



Universidade Estadual de Londrina
Centro de Tecnologia e Urbanismo
Departamento de Engenharia Elétrica

David Maykon Krepsky Silva

Fluxo de potência para sistemas de distribuição considerando redução de barras

Londrina
2016

Universidade Estadual de Londrina

Centro de Tecnologia e Urbanismo
Departamento de Engenharia Elétrica

David Maykon Krepsky Silva

**Fluxo de potência para sistemas de distribuição
considerando redução de barras**

Trabalho de Conclusão de Curso orientado pelo Prof. Dr. Luis Alfonso Gallego Pareja intitulado “Fluxo de potência para sistemas de distribuição considerando redução de barras” e apresentada à Universidade Estadual de Londrina, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Luis Alfonso Gallego Pareja

Londrina
2016

Ficha Catalográfica

David Maykon Krepsky Silva

Fluxo de potência para sistemas de distribuição considerando redução de barras - Londrina, 2016 - 89 p., 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Luis Alfonso Gallego Pareja

1. Fluxo de potência. 2. Método de varredura. 3. Sistemas de distribuição.
4. Carga desbalanceada 5. Redução de barras

I. Universidade Estadual de Londrina. Curso de Engenharia Elétrica. II. Fluxo de potência para sistemas de distribuição considerando redução de barras.

David Maykon Krepsky Silva

Fluxo de potência para sistemas de distribuição considerando redução de barras

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Luis Alfonso Gallego Pareja
Universidade Estadual de Londrina
Orientador

M.Sc. Osni Vicente
Universidade Estadual de Londrina

Dra. Silvia Galvão de Souza Cervantes
Universidade Estadual de Londrina

Londrina, 15 de fevereiro de 2016

Dedico este trabalho especialmente para minha filha,
por ser minha fonte de inspiração, força e coragem.

Agradecimentos

A minha família, que, diante de todas as adversidades encontradas, lutou e tornou este trabalho possível.

Ao meu orientador Dr. Luis Alfonso Gallego Pareja, pela disposição, paciência e compreensão.

Ao meu grande amigo e sócio Heitor Henrique Freire Arns, por me aturar e motivar a seguir em frente, independente das barreiras encontradas.

A UEL e o Dep. de Engenharia Elétrica, que me proporcionaram a oportunidade desta graduação e pela excelência no serviço prestado.

A todos meus amigos que se mostraram presentes nos últimos anos.

E a todos aquele que, direta ou indiretamente, contribuíram para este trabalho.

*“May God bless and keep you always,
May your wishes all come true,
May you always do for others
And let others do for you.
May you build a ladder to the stars
And climb on every rung,
May you stay, forever young.”*
(Bob Dylan)

David Maykon Krepsky Silva. 2016. 89 p. Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Elétrica - Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

Resumo

Devido ao aumento no consumo de energia elétrica nos últimos anos, os sistemas de distribuição estão maiores e mais complexos. Assim, torna-se cada vez mais comum o uso do fluxo de potência para melhorar a qualidade e o desempenho das redes de distribuição. Os métodos tradicionais de cálculo do fluxo de potência, como os métodos de Newton-Raphson e Gauss-Seidel, apresentam problemas de desempenho e convergência devido as características peculiares dos sistemas de distribuição, sendo necessário um algoritmo rápido e robusto para possibilitar sua aplicação nesses sistemas. Este trabalho apresenta uma análise comparativa entre dois métodos de varredura populares na literatura, de modo a avaliar a velocidade e a convergência dos mesmos para sistemas radiais com 14, 34, 70, 135, 793 e 3373 barras. O primeiro método avaliado, originalmente proposto por (SHIRMOHARNADI, 1988), consiste na aplicação direta das leis de Kirchhoff. O segundo método, descrito por (CESPEDES, 1990), utiliza a Lei de Ohm, eliminando a fase da tensão nas equações do fluxo de potência, possibilitando uma simplificação dos cálculos. De acordo com as simulações realizadas, os dois métodos se mostram robustos em relação a convergência, não apresentando problemas e utilizando poucas iterações nos sistemas analisados. Ambos os métodos possuem desempenho parecido, no quesito velocidade, para sistemas de poucas barras, porém, para sistemas grandes (793 e 3373 barras), a diferença se torna evidente, sendo o segundo método, aproximadamente, duas vezes mais rápido que o primeiro. É proposto um algoritmo para remoção de barras redundantes, que se mostrou capaz de reduzir drasticamente o tempo computacional utilizado. Devido a característica desacoplada da reintrodução das barras, isto é, sem considerar a interferência entre fases, é introduzido uma pequena variação no resultado para as barras que foram retiradas. Com a redução no número de barras utilizadas na elaboração do fluxo de potência, ambos os métodos possuem tempo computacional semelhante, diferenciando apenas por alguns milissegundos.

Palavras-Chave: 1. Fluxo de potência. 2. Método de varredura. 3. Sistemas de distribuição. 4. Carga desbalanceada 5. Redução de barras

Power flow for distribution systems considering bars reduction. 2016. 89 p.
Monograph in Engenharia Elétrica - Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

Abstract

Due to the increase in electricity consumption in recent years, distribution systems are getting larger and complex. Thus, it's becoming common to use the power flow to improve the quality and performance of distribution networks. Traditional methods of calculating the power flow, like the Newton-Raphson and Gauss-Seidel methods, have problems of performance and convergence due to the peculiar characteristics of the distribution systems, requiring a fast and robust algorithm to allow its application in those systems. This paper presents a comparison between two sweep methods that are popular in the literature, in order to value the speed and convergence of these methods for radial systems with 14, 34, 70, 135, 793 and 3373 bars. The first reported method, originally proposed by (SHIRMOHARNADI, 1988), is the direct application of Kirchhoff's laws. The second method, described by (CESPEDES, 1990), uses the Ohm's Law, eliminating the phase voltage in the power flow equations, enabling a simplification of the calculations. According to the simulations, the two methods proved to be robust with regard to convergence, showing no problems and using few iterations in the analyzed systems. Both methods have similar performance, in terms of speed, to a few bars systems, however, for larger systems (793 and 3373 bars), the difference becomes evident, the second method is approximately two times faster than the first. An algorithm for removing redundant bars, which has been shown to dramatically reduce the computing time used is proposed. Due to the uncoupled characteristic of the reintroduction of bars, this is, without considering the interference between phases, a small variation in the results is introduced for the bars that were removed. With the reduction in the number of bars used, both methods have similar computational time, differing by only a few milliseconds.

Key-words: 1. Power flow. 2. Backward-Forward Sweep. 3. Distribution systems. 4. Three-phase systems 5. Bars reduction

Lista de ilustrações

Figura 1 – Diagrama de um sistema elétrico de potência.	20
Figura 2 – Sistema Interligado Nacional (SIN).	21
Figura 3 – Fonte para produção de energia elétrica em 2014.	22
Figura 4 – Perdas elétricas de transmissão e distribuição em %.	24
Figura 5 – Perfil de consumo de energia elétrica no Brasil, julho de 2015.	24
Figura 6 – Perdas por tipo das 10 maiores distribuidoras de energia elétrica.	25
Figura 7 – Localização das concessionárias de distribuição de energia elétrica do Brasil.	29
Figura 8 – Diagrama unifilar de um sistema de subtransmissão radial.	30
Figura 9 – Diagrama unifilar de um sistema de subtransmissão radial com recurso.	31
Figura 10 – Diagrama unifilar de um sistema de subtransmissão em anel.	31
Figura 11 – Diagrama unifilar de um sistema de subtransmissão reticulado.	32
Figura 12 – Diagrama unifilar de um sistema de distribuição.	33
Figura 13 – Representação de uma linha trifásica conectando as barras i e j	35
Figura 14 – Conexão entre as barras s e r	37
Figura 15 – Sistema radial monofásico com 6 barras.	42
Figura 16 – Conexão entre as barras 3 e 5 para o sistema da figura 15.	42
Figura 17 – Conexão entre as barras 1 e 3 da figura 15.	43
Figura 18 – Sistema reduzido.	44
Figura 19 – Fluxograma do algoritmo para remoção das barras.	46
Figura 20 – Fluxograma do algoritmo para restauração das barras.	49
Figura 21 – Sistema monofásico com 14 barras.	51
Figura 22 – Sistema monofásico com 70 barras.	51
Figura 23 – Sistema monofásico com 136 barras.	52
Figura 24 – Sistema trifásico com 34 barras.	52
Figura 25 – Tempo de execução dos algoritmos do fluxo de potência.	66
Figura 26 – Número de iterações necessárias para convergência dos sistemas de teste.	67
Figura 27 – Tempo de execução dos algoritmos do fluxo de potência com otimização.	68
Figura 28 – Número de iterações necessárias para convergência com otimização.	69
Figura 29 – Programa <i>QuickFlow</i>	71

Lista de tabelas

Tabela 1 – Usinas em construção no Brasil em 2014.	22
Tabela 2 – Geração elétrica por fonte no Brasil (GWh)	23
Tabela 3 – Perdas totais na rede em 2014.	25
Tabela 4 – Valores de tensão padronizados para interconexão dos SEPs e consumo final.	28
Tabela 5 – Módulo da tensão de linha nas barras do sistema de 14 barras.	53
Tabela 6 – Fase da tensão de linha nas barras do sistema de 14 barras.	54
Tabela 7 – Comparação entre as perdas nas linhas do sistema de 14 barras.	55
Tabela 8 – Módulo da tensão de linha nas barras do sistema de 34 barras (fase <i>a</i>).	56
Tabela 9 – Módulo da tensão de linha nas barras do sistema de 34 barras (fase <i>b</i>).	57
Tabela 10 – Módulo da tensão de linha nas barras do sistema de 34 barras (fase <i>c</i>).	58
Tabela 11 – Fase da tensão de linha nas barras do sistema de 34 barras (fase <i>a</i>).	59
Tabela 12 – Fase da tensão de linha nas barras do sistema de 34 barras (fase <i>b</i>).	60
Tabela 13 – Fase da tensão de linha nas barras do sistema de 34 barras (fase <i>c</i>).	61
Tabela 14 – Comparação entre as perdas nas linhas do sistema de 34 barras(fase <i>a</i>).	63
Tabela 15 – Comparação entre as perdas nas linhas do sistema de 34 barras(fase <i>b</i>).	64
Tabela 16 – Comparação entre as perdas nas linhas do sistema de 34 barras(fase <i>c</i>).	65
Tabela 17 – Barras removidas.	68
Tabela 18 – Erro devido a expansão do sistema reduzido (34 barras).	70
Tabela 19 – Condições de carga do sistema com 14 barras.	77
Tabela 20 – Parâmetros das linhas para o sistema de 14 barras.	77
Tabela 21 – Condições de carga do sistema com 70 barras.	78
Tabela 22 – Parâmetros das linhas para o sistema de 70 barras.	79
Tabela 23 – Condições de carga do sistema com 136 barras.	80
Tabela 24 – Parâmetros das linhas para o sistema de 136 barras.	82
Tabela 25 – Condições de carga para fase <i>a</i> do sistema com 34 barras.	84
Tabela 26 – Condições de carga para fase <i>b</i> do sistema com 34 barras.	85
Tabela 27 – Condições de carga para fase <i>c</i> do sistema com 34 barras.	86
Tabela 28 – Parâmetros das linhas (fase <i>a</i>) para o sistema de 34 barras.	87
Tabela 29 – Parâmetros das linhas (fase <i>b</i>) para o sistema de 34 barras.	88
Tabela 30 – Parâmetros das linhas (fase <i>c</i>) para o sistema de 34 barras.	89

