

3ELE002 - Circuitos de Comunicação

http://www.geocities.com/uel_3ele002

Unid.1 - Circuitos Ressonantes e Filtros

Autor: Prof. Dr. Taufik Abrão

2002

DEEL - Telecomunicações

1 3ELE002 - Circuitos de Comunicação (Teoria)

1.1 Conteúdo

1. **Circuitos Ressonantes e Filtros**
2. Osciladores de RF
 - a. estabilidade em amplitude e frequência;
 - b. osciladores senoidais
 - c. Osciladores controlados por tensão;
3. Misturadores e conversores de frequência
4. Moduladores e Demoduladores AM
5. Moduladores e Demoduladores FM e PM
6. Amplificadores Sintonizados e de potência em RF;
 - a. Redes Adaptadoras de Impedância
 - b. Carta de Smith
7. Multiplicadores de frequência.

DEEL - Telecomunicações

2 Espectro de Freqs e Serviços de Comunicação

| Banda de Radio Frequência (RF) | Faixa de Freq |
|---|--------------------------------|
| <i>VLF</i> (Very Low Freq) | $3 - 30\text{KHz}$ |
| <i>LF</i> (Low Freq) | $30 - 200\text{KHz}$ |
| <i>MF</i> (Medium Freq) | $300\text{KHz} - 3\text{M}$ |
| <i>HF</i> (High Freq) | $3 - 30\text{MHz}$ |
| <i>VHF</i> Very High Freq) | $30 - 300\text{MHz}$ |
| <i>UHF</i> (Ultra High Freq) | $300\text{MHz} - 3\text{GHz}$ |
| <i>SHF</i> (Super High Frq) | $3 - 30\text{GHz}$ |
| <i>EHF</i> (Extremely HF) ou Ondas Milimétricas | $30\text{GHz} - 100\text{GHz}$ |

2.1 Características de Propagação do sinal de RF

- até 30 MHz (High Freq, HF), há reflexão da onda eletromagnética na ionosfera. Sinais de rádio com freqs acima desta não conseguem acompanhar a curvatura da Terra (altura da camada inosfera: 100 a 400 Km)
- uma vez que a ionosfera é instável \Rightarrow afeta a qualidade da comunicação; as causas do desvanecimento são devido:

DEEL - Telecomunicações

- atividade solar: (variação de inverno para verão e manchas solares);
- mudanças de pressão, umidade, ventos, temperatura etc.

2.2 Serviços de Comunicação

| Faixa VHF e UHF | Serviço |
|-----------------------|---|
| $30 - 54\text{MHz}$ | polícia e pagers |
| $54 - 88\text{MHz}$ | canais baixos de TV (VHF) |
| $88 - 108\text{MHz}$ | FM radiodifusão comercial |
| $11 - 136\text{MHz}$ | serviço de comunicação avião |
| $148 - 174\text{MHz}$ | aplicações de rádio móvel terrestre |
| $174 - 225\text{MHz}$ | canais altos de TV (VHF) |
| $225 - 400\text{MHz}$ | comunicação para aviação militar |
| $450 - 470\text{MHz}$ | rádio móvel terrestre - controle |
| $470 - 806\text{MHz}$ | TV - UHF |
| $806 - 902\text{MHz}$ | aplicações de rádio móvel terrestre |
| $902 - 960\text{MHz}$ | outros serviços com. móveis terrestres e fixos |
| $\leq 1\text{GHz}$ | com militares especializadas (radar, radio navegação, satélite, enlace de microondas,...) |

DEEL - Telecomunicações

3 Circuitos Ressonantes para Radio Frequência (RF)

3.1 Circuitos LC Ressonante Paralelo e Série (Revisão)

- utilizados em circuitos banda estreita
- aplicações: osciladores baixo ruído;

3.1.1 Função de Transferência

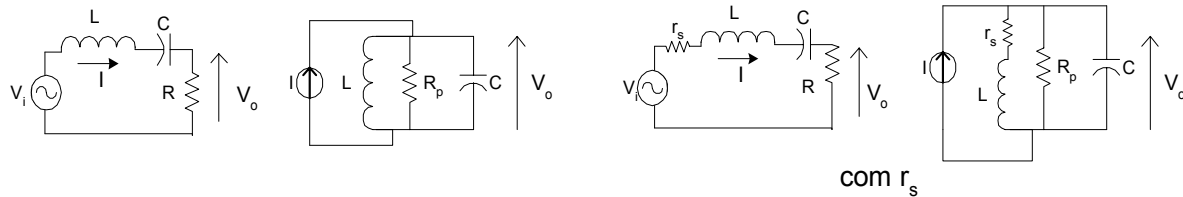


Fig.1. Circuitos LC ressonantes: Paralelo e Série, com e sem resistência série de perdas, r_s .

- *LC série.* Como $V_0 = \frac{R}{R+sL+(sC)^{-1}}$, a função de transferência é dada por:

$$H^{Serie}(s) = \frac{V_0}{V_i} = \frac{sRC}{s^2/\omega_0 + (2\zeta/\omega_0)s + 1} \quad ((1))$$

DEEL - Telecomunicações

com ζ = fator de amortecimento. Se $\zeta < 1 \Rightarrow$ circuito subamortecido.

- *LC paralelo.* Função de transferência (impedância de transferência):

$$H^{Paral}(s) = \frac{V_0}{I} = \frac{1}{Y} = \frac{1}{sC + 1/R_p + 1/sL} = \frac{sL}{s^2LC + sL/R_p + 1}$$

3.1.2 Freq de Ressonância de um LC paralelo simples

- em um circuito LC paralelo, figura 1, a impedância paralela para qualquer freq é

$$Z_{paralela} = \frac{\frac{1}{j\omega C} (j\omega L + r)}{\frac{1}{j\omega C} + j\omega L + r} = \frac{j\omega L + r}{1 - \omega^2 CL + j\omega Cr}$$

a qual é máxima quando:

$$Z_{paralela}|_{\max} \Rightarrow \omega_o^2 LC = 1 \quad \text{ou} \quad \omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

- Assim, na freq de ressonância, ω_o , a impedância de um circuito LC pode ser expresso por:

$$Z_{paralela}|_{\omega=\omega_o} = \frac{j\omega_o L + r}{j\omega_o Cr}$$

DEEL - Telecomunicações

cujo módulo será dado por

$$|Z_o| = \sqrt{\frac{\omega_o^2 L^2 + r^2}{(\omega_o C r)^2}}$$

e caso $r \ll \omega_o L$, o módulo da Impedância na freq de ressonância é aproximadamente igual a

$$|Z_o| \approx \frac{L}{C r} = \frac{\omega_o^2 L^2}{r} \triangleq \text{Impedância Dinâmica do LC paralelo na ressonância}$$

3.1.3 Fator de Qualidade, Q e Seletividade

- o fator de qualidade Q é definido pela razão de energias, de forma a considerar a resistência de perdas paralela equivalente (tensão constante sobre o L, C e R paralelos):

$$Q = \frac{E_{armazenada}}{E_{dissipada \text{ em R}}} = \frac{\frac{V^2}{\omega_o L} T}{\frac{V^2}{R} T} = \frac{R}{\omega_o L} \quad \text{e como } \omega_o \sqrt{LC} = 1,$$

$$\begin{aligned} Q &= R \sqrt{\frac{C}{L}} \quad \text{e dado que as resist. perdas paralela pode ser transformada em série} \\ &= r (1 + Q^2) \sqrt{\frac{C}{L}} \quad ; \text{ finalmente admitindo-se } Q^2 \gg 1, \\ Q &= \frac{1}{r} \sqrt{\frac{L}{C}} \end{aligned}$$

- A equação geral de seletividade de um simples circuito LC ressonante paralelo (evidentemente com perdas), figura 1 é dada por:

$$\frac{E_o}{E} = \sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{f}{f_o} - \frac{f_o}{f} \right)^2} \quad ((2))$$

onde E_o é a tensão desenvolvida sobre o circuito LC na freq de ressonância, f_o , e E representa a tensão na freq f onde se deseja saber a atenuação proporcionada pelo circuito ressonante paralelo com índice de mérito Q . Valores notáveis de atenuação, em dB, estão mostrados na tabela 1.

- A figura 2 exemplifica a aplicação da equação (2) para alguns valores de Q. Uma forma gráfica alternativa para a aplicação da equação (2) é a **Curva Universal de**

Seletividade, figura 3.

| Frequência | $\frac{E_o}{E_i} [dB]$ |
|--------------------------|------------------------|
| f_o | 0 |
| $f_o \pm \frac{f_o}{2Q}$ | -3 |
| $f_o \pm \frac{f_o}{Q}$ | -6 |
| $f_o \pm 2\frac{f_o}{Q}$ | -12 |
| $f_o \pm 4\frac{f_o}{Q}$ | -18 |
| $f_o \pm 8\frac{f_o}{Q}$ | -24 |

Tabela 1. Alguns valores de atenuação proporcionados por um circuito LC paralelo

Exemplo Circuito LC sintonizado em $f_o = 200KHz$ e $Q = 100$ (um bom valor médio para circuitos LC bem construídos):

$-6dB \rightarrow 198$ e $202KHz$ (largura de banda de $4KHz$)

$-12dB \rightarrow 196$ e $204KHz$ (largura de banda de $8KHz$)

$-18dB \rightarrow 192$ e $208KHz$ (largura de banda de $16KHz$)

Aceitando uma **razão de rejeição de sinal adjacente** mínima de 8:1

$$\frac{S_o}{S_{adj}} \geq 8 = 18dB$$

DEEL - Telecomunicações

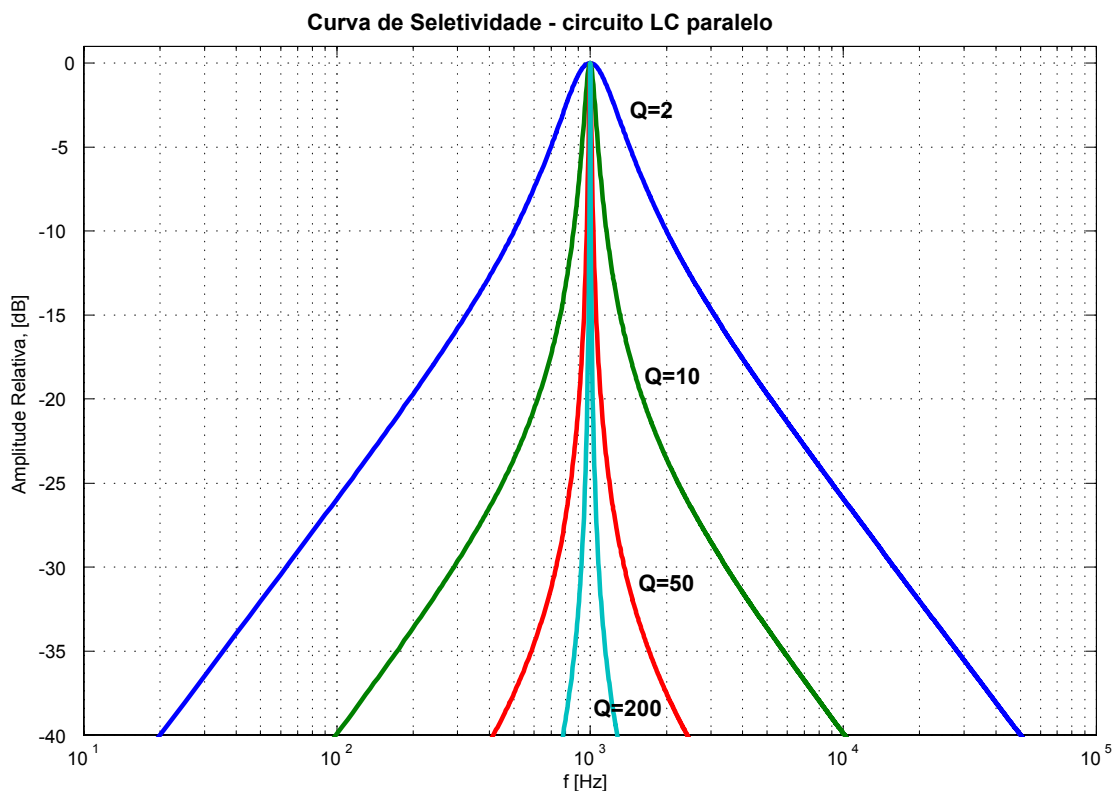


Fig.2. Curvas de seletividade para circuito LC paralelo com $f_o = 1KHz$ com distintos fatores de qualidade.

DEEL - Telecomunicações

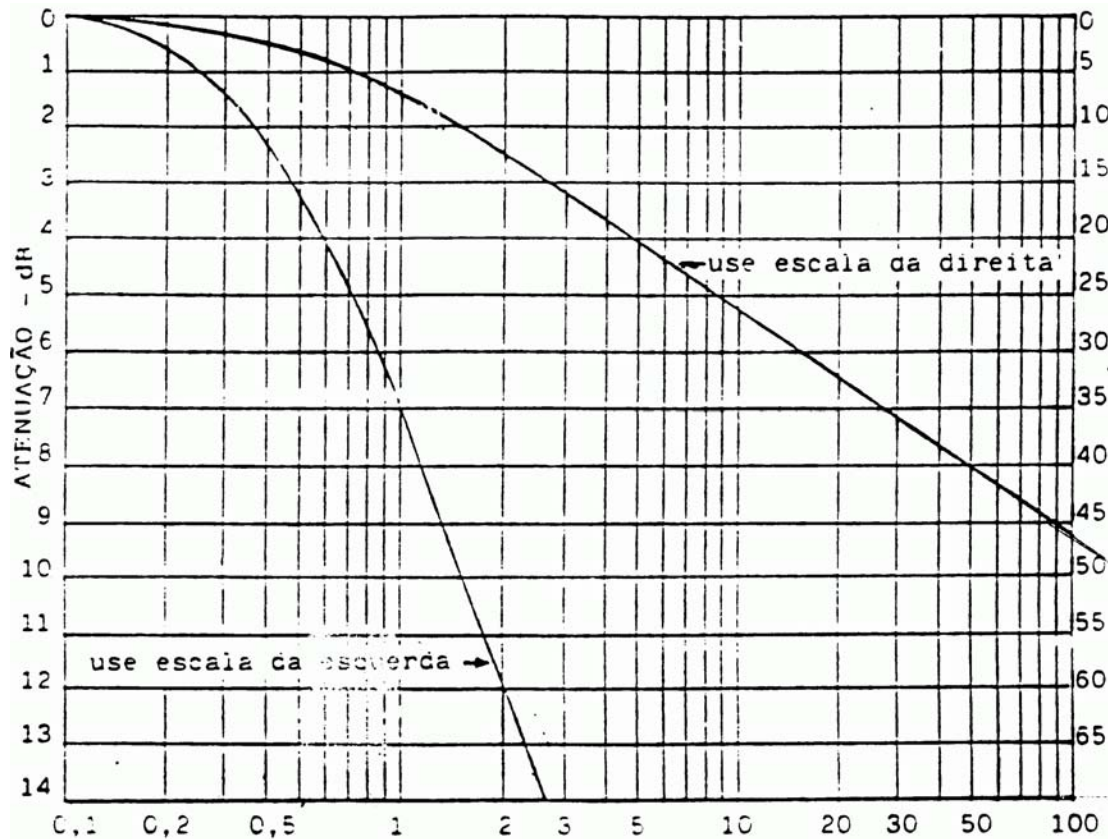


Fig. 3. Curva Universal de Seletividade. Abscissa: $\frac{|f-f_0|}{f_0}$; ordenadas indicam atenuação em [dB] proporcionada por um circuito ressonante paralelo com índice de mérito Q em uma freq. f qualquer.

então para uma $f_0 = 200\text{KHz} \Rightarrow$ a portadora mais próxima (para que não haja interferência significativa) deve estar pelo menos $\pm 8\text{KHz}$ distanciada de f_0 .

• Considerando $f_0 = 1\text{MHz} \Rightarrow$ para -18dB resultará uma largura de banda de $5 \times 16\text{KHz}$, inaceitável para o serviço de radiodifusão de banda estreita comercial.

Conclusão: implementar circuitos **mais seletivos** ($\uparrow Q$) ou realizar estágios de conversão de freq (duas FI's ou maior número de estágios sintonizados antes do demodulador)

3.2 Resumo dos Principais Parâmetros de um circuito LC

- Na freq ressonância:
 - LC **série**: menor impedância, pois $X_L = -X_C$, corrente é máxima e está em fase com V_i .
 - LC **paralelo**: menor admitância, pois $Y_L = -Y_C$, corrente é mínima e está em fase com V_o .

| Parâmetro | Série | Paralelo | Série c/ r_s | Paralelo c/ r_s |
|---|----------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|--|
| ω_0 | $\frac{1}{\sqrt{LC}}$ | $\frac{1}{\sqrt{LC}}$ | $\frac{1}{\sqrt{LC}}$ | $\frac{1}{\sqrt{LC}}$ |
| $Q = \frac{1}{2\zeta} = \frac{f_0}{\Delta f_{3dB}}$ | $\frac{\omega_0 L}{R}$ | $\frac{R_p}{\omega_0 L}$ | $\frac{\omega_0 L}{R+r_s}$ | $\frac{R_{eq}}{\omega_0 L}$ |
| ζ | $\frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$ | $\frac{1}{2R_p} \sqrt{\frac{L}{C}}$ | $\frac{R+r_s}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$ | $\frac{1}{2R_{eq}} \sqrt{\frac{L}{C}}$ |

Tabela 2. Parâmetros para os circuitos ressonantes paralelo e série

com $R_{eq} = R_p r_p / (R_p + r_p)$, onde $r_p = (\omega_0 L)^2 / r_s$

- Em circuitos ressonantes com dois polos, Q e ω_0 descrevem completamente a rede.
- Fator de Qualidade Q :
 - LC **série**: $\uparrow R$, $\downarrow Q$

DEEL - Telecomunicações

- LC **paralelo**: oposto, R_p (ou carregamento) adicional reduz o Q .

3.2.1 Largura de Banda do Circuito ressonante série ou paralelo, BW_{3dB}

- é a diferença $\omega_H - \omega_L$ de meia potência onde ω_H e ω_L indicam as duas freqs onde a potência de saída da rede cai à metade em relação à freq ω_0 .

$$BW_{3dB} = \omega_H - \omega_L = \Delta\omega_{3dB} = \frac{\omega_0}{Q} \quad ((3))$$

\Rightarrow rescrevendo a função transferência do LC série, eq. (1):

$$H^{Serie}(j\omega) = \frac{V_o}{V_i} = \left[1 + \frac{1}{j\omega RC} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right) \right]^{-1} = \left[1 + j \frac{1}{\omega_0 RC} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]^{-1}$$

seja $Q = \frac{1}{\omega_0 RC} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{2\zeta}$. Nas freq. de meia potência, ω_H e ω_L , o ganho da função de transferência é reduzida a $\frac{1}{\sqrt{2}}$ vezes seu valor máximo ($-3dB$) :

$$|H^{Serie}(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \left| \left[1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]^{-1} \right|, \quad \text{ou}$$

$$\frac{1}{2} = \left[1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \right]^{-1} \Rightarrow Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = 1$$

portanto, uma das freq de meia potência será dada por:

$$\frac{\omega_H}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_H} = \frac{1}{Q} \Rightarrow \omega_H - \frac{\omega_0^2}{\omega_H} = \frac{\omega_0}{Q}$$

e como $|H^{Serie}(j\omega)|$ apresenta simetria geométrica em torno de ω_0 , então $\omega_0^2 = \omega_H \omega_L \Rightarrow \omega_L = \omega_0^2 / \omega_H$ Finalmente,

$$BW_{3dB} = \Delta\omega_{3dB} = \omega_H - \omega_L = \frac{\omega_0}{Q} + \frac{\omega_0^2}{\omega_H} - \frac{\omega_0^2}{\omega_H} = \frac{\omega_0}{Q}$$

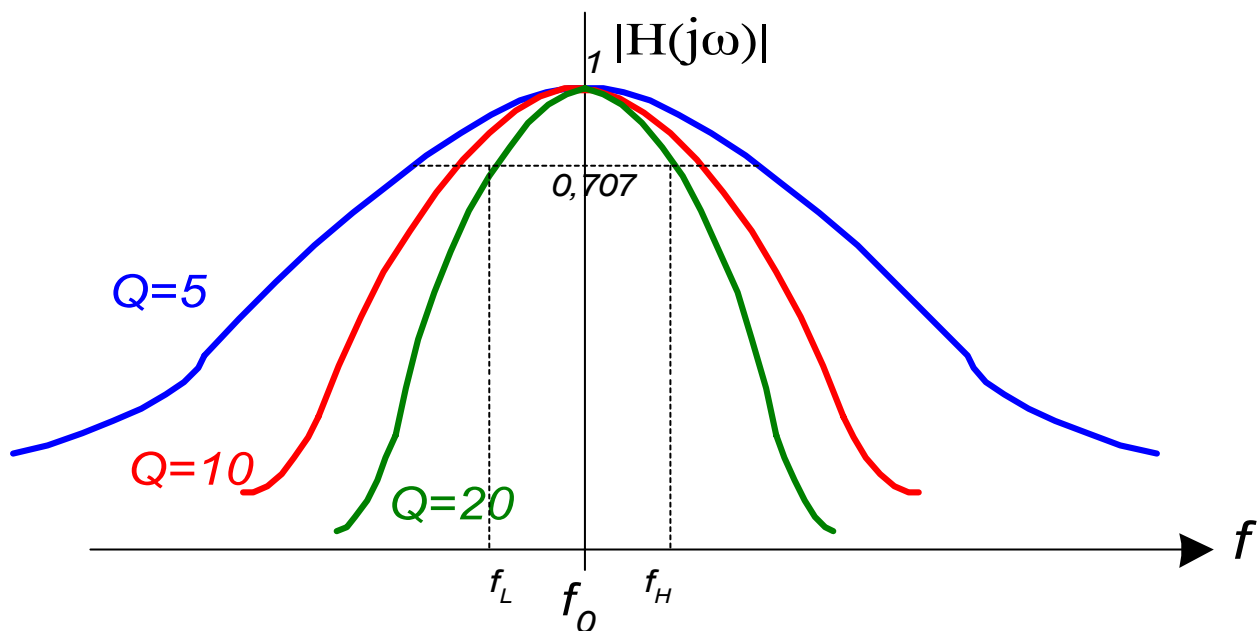


Fig.4. Magnitude de um circuito ressonante paralelo em função da frequência e valores distintos de Q , indicando a faixa de BW_{3dB} .

