

David Maykon Krepsky Silva

Fluxo de potência para sistemas de distribuição considerando redução de barras

### Universidade Estadual de Londrina

Centro de Tecnologia e Urbanismo Departamento de Engenharia Elétrica

### David Maykon Krepsky Silva

# Fluxo de potência para sistemas de distribuição considerando redução de barras

Trabalho de Conclusão de Curso orientado pelo Prof. Dr. Luis Alfonso Gallego Pareja intitulado "Fluxo de potência para sistemas de distribuição considerando redução de barras" e apresentada à Universidade Estadual de Londrina, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Luis Alfonso Gallego Pareja

#### Ficha Catalográfica

David Maykon Krepsky Silva

Fluxo de potência para sistemas de distribuição considerando redução de barras - Londrina, 2016 - 57 p., 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Luis Alfonso Gallego Pareja

- 1. Fluxo de potência. 2. Método de varredura. 3. Sistemas de distribuição.
- 4. Carga desbalanceada 5. Redução de barras
- I. Universidade Estadual de Londrina. Curso de Engenharia Elétrica. II. Fluxo de potência para sistemas de distribuição considerando redução de barras.

#### David Maykon Krepsky Silva

# Fluxo de potência para sistemas de distribuição considerando redução de barras

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Luis Alfonso Gallego Pareja Universidade Estadual de Londrina Orientador

M.Sc. Osni Vicente Universidade Estadual de Londrina

Dra. Silvia Galvão de Souza Cervantes Universidade Estadual de Londrina



# Agradecimentos

A minha família, que, diante de todas as adversidades encontradas, lutou e tornou este trabalho possível.

Ao meu orientador Dr. Luis Alfonso Gallego Pareja, pela disposição, paciência e compreensão.

Ao meu grande amigo e sócio Heitor Henrique Freire Arns, por me aturar e motivar a seguir em frente, independente das barreiras encontradas.

A UEL e o Dep. de Engenharia Elétrica, que me proporcionaram a oportunidade desta graduação e pela excelência no serviço prestado.

A todos meus amigos que se mostraram presentes nos últimos anos.

E a todos aquele que, direta ou indiretamente, contribuíram para este trabalho.

"May God bless and keep you always,
May your wishes all come true,
May you always do for others
And let others do for you.
May you build a ladder to the stars
And climb on every rung,
May you stay, forever young."
(Bob Dylan)

**David Maykon Krepsky Silva**. 2016. 57 p. Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Elétrica - Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

## Resumo

Devido ao aumento no consumo de energia elétrica nos últimos anos, os sistemas de distribuição estão maiores e mais complexos. Assim, torna-se cada vez mais comum o uso do fluxo de potência para melhorar a qualidade e o desempenho das redes de distribuição. Os métodos tradicionais de cálculo do fluxo de potência, como os métodos de Newton-Raphson e Gauss-Seidel, apresentam problemas de desempenho e convergência devido as características peculiares dos sistemas de distribuição, sendo necessário um algoritmo rápido e robusto para possibilitar sua aplicação nesses sistemas. Este trabalho apresenta uma análise comparativa entre dois métodos de varredura populares na literatura, de modo a avaliar a velocidade e a convergência dos mesmos para sistemas radiais com 14, 34, 70, 135, 793 e 3373 barras. O primeiro método avaliado, originalmente proposto por (SHIRMOHARMNADI, 1988), consiste na aplicação direta das leis de Kirchhoff. O segundo método, descrito por (CESPEDES, 1990), utiliza a Lei de Ohm, eliminando a fase da tensão nas equações do fluxo de potência, possibilitando uma simplificação dos cálculos. De acordo com as simulações realizadas, os dois métodos se mostram robustos em relação a convergência, não apresentando problemas e utilizando poucas iterações nos sistemas analisados. Ambos os métodos possuem desempenho parecido, no quesito velocidade, para sistemas de poucas barras, porém, para sistemas grandes (793 e 3373 barras), a diferença se torna evidente, sendo o segundo método, aproximadamente, duas vezes mais rápido que o primeiro. É proposto um algoritmo para remoção de barras redundantes, que se mostrou capaz de reduzir drasticamente o tempo computacional utilizado. Devido a característica desacoplada da reintrodução das barras, isto é, sem considerar a interferência entre fases, é introduzido uma pequena variação no resultado para as barras que foram retiradas. Com a redução no número de barras utilizadas na elaboração do fluxo de potência, ambos os métodos possuem tempo computacional semelhante, diferenciando apenas por alguns milissegundos.

Palavras-Chave: 1. Fluxo de potência. 2. Método de varredura. 3. Sistemas de distribuição. 4. Carga desbalanceada 5. Redução de barras

Power flow for distribution systems considering bars reduction. 2016. 57 p. Monograph in Engenharia Elétrica - Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

# Abstract

....

**Key-words:** 1. Power flow. 2. Backward-Forward Sweep. 3. Distribution systems. 4. Three-phase systems 5. Bars reduction

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Diagrama de um sistema elétrico de potência	19
Figura 2 – Sistema Interligado Nacional (SIN)	20
Figura 3 – Fonte para produção de energia elétrica em 2014	21
Figura 4 — Perdas elétricas de transmissão e distribuição em %	23
Figura 5 — Perfil de consumo de energia elétrica no Brasil, julho de 2015	23
Figura 6 — Perdas por tipo das 10 maiores distribuidoras de energia elétrica	24
Figura 7 – Localização das concessionárias de distribuição de energia elétrica do	
Brasil	28
Figura 8 – Diagrama unifilar de um sistema de subtransmissão radial	29
Figura 9 — Diagrama unifilar de um sistema de subtransmissão radial com recurso.	30
Figura 10 – Diagrama unifilar de um sistema de subtransmissão em anel	30
Figura 11 – Diagrama unifilar de um sistema de subtransmissão reticulado	31
Figura 12 – Diagrama unifilar de um sistema de distribuição	32
Figura 13 – Representação de uma linha trifásica conectando as barras $i$ e $j$	34
Figura 14 – Conexão entre as barras $s$ e $r$	36
Figura 15 – Sistema radial monofásico com 6 barras	41
Figura 16 – Conexão entre as barras 3 e 5 para o sistema da figura 15	41
Figura 17 – Conexão entre as barras $1$ e $3$ da figura 15	42
Figura 18 – Sistema reduzido	43
Figura 19 – Fluxograma do algoritmo para remoção das barras	45
Figura 20 – Fluxograma do algoritmo para restauração das barras	48
Figura 21 – Tempo de execução dos algoritmos do fluxo de potência	49
Figura 22 — Número de iterações necessárias para convergência dos sistemas de teste.	50
Figura 23 – Tempo de execução dos algoritmos do fluxo de potência com otimização.	51
Figura $24$ – Número de iterações necessárias para convergência com otimização	52

# Lista de tabelas

Tabela 1 –	Usinas em construção no Brasil em 2014	21
Tabela 2 –	Geração elétrica por fonte no Brasil (GWh)	22
Tabela 3 –	Perdas totais na rede em 2014	24
Tabela 4 –	Valores de tensão padronizados para interconexão dos SEPs e consumo	
	final	27
Tabela 5 –	Tempo de execução	49
Tabela 6 –	Tempo de execução com otimização.	50

# Lista de Siglas e Abreviaturas

ANEEL Agência Nacional de Energia Elétrica

AT Alta Tensão
BT Baixa Tensão
GWH Giga Watt Hora
KWH Kilo Watt Hora
MT Média Tensão

ONS Operador Nacional do Sistema Elétrico

PU Valor em por unidade.

SDE Sistema de Distribuição de Energia Elétrica

SE Subestação

SEP Sistema Elétrico de Potência SIN Sistema Interligado Nacional

UC Unidade Consumidora

# Lista de Símbolos e Notações

 $|\cdot|$  Operador valor absoluto (módulo)

 $\angle x$  Operador fase do número complexo x

 $\Im\{\cdot\}$  Operador parte imaginária

 $\begin{array}{ll} P & \text{Potência real} \\ Q & \text{Potência reativa} \\ \Re\{\cdot\} & \text{Operador parte real} \\ S & \text{Potência complexa} \end{array}$ 

S Potência complexa trifásica

V Tensão

f V Tensão trifásica Z Impedância

Z Matriz de impedância trifásica

 $\epsilon$  Tolerância

Palavras em *itálico* são empregadas para identificar termos de língua inglesa não traduzidos.

# Sumário

	Lista de ilustrações	9
	Lista de tabelas	10
	Sumário	13
1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Motivação e justificativa	15
1.2	Objetivos	16
1.3	Metodologia	16
1.4	Organização do trabalho	<b>17</b>
2	ENERGIA ELÉTRICA NO BRASIL	19
2.1	Sistema Elétrico de Potência brasileiro	19
2.2	Fontes de energia elétrica	20
2.3	Perdas do sistema	22
2.4	Ferramentas para melhoria dos sistemas de distribuição	24
2.4.1	Fluxo de potência	<b>25</b>
2.4.2	Fluxo de potência ótimo	<b>25</b>
2.4.3	$Smart\ Grid$	26
3	SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO	27
3.1	Caracteísticas gerais	<b>27</b>
3.2	Subtransmissão	29
3.3	Distribuição	31
3.4	Outras características do sistema de distribuição	32
4	FLUXO DE POTÊNCIA POR VARREDURA	34
4.1	Modelagem matemática	34
4.1.1	Linhas trifásicas	<b>34</b>
4.1.2	Linha bifásica ou monofásica	<b>35</b>
4.1.3	Cargas e geradores	<b>35</b>
4.1.4	Capacitores Shunt	<b>35</b>
4.2	Método da soma das potências	<b>35</b>
4.3	Método da soma das correntes	37
4.4	Renumeração das barras	39

5	ALGORÍTIMO PARA REDUÇÃO DE BARRAS	40
5.1	Teoria	40
5.1.1	Sistemas monofásicos	40
5.1.2	Exemplo de aplicação	41
5.1.3	Sistemas trifásicos	43
5.2	Algoritmo de redução	44
5.3	Algoritmo de restauração e compensação	46
5.4	Desvantagem da redução	46
6	RESULTADOS	49
6.1	Métodos soma de potências e soma de correntes	49
6.1.1	Diferença numérica dos resultados	49
6.1.2	Convergência	49
6.1.3	Tempo de execução	49
6.1.4	Número de iterações	<b>50</b>
6.2	Otimização	<b>50</b>
6.2.1	Tempo de execução	<b>50</b>
6.2.2	Número de iterações	51
6.2.3	Erro introduzido pela otimização	51
6.3	Descrição do programa desenvolvido	<b>5</b> 1
6.3.1	Características	<b>5</b> 1
6.3.2	Estrutura	<b>5</b> 1
6.3.3	Limitações	51
7	CONCLUSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS	53
7.1	Conclusão	53
7.2	Trabalhos futuros	53
	REFERÊNCIAS	55
7.3	Apêndice A	57

# 1 Introdução

## 1.1 Motivação e justificativa

Desde a descoberta das cargas elétricas por Tales de Mileto na Grécia antiga, a energia elétrica vem promovendo mudanças radicais na sociedade e no meio ambiente, sendo esse fato mais evidente nas últimas décadas, com o advento dos computadores, equipamentos industriais, satélites de telecomunicações e etc. Sua importância é tão grande que muitas vezes é usada como índice de desenvolvimento dos países e sua disponibilidade implica diretamente na qualidade de vida do ser humano.

