocos de um transmissor estéreo multiplexado típico é mostrado na figura 32.

- Há um microfone e um pré-amplificador para ambos os canais direito e esquerdo. Ambos os sinais direito e esquerdo são imediatamente aplicados a um amplificador somador "A". Sua saída é uma **mistura linear** de dois canais  $\Rightarrow$  sinal L + R. Operação semelhante é empregada para obter o sinal L R.
- O sinal L R é aplicado a um modulador balanceado, juntamente com a **portadora** de 38KHz, derivada de um oscilador de 19KHz, usando um dobrador de fieqüência.
- finalmente, o modulador do transmissor FM recebe os sinais
  - -L-R modulado em amplitude com portadora de 38KHz suprimida (saída do modulador balanceado)
  - sinal L +R atrasado (compensar o atraso do modulador balanceado)
  - sinal piloto de 19 KHz com amplitude reduzida tal que provoque um desvio de 7,5KHz na freq da portadora, ou seja, 10% do máximo desvio permitido.
  - Característica do sinal FM estéreo:

- \* desvio máximo de freq:  $\Delta f_{\rm max} = 75 KHz$
- \* máxima freq do sinal modulante:  $fm_{\text{max}} = 53KHz$
- \* índice de modulação:

$$\beta^{stereo} = \frac{\Delta f_{\rm max}}{f m_{\rm max}} \simeq 1,5$$

\* Largura de banda ocupada:

$$BW^{est\'ereo} = 2\left(\Delta f_{\max} + f m_{\max}\right) = 256KHz$$

correspondendo a um canal maior que o reservado para o FM monofônico !!!

- Existe ainda uma porção no espectro do sinal FM estéreo, não mostrado na figura 31, denominada faixa SCA (Secondary Communication Authorization), localizada no intervalo 60KHz a 74KHz. Características:
  - \* serviço com transmissão opcional;
  - \* portadora em 70KHz, modulada em FM com largura de banda de 14KHz (isto é,  $\pm 7KHz$ );
  - \* apenas algumas emissoras transmitem este sinal, conhecido como canal de "só músisca".

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

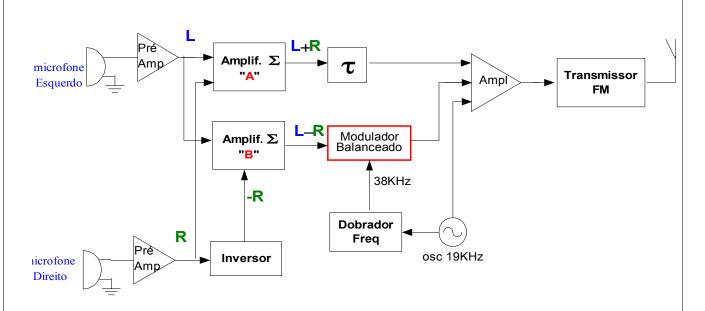


Fig.32. Multiplexação em freq de um sistema FM Estéreo

# 9.2 RECEPTOR FM ESTÉREO

Um diagrama de blocos de um receptor estéreo multiplexado típico utiliza:

- sintonizador FM convencional (monofônico) e um demodulador FM → recuperam o sinal estéreo multiplexado.
- Demultiplexagem é obtida a partir de filtros. Estes são usados para separar as componentes básicas do sinal.
  - filtro **passa baixas**  $\longrightarrow$  sinal L + R (entre 50 Hz e 15 KHz).
    - \* facilmente ralizável com circuito RC
  - filtro **passa banda** (23 a 53 KHz)  $\longrightarrow$  separa o sinal L-R AM-DSB/SC.
    - \* este filtro pode ser um circuito duplamente sintonizado com acoplamento super-crítico
  - filtro passa banda (19 KHz)  $\longrightarrow$  separa o sinal da portadora piloto FM
    - \* circuito sintonizado simples, pois dispõe de uma faixa de  $\pm 4KHz$  (não abrupto), não sendo difícil obter esta característica com circuito LC
- sinal piloto de 19 KHz -> aplicado a um dobrador visando recuperar a fase e

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

freqüência da subportadora (38 KHz). Esta é acoplada ao modulador balanceado, para obter o sinal L-R.

- sinais demodulados L + R e L R são combinados visando a **separação dos canais** L e R. Entre os possíveis métodos tem-se:
  - método **somador-subtrator**, figura 33;
  - método com rede matricial Decodificadora, figura 34.a.

#### 9.2.1 Método Somador-Subtrator

Neste método, o sinal L-R (modulado AM-DSB/SC) é demodulado, sincronamente a partir da multiplicação da subportadora de 38KHz (obtida via multiplicação freq do sinal piloto), figura 33, resultando um um sinal banda-base L-R que combinado ao sinal L+R em um somador e subtrator resultam:

somador: 
$$[L\left(t\right) + R\left(t\right)] + [L\left(t\right) - R\left(t\right)] = 2L\left(t\right)$$
 subtrator: 
$$[L\left(t\right) + R\left(t\right)] - [L\left(t\right) - R\left(t\right)] = 2R\left(t\right)$$

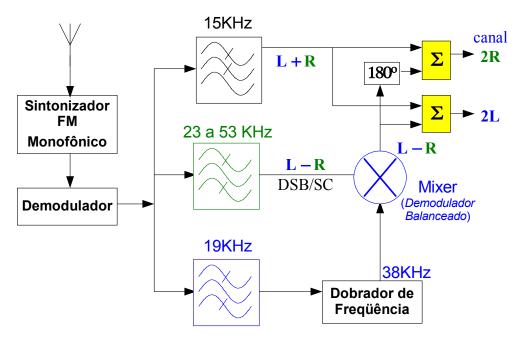


Fig.33. Receptor Estéreo Multiplexado - método Somador-Subtrator na separação dos canais L e R.

DEEL - Telecomunicações

#### 9.2.2 Método com Rede Matricial Decodificadora.

- Sinal L − R modulado (AM-DSB/SC) é somado à subportadora de 38KHz (reinserção da portadora) → AM-DSB
- Matriz Decodificadora, figura 34.b, recebe os sinais L + R em banda base e o L R modulado (AM-DSB):
  - circuito é um detector de envoltória do sinal:

$$(L+R)_{
m Banda\; Base}\;\;\pm\;\;{
m envolt\'oria}\;\,(L-R)_{
m portadora\;em\;38KHz}$$

sendo que os diodos selecionam a envoltória do sinal (L-R) ora positiva, ora negativa:

- D1 seleciona a envoltória positiva de L-R e soma-a ao sinal L+R através de R1 e R3.
- Em seguida, a célula  $\pi$ , formada por R5, C1 e C3 recupera (FPB) o sinal 2L acrescido de um valor médio positivo.
- Analogamente, D2 seleciona a envoltória negativa -(L-R) e soma-a ao sinal L+R através de R2 e R4

89

 Filtragem e eliminação do valor médio negativo é obtido forma idêntica ao caso anterior.

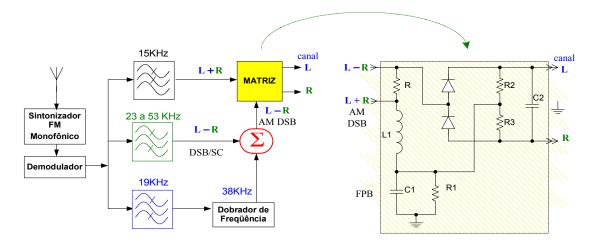


Fig.34. (a) Receptor Estéreo Multiplexado (b) Matriz Simplificada para o Estéreo Multiplexado

Finalmente, os sons estereofônicos resultantes são amplificados e alimentam os altos falantes. O exemplo mostrado aqui é simplificado, na prática existem outras variações de circuitos que implementam a demultiplexagem do sinal FM estéreo demodulado.

