

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

http://www.geocities.com/uel_3ele002

Unid.2 - Osciladores de RF

Autor: Prof. Dr. Taufik Abrão

2002

1 3ELE002 - Circuitos de Comunicação (Teoria)

1.1 Conteúdo

1. Circuitos Ressonantes e Filtros
2. **Osciladores de RF**
 - a. estabilidade em amplitude e frequência;
 - b. osciladores senoidais
 - c. Osciladores controlados por tensão;
3. Misturadores e conversores de frequência
4. Moduladores e Demoduladores AM
5. Moduladores e Demoduladores FM e PM
6. Amplificadores Sintonizados e de potência em RF;
 - a. Redes Adaptadoras de Impedância
 - b. Carta de Smith
7. Multiplicadores de frequência.

2 Osciladores

- Definição
- Estabilidade
- Critério de Barkhausen para Osc. Senoidais
- Efeito da realimentação sobre a banda passante do Amplificador
- Margens de Ganho e de Fase em Amplificadores - Estabilidade
- Estabilidade em Amplitude e Frequência
- Osciladores de RF (Circuitos Ressonante LC)
- Osciladores de RF à Cristal Piezoelétricos
- Osciladores controlados por tensão (VCO e VCXO)

2.1 Definição

- Oscilador = **amplificador modificado** por uma **realimentação positiva** (malha fechada) capaz de fornecer o próprio sinal de entrada;
- *realimentação positiva*: sinal de saída é retroalimentado com fase correta e amplitude suficiente para sustentar a oscilação e simultaneamente manter um sinal de saída estável do ponto de vista de amplitude e frequência de oscilação;
- frequência de oscilação é definida pelo circuito passivo ressonante (RC, RLC, LC) na malha de realimentação

2.2 Estabilidade

- Amplificadores em malha fechada de 1 ou 2 pólos são inerentemente estáveis.
 \times
- Amplificadores realimentados com **mais de 2 pólos** podem tornar-se instáveis se a realimentação for suficientemente alta \Rightarrow Oscilador.
- Há *técnicas de compensação* para evitar amplificadores tornem-se instáveis.

2.3 Ganho em um Amplificador Realimentado

- Ganho de transferência de um amplificador com realimentação (malha fechada) é

$$A_f = \frac{X_0}{X_s} = \frac{A}{1 + \beta A} \quad ((1))$$

com β = fator de transmissão reverso; A = ganho de transferência e $-\beta A$ = ganho de malha.

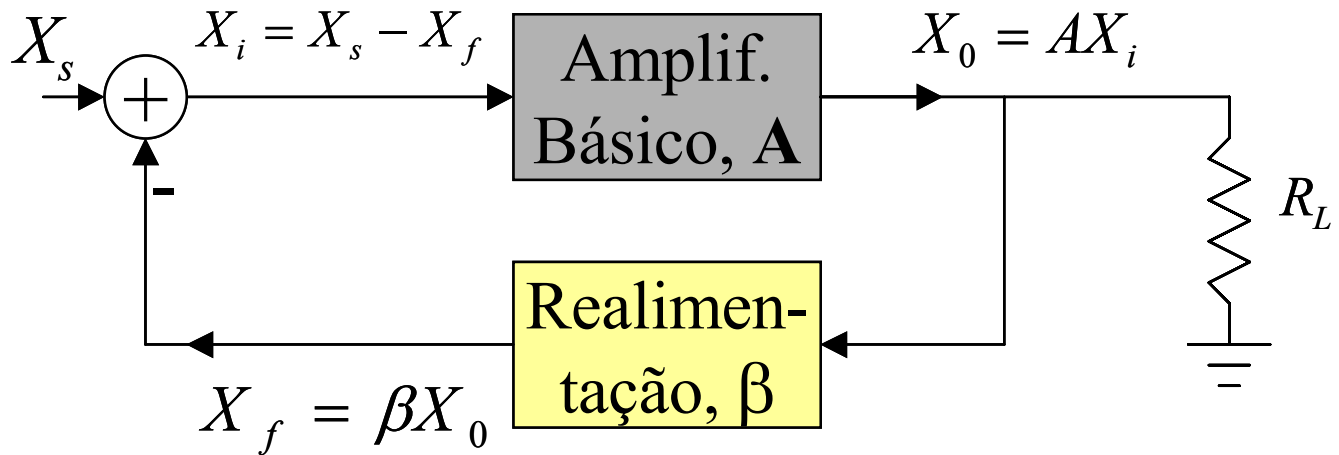


Fig.1. Amplificador Realimentado de malha única.

- Quantidade realimentada, em [dB]:

$$20 \log \left| \frac{A_f}{A} \right| = 20 \log \left| \frac{1}{1 + \beta A} \right| \quad [dB] \quad ((2))$$

Hipóteses:

realim. **negativa**: $|A_f| < |A| \implies |1 + \beta A| > 1$ (ou realim. **degenerativa**)

realim. **positiva**: $|A_f| > |A| \implies |1 + \beta A| < 1$ (ou realim. **regenerativa**)

2.4 Critério de Barkhausen para Osciladores Senoidais (malha fechada)

- **Hipóteses:**
 - Amplif. em operação linear;
 - malha de realimentação ou amplif. ou ambos contêm elementos reativos \Rightarrow senóide é a única forma de onda periódica presente

- **Critério de Barkhausen:**

$$\begin{aligned} \text{1. Ganho de Malha Unitário} : 1 + A\beta &= 0 & (3) \\ \text{ou} : |\beta A| &= 1 \end{aligned}$$

$$\text{2. Sinal em Fase} : \angle A\beta = 0^\circ \quad ((4))$$

que substituindo na. eq. realimentação:

$$A_f \rightarrow \infty$$

= tensão de saída mesmo na ausência de sinal aplicado externamente.

- f_{osc} = freq na qual o **deslocamento de fase total introduzido no sinal desde a**

entrada, amplif e rede realimentação é 0° ou múltiplo inteiro de 2π (= deslocamento de fase do ganho de malha)

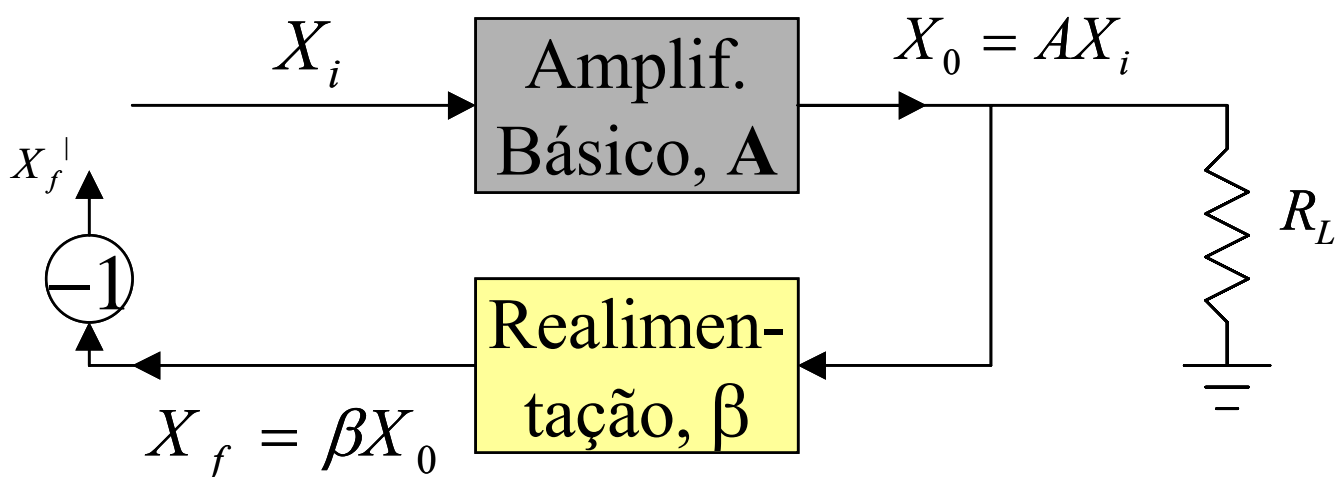


Fig.2. Amplificador Realimentado de malha única visto a partir do Critério de Barkhausen

- **Ganho de Malha:**

$$\frac{|X_f|}{|X_i|} = -\beta A$$

- Amplif. torna-se Oscilador quando

$$X_f^| = X_i \quad \text{ou ganho de malha} \quad -\beta A = 1$$

Na prática, para acomodar variações nos parâmetros do transistor e de montagem, faz-se:

$$-\beta A \approx 1,05 \text{ a } \approx 1,20$$

Note que as amplitudes das oscilações serão limitadas pelo limiar de não-linearidade.

2.5 Efeito da realimentação sobre a banda passante do Amplificador

- Se

$$|\beta A| \gg 1 \implies A_f \approx \frac{A}{\beta A} = \frac{1}{\beta} \quad (\text{amplif. com altoganho } A)$$

\implies ganho de transferência dependerá apenas da rede realimentação β .

- A depende da freq. \implies assume-se dada por uma função de transferência de pólo simples:

$$A = \frac{A_0}{1 + j \frac{f}{f_H}}$$

com: A_0 = ganho em freq. médias; f_H = freq. corte superior de 3dB

- Ganho com realimentação:

$$A_f = \frac{A_0}{1 + \beta A_0 + j \frac{f}{f_H}} = \frac{A_{0f}}{1 + j \frac{f}{f_{Hf}}}$$

onde: $A_{0f} = \frac{A_0}{1 + \beta A_0}$ e $f_{Hf} = f_H (1 + \beta A_0)$

- Com realimentação, o **produto ganho-freq não é modificado**, figura 3:

$$A_{of} \times f_{Hf} = A_0 \times f_H \quad ((5))$$

- A freq de corte inferior de 3dB com realimentação fica dividida pelo mesmo fator:

$$f_{Lf} = \frac{f_L}{(1 + \beta A_0)} \quad ((6))$$

⇒ as freq. de corte são afetadas pela realimentação negativa

2.6 Margens de Ganho e de Fase em Amplificadores - Estabilidade

- Dada a função de transferência do amplificador realimentado de 3 polos da figura 4.a, pode-se concluir:

Não haverá oscilação se o módulo do ganho de malha fechada:

$$|\beta A| < 1 \text{ quando o ângulo de fase } \angle A\beta = 180^\circ \quad ((7))$$

- A figura 4.b define as margens de ganho e de fase para um amplificador realimentado da figura 4.a. Valores típicos para margens de ganho e de fase: 10dB e 50°

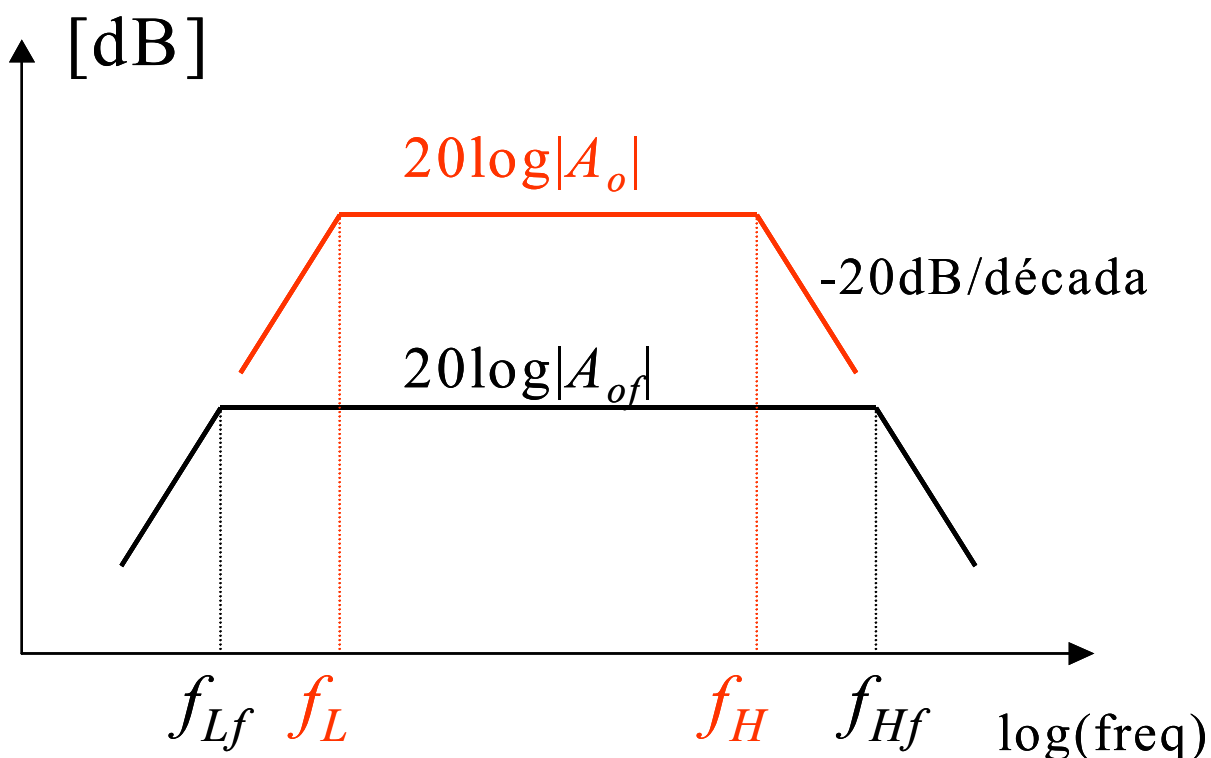


Fig.3. Diagrama de Bode (módulo) idealizado para um amplificador mostrando o efeito da realimentação sobre a BW

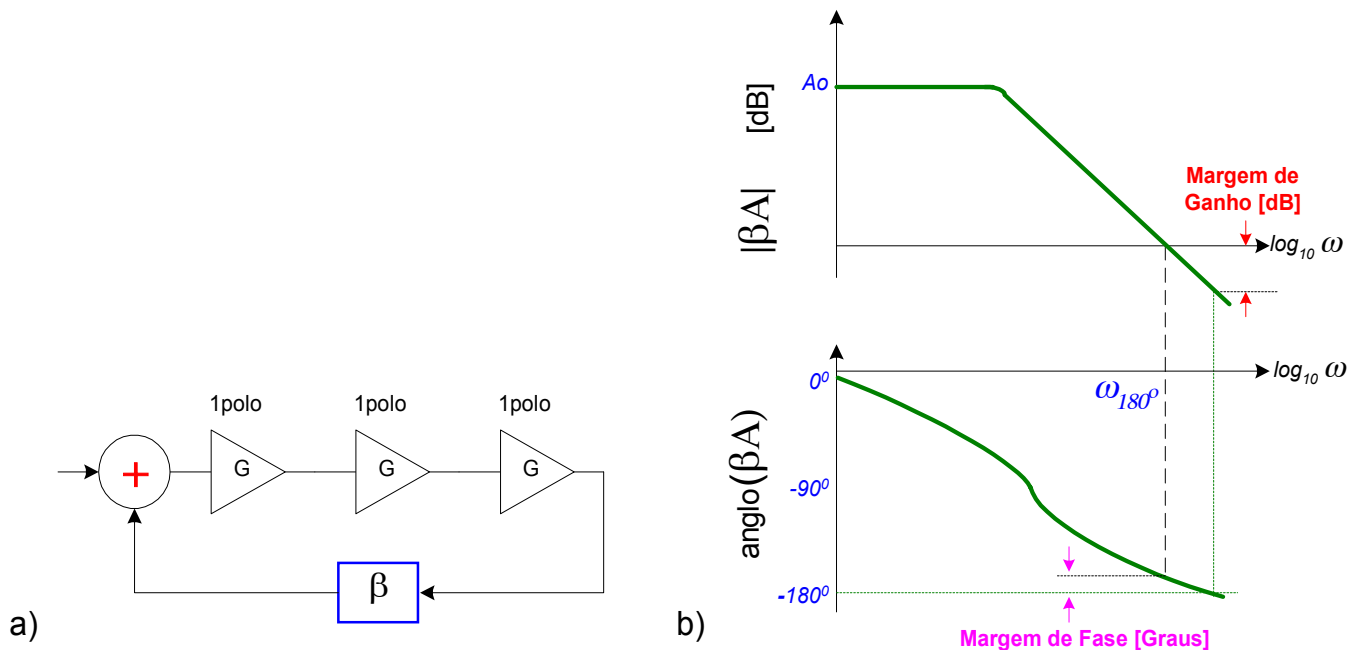


Fig.4. Margem de Ganho e de Fase em um amplificador realimentado genérico.

3 Forma Geral para o circuito Oscilador

- parte substancial dos osciladores apresentam a mesma arquitetura
- dispositivo ativo: Ampl. Op.; transistor Bipolar ou FET (válvula à vácuo);
- Ganho de malha: $-\beta A$; impedância de carga: $Z_L = Z_2 // (Z_1 + Z_3)$;
- Ganho de realimentação: $A = -A_v \frac{Z_L}{Z_L + R_0}$;
- Ganho da malha de realimentação: $\beta = -\frac{Z_1}{Z_1 + Z_3} < 1$;
- **Ganho de malha:**

$$-\beta A = \frac{-A_v Z_1 Z_2}{R_0 (Z_1 + Z_2 + Z_3) + Z_2 (Z_1 + Z_3)}$$

- **Elementos Reativos** na malha de realimentação, Z_1 ; Z_2 ; Z_3 : impedâncias puramente reativas, $\Rightarrow Z_1 = jX_1$; $Z_2 = jX_2$; $Z_3 = jX_3$. Indutor: $X = \omega L$; Capacitor: $X = -1/\omega C \Rightarrow$

$$-\beta A = \frac{-A_v X_1 X_2}{R_0 (X_1 + X_2 + X_3) + X_2 (X_1 + X_3)}$$

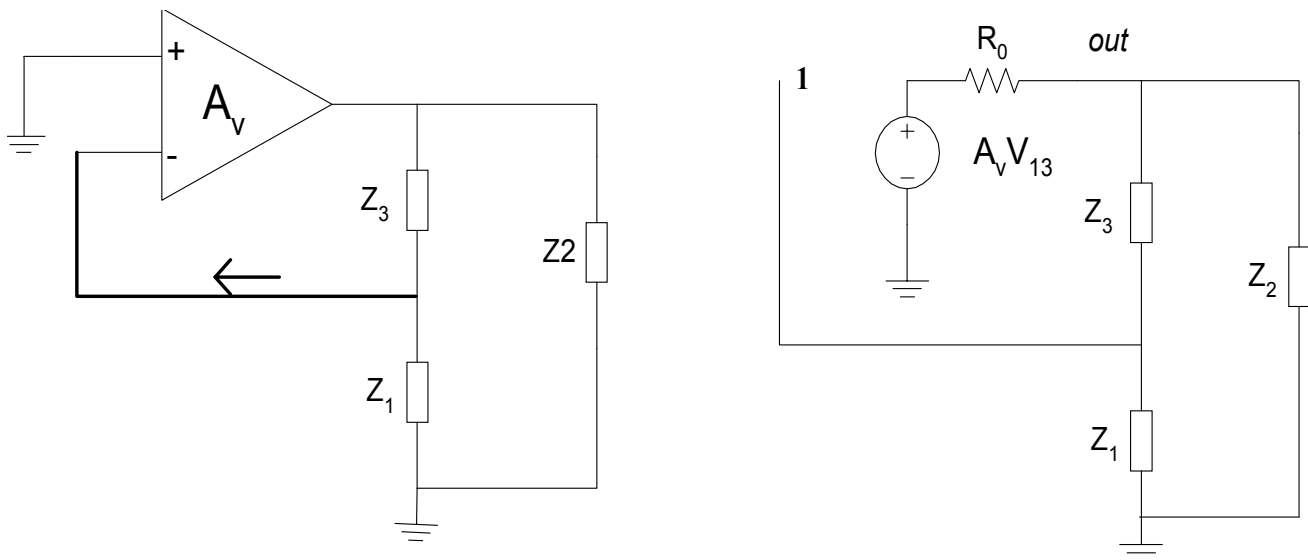


Fig.5. Topologia genérica para um Oscilador

Ganho de malha real ($\angle -\beta A = 0^\circ$):

$$(X_1 + X_2 + X_3) = 0 \quad \Rightarrow \quad -\beta A = \frac{-A_v X_1}{X_1 + X_3} = \frac{A_v X_1}{X_2}$$

Oscilação ocorre na freq ressonância da combinação série de $X_1 + X_2 + X_3$.