Lista de Siglas e Abreviaturas

ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
AT	Alta Tensão
BT	Baixa Tensão
GWh	Giga Watt Hora
kWh	Kilo Watt Hora
MSC	Método da soma de correntes
MSP	Método da soma de potências
MT	Média Tensão
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico
PU	Valor em <i>por unidade</i> .
SDE	Sistema de Distribuição de Energia Elétrica
SE	Subestação
SEP	Sistema Elétrico de Potência
SIN	Sistema Interligado Nacional
UC	Unidade Consumidora

Lista de Símbolos e Notações

$ \cdot $	Operador valor absoluto (módulo)
$\angle x$	Operador fase do número complexo x
$\Im\{\cdot\}$	Operador parte imaginária
P	Potência real
Q	Potência reativa
$\Re\{\cdot\}$	Operador parte real
S	Potência complexa
\mathbf{S}	Potência complexa trifásica
V	Tensão
\mathbf{V}	Tensão trifásica
Z	Impedância
\mathbf{Z}	Matriz de impedância trifásica
ϵ	Tolerância

Palavras em *itálico* são empregadas para identificar termos de língua inglesa não traduzidos.

Sumário

	Lista de ilustrações	9
	Lista de tabelas	10
	Sumário	13
1	INTRODUÇÃO	16
1.1	Motivação e justificativa	16
1.2	Objetivos	17
1.3	Metodologia	17
1.4	Organização do trabalho	18
2	ENERGIA ELÉTRICA NO BRASIL	20
2.1	Sistema Elétrico de Potência brasileiro	20
2.2	Fontes de energia elétrica	21
2.3	Perdas do sistema	23
2.4	Ferramentas para melhoria dos sistemas de distribuição	25
2.4.1	Fluxo de potência	26
2.4.2	Fluxo de potência ótimo	26
2.4.3	<i>Smart Grid</i>	27
3	SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO	28
3.1	Características gerais	28
3.2	Subtransmissão	30
3.3	Distribuição	32
3.4	Outras características do sistema de distribuição	33
4	FLUXO DE POTÊNCIA POR VARREDURA	35
4.1	Modelagem matemática	35
4.1.1	Linhas trifásicas	35
4.1.2	Linha bifásica ou monofásica	36
4.1.3	Cargas e geradores	36
4.1.4	Capacitores <i>Shunt</i>	36
4.2	Método da soma das potências	36
4.3	Método da soma das correntes	38
4.4	Renumeração das barras	40

5	ALGORÍTIMO PARA REDUÇÃO DE BARRAS	41
5.1	Teoria	41
5.1.1	Sistemas monofásicos	41
5.1.2	Exemplo de aplicação	42
5.1.3	Sistemas trifásicos	44
5.2	Algoritmo de redução	45
5.3	Algoritmo de restauração e compensação	47
5.4	Desvantagem da redução	47
6	RESULTADOS	50
6.1	Sistemas estudados	50
6.1.1	Sistema monofásico com 14 barras	50
6.1.2	Sistema monofásico com 70 barras	51
6.1.3	Sistema monofásico com 136 barras	51
6.1.4	Sistema trifásico com 34 barras	52
6.1.5	Sistema trifásico com 793 barras	53
6.1.6	Sistema trifásico com 3373 barras	53
6.2	Métodos soma de potências e soma de correntes	53
6.2.1	Diferença numérica	53
6.2.1.1	Monofásico	53
6.2.1.2	Trifásico	55
6.2.2	Tempo de execução	66
6.2.3	Número de iterações	67
6.3	Sistemas reduzidos	68
6.3.1	Tempo de execução	68
6.3.2	Número de iterações	69
6.3.3	Erro introduzido pela expansão	69
6.4	Descrição do programa desenvolvido	70
6.4.1	Funcionalidades	71
7	CONCLUSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS	72
7.1	Conclusão	72
7.2	Trabalhos futuros	72
	REFERÊNCIAS	74
	Lista de apêndices	76
A	DADOS DO SISTEMA DE 14 BARRAS	77
B	DADOS DO SISTEMA DE 70 BARRAS	78

C	DADOS DO SISTEMA DE 136 BARRAS	80
D	DADOS DO SISTEMA DE 34 BARRAS	84

1 Introdução

1.1 Motivação e justificativa

Desde a descoberta das cargas elétricas por Tales de Mileto na Grécia antiga, a energia elétrica vem promovendo mudanças radicais na sociedade e no meio ambiente, sendo esse fato mais evidente nas últimas décadas, com o advento dos computadores, equipamentos industriais, satélites de telecomunicações e etc. Sua importância é tão grande que muitas vezes é usada como índice de desenvolvimento dos países e sua disponibilidade implica diretamente na qualidade de vida do ser humano.

A expansão populacional dos últimos séculos e o desenvolvimento tecnológico acarretam na necessidade de uma produção cada vez maior de energia. Ampliar a capacidade de produção de energia elétrica gera impactos ambientais grandes, como na construção de uma nova usina termo-elétrica, que emite grandes quantidades de gás CO_2 na queima de gás natural, derivados do petróleo ou biomassa ou utiliza combustível nuclear, gerando lixo radioativo de difícil descarte, ou em uma hidrelétrica, que requer a inundação de uma vasta área e modifica todo o ecossistema local.

Deve-se aumentar a oferta de energia elétrica, gerando impactos ambientais minimizados e a um custo acessível, para viabilizar a sua utilização, de modo sustentável, por toda a sociedade.

Nos últimos anos, o problema ambiental vem sendo abordado através da utilização cada vez maior de energias renováveis e limpas, como a energia solar e a eólica. Porém, tais fontes de energia ainda apresentam um custo elevado por kilowatt produzido.

O viés utilizado para promover a acessibilidade à energia é o da melhora na eficiência dos sistemas de geração, transmissão e distribuição, com foco na redução das perdas e aprimoramento da qualidade e estabilidade da energia elétrica entregue ao consumidor.

Muitos trabalhos tem sido desenvolvidos nas áreas de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica, sendo dada uma atenção cada vez maior aos sistema de distribuição, pois é o setor que possui as maiores perdas (tanto técnicas quanto não-técnicas) e é a parte mais vulnerável a falhas. Outro motivo para o aumento no interesse em sistemas de distribuição é a possibilidade da inserção de geradores distribuídos, *smart grids* e a capacidade de otimização da rede em tempo real.

Desta forma, este trabalho se justifica na necessidade de ferramentas que melhorem os sistemas de distribuição de energia elétrica, tornando-os mais eficientes e confiáveis.

1.2 Objetivos

Os objetivos primários são:

- implementação dos métodos soma de correntes e soma de potências para o cálculo do fluxo de potência em sistemas de distribuição radiais;
- comparação de desempenho entre os métodos;
- desenvolvimento e análise do algoritmo para remoção de barras.

Para realizar as simulações, foi elaborado, como objetivo secundário, o desenvolvimento de um programa gráfico para análise de sistemas de distribuição utilizando os algoritmos acima citados.

1.3 Metodologia

Tendo em vista à necessidade de desempenho e o gasto de recursos computacionais do fluxo de potência para sistemas de distribuição, foi adotada a linguagem de programação *C++* para a implementação dos algoritmos, pois a mesma possui uma boa relação entre velocidade de execução e complexidade do código fonte. De modo a facilitar o desenvolvimento da parte gráfica, foi utilizado o *framework* Qt, o qual possui uma extensa biblioteca de classes e funções em C++ para o desenvolvimento de aplicações multiplataforma.

O computador utilizado para realizar as simulações possui as seguintes configurações:

- processador Intel ® Core™ i5-3330 CPU @ 3.00GHz;
- memória RAM Kingston de 4GB 1333MHz;
- HD Seagate 750GB ST3750640NS;
- sistema operacional Ubuntu 15.10 x64.

A metodologia utilizada para o desenvolvimento deste trabalho segue as seguintes etapas:

1. desenvolvimento da interface gráfica inicial;
2. implementação dos algoritmos do fluxo de potência;
3. implementação do algoritmo para redução de barras;
4. análise de performance para vários sistemas de distribuição.

1.4 Organização do trabalho

Este trabalho está organizado da seguinte forma:

No Capítulo 2 são apresentadas informações gerais sobre a atual situação do setor de energia elétrica no Brasil. São analisadas as características do sistema elétrico, as fontes de energia e os fatores que influenciam no preço do kWh produzido.

Esse capítulo também evidencia as perdas no sistema elétrico, mostrando uma comparação em âmbito internacional da eficiência dos sistemas elétricos de potência e investigando os tipos de perda predominante no sistema brasileiro.

É discutido como o fluxo de potência auxilia no melhoramento dos sistemas de distribuição de energia elétrica e a necessidade de algoritmos robustos e rápidos. O capítulo termina apresentando outras ferramentas que utilizam o fluxo de potência para aprimorar o custo e a qualidade da energia nos sistemas de distribuição de energia elétrica, como o fluxo ótimo, algoritmos de detecção de furto de energia e os *Smart Grids*.

O Capítulo 3 explora as características e componentes dos sistemas de distribuição de energia elétrica. São apresentados os componentes e as topologias de rede empregadas para levar a energia até os consumidores.

Faz-se uma menção aos métodos de Newton-Raphson e de Gauss-Seidel, considerados os métodos clássicos na solução do fluxo de potência, de modo a evidenciar os motivos pelos quais os mesmos apresentam problemas de desempenho e convergência.

No Capítulo 4 é apresentado o modelo de linha de transmissão utilizado e são descritos os dois métodos de varredura (soma das potências e soma das correntes) empregados no cálculo do fluxo de potência para sistemas de distribuição, bem como suas limitações teóricas e práticas.