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

# 10 Circuitos para Modulação e Demodulação Digital

# 10.1 Por que Modulação Digital?

- atualmente, a maior parte dos sistemas de comunicação utilizam modulação / demodulação (Modem) digital
- vantagens sobre a modulação analógica:
  - / capacidade de canal
  - melhor desempenho: transmissão e recepção de informação com maior acurácia (menor BER para um mesmo  $\frac{E_b}{N_0}$ ) em ambiente com ruído (canal AWGN) e distorção (canal com desvanecimento).
    - \* Sistemas analógicos: cada etapa introduz alguma degradação em S/N.
    - \* Comunicação Digital: regenração do sinal sem ruído + código corretor de erro  $\rightarrow \forall BER$  desejado (disponibilidade BW)
  - Integração serviços de voz, dados, imagem
  - facilidade de armazenamento da informação para transmissão posterior
  - Eficiência em banda → com codificação e decodificação (CODEC) da informação

91

- Imunidade a interferência e segurança
- **Sistema:** número finito de formas de onda ou símbolos é transmitida: cada símbolo → representa um ou mais bits.
- Receptor digital  $\Longrightarrow$  estimar cada símbolo originalmente enviado pelo Tx
  - após a introdução de ruído e distorção no canal
  - não importa a amplitude ou formato (distorção) do sinal recebido: o receptor deve ser capaz de distinguir um símbolo do outro (estimar corretamente)
- Comunicações Digitais: tornam-se robustas devido aos embaralhadores (scramblers)
  - → necessários para a prevenção de interferências dos canais adjancentes,
  - devido as picos espectrais;
  - surtos de sincronização;
  - transmissão de padrões repetidos;
  - intervalos de silêncio alternados com de transmissão em altas taxas.

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

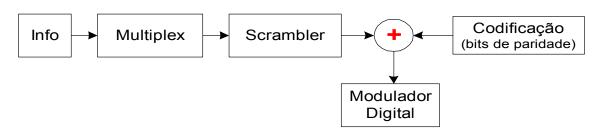


Fig.35. Codificador digital genérico

⇒ é desejável ter um sistema de codificação eficiente em banda e potência.

# 10.2 Tipos de Modulação/Demodulação (MoDem) Digital

- Modulação em Amplitude (ASK = Amplitude Shift Keying): M-ASK; QAM
- Modulação em **Fase** (PSK = Phase Shifting Keying): BPSK; QPSK
- Modulação em **Freqüência** (FSK = Frequency Shifting Keying): BFSK e MFSK.
  - CP-FSK = Continuous Phase FSK
  - FFSK = Fast FSK (caso especial de CP-FSK)
- $\bullet~$  Compromisso Eficiência em Potência,  $\eta_{Pot}$  X Eficiência espectral,  $\eta_{BW}$
- PSK tem sido extensivamente utilizada:
  - em ambiente AWGN: PSK resulta em vantagem de 3dB sobre a ASK  $\rightarrow$  mesmo desempenho.
  - Em canal c/ desvanecimento: ASK resulta em maiores erros na detecção (devido às variações de amplitude)

Para a mesma BW, a taxa de informação é dobrada  $\rightarrow$  utilizando PSK em quadratura (4 fases ou QPSK)

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

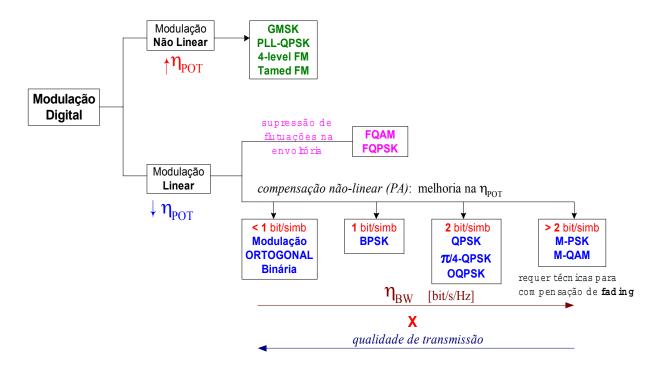


Fig.36. Classificação para esquemas de modulação digital

# 10.3 Modulação em Amplitude (ASK = Amplitude Shift Keying)

**ASK** 

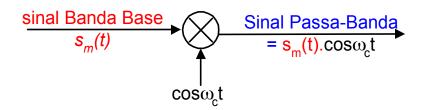


Fig.37. ASK: Modulação em Amplitude de uma portadora senoidal por um sinal banda base PAM.

• modulação digital em banda base PAM, as formas de onda são:

$$s_m(t) = A_m g_T(t)$$
  $m = 1, 2, ..., M$ 

com  $g_T(t)$  = formato do pulso filtrado transmitido  $\Longrightarrow$  determina a característica espectral do sinal transmitido.  $A_m$  = amplitudes discretas do sinal

$$A_m = (2m - 1 - M)$$
  $m = 1, 2, ..., M$ 

- Espectro dos sinais Banda Base: confinado em  $|f| \le W$ , com W = banda de freq ocupada por  $|G_T(f)|^2$ 

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

• sinais digitais com formas de onda em banda base  $s_m(t)$  são transmitidos através de um canal passa-banda empregando-se modulação amplitude (PAM) via portadora:

$$u_m(t) = A_m g_T(t) \cos(2\pi f_c t) \qquad m = 1, 2, ..., M$$
  
=  $s_m \psi(t)$ 

onde forma de onda básica do sinal:

$$\psi(t) = \sqrt{\frac{2}{E_g}} g_T(t) \cos(2\pi f_c t)$$

$$s_m = \sqrt{\frac{E_g}{2}} A_m \qquad m = 1, 2, ..., M$$

Espectro do sinal modulado em amplitude resulta:

$$U_m(f) = \frac{A_m}{2} \left[ G_T(f - f_c) + G_T(f + f_c) \right]$$
 DSB-SC AM

### 10.3.1 Demodulação e Detecção em Amplitude

- demodulação de sinais PAM digitais passa-banda: MF ou correladores
  - sinal transmitido e recebido:

$$Tx:$$
  $u_m(t) = A_m g_T(t) \cos(2\pi f_c t)$   
 $Rx:$   $r(t) = A_m g_T(t) \cos(2\pi f_c t) + n(t)$ 

com processo **ruído** passa banda  $n\left(t\right)=n_{I}\left(t\right)\cos\left(2\pi f_{c}t\right)-n_{Q}\left(t\right)\sin\left(2\pi f_{c}t\right)$ 

- correlacionando o sinal recebido com a função básica do sinal  $\psi(t)$  (sincronismo perfeito com o sinal recebido)  $\Longrightarrow$  sinal digital demodulado

$$\int_{-\infty}^{\infty} r(t) \psi(t) dt = A_m \sqrt{\frac{2}{E_g}} \int_{-\infty}^{\infty} g_T^2(t) \cos^2(2\pi f_c t) dt + \int_{-\infty}^{\infty} n(t) \psi(t) dt$$
$$= A_m \sqrt{\frac{E_g}{2}} + n$$

com n =componente de ruído aditivo à saida do **correlator.** 

- em seguida, sinal passa pelo detector.
- Há formas de se recuperar a fase da portadora ⇒ uso de PLL

