Universidade

Estadual de Londrina

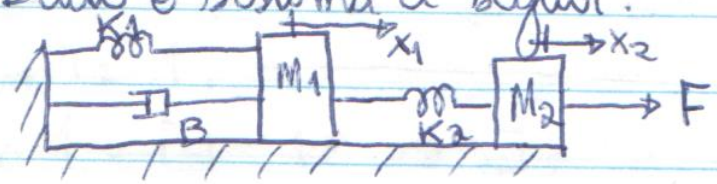
Centro de Tecnologia e Urbanismo
Departamento de Engenharia Elétrica

Laboratório de 2ele044 T-1011 e T-1012 **Londrina, __ de _________de 2015.**

Nome:

Estudo sobre modelos análogos mecânicos.

1) Dado o sistema a seguir:



a) determine a analogia elétrico-mecânica

b) resolva o circuito elétrico p/ $I_2(s)/V(s)$

c) aplique um degrau unitário

$K_1 = K_2 = 100 N/m$

$M_1 = 10 Kg$ $M_2 = 20 Kg$

$B = 0{,}5 N/m \cdot s^{-1}$

Universidade

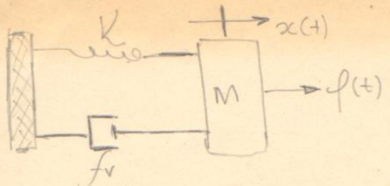
Estadual de Londrina

Centro de Tecnologia e Urbanismo
Departamento de Engenharia Elétrica

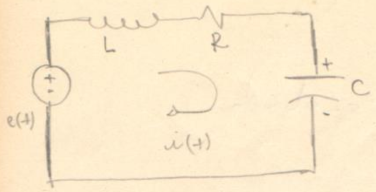
Laboratório de 2ele044 T-1011 e T-1012 **Londrina, __ de _________de 2015.**

Nome:

Circuitos elétricos análogos



$$(Ms^2 + f_v s + K)X(s) = F(s) \qquad (1)$$

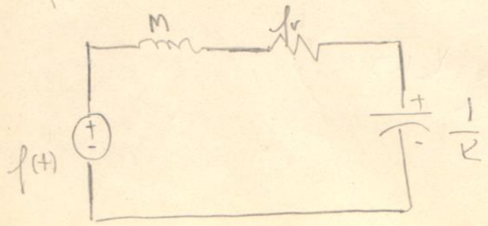


$$\left(Ls + K + \frac{1}{Cs}\right) I(s) = E(s) \qquad (2)$$

A equação (1) e equação (2) não são análogos diretamente por causa que o deslocamento e a corrente não são análogos. Criamos uma analogia, em (2), para converter deslocamento em velocidade, basta dividir e multiplicar o lado esquerdo da equação.

$$\frac{Ms^2 + f_v s + K}{s} s X(s) = \left(Ms + f_v + \frac{K}{s}\right) V(s) = F(s) \qquad (3)$$

Comparando (2) com (3), reconhecemos a soma de impedâncias e desenhamos o circuito



massa M → indutor = M henries
fricção viscosa f_v → resistor = f_v ohms
Spring K → capacitor = $\frac{1}{K}$ farads
força aplicada f(t) → fonte de tensão f(t)
velocidade v(t) → corrente v(t)

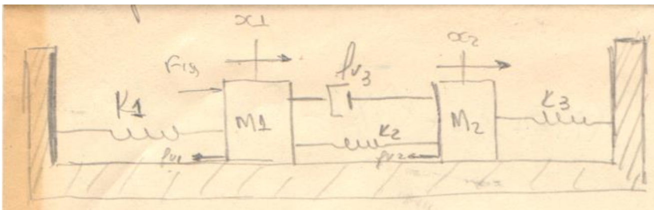
Universidade

Estadual de Londrina

Centro de Tecnologia e Urbanismo
Departamento de Engenharia Elétrica

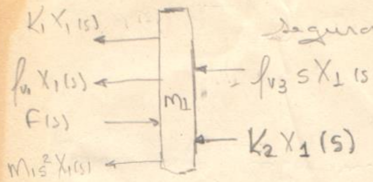
Laboratório de 2ele044 T-1011 e T-1012 **Londrina, __ de _________de 2015.**