A expansão populacional dos últimos séculos e o desenvolvimento tecnológico acarretam na necessidade de uma produção cada vez maior de energia. Ampliar a capacidade de produção de energia elétrica gera impactos ambientais grandes, como na construção de uma nova usina termo-elétrica, que emite grandes quantidades de gás  $CO_2$  na queima de gás natural, derivados do petróleo ou biomassa ou utiliza combustível nuclear, gerando lixo radioativo de difícil descarte, ou em uma hidrelétrica, que requer a inundação de uma vasta área e modifica todo o ecossistema local.

Deve-se aumentar a oferta de energia elétrica, gerando impactos ambientais minimizados e a um custo acessível, para viabilizar a sua utilização, de modo sustentável, por toda a sociedade.

Nos últimos anos, o problema ambiental vem sendo abordado através da utilização cada vez maior de energias renováveis e limpas, como a energia solar e a eólica. Porém, tais fontes de energia ainda apresentam um custo elevado por kilowatt produzido.

O viés utilizado para promover a acessibilidade à energia é o da melhora na eficiência dos sistemas de geração, transmissão e distribuição, com foco na redução das perdas e aprimoramento da qualidade e estabilidade da energia elétrica entregue ao consumidor.

Muitos trabalhos tem sido desenvolvidos nas áreas de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica, sendo dada uma atenção cada vez maior aos sistema de distribuição, pois é o setor que possui as maiores perdas (tanto técnicas quanto não-técnicas) e é a parte mais vulnerável a falhas. Outro motivo para o aumento no interesse em sistemas de distribuição é a possibilidade da inserção de geradores distribuídos, *smart grids* e a capacidade de otimização da rede em tempo real.

Desta forma, este trabalho se justifica na necessidade de ferramentas que melhorem os sistemas de distribuição de energia elétrica, tornando-os mais eficientes e confiáveis.

## 1.2 Objetivos

Os objetivos primários são:

- implementação dos métodos soma de correntes e soma de potências para o cálculo do fluxo de potência em sistemas de distribuição radiais;
- comparação de desempenho entre os métodos;
- desenvolvimento e análise do algoritmo para remoção de barras.

Para realizar as simulações, foi elaborado, como objetivo secundário, o desenvolvimento de um programa gráfico para análise de sistemas de distribuição utilizando os algoritmos acima citados.

## 1.3 Metodologia

Tendo em vista à necessidade de desempenho e o gasto de recursos computacionais do fluxo de potência para sistemas de distribuição, foi adotada a linguagem de programação C++ para a implementação dos algorítimos, pois a mesma possui uma boa relação entre velocidade de execução e complexidade do código fonte. De modo a facilitar o desenvolvimento da parte gráfica, foi utilizado o framework Qt, o qual possui uma extensa biblioteca de classes e funções em C++ para o desenvolvimento de aplicações multiplataforma.

O computador utilizado para realizar as simulações possui as seguintes configurações:

- processador Intel ® Core TM i5-3330 CPU @ 3.00GHz;
- memória RAM Kingston de 4GB 1333MHz;
- HD Seagate 750GB ST3750640NS;
- sistema operacional Ubuntu 15.10 x64.

A metodologia utilizada para o desenvolvimento deste trabalho segue as seguintes etapas:

- 1. desenvolvimento da interface gráfica inicial;
- 2. implementação dos algoritmos do fluxo de potência;
- 3. implementação do algoritmo para redução de barras;
- 4. análise de performance para vários sistemas de distribuição.

## 1.4 Organização do trabalho

Este trabalho está organizado da seguinte forma:

No Capítulo 2 são apresentadas informações gerais sobre a atual situação do setor de energia elétrica no Brasil. São analisadas as características do sistema elétrico, as fontes de energia e os fatores que influenciam no preço do kWh produzido.

Esse capítulo também evidência as perdas no sistema elétrico, mostrando uma comparação em âmbito internacional da eficiência dos sistemas elétricos de potência e investigando os tipos de perda predominante no sistema brasileiro.

É discutido como o fluxo de potência auxilia no melhoramento dos sistemas de distribuição de energia elétrica e a necessidade de algoritmos robustos e velozes. O capítulo termina apresentando outras ferramentas que utilizam o fluxo de potência para aprimorar o custo e a qualidade da energia nos sistemas de distribuição de energia elétrica, como o fluxo ótimo, algoritmos de detecção de furto de energia e os *Smart Grids*.

O Capítulo 3 explora as características e componentes do sistemas de distribuição de energia elétrica. São apresentados os componentes e as topologias de rede empregadas para levar a energia até os consumidores.

Faz-se uma menção aos métodos de Newton-Rahpson e de Gauss-Seidel, considerados os métodos clássicos na solução do fluxo de potência, de modo a evidenciar os motivos pelos quais os mesmos apresentam problemas de desempenho e convergência.

No Capítulo 4 é apresentado o modelo de linha de transmissão utilizado e são descritos os dois métodos de varredura (soma das potências e soma das correntes) empregados no cálculo do fluxo de potência para sistemas de distribuição, bem como suas limitações teóricas e práticas.

No Capítulo 5 é apresentado o método de redução proposto, junto com seu desenvolvimento matemático e as suas implicações. Para facilitar a compreensão, o capítulo explora um exemplo de aplicação a um sistema monofásico e um fluxograma dos algoritmos de redução e expansão, sendo uma sugestão de implementação.

O Capítulo 6 trata da apresentação quantitativa dos resultados obtidos com o uso da ferramenta computacional desenvolvida. São apresentados os resultados dos cálculos para os sistemas de 14 e 34 barras, sendo realizada uma verificação entre o resultado obtido por cada um dos métodos, com e sem a remoção de barras, de modo verificar a diferença numérica resultante. Também é analisado o tempo e o número de iterações utilizado por cada algoritmo para os sistemas de 14, 34, 70, 136, 793 e 3373 barras para determinar

qual o método mais rápido e qual o impacto da remoção das barras inertes.

Também é apresentado o programa computacional resultante deste trabalho, a sua organização em termos de software, a abordagem orientada a objetos utilizada para a implementação do fluxo de potência e modelagem dos elementos, suas funcionalidades e suas limitações.

No Capítulo 7 são apresentadas as conclusões referentes à metodologia utilizada e as técnicas empregadas para execução desta monografia. É feita uma análise qualitativa dos resultados obtidos e de sua importância. São discutidas as dificuldades encontradas durante a execução deste trabalho e os mecanismos utilizados para superar as mesmas. Por fim, são apresentadas algumas ideias para trabalhos futuros, de modo a desenvolver a área de sistemas elétricos de potência.

# 2 Energia elétrica no Brasil

#### 2.1 Sistema Elétrico de Potência brasileiro

O Sistema Elétrico de Potência (SEP) brasileiro é definido como o conjunto de instalações e equipamentos destinados a geração, transmissão e distribuição de energia elétrica, regulamentado em 1978 pela Portaria № 3.214. Esse sistema inclui desde as usinas geradoras até os equipamentos de medição nas unidades consumidoras e está presente em todo território nacional. A figura 1 exibe um diagrama com os principais componentes de um SEP e suas tensões de trabalho.

Legenda: Subestação Vermelho: Geração Abaixadora Consumidor de Transmissão Linhas de Transmissão Subtransmissão Verde: Distribuição 765, 500, 345, 230 e 138 kV 26kV e 69kV Preto: Consumidor Gerador Consumidor Primário 13kV e 4kV Consumidor Secundário Consumidores Livres Subestação Elevadora 138kV ou 230kV

Figura 1 – Diagrama de um sistema elétrico de potência.

Fonte: United States Department of Energy, 2014<sup>1</sup>.

As usinas geradoras e a infraestrutura de transmissão constituem Sistema Interligado Nacional (SIN), mostrado na figura 2, e fornecem 98,3% da energia elétrica consumida no país (ONS, 2015). Os 1,7% restantes encontram-se em pequenos sistemas, chamados sistemas isolados, localizados em sua grande maioria na região amazônica. O órgão responsável pela operação e manutenção do SIN é o Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) que, desde 26 de agosto de 1998, trabalha para garantir a segurança, continuidade e a economicidade do suprimento de energia elétrica para o país.

O sistemas de distribuição (elementos em verde na figura 1) é o responsável por receber a energia em alta tensão do SIN e entregá-la aos consumidores a um nível de tensão adequado. Esse sistema é controlado por empresas públicas ou privadas, denominadas concessionarias de energia elétrica, que operam sob fiscalização da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) e entregam energia para as mais de 77 milhões de unidades consumidoras (UC) (MME, 2015).

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Tradução do autor.

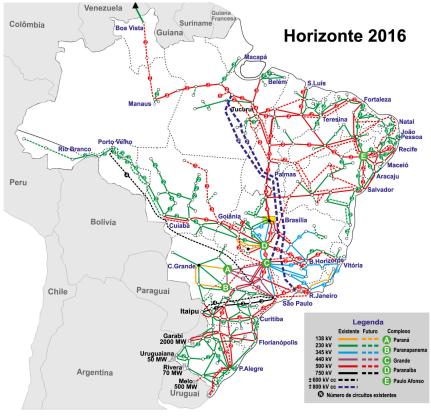


Figura 2 – Sistema Interligado Nacional (SIN).

Fonte: Dados Relevantes 2014, ONS.