Como $-\beta A \geq 1 \quad \Rightarrow \quad X_1$ e X_2 devem ter o mesmo tipo de reatância.(ambas Capacitivas ou Indutivas):

- $Z_1 = \frac{1}{j\omega C_1}$; $Z_2 = \frac{1}{j\omega C_2}$ e $Z_3 = j\omega L \quad \Rightarrow \quad$ Oscilador **Colpitts**
- $Z_1 = j\omega L_1$; $Z_2 = j\omega L_2$ e $Z_3 = -j\omega C \quad \Rightarrow \quad$ Oscilador **Hartley** (havendo acoplamento mútuo entre X_1 e X_2 as equações acima não se aplicam)

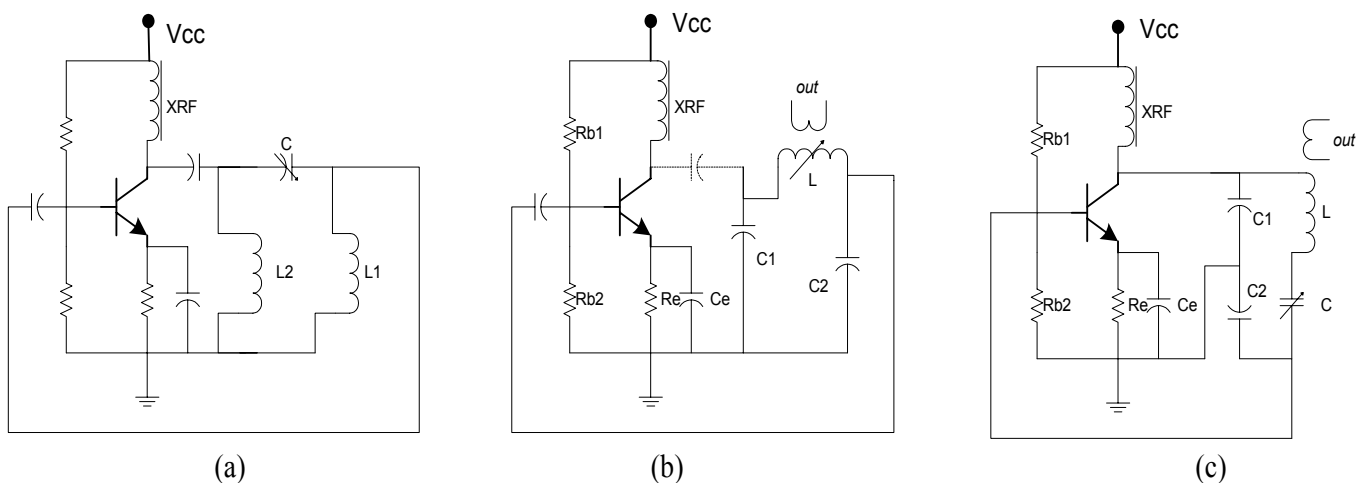


Fig.6. (a) Oscilador Hartley; (b) Colpitts; (c) Clapp (variação do Colpitts): elimina $C_{Bloqueio}$; Par $R_e - C_e$: estabilidade em t^o

4 Osciladores de Circuito Ressonante

4.1 Circuitos LC Ressonante Paralelo com Transformadores

Transformadores são extensamente utilizados em circuitos ressoantes para:

- inversão de fase
- isolação DC
- adaptação de impedância

Adicionando-se um capacitor em paralelo a um dos enrolamentos do transformador \Rightarrow circuito ressonante LC paralelo. Fator de qualidade será proporcional a $Q \propto \frac{R_{Load}}{X_L}$.

Uma vez que circuitos de alta freq (HF) usualmente apresentam baixa impedância de entrada \Rightarrow dificulta a realização de circuitos com alto Q sem a adoção de algum método de transformação de impedância (obtenção de $\nearrow Z_L$). Empregando-se transformador com secundário magneticamente acoplado ao primário, figura 7.a:

$$\begin{aligned} V_1(s) &= sL_1 I_1(s) + sM I_2(s) \\ V_2(s) &= sM I_1(s) + sL_2 I_2(s) \end{aligned} \quad (8)$$

onde M =indutância mútua entre primário e secundário

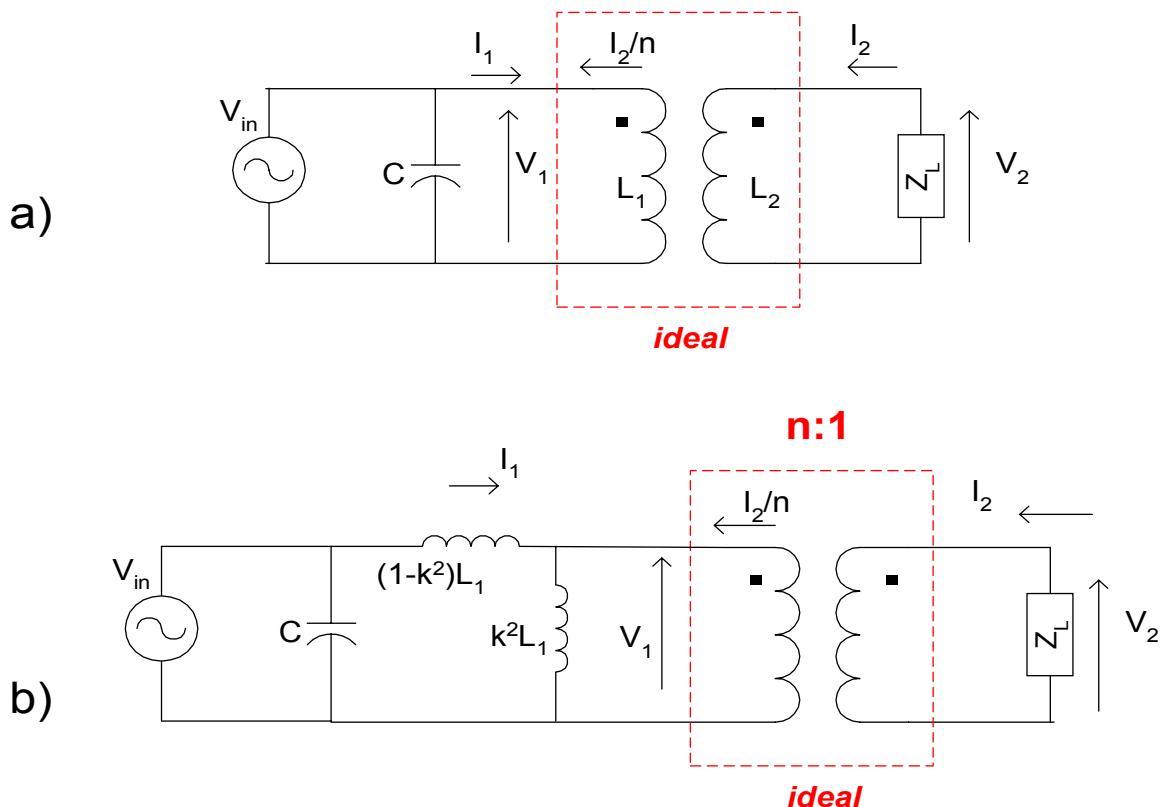


Fig.7. Circuito sintonizado e magneticamente acoplado. a) transf. ideal; b) modelo equivalente para o transformador com 2 indutores.

- **transf. ideal:** $V_1 = nV_2$ e $I_1 = -\frac{I_2}{n}$ e independe da freq, com n = relação de espiras. Uma vez que nenhuma pot é dissipada em um transf. ideal, então:

$$\frac{V_1 I_2}{n} = V_2 I_2 \text{ e } Z_1 = \frac{V_1}{I_1} = n^2 Z_L$$

- **modelo equivalente de transformador com 2 indutores no primário**, figura 7.b; assumindo fator de acoplamento $k \leq 1$, as tensões tornam-se:

$$V_{in}(s) = s(1 - k^2) L_1 I_1(s) + \underbrace{sk^2 L_1 \left(I_1(s) + \frac{I_2(s)}{n} \right)}_{V_1(s)} = sL_1 I_1(s) + \frac{sk^2 L_1 I_2(s)}{n}$$

$$V_1(s) = sk^2 L_1 \left(I_1(s) + \frac{I_2(s)}{n} \right)$$

$$V_2(s) = \frac{V_1(s)}{n} = \frac{sk^2 L_1 I_1(s)}{n} + \frac{sk^2 L_1 I_2(s)}{n^2}$$

As equações acima tornam-se equivalentes às eqs do transf. ideal, equação (8), se:

$$\frac{k^2 L_1}{n} = M \text{ e } \frac{k^2 L_1}{n^2} = L_2 \quad ((9))$$

resultado em uma **razão de espiras** e **coeficiente de acoplamento**, respectivamente:

$$n = k \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \quad \text{e} \quad k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

- o modelo de dois indutores para o transformador, figura 7.b é bastante útil uma vez que em circuitos de banda estreita (circ. sintonizados) o coeficiente k assume valores próximos da unidade. Se $k \approx 1$ então o modelo é simplificado:

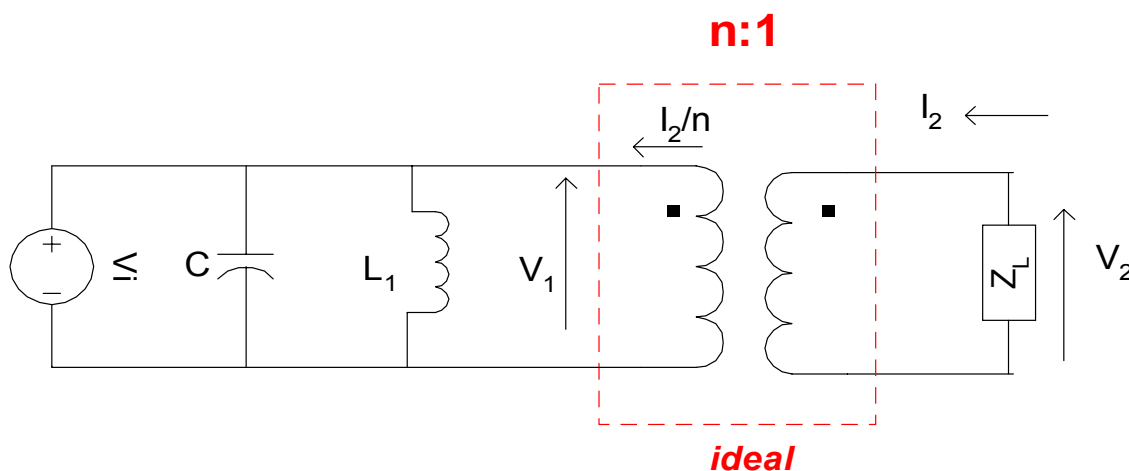


Fig.8. Versão simplificada para o modelo transformador, válido quando $k \approx 1$.

● Transformador com Secundário Sintonizado

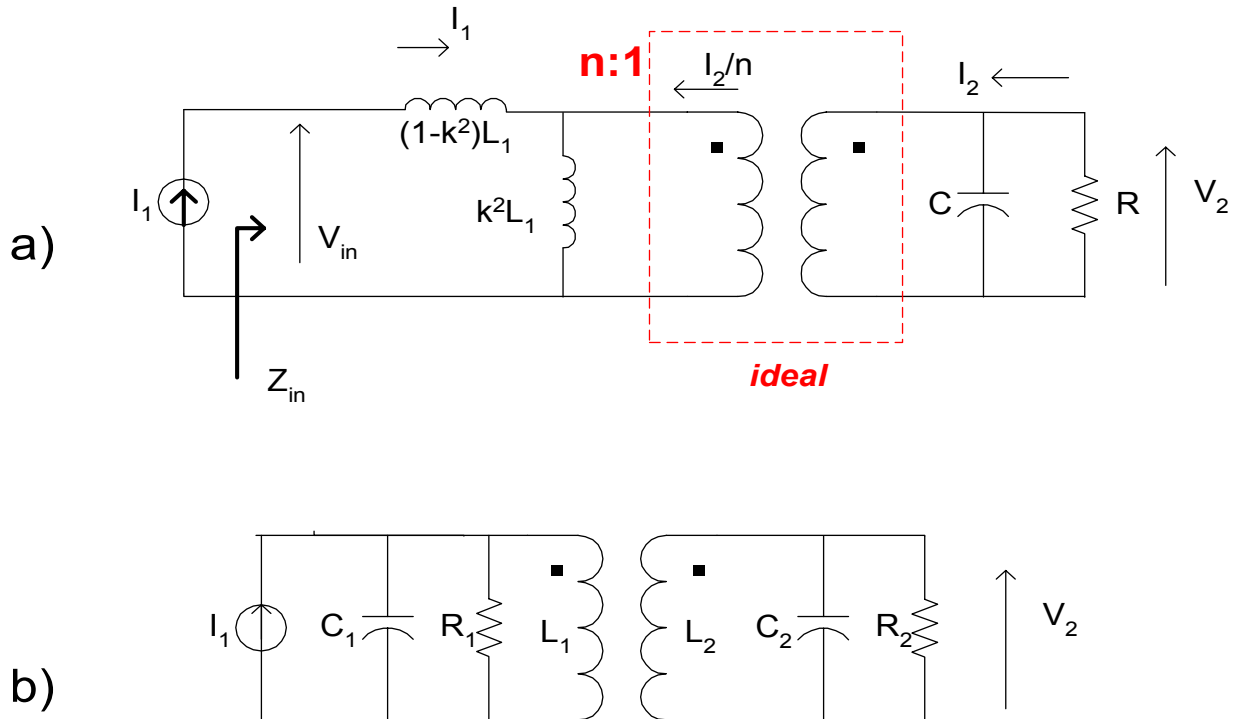


Fig.9. (a) Modelo Equivalente para transformador com secundário sintonizado. (b) transformador com primário e secundário sintonizados.

$$V_1(s) = nV_2(s) = sk^2L_1 \left[I_1(s) + \frac{I_2(s)}{n} \right]$$

$$V_2(s) = -I_2(s) \frac{R}{sCR + 1}$$

resultando na **impedância de transferência**

$$Z_{12} = \frac{V_2}{I_1} = \frac{sk^2L_1/n}{s^2k^2L_1C/n^2 + sk^2L_1/(n^2R) + 1}$$

e como $L_2 = \frac{k^2L_1}{n^2}$, eq. (9), resulta:

$$Z_{12}(s) = \frac{V_2}{I_1} = \frac{nsL_2}{s^2L_2C + sL_2/R + 1}$$

o qual representa a equação de um circuito ressonante com freq de ressonância

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_2C}}$$

⇒ Em um transformador com o secundário sintonizado, a freq de ressonância é determinada pela capacitância em paralelo com a indutância no secundário.

A impedância de entrada será:

$$Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_1} = \frac{sI_1(1-k^2)L_1 + nV_2}{I_1} = s(1-k^2)L_1 + nZ_{12}$$

$$Z_{in}(s) = s(1-k^2)L_1 + \frac{n^2sL_2}{s^2L_2C + sL_2/R + 1}$$

Na freq de ressonância: $Z_{in}(j\omega_0) = j\omega_0(1-k^2)L_1 + n^2R$. Com transformador fortemente acoplado, $k \approx 1$, a expressão se reduz a:

$$Z_{in}(j\omega_0) = n^2R : \text{Carga é refletida para a entrada pelo fator de espiras}$$

Se a capacitância for adicionada ao **primário**, ou ao **secundário**, então:

$$C_1 = \frac{1}{\omega_0^2 L_1} \text{ (primário)} \quad \text{ou} \quad C_2 = \frac{1}{\omega_0^2 L_2} \text{ (secundário)}$$

para transformadores fortemente acoplados, a relação possível será

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{L_2}{L_1} = \frac{1}{n^2}$$

sintonia preferencial (capacitância elevada): \triangleright primário, C_1 , se $n < 1$; \triangleright secundário, C_2 , se $n > 1$.

● **Transformador com Primário e Secundário Sintonizados, figura 9.b.**

- Combinando-se um par de circuitos LC sintonizados e acoplados magneticamente (= filtro passa-banda acoplado).
- a curva de seletividade para um transformador indutivo duplamente sintonizado depende do:
 - * fator de acoplamento do transformador, k ,
 - * acoplamento crítico, $k_c = \frac{1}{Q_{eq}} = \frac{1}{\sqrt{Q_{prim}Q_{sec}}}$, onde Q_{prim} e Q_{sec} referem-se aos índices de mérito dos circuitos sintonizados do primário e secundário, respectivamente;
 - * freq de sintonia do primário e secundário, f_{o_prim} e f_{o_sec}
- mesmo com primário e secundário sintonizados na mesma freq, devido à indutância mútua (o fluxo magnético que atravessa L_{prim} se dispersa em parte pelo espaço, atravessando parcialmente também L_{sec} , o mesmo acontecendo com o fluxo de L_{sec}):
 - * \Rightarrow poderá ocorrer mudanças nos valores globais das indutâncias \Rightarrow provocando variações nas respostas em freq, 10

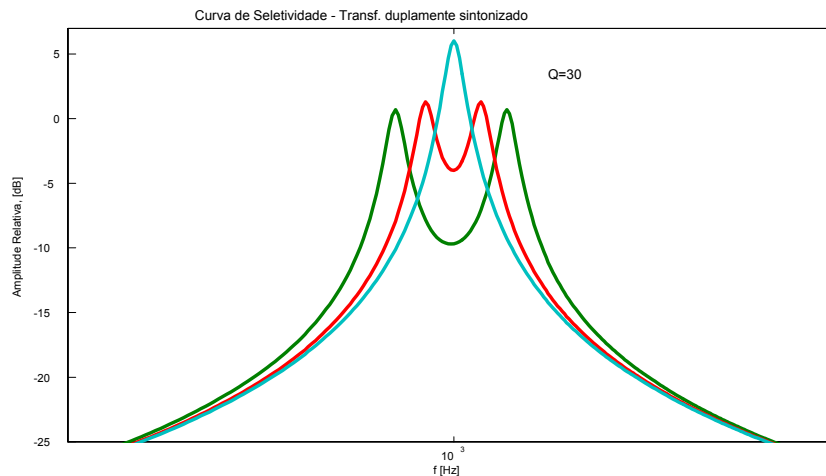


Fig.10. Resposta freq transf. duplamente sintonizado para várias f_{o_prim} e f_{o_sec} , $Q=30$ e único k_c

- o **acoplamento crítico** dá ao circuito uma seletividade maior que o caso de um circuito LC simplesmente sintonizado.
- acoplamento **supercrítico** ($k > k_c$): quando os enrolamentos estão **fortemente** acoplados (fisicamente muito próximos):
 - * devido à indutância mútua (grande transferência de componentes reativas entre primário e secundário) ocorre mudanças nos valores globais das indutâncias..