No Capítulo 5 é apresentado o método de redução proposto, junto com seu desenvolvimento matemático e as suas implicações. Para facilitar a compreensão, o capítulo explora um exemplo de aplicação a um sistema monofásico e um fluxograma dos algoritmos de redução e expansão, sendo uma sugestão de implementação.

O Capítulo 6 trata da apresentação quantitativa dos resultados obtidos com o uso da ferramenta computacional desenvolvida. São apresentados os resultados dos cálculos para os sistemas de 14 e 34 barras, sendo realizada uma verificação entre o resultado obtido por cada um dos métodos, com e sem a remoção de barras, de modo verificar a diferença numérica resultante. Também é analisado o tempo e o número de iterações utilizado por cada algoritmo para os sistemas de 14, 34, 70, 136, 793 e 3373 barras para determinar qual o método mais rápido e qual o impacto da remoção das barras inertes.

Também é apresentado o programa computacional resultante deste trabalho, a sua organização em termos de software, a abordagem orientada a objetos utilizada para a implementação do fluxo de potência e modelagem dos elementos, suas funcionalidades e suas limitações.

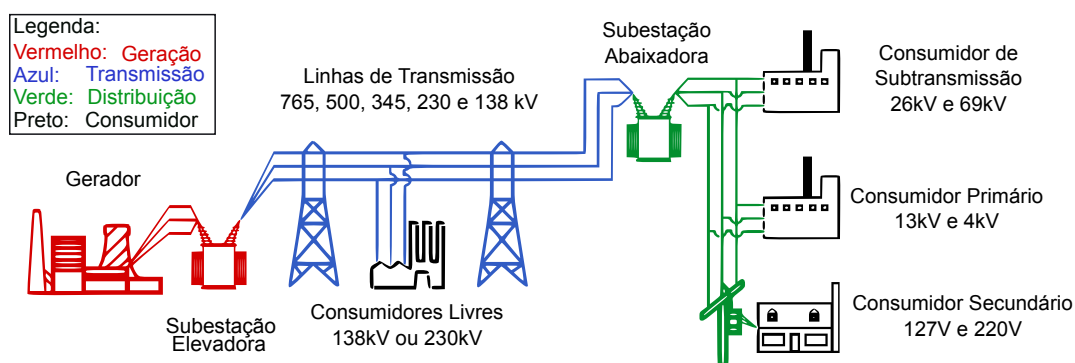
No Capítulo 7 são apresentadas as conclusões referentes à metodologia utilizada e as técnicas empregadas para execução desta monografia. É feita uma análise qualitativa dos resultados obtidos e de sua importância. São discutidas as dificuldades encontradas durante a execução deste trabalho e os mecanismos utilizados para superar as mesmas. Por fim, são apresentadas algumas ideias para trabalhos futuros, de modo a desenvolver a área de sistemas elétricos de potência.

2 Energia elétrica no Brasil

2.1 Sistema Elétrico de Potência brasileiro

O Sistema Elétrico de Potência (SEP) brasileiro é definido como o conjunto de instalações e equipamentos destinados a geração, transmissão e distribuição de energia elétrica, regulamentado em 1978 pela Portaria Nº 3.214. Esse sistema inclui desde as usinas geradoras até os equipamentos de medição nas unidades consumidoras e está presente em todo território nacional. A figura 1 exibe um diagrama com os principais componentes de um SEP e suas tensões de trabalho.

Figura 1 – Diagrama de um sistema elétrico de potência.



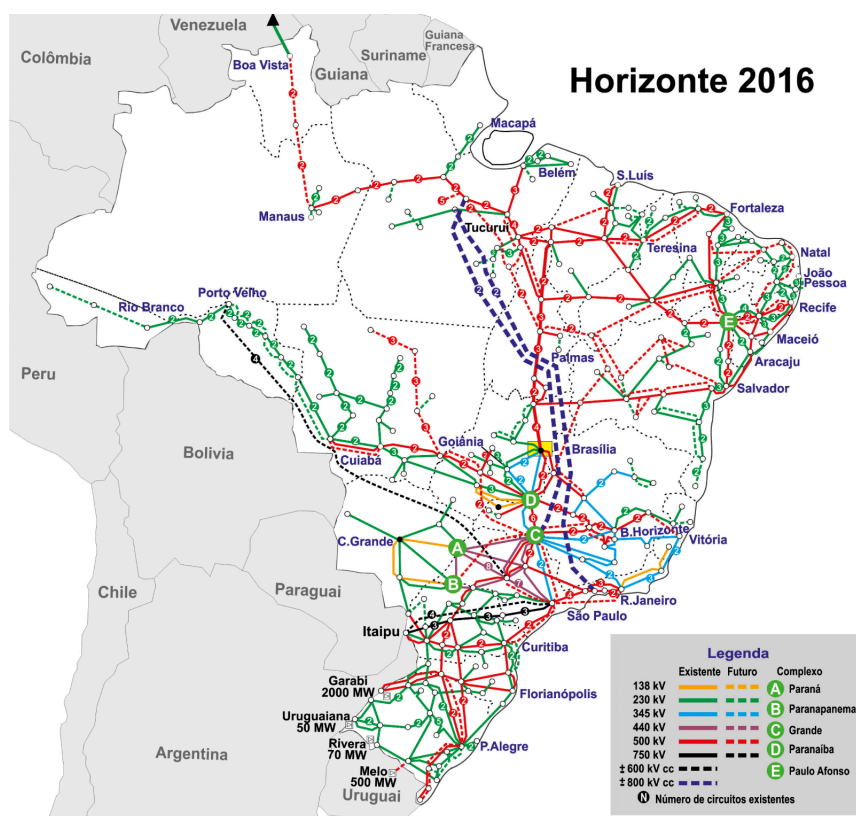
Fonte: *United States Department of Energy*, 2014¹.

As usinas geradoras e a infraestrutura de transmissão constituem Sistema Interligado Nacional (SIN), mostrado na figura 2, e fornecem 98,3% da energia elétrica consumida no país (ONS, 2015). Os 1,7% restantes encontram-se em pequenos sistemas, chamados sistemas isolados, localizados em sua grande maioria na região amazônica. O órgão responsável pela operação e manutenção do SIN é o Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) que, desde 26 de agosto de 1998, trabalha para garantir a segurança, continuidade e a economicidade do suprimento de energia elétrica para o país.

O sistemas de distribuição (elementos em verde na figura 1) é o responsável por receber a energia em alta tensão do SIN e entregá-la aos consumidores a um nível de tensão adequado. Esse sistema é controlado por empresas públicas ou privadas, denominadas concessionárias de energia elétrica, que operam sob fiscalização da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) e entregam energia para as mais de 77 milhões de unidades consumidoras (UC) (MME, 2015).

¹ Tradução do autor.

Figura 2 – Sistema Interligado Nacional (SIN).



Fonte: Dados Relevantes 2014, ONS.

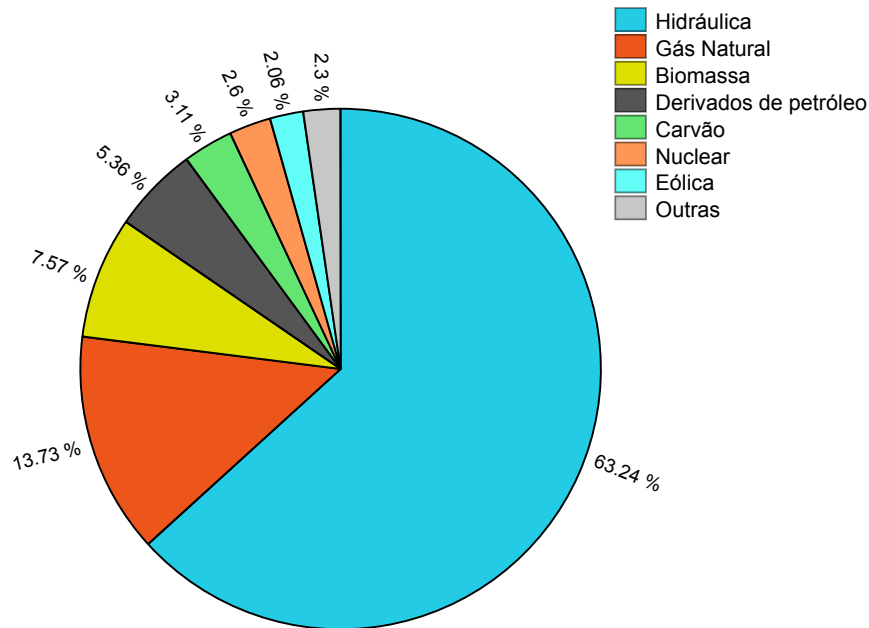
O termo unidade consumidora se refere ao conjunto de instalações e equipamentos elétricos, pertencentes a um consumidor, que recebe energia elétrica através de um único ponto de entrega, com medição individual.

2.2 Fontes de energia elétrica

Devido a abundância de cursos d'água, a principal fonte de energia elétrica no Brasil é a hídrica. Apesar de ser um recurso renovável, as usinas hidrelétricas, que compõem 63% da geração total (figura 3), vem apresentando problemas para suprir a demanda crescente. Longos períodos de estiagem diminuem os reservatórios, resultando em um aumento no uso de energia termelétrica, que é mais cara e mais poluente. Sendo assim, o custo do kWh é diretamente influenciado pelo índice pluviométrico na região das usinas (ANEEL, 2015a).

A tabela 2 apresenta a quantidade de energia produzida de acordo com a fonte utilizada e sua variação entre os anos de 2010 e 2014. Nota-se que mesmo com o crescimento da demanda, a utilização de recursos hídricos sofreu uma redução no período avaliado, enquanto a geração térmica (gás natural, derivados de petróleo, carvão e biomassa) aumentou consideravelmente.

Figura 3 – Fonte para produção de energia elétrica em 2014.



Fonte: Autoria própria².

Embora a quantidade de energia eólica utilizada tenha sido relativamente baixa (menor que 5% da produção total), os programas de incentivo fiscal, a exemplo do Programa de Incentivo às Fontes Alternativas de Energia Elétrica (Proinfa), e o investimento no setor tem apresentado resultados significativos, como o crescimento de mais de 4 vezes na quantidade de energia elétrica produzida para a geração eólica em 5 anos. Em conjunto com os dados da tabela 1, que expõe a grande quantidade de parques eólicos sendo construídos em 2014, fica evidente que há uma tendência crescente no uso dessas fontes alternativas de energia. Isso culmina em uma diversificação da matriz energética do país, reduzindo a emissão de poluentes e tornando-a menos vulnerável a escassez de um ou outro determinado recurso.

Tabela 1 – Usinas em construção no Brasil em 2014.