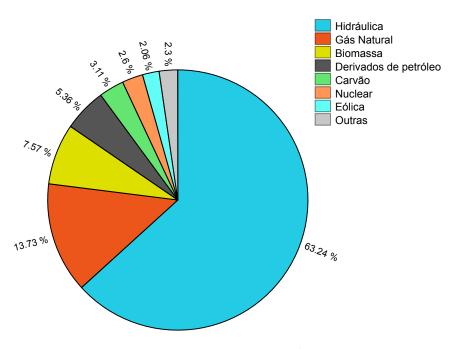
O termo unidade consumidora se refere ao conjunto de instalações e equipamentos elétricos, pertencentes a um consumidor, que recebe energia elétrica através de um único ponto de entrega, com medição individual.

## 2.2 Fontes de energia elétrica

Devido a abundância de cursos d'água, a principal fonte de energia elétrica no Brasil é a hídrica. Apesar de ser um recurso renovável, as usinas hidrelétricas, que compõem 63% da geração total (figura 3), vem apresentando problemas para suprir a demanda crescente. Longos períodos de estiagem diminuem os reservatórios, resultando em um aumento no uso de energia termelétrica, que é mais cara e mais poluente. Sendo assim, o custo do kWh é diretamente influenciado pelo índice pluviométrico na região das usinas (ANEEL, 2015a).

A tabela 2 apresenta a quantidade de energia produzida de acordo com a fonte utilizada e sua variação entre os anos de 2010 e 2014. Nota-se que mesmo com o crescimento da demanda, a utilização de recursos hídricos sofreu uma redução no período avaliado, enquanto a geração térmica (gás natural, derivados de petróleo, carvão e biomassa) aumentou consideravelmente.

Figura 3 – Fonte para produção de energia elétrica em 2014.



Fonte: Autoria própria<sup>2</sup>.

Embora a quantidade de energia eólica utilizada tenha sido relativamente baixa (menor que 5% da produção total), os programas de incentivo fiscal, a exemplo do Programa de Incentivo às Fontes Alternativas de Energia Elétrica (Proinfa), e o investimento no setor tem apresentado resultados significativos, como o crescimento de mais de 4 vezes na quantidade de energia elétrica produzida para a geração eólica em 5 anos. Em conjunto com os dados da tabela 1, que expõe a grande quantidade de parques eólicos sendo construídos em 2014, fica evidente que há uma tendência crescente no uso dessas fontes alternativas de energia. Isso culmina em uma diversificação da matriz energética do país, reduzindo a emissão de poluentes e tornado-a menos vulnerável a escassez de um ou outro determinado recurso.

Tabela 1 – Usinas em construção no Brasil em 2014.

Tipo	Quantidade
Hidrelétrica	11
Eolielétrica	131
Termelétrica	28
Termonuclear	1
PCH	41
Central Hidrelétrica	1

Fonte: Anuário Estatístico de Energia Elétrica 2015, Empresa de Pesquisa Energética.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Dados de EPE (2015).

Tabela 2 – Geração elétrica por fonte no Brasil (GWh)

	2010	2011	2012	2013	2014	$\Delta\%_{2010-2014}$
Gás Natural	36476	25095	46760	69003	81075	122,3
Hidráulica	403290	428333	415342	390992	373439	-7,4
Deriv. Petróleo	14216	12239	16214	22090	31668	122,8
Carvão	6992	6485	8422	14802	18385	163,0
Nuclear	14523	15659	16038	15450	15379	5,9
Biomassa	131209	31633	34662	39679	44733	43,3
Eólica	2177	2705	5050	6578	12210	460,9
Outras	6916	9609	10010	12241	13590	96,5
Total	515799	531758	552498	570835	590479	14,5

Fonte: Anuário Estatístico de Energia Elétrica 2015, Empresa de Pesquisa Energética.

#### 2.3 Perdas do sistema

As perdas são parte intrínseca dos SEPs, não podendo ser evitadas e sim reduzidas para níveis aceitáveis. Essas são divididas em duas categorias, de acordo com sua origem, em perdas técnicas e não-técnicas.

As perdas técnicas são inerentes do transporte da energia e sua conversão para os diferentes níveis de tensão utilizados. São causadas principalmente pelo efeito Joule e pela fuga de corrente e estão presente nos cabos, transformadores, isoladores e outros equipamentos que compõem o SEP.

Já as perdas não-técnicas estão relacionadas ao processo de comercialização e distribuição, sendo causadas por erros de medição, fraudes e, em sua maior parte, furto de energia (conhecido popularmente como "gato").

A soma das perdas técnicas e não-técnicas é denominada perdas totais do sistema e serve como indicador da eficiência do sistema.

A figura 4 apresenta um quadro comparativo entre as perdas totais do sistema elétrico brasileiro e de outros quatro países (China, Estados Unidos, Finlândia e Alemanha), bem como a média mundial (traçado em verde).

Nota-se que, mesmo possuindo um território maior que o do Brasil, Estados Unidos e China tem um melhor desempenho no setor de energia elétrica. O percentual de perdas do país (aproximadamente 17% em 2012) encontra-se acima média mundial (8%), sendo que em países tidos como referência em eficiência (Alemanha e Finlândia) as perdas correspondem a 4%.

Esses fatos indicam a necessidade de melhorias no SEP nacional. O problema fica mais evidente quando observa-se o perfil de consumo de energia elétrica do país (figura 5), onde as perdas foram maiores que toda energia elétrica consumida pelo setor comercial e estão próximas do valor utilizado pelo setor residencial.

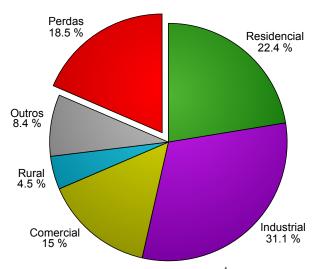
<sup>3</sup> Dados de Bank (2015).

18 Brasil China 16 Finlândia Alemanha Mundo 14 Estados Unidos Perdas [%] 8 12 8 6 2002 2003 2004 2005 2006 2007 2008 2009 2010 2011 2012 Ano

Figura 4 – Perdas elétricas de transmissão e distribuição em %.

Fonte: Autoria própria<sup>3</sup>.

Figura 5 – Perfil de consumo de energia elétrica no Brasil, julho de 2015.



Fonte: Autoria própria<sup>4</sup>.

Os dados apresentados até agora correspondem a média nacional, assim, em algumas regiões as perdas ultrapassam 20% (caso da região norte), chegado a mais de 60% nos sistemas isolados, conforme mostra a tabela 3.

Em algumas regiões as perdas não técnicas são maiores, mas no geral as perdas técnicas são responsáveis pela maior parte da baixa eficiência do SEP brasileiro. O gráfico da figura 6 reuni informações sobre o tipo de perda das 10 maiores, em quantidade de unidades consumidoras, distribuidoras de energia elétrica do país, evidenciando o predomínio das perdas decorrente do transporte da energia.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Dados MME (2015).

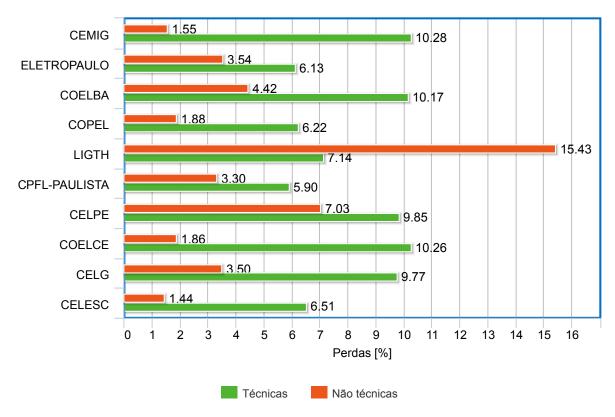
Dados ANEEL (2015b).

Tabela 3 – Perdas totais na rede em 2014.

Sistema	Perdas (%)
Sistemas Isolados	64,7
Sistema Interligado Nacional (SIN)	17,4
Norte	25,7
Nordeste	18,3
Sudeste/C.Oeste	17,2
Sul	13,6

Fonte: Anuário Estatístico de Energia Elétrica 2015, Empresa de Pesquisa Energética.

Figura 6 – Perdas por tipo das 10 maiores distribuidoras de energia elétrica.



Fonte: Autoria própria<sup>5</sup>.

# 2.4 Ferramentas para melhoria dos sistemas de distribuição

Dada a complexidade dos SEPs, faz-se necessário o uso de ferramentas computacionais e equipamentos eletrônicos para o controle e um melhor desempenho dos sistemas. Abaixo são descritas algumas ferramentas que possibilitam um aprimoramento dos sistemas de distribuição.

#### 2.4.1 Fluxo de potência

O fluxo de potência (FP), também conhecido como fluxo de carga, é um problema matemático composto por um conjunto de equações algébricas não lineares, que permite determinar os valores de tensão complexa nas barras e a potência que flui através das linhas, bem como as perdas e outras variáveis de interesse, para um sistema elétrico de potência em regime permanente. Após determinado o estado operativo sistema, é possível avaliar se o mesmo está ou não operando de forma adequada e, caso não esteja, determinar as ações corretivas para regularizar a adversidade. Dentre as principais aplicações do fluxo de potência, encontram-se:

- Análise de segurança: simula a violação dos limites de operação do sistema, permitindo que ações preventivas, ou corretivas, sejam tomadas, evitando futuras contingências ou possibilitando o reparo do sistema após uma falha.
- Planejamento: durante uma expansão, para atender uma demanda maior ou estender a área de cobertura do sistema, o FP pode ser utilizado para verificar o funcionamento da nova configuração de rede e para otimizar as perdas de operação.
- Otimização de sistemas em operação: determinar pontos onde as perdas técnicas são altas é fundamental para melhorar a eficiência na distribuição de energia. Transformadores com defeito, cabos fora das especificações e isoladores danificados prejudicam o transporte da energia elétrica, gerando prejuízos que muitas vezes passam despercebidos. O FP permite o cálculo das perdas nos componentes do sistema, possibilitando a identificação e substituição de equipamento avariado. No caso das perdas não técnicas, alguns algoritmos baseados no fluxo de potência tem surgido na literatura de modo a automatizar a detecção de fraudes na rede (RAMOS, 2014).

## 2.4.2 Fluxo de potência ótimo

O Fluxo de Potência Ótimo (FPO) é uma extensão do fluxo de potência que tem como finalidade fornecer a melhor condição de operação de um SEP de acordo com um critério pré-determinado. Um uso comum do FPO é na alocação de geradores distribuídos de modo a obter a configuração do sistema que garanta o menor custo por kWh transportado.