- * \Rightarrow deslocamento da sintonia máxima para as vizinhanças da freq de ressonância. A banda passante será:

$$BW = k f_0$$

- * aplicação de filtros duplamente sintonizados e acoplamento supercrítico: transformadores de RF de receptores AM-DSB
- acoplamento **subcrítico** ($k < k_c$): quando os enrolamentos estão **fracamente** acoplados (fisicamente separados)
 - * não é a situação ideal: aumento das perdas de inserção provocada pelo filtro.
- O ganho de rede (transimpedância) de um transformador com primário e secundário sintonizados, figura 9.b, será:

$$Z_{12}(s) = \frac{V_2}{I_1} = \frac{-k\omega_1\omega_2 s}{(1 - k^2) \sqrt{C_1 C_2} (s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0)}$$

com freqs de ressonância do primário e secundário dadas por:

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} \quad \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$$

e valores de coeficientes dados por: $a_3 = \frac{\omega_1}{Q_1} + \frac{\omega_2}{Q_2}$; $a_2 = \frac{\omega_1 \omega_2}{Q_1 Q_2} + \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{1 - k^2}$;

$a_1 = \frac{\omega_1^2 \omega_2}{Q_2(1-k^2)} + \frac{\omega_2^2 \omega_1}{Q_1(1-k^2)}$; $a_0 = \frac{\omega_1^2 \omega_2^2}{(1-k^2)}$, onde os fatores de qualidade do prim e sec são dados de forma usual: $Q_i = \frac{R_i}{\omega_i L_i}$, $i = 1, 2$.

- * o transformador duplamente sintonizado = rede passa-bandas de 4 polos e um único zero na origem.
- * para circuitos **banda estreita** \implies análise é simplificada; se $Q_1 = Q_2 = Q$ e ambos os circuitos têm a mesma freq de resson: $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$, então para o caso de acoplamento fraco ($k^2 \ll 1$) os polos podem ser aproximados por:

$$s_1, s_1^*, s_2, s_2^* = \omega_0 \left[\frac{-1}{2Q} \pm j \left(1 \pm \frac{k}{2} \right) \right]$$

- * adicionalmente, para se obter uma resposta em freq. do tipo filtro de Butterworth, o coeficiente de acoplamento será dado por $k = \frac{1}{Q}$. Para este valor de k , o circuito é dito **criticamente acoplado**. A banda de passagem e o produto ganho-banda para este filtro serão:

$$B = \sqrt{2} \frac{\omega_0}{Q}, \quad GB = \frac{1}{\sqrt{2} C_1 C_2}$$

- * transformadores duplamente sintonizados podem ser utilizados em circuitos de **banda larga**.

● Filtro com sintonia escalonada

– Três ou mais seções LC paralelo

- * associação paralela de diversos filtros passa-faixas, normalmente acoplados de forma capacitiva
- * sintonizados em freq ligeiramente diferentes
- * vantagem: resposta praticamente plana em uma ampla banda passante (ondulação pode ser mantida $< 1\text{dB}$)
- * desvantagem: perda de inserção adicional a cada nova célula LC paralelo ressonante

● Transformadores Capacitivos Sintonizados, figura 11

- utilizados em circuitos banda estreita para adaptação de impedâncias (elevação) saída-entrada = **transformador capacitivo**.
- Vantagem: versatilidade (compacto) e custo menor que os transformadores indutivos.

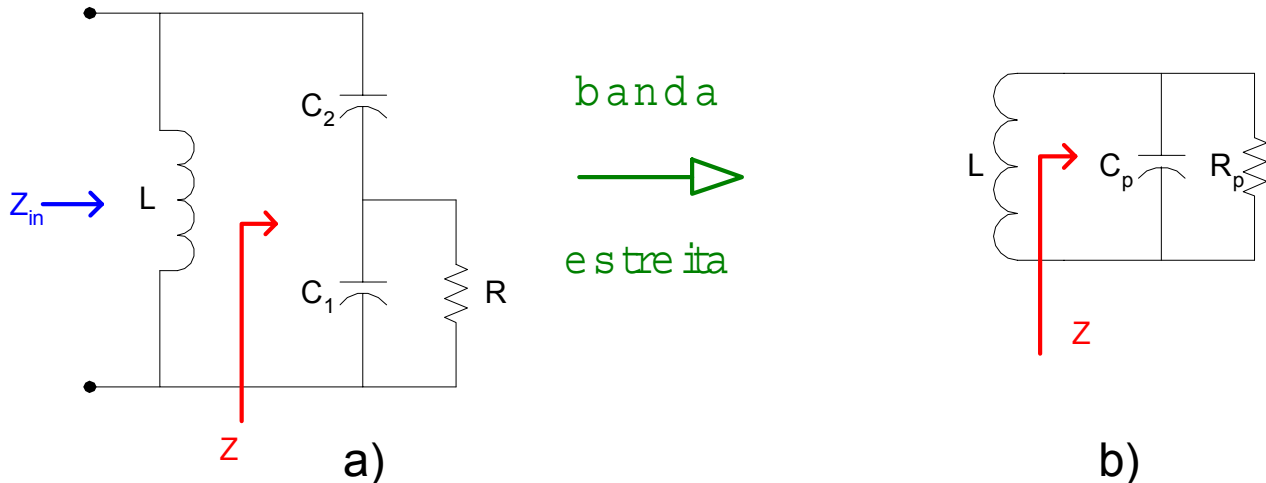


Fig.11. (a) Circuito LC Sintonizado (b) circuito equivalente válido para Banda Estreita em um autotransformador Capacitivo.

A impedância do conjunto $C_2 + C_1 // R$ será:

$$Z = \frac{1}{j\omega C_2} + \frac{R}{j\omega R C_1 + 1}$$

e a admitância:

$$Y(\omega) = \frac{1}{Z(\omega)} = \frac{j\omega C_2 (j\omega R C_1 + 1) [1 - j\omega R (C_1 + C_2)]}{1 + \omega^2 R^2 (C_1 + C_2)^2}$$

Em alguma freq, a combinação de $C_2 + C_1 // R$ pode ser substituída por simples circuito $R_p C_p$ paralelo, figura 11.b, com as partes real e imaginária iguais a:

$$G_p = \frac{1}{R_p} = \frac{\omega^2 R C_2^2}{1 + \omega^2 R^2 (C_1 + C_2)^2}$$

$$\omega C_p = \frac{\omega C_2 + \omega^3 R^2 C_1 C_2 (C_1 + C_2)}{1 + \omega^2 R^2 (C_1 + C_2)^2}$$

Caso $\omega^2 R^2 (C_1 + C_2)^2 \gg 1 \Rightarrow$ a resistência e capacitância paralela poderão ser

aproximadas por:

$$\operatorname{Re}[Y(\omega)] = R_p = \frac{1 + \omega^2 R^2 (C_1 + C_2)^2}{\omega^2 R C_2^2} \approx R \left(\frac{C_1 + C_2}{C_2} \right)^2$$

$$\operatorname{Im}[Y(\omega)] = C_p = \frac{C_2 + \omega^2 R^2 C_1 C_2 (C_1 + C_2)}{1 + \omega^2 R^2 (C_1 + C_2)^2} \approx \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = C_1 // C_2$$

\Rightarrow Efeito de C_1 e C_2 de elevar resistência de carga R pela razão n^2 , com

$$n = 1 + \frac{C_1}{C_2}$$

válido para circuito de banda estreita e $\omega^2 R^2 (C_1 + C_2)^2 \gg 1$

- caso a aproximação $\omega^2 R^2 (C_1 + C_2)^2 \gg 1$ não possa ser feita \Rightarrow análise numérica em computador.

Exemplo 4.1 Seja um estágio amplificador acoplado via divisor capacitivo, figura 12.a. Assumindo-se $Z_{out} = \infty$ e $Z_{in} = R \Omega$, qual o comportamento do sinal de entrada no próximo estágio?

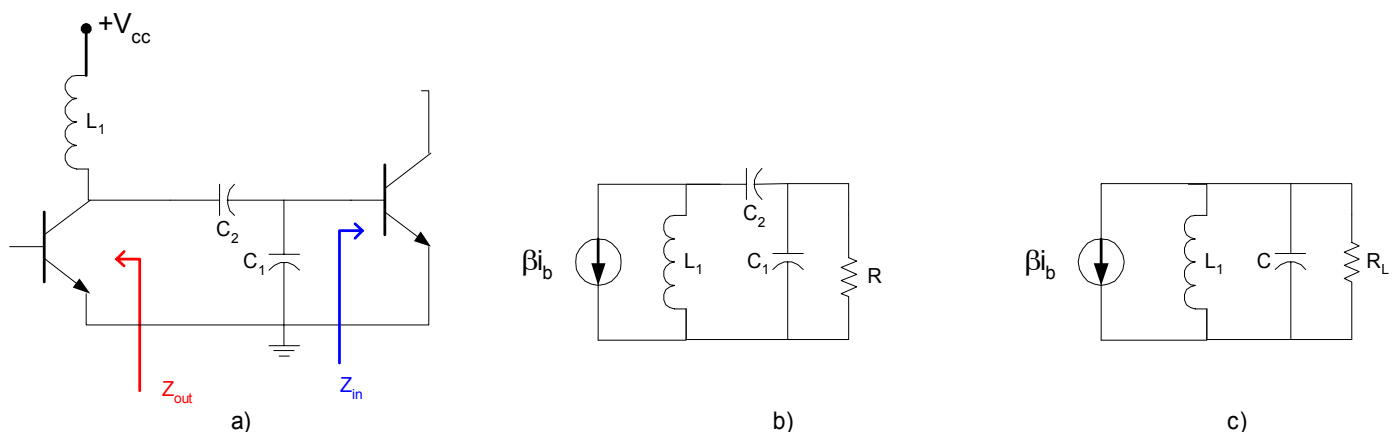


Fig.12. (a) acoplamento capacitivo entre estágios amplificadores. (b) circuito equivalente para pequenos sinais (c) rede interestágio modelada por um circuito ressonante paralelo

Asumindo-se $\omega^2 R^2 (C_1 + C_2)^2 \gg 1$, a rede de acoplamento pode ser aproximada pelo circuito

da figura 12.c, onde

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \quad \text{e} \quad R_L = n^2 R = \left(1 + \frac{C_1}{C_2}\right)^2 R$$

A resposta deste circuito equivalente é bem conhecida, com freq. central dada por

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C}}$$

com fator de qualidade dada de forma usual (circ. ressonante paralelo) por

$$Q = \frac{R_L}{\omega_0 L_1} = R \left(1 + \frac{C_1}{C_2}\right)^2 \sqrt{\frac{C_1 C_2}{L_1 (C_1 + C_2)}}$$

Na freq. de ressonância, tensão de coletor do primeiro transistor será:

$$V_C = -\beta i_b R_L = -\beta i_b \left(1 + \frac{C_1}{C_2}\right)^2 R$$

com β = ganho de corrente em emissor comum; i_b = corrente de base. Finalmente, a tensão de entrada do segundo estágio é:

$$V_{in} = V_C \frac{1/sC_1}{\frac{1}{sC_1} + \frac{1}{sC_2}} = -\beta i_b R_L \frac{C_2}{C_1 + C_2} = -\beta i_b \frac{C_1 + C_2}{C_2} R$$

4.2 Oscilador LC - Transistor em Base Comum

- circuito equivalente linearizado e simplificado: no modelo π -híbrido: r_o é ignorado; R_B idem;
- C_B é grande \rightarrow para análise de pequenos sinais, B está aterrada.
- condição de oscilação: $|A(j\omega_0)| |B(j\omega_0)| = 1$ e $\arg A(j\omega_0) B(j\omega_0) = 0^\circ$
- ganho de malha: abertura do laço de realimentação e impedância vista em qualquer ponto seja a mesma do laço fechado: abertura no emissor
- resistência de entrada do estágio Base Comum:

$$r_i = \frac{r_\pi}{\beta}, \text{ com } \beta = \text{ganho de corrente base-coletor}$$

r_π é a resistência de entrada do modelo π -híbrido, figura 13, onde

$$r_\pi = \frac{kT}{q} \frac{\beta}{I_C} = \frac{0,026\beta}{I_C}$$

β = ganho de corrente base-coletor; I_C = polarização DC de coletor; q = carga do elétron; k = constante de Boltzmann e T = temperatura; para temperatura ambiente, $T = 290K \Rightarrow kT/q = 0,026V$.

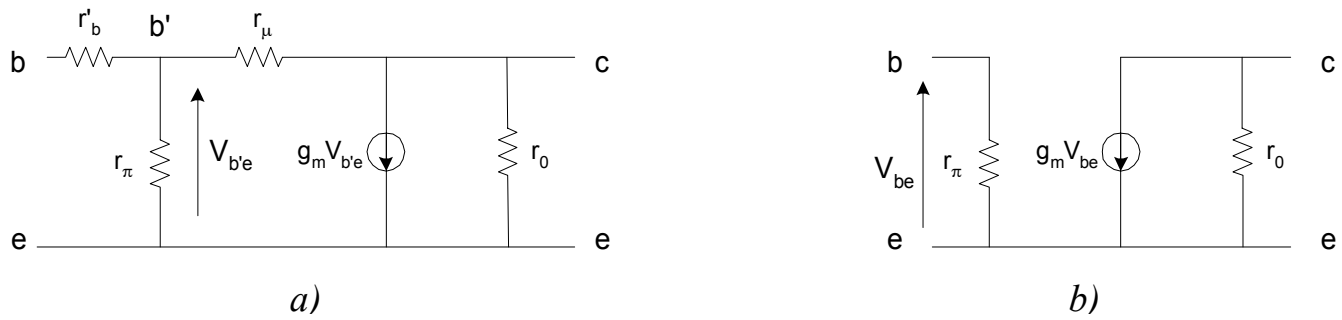


Fig.13. (a) circuito equivalente de um transistor bipolar para pequenos sinais; (b) idem, assumindo $r'_b \approx 0$ e $r_\mu \rightarrow \infty$.

Transcondutância: $g_m \cdot r_\pi = \beta$ ou ainda: $g_m = \frac{qI_C}{kT} \approx 40I_C$

g_m : diretamente proporcional a I_C ; r_o : ordem de $15K\Omega$ e r_μ : da ordem de alguns megohms, muitas vezes é assumido circuito aberto.

- A análise do circuito será simplificada assumindo-se Q elevado para a impedância de

carga e adicionalmente:

$$\frac{1}{\omega^2 (C_1 + C_2)^2} \ll \left(\frac{r_i R_E}{r_i + R_E} \right)^2$$

- neste caso, o circuito é simplificado para:

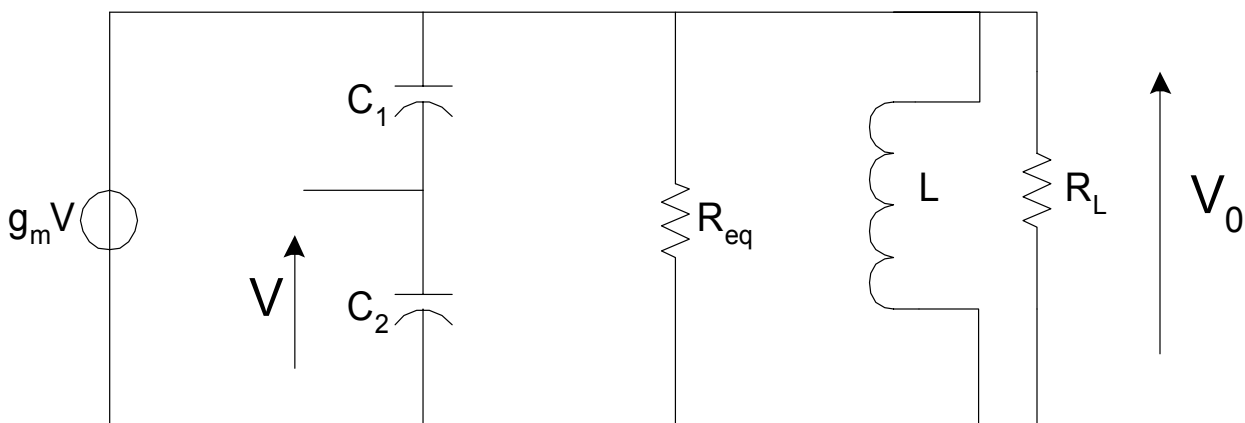


Fig.14. circuito equivalente ao anterior, assumindo que $[\omega(C_1 + C_2)R]^2 \gg 1$

- A tensão de realimentação será dada por $V = \frac{V_o C_1}{C_1 + C_2}$ e a resistência equivalente refletida será

$$R_{eq} = \frac{r_i R_E}{r_i + R_E} \cdot n^2 = \frac{r_i R_E}{r_i + R_E} \cdot \left(\frac{C_1 + C_2}{C_1} \right)^2 \quad ((10))$$

- Ganho do laço direto é

$$A(j\omega) = \frac{V_o}{V} = g_m Z_L, \quad \text{onde :}$$

$$Y_L = Z_L^{-1} = \frac{1}{j\omega L} + \frac{1}{R_{eq}} + \frac{1}{R_L} + j\omega C \text{ com } C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

- Rede Realimentação

$$B(j\omega) = \frac{V}{V_o} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \quad ((11))$$

Uma vez que a condição necessária para ocorrer oscilação é $\arg A(j\omega) B(j\omega) = 0^\circ$ para alguma ω e uma vez que $B(j\omega)$ em (11) não depende explicitamente da freq, então o deslocamento de fase da impedância de carga Z_L deve ser zero. Isto ocorre

apenas na freq. de ressonância do circuito:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}}. \quad \text{Nesta freq,}$$

$$Z_L|_{\omega=\omega_0} = \frac{R_{eq} \times R_L}{R_{eq} + R_L} \rightarrow A(j\omega) B(j\omega) = g_m \frac{R_{eq} \times R_L}{R_{eq} + R_L} \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

A outra condição para ocorrer oscilação deve ser:

$$|A(j\omega) B(j\omega)| = g_m \frac{R_{eq} \times R_L}{R_{eq} + R_L} \frac{C_1}{C_1 + C_2} = 1$$

Exemplo 4.2 Projeto Simplificado. Seguindo os passos anteriores, projete um Oscilador LC senoidal de 20MHz utilizando um transistor bipolar com ganho de corrente mínimo igual a $\beta_{\min} = 100$ em configuração Base Comum.

Assumindo inicialmente, por tentativa, $I_C = 1\text{mA}$, a resistência de entrada em base-comum:

$$r_i = \frac{r_\pi}{\beta} = \frac{1}{g_m} = \frac{0,026}{I_C} = 26\Omega$$

Como r_i é pequeno, pode-se assumir seguramente que o resistor de polarização de emissor,

$R_E \gg r_i$, portanto (10) simplifica-se

$$R_{eq} = r_i \cdot \left(\frac{C_1 + C_2}{C_1} \right)^2$$

A hipótese $[\omega (C_1 + C_2)]^{-2} \ll r_i^2$ é satisfeita adotando-se o fator 1/10 :

$$(C_1 + C_2)^2 \cong 10 \cdot \frac{1}{(\omega_0 \cdot r_i)^2} \Rightarrow C_1 + C_2 = 967 \text{ pF}$$

Na prática, o ganho de malha deve ser maior que 1. Adotando ganho igual a 3 (o qual permite compensar os erros devido às aproximações). Quando ganho de malha $> 1 \rightarrow$ sistema **instável** \rightarrow amplitude do oscilador cresce até a saturação $\rightarrow \beta$ do transistor decresce e portanto g_m é reduzido \rightarrow reduzindo o ganho de malha \rightarrow sistema **estável**. Adicionalmente, assumindo-se que $R_{eq} \ll R_L$:

$$|AB(\omega_0)| = g_m \frac{R_{eq} \times R_L}{R_{eq} + R_L} \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cong g_m R_{eq} \frac{C_1}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 + C_2}{C_1} = 3$$

Portanto, $C_1 = \frac{C_2}{2} = 322 \text{ pF}$ e $C_2 = 644 \text{ pF}$ (valores comerciais: 330 pF e 620 pF). A indutância será

$$L = \frac{1}{\omega_0^2 \cdot C_{eq}} = \frac{1}{(2\pi \cdot 20 \cdot 10^6)^2 \cdot (330/620) \cdot 10^{-12}} = 0,294 \mu\text{H}$$

$$R_{eq} = r_i \cdot \left(\frac{C_1 + C_2}{C_1} \right)^2 = 226 \Omega \ll R_L \Rightarrow \text{adota-se } R_L = 2,2 \text{ K}\Omega$$

O projeto pode ser completado selecionando adequadamente o circuito de polarização e a fonte de alimentação.