3.2.2 Q Carregado (Q_{Load})

- O índice de mérito de um circuito ressonante, como definido a partir de (3) é denominado Q carregado:

$$Q_{Load} = \frac{\omega_0}{BW_{3dB}} \quad ((4))$$

uma vez que descreve as características da banda de passagem do circuito ressonante sob condições reais no circuito (leva em conta todas as perdas associadas à configuração do circuito onde está inserido o LC ressonante)

- Q_{Load} de um circuito LC depende de 3 fatores, figura 5.
 - resistência de fonte, R_s
 - resistência de carga, R_L
 - perdas associadas ao componentes L e C , sendo dado por

$$Q_{Loaded} = \frac{R_{eq}}{X_p}, \quad \text{onde } X_p = X_C = X_L \text{ em } \omega_0 \quad (5)$$

R_{eq} : associação de todas as resistências perdas

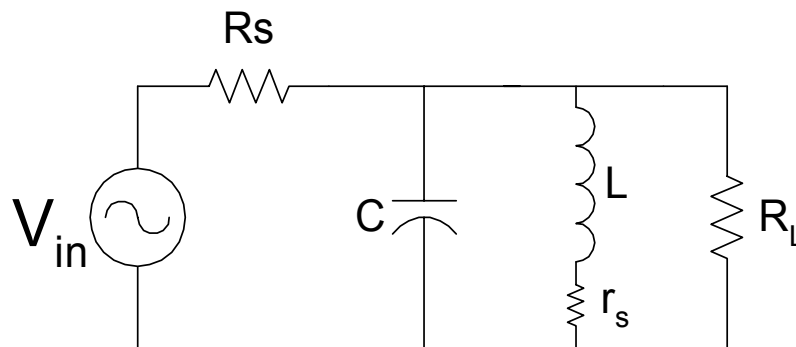


Fig.5. Circuito ressonante LC paralelo com perdas e resistência de fonte e carga.

Toda resistência de perdas série (associada tanto ao indutor como ao capacitor) pode ser transformada em paralela através da relação:

$$\begin{aligned} R_p &= r_s (Q^2 + 1) \\ &\simeq r_s Q^2 \quad \text{quando } Q \geq 10 \end{aligned} \quad (6)$$

onde Q representa o índice de mérito apenas do componente.

3.3 Q equivalente em estágios amplificadores sintonizados

Quando houver n estágios amplificadores sintonizados com mesmo Q em cascata (Q_{Loaded}^{stg}), figura 6, então o índice de qualidade equivalente para o conjunto será maior que os individuais e dado por (Bowick, "RF Circuits Design", p.41), [1]:

$$Q_{Total} \simeq Q_{Loaded}^{stg} / \sqrt{2^{1/n} - 1} \quad ((7))$$

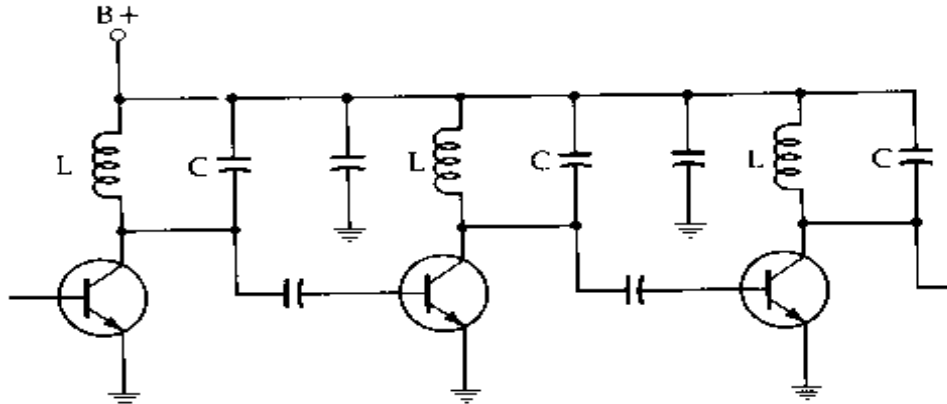


Fig.6. Amplificadores sintonizados com circuitos ressonantes LC.

DEEL - Telecomunicações

3.4 Exercícios Comentados

1. Projetar um circuito ressonante para operar entre uma resistência de fonte e de carga de $R_s = 150\Omega$ e $R_L = 1000\Omega$. O fator de mérito carregado deve ser igual a 20 e a freq de ressonância igual a $50MHz$.

- a. Admita componentes ideais, sem perdas

- resistência equivalente total: $R_s // R_L = \frac{150 \times 1000}{150 + 1000} = 130\Omega$

- da eq (5):

$$\begin{aligned} X_p &= \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \frac{R_{eq}}{Q_{Load}} = \frac{130}{20} = 6,5 \\ \therefore L &= \frac{6,5}{2\pi \times 50MHz} = 20,7nH \\ \therefore C &= 489,7pF \end{aligned}$$

- b. Qual o novo índice de mérito do circuito Q_{Loaded} , admitindo-se C ideal e indutor $L = 10nH$ com perdas série, $r_s = 0,1\Omega$ (veja fig. 5)

Neste caso, o índice de mérito do componente (indutor) e o valor do R_p

associado a r_s serão, respectivamente:

$$Q_{indutor} = \frac{X_L}{r_s} = \frac{2\pi \times 10^{-8} \times 50MHz}{0,1} = 31,41$$

$$R_{eq} = 130\Omega // [r_s (Q^2 + 1)] = 130 // (0,1 \times 987,96) = 56,13\Omega$$

finalmente, de (5):

$$Q_{Loaded} = \frac{R_{eq}}{X_p} = \frac{R_{eq}}{X_L} = \frac{R_{eq}}{X_C} = \frac{56,13}{2\pi \times 10^{-8} \times 50MHz} = 17,87$$

2. No esquema da figura 7 são utilizados M amplificadores seletivos, tendo cada um um $Q_{Load} = 80$.
- determinar o menor M que satisfaça a condição de atenuação de pelo menos 40dB de uma frequência interferente distanciada de $\pm 3,033\%$ da freq de ressonância dos circuitos sintonizados, $f_o = 30MHz$
 - determinar a largura de $-3dB$ da curva de resposta completa $\frac{E_2}{E_1}$ do conjunto de M circuitos ativos sintonizados em cascata

Resolução

a) Atenuação em $f_{IM} = 30 \pm 0,91MHz$ considerando M estágios amplifi-

cadores de mesmo Q :

$$1 \text{ estágio} : \frac{A_0}{A_\Delta} = \sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{f_\Delta}{f_0} - \frac{f_0}{f_\Delta} \right)^2} \Rightarrow \alpha_{dB} = 20 \log \frac{A_0}{A_\Delta}$$

$$M \text{ estágios} : \alpha_{dB}^{M-stg} = M \alpha_{dB}$$

substituindo os valores

$$\alpha_{dB}^{M-stg} = 20M \log \sqrt{1 + 80^2 \left(\frac{30,910}{30} - \frac{30}{30,910} \right)^2} = M \times 13,78 \geq 40 \text{ [dB]}$$

$$\Rightarrow M \geq 2,91 \Rightarrow M = 3$$

\Rightarrow ou consultando a **Curva Universal de Seletividade**:

$$\frac{Q\Delta f}{f_o} = \frac{80 \times 0,910}{30} = 2,42 \Rightarrow \alpha_{dB} \approx 13,5dB \text{ (1 estágio)}$$

b) Largura de $-3dB$ da curva de resposta completa $\frac{E_2}{E_1}$:

Cada estágio deverá atenuar: $\frac{3dB}{M} = 1dB$

\Rightarrow consultando a **Curva Universal de Seletividade**, resulta para 1 estágio

(1dB):

$$0,25 = \frac{Q\Delta f}{f_o} \Rightarrow \Delta f = \frac{0,25 \times 30}{80} = 93,8 \text{ KHz}$$

$$BW_{3dB} = 2 \times \Delta f = 187,5 \text{ KHz}$$

Ou calculando diretamente, resulta:

$$\alpha_{dB}^{1,sg} = 20 \log \sqrt{1 + 80^2 \left(\frac{f_H}{30} - \frac{30}{f_H} \right)^2} = 1 \text{ [dB]}$$

$$10^{0,1} = 1 + 80^2 \left(\frac{f_H}{30} - \frac{30}{f_H} \right)^2$$

$$\therefore f_H = 30,0955606 \text{ MHz} \Rightarrow BW_{3dB} = 2 \times 95,5606 = 191,12 \text{ KHz}$$

c) Nesta situação, qual o novo Q_{equiv} total da configuração com os $M = 3$ amplificadores sintonizados ?:

$$Q_{equiv} = \frac{f_0}{BW_{3dB}} = \frac{30}{0,19112} = 156$$

DEEL - Telecomunicações

ou a partir de (7) resulta:

$$Q_{Total} \simeq \frac{Q_{Loaded}^{sg}}{\sqrt{2^{1/n} - 1}} = \frac{80}{\sqrt{2^{1/3} - 1}} = 156,91$$

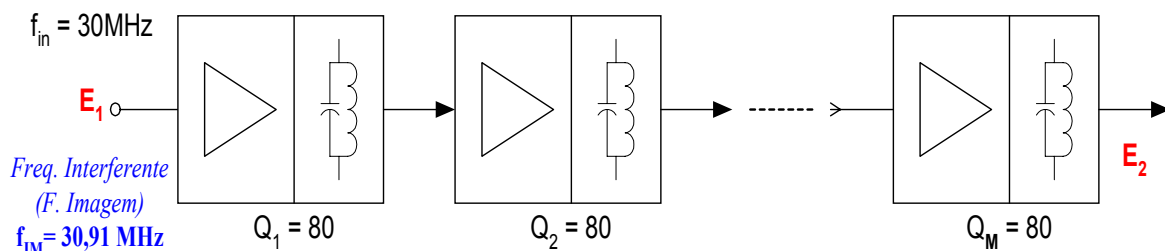


Fig.7. M estágios ativos (sintonizados) para rejeição de freq interferente, f_{IM} .

Conclusão: efeito de se ter filtros em cascata sintonizados em f_o é obter um filtro equivalente de maior Q .

4 Filtros Passivos

4.1 Introdução

Os **filtros** são quadripolos cuja resposta em frequência, relativa ao ganho de tensão (ou ao seu inverso, a atenuação) apresentam valores significativos em faixas específicas de frequência.

Filtros passivos são circuitos que selecionam determinadas faixas de frequência e não são capazes de amplificar o sinal. A(s) frequência(s) do sinal de entrada em que temos $\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ (queda de 3 dB) é (são) denominada(s) **frequência(s) de corte**.

O circuito que seleciona frequências compreendidas entre zero e uma determinada frequência de corte, atenuando as frequências superiores à essa frequência de corte, é denominado **Filtro Passa Baixa (FPB)**, Figura 8.b. Já o quadripolo capaz de atenuar as frequências compreendidas entre zero e uma determinada frequência de corte, e seleciona as frequências superiores à essa frequência de corte, é denominada **Filtro Passa Alta (FPA)**, Figura 8.d. Na figura 9 tem-se a representação esquemática para os filtros citados.

Alem dos filtros indicados na figura, usam-se ainda os **filtros passa-tudo (all pass)**, destinados essencialmente a modificar a **defasagem** do sinal de entrada.

DEEL - Telecomunicações

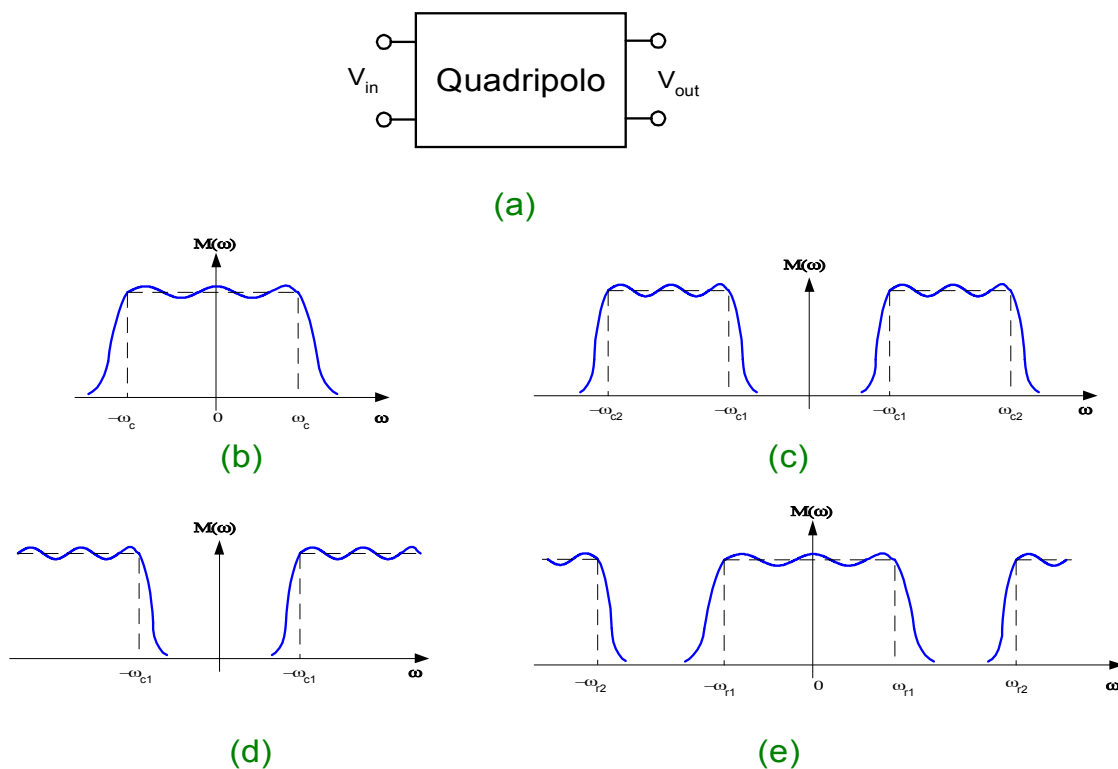


Fig.8. Respostas para os diversos tipos de filtros: (a) quadripolo; (b) filtro passa-baixas, FPB; (c) filtro passa-faixa, FPF; (d) filtro passa-alta, FPA; (e) filtro rejeita faixa, FRF.

DEEL - Telecomunicações

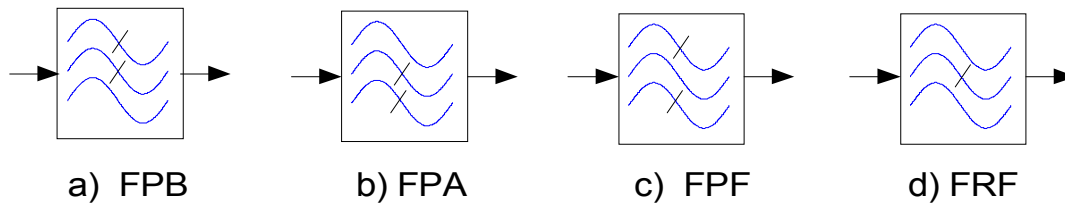


Fig.9. Representação esquemática para os diversos tipos de filtros: (a) filtro passa-baixas, FPB; (b) filtro passa-altas, FPA; (c) filtro passa-faixa, FPF; (d) filtro rejeita faixa, FRF.

A **resposta em frequência dos filtros** é escolhida para aproximar alguma especificação de projeto. Em particular, procura-se aproximar o filtro ideal, com banda passante retangular, como indicado em pontilhado nas figuras abaixo, por alguma função racional em no domínio s ($= j\omega$), realizavel através de circuitos R,L,C. Demonstra-se que o filtro ideal é irrealizável fisicamente, pois corresponderia a um sistema não causal.

As faixas de frequência em que o ganho do filtro é elevado são chamadas **faixas de passagem**; aquelas em que o ganho é baixo são as **faixas bloqueadas**. As frequências que delimitam as faixas de passagem são as **frequências de corte**.

No projeto de filtros costuma-se usar a **atenuação**, em decibéis, correspondente ao

negativo da função módulo do ganho, também em dB. De fato, se

$$M = 20 \log \left| \frac{V_2}{V_1} \right| \quad [dB] \quad ((8))$$

a atenuação fica:

$$A = 20 \log \left| \frac{V_1}{V_2} \right| = -M \quad [dB] \quad ((9))$$

A função **ganho** do filtro, em termos de módulo e fase do quadripolo da figura 8.a é:

$$G = \frac{V_{out}}{V_{in}} = M(\omega) \exp[j\phi(\omega)] \quad ((10))$$

A resposta na banda passante do filtro passa-baixas (ou faixa de passagem) nem sempre é monotônica, podendo exibir oscilações ("ripple").

Praticamente, no **projeto de um filtro** no mínimo devem ser **especificadas**:

- as frequências de corte;
- a oscilação na faixa de passagem;
- a atenuação mínima nas faixas bloqueadas.

De um modo geral, os filtros podem ser **passivos**, quando incluem só elementos R,L,C,M, ou **ativos**, quando usam amplificadores operacionais.

⇒ dificuldades de implementação de filtros ativos nas faixas de UHF e acima.

Existem vários tipos de filtros, com distintas características (resposta em freq).:

Butterworth; Chebyshev; Elípticos(Cauer) e Bessel

O **projeto de filtros passivos** é feito em duas etapas: primeiro projeta-se um filtro **passa-baixas normalizado**. Depois, por meio de adequadas **transformações de frequência e desnormalização**, este filtro é transposto para o tipo (passa-altas, passa-faixa ou rejeição de faixa) desejado, tudo em uma única operação.

Em consequência, inicialmente, examinaremos alguns tipos de filtros passa-baixas. Depois veremos como fazer as transformações de frequência para obter os demais tipos de filtros.

De acordo com a função ganho podemos ter:

- **filtros só com polos**, em que o numerador da função de transferência reduz-se a uma constante;
- filtros com zeros de transmissão, em que o numerador é também um polinômio em s .

Aqui estudaremos apenas os filtros só com polos.

DEEL - Telecomunicações

4.2 Filtros passa-baixas só com polos

Os filtros só com pólos tem ganhos do tipo

$$G_V(s) = \frac{K_o}{D(s)}$$

onde $D(s)$ é um polinômio em s e K_o é uma constante. Esta função não tem nenhum zero finito, caracterizando assim um filtro que só tem pólos ("all-pole filter").

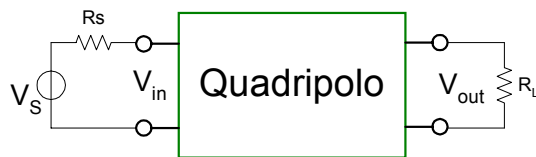
Nos tipos mais fundamentais destes filtros, a resposta em frequência é da forma:

$$M(\omega) \triangleq |G_V(j\omega)| = \frac{K_o}{\sqrt{1 + f(\omega)^2}} \quad ((11))$$

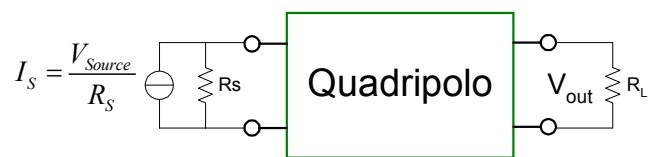
onde nas funções f serão tais que a $M(\omega)$ aproxima (em algum sentido) uma banda passante retangular. Apresentamos a seguir apenas as aproximações mais básicas: a de Butterworth e a de Chebyshev.

4.2.1 Filtros Passa-Baixas de 1a. ordem

Representação geral de um filtro em termos de quadripolos. figura 10.



(a) filtro como quadripolo.



(b) Idem, dual

Fig.10. Representação de filtros como quadripolos indicando as impedâncias de fonte e carga.

A figura 11.a indica representação para filtro passa-baixas de 1a. ordem.