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

### 10.3.2 M-ário QAM

 $1 \ simbolo \Rightarrow \ {
m gerado} \ {
m a} \ {
m partir} \ {
m de} \ {
m log}_2 \ M \ {
m bits} \ {
m de} \ {
m info}$  seq. de M bits info  $\Rightarrow$  convertido em  ${
m log}_2 \ M$  dados paralelos  ${
m log}_2 \ M$  dados paralelos  $\Rightarrow$  divididos em 2 grupos:  $I \ {
m e} \ Q$  regra de mapeamento  $\Rightarrow$  Codificação Gray

- exige detecção coerente 
   ⇒ técnicas de regeneração da portadora empregando esquemas com sinal piloto
  - pode-se empregar codificação Gray detecção coerente de fase absoluta ⇒
    menor BER que a codificação diferencial com detecção coerente ou detecção
    diferencial
- Exemplo, 16QAM: 2bits para cada um dos grupos (I e Q); distância Euclidiana dos sinais em cada grupo: 2
  - cada símbolo de um dos quadrantes da constelação terá SER distinto
  - considerando 16QAM e codificação  $\Rightarrow BER = \frac{SER}{4}$

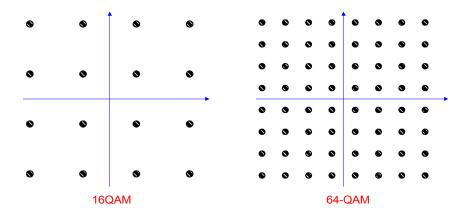


Fig.38. Constelação para M-QAM, M=16 e M=64

$\begin{array}{ c c } \hline canal \ \mathbf{I} \\ (a_{4n-3}; a_{4n-2}) \\ \hline \end{array}$	Amplitude	$\begin{array}{c} canal \ \mathbf{Q} \\ (a_{4n-1}; a_{4n}) \end{array}$	Amplitude	
00	-3	00	-3	
01	-1	01	-1	
11	1	11	1	
10	3	10	3	

Tabela 1. Regra de mapeamento Gray para 16QAM

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

# **10.4** Modulação em Fase (PSK = Phase Shifting Keying)

- **BPSK** = Binário PSK; **QPSK**=Quadratura e **MPSK**= *M*-ário PSK
- informação transmitida sobre um canal de comunicação é impressa na fase da portadora. Faixa das fases possíveis em um MPSK:

$$\theta_k = \frac{2\pi k}{M}, \ k = 0, 1, ..., M - 1 \ e \ 0 \le \theta < 2\pi$$

Representação geral para um conjunto de sinais com modulação de fase da portadora

$$u_k(t) = g_T(t)\cos\left(2\pi f_c t + \frac{2\pi k}{M}\right)$$

com  $g_{T}\left(t\right)=$  formato do pulso filtrado transmitido

- Admitindo energia do pulso transmitido igual energia de símbolo:  $E_q=E_s$
- formatação de pulso retangular  $\Longrightarrow g_T(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T}} \Longrightarrow$  sinal transmitido terá **envoltória constante**:

$$u_k(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T}}\cos\left(2\pi f_c t + \frac{2\pi k}{M}\right)$$

- fase da portadora muda abruptamente no início de cada intervalo de sinal = PSK (phase shift keying)
- mapeamento de k bits de informação em  $M=2^k$  possíveis fases será feito preferencialmente por **códigos Gray** 
  - fases adjancentes diferem apenas por um dígito binário (bit):  $\Longrightarrow$  erros mais frequentes causados por ruído envolvem a seleção errônea de uma das fases adjacentes àquela transmitida  $\Longrightarrow$  único bit errado em um símbolo de k bits.

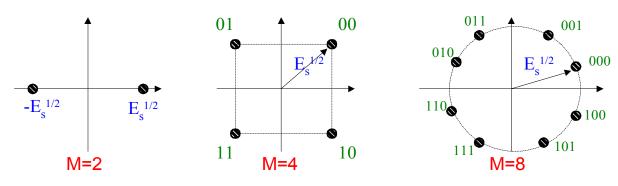


Fig.39. Constelação sinais MPSK (c ódigo Gray)

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

## **10.4.1 BPSK** (Binary PSK), M = 2

• modulação primitiva para sistemas comunicações sem fio. Sinal tx: sinal transmitido:

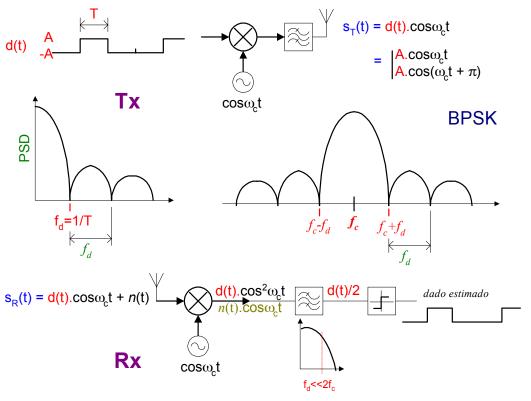
$$\begin{split} s_T(t) &= \sqrt{\frac{2E_s}{T}}\cos\left(2\pi f_c t + \pi k\right); \quad k = 1, 2 \\ &= A\cos\left(2\pi f_c t + \theta_D\left(t\right)\right) = A\left[\cos\left(2\pi f_c t\right)\cos\left(\theta_D\left(t\right)\right) - \sin\left(2\pi f_c t\right)\sin\left(\theta_D\left(t\right)\right)\right] \\ &= u_I\left(t\right)\cos\left(2\pi f_c t\right) - u_Q\left(t\right)\sin\left(2\pi f_c t\right) \\ s_T\left(t\right) &= u_I\left(t\right)\cos\left(2\pi f_c t\right) \\ pois \text{ em BPSK} \Rightarrow u_Q\left(t\right) = A\sin\left(\theta_D\left(t\right)\right) = 0. \end{split}$$

• Demodulação/detecção BPSK coerente (representação real:  $d\left(t\right)=u_{I}\left(t\right)$ ):

$$\sin al : d(t) \cos^2(\omega_c t) = d(t) \left[ \frac{2 + \cos(2\omega_c t)}{2} \right] = \frac{d(t)}{2} + \underbrace{\frac{d(t) \cos(2\omega_c t)}{2}}_{\text{Filtrado: PSK em } 2\omega_c}$$

ruído :  $n(t) \cdot \cos(\omega_c t)$ 

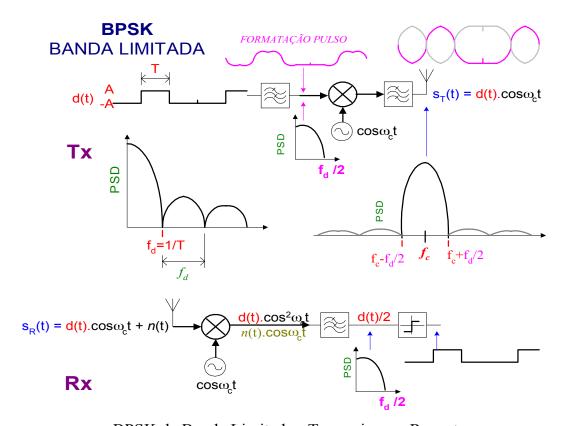
- Relação sinal/ruído recebido:  $SNR=\gamma=A^{2}/2\sigma^{2}$ , com  $\sigma^{2}=\mathbb{E}\left[n^{2}\left(t\right)\right]$ 