Devido as mudanças na estrutura econômica do setor de energia elétrica, passando um ambiente centralizado nos monopólios para um modelo competitivo, onde vários agentes produzem e transportam a energia elétrica, o FPO tem se mostrado de grande utilidade na operação e planejamento do SEP, de modo a melhorar eficiência econômica e a qualidade no fornecimento de energia (ARAUJO, 2005).

#### 2.4.3 Smart Grid

Smart Grid, ou rede inteligente, refere-se a aplicação de técnicas de tecnologia da informação, tais como Big Data, de modo a controlar de forma automatizada a geração, transmissão e distribuição de energia elétrica, visando melhorar a sua eficiência operacional. É composta por hardware (medidores inteligentes, atuadores remotos e etc.) interligados através de uma rede de comunicação confiável, que fornecem dados sobre o estado de operação do sistema para serem processados por ferramentas computacionais (software) que controlam a geração, regulação e transmissão da energia em tempo real.

Suas principais características são:

- resposta instantânea a variações na demanda;
- melhor precisão nas medições;
- facilita a inclusão de geradores distribuídos;
- comunicação entre sensores e atuadores agiliza as correções em caso de falha.
- monitora a infra-estrutura e os equipamentos em busca de condições anormais de operação;
- ajusta em tempo-real as fontes de ativos e reativos na rede, de modo a obter uma melhor qualidade na energia (maior fator de potência, menor variação de frequência e etc.);
- atua de modo a garantir o estado ótimo de operação da rede (perdas mínimas).

As redes inteligentes utilizam os algoritmos do fluxo de potência e do fluxo de potência ótimo para estimar o estado de operação do sistema e determinar as medidas necessárias para atingir os objetivos citados anteriormente, reforçando ainda mais a necessidade de algoritmos rápidos e precisos para o fluxo de potência.

# 3 Sistemas de distribuição

## 3.1 Caracteísticas gerais

Os sistemas de distribuição de energia elétrica (SDE) são compostos pelos métodos e equipamentos que realizam o transporte de potência da linha de transmissão até o consumidor final.

A distribuição começa nas estações de subtransmissão, que recebem do sistema de transmissão a energia produzida nas usinas geradoras e à encaminha as subestações de distribuição. Por sua vez, as subestações de distribuição, que se encontram perto dos centros urbanos, transformam a energia de alta tensão (AT) para média tensão (MT) e a transporta até os consumidores, por vias aéreas ou subterrâneas.

Grandes consumidores (demanda maior que 2500kW), como shopping centers, hospitais e universidades, são chamados consumidores primários, pois recebem a energia em MT (geralmente entre 13,8kV e 2,3kV) e realizam a conversão interna para seu consumo em baixa tensão (BT). Já as residencias, comércio e pequenas industrias, são ditos consumidores secundários, pois recebem a energia da rede, através nos transformadores de distribuição, pronta para o consumo em BT.

As tensões padronizadas para conexão dos SDEs são listadas na tabela 4, bem como as tensões em BT para consumo final. Além dos valores da tabela 4, existem subestações que recebem energia em 230kV, porém são poucas, devido aos custos elevados para se trabalhar nesse nível de tensão (GARCIA; DUZZI, 2012).

Tabela 4 – Valores de tensão padronizados para interconexão dos SEPs e consumo final.

Tensão [Volts]	Classificação
138k	AT
115k	$\operatorname{AT}$
88k	$\operatorname{AT}$
69k	$\operatorname{AT}$
34,5k	MT
13,8k	MT
4k	MT
2,3k	MT
220	BT
127	BT

Fonte: Resoluções ANEEL, № 505 de 26/11/2001 e № 676 de 19/12/2003.

Um outro nível de BT que era comumente utilizado é o de 110V, porém, caiu em desuso devidos as normas impostas pela Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT).

Ainda é possível encontrar redes de 110V em regiões rurais devido ao uso de transformadores bifásicos.

No Brasil, esses sistemas são administrados por 64 concessionárias, sendo nove na região norte, 11 na região nordeste, cinco na região centro-oeste, 22 na região sudeste e 17 na região sul do país, sendo que algumas atuam também em mais de uma região. As concessionárias são apresentadas de acordo com sua localização na figura 7.

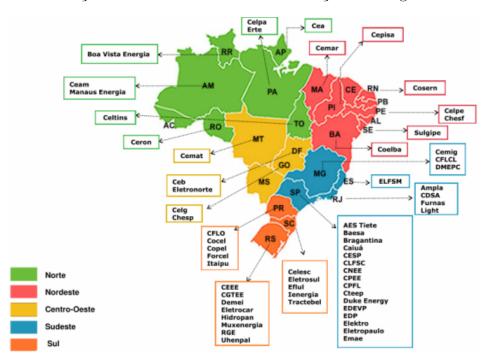


Figura 7 – Localização das concessionárias de distribuição de energia elétrica do Brasil.

Fonte: Leão, R. P. S., Universidade Federal do Ceará (UFC).

Os principais critérios de avaliação dos SDEs são:

- Segurança: Os SDEs não devem, de modo algum, apresentar riscos aos seus usuários e a equipe técnica responsável pela manutenção do mesmo.
- Flexibilidade: capacidade de adaptação do sistema a novas condições de carga e alteração da rede, com um custo de implementação mínimo e pouca necessidade de interrupção da operação.
- Continuidade: avalia os meios que o sistema possui para minimizar os efeitos de falhas e o tempo de restabelecimento da transmissão.
- Regulação de tensão: refere-se as flutuações de tensão que ocorrem pela inserção ou remoção de cargas consideráveis no sistema.
- Custo de operação: é o custo inerente de operação do sistema, influenciado diretamente pela eficiência do mesmo.

• Custo de manutenção: refere-se aos custos para reparo, inspeção e manutenção preventiva do sistema, bem como o tempo necessário para executa-las.

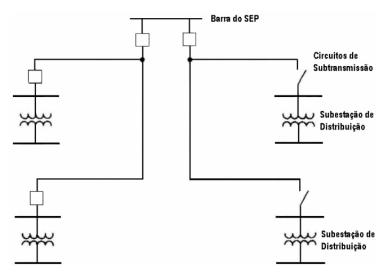
Muitos dos sistemas de distribuição são implementados visando somente o investimento inicial para inicio das operações, resultando em um baixo desempenho nos critérios citados e em prejuízos a longo prazo.

#### 3.2 Subtransmissão

A subtransmissão é o circuito que transporta a energia do sistema de transmissão até as subestações de distribuição, através de linhas trifásicas operando nos níveis de 34,5 kV, 69 kV, 88 kV, 115 kV e 138 kV. Alguns consumidores, como industrias de grande porte e estações de tratamento e bombeamento de água, são alimentados diretamente pelo sistema de subtransmissão.

A topologia mais simples para esses sistemas é a radial simples (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2005; GARCIA; DUZZI, 2012), onde a potência flui a partir da subestação de subtransmissão, passando pelas SEs de distribuição e chegando ao consumidor final. A figura 8 mostra uma representação em diagrama unifilar da topologia radial simples.

Figura 8 – Diagrama unifilar de um sistema de subtransmissão radial.

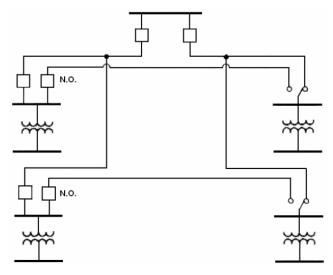


Fonte: Leão, R. P. S., Universidade Federal do Ceará (UFC).

O principal problema da distribuição radial simples é que no caso de falha, todo o sistema, a partir do local de contingência, é desconectado do barramento de alimentação, provocando a interrupção generalizada do serviço. Assim, o transporte de energia só poderá ser restabelecido após providenciados os reparos necessários, comprometendo a confiabilidade do sistema.

De modo a melhorar a confiabilidade do sistema, são adicionados alimentadores secundários, assim, quando ocorre uma falha, o serviço pode ser restaurado comutando os alimentadores. Essa topologia é chamada de radial com recurso e seu diagrama unifilar é apresentado na figura 9.

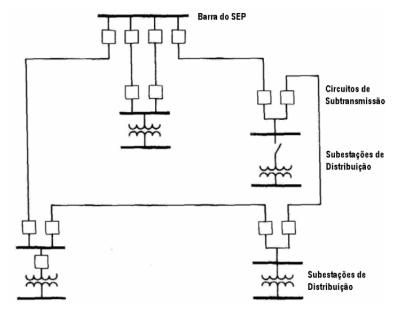
Figura 9 – Diagrama unifilar de um sistema de subtransmissão radial com recurso.



Fonte: Leão, R. P. S., Universidade Federal do Ceará (UFC).

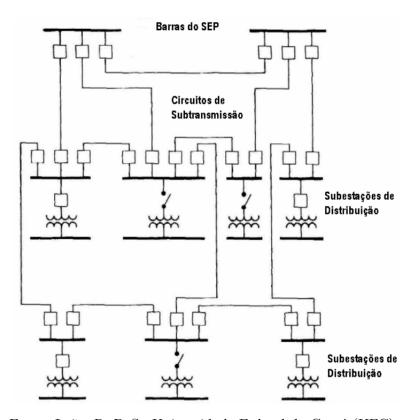
Outros arranjos que podem ser utilizados são os sistemas em anel e os sistemas em reticulado, representados nas figuras 10 e 11, respectivamente.

Figura 10 – Diagrama unifilar de um sistema de subtransmissão em anel.



Fonte: Leão, R. P. S., Universidade Federal do Ceará (UFC).

Figura 11 – Diagrama unifilar de um sistema de subtransmissão reticulado.



Fonte: Leão, R. P. S., Universidade Federal do Ceará (UFC).

## 3.3 Distribuição

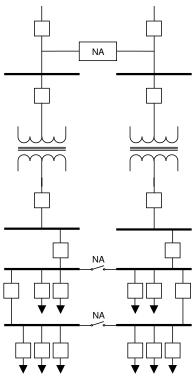
A subestações de distribuição são as responsáveis por transformar a tensão do sistema de subtransmissão em tensão primária. Normalmente operam em 13,8kV, porém é comum encontrar outros valores de MT e até mesmo AT.

As SEs de distribuição tem como objetivo o transporte de potência até os consumidores primários, aos transformadores de distribuição e as estações transformadoras. Para tal, utiliza-se de redes aéreas, com postes de madeira ou concreto, ou subterrâneas e tem, normalmente, capacidade de transportar 12MW de potência por alimentador (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2005).