Adotar-se-á gerador (ideal) com FEM poderado por

$$V_{Source} = V_{in} \left(1 + \frac{R_s}{R_L} \right)$$

Assim, a **Perda de Inserção** introduzida pelo filtro passivo será obtida diretamente de V_{in} , uma vez que, com esta definição, na ausência do filtro:

$$\begin{aligned} V_{out} &= \frac{R_L}{R_L + R_S} \cdot V_{Source} \\ &= \frac{R_L}{R_L + R_S} V_{in} \left(1 + \frac{R_s}{R_L} \right) = V_{in} \end{aligned}$$

DEEL - Telecomunicações

- Função de transferência do Filtro FPB 1a. ordem (= Resposta da inserção do filtro, razão da tensão na carga com e sem o filtro)

$$\begin{aligned} V_{out} &= \frac{R_L}{R_s + j\omega L + R_L} V_{Source} \\ &= \frac{R_L}{R_s + j\omega L + R_L} V_{in} \left(1 + \frac{R_s}{R_L} \right) \\ \frac{V_{out}}{V_{in}} &= \frac{R_L + R_s}{R_s + j\omega L + R_L} \text{ e dividindo por } L: \\ \frac{V_{out}}{V_{in}} &= \frac{\omega_c}{\omega_c + j\omega} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}} \end{aligned} \quad (12)$$

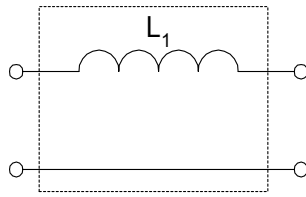
com: **freq de corte:** $\omega_c = \frac{R_L + R_s}{L}$ **Indutor:** $L = \frac{R_L + R_s}{\omega_c} = \underbrace{\left(1 + \frac{R_s}{R_L} \right)}_{L_n} \frac{R_L}{\omega_c}$

- A Em termos de módulo e fase, a equação (12) resulta:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}} = \left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| e^{j\phi} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2}} \exp \left[-j \arctan \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right) \right]$$

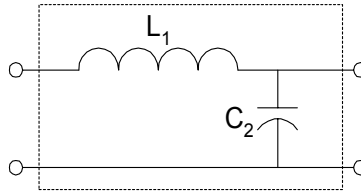
DEEL - Telecomunicações

(a) FPB - 1a. ordem



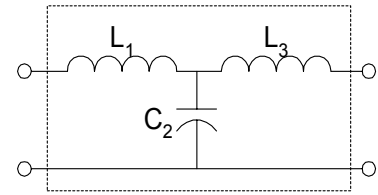
L

(b) FPB - 2a. ordem LC

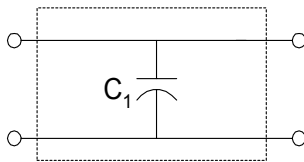


LC

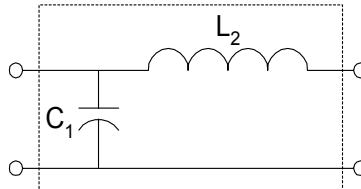
(c) FPB - 3a. ordem



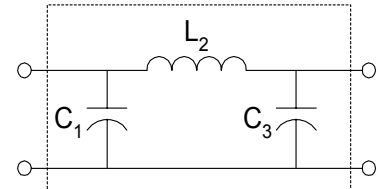
LCL



C



CL



CLC

Fig.11. Implementações para filtros passa-baixas de 1a., 2a. e 3a. ordem e respectivas configurações duais.

DEEL - Telecomunicações

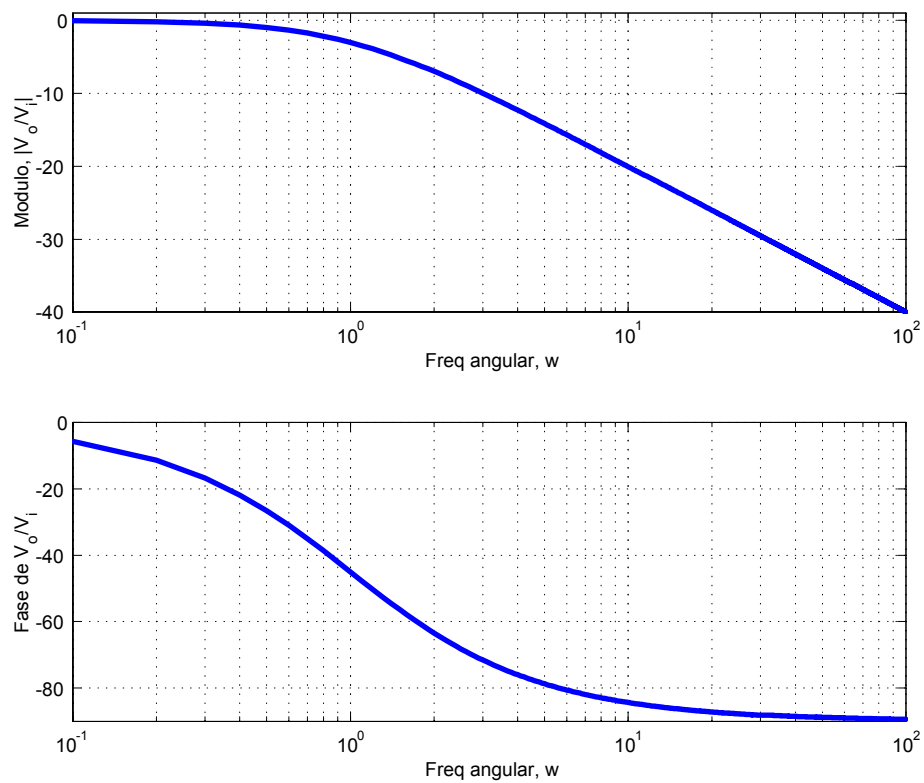


Fig.12. FPB de 1a. ordem normalizado: $\omega_c = 1 \text{ rad/s}$

DEEL - Telecomunicações

Configuração Dual para o FPB de 1a. ordem (Capacitor) , figs 10.b e 11.a inferior

$$\begin{aligned}
 V_{out} &= \frac{G_s}{G_s + j\omega C + G_L} V_{Source} \\
 &= \frac{G_s}{G_s + j\omega C + G_L} V_{in} \left(1 + \frac{G_L}{G_s} \right) \\
 \frac{V_{out}}{V_{in}} &= \frac{G_L + G_s}{G_s + j\omega C + G_L} \text{ e dividindo por } C \\
 \frac{V_{out}}{V_{in}} &= \frac{\omega_c}{\omega_c + j\omega} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}
 \end{aligned} \tag{13}$$

com $G_s = \frac{1}{R_s}$, $G_L = \frac{1}{R_L}$ e:

$$\begin{aligned}
 \text{freq de corte} : \quad \omega_c &= \frac{G_L + G_s}{C} \\
 \text{Capacitor} : \quad C &= \frac{G_L + G_s}{\omega_c} = \underbrace{\left(1 + \frac{G_s}{G_L} \right)}_{C_n} \frac{G_L}{\omega_c}
 \end{aligned}$$

4.2.2 Filtros Passa-Baixas de 2a. ordem

- A figura 11.b indica representação para filtro passa-baixas de 2a. ordem
- Função de transferência do Filtro FPB 2a. ordem (operador $s = j\omega$):

$$\begin{aligned}
 V_{out} &= \frac{\frac{R_L/sC}{R_L + 1/sC}}{R_s + sL + \frac{R_L/sC}{R_L + 1/sC}} V_{Source} \\
 &= \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + \left(\frac{R_L}{L} + \frac{1}{R_L C} \right) s + \frac{1 + \frac{R_s}{R_L}}{LC}} V_{in} \left(1 + \frac{R_s}{R_L} \right) \\
 \frac{V_{out}}{V_{in}} &= \frac{\omega_c^2}{s^2 + \alpha \omega_c s + \omega_c^2}
 \end{aligned} \tag{14}$$

com:

$$\text{freq de corte: } \omega_c = \sqrt{\frac{1 + \frac{R_s}{R_L}}{LC}}$$

$$\text{Ondulação (crista): } \alpha = \frac{1}{\omega_c} \left(\frac{R_s}{L} + \frac{1}{R_L C} \right) \text{ (adimensional)}$$

quando:
$$\begin{cases} \alpha = \sqrt{2} \Rightarrow \text{filtro de Butterworth (Máxima resposta plana)} \\ \alpha < \sqrt{2} \Rightarrow \text{filtro de Chebyshev} \end{cases} \quad ((15))$$

Indutor:
$$L = \underbrace{\frac{\alpha}{2} \left(1 + \frac{R_s}{R_L}\right)}_{L_n} \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{4R_s/R_L}{\alpha^2 (1 + R_s/R_L)}}\right] \frac{R_L}{\omega_c}$$

Capacitor:
$$C = \frac{G_L + G_s}{\omega_c} = \underbrace{\left(\frac{1 + R_s/R_L}{L_n}\right)}_{C_n} \frac{1}{R_L \omega_c}$$

- A figura 13 mostra a resposta e freq (módulo e fase) para um filtro FPB de 2a. ordem, eq. (14), considerando freq de corte normalizada e vários α . Já a figura 14 esquematiza os parâmetros de projeto em um filtro Chebyshev ($\alpha < \sqrt{2}$) de 2a. ordem.
- Para um filtro de Chebyshev ($\alpha < \sqrt{2}$), deve-se especificar uma das freqs contidas na figura 14 (ω_{ripple} ; ω_c ou ω_{3dB})

DEEL - Telecomunicações

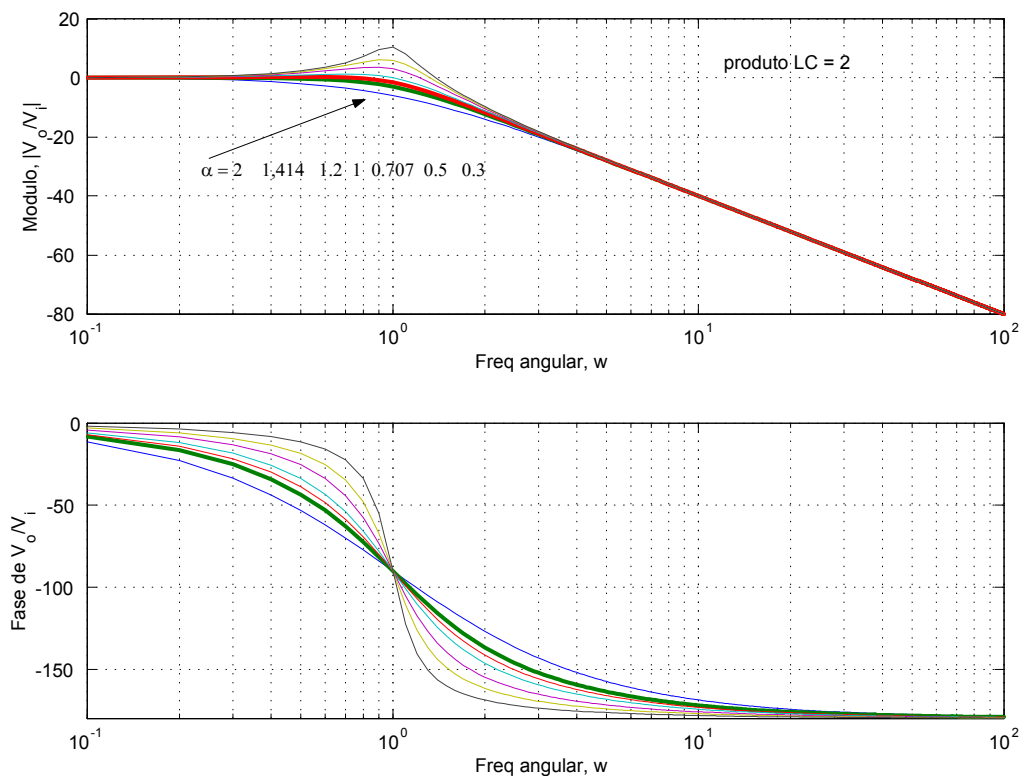


Fig.13. FPB de 2a. ordem normalizado: $\omega_c = 1\text{rad/s}$; $R_s = R_L = 1$; produto $LC = 2$ e vários α

DEEL - Telecomunicações

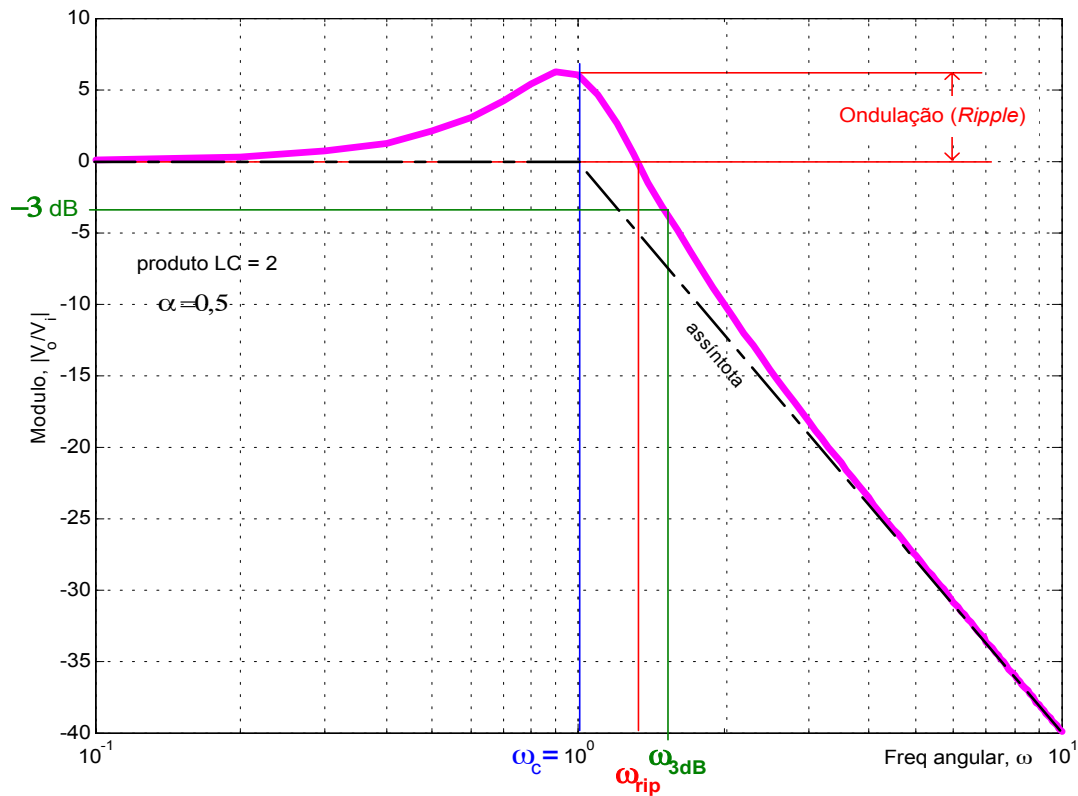


Fig.14. Exemplo da resposta para filtro Chebyshev Normalizado ($\omega_c = 1$; $R_s = R_L = 1$) de 2a. ordem com $\alpha = 0,5$.
DEEL - Telecomunicações

4.2.3 Butherworth Passa-Baixas de 2a. ordem

- Para o filtro de Butherworth, a resposta de (14) reduz-se a:

$$\left. \frac{V_{out}}{V_{in}} \right|_{2a_ordem}^{Butter} = \frac{\omega_c^2}{s^2 + \sqrt{2}\omega_c s + \omega_c^2} \quad ((16))$$

cujo módulo é:

$$\left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right|_{2a_ordem}^{Butter} = \frac{\omega_c^2}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4}} \quad ((17))$$

4.2.4 Filtro de Butterworth de Ordem n

De (17), conclui-se que o módulo da função de transferência de um filtro de Butter de ordem n será:

$$M(\omega) = \frac{K_o}{\sqrt{1 + \omega^{2n}}} \quad ((18))$$

onde $n = 0, 1, 2, \dots$ é a ordem do filtro.

Esta curva de resposta corresponde a uma função ganho

$$G(s) = \frac{K_o}{D_{Butter}(s)}$$

onde $D_{Butter}(s) = s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n$ é um **polinômio de Butterworth**, cujos zeros se obtém de:

$$\begin{cases} s_k = \exp \left[j \frac{2k+n-1}{2n} \pi \right], & k = 1, 2, \dots, 2n \\ \operatorname{Re}[s_k] < 0 \end{cases} \quad ((19))$$

- Estes zeros, pólos do filtro de Butterworth, estão localizados sobre uma semi-circunferência do raio unitário, com centro na origem do plano complexo e localizada no semiplano esquerdo. O espaçamento angular entre os pólos é de $\frac{\pi}{n}$, como ilustrado na figura 15, para $n = 3$ e $n = 4$.

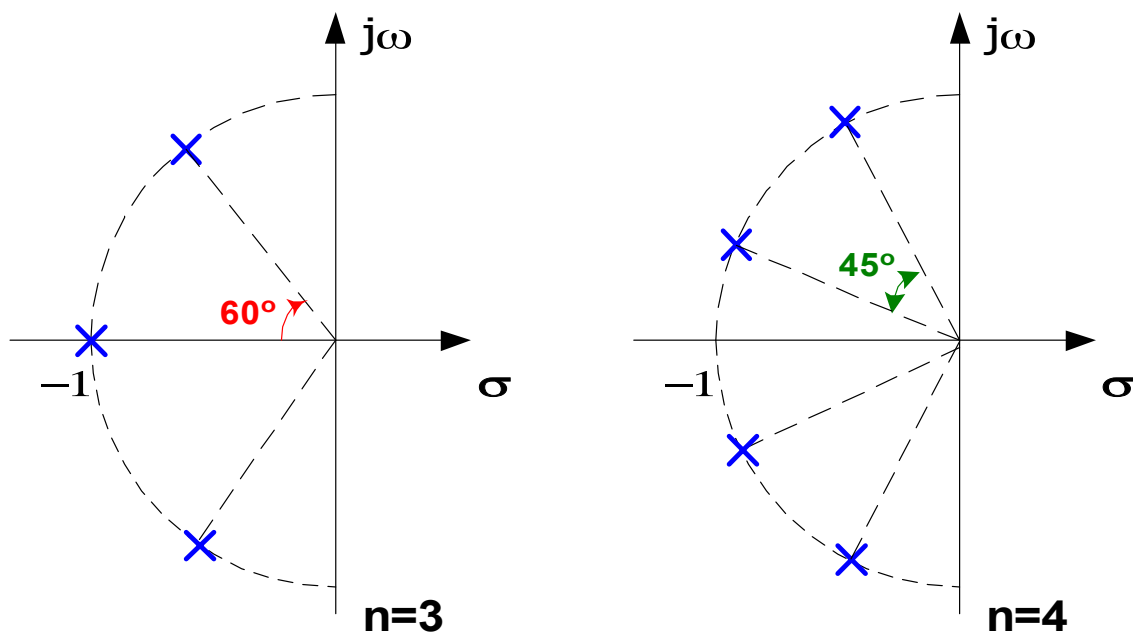


Fig.15. Polos para um filtro Butterworth de ordem $n = 3$ e $n = 4$.

4.3 Projeto de Filtro Butterworth Normalizado

Vejam agora como utilizar tabelas para o projeto destes filtros, com frequência de corte normalizada em $\omega = 1$ rad/s, considerados como quadripolos terminados nos dois lados por resistores de $R = 1 \Omega$, figura 16.a

Os quadripolos poderão ser realizados por uma das duas estruturas indicadas nas figuras 16.b ou 16.c.

Na Tabela 3 estão indicados os valores dos elementos, normalizados para $\omega_c = 1$ rad/s, até a 5a. ordem.

Tabelas mais completas podem ser encontradas em [2], Cap.12.

A frequência de corte de $-3dB$ ocorre em $\omega = 1$.

O filtro de Butterworth é monotônico: sua curva de resposta é sempre decrescente, e o patamar é de planura máxima (*maximal flatness*), pois as $2n - 1$ primeiras derivadas da curva de resposta são nulas na origem. Para frequências muito acima da frequência de corte a curva de resposta cai $20 \times n$ dB por década.

Na figura 17 e 18 estão ilustrados um exemplo de filtro de Butterworth de 5a. ordem e sua curva de resposta, respectivamente.

DEEL - Telecomunicações

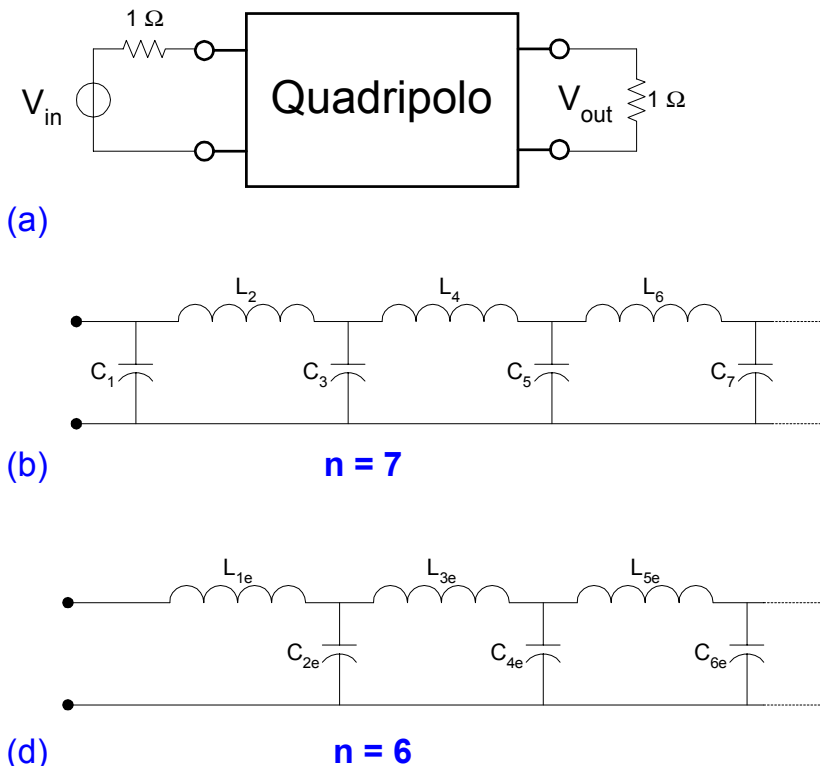


Fig.16. Realização de filtros de Butterworth ordem par e ímpar.