Exemplo 4.3 Um amplificador sintonizado altamente seletivo é mostrado na figura 15. Mostra-se também sua resposta em freq correspondente. Dado $\beta = 50$ e admitindo-se que $f_0 = 15 \text{ MHz}$, determine:

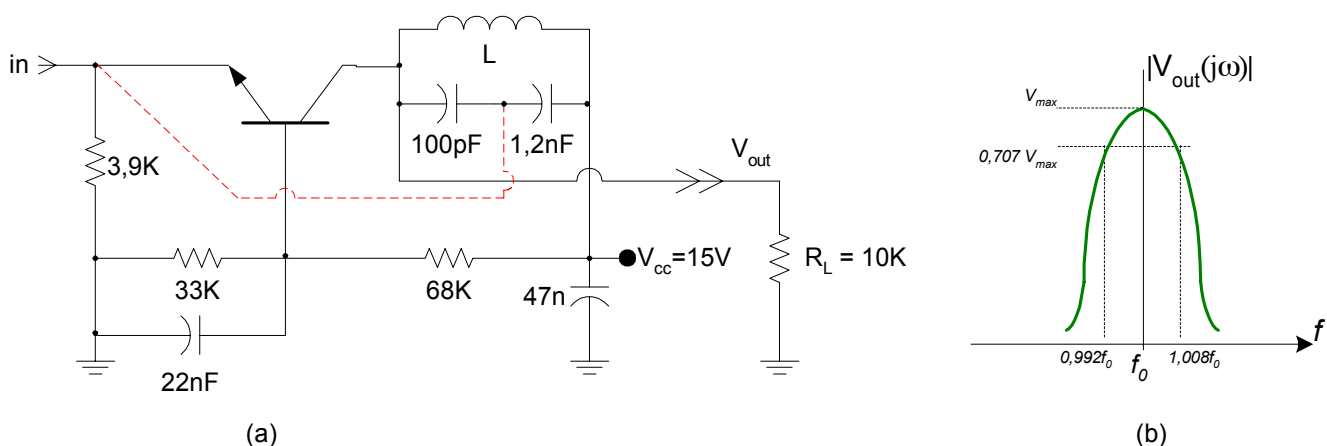


Fig.15. Amplificador sintonizado em f_c e respectiva resposta em freq em torno da freq central

a) polarização: $V_{bb} = \frac{33K}{33K+68K}V_{cc} = 4,9V$; $R_{bb} = 33K//68K = 22,22K\Omega$; $I_b = \frac{V_{bb}-V_{be}}{R_{bb}+\beta R_e} = \frac{4,9-0,65}{22,22K+50 \times 3,9K} = 19,6\mu A$;
 $I_e = \beta I_b = 50 \times 19,6 = 978,3\mu A \Rightarrow V_e = I_e \times R_e = 0,9783 \times 3,9 = 3,8V$

b) qual a sua banda de passagem, BW ?

$$BW_{3dB} = (1,008 - 0,992) f_0 = 0,016 f_0 = 240KHz$$

c) qual o Q_{load} correspondente ?

$$Q_{load} = \frac{f_0}{BW_{3dB}} = 62,5$$

d). cite pelo menos uma aplicação para este amplificador ?

Amplificador de FI em um receptor superheterodino

e) Este amplificador pode ser transformado em oscilador ? Como ?

Sim, através de realimentação positiva, como indicado pela linha tracejada na figura 15

Em caso afirmativo:

f) determine o valor de L para que o circuito oscile em 15MHz.

$$L = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 C_{eq}} = 1,2196\mu H$$

g) qual o Q_{load}^{osc} do circuito nesta nova situação ?

$$r_i = \frac{1}{g_m} \simeq \frac{1}{40I_c} = \frac{1}{40(1+\beta)I_e} = \frac{1}{40 \times 51 \times 19,6\mu A} = 25\Omega; \quad r_e = R_e // r_i = 25 // 3,9K \simeq 24,84\Omega$$

que refletido sobre o circuito LC paralelo será $R_{eq} = r_e n^2 = r_e \left(\frac{C_1+C_2}{C_1} \right)^2 = 24,84 \left(\frac{1300}{100} \right)^2 = 4,2K\Omega$

$$Q_{Re_{eq}} = \frac{R_{eq}}{\omega_0 L} = \frac{4,2K}{2\pi \times 15 \times 1,2196} = 36,54$$

$$Q_{load}^{osc} = \left(\frac{1}{Q_{load}^{Ampl}} + \frac{1}{Q_{Re_{equiv}}} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{62,5} + \frac{1}{36,54} \right)^{-1} = 23,06$$

ou ainda: $R_{Tol_{perdas}}^{Ampl} = \omega_0 L Q_{load}^{Ampl} = 7,2K\Omega$

h) qual deve ser a quantidade de realimentação proporcionada pela rede de realimentação B tal que $|A.B| = 2$, onde A = ganho do elemento ativo? Esboce a nova configuração do circuito Condições a serem satisfeitas:

$$\left\{ \begin{array}{l} h.1) \quad \frac{C_1^l C_2^l}{C_1^l + C_2^l} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 92,308pF \\ h.2) \quad |A.B| = \underbrace{g_m \frac{R_{eq} R_L}{R_{eq} + R_L}}_{\text{Ganho}} \underbrace{\frac{C_1^l}{C_1^l + C_2^l}}_{\text{qde realim}} = 2 \\ h.3) \quad n^l \geq n = 13 \Rightarrow R_{eq}^l \geq R_{eq} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} h.1) \quad C_1^l + C_2^l = 92,308 \times C_1^l C_2^l \\ h.2) \quad \frac{\frac{1}{25} \frac{24,84 \left(\frac{C_1^l + C_2^l}{C_1^l} \right)^2 10K}{24,84 \left(\frac{C_1^l + C_2^l}{C_1^l} \right)^2 + 10K} \frac{C_1^l}{C_1^l + C_2^l}}{25} = 2 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} h.1) \quad C_1^l + C_2^l = 92,308 \times C_1^l C_2^l \\ h.2) \quad \frac{\frac{1}{25} \frac{24,84 \left(\frac{C_1^l + C_2^l}{C_1^l} \right)^2 10K}{24,84 \left(\frac{C_1^l + C_2^l}{C_1^l} \right)^2 + 10K} \frac{C_1^l}{C_1^l + C_2^l}}{25} = 2 \end{array} \right.$$

de $h.1)$ em $h.2)$:

$$5 \left(C_2^l \right)^2 - 92,308 \times 10^{-9} C_2^l + 2000 \times (92,308 \times 10^{-12})^2 = 0$$

$$5 \left(C_2^l \right)^2 - 92,308 \times 10^{-9} C_2^l + 1,7042 \times 10^{-17} = 0$$

cuja raízes são: $C_{2,I}^l = 18,28nF$ e $C_{2,II}^l = 186,5pF$, que em h.1) resultam duas soluções:

$$\begin{cases} I) & C_{2,I}^l = 18,28nF \Rightarrow C_{1,I}^l = 92,78pF \\ II) & C_{2,II}^l = 186,5pF \Rightarrow C_{1,I}^l = 182,77pF \end{cases}$$

que aplicando a condição h.3) restringe a solução para:

$$\begin{cases} I) & n_I^l \geq n & n_I^l = \frac{18280+92,78}{92,78} = 198 & (OK) \\ II) & n_{II}^l \geq n & n_{II}^l = \frac{186,5+182,77}{182,77} = 2,02 & (\text{não atende}) \end{cases}$$

portanto, deve ser escolhida a configuração I) para os capacitores

5 Estabilidade de Frequência em Osciladores LC

Estabilidade de Freq. de um oscilador \triangleq medida de sua capacidade em manter a f_o a mais fixa possível em função do tempo; há **termo longo** (f_0 muda em um período de minutos, horas, dias, meses ou mesmo anos) e o **termo curto** para a estabilidade de f_0

Instabilidade de frequência dos osciladores é devida às variações dos parâmetros:

- como $\omega_o = (LC)^{-0,5} \Rightarrow$ instabilidade devido à variação de L e C com a $^o t$ e envelhecimento (termo longo);
- *parâmetros do transistor (capacitâncias intrínsecas do transistor):*
 - dependem da tensão e temperatura;
- *elementos parasitários do circuito (acoplamento e capacitâncias parasitárias indesejáveis)*
 - Capacitância total de ressonância formada pelos componentes físicos, por exemplo, C_1 e C_2 em um *Colpitts*, somados às capacitâncias intrínsecas do transistor e parasitárias.

\Rightarrow há dificuldade em se conhecer e controlar precisamente estes parâmetros.

Projeto do Oscilador deve minimizar esta dependência: f_0 deve depender principalmente de L e C e marginalmente dos demais parâmetros do circuito.

- **Termo curto** de estabilidade de f_0 (período de segundos ou menos): quão sensível a f_0 é às pequenas mudanças no *deslocamento de fase do sistema em malha aberta*

$$\text{Estabilidade de fase do oscilador} = \left. \frac{d\phi}{df} \right|_{f=f_0}$$

⇒ qto maior taxa de mudança de fase em função de f , mais estável é o oscilador.

- possibilita comparar quantitativamente a estabilidade de fase de dois osciladores. Mede a influência dos parâmetros do circuito sobre a f_0 (em uma determinada topologia de osc.).
- Considere o circuito LC ressonante paralelo, figura .16.b. Análise da estabilidade de fase é obtida examinando-se a transimpedância:

$$Z(j\omega) = \frac{V_0}{I} = \frac{R}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}, \text{ onde } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \text{ e } Q = \frac{R}{\omega_0 L}$$

⇒ a fase associada e a respectiva derivada com relação à freq são:

$$\arg [Z(j\omega)] = \phi = -\arctan \left[Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]$$

$$\frac{d\phi}{d\omega} = -\frac{\omega_0 Q (\omega^2 + \omega_0^2)}{(\omega \omega_0)^2 + Q^2 (\omega^2 - \omega_0^2)^2}$$

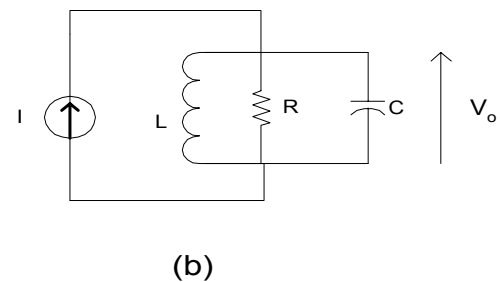
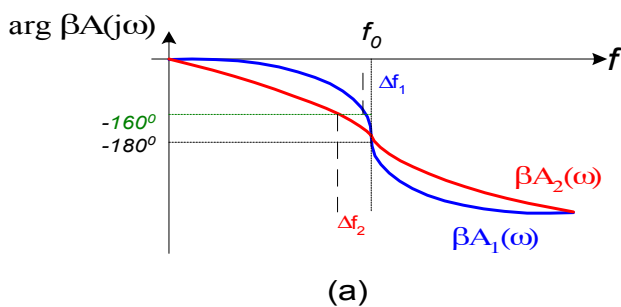


Fig.16. (a) fases de dois sistemas em malha aberta; (b) circuito ressonante LC paralelo utilizado na análise da estabilidade de fase.

- A medida da **Estabilidade de Fase** é obtida à freq de ressonância:

$$\left. \frac{d\phi}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_0} = -\frac{2Q}{\omega_0}$$

- Portanto, a **Instabilidade de Freq** pode ser aproximada por:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \approx \pm \frac{1}{2Q} \Delta\phi$$

- Alternativamente, o **Fator de Estabilidade de Freq** = mudança na fase dividida pela mudança normalizada de freq, $\Delta\omega/\omega_0$:

$$S_F = \frac{\Delta\phi}{\Delta\omega/\omega_0} = 2Q$$

é uma medida para o termo curto da estabilidade de um oscilador.

- $\nearrow Q \implies \nearrow \frac{d\phi}{df}$. Oscilador LC será estável se:
 - $Q = \frac{f_0}{\Delta f_{3dB}}$ elevado, tipicamente 500, 1000 ($Q \longrightarrow \infty$: perdas nulas no indutor e capacitor)
 - valores de L e C estáveis ($^o t$, I etc);
 - Um bom oscilador LC apresenta estabilidade típica da ordem de

$$\frac{\Delta f}{f_0} = 10^{-4}/^o C \quad \text{ou} \quad 100 \frac{Hz}{MHz} / ^o C$$
 - outra razão para a utilização de $Q \nearrow$ em circuitos sintonizados em osciladores: filtragem de harmônicas e ruídos indesejáveis.

6 Outra interpretação para o Oscilador (Resistência Negativa)

Um circuito sintonizado ideal não possui resistência perdas (r_s ou R_p) \rightarrow portanto, $Q = \infty$. Uma vez excitado, oscila indefinidamente. No caso real, o elemento ativo mantém as oscilações introduzindo quantidade de energia igual àquela dissipada. A fonte de energia do amplificador pode ser interpretado como um resistor negativo em série com o circuito sintonizado.

- Resistência negativa é interpretada obtendo-se a Z_i do estágio amplificador (elemento ativo do oscilador), figura 17.b.

$$V_i = (I_i - I_b) X_{C1} + [(1 + \beta) I_b + (I_i - I_b)] X_{C2} = I_i (X_{C1} + X_{C2}) - I_b (X_{C1} - \beta X_{C2})$$

$$V = (I_i - I_b) X_{C1} = r_\pi I_b \quad \Rightarrow \quad I_b (X_{C1} + r_\pi) = I_i X_{C1}$$

eliminando I_b das equações acima:

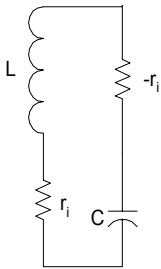
$$Z_i = \frac{V_i}{I_i} = \frac{(1 + \beta) X_{C1} X_{C2} + r_\pi (X_{C1} + X_{C2})}{X_{C1} + r_\pi}$$

$$\text{se } X_{C_1} \ll r_\pi \Rightarrow Z_i \approx \frac{(1+\beta)}{r_\pi} X_{C_1} X_{C_2} + X_{C_1} + X_{C_2}$$

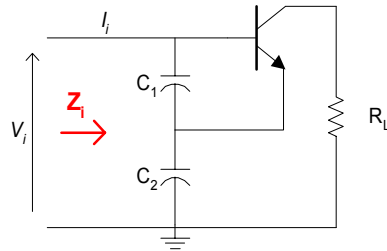
$$Z_i \approx \frac{-g_m}{\omega^2 C_1 C_2} + \left[j\omega \left(\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \right) \right]^{-1}$$

isto é, a impedância de entrada do circuito da figura 17.b é um **resistor negativo**:

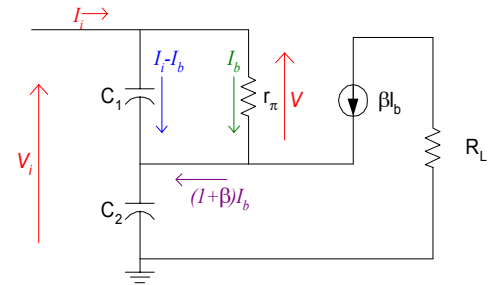
$$r_i = \frac{-g_m}{\omega^2 C_1 C_2} \text{ em série com } C_i = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$



(a) LC ressonante com $-r$



(b) Circuito para geração de $-r$



(c) circuito equivalente (pequeno sinais)

Fig.17. Outra interpretação para o Oscilador (elemento ativo como resistencia negativa)

- Condição para sustentar as oscilações é

$$r = \frac{g_m}{\omega^2 C_1 C_2} \quad (= \text{resistência perdas do circuito}) \quad ((12))$$

- freq de oscilação:

$$f_{osc} = \left[2\pi \sqrt{L \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}} \right]^{-1}$$

- Regras de projeto oscilador LC

- C_1 deve ser grande, tal que $X_{C_1} \ll r_\pi$
- C_1 e C_2 devem ser grandes afim de tornar desprezível as capacitâncias de saída do Transistor (C_{BE} e C_{CE}). Porém a eq (12) limita os valores de C_1 e C_2 , pois

$$r \leq \frac{g_m}{\omega^2 C_1 C_2} \quad \text{com } g_m \leq g_{MAX}$$

Exemplo 6.1 Seja o oscilador Clapp-Gouriet da figura 18. Admita transistor operando com $g_m = 6mS$. Indutor com perdas tal que $Q_u = 200$ em $1MHz$ e $X_L = 800\Omega$. (portanto, $r = \frac{\omega_0 L}{Q_u} = 4$). Quais as condições necessárias para que o circuito oscile?

Com a introdução de C_0 , tem-se na f_{osc}

$$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C_0} - \frac{1}{\omega_0 C_1} - \frac{1}{\omega_0 C_2} = 0$$

$$r = \frac{g_m}{\omega^2 C_1 C_2} \quad \text{se } C_1 = C_2 = C_m$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\omega C_m} \geq \sqrt{\frac{r}{g_m}} = 25,8\Omega \quad \text{e para } f_{osc} = 1MHz \Rightarrow C_m \leq 6,2nF$$

Este é o máximo valor para $C_1 = C_2$. Neste caso, tem-se:

$$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C_0} - \frac{2}{\omega_0 C_m} = 0 \quad \Rightarrow \omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C_0} - 2 \times 51,6 = 0$$

admitindo-se $L = 82\mu H \Rightarrow X_L = 515\Omega$, resultando $C_0 \cong 343pF$

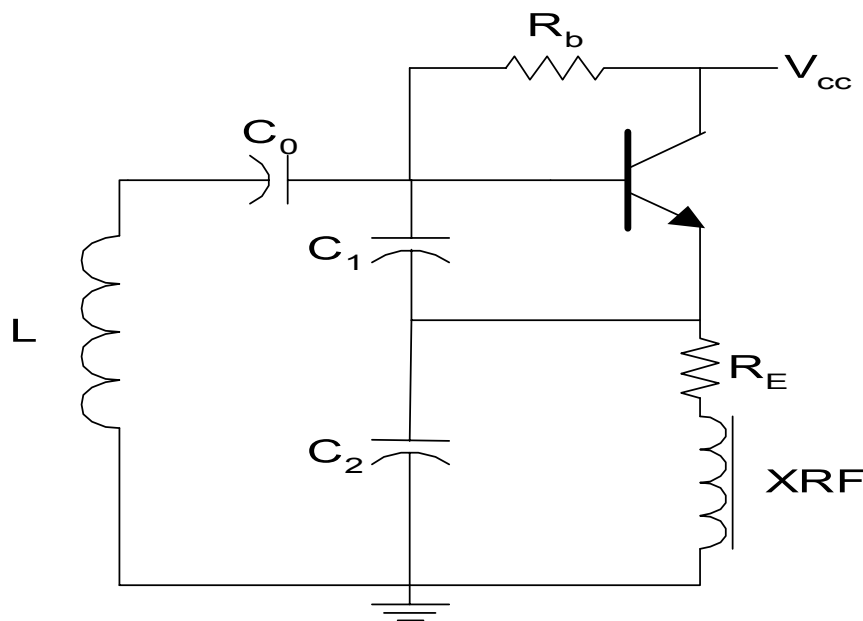


Fig.18. Oscilador Clapp-Gouriet

7 Osciladores a Cristal Piezoelétrico

7.1 Modelo, figura 19.a

C_{s_i} = elasticidade do quartzo;

L_i = depende da massa da lâmina de quartzo;

C_p = capacitância tendo como o dielétrico a lâmina quartzo;

r_i = perdas do cristal: atrito, amortecimento intrínseco, perdas de acoplamento acústico etc...