As estações transformadoras (ETs) e os transformadores de distribuição convertem a tensão primária em tensão secundária para o consumidor final. No Brasil, a tensão secundária é padronizada nos valores de 127V e 220V e é usada principalmente no setor residencial.

Quanto a topologia, nos sistemas de distribuição é comum o uso de mais de um alimentador, sendo as barras interconectadas por chaves de manobra para isolar falhas no sistema. A figura 12 mostra essa topologia.

Figura 12 – Diagrama unifilar de um sistema de distribuição.



Fonte: Autoria própria.

## 3.4 Outras características do sistema de distribuição

A partir das topologias apresentadas nas seções 3.2 e 3.3, é possível notar que os sistemas de distribuição são, em sua grande maioria, radiais. Esse fato é importante para a solução do fluxo de potência, pois a eficiência dos algoritmos apresentados no capítulo 4 é diretamente influenciada pelo número de malhas na rede. Para a análise de sistemas com topologia do tipo anel, reticulado ou outra malhada, são empregadas técnicas de compensação por inserção de corrente nas barras, tornando os cálculos mais complexos e consumindo mais recurso computacional.

Os sistemas de distribuição atendem a centenas ou até mesmo milhares de consumidores, assim, devido ao seu tamanho e a quantidade de elementos presentes na rede, o uso de métodos tradicionais de cálculo do fluxo, Newton-Rapshon e Gauss-Seidel, se tornam ineficientes e de difícil convergência, devido ao tamanho da matriz admitância. Outro problema é que, dada a característica radial, a matriz admitância se torna muito esparsa, pois a maioria das barras estão conectadas somente a duas ou três outras barras.

As cargas nos sistemas de distribuição, diferente das do sistema de transmissão, são desbalanceadas. Assim, é necessário levar em consideração os fatores de assimetria da rede e, em alguns casos, considerar a influência das correntes de neutro e de terra(PIZZALI, 2003), elevando a complexidade dos cálculos.

Um outro fator importante é a relação X/R (reatância pela resistência) nos cabos de

transmissão, que causam instabilidade nos algoritmos clássicos (PIZZALI, 2003). Essa condição é agravada devido a presença de ramos longos e curtos, fazendo com que os sistemas de distribuição sejam considerados mal-condicionados (*ill-conditioned*) do ponto de vista matemático (CHENG; SHLRMOHAMMADI, 1995).

# 4 Fluxo de potência por varredura

## 4.1 Modelagem matemática

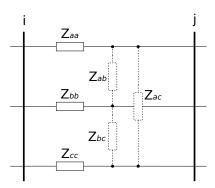
Para o estudo do fluxo de potência, é preciso realizar a modelagem matemática dos componentes reais do sistema. Os modelos apresentados nesta seção consideram a operação estática do sistema e sem interferência da frequência da tensão de suprimento.

#### 4.1.1 Linhas trifásicas

As linhas nas redes de distribuição são, geralmente, modeladas utilizando o modelo de linha curta para as redes primárias e secundárias e o de linha média ( $\pi$  nominal) para as redes de subtransmissão (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2005).

Neste trabalho é utilizado o modelo de linha curta a três fios, considerando o efeito do acoplamento entre as linha. Assim, a linha de transmissão pode ser representada graficamente conforme a figura 13.

Figura 13 – Representação de uma linha trifásica conectando as barras i e j.



Fonte: Autoria própria.

O modelo matemático utilizado para descrever a linha que conecta as barras i e j se dá na seguinte forma matricial:

$$\mathbf{Z}_{ij} = egin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix}$$

onde os elementos Zaa, Zbb e Zcc são a impedância própria das fases a, b e c, respectivamente, e os outros elementos são a impedância do acoplamento entre as fases.

#### 4.1.2 Linha bifásica ou monofásica

As linhas bifásicas e monofásicas são representadas da mesma forma que as linhas trifásicas, porém, os elementos que compõem a matriz impedância **Z**, para as fases faltantes, são considerados zero.

#### 4.1.3 Cargas e geradores

As cargas e os geradores são modelados considerando a conexão em estrela, sendo que, para cargas bifásicas ou monofásicas, é considerado que a corrente nas fases faltantes é zero. Este trabalho utiliza somente cargas que possuem potência constante.

A notação utilizada para descrever a potência complexa  ${\bf S}$  das cargas e geradores conectados na barra i é:

$$\mathbf{S}_{i} = \begin{bmatrix} S_{ia} \\ S_{ib} \\ S_{ic} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{ia} + jQ_{ia} \\ P_{ib} + jQ_{ib} \\ P_{ic} + jQ_{ic} \end{bmatrix}$$

onde P é a potência real e Q é a potência reativa.

#### 4.1.4 Capacitores Shunt

Os elementos *shunt* também são considerados como tendo potência constante. A notação utilizada para descrever-los é a mesma para as cargas e geradores.

## 4.2 Método da soma das potências

O método da soma das potências, originalmente proposto por (CESPEDES, 1990), se baseia na eliminação do ângulo de fase nas equações do fluxo de potência para simplificar a resolução do problema. Na maioria dos estudos relacionados ao fluxo de potência, o ângulo da tensão não é significante, sendo analisado somente o módulo da tensão que chega aos consumidores. Caso seja necessário, o ângulo pode ser determinado com a adição de mais uma etapa de varredura.

O algoritmo consiste em duas operações, uma a montante, ou seja, a partir dos nós mais distantes da barra de referência, e uma operação a jusante, partindo da barra de referência até as barras finais.

Na operação a montante, são calculadas as potências equivalentes em cada nó, i.e., somando somando todas as potências que são alimentadas através da barra, incluindo as perdas.

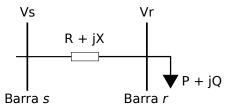
Assim, primeiro é calculada a potência na barra através da equação 4.1, até a barra inicial.

$$\mathbf{S}_{i}^{equivalente} = \mathbf{S}_{i} + \sum_{m \in M} (\mathbf{S}_{m} + \mathbf{L}_{m})$$
(4.1)

onde  $\sum (\mathbf{S}_m + \mathbf{L}_m)$  é a soma das potência e perdas no conjunto de linhas M, que saem da barra i para as barras à montante.

Na operação à jusante, partindo da barra inicial, é determinado o valor absoluto da tensão em cada barra com o uso da equação 4.2 ou 4.3.

Figura 14 – Conexão entre as barras s e r.



Fonte: Autoria própria.

$$|V_r|^4 + (2\Re{\mathfrak{e}}\{S^* \cdot Z\} - |V_s|^2)|V_r|^2 + \Re{\mathfrak{e}}\{S^* \cdot Z\}^2 + \Im{\mathfrak{m}}\{S^* \cdot Z\}^2 = 0$$
(4.2)

$$|V_r|^4 + \left[2 \cdot (PR + QX) - |V_s|^2\right] \cdot |V_r|^2 + (P^2 + Q^2) \cdot (R^2 + X^2) = 0. \tag{4.3}$$

onde:

- s: nó fonte;
- r: nó à jusante;
- $V_s$ : módulo da tensão em s;
- $V_r$ : módulo da tensão em r;
- P: potência ativa equivalente da carga em r;
- Q: potência reativa equivalente da carga em r;
- R: resistência própria da linha;
- X: reatância própria da linha.

A equação 4.2 surge da aplicação direta da Lei de Ohm ao sistema da figura 14. Ao final da operação a jusante, as perdas são atualizadas através da equação 4.4.

$$L_p = R \frac{(P^2 + Q^2)}{V_r^2} \tag{4.4}$$

$$L_q = X \frac{(P^2 + Q^2)}{V_r^2} \tag{4.5}$$

sendo  $L_p$  e  $L_q$  as perdas ativas e reativas, respectivamente.

É dito que o algoritmo convergiu quando a variação das perdas totais, entre uma iteração e outra, é menor que um fator de tolerância  $\epsilon$ .

O ângulo das tensões pode ser calculado, com outra operação a jusante, a partir da equação 4.6.

$$\delta_s = \delta_r - \cos^{-1}\left(\sqrt{1 - \left(\frac{XP + RQ}{|V_s||V_r|}\right)}\right) \tag{4.6}$$

sendo  $\delta_s$  o ângulo da tensão na barra s e  $\delta_r$  o ângulo da tensão na barra r.

Segundo Ochoa e Feltrin (2004), o método não considera o acoplamento entre as linhas, sendo aplicado em paralelo para cada uma das fases. Um método para compensação parcial é proposto por (RAMOS; EXPOSITO; CORDERO, 2004), porém não foi explorado nesse trabalho.

Outro problema apresentado pelo método é que ele não pode ser executado em redes malhadas, tornando-o limitado para aplicações em sistemas reais.

#### 4.3 Método da soma das correntes

Esse método, proposto originalmente para redes monofásicas (SHIRMOHARMNADI, 1988) e depois adaptado para redes trifásicas (CHENG; SHLRMOHAMMADI, 1995), utiliza a soma das correntes nas linhas para determinar o fluxo de potência. Semelhante ao método da soma das potências, o algoritmo consiste em duas varreduras, denominadas backward sweep e forward sweep, sendo uma à montante e outra à jusante.

Uma das vantagens do método da soma das correntes é que o mesmo pode ser aplicado a redes fracamente malhadas. Outra vantagem é que o algoritmo possui compensação para o acoplamento entre as linhas, levando a resultados mais precisos.