DEEL - Telecomunicações

| Ordem, n | $C_1; L_{1e}$ | $C_{2e}; L_2$ | $C_3; L_{3e}$ | $C_{4e}; L_4$ | $C_5; L_{5e}$ |
|----------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1 | 2,0000 | - | - | - | - |
| 2 | 1,4142 | 1,4142 | - | - | - |
| 3 | 1,0000 | 2,0000 | 1,0000 | - | - |
| 4 | 0,7645 | 1,8478 | 1,8478 | 0,7654 | - |
| 5 | 0,6180 | 1,6180 | 2,0000 | 1,6180 | 0,6180 |

Tabela 3. Elementos para um filtro de Butterworth normalizado até 5a. ordem

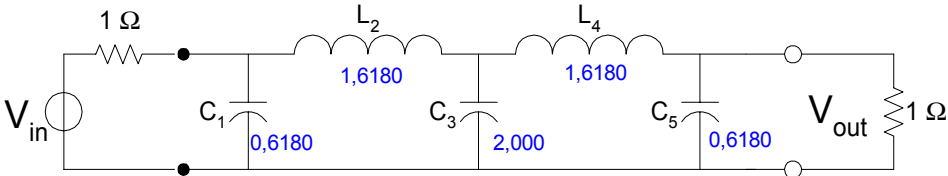
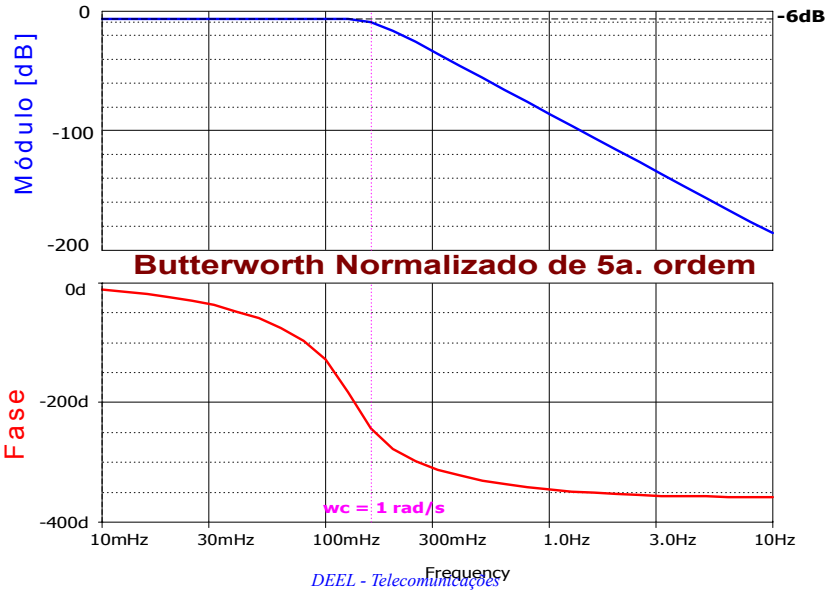


Fig.17. Valores de LC para FPB Butterworth normalizado de 5.a ordem.



4.3.1 Filtros de Chebychev Normalizado de Ordem n

A curva de resposta destes filtros é do tipo

$$M(\omega) \triangleq |G_V(j\omega)| = \frac{K_o}{\sqrt{1 + \epsilon C_n^2(\omega')}} \quad ((20))$$

onde ϵ é um fator que determina a oscilação (*ripple*) da resposta na banda passante em um filtro Chebychev definida por:

$$\alpha_p(dB) = 10 \log(1 + \epsilon) \quad \text{ou} \quad \epsilon = 10^{\alpha_p/10} - 1$$

a freq normalizada

$$\omega' = \frac{\omega}{\omega_c} \cosh B, \quad \text{onde } B = \frac{1}{n} \operatorname{arc} \cosh \left(\frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \right) \quad ((21))$$

onde ω_c é a freq de corte do filtro de Chebyshev passa-baixas.

C_n é um polinomio de Chebyshev de ordem n , dado por

$$C_n(\omega') = \begin{cases} \cos(n \times \arccos \omega'), & |\omega'| \leq 1 \\ \cosh(n \times \operatorname{arc} \cosh \omega'), & |\omega'| > 1 \end{cases} \quad ((22))$$

ou, alternativamente, desenvolvendo estes polinomios, até a **7a. ordem**, obtém-se

$$\begin{cases} C_0(\omega') = 1 \\ C_1(\omega') = \omega' \\ C_2(\omega') = 2\omega'^2 - 1 \\ C_3(\omega') = 4\omega'^3 - 3\omega' \\ C_4(\omega') = 8\omega'^4 - 8\omega'^2 + 1 \\ C_5(\omega') = 16\omega'^5 - 20\omega'^3 + 5\omega' \\ C_6(\omega') = 32\omega'^6 - 48\omega'^4 + 18\omega'^2 - 1 \\ C_7(\omega') = 64\omega'^7 - 112\omega'^5 + 56\omega'^3 - 7\omega' \end{cases} \quad ((23))$$

com $C_n(\omega' = 1) = 1$.

Na banda passante, isto é, $|\omega'| \leq 1$, os polinomios de Chebyshev oscilam entre -1 e $+1$. Portanto, nessa faixa $M(dB)$ oscila entre

$$20 \log K_0 \leq M \leq 20 \log \frac{K_0}{\sqrt{1 + \epsilon}} \quad [dB]$$

Na figura 19 está representado $M(\omega)$ para um filtro de Chebyshev de 5a. ordem.

Demonstra-se que os pólos do filtro de Chebyshev situam-se sobre uma semi-elipse

no semi-plano esquerdo, como ilustrado na figura 20, para $n = 5$. Os valores dos polos encontram-se tabelados na literatura.

O filtro de Chebyshev apresentam a **maior taxa de corte entre os filtros só pólos** com a mesma oscilação, isto é, a derivada de $M(\omega)$ na frequência de corte é máxima. Note-se que a frequência de corte neste filtro é definida por uma queda de α_p decibéis em relação ao máximo ganho, em vez do ponto de $-3dB$.

Exercício Comentado: Atenuação em um filtro Chebychev Encontre a atenuação de um filtro passa-baixas de Chebychev de 4a. ordem para a freq $f = 14MHz$ sabendo-se que este apresenta freq de corte de $f_c = 5,6MHz$ e ondulação na faixa de passagem igual a $2,5dB$.

$$\epsilon = 10^{2.5/10} - 1 = 0,7783$$

a freq normalizada será

$$\omega' = \frac{\omega}{\omega_c} \cosh B = \frac{14}{5,6} \cosh \left(\frac{1}{4} \operatorname{arccosh} \left(\frac{1}{\sqrt{0,7783}} \right) \right) = 2,5204$$

Avaliando o polinômio de Chebyshev de 4a. ordem em ω' , resulta:

$$C_4(\omega') = 8\omega'^4 - 8\omega'^2 + 1 = 8 \times 2,5204^4 - 8 \times 2,5204^2 + 1 = 273,03$$

Finalmente, a atenuação em $f = 14MHz$ será:

$$M(14MHz) = 10 \log \left(1 + \epsilon C_4^2(\omega') \right) = 10 \log (1 + 0,7783 \times 273,03^2) = 47,64dB$$

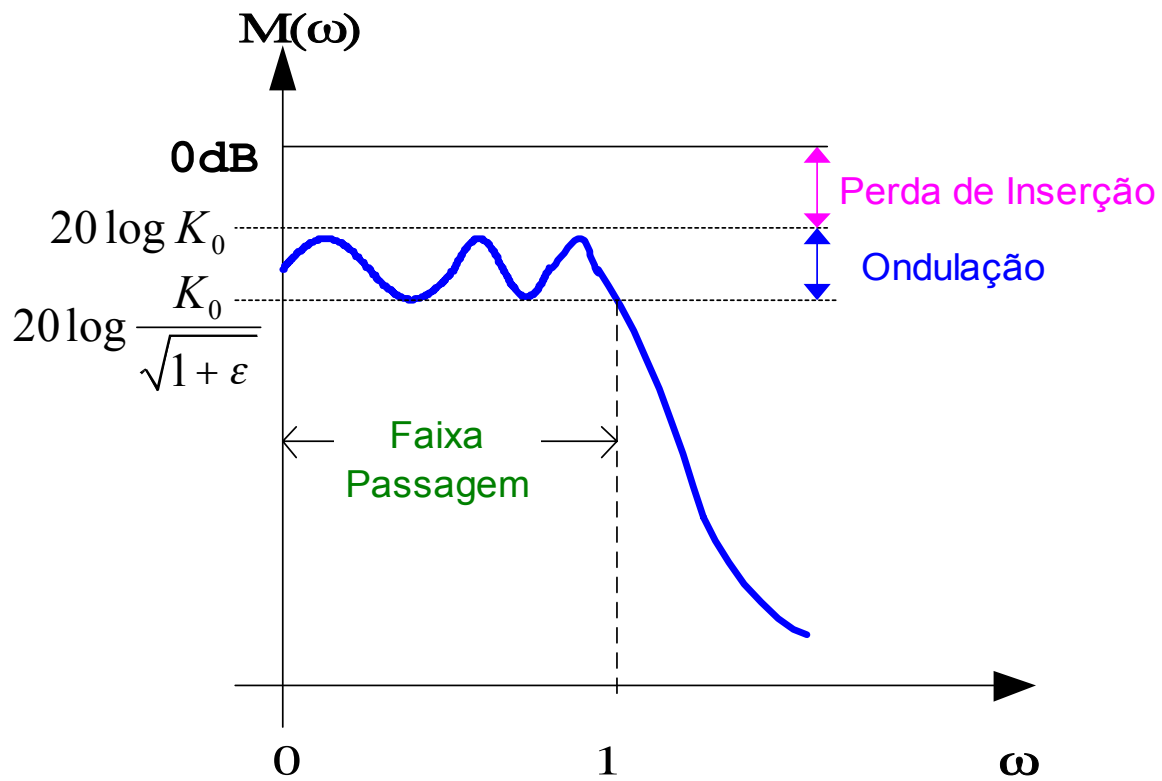


Fig.19. Curva de resposta de um filtro de Chebyshev Normalizado de 5. ordem
DEEL - Telecomunicações

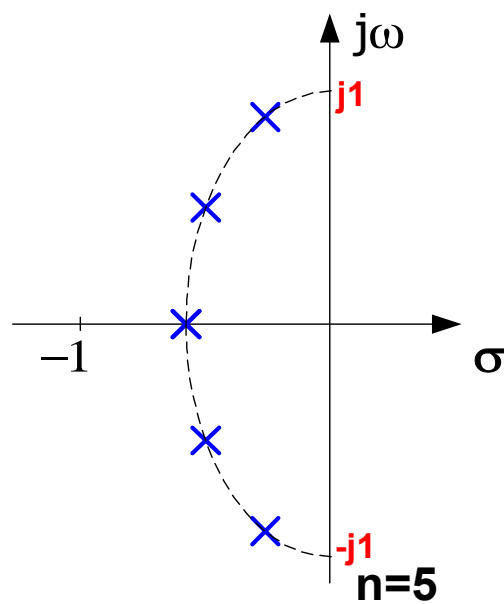


Fig.20. Pólos do filtro de Chebyshev de 5. ordem

4.3.2 Projeto de Filtros Chebyshev Normalizado

Para a realização dos filtros de Chebyshev podem ser usadas as mesmas estruturas indicadas na figura 16. As tabelas de elementos dependem agora da taxa de oscilação α_p . Na tabela 4 apresentam-se dados para os filtros de Chebyshev de ordem ímpar, até a 5a. ordem, em que é possível ter resistências iguais nas duas terminações.

Na figura 21 apresentamos um exemplo de **filtro Chebyshev Normalizado de 5a. ordem**,

A respectiva resposta em freq, módulo e fase, está mostrada na figura 22.

Na figura 23 a região da banda passante foi ampliada, mostrando a oscilação característica do filtro de Chebyshev com $\alpha = 1dB$.

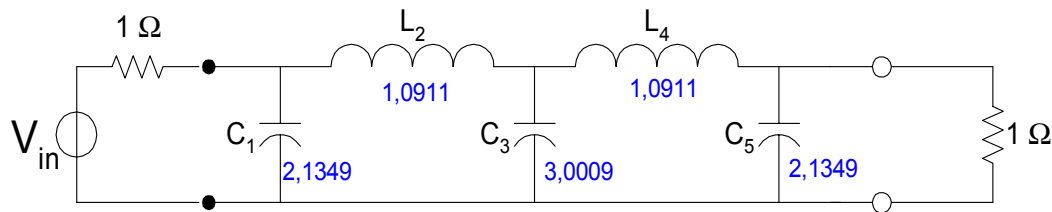


Fig.21. Filtro de Chebyshev de 5a. ordem Normalizado com $\alpha_p = 1dB$

DEEL - Telecomunicações

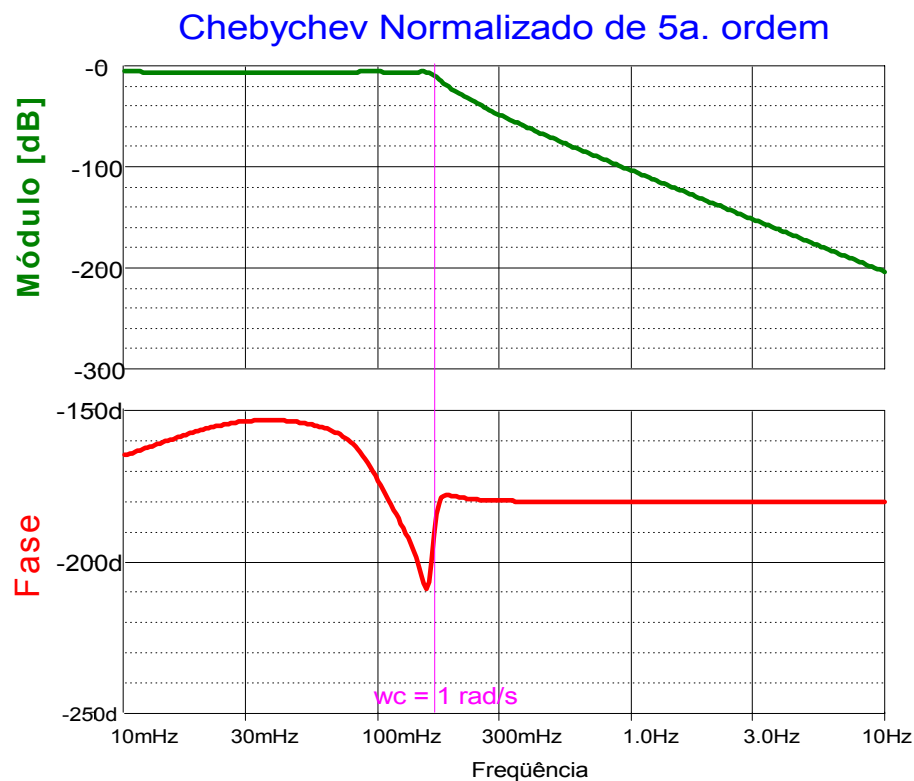


Fig.22. Resposta em freq. (módulo e fase) para o filtro de Chebyshev de 5a. ordem normalizado e $\alpha_p = 1dB$.

DEEL - Telecomunicações

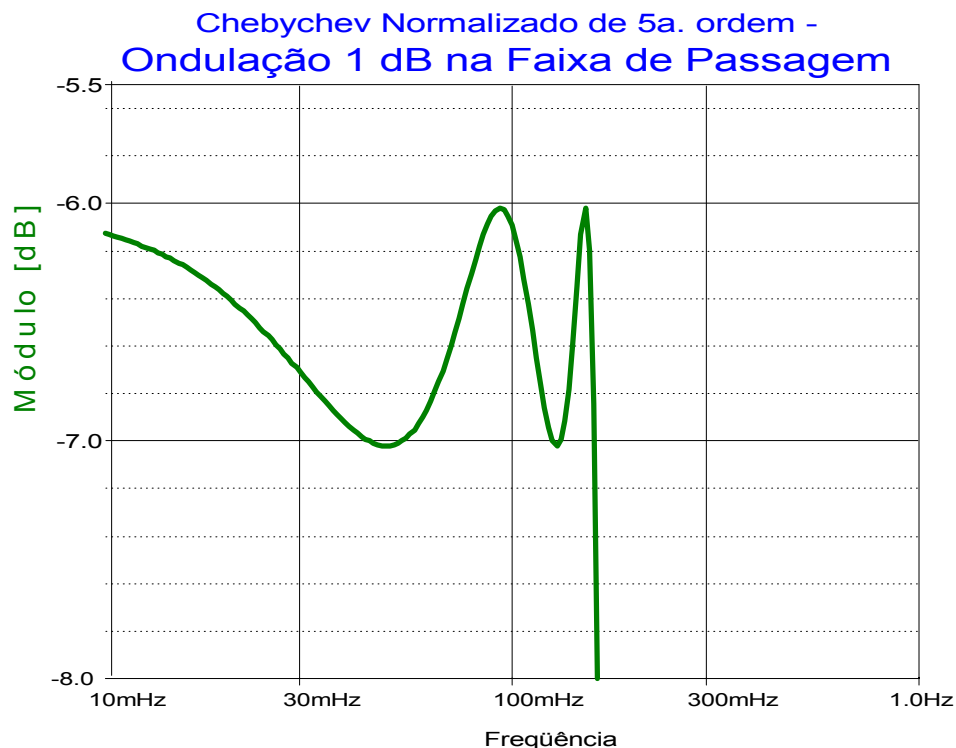


Fig.23. Zoom mostrando a ondulação de 1dB para o filtro Chebyshev normalizado de 5a. ordem

DEEL - Telecomunicações

| Ordem, n | $C_1; L_{1e}$ | $C_{2e}; L_2$ | $C_3; L_{3e}$ | $C_{4e}; L_4$ | $C_5; L_{5e}$ |
|---|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| Ondulação $\alpha_p = 0,5$ dB | | | | | |
| 1 | 0,6986 | - | - | - | - |
| 3 | 1,5963 | 1,0967 | 1,5963 | - | - |
| 5 | 1,7058 | 1,2296 | 2,5408 | 1,2296 | 1,7058 |
| Ondulação $\alpha_p = 1$ dB | | | | | |
| 1 | 1,0177 | - | - | - | - |
| 3 | 2,0236 | 0,9941 | 2,0236 | - | - |
| 5 | 2,1349 | 1,0911 | 3,0009 | 1,0911 | 2,1349 |

Tabela 4. Elementos de um filtro Chebyshev de ordem ímpar

DEEL - Telecomunicações

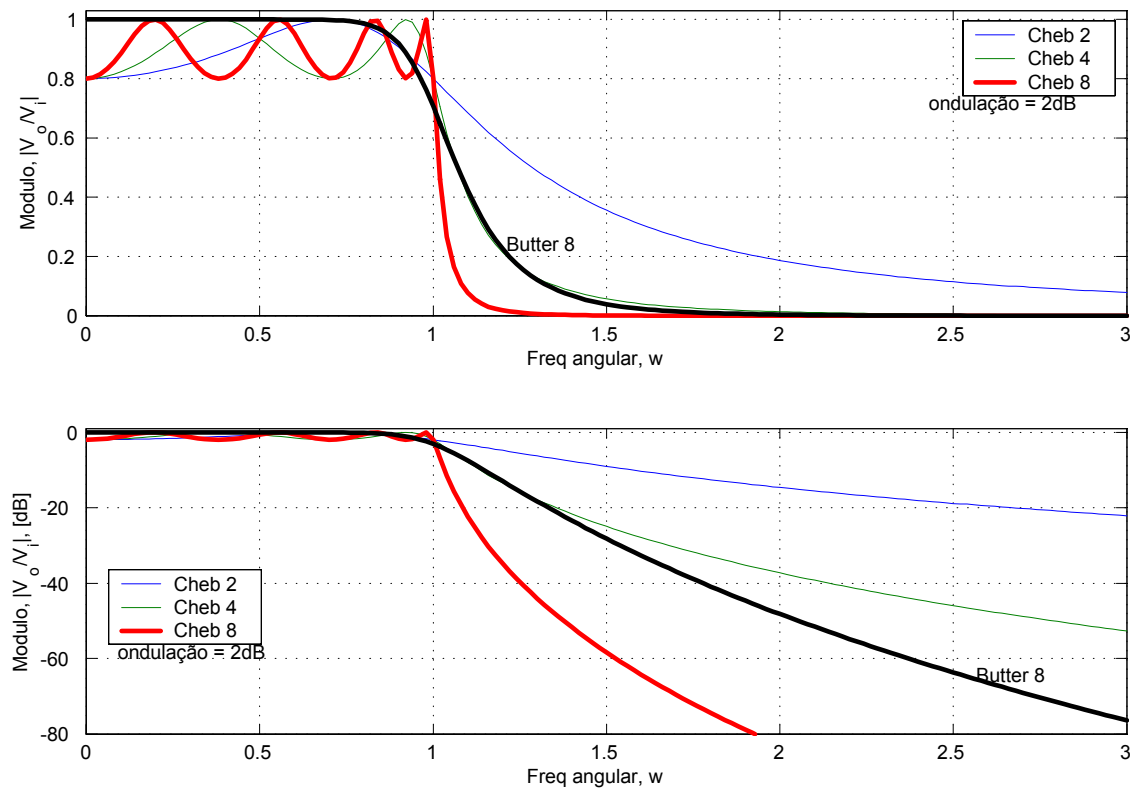


Fig.24. Comparação de desempenho entre filtros passa-baixas normalizados de Chebychev (ordem 2, 4 e 8), $\alpha_p = 2\text{dB}$ e Butterworth (ordem 8). DEEL - Telecomunicações

4.3.3 Quando $R_s \neq R_L$ no filtro Passa-Baixas (Protótipo).

Quando ocorrer $R_s \neq R_L$ no FPB (protótipo), deve-se:

- normalizar as terminações por R_L , figura 25
- obter tabelas para o FPB normalizado contendo relações $R_s/R_L \neq 1$ e o seu inverso, $R_L/R_s \neq 1$ (mesma tabela com topologias par e ímpar), como por exemplo [1], figuras 26 e 27 para o filtro de Butterworth de ordem 2 a 7 e figuras 28 e 29 para Chebychev com ondulação $\alpha_p = 0,01\text{ dB}$.
- Quando a relação das terminações for elevada o suficiente (por ex 100 : 1) pode-se admitir, para os casos práticos, que seja infinito, ∞ .