BPSK - Transmissor e Receptor

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação



BPSK de Banda Limitada - Transmissor e Receptor

DEEL - Telecomunicações

### 10.4.2 **QPSK**

• esquema modulação transmite 2 bits informação a partir de 4 fases de portadora

- aplica-se codificação de fase absoluta (Gray)
  - 1 erro de símbolo → 1 erro de bit de info (distância de Hamming entre fases adjacentes é sempre igual a 1)
- codificação diferencial (DEQPSK)
  - quando fase de referência da portadora em detecção coerente resultar em ambiguidade:

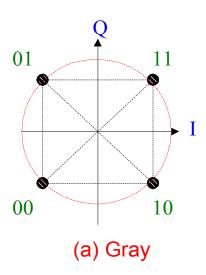
fase do n- ésimo símbolo:  $\phi_n=\phi_{n-1}+d\phi_n ~~ \cos d\phi_n=$  qde desloc.de fase

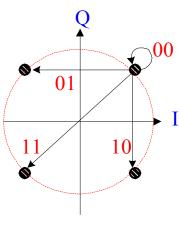
Dados	$\phi$	$d\phi$
00	$-3\pi/4$	0
01	$3\pi/4$	$\pi/2$
10	$-\pi/4$	$-\pi/2$
11	$\pi/4$	$\pi$

Tabela 2. Relação entre 2 bit informação e codificação QPSK absoluta e diferencial

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação





106

(b) Diferencial

Fig.40. Diagrama de estados em uma modula ção QPSK codificação Gray e diferencial (DEQPSK)

## Modulador QPSK.

$$s_T(t) = \operatorname{Re} \left[ u(t) \exp \left( 2\pi f_c t \right) \right]$$
  
=  $u_I(t) \cos \left( 2\pi f_c t \right) - u_Q(t) \sin \left( 2\pi f_c t \right)$ 

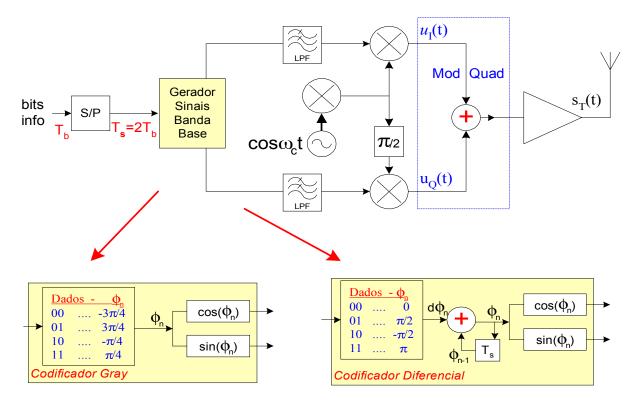


Fig.41. Modulador QPSK

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

- $\Rightarrow$  quando filtros de Nyquist são empregados no Tx (redução espectral do sinal BPSK) e Rx  $\gamma_0\cong \overline{E_b/N_0}$ 
  - uso CQPSK (em detrimento do DEQPSK) ⇒ deve-se utilizar esquema de sinal piloto auxiliar para demodulação coerente

**10.4.3** 
$$\pi/4$$
**-QPSK**

- modificação QPSK. Ambas as codificações são disponíveis: fase absoluta (Gray) e diferencial
- Muda-se os eixos I-Q de 0 e  $\pi/2 \Leftrightarrow -\pi/4$  e  $\pi/4$  a cada  $T_s$
- vantagem: envoltória do sinal  $\pi/4$ -QPSK nunca assume amplitude zero  $\Rightarrow$  reduz o espalhamento do espectro causado pela não linearidade do amplificador final (PA) no  $Tx \Rightarrow \uparrow \eta_{POT}$

Dados	$\phi$	φ			
$(a_{2n-1};a_{2n})$	$t = 2mT_s$	$t = (2m+1)T_s$			
00	$-3\pi/4$	$\pi$			
01	$3\pi/4$	$\pi/2$			
10	$-\pi/4$	$-\pi/2$			
11	$\pi/4$	0			

Tabela 3. Relação entre 2 bit informação e codificação  $\pi/4--$ QPSK absolutal

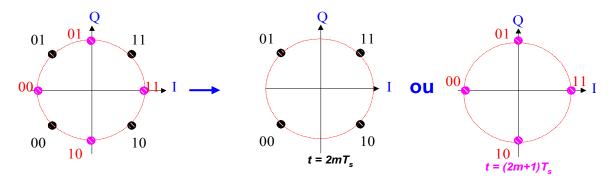


Fig. 42. Diagrama de estado de sinais para um  $\pi/4-{\rm QPSK}$  com codificação de fase absoluta (Gray)

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

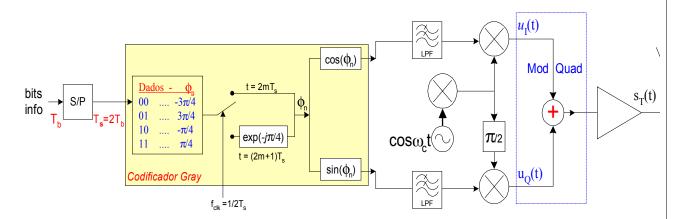


Fig.43. Modulador  $\pi/4$ -QPSK com codificação Gray

#### 10.4.4 M-ário PSK

- $1 \ simbolo \Rightarrow$ transmite  $\log_2 M$  bits de info
- cada  $simbolo \Rightarrow$  assume uma das fases  $\phi = \frac{2\pi}{M}(m-1)$ , m=1,2,...,M

## 8-PSK com codificação de fase absoluta (Gray)

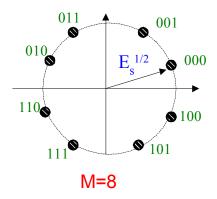


Fig.44. Constelação 8-PSK com codificação Gray

Dados	4	Dados	4	
$(a_{3n-2};a_{3n-1};a_{3n})$	$\phi_n$	$(a_{3n-2};a_{3n-1};a_{3n})$	$\phi_n$	
000	$\pi/8$	110	$-7\pi/8$	
001	$3\pi/8$	111	$-5\pi/8$	
011	$5\pi/8$	101	$-3\pi/8$	
010	$7\pi/8$	100	$-\pi/8$	

Tabela 4. Relação entre 3 bit informação e as fases com codificação absoluta em um 8-PSK

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

## 10.5 Modulação/Demodulação Coerente em Freqüência

- transmissão de dados: FM digital (= FSK: Frequency Shifting Keying)
- índice modulação:  $\uparrow m$  (banda larga)  $\downarrow m$  (banda estreita)
- ullet uso demoduladores **não-coerentes**: requer  $\uparrow CNR$  em relação à demod. **coerente**

## 10.5.1 MSK (minimum Shift Keying) = MoDem FSK Coerente c/ derivação freq:

$$\Delta f_{pp}=2\Delta f=f_2-f_1=rac{1}{2T_b}; \quad ext{ indice mod.: } m=\Delta f_{pp}T_b=rac{1}{2}$$