A execução do algoritmo segue os passos a seguir:

1. Primeiro, é assumir um perfil de tensão inicial para as barras, geralmente 1 pu.

2. O próximo passo é determinar a corrente nas barras através da equação 4.7.

$$\begin{bmatrix} I_{ia} \\ I_{ib} \\ I_{ic} \end{bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \left(\frac{S_{ia}}{V_{ia}^{(k-1)}}\right)^* \\ \left(\frac{S_{ib}}{V_{ib}^{(k-1)}}\right)^* \\ \left(\frac{S_{ic}}{V_{ic}^{(k-1)}}\right)^* \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Y_{ia}^* & 0 & 0 \\ 0 & Y_{ib}^* & 0 \\ 0 & 0 & Y_{ic}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ia} \\ V_{ib} \\ V_{ic} \end{bmatrix}^{(k-1)}$$
(4.7)

onde:

- $I_{ia}$ ,  $I_{ib}$  e  $I_{ic}$ : correntes injetadas na barra i;
- $S_{ia}$ ,  $S_{ib}$  e  $S_{ic}$ : potências injetadas na barra i;
- $V_{ia}$ ,  $V_{ib}$  e  $V_{ic}$ : tensões na barra i;
- $Y_{ia}$ ,  $Y_{ib}$  e  $Y_{ic}$ : admitância dos elementos shunt conectados a barra i;
- k: número da iteração.
- 3. Em seguida, é iniciada a operação à montante, onde, partindo dos nós finais até a barra inicial, é calculada a corrente nas linhas com a equação 4.8.

$$\begin{bmatrix} J_{la} \\ J_{lb} \\ J_{lc} \end{bmatrix}^{(k)} = - \begin{bmatrix} I_{ia} \\ I_{ib} \\ I_{ic} \end{bmatrix}^{(k)} + \sum_{m \in M} \begin{bmatrix} J_{ma} \\ J_{mb} \\ J_{mc} \end{bmatrix}^{(k)}$$
(4.8)

onde  $J_{la}$ ,  $J_{lb}$  e  $J_{lc}$  são as correntes na linha l e  $J_{ma}$ ,  $J_{mb}$  e  $J_{mc}$  as correntes na linha m, sendo m o conjunto de linha que emanam à jusante da barra i.

4. Após o cálculo das correntes de linha, é executada a operação à jusante, utilizando a equação 4.9 para aplicar a correção de tensão nas barras.

$$\begin{bmatrix} V_{ja} \\ V_{jb} \\ V_{jc} \end{bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} V_{ia} \\ V_{ib} \\ V_{ic} \end{bmatrix}^{(k)} - \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{la} \\ J_{lb} \\ J_{lc} \end{bmatrix}^{(k)}$$
(4.9)

5. O critério de convergência é determinado a partir da variação da potência nas barras (equação 4.10). Se a parte real (P) ou a parte imaginária (Q) de qualquer uma das variações de potência  $(\Delta \mathbf{S}_i)$  na equação 4.10 for maior que o fator de tolerância  $\epsilon$ , os passos de 2, 3 e 4 são executados novamente, até que se obtenha a convergência ou que atinga um número máximo de iterações.

$$\begin{bmatrix} \Delta S_{ia} \\ \Delta S_{ib} \\ \Delta S_{ic} \end{bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} V_{ia} \\ V_{ib} \\ V_{ic} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{bmatrix} I_{ia}^* \\ I_{ib}^* \\ I_{ic}^* \end{bmatrix}^{(k)} - \begin{bmatrix} Y_{ia}^* & 0 & 0 \\ 0 & Y_{ib}^* & 0 \\ 0 & 0 & Y_{ic}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |V_{ia}|^2 \\ |V_{ib}|^2 \\ |V_{ic}|^2 \end{bmatrix}^{(k)} - \begin{bmatrix} S_{ia} \\ S_{ib} \\ S_{ic} \end{bmatrix}$$
(4.10)

#### 4.4 Renumeração das barras

Em ambos os métodos de cálculo do fluxo de potência, é necessário uma renumeração das barras, de modo a deixar o sistema em uma representação adequada para a execução do algoritmo.

Neste trabalho foi empregada uma abordagem orientada a objetos, onde não é necessário a renumeração das barras. Para representar a estrutura da rede, é utilizada uma técnica que se assemelha a uma lista ligada (linked list) (CORMEN; AL., 2009). Assim, cada objeto barra possui uma lista de objetos linha a qual está conectado. As linhas, por sua vez, possuem uma referência a duas barras, denominadas nó inicial e nó final.

Dessa forma, não é necessário renumerar o sistema, pois a navegação é realizada através da referência aos objetos barra e linha.

Para agilizar o acesso aleatório a uma barra, i.e. acessar uma barra sem a necessidade de percorrer toda a lista, é utilizada uma estrutura do tipo *Hash Table* (CORMEN; AL., 2009), a qual permite buscar o endereço da barra, a partir do seu número, ou o endereço da linha, de acordo com seus nós inicial e final.

Na abordagem tradicional, a rede é representada usando vetores, dificultando a remoção e inserção de elementos, aumentando ainda mais o custo computacional para aplicação do algoritmo de redução. A abordagem empregada facilita a utilização do algoritmo de redução de barras, visto que para remover ou inserir um elemento, é necessário somente alterar uma referência (ponteiro em C++), sem precisar movimentar uma grande quantidade de dados na memória.

# 5 Algorítimo para redução de barras

#### 5.1 Teoria

Nos sistemas de distribuição, várias barras são utilizadas para representar elementos que não consomem e nem geram energia ou para ramificação de um ponto. Isso eleva a quantidade de barras no sistema, afetando diretamente o desempenho dos algoritmos de cálculo do fluxo de potência.

Muitas dessas barras não interferem no cálculo do fluxo de potência e podem ser desconsideradas durante a resolução do fluxo. Para não perder informações sobre o sistema, é possível reintroduzir as barras removidas após o cálculo do fluxo, determinando sua tensão complexa a partir da Lei de Ohm.

#### 5.1.1 Sistemas monofásicos

Considerando o modelo de linha curta, a remoção da barra se aplica em dois casos, descritos a seguir.

1. **Barras de borda:** barras de borda são definidas como barras que encontram-se nas extremidades do sistema, possuindo somente uma ligação com outra barra.

Caso não haja cargas, geradores ou elementos *shunt* conectados, a mesma pode ser removida, pois não há transferência de energia para a barra. Sem transferência de energia, não há perdas na linha que a conecta ao sistema, assim, a tensão na barra removida será sempre igual a tensão da barra a qual ela se conecta.

2. Barras intermediárias: são as barras que conectam duas ou mais barras.

É possível remover uma barra intermediária caso a mesma atenda aos seguintes critérios:

- i conecta-se com somente duas outras barras;
- ii não possui elementos shunt;
- iii não possui cargas ou geradores.

A remoção da barra intermediária é realizável porque a corrente da linha que a conecta a barra à jusante é a mesma que a corrente da linha à montante. Com a barra removida, a impedância das duas linhas pode ser considerada uma associação de impedâncias em série, formando uma linha equivalente.

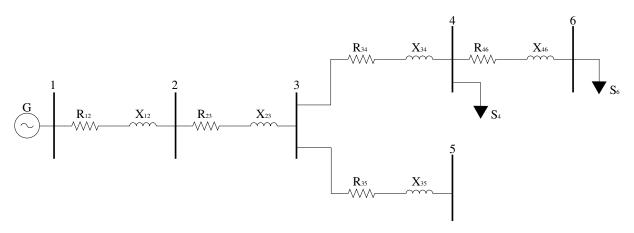
A tensão na barra removida é determinada como sendo a tensão em qualquer uma das barras conectadas a ela menos a queda de tensão devido a impedância da linha.

Barras fora das condições 1 e 2 não podem ser removidas porque afetam o cálculo do fluxo de potência e sua remoção acarreta em erro nos resultados.

#### 5.1.2 Exemplo de aplicação

A figura 15 apresenta o diagrama unifilar de um sistema monofásico radial, com duas cargas  $(S_{l4} \in S_{l6})$  e um gerador (G).

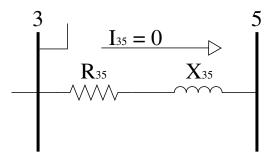
Figura 15 – Sistema radial monofásico com 6 barras.



Fonte: Autoria própria.

Analisando o sistema, nota-se que não há carga, gerador ou elementos *shunt* na barra de borda 5.

Figura 16 – Conexão entre as barras 3 e 5 para o sistema da figura 15.



Fonte: Autoria própria.

A corrente de linha  $I_{35}$  é zero, conforme mostra a figura 16. Sendo assim, a tensão  $V_5$  será sempre igual a  $V_3$ , pois:

$$V_5 = V_3 - Z_{35}I_{35}$$

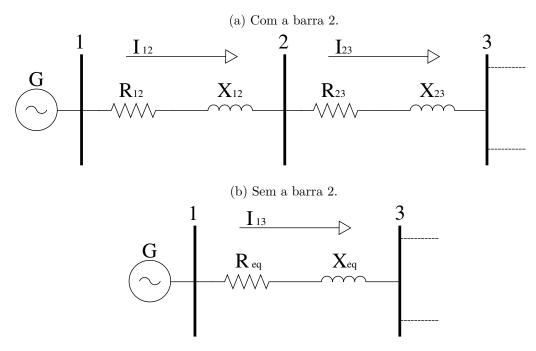
$$V_5 = V_3 :: I_{35} = 0. (5.1)$$

A barra 5 pode ser removida do sistema, dado que não há transferência de energia da barra 3 para 5 e que sua tensão está relacionada somente a tensão  $V_3$ .

Após o cálculo do fluxo de potência, a barra 5 pode ser reinserida no sistema, sendo sua tensão igual a  $V_3$  e as perdas na linha, que a conecta à barra 3, iguais a zero.

A única barra intermediaria elegível para remoção é a barra 2. A figura 17a mostra a conexão que realiza a transferência de potência da barra 1 para a barra 3 e a figura 17b mostra a mesma transferência, porém, sem a barra 2.

Figura 17 – Conexão entre as barras 1 e 3 da figura 15.



Fonte: Autoria própria.

Aplicando a Lei de Kirchhoff para correntes na barra 2, temos que

$$I_{12} = I_{23}$$
.

Parte da energia é transferida à barra 3 e outra parte é perdida nas linhas. Nota-se que a barra 2 é inerte, ou seja, não insere nem remove energia no sistema.

Ao remover a barra 2 e substituir as linhas por uma linha equivalente (figura 17b), a quantidade de energia que chega na barra 3 continua sendo a mesma, ou seja, a tensão e a corrente nas barras 1 e 3 serão as mesmas, independente da presença da barra 2.

A corrente na linha que conecta 1 e 3 é:

$$I_{13} = I_{12} = I_{23}$$
.