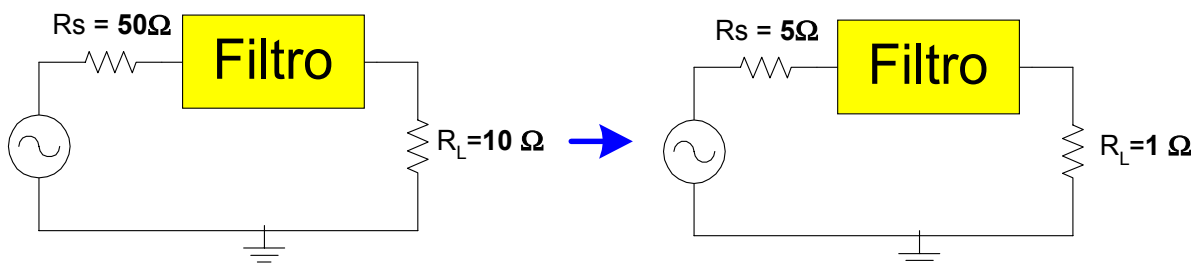
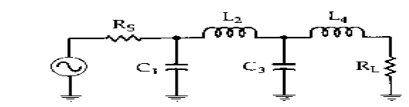
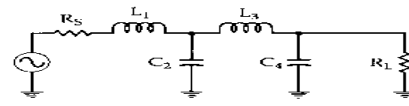


Fig.25. Exemplo de normalização com terminações de fonte e carga desiguais.



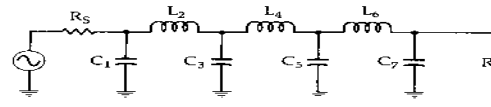
| n | R_S/R_L | C_1 | L_2 | C_3 | L_4 |
|-----|-----------|-------|--------|--------|--------|
| 2 | 1.111 | 1.035 | 1.835 | | |
| | 1.250 | 0.849 | 2.121 | | |
| | 1.429 | 0.697 | 2.439 | | |
| | 1.667 | 0.566 | 2.828 | | |
| | 2.000 | 0.448 | 3.346 | | |
| | 2.500 | 0.342 | 4.095 | | |
| | 3.333 | 0.245 | 5.313 | | |
| | 5.000 | 0.156 | 7.707 | | |
| | 10.000 | 0.074 | 14.814 | | |
| | ∞ | 1.414 | 0.707 | | |
| 3 | 0.900 | 0.808 | 1.633 | 1.599 | |
| | 0.800 | 0.844 | 1.384 | 1.926 | |
| | 0.700 | 0.915 | 1.165 | 2.277 | |
| | 0.600 | 1.023 | 0.965 | 2.702 | |
| | 0.500 | 1.181 | 0.779 | 3.261 | |
| | 0.400 | 1.425 | 0.604 | 4.064 | |
| | 0.300 | 1.838 | 0.440 | 5.363 | |
| | 0.200 | 2.669 | 0.284 | 7.910 | |
| | 0.100 | 5.167 | 0.138 | 15.455 | |
| | ∞ | 1.500 | 1.333 | 0.500 | |
| 4 | 1.111 | 0.466 | 1.592 | 1.744 | 1.469 |
| | 1.250 | 0.388 | 1.695 | 1.511 | 1.811 |
| | 1.429 | 0.325 | 1.862 | 1.291 | 2.175 |
| | 1.667 | 0.269 | 2.103 | 1.082 | 2.613 |
| | 2.000 | 0.218 | 2.452 | 0.883 | 3.187 |
| | 2.500 | 0.169 | 2.986 | 0.691 | 4.009 |
| | 3.333 | 0.124 | 3.883 | 0.507 | 5.338 |
| | 5.000 | 0.080 | 5.684 | 0.331 | 7.940 |
| | 10.000 | 0.039 | 11.094 | 0.162 | 15.642 |
| | ∞ | 1.531 | 1.577 | 1.082 | 0.383 |



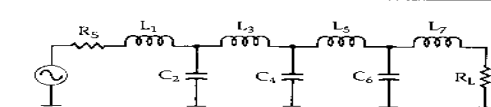
| n | R_L/R_S | L_1 | C_2 | L_3 | C_4 |
|-----|-----------|-------|-------|-------|-------|
|-----|-----------|-------|-------|-------|-------|

Fig.26. Valores de L e C para filtros Butterworth de 2a a 4a ordem normalizados com $R_S/R_L \neq 1$

DEEL - Telecomunicações



| n | R_S/R_L | C_1 | L_2 | C_3 | L_4 | C_5 | L_6 | C_7 |
|-----|-----------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 5 | 0.900 | 0.442 | 1.027 | 1.910 | 1.756 | 1.389 | | |
| | 0.800 | 0.470 | 0.866 | 2.061 | 1.544 | 1.738 | | |
| | 0.700 | 0.517 | 0.731 | 2.285 | 1.333 | 2.108 | | |
| | 0.600 | 0.586 | 0.609 | 2.600 | 1.126 | 2.552 | | |
| | 0.500 | 0.686 | 0.496 | 3.051 | 0.924 | 3.133 | | |
| | 0.400 | 0.838 | 0.388 | 3.736 | 0.727 | 3.965 | | |
| | 0.300 | 1.094 | 0.285 | 4.884 | 0.537 | 5.307 | | |
| | 0.200 | 1.608 | 0.186 | 7.185 | 0.352 | 7.935 | | |
| | 0.100 | 3.512 | 0.091 | 14.095 | 0.173 | 15.710 | | |
| | ∞ | 1.545 | 1.694 | 1.382 | 0.894 | 0.309 | | |
| 6 | 1.111 | 0.289 | 1.040 | 1.322 | 2.054 | 1.744 | 1.335 | |
| | 1.250 | 0.245 | 1.116 | 1.126 | 2.239 | 1.550 | 1.688 | |
| | 1.429 | 0.207 | 1.236 | 0.957 | 2.499 | 1.346 | 2.062 | |
| | 1.667 | 0.173 | 1.407 | 0.801 | 2.858 | 1.143 | 2.509 | |
| | 2.000 | 0.141 | 1.653 | 0.654 | 3.369 | 0.942 | 3.094 | |
| | 2.500 | 0.111 | 2.028 | 0.514 | 4.141 | 0.745 | 3.931 | |
| | 3.333 | 0.082 | 2.656 | 0.379 | 5.433 | 0.552 | 5.280 | |
| | 5.000 | 0.054 | 3.917 | 0.248 | 8.020 | 0.363 | 7.922 | |
| | 10.000 | 0.026 | 7.705 | 0.122 | 15.786 | 0.179 | 15.738 | |
| | ∞ | 1.553 | 1.759 | 1.553 | 1.202 | 0.758 | 0.259 | |
| 7 | 0.900 | 0.299 | 0.711 | 1.404 | 1.489 | 2.125 | 1.727 | 1.298 |
| | 0.800 | 0.322 | 0.606 | 1.517 | 1.273 | 2.334 | 1.546 | 1.652 |
| | 0.700 | 0.357 | 0.515 | 1.688 | 1.091 | 2.618 | 1.350 | 2.028 |
| | 0.600 | 0.408 | 0.432 | 1.928 | 0.917 | 3.005 | 1.150 | 2.477 |
| | 0.500 | 0.480 | 0.354 | 2.273 | 0.751 | 3.553 | 0.951 | 3.064 |
| | 0.400 | 0.590 | 0.278 | 2.795 | 0.592 | 4.380 | 0.754 | 3.904 |
| | 0.300 | 0.775 | 0.206 | 3.671 | 0.437 | 5.761 | 0.560 | 5.258 |
| | 0.200 | 1.145 | 0.135 | 5.427 | 0.287 | 8.526 | 0.369 | 7.908 |
| | 0.100 | 2.257 | 0.067 | 10.700 | 0.142 | 16.822 | 0.182 | 15.748 |
| | ∞ | 1.558 | 1.799 | 1.659 | 1.397 | 1.055 | 0.656 | 0.223 |



| n | R_L/R_S | L_1 | C_2 | L_3 | C_4 | L_5 | C_6 | L_7 |
|-----|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|-----|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|

Fig.27. Valores de L e C para filtros Butterworth de 5a a 7a ordem normalizados com $R_S/R_L \neq 1$

DEEL - Telecomunicações

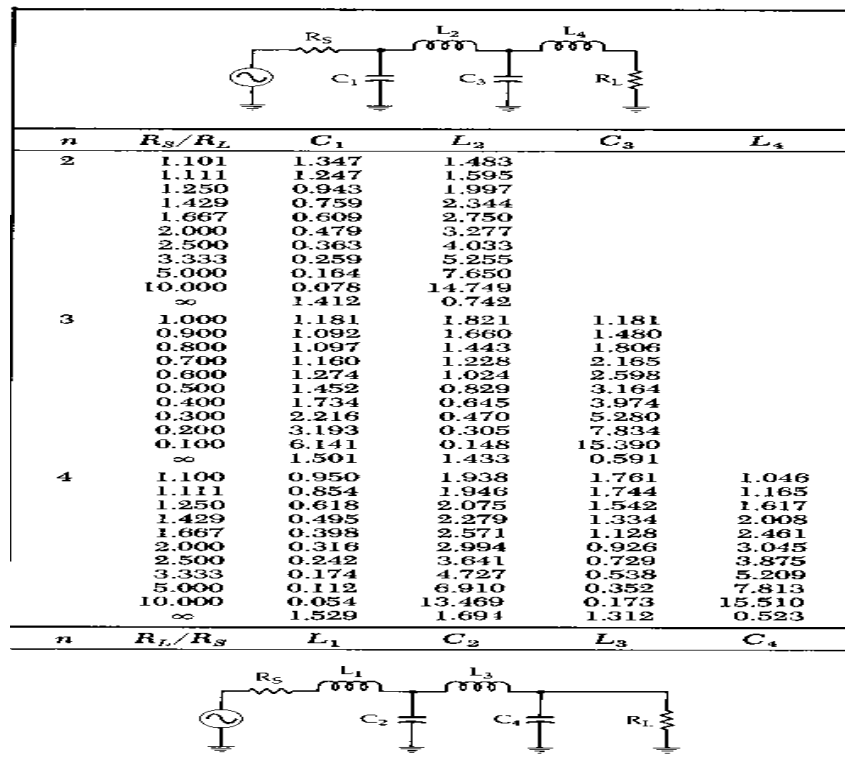


Fig.28. Valores de L e C para filtros Chebychev de 2a a 4a ordem normalizados com $R_s/R_L \neq 1$; $\alpha_p = 0,01dB$

DEEL - Telecomunicações

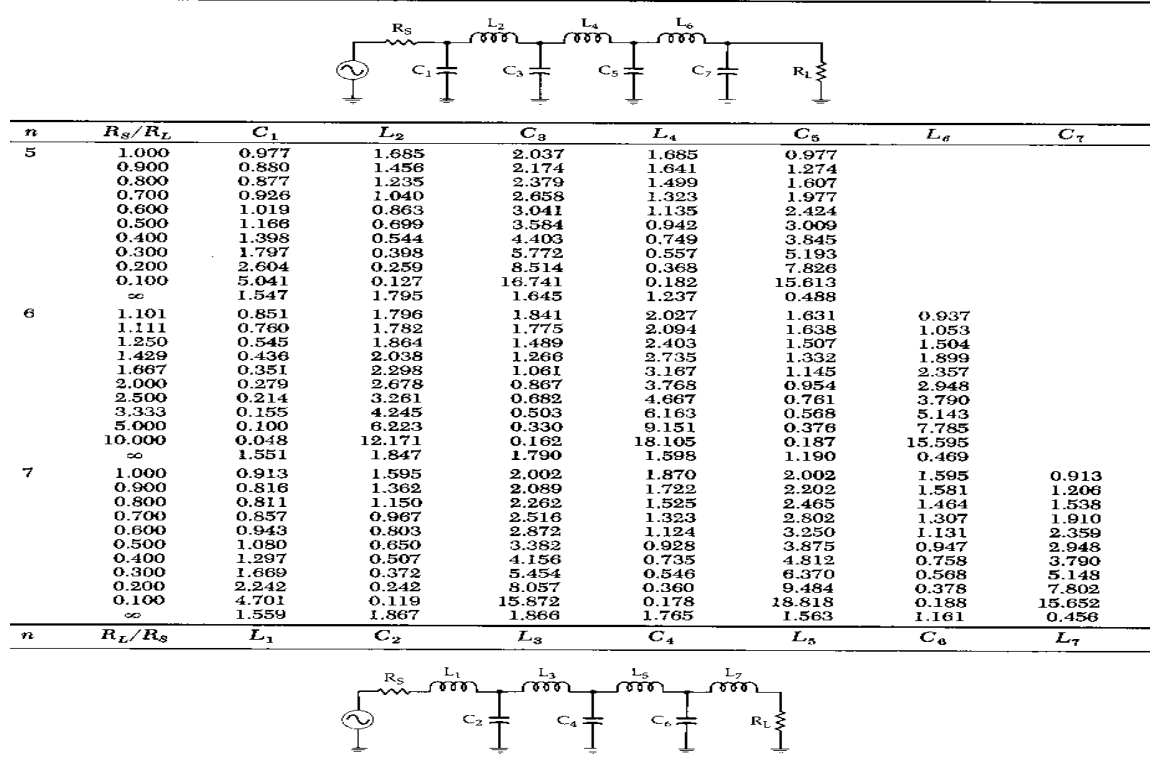


Fig.29. Valores de L e C para filtros Chebychev de 5a a 7a ordem normalizados com $R_s/R_L \neq 1$; $\alpha_p = 0,01dB$

DEEL - Telecomunicações

4.3.4 Sobre o projeto de filtros

Foi mostrado aqui como determinar os elementos dos filtros **passa-baixas normalizados**, dos tipos Butterworth ou Chebyshev, dada a ordem do filtro. O filtro assim obtido será designado por protótipo. Na próxima seção ver-se-á como passar do protótipo, passa-baixas e normalizado, para um filtro real, através de uma transformação de frequência e desnormalização.

Embora este método permite projetar alguns filtros úteis de maneira simples, nem sempre é suficiente para resolver os problemas de engenharia. De fato, de um modo mais geral, os filtros são especificados não só pelo seu desempenho nas faixas de passagem como, ainda, pelas características nas faixas de rejeição (ou de bloqueio). Uma especificação mais completa da curva de resposta de um filtro está indicada na figura 30. Esta especificação envolve:

- perda de inserção, correspondente a atenuação, em dB na faixa de passagem;
- ondulação (ripple) na faixa de passagem;
- nível de atenuação que não deve ser ultrapassado nas faixas de bloqueio, A_{\min} ;
- as frequências que delimitam as faixas de passagem e de bloqueio, indicadas na figura 30.

DEEL - Telecomunicações

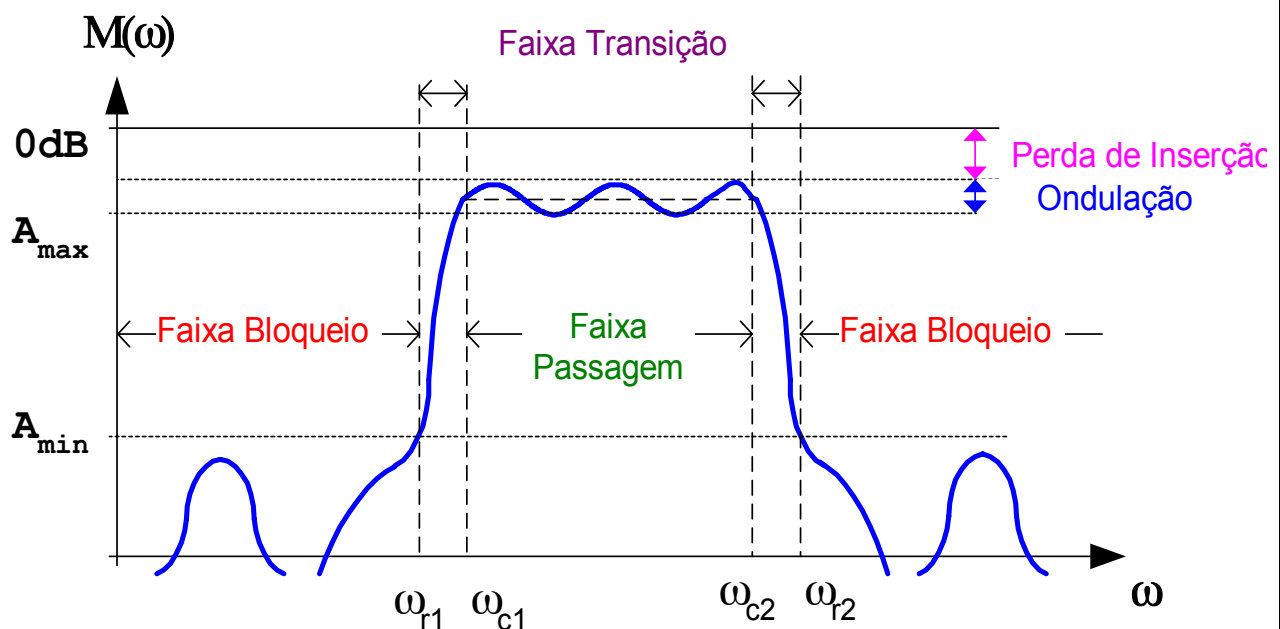


Fig.30. Especificação da curva de resposta de um filtro.

Para se fazer um projeto atendendo a todas estas prescrições é necessário recorrer

DEEL - Telecomunicações

a literatura especializada, como por exemplo [3] ou usar programas computacionais adequados.

Outras considerações podem ainda ser importantes no projeto:

- sensibilidade aos elementos;
- facilidade de ajustes (sintonia do filtro);
- custo dos componentes;
- etc.

4.4 Transformações de Frequência e Desnormalização

Na seção anterior vimos como projetar protótipos de filtros passa-baixas normalizados. Vejamos agora como é possível passar destes protótipos a filtros passa-baixas, passa-altas, passa-faixas ou de rejeição de faixas, com frequências características e níveis de impedância arbitrários.

A mudança de passa-baixas para outro tipo de resposta se faz por uma **transformação** de frequência adequada; a modificação de frequências características e de nível de impedância se faz a partir de uma desnormalização. De fato, as duas operações podem ser feitas simultaneamente, mostradas a seguir.

DEEL - Telecomunicações

A desnormalização se faz por meio de um fator de escala de impedâncias, k_z , e pelo fator de escalas de frequências, k_f , ambos adimensionais. Na literatura de filtros usa-se a notação:

$$R_0 = k_z \quad \text{e} \quad \omega_0 = \frac{1}{k_f}$$

Assim, para desnormalizar um protótipo FPB, para operar entre duas resistências de R ohms e com frequência de corte $\omega_c \neq 1$, deve-se substituir os elementos normalizados, resistores R_n , indutores L_n e capacitores C_n do protótipo por:

$$\begin{aligned} R_b &= k_z R_n \\ L_b &= \frac{k_z}{\omega_0} L_n \quad \text{ou} \quad L_b = k_z k_f L_n \\ C_b &= \frac{1}{k_z \omega_0} C_n \quad \text{ou} \quad C_b = \frac{k_f}{k_z} C_n \end{aligned}$$

A frequência de corte superior do novo filtro será:

$$\omega_c = 1 \times \omega_0 = \omega_0$$

DEEL - Telecomunicações

Para os demais tipos de faixas (FPA, FPF e FRF) devemos considerar, além da desnormalização, **três tipos de transformação de frequências**:

- passa-baixas \Rightarrow passa-altas
- passa-baixas \Rightarrow passa-faixa
- passa-baixas \Rightarrow rejeição de faixa

4.4.1 Transformação Passa-Baixa \Rightarrow Passa-Altas

Indicando por s_n a frequência normalizada, a transformação passa-baixas \Rightarrow passa-altas será simplesmente:

$$s_n = \frac{\omega_0}{s} \quad ((24))$$

onde ω_0 = frequência de corte **inferior** do filtro passa-altas. Substituindo a frequência complexa $s = \sigma + j\omega$ em na equação (24), resulta:

$$\sigma + j\omega = \frac{\omega_0}{\sigma_n + j\omega_n} = \frac{\omega_0\sigma_n - j\omega_0\omega_n}{\sigma_n^2 + \omega_n^2}$$

Sobre o eixo imaginário, $\sigma_n = 0$, de modo que resulta a transformação:

$$\omega = -\frac{\omega_0}{\omega_n}$$

DEEL - Telecomunicações

Esta transformação mapeia o segmento $|\omega_r| < 1$ do eixo imaginário nos segmentos definidos por $\omega_0 \leq |\omega| < \infty$, como indicado na figura 31.