• sinal FSK: transmissão de 2 freqs,  $f_1 = f_c - \Delta f$  e  $f_2 = f_c - \Delta f$ 

$$s_{FSK}(t) = A \cos \left[2\pi \left(f_c \pm \Delta f\right) t\right]$$
  
=  $A \left[\cos \left(\pm 2\pi \Delta f t\right) \cos \left(2\pi f_c t\right) - \sin \left(\pm 2\pi \Delta f t\right) \sin \left(2\pi f_c t\right)\right]$ 

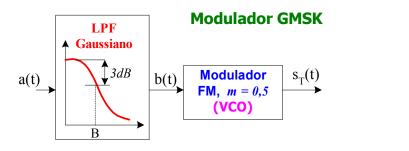
• demodulação coerente  $\Rightarrow$  desvio freq ajustado para  $\Delta f = \frac{1}{4T_b}$ . O sinal **MSK** será:

$$s_{MSK}(t) = A \left[ \cos \left( \pm \pi \frac{t}{2T_b} \right) \cos \left( 2\pi f_c t \right) - \sin \left( \pm \pi \frac{t}{2T_b} \right) \sin \left( 2\pi f_c t \right) \right]$$

demodulação MSK opera de mesma forma que O-QPSK

#### 10.5.2 GMSK - Modulação em Frequência

- é uma MSK (modulação em freq. com índice de modulação m=0,5) + filtro Gaussiano na pré-modulação
- Envoltória constante  $\Rightarrow$  requisito para amplificador não-linear ( $\nearrow \eta_{POT}$ )
- $1^{\rm o}$  nulo espectral:  $(f-f_c)\,T_b=0,75$  contra 0,50 do QPSK



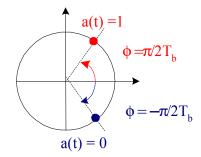


Fig. 45. Configura ção para o modulador GMSK e diagram de estado de sinal do MSK.

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

$$\begin{aligned} \text{dados tx} &: & a\left(t\right) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k u\left(t-kT_b\right); & \text{bipolariz: } b_k = \left\{ \begin{array}{l} 1; & a_k = 1 \\ -1; & a_k = 0 \end{array} \right. \\ \text{e} &: & u\left(t\right) = \left\{ \begin{array}{l} 1; & 0 \leq t < T_b \\ 0; & cc \end{array} \right. & \text{(pulso retangular)} \end{aligned}$$

 $-a\left(t\right)$  é filtrado pelo LPF Gaussiano (GLPF) com largura de banda de 3dB igual a B (pré-modulação); à saída tem-se:

$$b(t) = a(t) \otimes c_b(t); \quad \operatorname{com} c_b(t) = \sqrt{\frac{2\pi}{\ln 2}} B \exp\left(-\frac{2\pi^2}{\ln 2} B^2 t^2\right)$$
$$= \sqrt{\frac{2\pi}{\ln 2}} B \int^T \exp\left(-\frac{2\pi^2}{\ln 2} B^2 t^2\right) dt$$
$$= \frac{1}{2} \left[ \operatorname{erf} \left(-\sqrt{\frac{2}{\ln 2}} \pi B(t)\right) + \operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{2}{\ln 2}} \pi B(t + T_b)\right) \right]$$

com produto  $BT_b = cte$  e inversamente proporcional à banda do sinal Tx.

- sinal transmitido após modulação FM com m=0,5

$$s_T(t) = A\cos\left[2\pi f_c + \phi\left(t\right) + \theta_0\right]; \quad \text{com: } \phi\left(t\right) = \frac{\pi}{2T_b} \int_{-\infty}^t b\left(\tau\right) d\tau$$
 
$$\phi\left(t\right) = \text{desvio de fase produzido pelo modulador: } \begin{cases} a_k = 1 \ \to \ \phi = \frac{\pi}{2T_b} \\ a_k = 0 \ \to \ \phi = -\frac{\pi}{2T_b} \end{cases}$$

- 3 esquemas para a **demodulação** GMSK:
  - detecção diferencial
  - discriminador de frequência
  - detecção coerente

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

# 10.6 Modulação Ortogonal Binária

- k bits de informação  $\Rightarrow$  são transmitidos empregando-se um **código ortogonal** de comprimento  $2^k$  bits
- quaisquer duas palavras de códigos são ortogonais
- $\bullet \;$  geração de códigos ortogonais  $\{s_1,s_2;...;s_m\}$  , com  $m=2^k$ : matriz de Hadamard (ou Walsh ou Hadamard–Sylvester)
  - caracterísitica: ortogonalidade na condição de fase preferencial e facilidade de construção (geração recursiva)

$$H_{m+1}=\left[egin{array}{cc} H_m & H_m \ H_m & -H_m \end{array}
ight]=\left[egin{array}{cc} s_1 \ s_2 \ dots \ s_{2^k} \end{array}
ight], \quad ext{ onde }$$

$$H_{1} \in \{\pm D_{1}; \pm D_{2}; \pm D_{3}; \pm D_{4}\}$$

$$D_{1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}; D_{2} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}; D_{3} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}; D_{4} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

DEEL - Telecomunicações

- $-T_s=2^kT_c$
- matrizes contém uma linha com todos os elementos iguais a "1" e as linhas restantes possuem idêntico número de "1" e "-1". Cada linha de  $H_m$  representa uma função de Walsh.
- devantagem: fora da fase prefencial: ortogonalidade é perdida.
- Receptor ML: correlação entre o sinal recebido e cada palavra de código ⇒ seleciona o que produz máxima correlação
- melhoria considerável BER para k crescentes em canal AWGN e região média de $\frac{E_b}{N_0}$ .

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

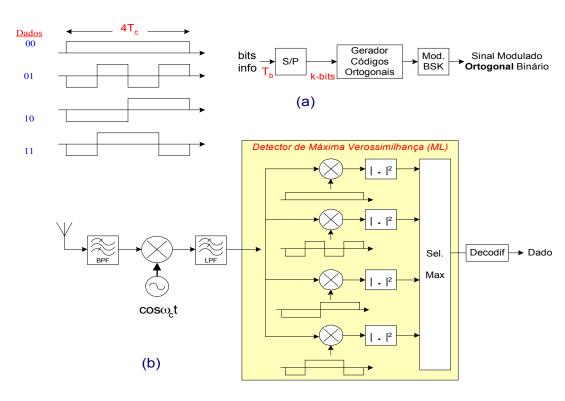


Fig.46. (a) Modulador ortogonal (b) Receptor para modulação ortogonal binária

# 11 Exercícios Resolvidos

**Exemplo 11.1** Dois sinais modulantes contínuos, de valor  $E_{DC}$  são injetados em um modulador PM, de constante  $K_P$  e um modulador FM, de constante  $K_F$ , modulando duas portadoras identicas, com expressão do tipo:  $e_c(t) = E_c \cos \omega_c t$ . Deseja-se saber se o sinal modulado em freqüência será também modulado em fase e se o sinal modulado em fase será também modulado em freqüência.