Ordem de grandeza dos parâmetros em um cristal típico:

$$\text{típico: } C_{s_1} = 10fF; \quad L_1 = 2H; \quad C_p = 10pF$$

Impedância de entrada do cristal em uma região próxima à ω_s e ω_p (fundamental)

7.2 Modo de ressonância

Seja a impedância oferecida pelo cristal operando no modo fundamental:

$$Z(j\omega) = \frac{(j\omega C_p)^{-1} [j\omega L_1 + r_1 + (j\omega C_{s_1})^{-1}]}{j\omega L_1 + r_1 + (j\omega C_{s_1})^{-1} + (j\omega C_p)^{-1}}$$

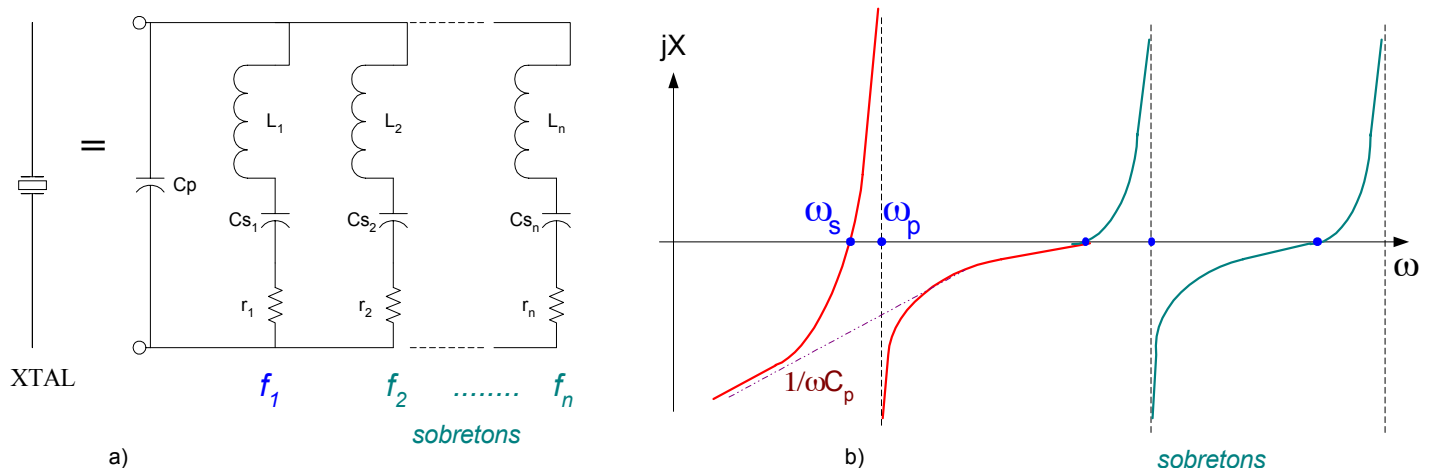


Fig.19. a) Circuito equivalente para um cristal: freq. oscilação fundamental e sobretons. b) reatância do cristal piezoelétrico em função da freq.

- **Série:** determinada por L_i e $C_{s_i} \Rightarrow$ cristal apresenta-se como um resistor (r_i). A **freq de ressonância série fundamental**

$$f_s = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_1 C_{s_1}}}$$

- **Paralelo:** L_i e C_{s_i} série com C_p . A **freq de antirressonância fundamental**

$$f_a = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_1 \frac{C_{s_1} C_p}{C_{s_1} + C_p}}}$$

- \Rightarrow ressonância Série e Paralela ocorrem muito próxima devido à alta razão C_p/C_{s_i}
- \Rightarrow como resistência de perdas série, r_i , é relativamente pequena $\Rightarrow \uparrow Q$
- \Rightarrow para todos os propósitos práticos, f_s não muda assumindo-se a simplificação $r_i = 0$
- Transformação série - paralelo
 - a. $r_i \Rightarrow R_p$

- b. Válido apenas em uma única freq.

$$R_p = r_1 \left(1 + \frac{X_s^2}{r_1^2} \right) = r_1 (1 + Q_s^2) \quad ((13))$$

$$X_p = X_s \left(1 + \frac{r_1^2}{X_s^2} \right) = X_s \left(1 + \frac{1}{Q_s^2} \right) \quad (14)$$

$$X_s = \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_{s_1}} \quad Q_s = \frac{X_s}{r_1} \quad (15)$$

- **Sobretons:**
 - há vários modos de vibração. Menores ω_s e ω_p determinam o modo fundamental de vibração do cristal.
 - Demais modos de vibração são sobretons.
 - **sobretons normalmente não guardam relações aritméticas entre si** (portanto não podem ser denominados harmônicos, embora as relações sejam próximas à $3X$, $5X$, ... a fundamental: oscilam próximos aos valores dos harmônicos ímpares)
 - Cristais operando em freqs altas, $[10; \dots; 150] \text{ MHz} \Rightarrow$ especificados para trabalhar em um sobretom $\Rightarrow 3^\circ$ ou 5° sobretom.

- cristal é cortado e lapidado (originando o tipo de corte) de modo que a freq de sobretom alcançar um valor desejado.
- **Operação entre f_s e f_a** : Circuitos contendo cristais podem ser projetados para operarem na faixa de freq entre a freq de ressonância série e paralela. $\Rightarrow Z_{XTAL}$ é reativa.
- razão entre a freq de ressonância e anti-ressonância é:

$$\frac{f_a}{f_s} = \frac{2\pi\sqrt{L_1 C_{s1}}}{2\pi\sqrt{L_1 C_{s1} C_p / (C_{s1} + C_p)}} = \sqrt{1 + \frac{C_{s1}}{C_p}}$$

como $C_p \gg C_{s1} \Rightarrow$ aplicando-se a série binominal $(1+x)^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2 \times 4}x^2 + \frac{1 \times 3}{2 \times 4 \times 6}x^3 - \dots$ com $-1 < x \leq 1$:

$$\frac{f_a}{f_s} = \sqrt{1 + \frac{C_{s1}}{C_p}} \approx 1 + \frac{C_{s1}}{2C_p} = 1 + \frac{1}{2K} \quad K \in [200; 300]$$

f_o [MHz]	Modo	r_i [Ω]	C_S [fF]	C_P [pF]
1,0	fund.	400	8	3,2
2,097	fund.	270	10	4,3
5,7	fund.	25	21	5,1
7,16	fund.	30	29	6,4
8,5	fund.	20	27	5,9
9,5	fund.	30	27	5,5
20	fund.	20	26	5,8
26	3	40	3	6,2
80	5	60	0,5	6,1
100	5	60	0,11	2,9

Tabela 1. Dados típicos de cristais piezoelétrico empregados em osciladores

Exemplo 7.1 Se a freq de antiressonância de um cristal de 20MHz da tabela 1 é exatamente 20MHz, qual a freq de ressonância série deste cristal?

Uma vez que no modo fundamental $K = \frac{C_p}{C_{s1}} = \frac{5,8pF}{26fF} = 223,08 \Rightarrow f_s = f_a \left(1 + \frac{1}{2K}\right)^{-1} = 20 \times \left(1 + \frac{1}{2 \times 223,08}\right)^{-1} = 19,955MHz$

7.3 Aplicações

1. **Osciladores:** cristal é o elemento ressonante (substitui o LC). Principais características:
 - a. alta estabilidade (20 ppm)
 - b. ampla faixa de operação (tipicamente de 4KHz a 150MHz)
 - c. possibilidade de ajuste fino de freq: ordem de 100ppm
 - d. possibilidade de obtenção de coeficiente térmico nulo em torno de uma dada temperatura.
2. **Filtros:** como filtro passa-banda, com Q elevadíssimos \implies impossível de se realizar com componentes convencionais (LC).
3. **Transdutores:** conversão *energia elétrica* \iff *acústica*, especialmente em freqs ultra-sônicas

7.4 Parâmetros de especificação de cristais piezoelétricos para Osciladores

1. **Faixa de Freq. / Cortes:** Há vários tipos de cortes para produção de lâminas de quartzo:
 - a. cada tipo corte caracteriza-se pelos ângulos de corte da lâmina em relação aos eixos cristalográficos;
 - b. cada tipo corte possui características vantajosas em uma determinada faixa de freqs.
 - c. corte mais comum: **AT** ($500\text{KHz} \leq f_{osc} \leq 50\text{MHz}$, modo fundamental) e coeficiente térmico nulo em torno da $^{\circ}t$ ambiente
 - d. outros cortes: **BT, CT, DT, GT, X-Y** etc
2. **Temperatura de operação:** $^{\circ}t$ média de funcionamento do circuito \implies pequenos desvios nos ângulos de corte \implies otimizar o ponto de inflexão (coeficiente térmico nulo). Ex: cristais em câmaras térmicas (60°C) são cortados com desvio de $12'$ em relação ao ângulo básico do corte AT.
3. **Modo de Ressonância:**
 - a. Série: elemento puramente resistivo em f_{osc}

- b. paralelo: elemento indutivo sobre um capacitor de carga; este valor deve ser especificado; caso contrário, assume-se $C_{load} = 32pF$.

4. Sobretons:

- modo fundamental até $50MHz$;
- 3º sobretom: $10MHz$ a $70MHz \implies$ associado a um circuito LC: evitar oscilações indesejáveis no modo fundamental
- 5º sobretom: $40MHz$ a $150MHz \implies$ associado a um circuito LC: idem
- Apenas os sobretons ímpares (próx. às harmônicas ímpares podem ser excitadas. Freq oscilação de sobretom

$$f_{osc} = \frac{1675}{\text{espessura} [\mu m]} \quad [MHz]$$

Ex: cristal com freq fundamental de $f = 20MHz \implies$ terá lâmina com espessura $= 84\mu m$. Excitação no 3º **sobretom** (próx. a $60MHz$) \implies espessura $= 1/3$ lâmina original: $28\mu m$

- Nível de Excitação:** dissipação de um cristal depende da corrente aplicada sobre a resistência equivalente:
 - potência aplicada ao cristal \implies deve ser mantida nos menores níveis possíveis

(evita *desvios* de freq ou ruptura da lâmina);

- Potências máxima suportadas: 1 a $10mW$, conforme dimensões e modo de vibração. Valores:
 - osciladores TTL: 1 a $5mW$
 - Osc. transistor bipolar: $10\mu W$ a $1mW$ (típico: $100\mu W$)
 - osc. CMOS: 1 a $100\mu W$

- Resistência Série equivalente** : parâmetro importante na determinação da condição de oscilação. Depende
 - Freq
 - tipo de corte do cristal
 - modo de vibração
 - suporte mecânico
 - Faixa de valores: desde 20Ω (cristais com freq em torno de $15MHz$) a mais de 500Ω (cristais com freq abaixo de $1MHz$)

7. Encapsulamento:

- canecas metálicas hermeticamente fechadas: $HC - 6U$ (espaçamento 12, $3mm$ entre pinos); $HC - 1, 8U$ (espaçamento 4, $87mm$ entre pinos)

7.5 Configurações/Montagens

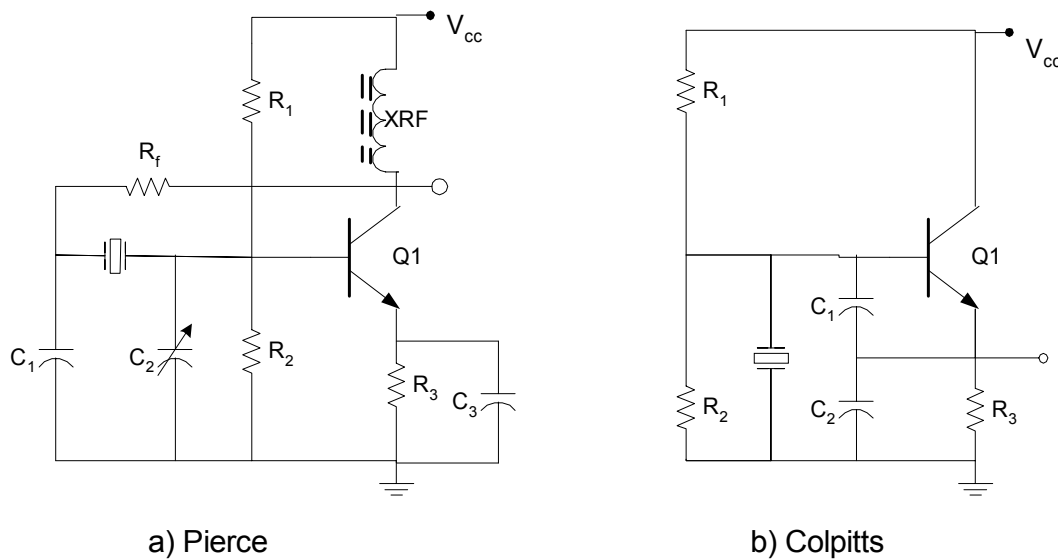


Fig.20. Configurações para osciladores a Cristal Piezoelétrico

- **(a) Pierce:** oscilador **modo paralelo** (região indutiva, entre ω_s e ω_p). Circuito π formado por C_1 , C_2 e pelo cristal = inversor de fase. Q_1 = gerador de corrente, invertendo novamente a fase do sinal (total = 360°)

- **(b) Colpitts:** oscilador **modo paralelo** \Rightarrow mais sensível às $C_{Parasit}^{Q_1}$. Um dos terminais do cristal está **aterrado**.
- **Osciladores com Portas Lógicas:** inversores lógicos operando na região linear (transição) \Rightarrow amplificadores.
 - (c) 1 inversor:** oscilador paralelo (Pierce)
 - (d) 2 inversores:** oscilador série (Butler)

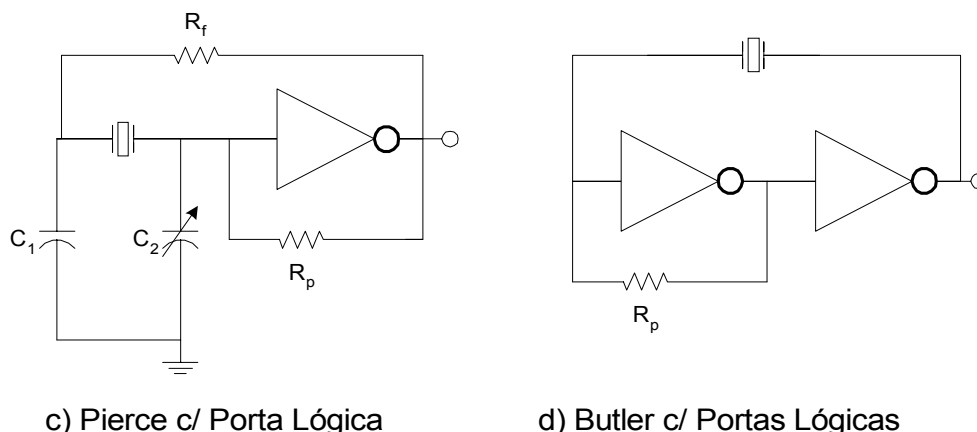


Fig.21. Configurações para osciladores a Cristal Piezoelétrico com portas lógicas.

7.6 Osciladores a Cristal - Modo Paralelo (f_a)

- XTAL, modo série e paralelo: $\uparrow Q \Rightarrow \uparrow$ estabilidade
- modo paralelo: XTAL atua como L
- projeto do Oscilador à XTAL segue mesmos passos do Osc. LC,
 - exceto circuito polarização pode ser diferente \Rightarrow XTAL bloqueia tensões DC
 - **cuidado** na implementação do circuito polarização \Rightarrow evitar $\searrow Q$
 - corte do XTAL: operar na antiressonância
 - $C_{ext} = 32pF$ ou $40pF$ em paralelo com XTAL no modo paralelo.
 - ganho de malha $A\beta(\omega_o) > 1$

$$\frac{g_m}{C_1 C_2 \omega_o^2 r_1} > 1 \quad ((16))$$

onde r_1 = resistência série do XTAL (ordem de dezenas de Ω) e $\omega_o = \omega_a$ (freq de antiressonância do cristal)

\Rightarrow validade da eq (16): veja seção 6.

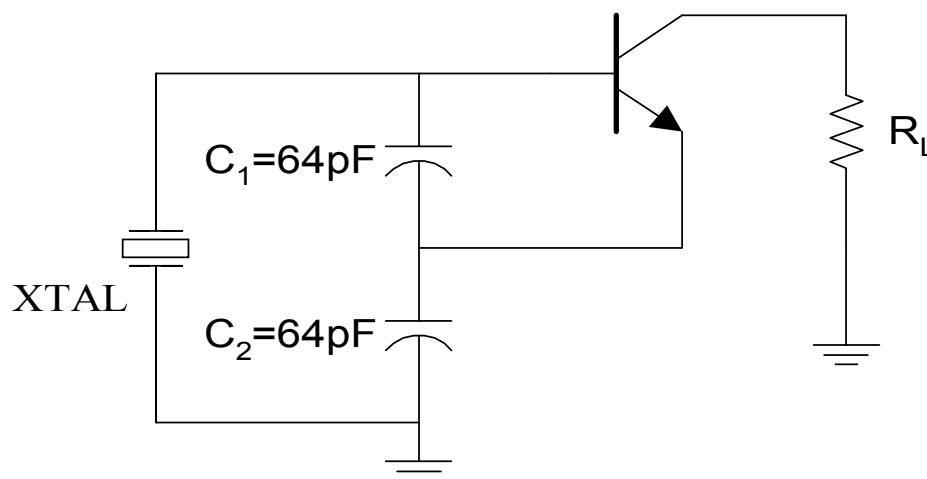


Fig.22. Oscilador a Cristal com cristal operando no modo paralelo.

7.6.1 Redução no fator Q em Osciladores XTAL modo Paralelo

- redução no Q pode ocorrer devido à topologia adotada (circuito de polarização)
- **top (a):** Oscilador XTAL modo paralelo c/ Transistor Bipolar em **Base Comum**

- $R_{p_{equiv}}$ do cristal é reduzido pelo R_s "refletido (aumentado pela relação de transf)"

$$R_s = \frac{r_i R_E}{r_i + R_E} \left(1 + \frac{C_2}{C_1} \right)^2$$

com r_i = impedância de entrada do transistor em base comum. **(baixa)**

- R_3 não reduz o Q se $\uparrow XRF$
- **top (b): Oscilador XTAL modo Paralelo c/ Transistor Bipolar em Coletor Comum**
 - $R_{p_{equiv}}$ do cristal é reduzido pelo $R_1 // R_2$ (base bias). Devem ser elevados p/ não reduzir significativamente o Q
- **top (c): Oscilador XTAL modo paralelo - Pierce**
 - R_1 ou R_2 NÃO reduzem o $R_{p_{equiv}}$ do cristal
 - $X_{C_E}(\omega_0) = 0$
 - configuração **Pierce** \rightarrow melhor escolha para osciladores XTAL modo paralelo:
 - * produz $\uparrow Q \Rightarrow \uparrow$ Estabilidade em freq
 - * *desvantagem*: um dos terminais do XTAL não está aterrado.