Tipo	Quantidade
Hidrelétrica	11
Eolielétrica	131
Termelétrica	28
Termonuclear	1
PCH	41
Central Hidrelétrica	1

Fonte: Anuário Estatístico de Energia Elétrica 2015, Empresa de Pesquisa Energética.

² Dados de EPE (2015).

Tabela 2 – Geração elétrica por fonte no Brasil (GWh)

	2010	2011	2012	2013	2014	$\Delta\%_{2010-2014}$
Gás Natural	36476	25095	46760	69003	81075	122,3
Hidráulica	403290	428333	415342	390992	373439	-7,4
Deriv. Petróleo	14216	12239	16214	22090	31668	122,8
Carvão	6992	6485	8422	14802	18385	163,0
Nuclear	14523	15659	16038	15450	15379	5,9
Biomassa	131209	31633	34662	39679	44733	43,3
Eólica	2177	2705	5050	6578	12210	460,9
Outras	6916	9609	10010	12241	13590	96,5
Total	515799	531758	552498	570835	590479	14,5

Fonte: Anuário Estatístico de Energia Elétrica 2015, Empresa de Pesquisa Energética.

2.3 Perdas do sistema

As perdas são parte intrínseca dos SEPs, não podendo ser evitadas e sim reduzidas para níveis aceitáveis. Essas são divididas em duas categorias, de acordo com sua origem, em perdas técnicas e não-técnicas.

As perdas técnicas são inerentes do transporte da energia e sua conversão para os diferentes níveis de tensão utilizados. São causadas principalmente pelo efeito Joule e pela fuga de corrente e estão presente nos cabos, transformadores, isoladores e outros equipamentos que compõem o SEP.

Já as perdas não-técnicas estão relacionadas ao processo de comercialização e distribuição, sendo causadas por erros de medição, fraudes e, em sua maior parte, furto de energia (conhecido popularmente como "gato").

A soma das perdas técnicas e não-técnicas é denominada perdas totais do sistema e serve como indicador da eficiência do sistema.

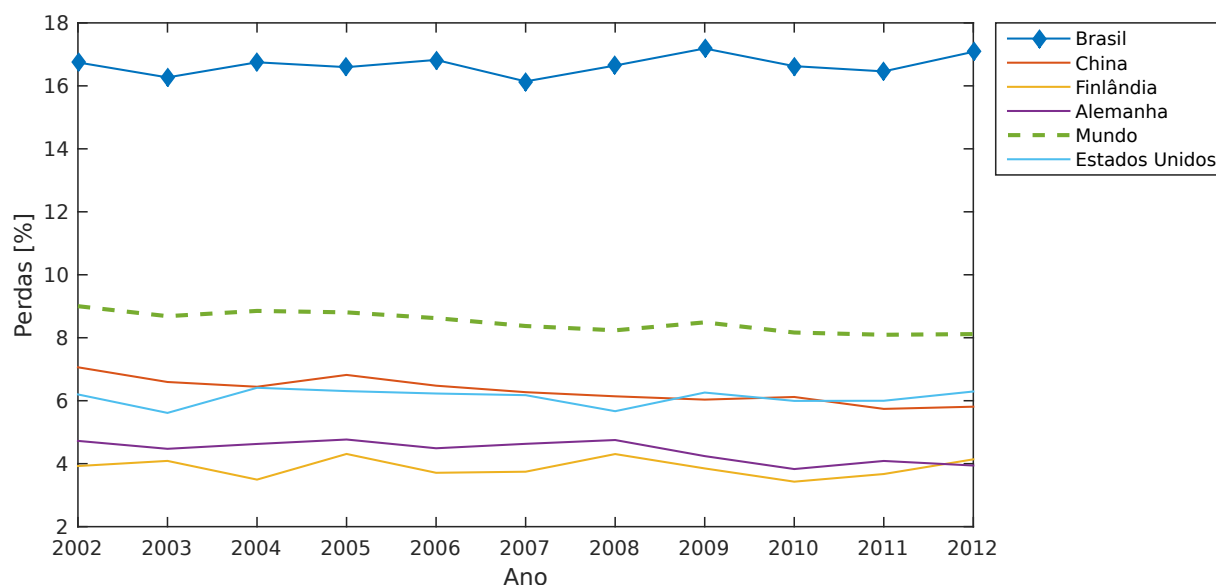
A figura 4 apresenta um quadro comparativo entre as perdas totais do sistema elétrico brasileiro e de outros quatro países (China, Estados Unidos, Finlândia e Alemanha), bem como a média mundial (traçado em verde).

Nota-se que, mesmo possuindo um território maior que o do Brasil, Estados Unidos e China tem um melhor desempenho no setor de energia elétrica. O percentual de perdas do país (aproximadamente 17% em 2012) encontra-se acima média mundial (8%), sendo que em países tidos como referência em eficiência (Alemanha e Finlândia) as perdas correspondem a 4%.

Esses fatos indicam a necessidade de melhorias no SEP nacional. O problema fica mais evidente quando observa-se o perfil de consumo de energia elétrica do país (figura 5), onde as perdas foram maiores que toda energia elétrica consumida pelo setor comercial e estão próximas do valor utilizado pelo setor residencial.

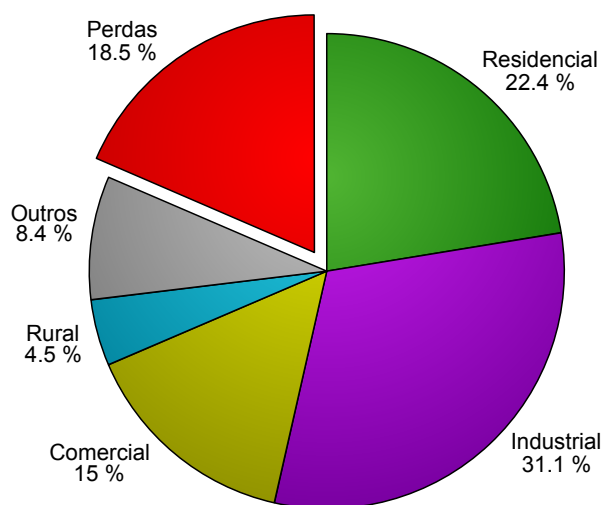
³ Dados de Bank (2015).

Figura 4 – Perdas elétricas de transmissão e distribuição em %.



Fonte: Autoria própria³.

Figura 5 – Perfil de consumo de energia elétrica no Brasil, julho de 2015.



Fonte: Autoria própria⁴.

Os dados apresentados até agora correspondem a média nacional, assim, em algumas regiões as perdas ultrapassam 20% (caso da região norte), chegando a mais de 60% nos sistemas isolados, conforme mostra a tabela 3.

Em algumas regiões as perdas não técnicas são maiores, mas no geral as perdas técnicas são responsáveis pela maior parte da baixa eficiência do SEP brasileiro. O gráfico da figura 6 reuni informações sobre o tipo de perda das 10 maiores, em quantidade de unidades consumidoras, distribuidoras de energia elétrica do país, evidenciando o predomínio das perdas decorrente do transporte da energia.

⁴ Dados MME (2015).

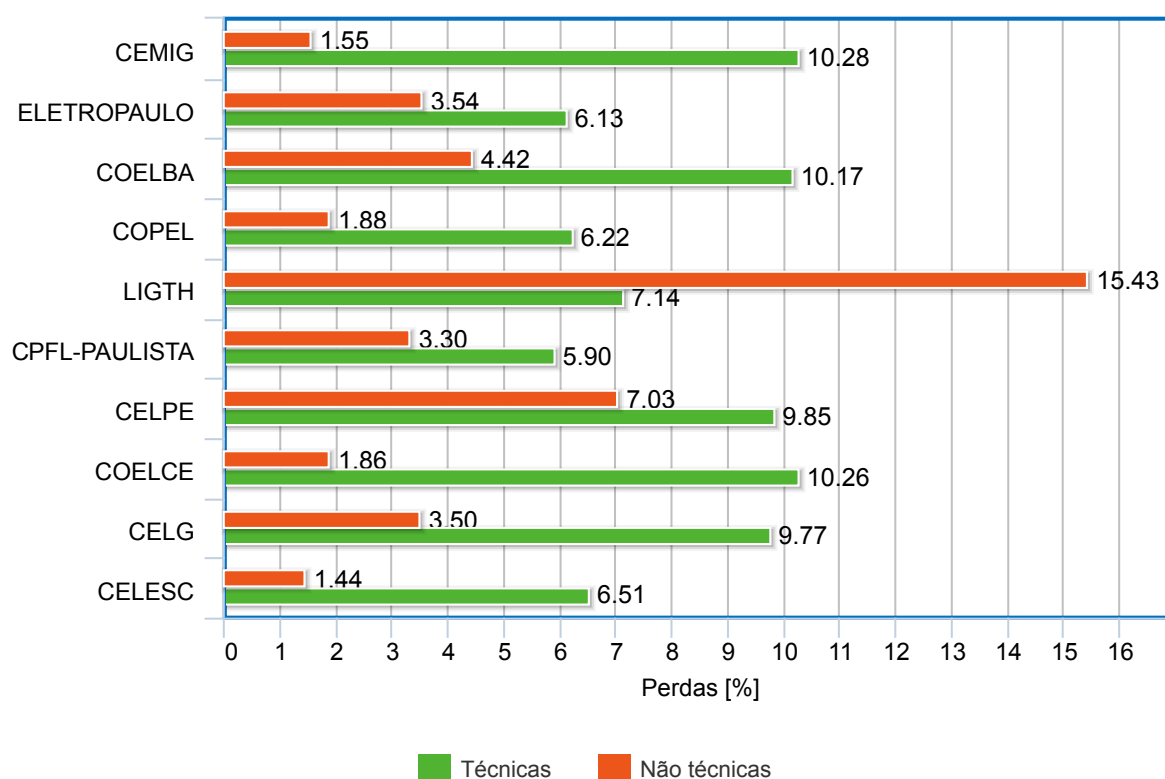
⁵ Dados ANEEL (2015b).

Tabela 3 – Perdas totais na rede em 2014.

Sistema	Perdas (%)
Sistemas Isolados	64,7
Sistema Interligado Nacional (SIN)	17,4
Norte	25,7
Nordeste	18,3
Sudeste/C.Oeste	17,2
Sul	13,6

Fonte: Anuário Estatístico de Energia Elétrica 2015, Empresa de Pesquisa Energética.

Figura 6 – Perdas por tipo das 10 maiores distribuidoras de energia elétrica.



Fonte: Autoria própria⁵.