E a impedância equivalente de 1 para 3 é:

$$Z_{13}^{eq.} = Z_{12} + Z_{23} = (R_{12} + R_{23}) + j(X_{12} + X_{23}). (5.2)$$

Para a reintrodução da barra 2, após o cálculo do fluxo de potência, a tensão  $V_2$  é determinada a partir da equação 5.3, que surge a partir da aplicação direta da Lei de Ohm.

$$V_2 = V_1 - Z_{12}I_{12} (5.3)$$

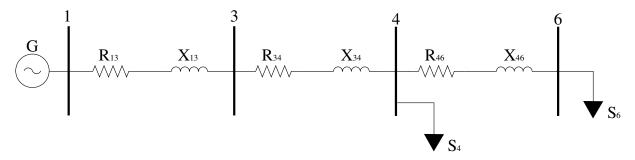
As perdas nos trechos 1 para 2 e 2 para 3 são proporcionais a impedância, sendo calculadas com as equações 5.4 e 5.5, respectivamente.

$$Perda_{12} = Perda_{13} \cdot \frac{Z_{12}}{Z_{12} + Z_{23}} \tag{5.4}$$

$$Perda_{23} = Perda_{13} \cdot \frac{Z_{23}}{Z_{12} + Z_{23}} \tag{5.5}$$

Após a redução de barras, o sistema fica conforme a figura 18. O resultado do fluxo de potência será igual ao obtido para o sistema completo da figura 15, porém, o tempo necessário para o cálculo será menor, visto que o sistema reduzido possui somente 4 barras.

Figura 18 – Sistema reduzido.



Fonte: Autoria própria.

#### 5.1.3 Sistemas trifásicos

A aplicação da redução em sistemas trifásicos segue os mesmos procedimentos e regras utilizados nos sistemas monofásicos. Entretanto, para o cálculo da impedância equivalente é necessário considerar os efeitos do acoplamento entre as fases.

Para a representação da linha equivalente no modelo da seção 4.1.1, as impedâncias próprias das fases são somadas, enquanto que as impedâncias de acoplamento são consideradas em paralelo. Esse método é válido pois as impedâncias de acoplamento se estendem por todo o comprimento da linha.

Como exemplo, a impedância equivalente ( $\mathbf{Z}_{ik}^{eq.}$ ) para duas linhas, que conectam as barras i, j e k, de impedâncias  $\mathbf{Z}_{ij}$  e  $\mathbf{Z}_{jk}$  é determinada na equação 5.6.

$$\mathbf{Z}_{ik}^{eq.} = \begin{bmatrix} (Z_{aa}^{ij} + Z_{aa}^{jk}) & (Z_{ab}^{ij} \parallel Z_{ab}^{jk}) & (Z_{ac}^{ij} \parallel Z_{ac}^{jk}) \\ (Z_{ab}^{ij} \parallel Z_{ab}^{jk}) & (Z_{bb}^{ij} + Z_{bb}^{jk}) & (Z_{bc}^{ij} \parallel Z_{bc}^{jk}) \\ (Z_{ac}^{ij} \parallel Z_{ac}^{jk}) & (Z_{bc}^{ij} \parallel Z_{bc}^{jk}) & (Z_{cc}^{ij} + Z_{cc}^{jk}) \end{bmatrix}.$$
 (5.6)

Para a reintrodução das barras no sistema, os cálculos são feitos de forma desacoplada (equações 5.7, 5.8 e 5.9), i.e., desprezado o efeito das impedâncias de acoplamento entre as linhas. Isso introduz um pequeno erro no valor da tensão nas barras e nas perdas das linhas.

$$\begin{bmatrix} V_a^j \\ V_b^j \\ V_c^j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_a^i \\ V_b^i \\ V_c^i \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_{aa}^{ij} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{bb}^{ij} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{cc}^{ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a^{ij} \\ I_b^{ij} \\ I_c^{ij} \end{bmatrix}$$
(5.7)

$$\begin{bmatrix} Perda_{a}^{ij} \\ Perda_{b}^{ij} \\ Perda_{c}^{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Z_{aa}^{ij}}{Z_{aa}^{ij} + Z_{aa}^{jk}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{Z_{bb}^{ij}}{Z_{bb}^{ij} + Z_{bb}^{jk}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{Z_{cc}^{ij}}{Z_{cc}^{ij} + Z_{cc}^{jk}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Perda_{a}^{ik} \\ Perda_{b}^{ik} \\ Perda_{c}^{ik} \end{bmatrix}$$
(5.8)

$$\begin{bmatrix}
Perda_{a}^{jk} \\
Perda_{b}^{jk} \\
Perda_{c}^{jk}
\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}
\frac{Z_{aa}^{jk}}{Z_{aa}^{ij} + Z_{aa}^{jk}} & 0 & 0 \\
0 & \frac{Z_{bb}^{jk}}{Z_{bb}^{ij} + Z_{bb}^{jk}} & 0 \\
0 & 0 & \frac{Z_{cc}^{jk}}{Z_{cc}^{ij} + Z_{bb}^{jk}}
\end{bmatrix} \begin{bmatrix}
Perda_{a}^{ik} \\
Perda_{b}^{ik} \\
Perda_{c}^{ik}
\end{bmatrix} (5.9)$$

### 5.2 Algoritmo de redução

O algoritmo de redução começa a partir da barra de referência e vai, de forma recursiva, até as barras na extremidade do sistema, verificando se a barra em análise atende os critérios necessários para remoção.

Quando uma barra removível é encontrada, a mesma é retirada do sistema, em conjunto com as linhas que a conectam. Caso seja uma barra intermediária, é inserida uma linha equivalente, de modo a conectar as barras que antes eram ligadas pela linha removida.

A barra removida é então inserida em uma memória do tipo LIFO (Last In First Out) (CORMEN; AL., 2009), para posteriormente ser reintroduzida no sistema. A memória LIFO é importante no caso de múltiplas barras removidas em sequência, garantindo que a restauração das mesmas ocorrerá na ordem em que foram removidas, evitando um embaralhamento do sistema.

O algoritmo proposto, para realizar a remoção das barras, é apresentado na forma de fluxograma na figura 19. A linha tracejada no retorno da função "Processa Barra" indica a recursão do algoritmo.

A memória LIFO também está tracejada porque deve ser criada fora do escopo da função, visto que será utilizada pelo algoritmo de restauração.

Redução Processa de Barras Barra Barra Atual = Barra de referência Possuí cargas, <u>Sim</u> geradores ou Processa Barra elementos shunt? Não Fim Sim Remove Número de linhas = 1 barra do sistema Não Remove linha do sistema Sim Remove barra Número de linhas = 2 do sistema Salva barra na memória LIFO Não Remove linhas onectada a barra Calcula linha equivalente Insere linha equivalente Salva barra na memória LIFO Para cada barra Retorna onectada a barra atual Barra Atual = Próxima Barra Processa Barra

Figura 19 – Fluxograma do algoritmo para remoção das barras.

### 5.3 Algoritmo de restauração e compensação

Para reintroduzir as barras removidas do sistema, é necessário utilizar a memória FIFO que foi preenchida durante a fase de redução.

O algoritmo se dá de acordo com as etapas abaixo.

- O primeiro passo é verificar se há barras para recuperação na memória FIFO. Caso não haja, a função retorna.
- 2. Em seguida, a barra a ser restaurada é retirada da memória FIFO.
- 3. A barra é reinserida na rede, i.e., o seu endereço é adicionado a estrutura que armazena as barras contidas no sistema.
- 4. Verifica-se se a barra reinserida possui uma ou duas linhas.
- 5. Caso possua somente uma, a linha é reinserida no sistema.
- 6. É determinada a tensão na barra restaurada como sendo a tensão da barra na outra conexão da linha. A corrente e as perda na linha são igualadas a zero.
- 7. A rotina retorna então ao passo 1.
- 8. Caso a barra possua duas linhas, ambas as linhas são reconectadas ao sistema.
- 9. A tensão na barra é determinada de modo análogo a equação 5.1, para sistemas monofásicos, ou através da equação 5.7, para sistemas trifásicos.
- 10. A perda nas linhas é determinada de modo análogo a 5.4 e 5.5, para sistemas monofásicos, ou através das equações 5.8 e 5.9 para sistemas trifásicos.
- 11. Em seguida são determinados os outros valores necessários, como por exemplo as correntes de linha.
- 12. A rotina retorna ao passo 1.

O algoritmo é apresentado na forma de fluxograma na figura 20. Novamente, a memória LIFO aparece em tracejado pois a mesma está declarada fora da rotina "Recupera Barras".

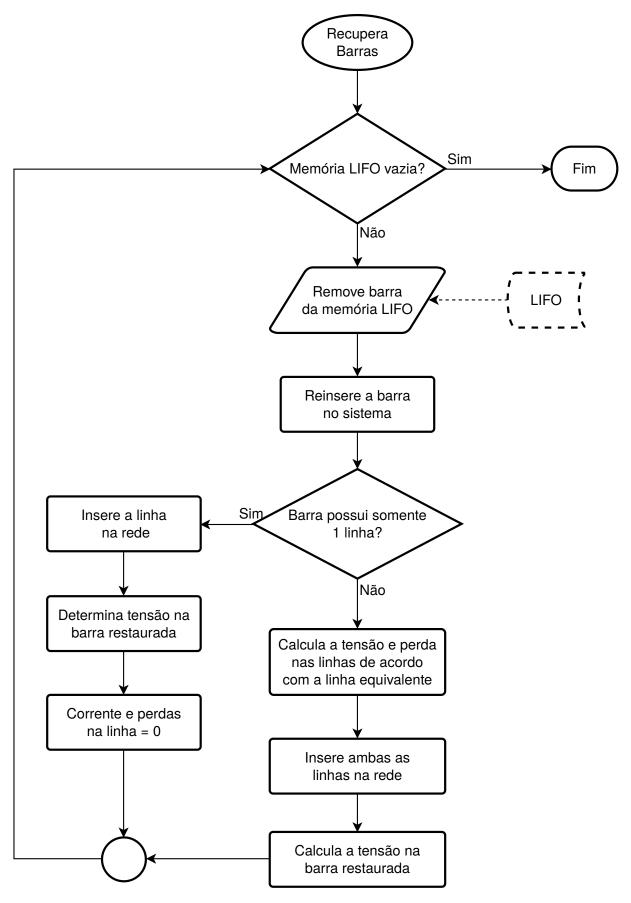
## 5.4 Desvantagem da redução

Devido ao custo computacional para realizar o remoção de barras, é necessário que sejam retiradas um número substancial de barras do sistema. Caso contrário, o tempo

utilizado pelos algoritmos de redução e restauração fazem com que seja mais dispendioso o cálculo do fluxo de potência com redução do que sem.

Uma outra desvantagem é a introdução do erro na tensão das barras removidas para sistemas trifásicos, devido a característica desacoplada da restauração. Se a interferência entre linhas for muito grande, o erro resultante pode ser prejudicial para análise do sistema.