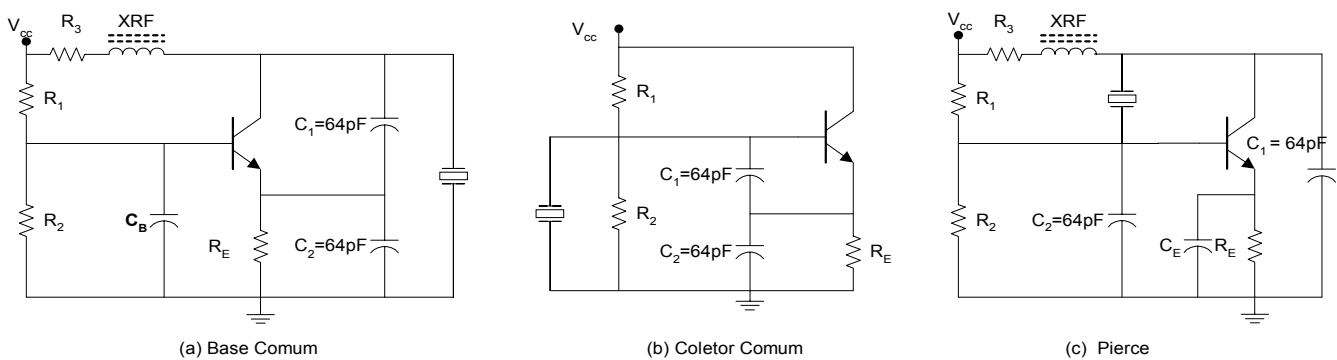


Fig.23. Algumas configurações para osciladores a cristal piezoétricos no modo ressonância paralela.

7.6.2 Capacitor em paralelo com XTAL

- aplicações como VCO (*voltage-controlled oscillators*): ajustam continuamente a f_{osc}
- Adicionando-se C_{ext} , em // com cristal, a freq de antirressonância (modo paralelo) modifica-se:

$$f_a = \left[2\pi \sqrt{L_1 \frac{C_{s1}(C_{ext} + C_p)}{C_{s1} + C_{ext} + C_p}} \right]^{-1} \cong f_s \left[1 + \frac{C_{s1}}{2(C_{ext} + C_p)} \right]$$

com a aproximação dada pelo 1o. termo da expansão binomial

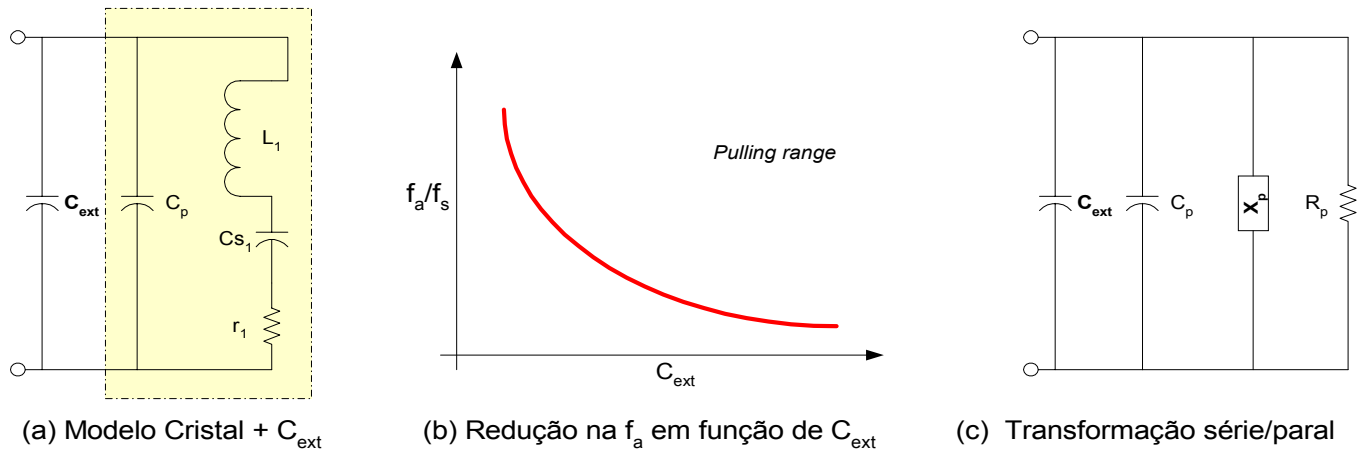


Fig.24.

- $\nearrow C_{ext} \Rightarrow f_a \searrow$ até que $f_a \approx f_s$.
- **Faixa de Pulling** (*Pulling Range*) do XTAL (sem C_{ext}): redução da f_a em função do aumento de C_{ext}

$$f_a - f_s = \frac{C_{s1}}{2C_p} f_s$$

\Rightarrow na prática, quando $f_a \rightarrow f_s$, **reduz-se o desempenho** do oscilador XTAL modo paralelo ($\downarrow Q$): equações de transformação série/paralelo em um circuito LC:

$$R_p = r_1 \left[1 + \left(\frac{X_s}{r_1} \right)^2 \right] \quad ((17))$$

Na freq de antirressonância do XTAL (modo paralelo), a parte da reatância "paralela", figura 24.c

$$X_p = \frac{1}{\omega (C_p + C_{ext})}$$

deve ser resultar igual à impedância série, $X_s = \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_{s1}}$, eq. (15). Portanto, a resistência paralela equivalente, eq (17) pode ser reescrita como

$$R_p = r_1 \left[1 + \left(\frac{X_p}{r_1} \right)^2 \right]$$

- * $\nearrow C_p + C_{ext} \Rightarrow X_p$ e $R_p \searrow \Rightarrow$ redução ganho de realimentação (extinção das oscilações)
- * para altas freq, X_p e R_p (e Q) serão pequenos \Rightarrow limitação da $f_{osc}^{MAX} = 20MHz$ no modo paralelo.

- * em um XTAL, o Q no modo de ressonância série não é significativamente dependente das capacitâncias paralelas $C_p + C_{ext} \Rightarrow$ modo série é usado para f_{osc} elevadas.
- * Regra prática para a combinação $C_p + C_{ext}$ em um XTAL no modo de ressonância paralelo:

$$\frac{1}{\omega (C_p + C_{ext}) r_1} > 4$$

valores $< 4 \Rightarrow$ inclinação da curva de fase do cristal próximo à ressonância paralela, f_a , não é suficientemente abrupta para resultar em boa estabilidade fase-frequência.

7.7 Osciladores a Cristal - Modo Série

Na ressonância série, a realimentação positiva é auxiliada pela baixa impedância do cristal quando atinge f_s , i.e., a oscilação ocorrerá na freq. em que houver maior ganho de malha \rightarrow ressonância série: $\downarrow Z$.

- outro motivo para se utilizar ressonância no modo série em f_{osc} elevadas (acima de 20 a 50 MHz) :
 - análise de Clapp-Gouriet para osciladores à cristal no modo paralelo estabelece

limite para a transcondutância:

$$g_m \geq C_1 C_2 \omega^2 r_1$$

qdo $\nearrow f_{osc} \Rightarrow C_1$ e C_2 devem ser reduzidos. Qdo estes valores aproximam-se das capacitâncias dos terminais do transistor, $C_{\text{terminais}} \Rightarrow$ **degradação da estabilidade da oscilação** ($C_{\text{terminais}}$ não podem controladas precisamente)

- Como $f_{osc} = \frac{1675}{\text{espessura}} \Rightarrow$ para $\uparrow f_{osc}$ requer **lâminas muito finas** \Rightarrow frágeis e sujeitas a contaminação:
 - * cristais para $\uparrow f_{osc}$ usualmente operam no modo de **sobretom** da freq fundamental (mais espessos e robustos)
 - * cristais no modo oscilação **sobretom** \Rightarrow montados para oscilação **modo série**:
 - 20 a 60 MHz (**3º** sobretom)
 - 60 a 125 MHz (**5º** sobretom)

7.7.1 Topologias Oscilador Cristal - modo série

- **top (a):** Oscilador XTAL modo série c/ Transistor Bipolar em **Base Comum**
 - circuito ressonante paralelo $L(C_1, C_2)$ projetado para $f_{osc} = f_{serie}$ do cristal

- Q é determinado pelo **Cristal e não pelo circuito ressonante paralelo** $L(C_1, C_2)$, pois o fator de estabilidade em freq (=deslocamento de fase em ganho de malha aberta) em $\omega = \omega_0$ será

$$S_F = \frac{\Delta\phi}{\Delta\omega/\omega_0} = 2Q_{Total} = 2(Q_L - Q_{Xtal'})$$

com $Q_{Xtal'}$ = índice de mérito equivalente para o cristal (considerando a resitência de entrada do transistor configuração Base Comum, r_i); Q_L = índice de mérito do circuito sintonizado paralelo:

$$Q_{Xtal'} = \frac{\omega_0 L_{xtal}}{r_{xtal} + r_i} = \frac{Q_{Xtal}}{1 + r_i/r_{xtal}} \quad \text{e} \quad Q_L = \frac{R_L}{\omega_0 L}$$

$$R_L = Z_L(j\omega_0) = R_T \parallel (r_{xtal} + r_i) \left(\frac{C_2 + C_1}{C_1} \right)^2$$

- * Como $Q_L \ll Q_{Xtal'} \Rightarrow S_F \approx -2Q_{Xtal'}$. (r_i mesma ordem de grandeza de r_{xtal})
- * XTAL conectado à base do transistor (conf. Emissor Comum) \Rightarrow reduz substancialmente o $Q_{Xtal'}$ (r_i na configuração Emissor Comum é bem maior).

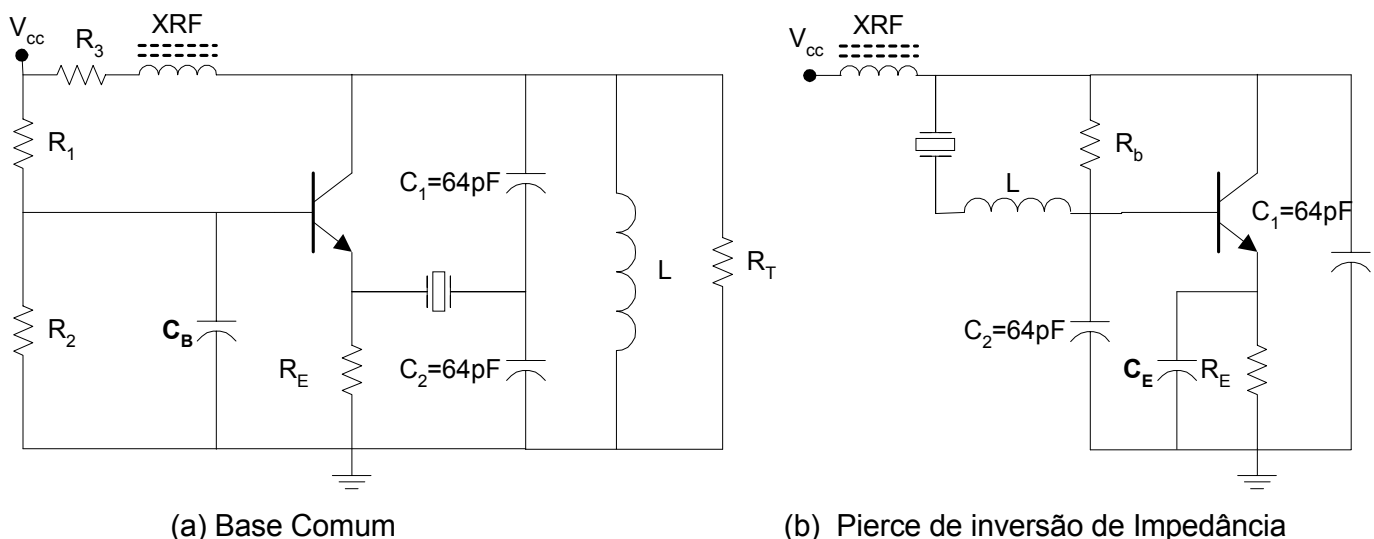


Fig.25. Algumas topologias para Oscilador a cristal - modo série

- **top (b): Oscilador XTAL modo série - Pierce de inversão de impedância**
 - teste p/ verificação da oscilação no modo série: curto-circuito em XTAL. Se não houver oscilação \Rightarrow XTAL modo paralelo

7.7.2 Capacitor em Série com XTAL

A freq. de oscilação com cristal no modo série pode ser levemente alterada introduzindo um capacitor em série com XTAL, uma vez que a inserção de um C_{paral} não terá efeito significativo sobre f_s

- aplicações em VCXO
- C_s eleva a freq de ressonância série, f_s :
- XTAL + $C_s \Rightarrow$ modelo equivalente onde:

$$\frac{1}{C'_{s_1}} = \frac{1}{C_{s_1}} + \frac{1}{C_p + C_s} \quad \text{ou} \quad C'_{s_1} = \frac{C_{s_1}(C_p + C_s)}{C_{s_1} + C_p + C_s}$$

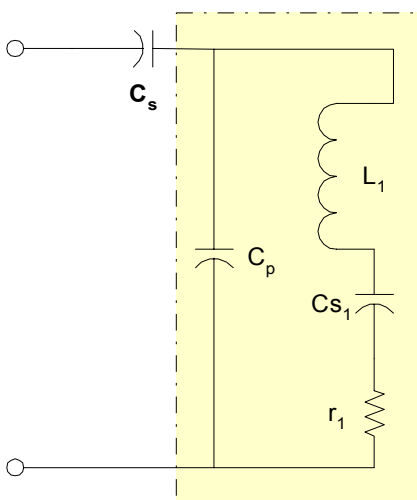
$$n = \frac{C_p + C_s}{C_{s_1}} = \frac{X_{C_p} + X_{C_s}}{X_{C_{s_1}}}$$

- **Freq ressonância no modo paralelo não muda** com a inserção de C_s :

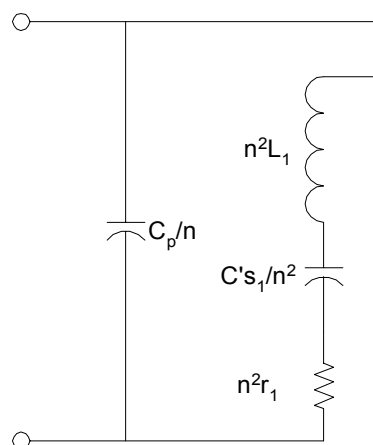
$$\omega_a = \left[n^2 L_1 \frac{(C_p/n) (C'_{s_1}/n^2)}{C_p/n + C'_{s_1}/n^2} \right]^{-1/2} = \left[L_1 \frac{C_p C_{s_1}}{C_p + C_{s_1}} \right]^{-1/2}$$

- **Nova freq ressonância no modo série** ($\omega'_s > \omega_s$):

$$\omega'_s = \left[n^2 L_1 \frac{C'_{s_1}}{n^2} \right]^{-1/2} = \left[L_1 \frac{C_{s_1}(C_p + C_s)}{C_{s_1} + C_p + C_s} \right]^{-1/2}$$



(a) Modelo Cristal + C_s



(b) Modelo equivalente para XTAL com C_s

Fig.26. c) capacitor série externo ao XTAL; b) respectivo modelo equivalente para XTAL

8 Osciladores controlados por Tensão (VCO e VCXO)

- uso de **Varicap** = Diodos com capacitância variável: $C_{varicap} \propto \frac{1}{V_{reversa}}$
- **VCO** (*voltage controlled oscillator*), figura 27: Inclusão Varicap $\Rightarrow f_{osc}$ torna-se variável em função da tensão de polarização do varicap
- **VCXO** (*voltage controlled cristal oscillator*): VCO a cristal piezoelétrico
- aplicações: modulador frequência (FM), telemetria, radar por efeito Doppler, Analisador de espectro, sintonizadores de televisão, PLL (phase-locked loops), sintetizadores de freq.
- dificuldade no projeto de VCO's: obtenção de uma função de transferência ($f_m \times freq$) **linear**.

8.1 VCXO

- $f_{osc} \approx f_s$ e controlada pela polarização do varicap, V_{pol}
- $C_{eq} = \frac{C_v C_s}{C_v + C_s} \Rightarrow$ aumenta a f_s do XTAL
- faz-se $X_{C_{eq}} = -X_{L_s}$ para $\omega = \omega_s$

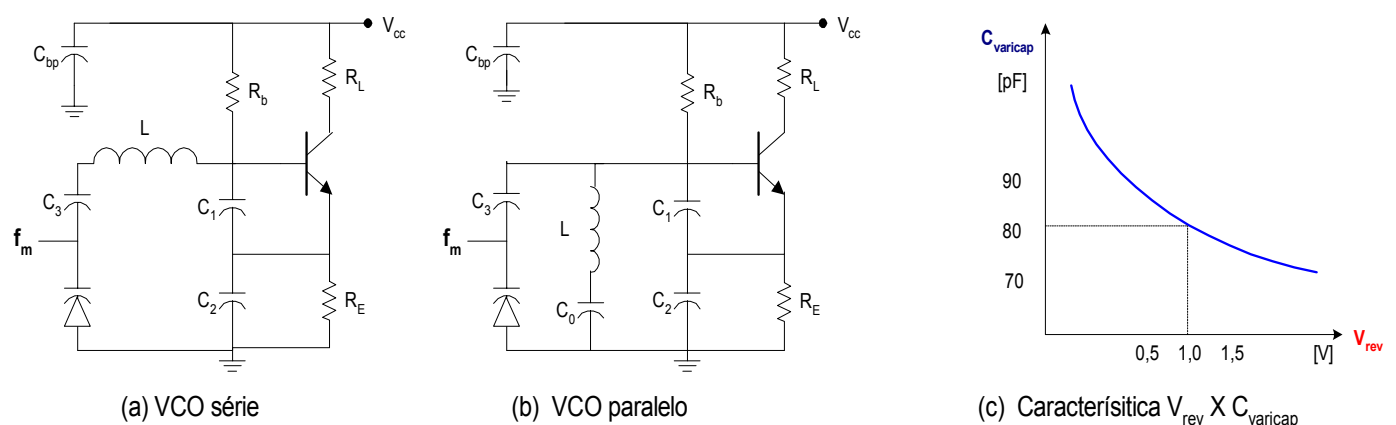


Fig.27. VCO série e paralelo; característica $V_{rev} \times C_{varicap}$ transferência típica para um Varicap

- Q_{Total} próximo ao $Q_{Xtal} \Rightarrow$ estabilidade próxima à do oscilador a cristal de freq fixa. Verificação. Seja $f'_s = 20MHz$ (freq ressonância modo série com capacitor série externo). Assumindo que nesta freq $X_{Lx}(f'_s) = j2 \times 10^6$ e resistência de perdas do cristal $r_s = 25\Omega$, resulta:
 - $Q_{Xtal} = \frac{\omega_0 L_x}{r_x} = 80.000$
 - admitindo resistência perdas do indutor L_s , $R_s = 15 \Rightarrow Q_{eq} = \frac{\omega_0 L_s}{R_s} = 50$

$$- Q_{Total} = \frac{\omega_0(L_s + L_x)}{R_s + r_x} = \frac{2000750}{40} \approx 50.000$$

\Rightarrow Adição do indutor série, L_s reduz o Q do circuito, porém ainda resulta em Q elevado.