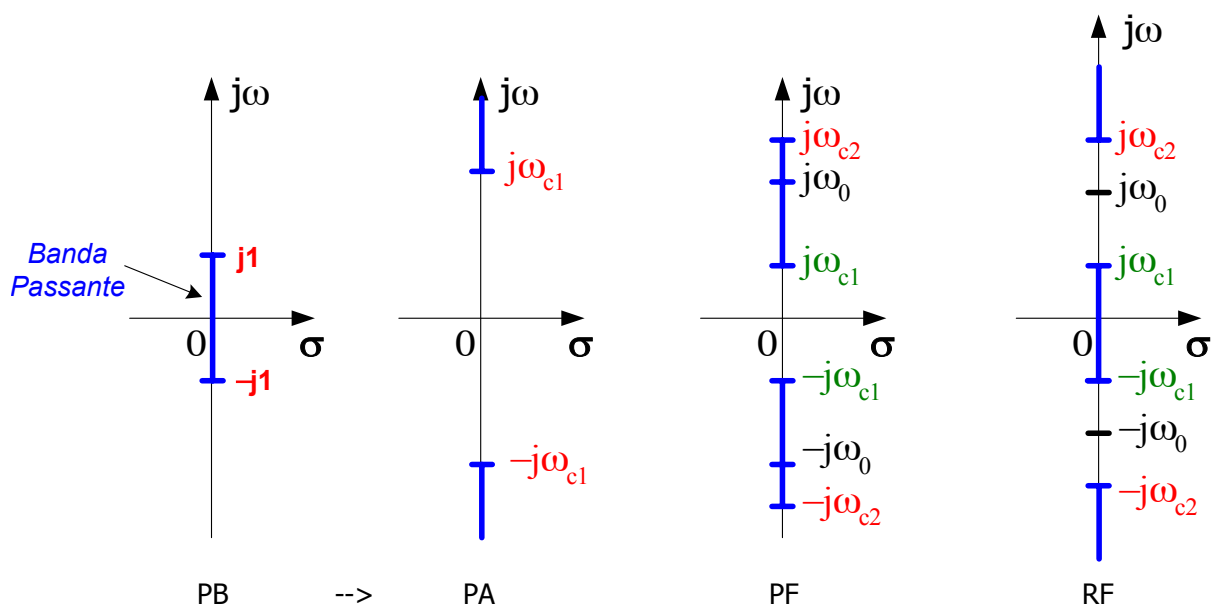


Fig.31. Transformação Passa-Baixas em \rightarrow Pass-Altas; Passa-Faixa e Rejeição-Faixa.

Em consequência desta transformação, uma impedância capacitiva se transforma em uma impedância indutiva:

$$Z_{C_n} = \frac{1}{s_n C_n} = \frac{s}{\omega_0 C_n} \triangleq L'_a s$$

onde L'_a indica o indutor correspondente a C_n do protótipo passa-baixas. Analogamente, uma impedância indutiva se transforma em uma capacitiva, por:

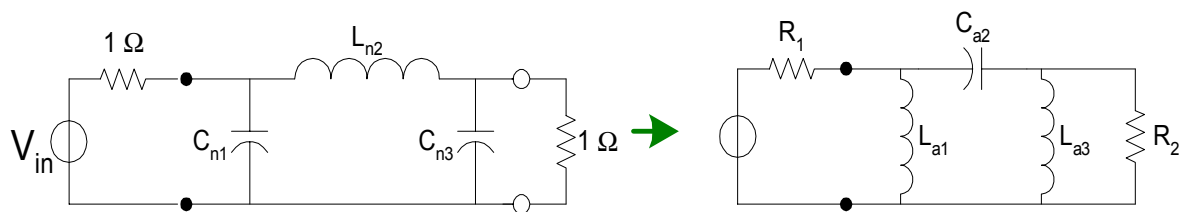
$$Z_{L_n} = s_n L_n = L_n \frac{\omega_0}{s} \triangleq \frac{1}{C'_a s}$$

Introduzindo o fator de escala de impedancia k_z , ter-se-á finalmente as transformações para $PB \Rightarrow PA$:

$$\begin{cases} L_a = k_z L'_a = \frac{k_z}{\omega_0 C_n} \\ C_a = \frac{C'_a}{k_z} = \frac{1}{k_z \omega_0 L_n} \end{cases}$$

Como exemplo, indica-se na figura 32 o resultado destas transformações sobre um protótipo passa-baixas de 3a. ordem.

DEEL - Telecomunicações



$$L_{a1} = \frac{k_z}{\omega_0 C_{n1}} \quad C_{a2} = \frac{1}{k_z \omega_0 L_{n2}} \quad L_{a3} = \frac{k_z}{\omega_0 C_{n3}}$$

Fig.32. Transformação do protótipo P.B em P.A

4.4.2 Transformação Passa-Baixa \Rightarrow Passa-Faixas

Suponhamos que se deseja agora transformar um protótipo passa-baixas em um filtro passa-faixas, com frequências de corte inferior ω_{c1} , e superior ω_{c2} , resultando, portanto, em banda passante de:

DEEL - Telecomunicações

$$BW = \omega_{c2} - \omega_{c1}$$

Definindo a freq central ω_0 pela média geometrica:

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_{c2} \times \omega_{c1}}$$

A transformação de freqüência a ser empregada será agora

$$s_n = \frac{\omega_0}{BW} \left(\frac{s}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{s} \right) = \frac{s}{BW} + \frac{\omega_0^2}{sBW} \quad ((25))$$

Esta transformação mapeia o segmento $|\omega_n| < 1$ do eixo de freqüências nos segmentos $|\omega_{c2}| > |\omega| > |\omega_{c1}|$ como indicado na figura 31.

As **impedâncias indutivas** são transformadas por

$$s_n L_n = \frac{L_n}{BW} s + \frac{\omega_0^2 L_n}{BW s} \quad ((26))$$

ou, introduzindo o fator de nível de impedância,

$$s_n k_z L_n = \frac{k_z L_n}{BW} s + \frac{\omega_0^2 k_z L_n}{BW s} \triangleq L_{f1} s + \frac{1}{C_{f1} s} \quad ((27))$$

correspondente pois a um LC serie, com

$$\begin{cases} L_{f1} = \frac{k_z}{BW} L_n \\ C_{f1} = \frac{BW}{\omega_0^2 k_z L_n} \end{cases}$$

Analogamente, a transformação de uma **admitância capacitiva** resultará em:

$$\frac{C_n}{k_z} s_n = \frac{C_n}{BW k_z} s + \frac{\omega_0^2 C_n}{k_z BW s} \quad ((28))$$

Portanto, a transformação muda os C_n do protótipo PB em um circuito ressonante paralelo:

$$\begin{cases} C_{f2} = \frac{C_n}{BW k_z} \\ L_{f2} = \frac{BW k_z}{\omega_0^2 C_n} \end{cases}$$

Note-se que estes dois circuitos ressonantes ressoam em ω_0

4.4.3 Transformação Passa-Baixa \Rightarrow Rejeita-Faixas

A transformação de frequência a ser empregada agora é

$$s_n = \frac{BW}{\omega_0 \left(\frac{s}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{s} \right)}, \quad \text{onde ainda} \quad \omega_0 = \sqrt{\omega_{c2} \times \omega_{c1}} \quad ((29))$$

com ω_{c1} e ω_{c2} frequências de corte da banda de rejeição. Esta transformação faz o mapeamento dos intervalos indicados na figura 31.

Como nos casos anteriores, verifica-se que os indutores L_n do protótipo se transformam em circuitos ressonantes paralelos, com

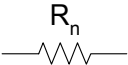
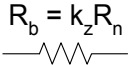
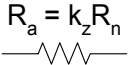
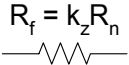
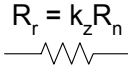
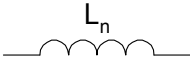
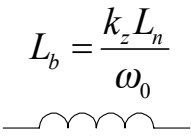
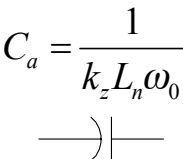
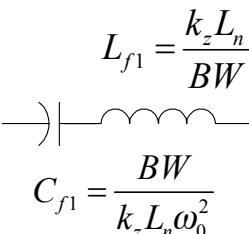
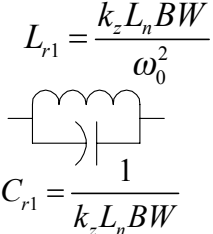
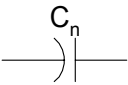
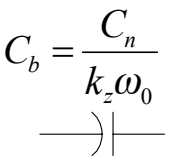
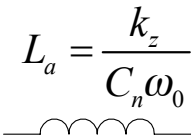
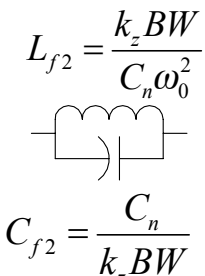
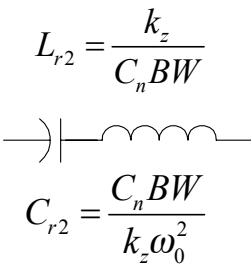
$$L_{r1} = \frac{BW L_n k_z}{\omega_0^2} \quad \text{e} \quad C_{r1} = \frac{1}{L_n BW k_z} \quad ((30))$$

ao passo que os capacitores se transformam em circuitos ressonantes série com

$$L_{r2} = \frac{k_z}{C_n BW} \quad \text{e} \quad C_{r2} = \frac{C_n BW}{k_z \omega_0^2} \quad ((31))$$

As transformações de frequência e desnormalizações aqui estudadas estão sintetizadas na figura 33. Tendo um protótipo e esta figura, pode-se projetar o filtro desejado.

DEEL - Telecomunicações

| Elemento | P. Baixas | P. Altas | P. Faixa | Rej. Faixa |
|---|---|---|---|---|
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

DEEL - Telecomunicações

Fig 33 Modificação de elementos de Filtros por transformação e desnormalização

Exemplo

Dado o protótipo de **Butterworth de 3a ordem** da figura 34, determinar os seguintes filtros, para operarem entre resistências de carga e fonte de 50 ohms:

1. Filtro passa-baixas, com frequência de corte superior igual a 10 Krad/s ;
2. Filtro passa-altas, com frequência de corte inferior igual a 1 Krad/s ;
3. Filtro passa-faixa, com frequências de corte de 1 e 20 Krad/s ;
4. Filtro de rejeição de faixa, com frequências de corte iguais a 1 e 20 Krad/s .

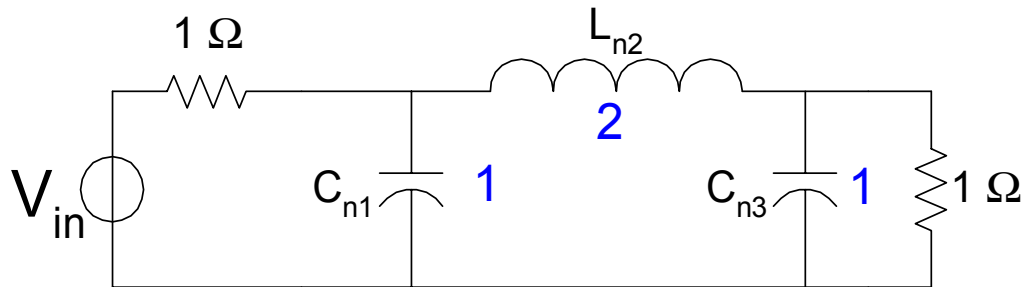


Fig.34. Protótipo Butterworth de 3a. ordem, passa-baixas.

DEEL - Telecomunicações

Solução

1. **Filtro Passa-Baixas.** Basta desnormalizar o protótipo, com $k_z = 50$ e $\omega_0 = 10^4$ rad/s, obtendo:

$$\begin{aligned}
 R_b &= k_z R_n = 50 \\
 C_{b1} &= \frac{C_{n1}}{k_z \omega_0} = \frac{1}{50 \times 10^4} = 2 \mu H \\
 L_{b2} &= \frac{k_z}{\omega_0} L_{n2} = \frac{50 \times 2}{10^4} = 10 mH \\
 C_{b3} &= \frac{C_{n3}}{k_z \omega_0} = \frac{1}{50 \times 10^4} = 2 \mu H
 \end{aligned}$$

com o filtro final indicado na figura 35.a

2. **Filtro Passa-Altas.** Basta utilizar a transformação de frequências e desnormalização, com $k_z = 50$ e $\omega_0 = 10^3$ rad/s, obtendo:

DEEL - Telecomunicações

$$L_{a1} = \frac{k_z}{\omega_0 C_{n1}} = \frac{50 \times 1}{10^3} = 50mH$$

$$C_{a2} = \frac{1}{k_z \omega_0 L_{n2}} = \frac{1}{50 \times 10^3 \times 2} = 10\mu F$$

$$L_{a3} = L_{a1} = 50mH$$

O filtro final passa-altas está indicado na figura 35.b

3. Filtro Passa-Faixas. Aplicando-se a correspondente transformação ao protótipo, resultam:

$$BW = \omega_{c2} - \omega_{c1} = (20 - 1) K = 19 \times 10^3 \text{ rad/s}$$

freq central:

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_{c2} \times \omega_{c1}} = 4,47214 \text{ Krad/s}$$

transformação do $C_n \Rightarrow$ circuito ressonante paralelo:

$$C_{f1} = \frac{C_{n1}}{BW k_z} = \frac{1}{50 \times 19 \times 10^3} = 1,053\mu F$$

$$L_{f1} = \frac{BW k_z}{\omega_0^2 C_{n1}} = \frac{50 \times 19 \times 10^3}{(4472,14)^2 \times 1} = 47,5mH$$

e

$$C_{f3} = C_{f1} = 1,053\mu F$$

$$L_{f3} = L_{f1} = 47,5mH$$

transformação do $L_n \Rightarrow$ circuito ressonante série:

$$L_{f2} = \frac{k_z}{BW} L_{n2} = \frac{50}{19 \times 10^3} \times 2 = 5,26mH$$

$$C_{f2} = \frac{BW}{\omega_0^2 k_z L_{n2}} = \frac{19 \times 10^3}{(4472,14)^2 \times 50 \times 2} = 9,5\mu F$$

O filtro final esta representado na figura 35.c.

4. Filtro Rejeita-Faixas: transformações de frequência e desnormalização, com $k_z = 50$, $BW = 19 \times 10^3 \text{ rad/s}$ e $\omega_0 = 4,47214 \text{ rad/s}$:

Capacitores C_n do protótipo \Rightarrow circuitos ressonantes série com

$$L_{r1} = \frac{k_z}{C_{n1}BW} = \frac{50}{1 \times 19 \times 10^3} = 2,63mH = L_{r3}$$

$$C_{r1} = \frac{C_{n1}BW}{k_z\omega_0^2} = \frac{1 \times 19 \times 10^3}{(4,47214)^2 \times 50} = 19\mu F = C_{r3}$$

Indutores L_n do protótipo \Rightarrow circuitos ressonantes paralelos, com

$$L_{r2} = \frac{BW L_{n2} k_z}{\omega_0^2} = \frac{19 \times 10^3 \times 2 \times 50}{(4,47214)^2} = 95mH$$

$$C_{r2} = \frac{1}{L_{n2}BWk_z} = \frac{1}{2 \times 19 \times 10^3 \times 50} = 526,3nF$$

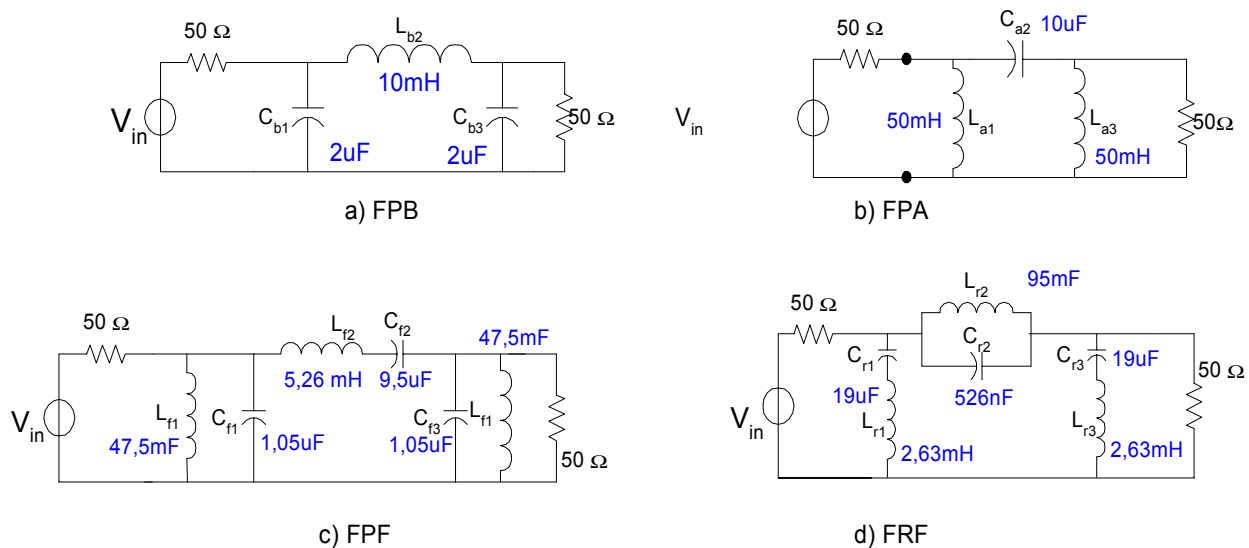


Fig.35. Desnormalização dos filtros a) FPB b) FPA; c) FPF d) FRF

Como verificação, as figuras 36, 37 e 38 mostram as curvas de resposta em frequência de 3 dos quatros filtros sintetizados anteriormente, utilizando o simulador elétrico SPICE