2.4 Ferramentas para melhoria dos sistemas de distribuição

Dada a complexidade dos SEPs, faz-se necessário o uso de ferramentas computacionais e equipamentos eletrônicos para o controle e um melhor desempenho dos sistemas. Abaixo são descritas algumas ferramentas que possibilitam um aprimoramento dos sistemas de distribuição.

2.4.1 Fluxo de potência

O fluxo de potência (FP), também conhecido como fluxo de carga, é um problema matemático composto por um conjunto de equações algébricas não lineares, que permite determinar os valores de tensão complexa nas barras e a potência que flui através das linhas, bem como as perdas e outras variáveis de interesse, para um sistema elétrico de potência em regime permanente. Após determinado o estado operativo sistema, é possível avaliar se o mesmo está ou não operando de forma adequada e, caso não esteja, determinar as ações corretivas para regularizar a adversidade. Dentre as principais aplicações do fluxo de potência, encontram-se:

- **Análise de segurança:** simula a violação dos limites de operação do sistema, permitindo que ações preventivas, ou corretivas, sejam tomadas, evitando futuras contingências ou possibilitando o reparo do sistema após uma falha.
- **Planejamento:** durante uma expansão, para atender uma demanda maior ou estender a área de cobertura do sistema, o FP pode ser utilizado para verificar o funcionamento da nova configuração de rede e para otimizar as perdas de operação.
- **Otimização de sistemas em operação:** determinar pontos onde as perdas técnicas são altas é fundamental para melhorar a eficiência na distribuição de energia. Transformadores com defeito, cabos fora das especificações e isoladores danificados prejudicam o transporte da energia elétrica, gerando prejuízos que muitas vezes passam despercebidos. O FP permite o cálculo das perdas nos componentes do sistema, possibilitando a identificação e substituição de equipamento avariado. No caso das perdas não técnicas, alguns algoritmos baseados no fluxo de potência tem surgido na literatura de modo a automatizar a detecção de fraudes na rede (RAMOS, 2014).

2.4.2 Fluxo de potência ótimo

O Fluxo de Potência Ótimo (FPO) é uma extensão do fluxo de potência que tem como finalidade fornecer a melhor condição de operação de um SEP de acordo com um critério pré-determinado. Um uso comum do FPO é na alocação de geradores distribuídos de modo a obter a configuração do sistema que garanta o menor custo por kWh transportado.

Devido as mudanças na estrutura econômica do setor de energia elétrica, passando um ambiente centralizado nos monopólios para um modelo competitivo, onde vários agentes produzem e transportam a energia elétrica, o FPO tem se mostrado de grande utilidade na operação e planejamento do SEP, de modo a melhorar eficiência econômica e a qualidade no fornecimento de energia (ARAUJO, 2005).

2.4.3 *Smart Grid*

Smart Grid, ou rede inteligente, refere-se a aplicação de técnicas de tecnologia da informação, tais como *Big Data*, de modo a controlar de forma automatizada a geração, transmissão e distribuição de energia elétrica, visando melhorar a sua eficiência operacional. É composta por *hardware* (medidores inteligentes, atuadores remotos e etc.) interligados através de uma rede de comunicação confiável, que fornecem dados sobre o estado de operação do sistema para serem processados por ferramentas computacionais (*software*) que controlam a geração, regulação e transmissão da energia em tempo real.

Suas principais características são:

- resposta instantânea a variações na demanda;
- melhor precisão nas medições;
- facilita a inclusão de geradores distribuídos;
- comunicação entre sensores e atuadores agiliza as correções em caso de falha.
- monitora a infra-estrutura e os equipamentos em busca de condições anormais de operação;
- ajusta em tempo-real as fontes de ativos e reativos na rede, de modo a obter uma melhor qualidade na energia (maior fator de potência, menor variação de frequência e etc.);
- atua de modo a garantir o estado ótimo de operação da rede (perdas mínimas).

As redes inteligentes utilizam os algoritmos do fluxo de potência e do fluxo de potência ótimo para estimar o estado de operação do sistema e determinar as medidas necessárias para atingir os objetivos citados anteriormente, reforçando ainda mais a necessidade de algoritmos rápidos e precisos para o fluxo de potência.

3 Sistemas de distribuição

3.1 Características gerais

Os sistemas de distribuição de energia elétrica (SDE) são compostos pelos métodos e equipamentos que realizam o transporte de potência da linha de transmissão até o consumidor final.

A distribuição começa nas estações de subtransmissão, que recebem do sistema de transmissão a energia produzida nas usinas geradoras e à encaminha as subestações de distribuição. Por sua vez, as subestações de distribuição, que se encontram perto dos centros urbanos, transformam a energia de alta tensão (AT) para média tensão (MT) e a transporta até os consumidores, por vias aéreas ou subterrâneas.

Grandes consumidores (demanda maior que 2500kW), como shopping centers, hospitais e universidades, são chamados consumidores primários, pois recebem a energia em MT (geralmente entre 13,8kV e 2,3kV) e realizam a conversão interna para seu consumo em baixa tensão (BT). Já as residências, comércio e pequenas indústrias, são ditos consumidores secundários, pois recebem a energia da rede, através dos transformadores de distribuição, pronta para o consumo em BT.

As tensões padronizadas para conexão dos SDEs são listadas na tabela 4, bem como as tensões em BT para consumo final. Além dos valores da tabela 4, existem subestações que recebem energia em 230kV, porém são poucas, devido aos custos elevados para se trabalhar nesse nível de tensão (GARCIA; DUZZI, 2012).

Tabela 4 – Valores de tensão padronizados para interconexão dos SEPs e consumo final.

Tensão [Volts]	Classificação
138k	AT
115k	AT
88k	AT
69k	AT
34,5k	MT
13,8k	MT
4k	MT
2,3k	MT
220	BT
127	BT

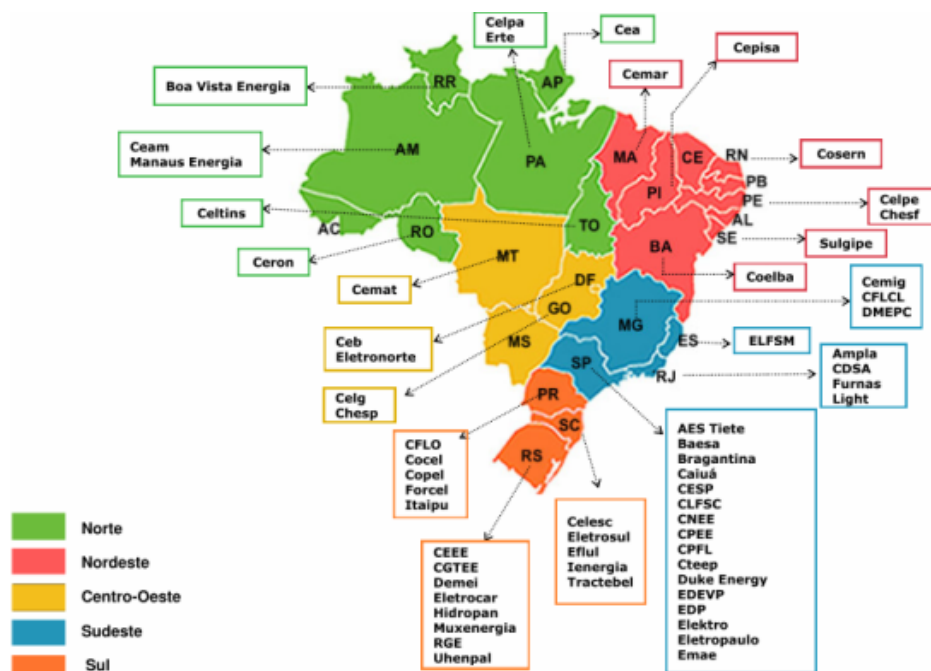
Fonte: Resoluções ANEEL, Nº 505 de 26/11/2001 e Nº 676 de 19/12/2003.

Um outro nível de BT que era comumente utilizado é o de 110V, porém, caiu em desuso devidos as normas impostas pela Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT).

Ainda é possível encontrar redes de 110V em regiões rurais devido ao uso de transformadores bifásicos.

No Brasil, esses sistemas são administrados por 64 concessionárias, sendo nove na região norte, 11 na região nordeste, cinco na região centro-oeste, 22 na região sudeste e 17 na região sul do país, sendo que algumas atuam também em mais de uma região. As concessionárias são apresentadas de acordo com sua localização na figura 7.

Figura 7 – Localização das concessionárias de distribuição de energia elétrica do Brasil.



Fonte: Leão, R. P. S., Universidade Federal do Ceará (UFC).

Os principais critérios de avaliação dos SDEs são:

- **Segurança:** Os SDEs não devem, de modo algum, apresentar riscos aos seus usuários e a equipe técnica responsável pela manutenção do mesmo.
- **Flexibilidade:** capacidade de adaptação do sistema a novas condições de carga e alteração da rede, com um custo de implementação mínimo e pouca necessidade de interrupção da operação.
- **Continuidade:** avalia os meios que o sistema possui para minimizar os efeitos de falhas e o tempo de restabelecimento da transmissão.
- **Regulação de tensão:** refere-se as flutuações de tensão que ocorrem pela inserção ou remoção de cargas consideráveis no sistema.
- **Custo de operação:** é o custo inerente de operação do sistema, influenciado diretamente pela eficiência do mesmo.

- **Custo de manutenção:** refere-se aos custos para reparo, inspeção e manutenção preventiva do sistema, bem como o tempo necessário para executá-las.

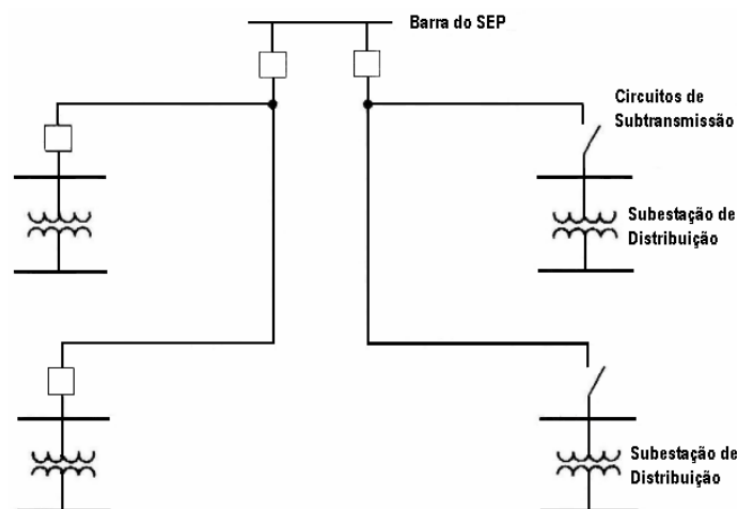
Muitos dos sistemas de distribuição são implementados visando somente o investimento inicial para início das operações, resultando em um baixo desempenho nos critérios citados e em prejuízos a longo prazo.