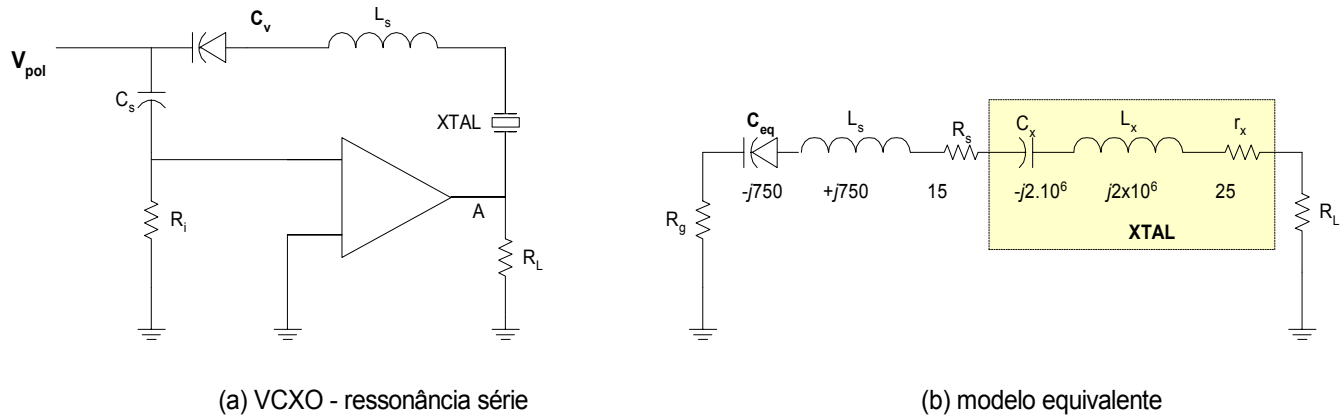


Fig.28. a) VCXO com cristal modo série; b) modelo equivalente

9 Oscilador a FET de junção

FETs são extensivamente utilizados em osciladores devido às vantagens inerentes em relação aos transistores bipolares:

1. $\uparrow Z_{input}$ permite operação com $\downarrow I$ e $\downarrow Pot \Rightarrow$ reduz problemas térmicos
2. transcondutância na região de operação quadrática não depende do nível do sinal
3. Algumas topologias:

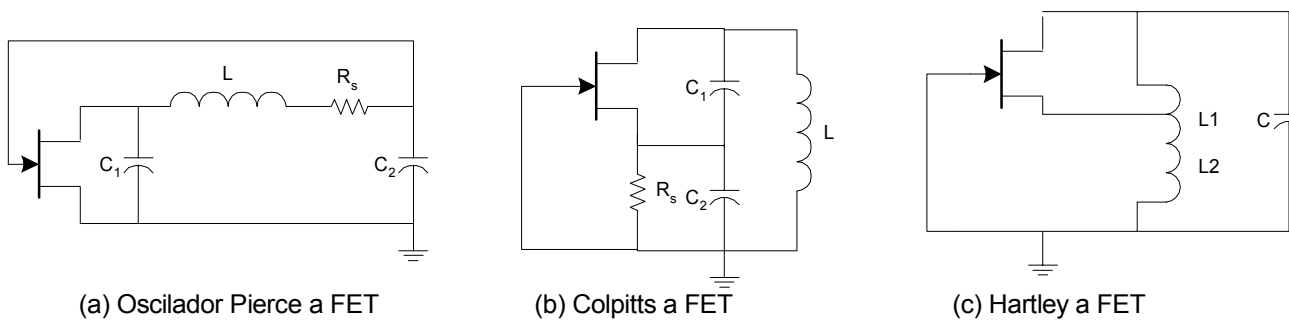


Fig.29. Algumas topologias para oscilador a FET de junção.

10 Determinação do Desvio de Frequência em um VCXO

Um modulador utiliza um oscilador VCXO, esquematizado na figura 30.a Desprezando-se as capacitâncias associadas ao elemento ativo, o desvio relativo da frequência de oscilação pode ser determinado derivando-se a capacitância total equivalente do conjunto, C_0 , figura 30.c, considerando-se as capacitâncias do modelo equivalente, figura 30.b, dado que:

$$C_q = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}; \quad C_c = \frac{C_q C_d}{C_q + C_d};$$

$$C_T = C_c + C_p \quad \text{e} \quad C_0 = \frac{C_T C_s}{C_T + C_s} \cong C_s$$

pois $C_T \gg C_s$. Derivando C_0 em relação a C_T e C_T em relação a C_d , a fim de modelar as variações da capacitância do varicap com a tensão modulante (v_m), resulta:

$$\frac{dC_0}{dC_T} = \frac{C_s^2}{(C_T + C_s)^2} \cong \left(\frac{C_s}{C_T} \right)^2$$

pois $C_T \gg C_s$ e

$$\frac{dC_T}{dC_d} = \left(\frac{C_q}{C_q + C_d} \right)^2$$

Finalmente, direnciando $\omega_0^2 = (LC_0)^{-1}$ em relação a C_0 , figura 30.c, associando às derivadas anteriores tem-se:

$$2\omega_0 d\omega_0 = -\frac{1}{LC_0^2} dC_0$$

$$\omega_0 d\omega_0 = -\frac{1}{2LC_0 \cdot C_0} \cdot \frac{dC_0}{dC_T} \cdot \frac{dC_T}{dC_d} \cdot dC_d$$

$$\omega_0 d\omega_0 = -\frac{1}{2} \omega_0^2 \frac{dC_0}{dC_T} \cdot \frac{dC_T}{dC_d} \cdot \frac{dC_d}{C_0}$$

$$\frac{d\omega_0}{\omega_0} \cong -\frac{1}{2} \left(\frac{C_s}{C_T} \right)^2 \left(\frac{C_q}{C_q + C_d} \right)^2 \frac{dC_d}{C_s}$$

portanto

$$\frac{\Delta\omega_0}{\omega_0} = -\frac{1}{2} \left(\frac{C_s}{C_T} \right)^2 \left(\frac{C_q}{C_q + C_d} \right)^2 \frac{\Delta C_d}{C_s}$$

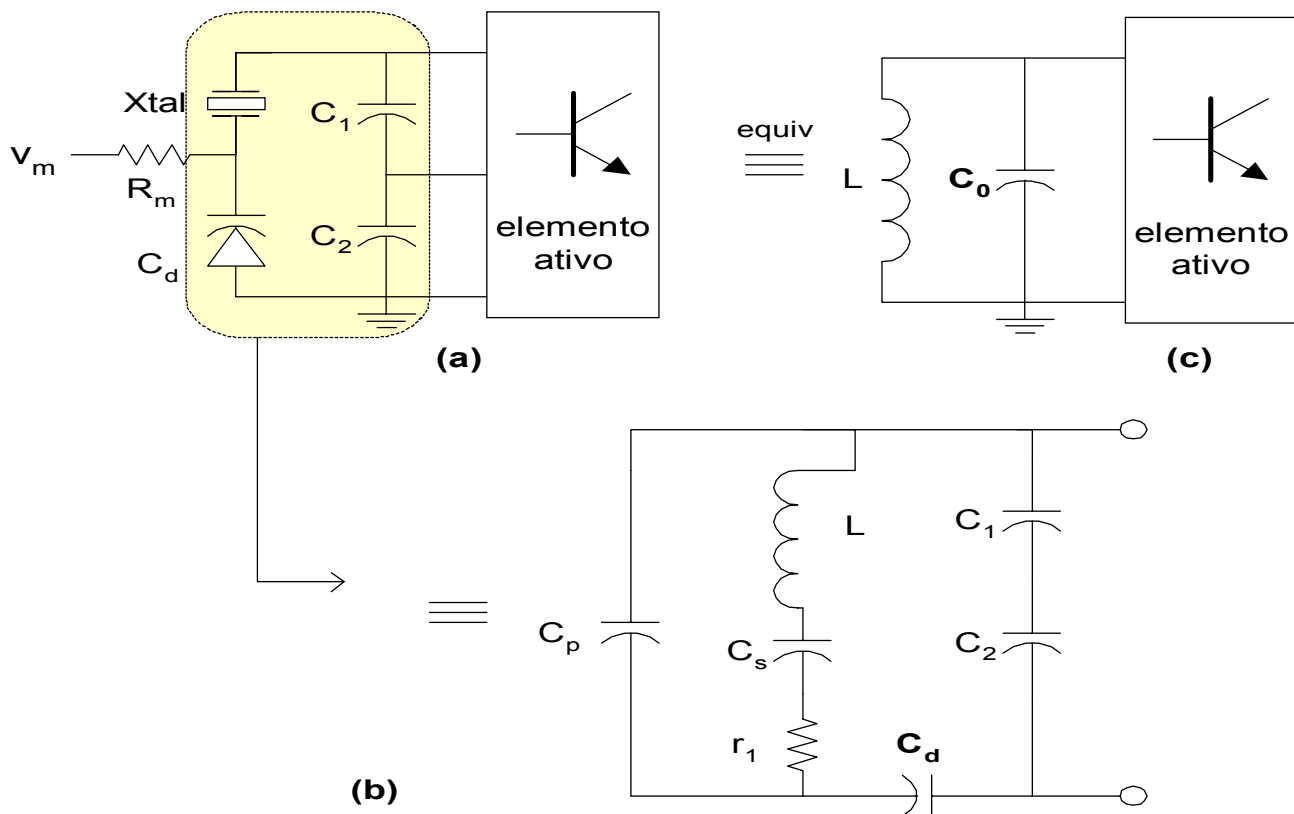


Fig.30. Oscilador VCXO e equivalências

Exemplo 10.1 Dado que o cristal tem um corte AT com os parâmetros $C_s = 20\text{ pF}$, $C_p = 5\text{ pF}$ e o varicap apresenta $C_d = 40\text{ pF}$, alcançando um desvio de $\pm 20\text{ pF}$ com a tensão modulante de pico (máxima) e $C_1 = C_2 = 64\text{ pF}$, determine:

a) a variação relativa aproximada na frequência de oscilação, $\frac{\Delta f_0}{f_0}$

Analogamente, substituindo-se o cristal por um L (resultando em um circuito ressonante LC paralelo) e conectando-se um duplo varicap, pode-se mostrar que o desvio relativo na frequência de oscilação será dada por

$$\frac{\Delta f_0}{f_0} = -\frac{1}{4} \frac{\Delta C_d}{C_0^l}, \quad \text{com} \quad C_0^l = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} + \frac{C_d}{2}$$

b) para o mesmo desvio em C_d , determine qual topologia resulta em maior desvio de freq e qual é esta proporção.

11 Lista de Exercícios

11.1 Osciladores LC

1. Desenhar (sem provar) o lugar das raízes dos pólos de um amplificador de 3 pólos após ser realimentado. Indicar a região onde amplificador pode se tornar um oscilador.
2. Definir realimentação positiva. Qual a relação entre o A_f e A (ganho realimentado e sem realimentação, respectivamente) para realimentação positiva ?
3. Explicar a condição $1 + \beta A$ que um amplificador realimentado deve satisfazer para ser estável.
4. Definir com auxílio de gráficos margem de ganho e de fase.
5. Indicar as duas condições de Barkhausen necessárias para a manutenção de oscilações senoidais.
6. Um circuito sintonizado série é utilizado para filtrar harmônicas de um sinal complexo. Qual o Q^{\min} para que a amplitude da 5ª harmônica esteja $25dB$ abaixo da amplitude da freq fundamental?

7. Esboçar a topologia para um oscilador com circuito sintonizado generalizado utilizando as impedâncias Z_1 , Z_2 e Z_3 . Em que freq o circuito irá oscilar? Em que condição essa configuração se reduz a um oscilador Colpitts? E a um oscilador Hartley? Qual a vantagem do Clapp sobre o Colpitts?
8. Indicar um modelo elétrico para um cristal piezoelétrico. Qual o comportamento reatância x freq para este modelo? Quais as regiões do gráfico anterior as oscilações podem ocorrer quando o cristal é utilizado em um oscilador senoidal. Associar estas regiões às correspondentes topologias de oscilador a cristal.
9. Um transformador com indutância do primário $L_1 = 25\mu H$ e secundário $L_2 = 400\mu H$ fortemente acopladas é empregada no circuito abaixo. Qual a freq de ressonância, Q e a resposta em freq. em torno de ω_o ? Qual a largura de banda do circuito.

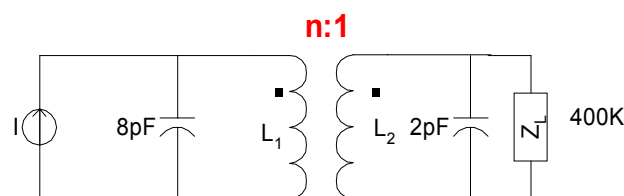


Fig. 31.

10. Encontre a banda de passagem de meia potência para o circuito da figura 32.a.

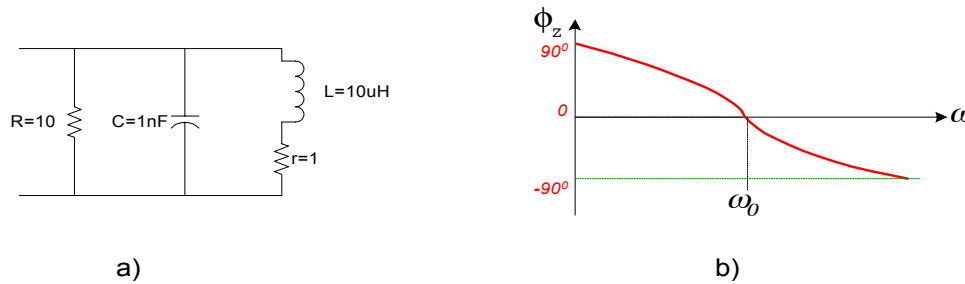


Fig. 32.

11. Mostre que em um circuito LC paralelo que variação da fase com a freq. é dada por:

$$\frac{d\phi}{df} = -\frac{f_0 Q (f^2 + f_0^2)}{f^2 f_0^2 + Q^2 (f^2 - f_0^2)^2}$$

12. Um circuito sintonizado em ω_0 tem a resposta de fase mostrada na figura 32.b. Esta resposta em torno de ω_0 pode ser dada pela expressão aproximada $\frac{\phi_z}{\omega_{osc} - \omega_0} \cong -\frac{2Q}{\omega_0}$. Caso um circuito deste tipo com $f_0 = 1\text{MHz}$, $Q = 30$ for utilizado em um oscilador cujo amplificador defasa -20° e a rede de realimentação -5° , determinar a diferença $f_{osc} - f_0$, onde f_{osc} é a freq. de oscilação.

11.2 Osciladores à Cristal

1. Considere um cristal de $5,7\text{MHz}$ da tabela 1. Assumindo que a capacitância de carga seja de 32pF . Caso seja necessário reduzir a freq de ressonância no modo paralelo em 600Hz , qual é o valor da capacitância externa, C_{ext} , a ser adicionada? Determine a redução de R_p e do Q .
2. Um XTAL com $C_p = 3\text{pF}$, $C_{s1} = 10\text{fF}$, $L_1 = 100\text{mH}$ e $r_1 = 15\Omega$. Qual a f_s e f_a . Qual o valor da capacitância externa necessária para mudar a freq de antirressonância em $0,01\%$. Qual o valor da capacitância externa necessária para mudar a freq de ressonância série do cristal também em $0,01\%$. Indique as conexões destas capacitâncias ao Xtal.
3. Um cristal de 26MHz (3° sobretom) com e características dadas na tabela 1 é empregado no modo série em um oscilador. Um indutor com $Q_u = 100$ é colocado em paralelo com o XTAL para ressoar com C_p em 26MHz . Estimar o Q_{Total} da combinação nessa freq.
4. Obter uma expressão para a nova freq de antirressonância, ω'_a , quando um indutor é adicionado em paralelo ao XTAL.
5. O circuito equivalente de pequenos sinais de dois estágios da figura representa

amplificador de dois estágios com realimentação. Determine o valor de L para que o circuito oscile em 10MHz. Qual o valor mínimo de g_m para que o circuito continue a oscilar nessa freq?

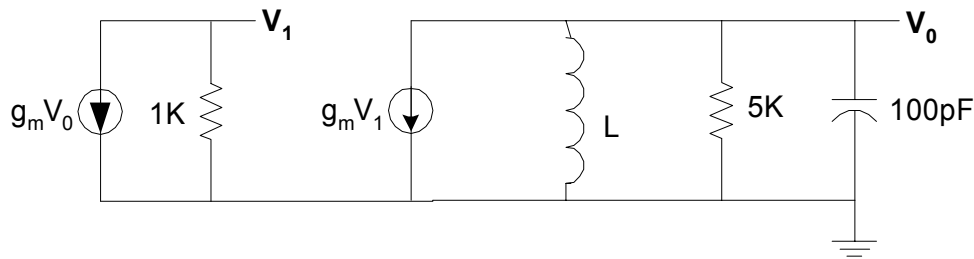


Fig.33. Oscilador LC de dois estágios

6. O VCXO apresenta freq de oscilação de $5MHz$. Na ausência de sinal modulante o diodo varicap apresenta capacitância igual a $100pF$. Assumindo que a função de transferência do diodo pode ser linearizada na região de interesse, como mostra a figura, determinar a amplitude do sinal modulante que provoca um desvio de freq de $50Hz$. Dados: $C_{s1} = 0,02pF$; $C_p = 5pF$ e $\frac{C_d C_\delta}{C_d + C_\delta} = 32pF$. Despreze as capacitâncias associadas ao transistor.

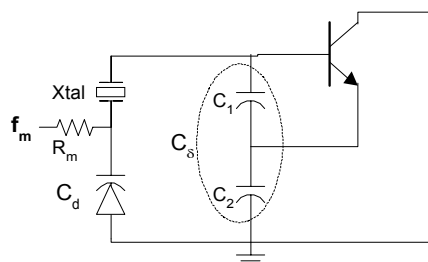


Fig.34. Oscilador a cristal controlado por tensão (modulador FM)

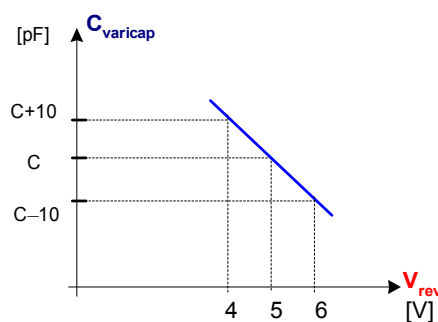


Fig.35. Curva de transferência do diodo, linearizada.

7. A figura 36 mostra um VCO utilizado em um modulador FM. Com os valores dos

componentes especificados, determinar a constante K tal que

$$\frac{\Delta f_0}{f_0} \cong -K \frac{\Delta C_d}{C_d}$$

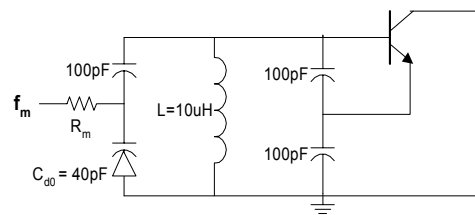


Fig.36. Oscilador LC controlado por tensão (modulador FM)

(Resp: $K = -0,115$)

8. Projete um oscilador Colpitts de 3,5MHz usando um indutor de $L = 1,5\mu H$ com $Q_{unload} = 150$. A resistência de carga é $4K\Omega$ e $\beta_{min} = 100$ (transistor; $V_{cc} = 12V$. Especifique o circuito completo, incluindo a polarização.
9. Qual o valor da indutância e a razão N_2/N_1 tal que resulte em uma freq de oscilação de 5MHz na figura 37. O ganho de malha fechada deve ser inicialmente feito igual a 3. Assuma que a impedância de entrada do transistor seja suficientemente grande para não sobrecarregar o autotransformador. Adote $\beta = 100$.

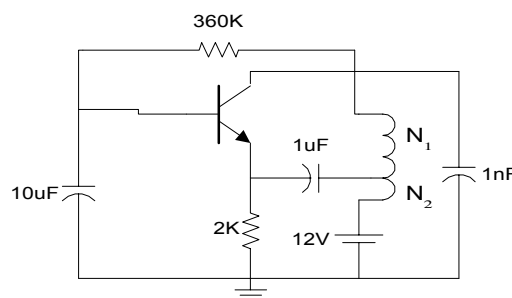


Fig.37. Oscilador Hartley

Obs: analogamente ao transformador capacitivo, aqui, $n^2 = k^2 \frac{L}{L_2} = k^2 \frac{N}{N_2}$ com N = número de espiras total e $L = L_1 + L_2$ = indutância total.