FPB, Butterworth 3a. ordem, $f_c = 1,59\text{KHz}$

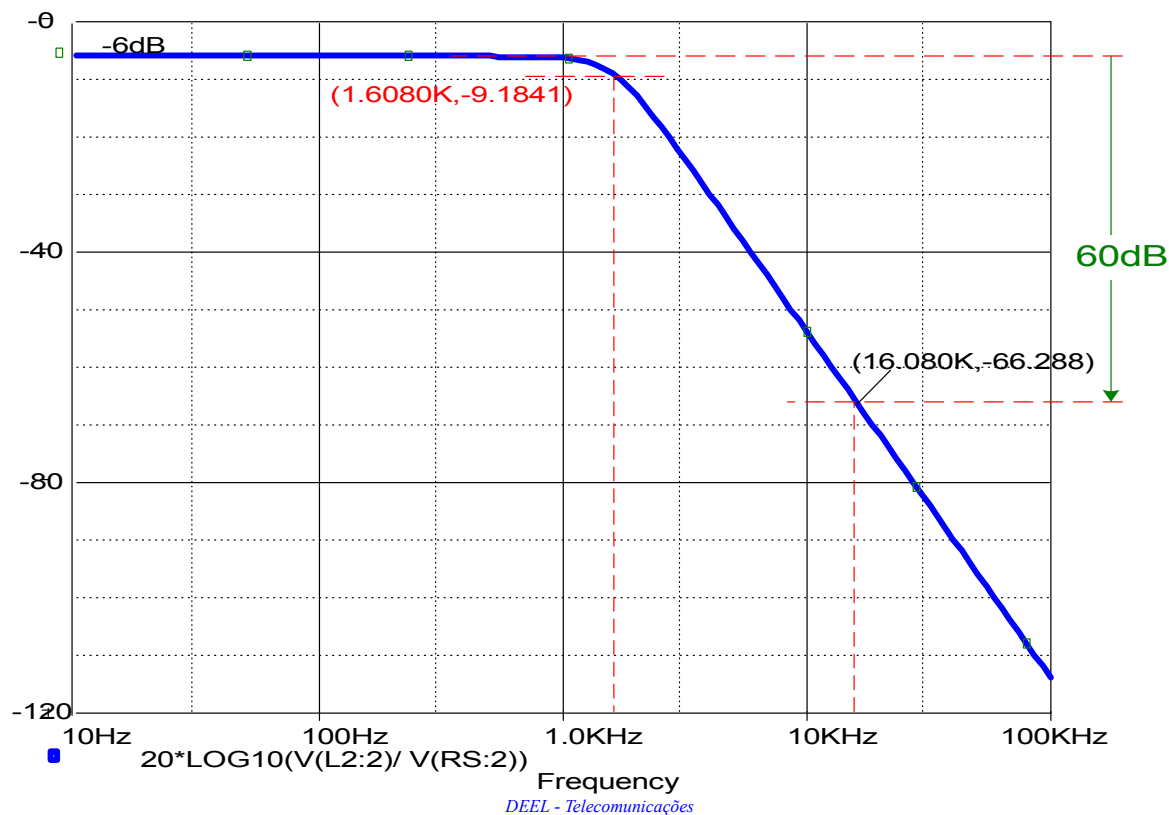


Fig. 36 - Módulo da resposta em freq para o filtro Passa-Baixas

FPF, Butterworth 3a. ordem: $f_{c1} = 159\text{Hz}$; $f_{c2} = 3,183\text{KHz}$

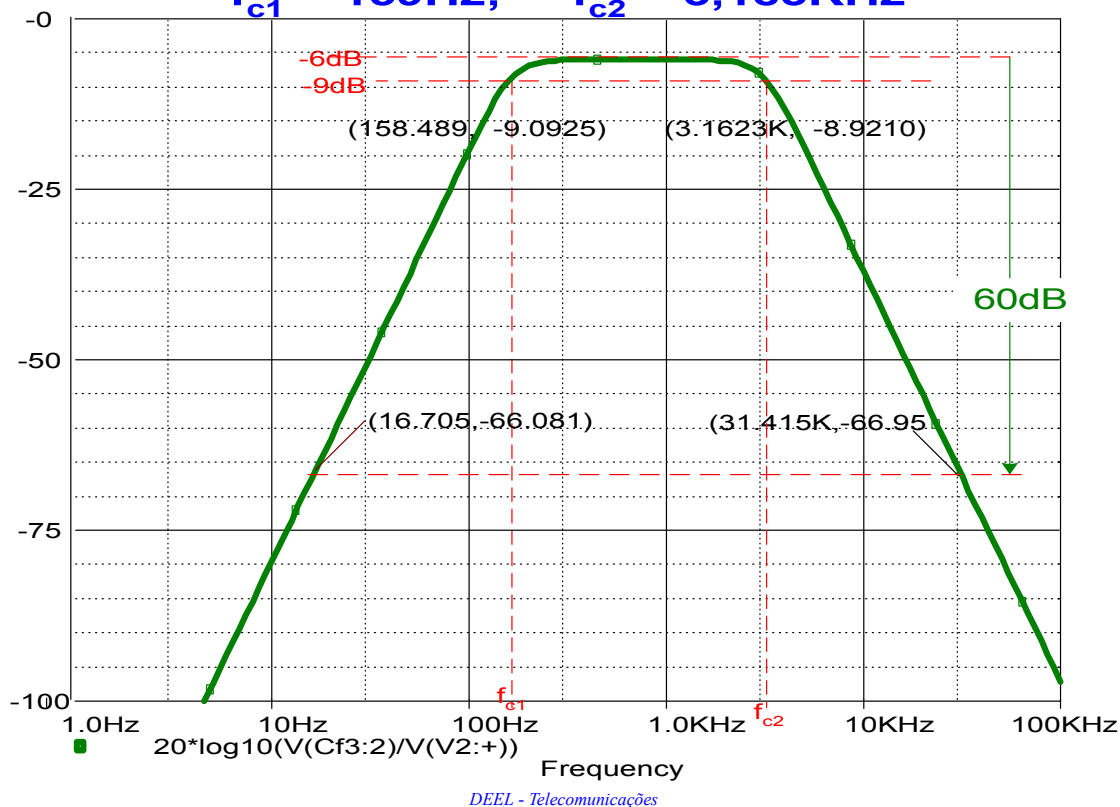
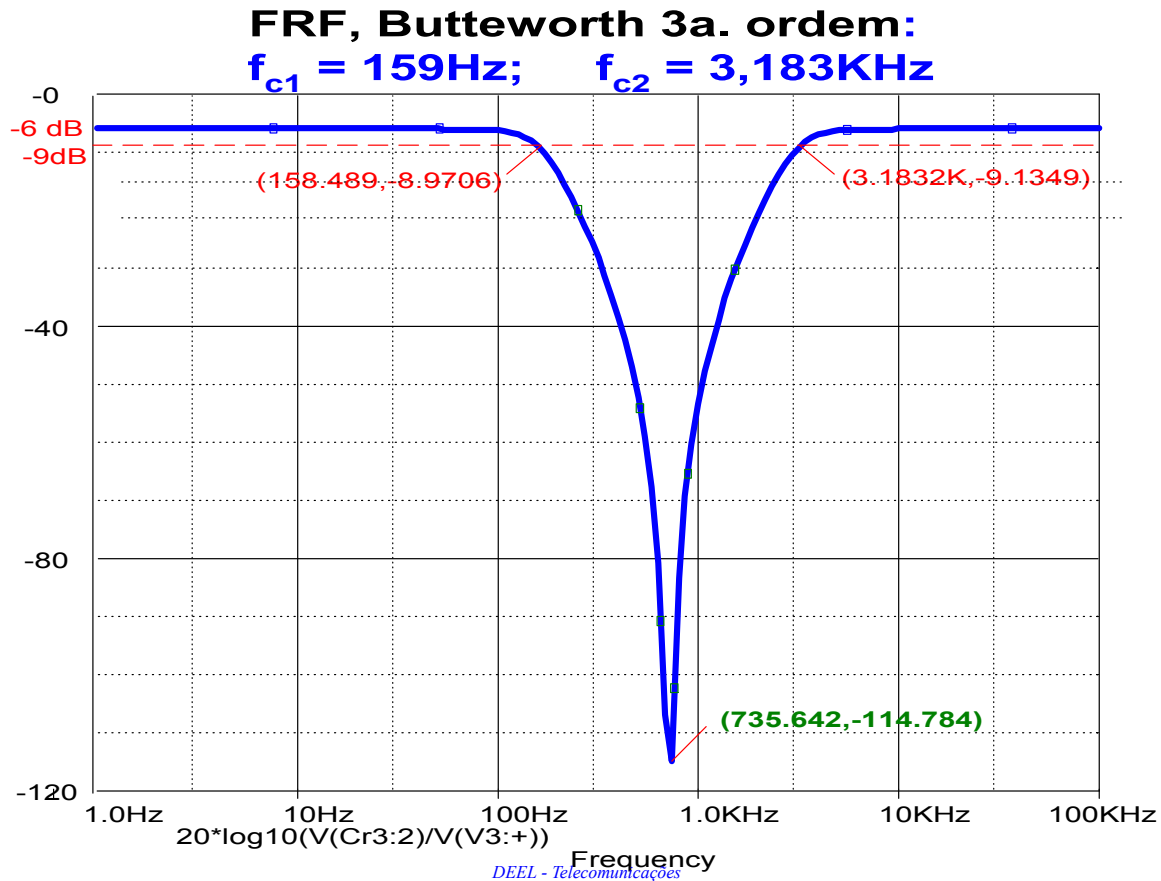


Fig. 37 - Módulo da resposta em freq para o filtro Passa-Faixa



5 Realizabilidade de filtros com elementos discretos (Capacitores de Indutores)

- a partir da forma da curva de atenuação desejada
 - pode-se projetar um filtro com elementos discretos (e concentrados), como exemplo, filtros de Chebyshev, Butterworth, Elípticos (ou Cauer) e Bessel
 - os parâmetros e curvas para a realização de um filtro de n —ésima ordem encontram-se tabelados em qualquer livro que trata especificamente de filtros. A única restrição à **realizabilidade do filtro** é:

$$Q_0 > Q_p \frac{f_0}{\Delta f_{3dB}}$$

onde: Q_0 = índice de mérito dos indutores; Q_p = parâmetro que depende da curva atenuação.

- um filtro com as características desejadas acima deveria possuir pelo menos 10 circuitos LC ressonantes acoplados, com um $Q_p \geq 7,13$. Assim, para

$f_0 = 455 \text{ KHz}$ e $\Delta f_{3dB} = 2,4 \text{ KHz}$ deve-se necessariamente ter:

$$Q_0 > 7,13 \frac{455}{2,4} = 1300 \Rightarrow \text{indutores com tal } Q \text{ são irrealizáveis}$$

• Solução:

- reduzir a freq central do filtro, f_0 . A tabela 5 sintetiza tipos de filtros disponíveis.
- utilizar ressoadores sólidos que vibram mecanicamente \Rightarrow capazes de obter Q_0 elevados.

| Freq central, f_0 | Tipo filtro |
|---------------------|------------------------------|
| até 150KHz | LC discretos |
| 150KHz a 600KHz | eletromecânicos ou cerâmicos |
| 1MHz a 15MHz | |
| 15MHz a 70MHz | |
| acima 70MHz | baseado em SAW |

Tabela 5. Principais tipos de filtros e faixa de freq utilizável

6 Efeitos do Q finito sobre o desempenho dos filtros

Utilização de **elementos L C com perdas** no projeto de filtros causa efeitos indesejáveis:

1. Perda de inserção do filtro é aumentada, apesar da atenuação na banda de rejeição não mudar, figura 39.
2. Em freqs próximas à(s) freq(s) de corte(s), a curva de resposta torna-se menos abrupta (mais arredondada) e normalmente resulta em atenuação $> 3dB$ em f_c
3. Para resposta Chebychev, a ondulação na banda de passagem, originalmente projetada, será reduzida. Se o Q dos elementos LC for suficientemente baixo, a ondulação será totalmente eliminada
4. Para um filtro rejeita-faixa: a atenuação na faixa de rejeição será finita e reduzida. Este efeito associado com o aumento da perda de inserção na banda de passagem decresce significativamente a atenuação relativa.

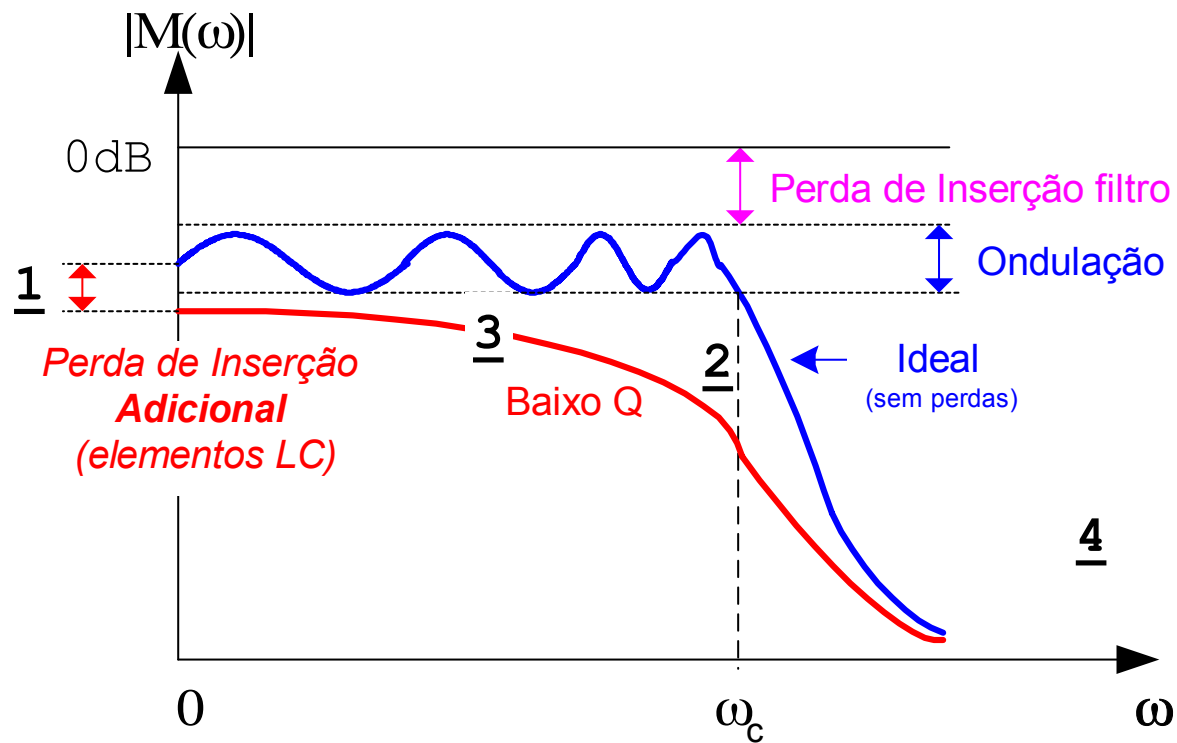


Fig.39. Efeito de se ter Q finito para os elementos LC sobre a resposta de um filtro FPB (Chebyshev)

DEEL - Telecomunicações

Apesar destes efeitos é ainda possível projetar filtros utilizando as regras exploradas nesta seção com resultados próximos ao caso ideal (elementos passivos sem perdas $\Rightarrow Q$ infinito) desde que sejam utilizados elementos com Q elevados. Valores mínimos para Q estão mostrados na tabela 39.

| Tipo de Filtro | Mínimo Q |
|-------------------------------|------------|
| Bessel | 3 |
| Buttherworth | 15 |
| Chebyshev $\alpha_p = 0,01dB$ | 24 |
| Chebyshev, $\alpha_p = 0,1dB$ | 39 |
| Chebyshev, $\alpha_p = 0,5dB$ | 57 |
| Chebyshev, $\alpha_p = 1dB$ | 75 |

Tabela 6. Mínimo Q para elementos LC para a realização de filtros com desempenho próximo ao ideal

7 Filtros Ativos

Normalmente existem 3 tipos de Filtros ativos implementáveis com Amplificadores operacionais:

- **Filtros de Butterworth:** ganho plano na região de passagem com boa atenuação nas vizinhanças da freq(s) de corte(s);
- **Filtros de Chebyshev:** Excelente atenuação nas vizinhanças da freq de corte, porém com acentuada atenuação (e ondulação) na faixa de passagem;
- **Filtros de Bessel:** atenuação muito suave nas vizinhanças da freq de corte !

Alguns exemplos a seguir.

7.1 Filtros Ativos Butterworth

Os filtros ativos de Butterworth apresentam uma resposta plana na faixa de passagem do filtro, uma melhor atenuação acima da frequência de corte e são simples de serem implementados. A atenuação após a frequência é maior de acordo com o aumento do número da ordem ou pólo do filtro.

Os filtros de 1ª ordem (ou 1 pólo) têm uma atenuação de 20 dB/década após a frequência de corte, já os de 2ª ordem (ou 2 pólos) apresentam uma atenuação de 40

DEEL - Telecomunicações

dB/década, os de 3ª ordem apresentam uma atenuação de 60 dB/década e assim por diante.

7.1.1 Exemplo de FPB Ativo de 1 pólo (1ª ordem)

$$A_V = \frac{V_0}{V_i} = \frac{R_F}{R_1} + 1 \quad \text{e} \quad f_c = \frac{1}{2\pi RC} \quad ((32))$$

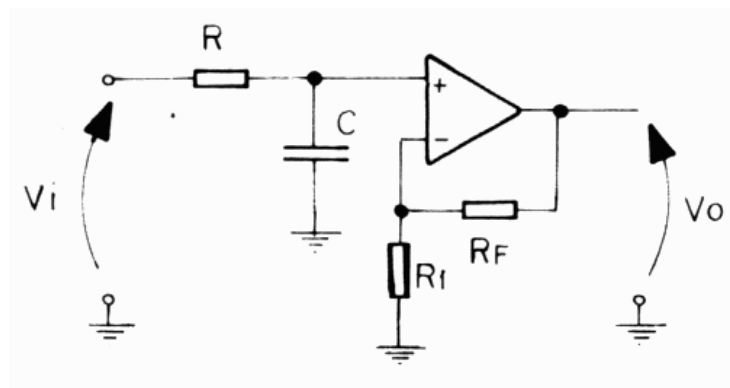


Fig.40. Filtro Butterworth Ativo de primeira ordem.

7.1.2 Exemplo de FPB Ativo de 2 pólos (2a ordem)

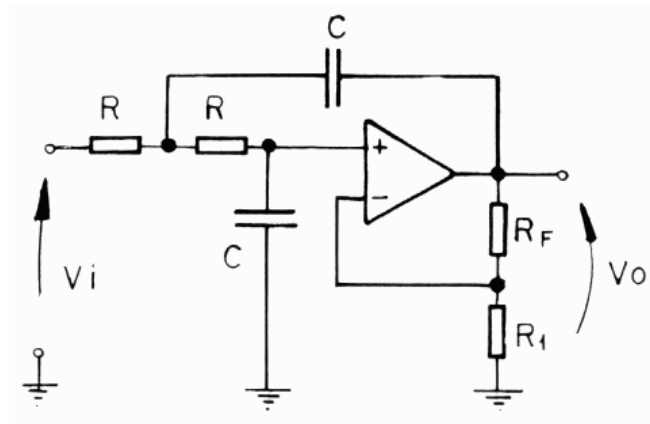


Fig.41. Filtro Butterworth Ativo de 2^a ordem.

$$A_V = \frac{V_0}{V_i} = \frac{R_F}{R_1} + 1 \quad (33)$$

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} \quad (34)$$

DEEL - Telecomunicações

7.1.3 Exemplo de FPB Ativo de 3 pólos (3a ordem)

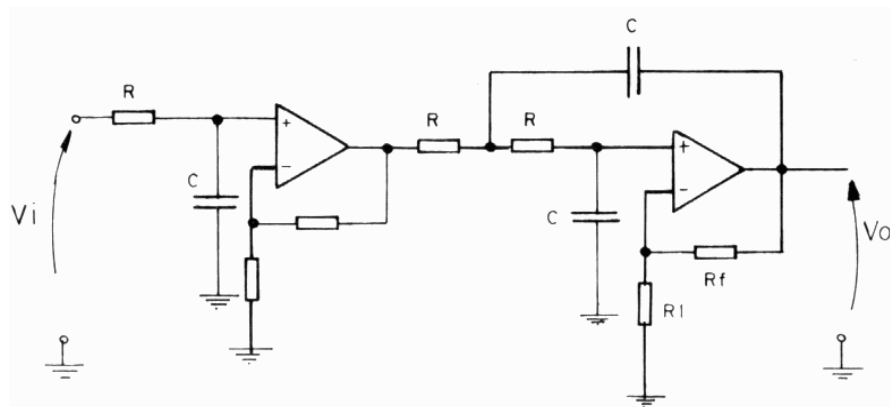


Fig.42. Filtro Butterworth Ativo de 3^a ordem.

7.1.4 Exemplo de FPA Ativo

A figura 43 mostra um filtro FPA ativo com freq de corte dada por:

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} \quad ((35))$$

DEEL - Telecomunicações

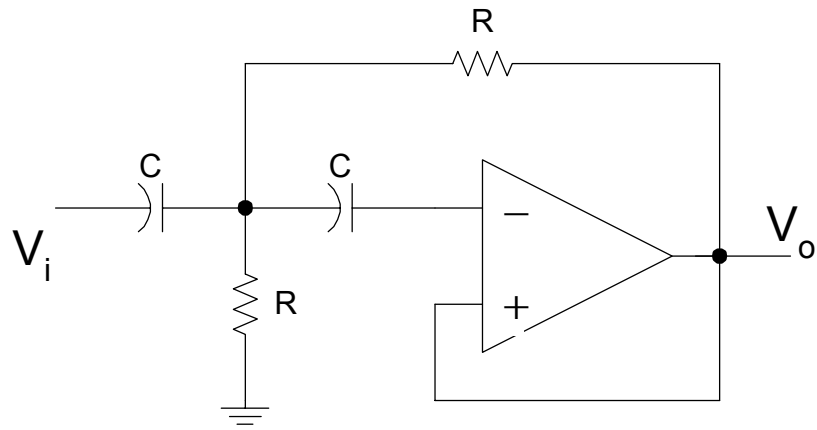


Fig.43. Filtro Passa-altas Ativo

7.1.5 Exemplo de Filtro Passa-Faixas Ativo

A figura 44 mostra um FPF ativo que utiliza realimentação dupla para evitar o uso de indutores.

DEEL - Telecomunicações

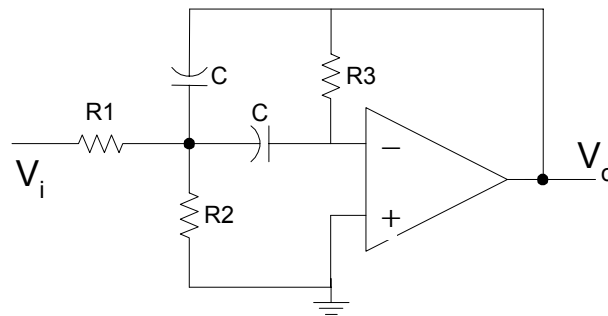


Fig.44. Exemplo de um filtro Passa-Faixa Ativo

- Freq central da faixa de passagem

$$f_r = \frac{1}{2\pi C \sqrt{\frac{R_3(R_1+R_2)}{R_1 \times R_2}}} \quad ((36))$$

- Índice de mérito

$$Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_3 \times R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}} \quad ((37))$$

DEEL - Telecomunicações

7.1.6 Exemplo de Filtro Rejeita-Faixas Ativo

A figura 45 mostra um filtro **notch** (FRF) ativo.