Figura 20 – Fluxograma do algoritmo para restauração das barras.



# 6 Resultados

## 6.1 Métodos soma de potências e soma de correntes

### 6.1.1 Diferença numérica dos resultados

#### 6.1.2 Convergência

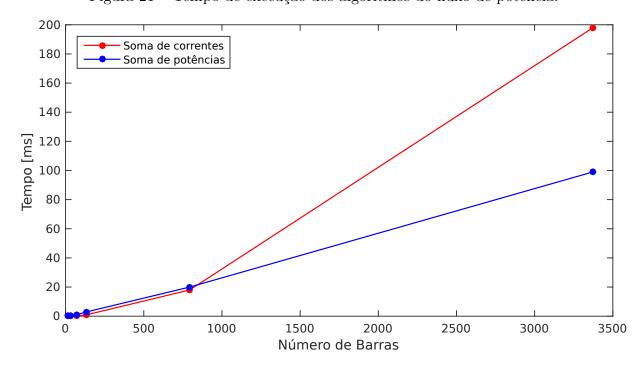
#### 6.1.3 Tempo de execução

Tabela 5 – Tempo de execução.

Número de barras	tempo [ms]		
	Soma de correntes	Soma de potências	
14	0	0	
34	0	0	
70	0	1	
136	1	3	
794	18	20	
3373	198	99	

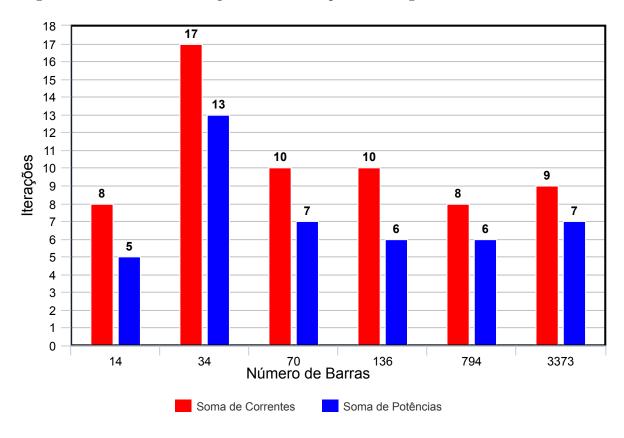
Fonte: Autoria própria.

Figura 21 – Tempo de execução dos algoritmos do fluxo de potência.



### 6.1.4 Número de iterações

Figura 22 – Número de iterações necessárias para convergência dos sistemas de teste.



Fonte: Autoria própria.

## 6.2 Otimização

#### 6.2.1 Tempo de execução

Tabela 6 – Tempo de execução com otimização.

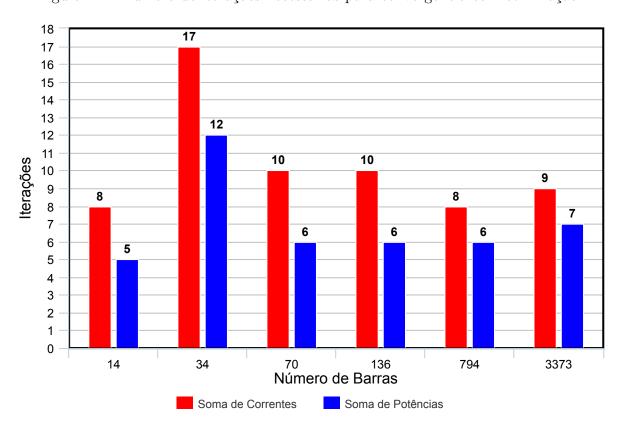
Número de barras	tempo [ms]		Barras removidas
	Soma de correntes	Soma de potências	Darras removidas
14	0	0	0
34	0	0	5
70	0	1	18
136	1	6	24
794	6	10	428
3373	13	26	2748

200 Soma de correntes 180 Soma de potências Soma de correntes otimizado 160 Soma de potências otimizado 140 Tempo [ms] 120 100 80 60 40 20 500 1000 1500 2000 2500 3000 3500 0 Número de Barras

Figura 23 – Tempo de execução dos algoritmos do fluxo de potência com otimização.

- 6.2.2 Número de iterações
- 6.2.3 Erro introduzido pela otimização
- 6.3 Descrição do programa desenvolvido
- 6.3.1 Características
- 6.3.2 Estrutura
- 6.3.3 Limitações

Figura 24 – Número de iterações necessárias para convergência com otimização.



# 7 Conclusão e considerações finais

#### 7.1 Conclusão

Neste trabalho foram implementados dois métodos para o cálculo do fluxo de potência, soma de potências e soma de correntes, para sistemas de distribuição. Foi observado que ambos os métodos de resolução do fluxo de potência se mostram bastante robustos em relação a convergência.

O desempenho dos métodos de varredura é satisfatório para análise do estado de operação da rede, sendo necessário poucos milissegundos, em um computador de uso pessoal, para o cálculo dos parâmetros em sistemas compostos por milhares de barras. Em relação a comparação entre os métodos, ficou demonstrado um melhor desempenho do método da soma das potências, porém, o mesmo não leva em consideração o desbalanço de carga entre as fases.

A técnica de otimização proposta, por redução de barras, mostrou um ganho de desempenho considerável, principalmente quando aplicada com o método da soma de correntes (23 vezes para o sistema de 3300 barras). O erro introduzido devido a compensação desacoplada pode ser considerado baixo, porém, o indicio de que a otimização é eficiente justifica a investigação de uma técnica de compensação mais robusta.

Quanto a *interface* gráfica, a mesma se mostrou bastante útil na análise de sistemas de distribuição de energia elétrica, agilizando a avaliação dos resultados e o teste com sistemas diferentes. Contudo, a falta de elementos como transformadores, disjuntores, reguladores de tensão e etc., a torna uma ferramenta bastante simples, impossibilitando uma análise mais precisa das condições de operação do sistema.

Assim, o trabalho apresenta uma importante contribuição para a busca de algoritmos mais rápidos e robustos para solução do fluxo de potência.

#### 7.2 Trabalhos futuros

O modelo matemático utilizado no trabalho, apesar de ser comum na literatura, não provê uma modelagem fiel do sistema. Um aprimoramento seria a investigação dos métodos utilizados com modelos de 4 ou 5 fios, com a inclusão de outros elementos presentes no sistema, tais como disjuntores, transformadores, reguladores de tensão, chaves e etc.

Visto que a otimização por redução de barras é feita com algumas simplificações, fica aberto para investigação, técnicas que modelem de forma mais precisa as características dos elementos do sistema, levando a uma melhor compensação da tensão nas barras redu-

zidas e evitando a remoção de elementos que interferem de forma substancial no estado do sistema, como reguladores de tensão.

A ferramenta desenvolvida é um passo inicial para análise dos sistemas de distribuição. Assim, há a possibilidade de explorar uma grande quantidade de outros algoritmos para o cálculo do fluxo de potência, com o auxilio de uma interface gráfica para análise. Uma outra possibilidade é a integração de métodos para o calculo do fluxo de potência ótimo, análise de curto circuito e etc.

## Referências

- ANEEL.  $Resolução\ Normativa\ n\ 649/15$ . Brasil: Agência Nacional de Energia Elétrica, 2015. 20
- ANEEL. Tabela de Perdas de Energia Elétrica. Brasil, 2015. Disponível em: http://www.epe.gov.br/AnuarioEstatisticodeEnergiaEletrica/Forms/Anurio.aspx. Acesso em 09/01/2016. 23
- ARAUJO, L. R. de. Uma contribuição ao fluxo de potência ótimo aplicado a sistemas de potência trifásicos usando o método dos pontos interiores. 295 p. Tese (Doutorado) Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro RJ, 2005. 25
- BANK, T. W. Electric power transmission and distribution losses (% of output). Estados Unidos: [s.n.], 2015. World Development Indicators. 22
- CESPEDES, R. New method for the analysis of distribution networks. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 5, January 1990. 7, 35
- CHENG, C. S.; SHLRMOHAMMADI, D. A three-phase power flow method for real-time distribution system analysis. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 10, May 1995. 33, 37
- CORMEN, T. H.; AL. et. *Introduction to algorithms*. 3. ed. Cambridge, Massachusetts: The MIT Press, 2009. 39, 44
- EPE. Anuário Estatístico de Energia Elétrica 2015. Brasil, 2015. Disponível em: http://www.epe.gov.br/AnuarioEstatisticodeEnergiaEletrica/Forms/Anurio.aspx. Acesso em 09/01/2016. 21
- GARCIA, D. A. A.; DUZZI, F. E. J. Tópicos de sistemas de transmissão e de distribuição de energia elétrica. O Setor Elétrico, v. 74, March 2012. 27, 29
- KAGAN, N.; OLIVEIRA, C. C. B. de; ROBBA, E. J. Introdução aos sistemas de distribuição de energia elétrica. 1. ed. São Paulo: Editora Edigard Blucher, 2005. 29, 31, 34
- MME. Boletim mensal de monitoramento do sistema elétrico brasileiro. Brasil, 2015. Disponível em: www.mme.gov.br/documents/10584/2027273/Boletim+de+M onitoramento+do+Sistema+El%C3%A9trico+-+Setembro-2015.pdf. Acesso em 08/01/2016. 19, 23
- OCHOA, L. F.; FELTRIN, P. Distribution line models analysis for loss calculation within three-phase three-wire power flow algorithms. *Transmission and Distribution Conference and Exposition: Latin America*, p. 173 178, November 2004. 37
- ONS. Dados Relevantes 2014. Brasil, 2015. Disponível em: www.ons.org.br/download/biblioteca\_virtual/publicacoes/DADOS2014\_ONS/index.html. Acesso em 08/01/2016. 19

PIZZALI, L. F. O. Cálculo de fluxo de potência em redes de distribuição com modelagem a quatro fios. 120 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Ilha Solteira? SP, 2003. 32, 33

RAMOS, C. C. O. Caracterização de Perdas Comerciais em Sistemas de Energia Através de Técnicas Inteligentes. 144 p. Tese (Doutorado) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo - EPUSP, São Paulo - SP, 2014. 25

RAMOS, E. R.; EXPOSITO, A. G.; CORDERO, G. A. Quasi-coupled three-phase radial load flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 19, n. 2, p. 776–781, May 2004. 37

SHIRMOHARMNADI, e. a. D. A compensation-based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 3, May 1988. 7, 37

# 7.3 Apêndice A