#### modulação FM:

$$S^{FM}(t) = E_c.\cos\left[\omega_c t + K_F \int V_m\left(t\right) dt\right]$$

mas  $V_m(t) = E_{DC}$  e portanto,

$$S^{FM}(t) = E_c \cdot \cos \left[ \omega_c t + K_F \int E_{DC} dt \right] = E_c \cdot \cos \left[ \omega_c t + K_F E_{DC} \cdot t \right]$$
$$= E_c \cdot \cos \left( \omega_c + K_F E_{DC} \right) t$$

que representa um sinal de freqüência constante, porém com um aumento de $K_F E_{DC}$  na velocidade angular. Para efeito de modulação PM, percebe-se que, como a freqüência mudou em relação à portadora, a fase sofrerá constante alteração ao longo do tempo e assim:

⇒ A Modulação FM gera modulação PM.

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

## Modulação PM:

$$S^{PM}(t) = E_c \cdot \cos\left[\omega_c t + K_P V_m(t)\right]$$

como  $V_m(t) = E_{DC}$ :

$$S^{PM}(t) = E_c \cdot \cos\left[\omega_c t + K_P E_{DC}\right]$$

que é um sinal defasado de  $K_PE_{DC}$  em relação ao sinal da portadora original. Esta defasagem permanece constante ao longo do tempo, vemos que o período do sinal modulante é constante e sua frequência não se altera. Assim, no caso de um sinal modulante contínuo:

⇒ A Modulação PM não gera modulação FM.

**Exemplo 11.2** Uma portadora cossenoidal de 100MHz e 200Vpp é modulada em freqüência, com desvio máximo de 75KHz, por um sinal também cossenoidal de 15KHz e 20Vpp. Determinar:

a) O índice de modulação do sinal modulado

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{75}{15} = 5rd$$
 (FM comercial)

b) A constante do circuito modulador (VCO, se mdoulação direta)

$$K_F = \frac{\Delta\omega}{V_m} = \frac{2\pi \times 75 \times 10^3}{10} = 47123,9 \ \left[\frac{rd}{Vs}\right]$$

c) A largura de faixa ocupada pelo sinal modulado

$$BW = 2 \left( \Delta f + f_m |_{\text{max}} \right) = 2 \left( 75 + 15 \right) 10^3 = 180 KHz$$

d) O espectro de amplitudes do sinal modulado.

Espectro que contém 98% da potência total: coeficientes da funções de Bessel até a ordem  $n = \beta + 1 = 6$ :

Do gráfico ou da tabela, temos:

$$J_0(5) = -0.18; J_1(5) = -0.33; J_2(5) = 0.05; J_3(5) = 0.36; J_4(5) = 0.39; J_5(5) = 0.26; J_6(5) = 0.13$$

. Verifica-se neste espectro que a diferença entre as freqüências das raias extremas é:

$$100,09 \times 10^6 - 99,91 \times 10^6 = 180 KHz \ (=$$
 largura de faixa)

e) A potência entregue pelo modulador, nestas condições, a uma antena de  $50\Omega$  A potência média, por unidade de carga, para um espectro finito:

$$\overline{P}_{Total} = 0,49A^2 = 0,49 \times 100^2 = 4900$$

A potência entregue à antena será:

$$\overline{P}_{Total} = \frac{4900}{Z_{antena}} = \frac{4900}{50} = 98W$$

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

**Exemplo 11.3** Um modulador FM a varicap idêntico ao da figura 27 utiliza um indutor  $L_2 = 1,3\mu H$  e um varicap cuja curva característica é dada na figura 47. Determinar:

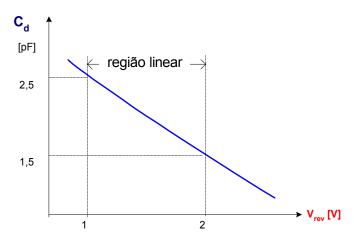


Fig. 47. Resposta do Varicap mostrando a região linear.

1. A tensão de polarização DC do varicap para melhor aproveitamento da região linear:

$$V_{varicap\_ref} = \frac{V_{\max} + V_{\min}}{2} = 1,5V$$

O divisor de tensão resistivo formado por R1, R2 e P1,figura 27 deve ser dimensionado de forma a obtemos no cursor de P1 uma tensão de 1.5V

2. A freqüência de portadora na qual o circuito oscila

reta (região linear) para o varicap:  $C_d=3, 5-1 \times V_{rev} \quad [pF]$ ;  $1 \leq V_{rev} \leq 2$ Na ausência de sinal modulante,  $C_{d0}=2pF$  ( $V_{rev}=1,5V$ ), e como  $C_d << C_2$ 

$$f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2C_{d0}}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{1,3\mu \times 2p}} = 98,7MHz$$

3. A constante do circuito modulador,  $K_o$ .

O coeficiente angular da reta da figura 47 é:  $K_{varicap} = \frac{\Delta C}{\Delta V} = \frac{1.5-2.5}{2-1} = -1pF/V$ . Pela reta deduz-se ainda que a capacitância do varicap na ausência de sinal modulante será:  $C_0 = 2pF$  (@ $V_0 = 1, 5V$ ). Finalmente:

$$K_o \cong \frac{-\omega_0}{2C_0} \underbrace{\frac{\Delta C}{\Delta V}}_{K_{various}} = \frac{-2\pi 98, 7 \times 10^6}{2 \times 2 \times 10^{-12}} \left( -1 \times 10^{-12} \right) = 4,935\pi \times 10^7 \left[ \frac{rad}{V.s} \right]$$

1. O máximo valor de pico do sinal modulante antes de começar a haver distorção por não-linearidade.

O sinal modulante poderá excursionar  $\pm 0,5V$  em torno de  $V_o=1,5V\to V_m|_{\rm max}=$ 

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

0,5V

2. O máximo desvio de frequência que pode ser provocado sem distorção.

$$\Delta\omega = K_o V_m$$

$$\therefore \Delta f|_{\text{max}} = \frac{K_o V_m|_{\text{max}}}{2\pi} = \frac{4,935\pi \times 10^7 \times 0,5}{2\pi} = 12,34MHz$$

 $\Longrightarrow$  circuito modulador demasiadamente sensível  $0,5V\longrightarrow 12,34MHz$ 

- $\implies$  para manter o desvio em  $75KHz \longrightarrow V_m = 3mV$  apenas!!!
- 3. O índice de modulação, β, na situação de máximo desvio de frequência e sinal modulante de 15KHz. Este modulador é banda larga ou estreita ? Justifique. Da equação (3),

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{12,34 \times 10^6}{15 \times 10^3} \cong 823 \text{ rad}$$

**Exemplo 11.4** Um detetor FM de inclinação balanceado é projetado para atuar numa faixa de  $\pm 400KHz$  em torno da F.I. de rádios FM comerciais e usa circuitos sintonizados com índice de mérito de 25. Verificar se a curva "S" obtida como resultado tem uma região linear aproveitável para a demodulação.

Solução:

A expressão para o ganho deste circuito é dada por (13):

$$A_v = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(Q_1 \frac{(f_{01} - f)}{f_{01}}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + \left(Q_1 \frac{(f_{02} - f)}{f_{02}}\right)^2}}$$

Para F.I. = 10,7MHz, a faixa de  $\pm 400KHz$  deverá ir de 10,3MHz a 11,1MHz. Assim, podemos montar a tabela e obter a gráfico da figura 48:

<i>,</i> 1				<u> </u>						
f[MHz]	10,30	10,35	10, 40	10,4	10,	50   10	), 60	10,65	10,70	10,75
$A_v$	-0,73	-0,69	-0,60	-0,	49   -0	,37   -	0,26	-0, 16	0,03	0, 12
f[MHz]	10,80	10,85	10,90	10,95	11,00	11,05	11, 1	.0		
$A_v$	0,21	0,31	0,42	0,53	0,63	0,71	0,75	)		

 $\Rightarrow$  apesar do baixo valor de Q, o grande afastamento entre as frequências de ressonância dos dois circuitos sintonizados faz com que a curva "S" tenha uma boa região linear dentro da faixa de  $\pm 400 KHz$ .