Nome:

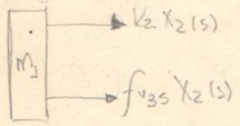


forças em M_1

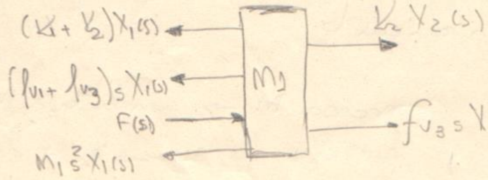
segurar M_2 e mover M_1 para a direita



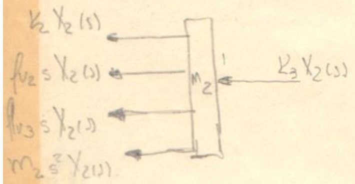
segurar M_1 e mover M_2 para a direita



A força total é a superposição, ou soma das forças em M_1

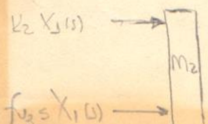


forças em M_2



segurar M_1 e mover M_2 para a direita

segurar M_2 e mover M_1 para a direita



Universidade

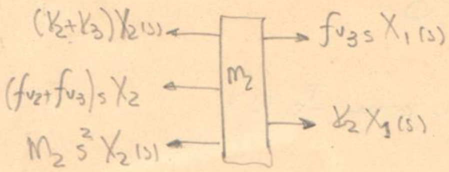
Estadual de Londrina

Centro de Tecnologia e Urbanismo
Departamento de Engenharia Elétrica

Laboratório de 2ele044 T-1011 e T-1012 **Londrina, __ de _________de 2015.**

Nome:

a soma total em M_2



$$[M_1 s^2 + (f_{v1}+f_{v3})s + (K_1+K_2)]X_1(s) - (f_{v3}s+K_2)X_2(s) = F(s)$$

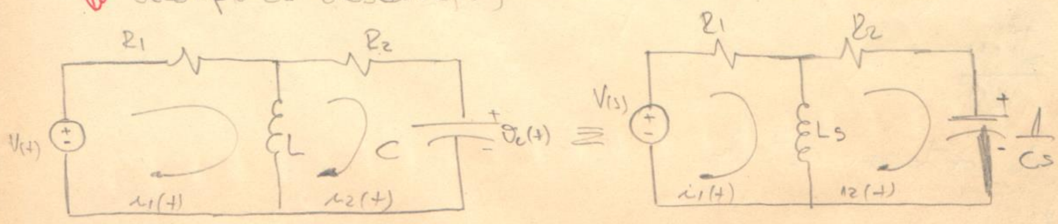
$$-(f_{v3}s+K_2)X_1(s) + [M_2 s^2 + (f_{v2}+f_{v3})s + (K_2+K_3)]X_2(s) = 0$$

note que:

[soma das impedâncias conectadas ao movimento de X_1] $\cdot X_1(s)$ − [soma das impedâncias entre X_1 e X_2] $X_2(s)$ = [soma das forças aplicadas em X_1]

− [soma das impedâncias entre X_1 e X_2] $X_1(s)$ − [soma das impedâncias conectadas ao movimento X_2] $X_2(s)$ = [soma de forças aplicadas em X_2]

b) Exemplo de resolução;



$$R_1 I_1(s) + LsI_1(s) - LsI_2(s) = V(s)$$

$$LsI_2(s) + R_2I_2(s) + \frac{1}{Cs}I_2(s) - LsI_1(s) = 0$$

Universidade

Estadual de Londrina

Centro de Tecnologia e Urbanismo
Departamento de Engenharia Elétrica

Laboratório de 2ele044 T-1011 e T-1012 **Londrina, __ de _________de 2015.**

Nome:

$$(R_1 + Ls)I_1(s) \quad - Ls\, I_2(s) = V(s)$$

$$-Ls\, I_1(s) + \left(Ls + R_2 + \frac{1}{Cs}\right) I_2(s) = 0$$

usando Cramer para resolver para $I_2(s)$

$$I_2(s) = \frac{\begin{vmatrix} R_1 + Ls & V(s) \\ -Ls & 0 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{Ls\, V(s)}{\Delta}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} (R_1 + Ls) & -Ls \\ -Ls & \left(Ls + R_2 + \frac{1}{Cs}\right) \end{vmatrix} \quad \therefore G(s) = \frac{I_2(s)}{V(s)} = \frac{Ls}{\Delta} = \frac{LCs^2}{(R_1+R_2)[LCs^2 + (R_1R_2C + L)s + R_1}$$

ou seja

$$\begin{bmatrix} \text{Soma das} \\ \text{impedâncias} \\ \text{ao redor do} \\ \text{ramo 1} \end{bmatrix} I_1(s) - \begin{bmatrix} \text{Soma das impedâncias} \\ \text{comuns aos dois} \\ \text{ramos} \end{bmatrix} I_2(s) = \begin{bmatrix} \text{Soma da tensão} \\ \text{aplicada ao} \\ \text{redor de malha 1} \end{bmatrix}$$

$$-\begin{bmatrix} \text{soma das} \\ \text{impedâncias} \\ \text{comuns aos} \\ \text{dois ramos} \end{bmatrix} I_1(s) + \begin{bmatrix} \text{Soma das impedâncias} \\ \text{ao redor do} \\ \text{ramo 2} \end{bmatrix} I_2(s) = \begin{bmatrix} \text{''} \quad \text{''} \end{bmatrix}$$

Deste exercício, obtenha

$$\frac{I_1(s)}{V(s)}$$

do anterior obtenha

$$\frac{X_2(s)}{F(s)}$$

4

Universidade

Estadual de Londrina

Centro de Tecnologia e Urbanismo
Departamento de Engenharia Elétrica

Laboratório de 2ele044 T-1011 e T-1012 **Londrina, __ de _________de 2015.**

Nome:

Convertendo um sistema mecânico para analogia série

Sistema da figura (1)

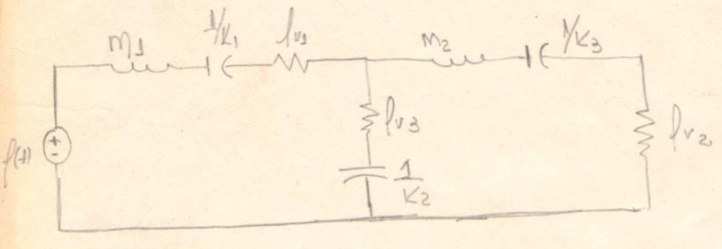
$$\left[m_1 s^2 + (f_{v1}+f_{v3})s + (K_1+K_2)\right]X_1(s) - (f_{v3}s + K_2)X_2(s) = F(s)$$

$$-(f_{v3}s + K_2)X_2(s) + \left[M_2 s^2 + (f_{v2}+f_{v3})s + (K_2+K_3)\right]X_2(s) = 0$$

resolvendo a equação para analogia elétrica, convertendo para a velocidade

$$\left[m_1 s + (f_{v1}+f_{v3}) + \frac{(K_1+K_2)}{s}\right]V_1(s) - \left(f_{v3} + \frac{K_2}{s}\right)V_2(s) = F(s)$$

$$-\left(f_{v3} + \frac{K_2}{s}\right)V_1(s) + \left[M_2 s + (f_{v2}+f_{v3}) + \frac{(K_2+K_3)}{s}\right]V_2(s) = 0$$



m → indutor

fv → resistor

K → capacitor $\frac{1}{K}$

força aplicada → fonte de tensão

Universidade

Estadual de Londrina

Centro de Tecnologia e Urbanismo
Departamento de Engenharia Elétrica

Laboratório de 2ele044 T-1011 e T-1012 **Londrina, __ de _________de 2015.**

Nome:

3-Considerando outra metodologia para obter-se modelos matemáticos com uso da técnica das equações de Lagrange. Estude o material e resolva o item "Example 1.3".

1. Encontre as equações dinâmicas.
2. Obtenha a equação dinâmica em espaço de estados
3. Determine a função de transferência do sistema.