3.2 Subtransmissão

A subtransmissão é o circuito que transporta a energia do sistema de transmissão até as subestações de distribuição, através de linhas trifásicas operando nos níveis de 34,5 kV, 69 kV, 88 kV, 115 kV e 138 kV. Alguns consumidores, como indústrias de grande porte e estações de tratamento e bombeamento de água, são alimentados diretamente pelo sistema de subtransmissão.

A topologia mais simples para esses sistemas é a radial simples (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2005; GARCIA; DUZZI, 2012), onde a potência flui a partir da subestação de subtransmissão, passando pelas SEs de distribuição e chegando ao consumidor final. A figura 8 mostra uma representação em diagrama unifilar da topologia radial simples.

Figura 8 – Diagrama unifilar de um sistema de subtransmissão radial.



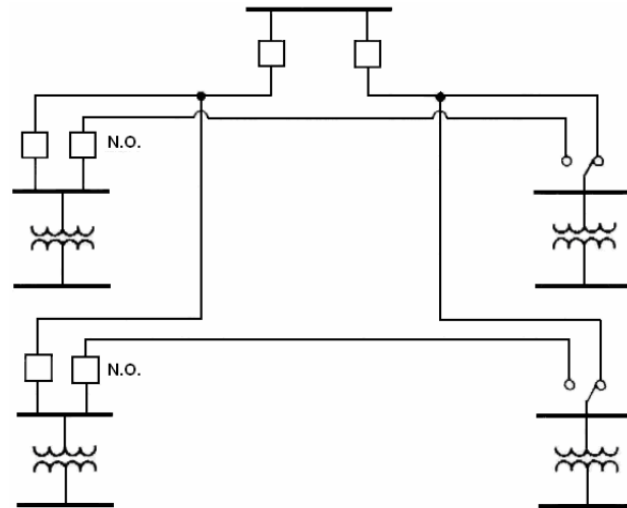
Fonte: Leão, R. P. S., Universidade Federal do Ceará (UFC).

O principal problema da distribuição radial simples é que no caso de falha, todo o sistema, a partir do local de contingência, é desconectado do barramento de alimentação, provocando a interrupção generalizada do serviço. Assim, o transporte de energia só poderá ser restabelecido após providenciados os reparos necessários, comprometendo a confiabilidade do sistema.

De modo a melhorar a confiabilidade do sistema, são adicionados alimentadores secundários, assim, quando ocorre uma falha, o serviço pode ser restaurado comutando os

alimentadores. Essa topologia é chamada de radial com recurso e seu diagrama unifilar é apresentado na figura 9.

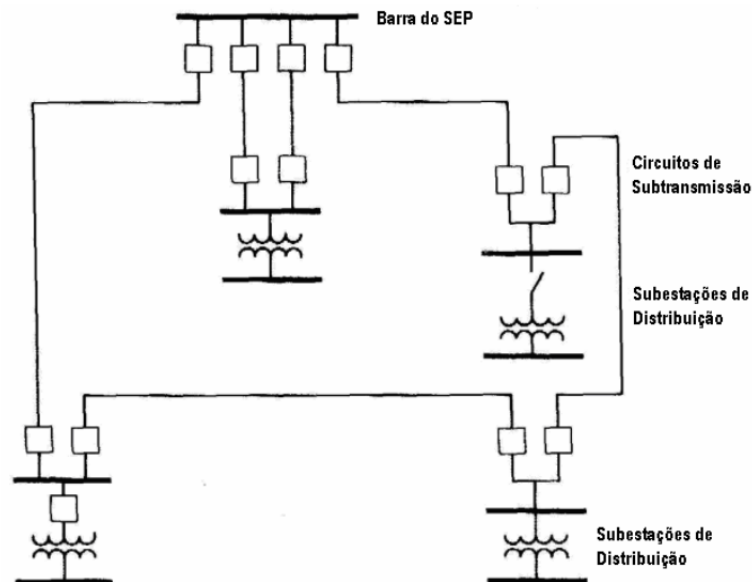
Figura 9 – Diagrama unifilar de um sistema de subtransmissão radial com recurso.



Fonte: Leão, R. P. S., Universidade Federal do Ceará (UFC).

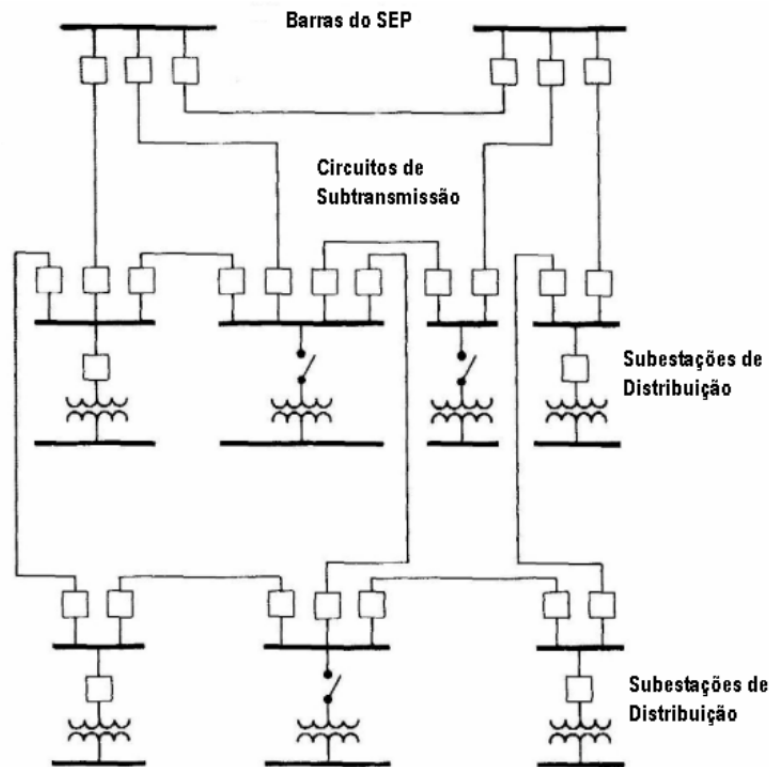
Outros arranjos que podem ser utilizados são os sistemas em anel e os sistemas em reticulado, representados nas figuras 10 e 11, respectivamente.

Figura 10 – Diagrama unifilar de um sistema de subtransmissão em anel.



Fonte: Leão, R. P. S., Universidade Federal do Ceará (UFC).

Figura 11 – Diagrama unifilar de um sistema de subtransmissão reticulado.



Fonte: Leão, R. P. S., Universidade Federal do Ceará (UFC).

3.3 Distribuição

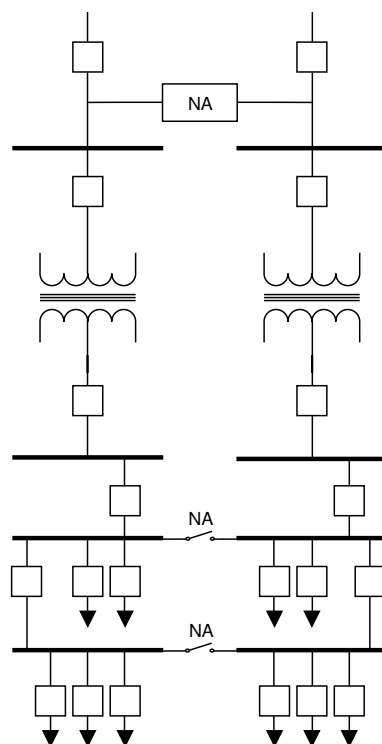
As subestações de distribuição são as responsáveis por transformar a tensão do sistema de subtransmissão em tensão primária. Normalmente operam em 13,8kV, porém é comum encontrar outros valores de MT e até mesmo AT.

As SEs de distribuição tem como objetivo o transporte de potência até os consumidores primários, aos transformadores de distribuição e as estações transformadoras. Para tal, utiliza-se de redes aéreas, com postes de madeira ou concreto, ou subterrâneas e tem, normalmente, capacidade de transportar 12MW de potência por alimentador (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2005).

As estações transformadoras (ETs) e os transformadores de distribuição convertem a tensão primária em tensão secundária para o consumidor final. No Brasil, a tensão secundária é padronizada nos valores de 127V e 220V e é usada principalmente no setor residencial.

Quanto a topologia, nos sistemas de distribuição é comum o uso de mais de um alimentador, sendo as barras interconectadas por chaves de manobra para isolar falhas no sistema. A figura 12 mostra essa topologia.

Figura 12 – Diagrama unifilar de um sistema de distribuição.



Fonte: Autoria própria.

3.4 Outras características do sistema de distribuição

A partir das topologias apresentadas nas seções 3.2 e 3.3, é possível notar que os sistemas de distribuição são, em sua grande maioria, radiais. Esse fato é importante para a solução do fluxo de potência, pois a eficiência dos algoritmos apresentados no capítulo 4 é diretamente influenciada pelo número de malhas na rede. Para a análise de sistemas com topologia do tipo anel, reticulado ou outra malhada, são empregadas técnicas de compensação por inserção de corrente nas barras, tornando os cálculos mais complexos e consumindo mais recurso computacional.

Os sistemas de distribuição atendem a centenas ou até mesmo milhares de consumidores, assim, devido ao seu tamanho e a quantidade de elementos presentes na rede, o uso de métodos tradicionais de cálculo do fluxo, Newton-Rapshon e Gauss-Seidel, se tornam ineficientes e de difícil convergência, devido ao tamanho da matriz admitância. Outro problema é que, dada a característica radial, a matriz admitância se torna muito esparsa, pois a maioria das barras estão conectadas somente a duas ou três outras barras.

As cargas nos sistemas de distribuição, diferente das do sistema de transmissão, são desbalanceadas. Assim, é necessário levar em consideração os fatores de assimetria da rede e, em alguns casos, considerar a influência das correntes de neutro e de terra (PIZZALI, 2003), elevando a complexidade dos cálculos.

Um outro fator importante é a relação X/R (reatância pela resistência) nos cabos de

transmissão, que causam instabilidade nos algoritmos clássicos (PIZZALI, 2003). Essa condição é agravada devido a presença de ramos longos e curtos, fazendo com que os sistemas de distribuição sejam considerados mal-condicionados (*ill-conditioned*) do ponto de vista matemático (CHENG; SHLRMOHAMMADI, 1995).