- Principal característica: atenuação acentuada em uma única freq, dada por:

$$f_{rej} = \frac{1}{2\pi RC} \quad ((38))$$

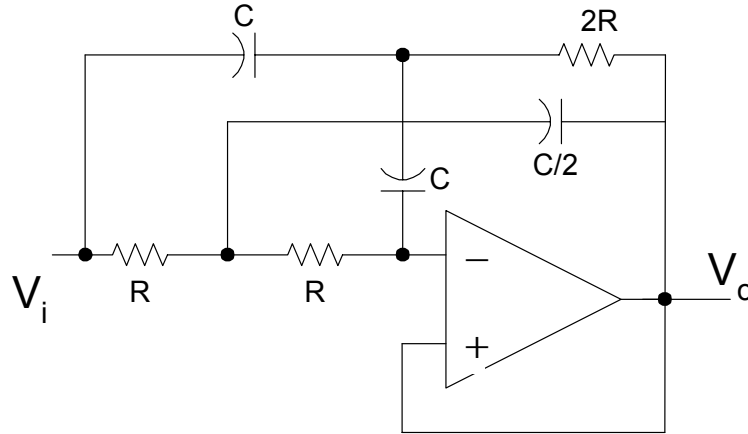


Fig.45. Filtro Rejeita-Faixa Ativo

DEEL - Telecomunicações

8 Exercícios

1. Projete um filtro passa-faixas capaz de acoplar uma fonte de tensão com impedância interna desprezível a uma resistência de carga de 50Ω . As especificações do filtro são: frequência central de 5MHz e $\text{BW}=100\text{kHz}$.
2. Um circuito sintonizado série é utilizado para filtrar harmônicas de um sinal complexo. Qual o Q^{\min} para que a amplitude da 5a. harmônica esteja 25dB abaixo da amplitude da fundamental?
3. O circuito sintonizado mostrado na figura 46 emprega um indutor com um fator de qualidade não carregado $Q_u = 100$. Se um resistor de carga de $R_L = 220\text{k}\Omega$ é adicionado, qual será o novo fator de qualidade do circuito carregado, Q_L ?
4. Um filtro sem perdas, FPB de 3a. ordem, com ondulação de $0,01 \text{ dB}$ ($\sqrt{\epsilon} = 4,801 \times 10^{-2}$), com freq de cruzamento de assíntotas igual a 4kHz . As resistências de carga e de fonte são $R_L = 1200\Omega$ e $R_s = 600\Omega$. Determinar:
 - a. A atenuação exata na freq de 7kHz
 - b. os valores de C_1 , L_2 e C_3
5. Um filtro de 2a. ordem, sem perdas, FPA Butterworth ($a_1 = \sqrt{2}$), operando com

DEEL - Telecomunicações

$R_L = R_s = 600\Omega$, apresenta uma atenuação de $1dB$ na freq de $2KHz$. Determinar os valores de C_1 e L_2 .

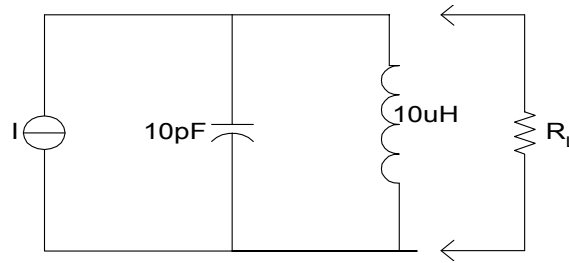


Fig.46. Circuito LC ressonante paralelo carregado

6. Projete um filtro FPB com 5 elementos do tipo Chebyshev com ripple de $0,5dB$. Faça impedância de entrada e saída igual a 100Ω . Utilize capacitor na terminação. A banda de passagem de DC até o ponto de pelo menos $0,5dB$ deve ser igual a $BW = 100KHz$ (esta é a convenção utilizada nas tabelas). Obtenha o protótipo (normalização para 1Ω e $1rad/s$) e depois converta para 100Ω e $100KHz$.
7. Utilize os resultados do problema anterior para projetar um filtro passa-banda com 5 elementos o tipo Chebyshev com ripple de $0,5dB$. Faça a freq central igual a $5MHz$ e $BW = 200KHz$.

DEEL - Telecomunicações

8. Mostre que a resposta em freq do filtro com um simples ressoador (célula LC paralelo) da figura 47 é

$$\frac{P}{P_{\max}} = \frac{1}{1 + Q^2 \left[\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right]^2}$$

onde: f_0 é a freq de ressonância do circuito LC e $Q = \frac{R}{2\pi f_0 L}$ o índice de mérito, com $R = R_s // R_L$.

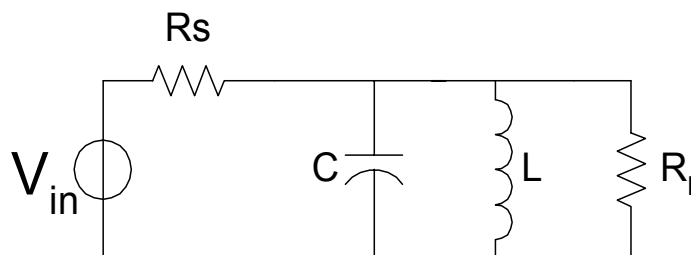


Fig.47. Circuito para o exercício 8

9. Comprove os resultados de projeto dos exercícios anteriores obtendo as respostas em freq (módulo e fase) utilizando um **simulador elétrico do tipo Spice** ou similar.

DEEL - Telecomunicações

10. (Filtro com elementos com perdas) Deseja-se construir um filtro FPB de 1ª ordem com freq de $-3dB$ igual a $3,4KHz$. Para isto utiliza-se um capacitor C com $q_0 = 3$, (capacitor com perdas, figura 48). Determinar C . Dados:

$$R_L = 500\Omega; R_s = 1000\Omega \quad \text{e} \quad q_0 = \frac{C\omega_{3dB}}{G_p}$$

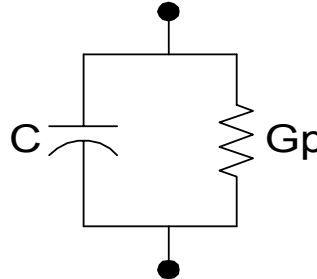


Fig.48. Modelo para capacitor com perdas

(Resp: $C = 210,6nF$)

11. Qual o número mínimo de elementos (ou a ordem do filtro) para o projeto de um filtro Butterworth com freq de corte de $f_c = 50MHz$ se este filtro deve ser capaz de atenuar pelo menos 50 dB em $f = 150MHz$? (reposta: 6 elementos)

DEEL - Telecomunicações

12. Obtenha os valores dos elementos para um protótipo Butterworth de ordem $n = 4$ com terminação desigual: $R_s = 50$ e $R_L = 100\Omega$. Consulte livro com tabelas mais completas.
13. Encontre a atenuação proporcionada por um filtro LPF de Cheb de 4ª. ordem, $\alpha_p = 2,5dB$ na freq $\frac{\omega}{\omega_c} = 2,5$. (Resp: 47,63dB)
14. Encontre o protótipo para um filtro de Cheb com $n = 5$, $\alpha_p = 0,1dB$, $R_s = 50$ e $R_L = 5 \times R_s$.
15. Escalone o protótipo obtido no exercício anterior tal que $f_c = 50MHz$ e mesmas impedâncias de fonte e carga (Res: 45pF; 235nH; 116pF; 291nH; 100pF.)
16. Projete um FPB atendendo as seguintes especificações:
- $f_c = 35MHz$
 - atenuação maior que 60dB em $f = 105MHz$
 - $R_s = 50$ e $R_L = 500$. (Resp: $n = 7$; elementos: 21pF; 152nH; 97pF; 323nH; 414nH; 143pF)
17. Projete um FPA com elementos LC e $f_c = 60MHz$ capaz de proporcionar uma atenuação de pelo menos 40dB em 30MHz. Admita $R_s = R_L = 300$ e uma oscilação de até 0,5dB na faixa de passagem (Resp: Cheb de 5 elementos: 4,9pF;

DEEL - Telecomunicações

611nH; 3,3pF; 611nH e 4,9pF)

18. Encontre o protótipo Butter LPF tal que quando transformado seja capaz de satisfazer os seguintes requisitos do FPF:

$$BW_{3dB} = 2MHz \quad \text{e} \quad BW_{40dB} = 6MHz$$

(resp: Butter com $n = 5$ elementos)

19. Projete um filtro passa-bandas com os seguintes requisitos:

- $f_o = 75MHz$
- $BW_{3dB} = 7MHz$
- $BW_{45dB} = 35MHz$
- ondulação na faixa de passagem: 1dB
- $R_s = 50$ e $R_L = 100$. (pares de elementos: 1007pF e 4,47nH; 2,4pF e 1,86uH; 504pF e 8,93nH)

20. (Aval1, 2002) (2,0ptos) Um transformador com indutância do primário $L_1 = 25uH$ e secundário $L_2 = 200uH$, sendo primário e secundário fortemente acoplados, é empregado no circuito da figura 49. Pede-se

- freq de ressonância;

DEEL - Telecomunicações

- Q^{equiv} ;
- largura de banda do circuito e a resposta em freq. em torno de ω_o ?

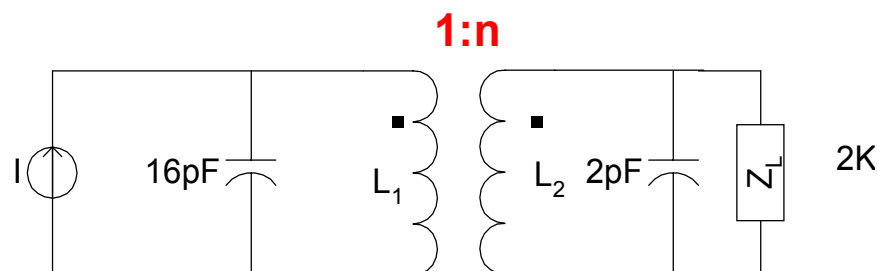


Fig.49. Transformador de RF fortemente acoplado.

21. (Aval1, 2002) (2,0ptos) A figura 50 mostra M amplificadores seletivos, tendo cada um $Q_{Load} = 55$.

- Quais são as duas principais funções (razões) para se cascatear amplificadores sintonizados.
- Qual o **mínimo número de estágios**, M para se obter $Q_{equiv} = 125$
- determinar o menor M' que satisfaça a condição de atenuação de pelo menos

DEEL - Telecomunicações

40dB de uma frequência interferente distanciada de $\pm 4\%$ da freq de ressonância dos circuitos sintonizados, $f_0 = 21MHz$

- d. determinar a largura de banda de $-3dB$ da resposta completa $\frac{E_2}{E_1}$ para o conjunto de M circuitos ativos sintonizados em cascata.

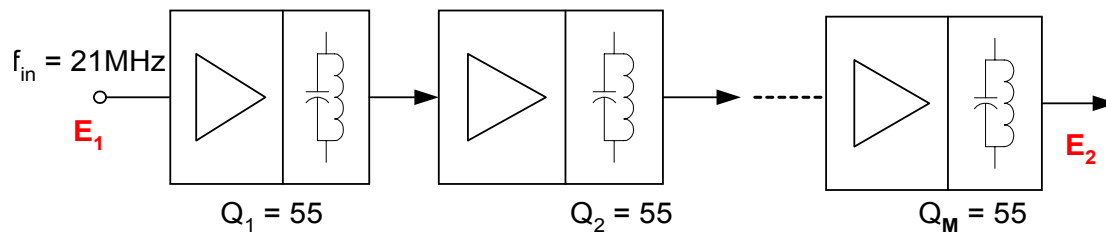


Fig.50. M estágios ativos sintonizados.

22. (Aval1, 2002) (3,5ptos) Seja um FPA com resposta Butterworth e freq de corte igual a $15MHz$. Este filtro deve ser capaz de proporcionar uma atenuação de pelo menos $22dB$ para uma freq de $7,5MHz$. Sabendo-se que $R_L = 50\Omega$ e $R_s = 10\Omega$, obter:
- (1,0) a menor ordem possível para o filtro tal que ainda atenda as especificações acima.
 - (1,0) o protótipo passa-baixas.

DEEL - Telecomunicações

- (1,0) obter os elementos do filtro FPA
 - (1,0) atenuação exata para cada uma das duas freqs: $f_1 = 850KHz$ e $f_2 = 28,5MHz$.
23. (Aval1, 2002) (2,5ptos) Dado um circuito ressonante LC da figura 51 e a respectiva tensão sobre R_L em função da freq, figura 52, obtenha:
- Q^{Loaded} para do circuito como um todo.
 - $Q^{Indutor}$ e a respectiva resistência de perdas série do indutor L admitindo-se que não há perdas no capacitor C.
 - O circuito ressonante LC está configurado no modo série ou paralelo ? Justifique.
 - Qual a rejeição, em dB, para a freq de $100KHz$?

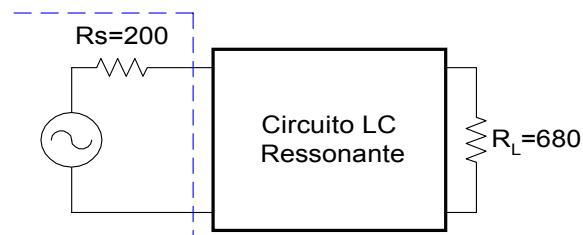
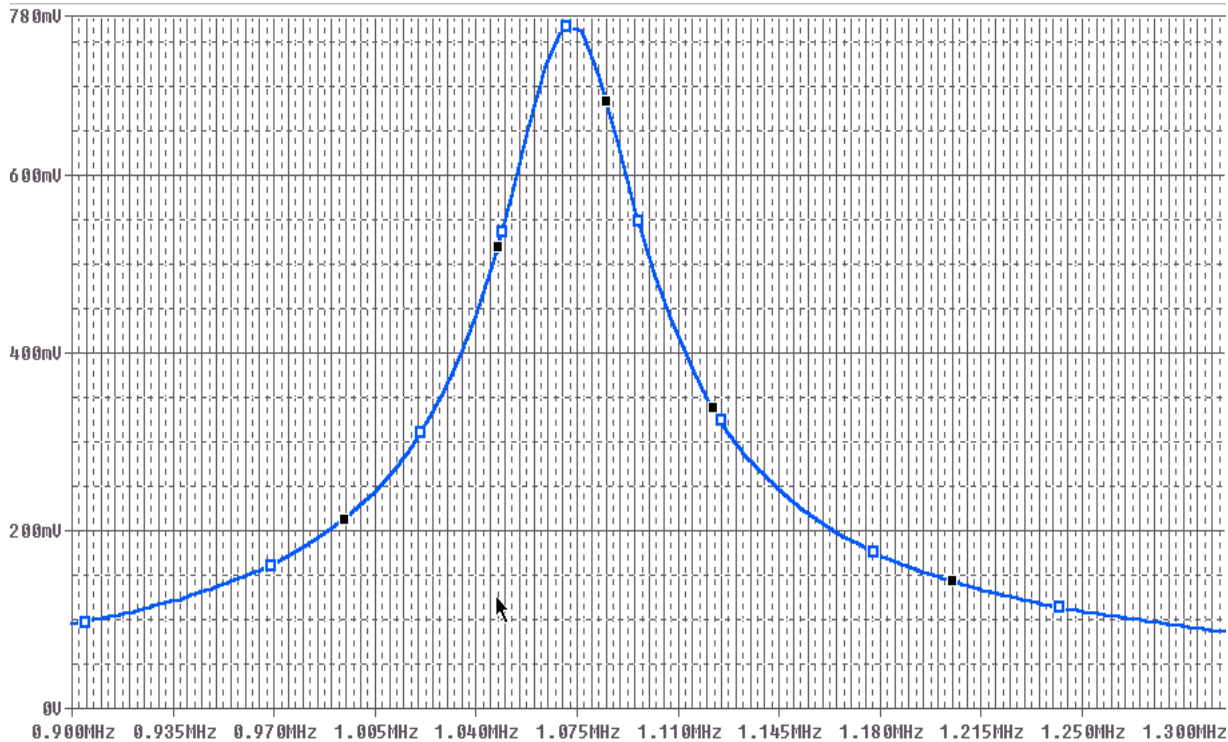


Fig.51. Configuração para a determinação da resistência de perdas do indutor.

DEEL - Telecomunicações

Fig.52. Eixo y: V_{RL} ; eixo x: freq.

DEEL - Telecomunicações

9 Apêndice A - dBm

No caso de utilizarmos um filtro onde são conhecidas as impedâncias da entrada e de saída, pode-se **converter os ganhos de tensão, corrente e potência** entre si, mediante a simples aplicação das relações fundamentais entre essas três grandezas. Além disso, o conceito do decibel é de fundamental importância para a Eng. de Telecomunicações na forma do **dBm** e **dBr**.

9.1 dBm

A grandeza **dBm** é a expressão de uma potência sobre uma carga de 600Ω , em relação à potência padrão de **1mW**:

$$P(\text{dBm}) = 10 \log \frac{P(W)}{1 \times 10^{-3}} \quad ((39))$$

Assim; nível dBm é uma potência de 1mW sobre uma carga de $Z = 600\Omega$, ou ainda:

$$V = \sqrt{P_{ot} \times Z} = \sqrt{1 \times 10^{-3} \times 600} = 774mV \quad ((40))$$

DEEL - Telecomunicações

A vantagem de se trabalhar com dB (ou dBm e dBv) é a facilidade dos cálculos, em relação aos números puros, uma vez que operações de multiplicação transformam-se em somas de dB e as divisões em subtrações de dB .

9.2 dBv

Quando se deseja adotar uma determinada potência como a potência padrão (ou de referência) em um sistema, pode-se usar a escala relativa em dB , ou seja, o dBv . Esta escala permite definir uma Potência qualquer em relação a uma outra previamente definida como **0 dBv** .

9.2.1 Exemplo 1: Determinar a potência relativa a -10 dBm .

De (39),

$$\begin{aligned} P &= 1 \times 10^{-3} \times 10^{\frac{P(dBm)}{10}} \quad [W] \\ &= 10^{\frac{P(dBm)}{10}} \quad [mW] \\ &= 10^{-1} \quad [mW] \end{aligned}$$

9.2.2 Exemplo 2: Determinar a potência em dBm relativa a $2W$.

De (39):

$$P(dBm) = 10 \log \frac{2}{1 \times 10^{-3}} \simeq +33 [dBm]$$

9.2.3 Exemplo 3: Determinar a tensão de saída do sistema:

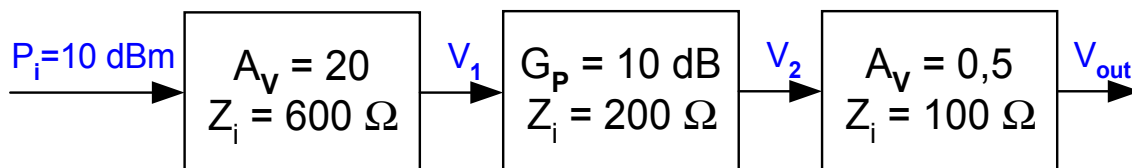


Fig.53. Exemplo de uso de dBm em sistema.

A potência de entrada, em Watts é:

$$P_i(dBm) = 10 = 10 \log \frac{P_i}{1 \times 10^{-3}} \implies P_i = 10mW$$

então:

$$V_i = \sqrt{P_i \times Z_i} = \sqrt{10 \times 10^{-3} \times 600} = 2,45V$$

$$V_1 = A_V \times Z_i = 20 \times 2,45 = 49V$$

$$P_1 = \frac{V_1^2}{Z_i} = \frac{49^2}{200} \approx 12W$$

$$G_P = 10 = 10 \times \log \frac{P_2}{P_1}$$

$$1 = \log \frac{P_2}{12} \Rightarrow P_2 = 120W$$

$$V_2 = \sqrt{P_2 \times Z_i} = \sqrt{120 \times 100} = 109,5V$$

$$V_o = A_V \times V_2 = 0,5 \times 109,5 = 54,75V$$

9.2.4 Exemplo 4: Determinar P no sistema:

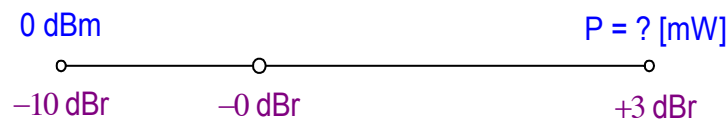


Fig.54. Relações em um sistema utilizando dBr.

Referência neste sistema:

$$0dBm = 1mW = -10dBr$$

De $-10dBr$ a $+3dBr$ há uma separação (ou ganho) de $13dB$. Em termos de potência, o ponto de $+3dBr$ equivale a:

$$G_P (dBm) = 13 = 10 \log \frac{P}{1 \times 10^{-3}} \Rightarrow P = 19,9mW$$

Bibliografia

- [1] C. Bowick, *RF Circuit Design*. Butterworth-Heinemann, 1982.
- [2] G. C. Thomas and J. W. L. Patra, *Introduction to Circuit Synthesis and Design*,. McGraw Hill - Kogakusha, 1977.
- [3] A. Zverev, *Handbook of Filter Synthesis*. Wiley, 1967.
- [4] G. L. Mattei, L. Young, and E. M. T. Jones, *Microwave Filters, Impedance-Matching Networks and Coupling Structures*. McGraw Hill (reimpresso pela Artech House, Boston), 1964.
- [5] J. B. Hagen, *Radio-Frequency Electronics - Circuits and Applications*. Cambridge, UK - New York, USA - Melbourne, Australia: Cambridge Universit Press, 1999 (Second edition).
- [6] U. L. Rohde, J. Whitaker, and T. T. N. Bucher, *Communications Receivers*. New York: McGraw-Hill, second ed., 1997.
- [7] J. Smith, *Modern Communication Circuits*. N.York: McG raw-Hill, second ed., 1998.
- [8] J. L. Hood, *The Art of Linear Electronics*. Oxford, UK: Butterworth-Heinemann Ltd, 1996.