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

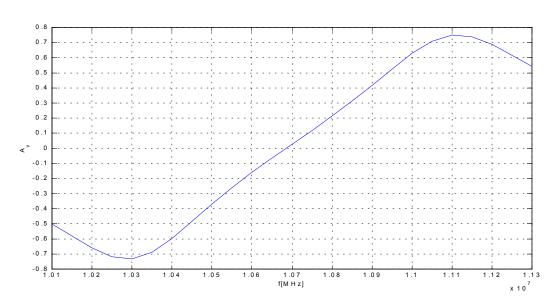


Fig.48. Curva S.

**Exemplo 11.5** Um transmissor Heterodino de FM (como o da figura 26) usa um modulador PLL com freqüência de portadora de 860KHz e desvio máximo de freqüência de 520Hz. Os dois grupos de multiplicadores são de 12 vezes cada um e a portadora final na antena tem que

ser de 100MHz. Quais devem ser as características do Oscilador a Cristal, do Misturador e o desvio máximo de freqüência do sinal na antena.

Solução:

1. Desvio máximo de freqüência do sinal na antena:

$$\Delta f_{final} = m \times n \times \Delta f = 12 \times 12 \times 520 = 74,88KHz$$

A relação entre a portadora final e a portadora do modulador é:  $\frac{100MHz}{860KHz}=116,28$ , que é menor que a multiplicação total dada pelos circuitos multiplicadores (144). Então, a única possibilidade disso ocorrer é o misturador e o oscilador abaixarem a freqüência da portadora. Assim, teremos a portadora final dada por:

$$f_{\text{carrier final}} = m \left( n f_{\text{carrier}} - f_{osc} \right) = 12(12 \times 860 \times 10^3 - f_{osc})$$

Portanto, deve-se ter um oscilador a cristal com freg:

$$f_{osc} = nf_{\text{carrier}} - \frac{f_{\text{carrier\_final}}}{m} = 12 \times 860 \times 10^3 - \frac{100 \times 10^6}{12} = 1,9867MHz$$

- ⇒ deve-se ter um Oscilador a Cristal de 1,9867MHz
- $\Longrightarrow$  um Misturador com circuito sintonizado na diferença de  $12 \times 860kHz$  com a freqüência do Oscilador:

$$f_{mixer} = 12 \times 860kHz - 1,9867MHz = 8,333MHz$$

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

# 12 Exercícios

- 1. mostre como um transmissor PM pode ser empregado na geração de um sinal FM
- 2. Um tom senoidal de 2KHz e  $20V_{pp}$  modula em FM uma portadora de 10MHz e  $100V_{pp}$  em um circuito modulador cuja constante é de  $125,66\left[\frac{rd}{Vs}\right]$ . Determinar
  - a. índice de modulação (resp: 0, 1 rd)
  - b. expressão do sinal modulado
  - c. espectro de amplitudes resultante
  - d. potência entregue por este modulador a uma antena de  $Z=50\Omega$  (resp: 25,125W)
- 3. Qual a principal diferença entre o discriminadores de relação, sintonia deslocada e o Foster-Seeley.
- 4. Um transmissor FM semelhante ao da figura 24, com um grupo de multiplicadores que aumentam a freq do oscilador a cristal por M=96 tem no oscilador à cristal a geração de uma freq de  $\omega_o=2\pi\times 10^6$  rad e recebe um sinal modulante de  $f_m=15KHz$ . O índice de modulação  $m_{FM}=0,1rad$ . Verificar se o sinal

129

transmitido obedece aos padrões de radiodifusão FM comercial.

- 5. Considerando ainda os padrões de radiodifusão FM comercial, qual deve ser a freq de oscilação de um oscilador local de um receptor FM para que se possa sintonizar uma emissora que transmite em 94,5MHz. Neste caso se aplica o problema da freq imagem? Se sim, responda
  - a. qual é a freq imagem?
  - b. caso haja um sinal interferente modulado em amplitude e com freq da portadora igual à freq imagem, esta interferência causará problemas na recuperação do sinal modulado FM ? Por que?
- 6. Considere o transmissor FM heteródino da figura 26 contendo um modulador com portadora de 500KHz e desvio máximo de freq de  $\pm 260Hz$ . Deseja-se obter na saída um sinal de 106MHz de portadora e desvio máximo de  $\pm 75KHz$ , lançando mão de vários circuitos multiplicadores por 2,3 ou 4 na formação dos dois grupos de mutliplicadores. Determinar as características do oscilador e do misturador de tal forma a atender os requisitos acima.
- 7. O que é balun? Onde é utilizado?
- 8. Uma portadora cossenoidal de 100MHz e 100Vpp é modulada em freqüência por um

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

tom cossenoidal de 10KHz e 20Vpp, em um circuito cuja constante é  $8\pi 10^3 \text{rd/Vs}$ , Determinar:

- a. O desvio máximo de frequência no sinal modulado;
- b. O índice de modulação do sinal modulado;
- c. A largura de faixa ocupada pelo sinal modulado;
- d. O espectro de amplitudes do sinal modulado;
- e. A potência entregue por esse modulador, nessas condições a uma antena de  $75\Omega$
- 9. Projetar um circuito de preênfase, norma americana, com atenuação de 15dB antes do início da atuação de enfatização. Considerar  $f_2=15KHz$  e desenvolver o projeto usando um capacitor de  $0,22\mu F$ .
- 10. Um modulador FM pelo método direto (a varicap), figura 47.a usa um indutor de  $25\mu H$  e um varicap cuja curva característica está mostrada na figura 49. Determinar:
  - a. A tensão de polarização DC do varicap para o melhor aproveitamento da região linear ( $resp: V_{bias} = 7,5V$ )
  - b. A frequência de portadora na qual o circuito oscila (resp:  $f_c = 2,013MHz$ )

- c. A constante deste circuito modulador (resp:  $K_c = 597,63 \times 10^3 [rad/Vs]$ )
- d. O valor máximo de pico do sinal modulante, sem que haja distorção por não-linearidade (resp:  $V_{m_{MAX}}=2,5V_p$ )
- e. O máximo desvio de feqüência que pode ser provocado sem distorção (resp:  $\Delta f_{Max} = 238 Hz$ )
- f. O índice de modulação na situação de máximo desvio de frequência e sinal modulante senoidal de 15KHz (resp:  $\beta_{\rm max}=15,87rad$ )

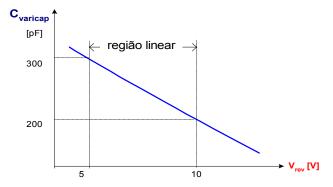


Fig.49. Região linear para a curva  $C_{varicap} imes V_{rev}$ 

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

11. Na figura 50 são apresentados um PLL e a respectiva resposta do detector de fase. Quando o PLL é excitado com degrau  $B=10^4 rd/s$  tem-se um acréscimo definitivo de fase de 0,5rad. Caso seja excitado com uma tensão alternada com freq.  $f_m=1KHz$  e amplitude de  $A=100mV_p$ , qual será o do desvio de freq do VCO,  $\Delta f_v$ , em Hertz.  $(resp: \Delta f_v \simeq 75Hz)$ 