4 Fluxo de potência por varredura

4.1 Modelagem matemática

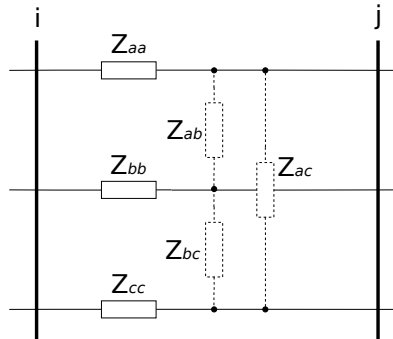
Para o estudo do fluxo de potência, é preciso realizar a modelagem matemática dos componentes reais do sistema. Os modelos apresentados nesta seção consideram a operação estática do sistema e sem interferência da frequência da tensão de suprimento.

4.1.1 Linhas trifásicas

As linhas nas redes de distribuição são, geralmente, modeladas utilizando o modelo de linha curta para as redes primárias e secundárias e o de linha média (π nominal) para as redes de subtransmissão (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2005).

Neste trabalho é utilizado o modelo de linha curta a três fios, considerando o efeito do acoplamento entre as linha. Assim, a linha de transmissão pode ser representada graficamente conforme a figura 13.

Figura 13 – Representação de uma linha trifásica conectando as barras i e j .



Fonte: Autoria própria.

O modelo matemático utilizado para descrever a linha que conecta as barras i e j se dá na seguinte forma matricial:

$$\mathbf{Z}_{ij} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix}$$

onde os elementos Z_{aa} , Z_{bb} e Z_{cc} são a impedância própria das fases a , b e c , respectivamente, e os outros elementos são a impedância do acoplamento entre as fases.

4.1.2 Linha bifásica ou monofásica

As linhas bifásicas e monofásicas são representadas da mesma forma que as linhas trifásicas, porém, os elementos que compõem a matriz impedância \mathbf{Z} , para as fases faltantes, são considerados zero.

4.1.3 Cargas e geradores

As cargas e os geradores são modelados considerando a conexão em estrela, sendo que, para cargas bifásicas ou monofásicas, é considerado que a corrente nas fases faltantes é zero. Este trabalho utiliza somente cargas que possuem potência constante.

A notação utilizada para descrever a potência complexa \mathbf{S} das cargas e geradores conectados na barra i é:

$$\mathbf{S}_i = \begin{bmatrix} S_{ia} \\ S_{ib} \\ S_{ic} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{ia} + jQ_{ia} \\ P_{ib} + jQ_{ib} \\ P_{ic} + jQ_{ic} \end{bmatrix}$$

onde P é a potência real e Q é a potência reativa.

4.1.4 Capacitores *Shunt*

Os elementos *shunt* também são considerados como tendo potência constante. A notação utilizada para descrever-los é a mesma para as cargas e geradores.

4.2 Método da soma das potências

O método da soma das potências (MSP), originalmente proposto por (CESPEDES, 1990), se baseia na eliminação do ângulo de fase nas equações do fluxo de potência para simplificar a resolução do problema. Na maioria dos estudos relacionados ao fluxo de potência, o ângulo da tensão não é significativo, sendo analisado somente o módulo da tensão que chega aos consumidores. Caso seja necessário, o ângulo pode ser determinado com a adição de mais uma etapa de varredura.

O algoritmo consiste em duas operações, uma a montante, ou seja, a partir dos nós mais distantes da barra de referência, e uma operação a jusante, partindo da barra de referência até as barras finais.

Na operação a montante, são calculadas as potências equivalentes em cada nó, i.e., somando somando todas as potências que são alimentadas através da barra, incluindo as perdas.

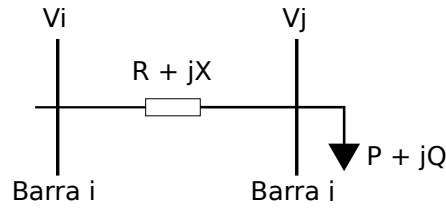
Assim, primeiro é calculada a potência na barra através da equação 4.1, até a barra inicial.

$$\mathbf{S}_i^{equivalente} = \mathbf{S}_i + \sum_{m \in M} (\mathbf{S}_m + \mathbf{L}_m) \quad (4.1)$$

onde $\sum(\mathbf{S}_m + \mathbf{L}_m)$ é a soma das potência e perdas no conjunto de linhas M, que saem da barra i para as barras à montante.

Na operação à jusante, partindo da barra inicial, é determinado o valor absoluto da tensão em cada barra com o uso da equação 4.2 ou 4.3.

Figura 14 – Conexão entre as barras s e r .



Fonte: Autoria própria.

$$|V_j|^4 + (2\Re\{S^* \cdot Z\} - |V_i|^2)|V_j|^2 + \Re\{S^* \cdot Z\}^2 + \Im\{S^* \cdot Z\}^2 = 0 \quad (4.2)$$

$$|V_j|^4 + [2 \cdot (PR + QX) - |V_i|^2] \cdot |V_j|^2 + (P^2 + Q^2) \cdot (R^2 + X^2) = 0. \quad (4.3)$$

onde:

- i : nó fonte;
- j : nó à jusante;
- V_i : módulo da tensão em i ;
- V_j : módulo da tensão em j ;
- P : potência ativa equivalente da carga em j ;
- Q : potência reativa equivalente da carga em j ;
- R : resistência própria da linha;
- X : reatância própria da linha.

A equação 4.2 surge da aplicação direta da Lei de Ohm ao sistema da figura 14. Ao final da operação a jusante, as perdas são atualizadas através da equação 4.4.

$$L_p = R \frac{(P^2 + Q^2)}{V_j^2} \quad (4.4)$$

$$L_q = X \frac{(P^2 + Q^2)}{V_j^2} \quad (4.5)$$

sendo L_p e L_q as perdas ativas e reativas, respectivamente.

É dito que o algoritmo convergiu quando a variação das perdas totais, entre uma iteração e outra, é menor que um fator de tolerância ϵ .

O ângulo das tensões pode ser calculado, com outra operação a jusante, a partir da equação 4.6.

$$\delta_j = \delta_i - \cos^{-1} \left(\sqrt{1 - \left(\frac{XP + RQ}{|V_i||V_j|} \right)} \right) \quad (4.6)$$

sendo δ_j o ângulo da tensão na barra j e δ_i o ângulo da tensão na barra i .

Segundo Ochoa e Feltrin (2004), o método não considera o acoplamento entre as linhas, sendo aplicado em paralelo para cada uma das fases. Um método para compensação parcial é proposto por (RAMOS; EXPOSITO; CORDERO, 2004), porém não foi explorado nesse trabalho.

Outro problema apresentado pelo método é que ele não pode ser executado em redes malhadas, tornando-o limitado para aplicações em sistemas reais.

4.3 Método da soma das correntes

Esse método, proposto originalmente para redes monofásicas (SHIRMOHARMNADI, 1988) e depois adaptado para redes trifásicas (CHENG; SHLRMOHAMMADI, 1995), utiliza a soma das correntes nas linhas para determinar o fluxo de potência. Semelhante ao método da soma das potências, o algoritmo consiste em duas varreduras, denominadas *backward sweep* e *forward sweep*, sendo uma à montante e outra à jusante.

Uma das vantagens do método da soma das correntes (MSC) é que o mesmo pode ser aplicado a redes fracamente malhadas. Outra vantagem é que o algoritmo possui compensação para o acoplamento entre as linhas, levando a resultados mais precisos.

A execução do algoritmo segue os passos a seguir:

1. Primeiro, é assumir um perfil de tensão inicial para as barras, geralmente 1 pu.

2. O próximo passo é determinar a corrente nas barras através da equação 4.7.

$$\begin{bmatrix} I_{ia} \\ I_{ib} \\ I_{ic} \end{bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \left(\frac{S_{ia}}{V_{ia}^{(k-1)}} \right)^* \\ \left(\frac{S_{ib}}{V_{ib}^{(k-1)}} \right)^* \\ \left(\frac{S_{ic}}{V_{ic}^{(k-1)}} \right)^* \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Y_{ia}^* & 0 & 0 \\ 0 & Y_{ib}^* & 0 \\ 0 & 0 & Y_{ic}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ia} \\ V_{ib} \\ V_{ic} \end{bmatrix}^{(k-1)} \quad (4.7)$$

onde:

- I_{ia} , I_{ib} e I_{ic} : correntes injetadas na barra i ;
 - S_{ia} , S_{ib} e S_{ic} : potências injetadas na barra i ;
 - V_{ia} , V_{ib} e V_{ic} : tensões na barra i ;
 - Y_{ia} , Y_{ib} e Y_{ic} : admitância dos elementos *shunt* conectados a barra i ;
 - k : número da iteração.
3. Em seguida, é iniciada a operação à montante, onde, partindo dos nós finais até a barra inicial, é calculada a corrente nas linhas com a equação 4.8.

$$\begin{bmatrix} J_{la} \\ J_{lb} \\ J_{lc} \end{bmatrix}^{(k)} = - \begin{bmatrix} I_{ia} \\ I_{ib} \\ I_{ic} \end{bmatrix}^{(k)} + \sum_{m \in M} \begin{bmatrix} J_{ma} \\ J_{mb} \\ J_{mc} \end{bmatrix}^{(k)} \quad (4.8)$$

onde J_{la} , J_{lb} e J_{lc} são as correntes na linha l e J_{ma} , J_{mb} e J_{mc} as correntes na linha m , sendo m o conjunto de linha que emanam à jusante da barra i .

4. Após o cálculo das correntes de linha, é executada a operação à jusante, utilizando a equação 4.9 para aplicar a correção de tensão nas barras.

$$\begin{bmatrix} V_{ja} \\ V_{jb} \\ V_{jc} \end{bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} V_{ia} \\ V_{ib} \\ V_{ic} \end{bmatrix}^{(k)} - \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{la} \\ J_{lb} \\ J_{lc} \end{bmatrix}^{(k)} \quad (4.9)$$

5. O critério de convergência é determinado a partir da variação da potência nas barras (equação 4.10). Se a parte real (P) ou a parte imaginária (Q) de qualquer uma das variações de potência (ΔS_i) na equação 4.10 for maior que o fator de tolerância ϵ , os passos de 2, 3 e 4 são executados novamente, até que se obtenha a convergência ou que atinga um número máximo de iterações.

$$\begin{bmatrix} \Delta S_{ia} \\ \Delta S_{ib} \\ \Delta S_{ic} \end{bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} V_{ia} \\ V_{ib} \\ V_{ic} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{bmatrix} I_{ia}^* \\ I_{ib}^* \\ I_{ic}^* \end{bmatrix}^{(k)} - \begin{bmatrix} Y_{ia}^* & 0 & 0 \\ 0 & Y_{ib}^* & 0 \\ 0 & 0 & Y_{ic}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |V_{ia}|^2 \\ |V_{ib}|^2 \\ |V_{ic}|^2 \end{bmatrix}^{(k)} - \begin{bmatrix} S_{ia} \\ S_{ib} \\ S_{ic} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

4.4 Renumeração das barras

Em ambos os métodos de cálculo do fluxo de potência, é necessário uma renumeração das barras, de modo a deixar o sistema em uma representação adequada para a execução do algoritmo.