10. Considere o circuito oscilador com XTAL operando no modo série da figura 38 com freq de ressonância $f_0 = 5,7MHz$. Valores dos parâmetros do cristal são obtidos da tabela das notas de aula. Adote $g_m = 50mS$.
 - a. desenhe a rede de realimentação do oscilador, β , indicando entrada e saída e o ganho de realimentação proporcionada.
 - b. Qual o valor da capacitância a ser adicionada para que o freq de oscilação aumente em 0,01% ?
 - c. Onde deve ser adicionado o capacitor ?

- d. Qual o valor do indutor ? Assuma $Q_{indutor}^{unload} = \infty$

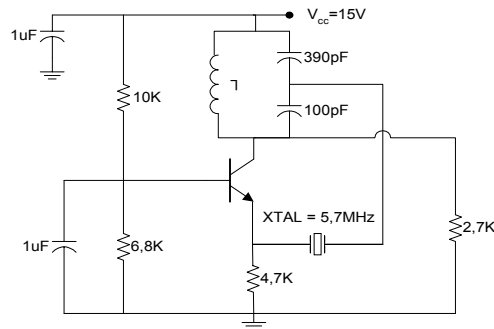


Fig.38. Oscilador a cristal com transistor bipolar em base comum

11. Um amplificador sintonizado altamente seletivo é mostrado na figura 39. Mostra-se também sua resposta em freq correspondente. Dados: $\beta = 50$; polarização: $V_{emissor} = 3,9V$
- qual a sua banda de passagem, BW (Resp: $BW = 200KHz$) ?
 - Qual o Q_{load} correspondente ?
 - cite pelo menos uma aplicação para este amplificador ?
 - Este amplificador pode ser transformado em oscilador ? Como ?
Em caso afirmativo:

- Qual o Q_{load}^{osc} do circuito nesta nova situação (Resp: $Q_{load}^{osc} = 27,15$)?
- Determine o valor de L para que o circuito oscile em 10MHz.
- Qual deve ser a quantidade de realimentação proporcionada pela rede de realimentação B tal que $|A.B| = 3$, onde A = ganho do elemento ativo? Esboce a nova configuração do circuito.

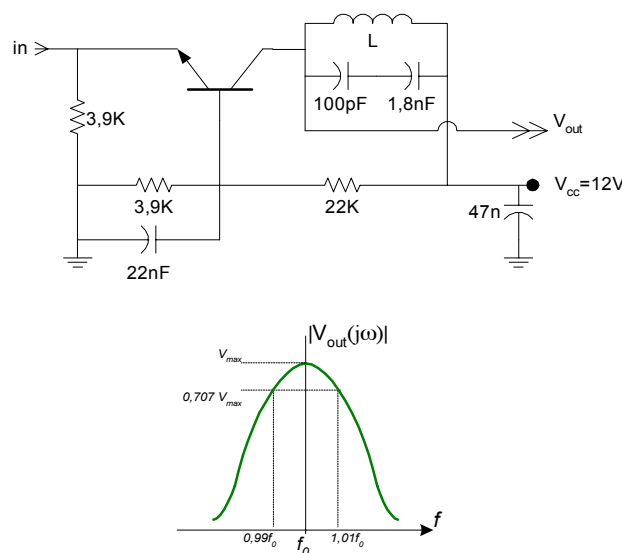


Fig.39. Amplificador sintonizado em f_c e respectiva resposta em freq em torno da freq central

12. Uma determinada topologia de oscilador LC apresenta uma variação na freq de oscilação com a temperatura dada pelo gráfico da figura 40. Determine
- o fator de estabilidade médio deste oscilador em $[ppm/^{\circ}C]$
 - Caso este oscilador fosse reprojeto para operar em $f_o = 18MHz$ em temperatura ambiente ($25^{\circ}C$), qual seria a freq de oscilação esperada caso fosse submetido a uma variação de temperatura da ordem de $+10^{\circ}C$.

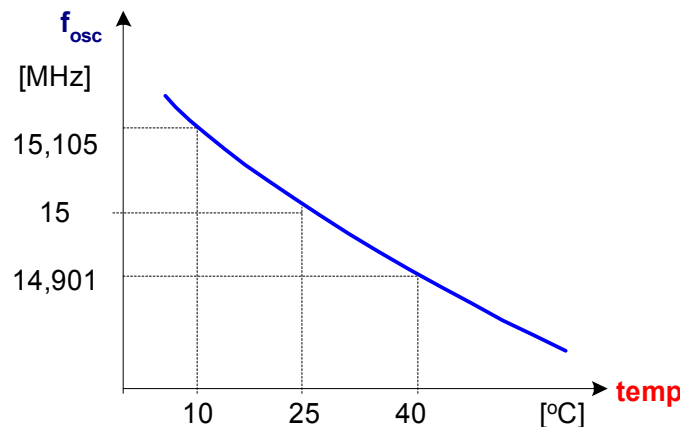


Fig.40. Curva Freq de Oscilação x temperatura

13. (Aval2, 2002) Seja o circuito da figura 41. Quando a chave J_1 estiver aberta, o circuito comporta-se como um amplificador sintonizado, com a entrada no emissor de Q1 e saída sobre a carga $Z_L = 75\Omega$. Quando J_1 estiver fechada, o circuito comporta-se como um oscilador LC. Pergunta-se:
- (0,2) Qual a configuração do transistor bipolar? (*resp.*: Base Comum)
 - (0,4) o valor de C_1 para que o amplificador torne-se sintonizado em $f_0 = 5,6MHz$. (*resp.*: $1,18nF$)
 - (0,3) Valor de β de operação do transistor sabendo-se que o transistor Q1 = BF494, apresenta comportamento de $I_c \times I_b$ indicado na figura 42. Assuma comportamento típico para o transistor e que sua corrente de base de operação seja $I_b = 30\mu A$. (*resp.*: $\beta = 133$)
 - (0,4) Dimensione R_1 e R_2 admitindo $V_{be} = 0,65V$ e que para efeito de simplificação nos cálculos que $R_1 = R_2$. (*resp.*: $R_1 = R_2 = 88K\Omega$)
 - (0,5) Aplicando-se um sinal de RF no emissor de Q1, com freq igual a f_0 e nível adequado, fez-se variar levemente a freq do gerador em torno de f_0 , observando-se o comportamento do sinal sobre a carga. Anotou-se a variação da tensão de saída em função da freq, figura 43.a, mantendo-se $V_{in} = cte$. Pergunta-se: qual o fator de qualidade do circuito como amplificador? (*resp.*:

$$Q_{Loaded}^{Amplif} = 70,028)$$

- f. (0,4) Ainda na condição de amplificador sintonizado, qual a resistência de perdas série do indutor L admitindo-se que as perdas nos capacitores de sintoniz são desprezíveis ? (*resp.*: $r_s = 15,42m\Omega$)
- g. (0,5) Conectando-se J_1 , o circuito terá uma topologia de oscilador LC. Caso seja adotada as mesmas condições de polarização anteriores, o circuito oscilará ? Justifique sua resposta através de cálculos. (*resp.*: sim, oscilará em $f_0 = 5,6MHz$, pois $|A\beta(j\omega_0)| = 3,07 > 1$)
- h. (0,4) Ainda: qual o novo índice de mérito, Q, do circuito para o caso do item anterior? (*resp.*: $Q_{Loaded}^{Oscil} = 1,725 !!!$)
- i. (0,4) Qual o desvio de freqs de oscilação caso uma nova carga, complexa, Z_{L2} , figura 43.b, substitua a carga colocada à saída do oscilador ? (*resp.*: $\Delta f_0 = -83,34KHz$)

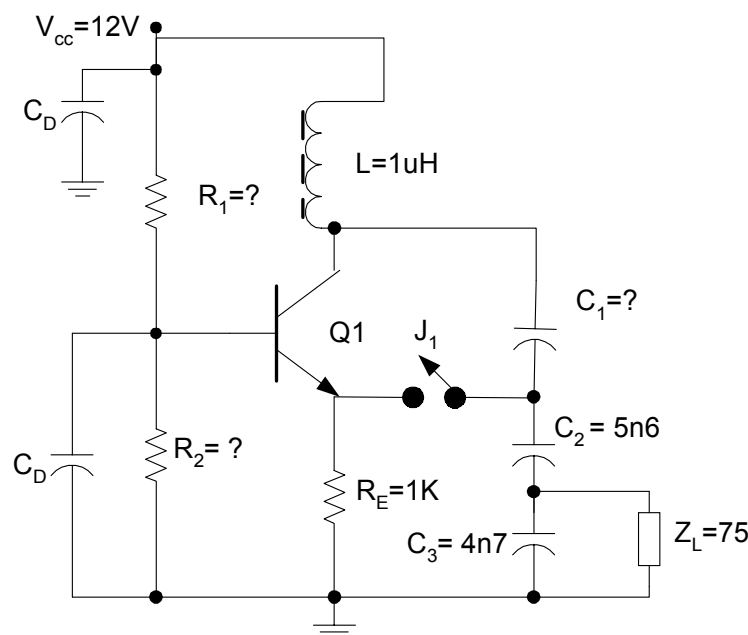


Fig.41. Amplificador Sintonizado (J_1 aberto) ou oscilador LC (J_1 fechado)

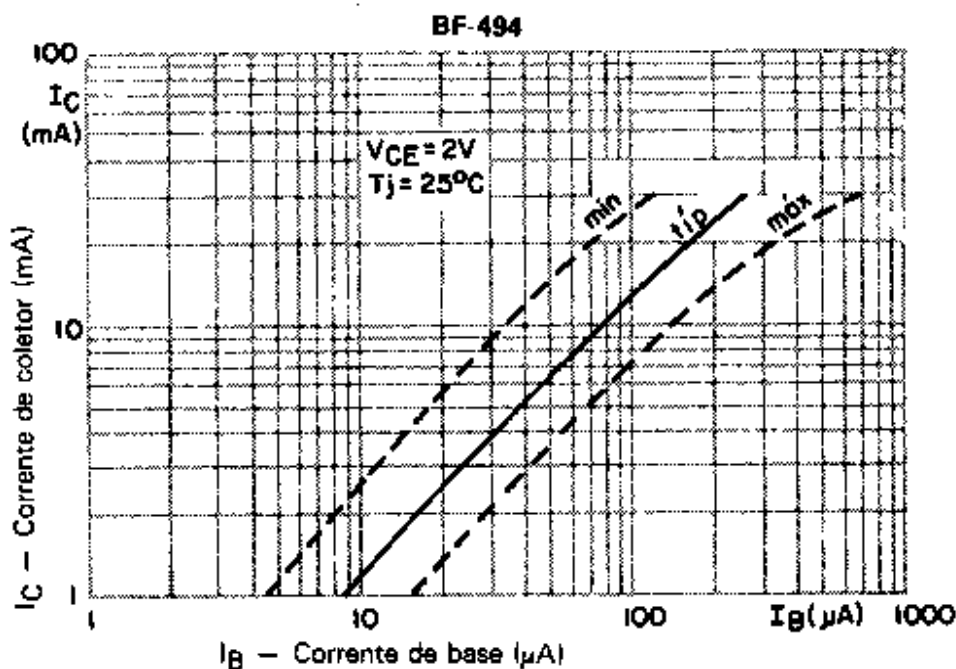
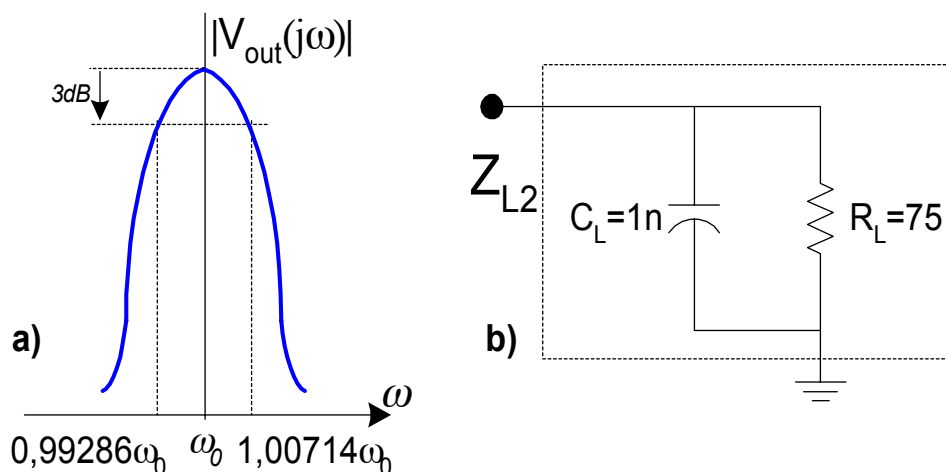


Fig.42. Comportamento da corrente de coletor em função da corrente de base, transistor BF494

Fig.43. a) resposta do amplificador sintonizado em f_0 ; b) nova carga para o oscilador LC

14. (Aval2, 2002) O VCXO da figura 44.a apresenta freq de oscilação de $5MHz$. Assumindo que a função de transferência do diodo varicap pode ser linearizada na região de interesse, figura 44.b, onde $C = 56pF$ é capacitância do varicap na ausência de sinal modulante, determinar (Dados do XTAL: $C_{s1} = 0,02pF$; $C_p = 5pF$; $r_1 = 25\Omega$):

- a. (0,9) a amplitude do sinal modulante que provoca um desvio de freq de $50Hz$. Despreze as capacitâncias associadas ao transistor. (resp.: $V_m = \mp 0,418V_p$)

- b. (0,7) Admitindo agora a condição $C_d = 0$ e $C_1 = C_2 = 64pF$, qual a mínima transcondutância do transistor capaz de manter as oscilações do oscilador à Cristal ? (resp.: $g_{m_{MIN}} = 0,1011mS$)
- c. (0,9) Nesta condição, qual o índice de mérito do XTAL ? (resp.: $Q_{Xtal} = 63.696$)

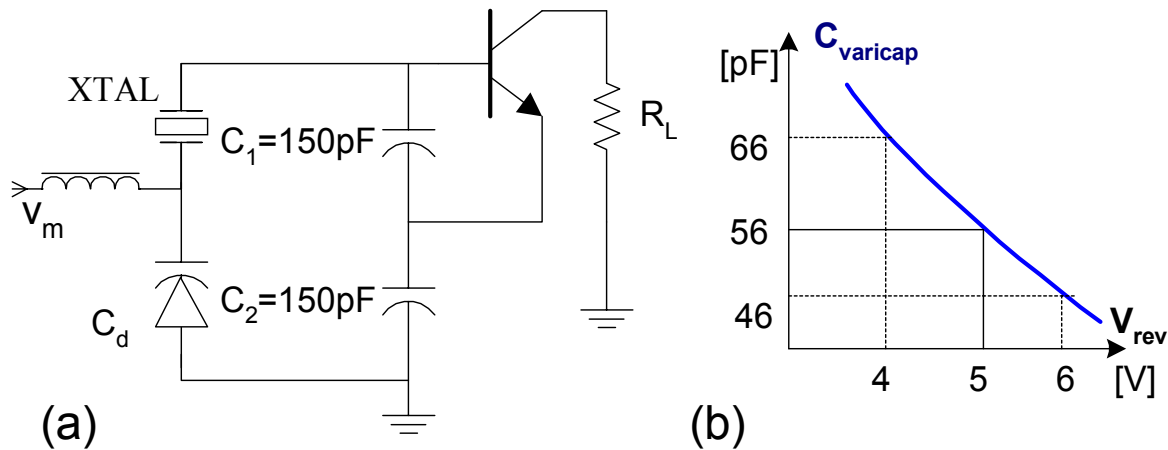


Fig.44. a) modelo equivalente para oscilador a cristal controlado por tensão (modulador FM) do tipo Pierce; b) Curva de transferência do diodo varicap, linearizada.

Bibliografia

- [1] J. Smith, *Modern Communication Circuits*, McGraw-Hill, N.York, second ed., 1998.
- [2] L. E. Larson, *RF and Microwave Circuits Design for Wireless Communications*, Artech House, Inc, Boston, USA, 1996.
- [3] J. B. Hagen, *Radio-Frequency Electronics - Circuits and Applications*, Cambridge University Press, Cambridge, UK - New York, USA - Melbourne, Australia, 1999 (Second edition).
- [4] U. L. Rohde, J. Whitaker, and T. T. N. Bucher, *Communications Receivers*, McGraw-Hill, New York, second ed., 1997.
- [5] J. L. Hood, *The Art of Linear Electronics*, Butterworth-Heinemann Ltd, Oxford, UK, 1996.

na eq ((18)) a $\angle -\beta = 0^\circ$, porém $|\beta| > 0$. Isto é satisfeito tomando-se $\frac{R_2}{R_1+R_2} < \frac{1}{3}$:

$$\frac{V_1}{V'_0} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{\delta}$$

onde $\delta > 3$, então

$$-\beta = \frac{V_2 - V_1}{V'_0} = \frac{V_2}{V'_0} - \frac{1}{3} + \frac{1}{\delta}$$

Em $\omega = \omega_{osc}^{Wien} \Rightarrow \frac{V_2}{V'_0} = \frac{1}{3}$ e $\beta = -\frac{1}{\delta}$. Portanto a condição de oscilação $-\beta A = 1$ é agora satisfeita fazendo-se

$$\delta = A_v, \text{ com } \delta > 3$$

- $\Rightarrow f_{osc}^{Wien}$ = **a freq. de ponto nulo da ponte balanceada**. Em qualquer outra freq, V_2 não está em fase com V'_0 e portanto $V_i = V_2 - V_1$ não estará em fase com V'_0 .
- Variação da f_{osc}^{Wien} : variação simultânea dos dois **C** (idênticos)
- Variação na **faixa** de f_{osc}^{Wien} : chaveamento dos dois **R** (idênticos)

12.1 Justificativa para $f_{osc} = \frac{1}{2\pi RC}$ em um oscilador Ponte de Wien

Da figura 45,

$$Z_1 = R + \frac{1}{sC} = R - j\frac{1}{\omega C}; \quad Z_2 = R \parallel \frac{1}{sC} = \frac{R}{j\omega CR + 1} = \frac{R}{(\omega CR)^2 + 1} (1 - j\omega CR)$$

\Rightarrow na freq. de ressonância, $\omega = \omega_0$, os ângulos de fases sobre Z_1 e Z_2 são idênticos.

$$\text{com } \alpha = (\omega CR)^2 + 1 \Rightarrow \frac{R}{-\frac{1}{\omega_0 C}} = \frac{\frac{R}{\alpha}}{-\frac{\omega_0 CR^2}{\alpha}} \Rightarrow \omega_0^{Wien} = \frac{1}{RC}$$

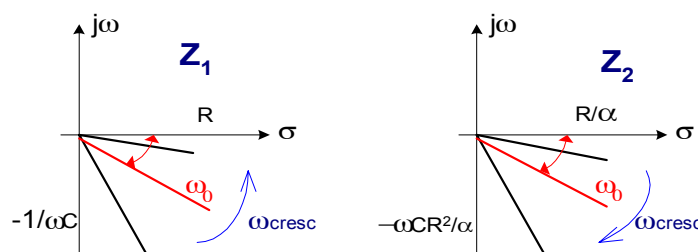


Fig.46. Comportamento das impedâncias Z_1, Z_2 de um oscilador Ponte Wien em função de ω

13 Apêndice 2 - Artigos

A seguir são anexados alguns artigos pertinentes a osciladores, publicados nas revistas

- Applied Microwave & Wireless (disponível em **<http://www.amwireless.com>**)
- RF Design (disponível em **<http://industryclick.com/magazine.asp>**)
- Maxim - Dallas Semiconductor (disponível em **<http://www.maxim-ic.com>**)
- links para estes artigos (para download) estão em **http://www.geocities.com/uel_3ele002**