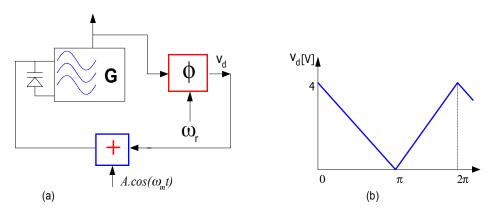


Fig.50. (a) PLL; (b) resposta do detector de fase do PLL

12. Uma portadora  $e_o(t)=100\cos\left(2\pi\times10^8t\right)$  é modulada em freq por um tom de  $f_m=1KHz$  e  $40V_{pp}$  em um circuito modulador de  $K_K=10\pi\left[rad/Vs\right]$  . Determinar.

a. índice de modulação (resp: 0, 1rd)

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

- b. expressão para o sinal modulado (resp:  $S^{FM}(t) = 100 \cos \left[2\pi 10^8 t + 200\pi \cos \left(2\pi 10^8 t + 200\pi \cos (2\pi 10^8 t + 200\pi \cos \left(2\pi 10^8 t + 200\pi \cos (2\pi 10^8 t + 200\pi \cos (2$
- c. espectro de amplitudes do sinal FM (resp: duas raias em oposição de fase e equidistanciadas de  $f_c = 100MHz$  por 1KHz)
- d. Potência que o modulador entregará a um antena de  $Z=100\Omega$  resp: 50,025W)
- 13. Comprovar, para  $\beta=6$  rd, a propriedade das.funções de Bessel de la. espécie (somatória quadrática dos termos até a ordem  $n=\beta+1$  é 0,98) (resp:  $\sum_n J_n=0,99069$ )
- 14. Projetar um circuito de preênfase, norma JIS com atenuação de 13,5dB antes do início da atuação do circuito de preênfase. Considerar a frequência máxima  $f_2$  em 15KHz. (resp:  $R_1 = 500\Omega$ ;  $R_2 = 134\Omega$ ; C = 100nF))
- 15. Um circuito modulador FM, com a entrada de sinal modulante aterrada, oscila em 90MHz. Se colocarmos um sinal modulante contínuo de 10V em sua entrada ele irá osciiar com 90,05MHz. Determinar a constante do circuito moduiador.  $(K_F = 31415, 92 \left[\frac{rd}{Vs}\right])$
- 16. Considere um demodulador FM por PLL-I da figura 51, cujo VCO e detector de

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

fase 'possuem constantes  $K_c=10^6 \left[\frac{rad}{V.s}\right]$  e  $K_d=\frac{4}{\pi} \left[\frac{V}{rad}\right]$  .Determinar

- a. N para que a freq de -3dB fique a mais próxima possível de 20KHz, onde N = número inteiro. (resp: N=10)
- b. nesta condição. determinar a amplitude do sinal demodulado para que o desvio seja  $\Delta f_p = 10KHz$ . (resp:  $\Delta V = 0,628V$ )

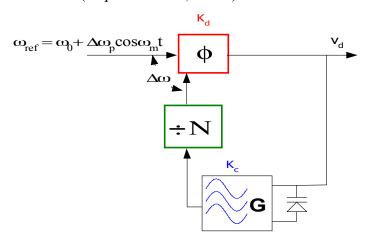


Fig.51. Demodulador de Frequencia por PLL-I

17. O modulador de fase da figura 52 segue a equação

$$\phi_p = KV$$
, onde  $K = 3 \left\lceil \frac{rad}{V} \right\rceil$ 

Determinar o valor de A sabendo-se que na freq modulante de 300Hz deseja-se reproduzir um desvio de fase de  $\phi_p = 0, 3rad$ .

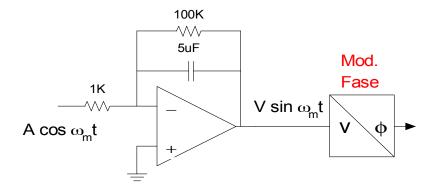


Fig.52. Modulador de fase

18. Um modulador por PLL-II deve ser projeatdo de tal modo que o desvio modulante

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

 $\Delta f=10KHz$  seja vinte vezes menor que o intervalo de retenção e metade do intervalo de linearidade de fase. Sabe-se que o detetor de fase trangular utilizado no projeto apresenta constate  $K_d=\frac{4}{\pi}\left[\frac{V}{rad}\right]$  e o integrador resutla em um excursão máxima de  $\Delta V_c|_{\rm max}=\pm 5V$ . Adote  $\varsigma=2$ . Determinar:

- a. menor número inteiro N que satisfaça às restrições sabendo-se que o modulador deve responder a freq de áudio a partir de 30Hz (resp:  $N \ge 425$ )
- b.  $K_c$ ,  $G \in \omega_2$  (resp:  $K_c = 80\pi rad/Vs$ ,  $G = 0, 25 \in \omega_2 = 11, 8rad/s$ )
- c. Para freqs modulantes muito maiores que 30Hz, determinar a amplitude aproximada do sinal modulante que produz um  $\Delta f = 10KHz$ . (resp: )
- 19. O PLL da figura 53 possui constate  $K_d = \frac{4}{\pi} \left[ \frac{V}{rad} \right], \quad K_c = 10^6 \left[ \frac{rad}{V.s} \right], \quad \omega_2 = 1,4 \times 10^5 \left[ \frac{rad}{s} \right] \text{ e } \omega_3 = 5,6 \times 10^4 \left[ \frac{rad}{s} \right]$ . Determinar
  - a.  $\omega_n \ e \ \varsigma \ (resp: \omega_n = 422, 2Krad/s; \varsigma = 0, 983);$
  - b. o acréscimo definitivo na defasagem quando excitado com um acréscimo de freq de  $\Delta f_{\infty}=300KHz$ . (resp:  $\Delta\phi_{\infty}=-0,592rad$  ou  $-34^{\circ}$ ).

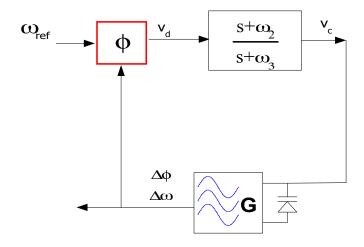


Fig.53. PLL tipo II

DEEL - Telecomunicações

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

# **Bibliografia**

- 1] J. Smith, *Modern Communication Circuits*. N.York: McG raw-Hill, second ed., 1998.
- U. L. Rohde, J. Whitaker, and T. T. N. Bucher, *Communications Receivers*. New York: McGraw-Hill, second ed., 1997.
- 3] L. E. Larson, *RF and Microwave Circuits Design for Wireless Communications*. Boston, USA: Artech House, Inc, 1996.
- J. B. Hagen, Radio-Frequency Electronics Circuits and Applications. Cambridge, UK
   New York, USA Melbourne, Australia: Cambridge Universit Press, 1999 (Second edition).
- 5] S. Sampei, *Applications of Digital Wireless Technologies to Global Wireless Communications*. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, Inc, 1997.
- [6] J. Proakis, *Digital Communications*. McGraw-Hill, 2nd ed. 1989.
- 7] K. Feher, *Wireless Digital Communications Modlation and Spread Spectrum Applications*. Prentice Hall PTR, 1995.