Neste trabalho foi empregada uma abordagem orientada a objetos, onde não é necessário a renumeração das barras. Para representar a estrutura da rede, é utilizada uma técnica que se assemelha a uma lista ligada (*linked list*) (CORMEN; AL., 2009). Assim, cada objeto barra possui uma lista de objetos linha a qual está conectado. As linhas, por sua vez, possuem uma referência a duas barras, denominadas nó inicial e nó final.

Dessa forma, não é necessário renumerar o sistema, pois a navegação é realizada através da referência aos objetos barra e linha.

Para agilizar o acesso aleatório a uma barra, i.e. acessar uma barra sem a necessidade de percorrer toda a lista, é utilizada uma estrutura do tipo *Hash Table* (CORMEN; AL., 2009), a qual permite buscar o endereço da barra, a partir do seu número, ou o endereço da linha, de acordo com seus nós inicial e final.

Na abordagem tradicional, a rede é representada usando vetores, dificultando a remoção e inserção de elementos, aumentando ainda mais o custo computacional para aplicação do algoritmo de redução. A abordagem empregada facilita a utilização do algoritmo de redução de barras, visto que para remover ou inserir um elemento, é necessário somente alterar uma referência (ponteiro em C++), sem precisar movimentar uma grande quantidade de dados na memória.

5 Algoritmo para redução de barras

5.1 Teoria

Nos sistemas de distribuição, várias barras são utilizadas para representar elementos que não consomem e nem geram energia ou para ramificação de um ponto. Isso eleva a quantidade de barras no sistema, afetando diretamente o desempenho dos algoritmos de cálculo do fluxo de potência.

Muitas dessas barras não interferem no cálculo do fluxo de potência e podem ser desconsideradas durante a resolução do fluxo. Para não perder informações sobre o sistema, é possível reintroduzir as barras removidas após o cálculo do fluxo, determinando sua tensão complexa a partir da Lei de Ohm.

5.1.1 Sistemas monofásicos

Considerando o modelo de linha curta, a remoção da barra se aplica em dois casos, descritos a seguir.

1. **Barras de borda:** barras de borda são definidas como barras que encontram-se nas extremidades do sistema, possuindo somente uma ligação com outra barra.

Caso não haja cargas, geradores ou elementos *shunt* conectados, a mesma pode ser removida, pois não há transferência de energia para a barra. Sem transferência de energia, não há perdas na linha que a conecta ao sistema, assim, a tensão na barra removida será sempre igual a tensão da barra a qual ela se conecta.

2. **Barras intermediárias:** são as barras que conectam duas ou mais barras.

É possível remover uma barra intermediária caso a mesma atenda aos seguintes critérios:

- i conecta-se com somente duas outras barras;
- ii não possui elementos *shunt*;
- iii não possui cargas ou geradores.

A remoção da barra intermediária é realizável porque a corrente da linha que a conecta a barra à jusante é a mesma que a corrente da linha à montante. Com a barra removida, a impedância das duas linhas pode ser considerada uma associação de impedâncias em série, formando uma linha equivalente.

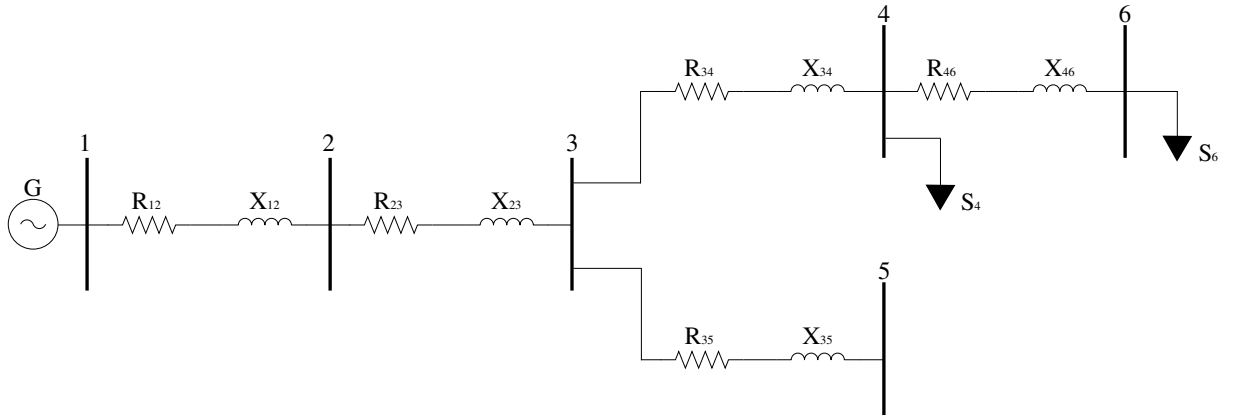
A tensão na barra removida é determinada como sendo a tensão em qualquer uma das barras conectadas a ela menos a queda de tensão devido a impedância da linha.

Barras fora das condições 1 e 2 não podem ser removidas porque afetam o cálculo do fluxo de potência e sua remoção acarreta em erro nos resultados.

5.1.2 Exemplo de aplicação

A figura 15 apresenta o diagrama unifilar de um sistema monofásico radial, com duas cargas (S_{l4} e S_{l6}) e um gerador (G).

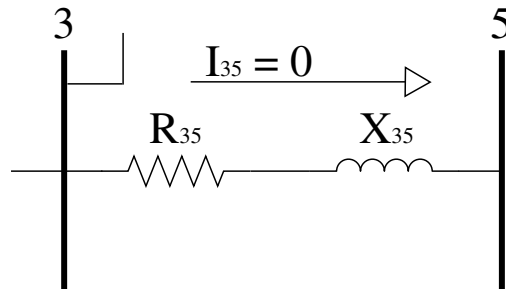
Figura 15 – Sistema radial monofásico com 6 barras.



Fonte: Autoria própria.

Analisando o sistema, nota-se que não há carga, gerador ou elementos *shunt* na barra de barra 5.

Figura 16 – Conexão entre as barras 3 e 5 para o sistema da figura 15.



Fonte: Autoria própria.

A corrente de linha I_{35} é zero, conforme mostra a figura 16. Sendo assim, a tensão V_5 será sempre igual a V_3 , pois:

$$V_5 = V_3 - Z_{35}I_{35},$$

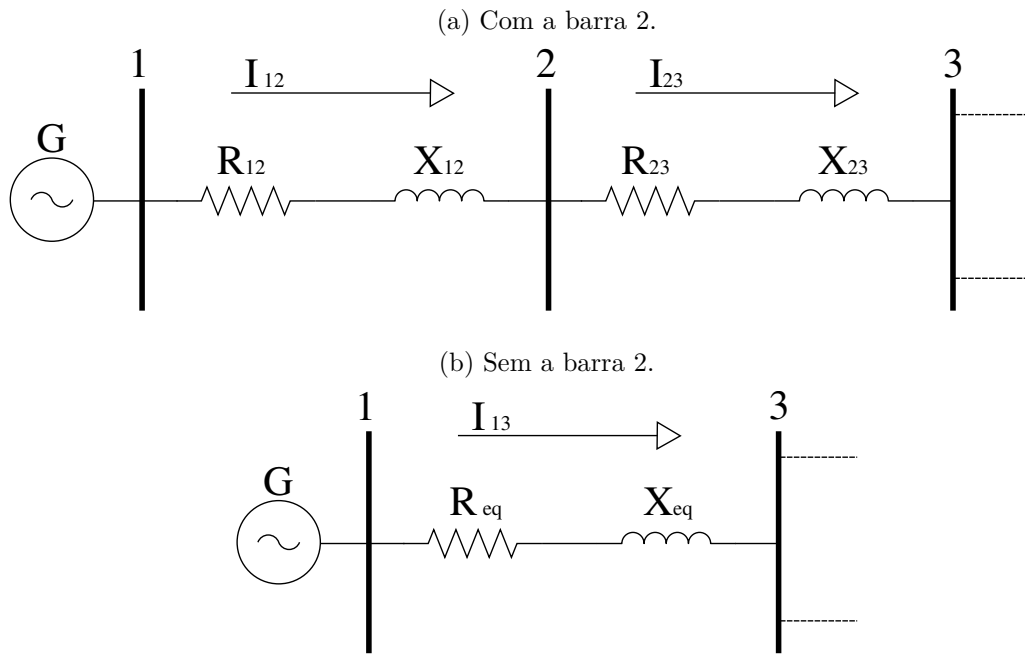
$$V_5 = V_3 \because I_{35} = 0. \quad (5.1)$$

A barra 5 pode ser removida do sistema, dado que não há transferência de energia da barra 3 para 5 e que sua tensão está relacionada somente a tensão V_3 .

Após o cálculo do fluxo de potência, a barra 5 pode ser reinserida no sistema, sendo sua tensão igual a V_3 e as perdas na linha, que a conecta à barra 3, iguais a zero.

A única barra intermediária elegível para remoção é a barra 2. A figura 17a mostra a conexão que realiza a transferência de potência da barra 1 para a barra 3 e a figura 17b mostra a mesma transferência, porém, sem a barra 2.

Figura 17 – Conexão entre as barras 1 e 3 da figura 15.



Fonte: Autoria própria.

Aplicando a Lei de Kirchhoff para correntes na barra 2, temos que

$$I_{12} = I_{23}.$$

Parte da energia é transferida à barra 3 e outra parte é perdida nas linhas. Nota-se que a barra 2 é inerte, ou seja, não insere nem remove energia no sistema.

Ao remover a barra 2 e substituir as linhas por uma linha equivalente (figura 17b), a quantidade de energia que chega na barra 3 continua sendo a mesma, ou seja, a tensão e a corrente nas barras 1 e 3 serão as mesmas, independente da presença da barra 2.

A corrente na linha que conecta 1 e 3 é:

$$I_{13} = I_{12} = I_{23}.$$

E a impedância equivalente de 1 para 3 é:

$$Z_{13}^{eq} = Z_{12} + Z_{23} = (R_{12} + R_{23}) + j(X_{12} + X_{23}). \quad (5.2)$$

Para a reintrodução da barra 2, após o cálculo do fluxo de potência, a tensão V_2 é determinada a partir da equação 5.3, que surge a partir da aplicação direta da Lei de Ohm.

$$V_2 = V_1 - Z_{12}I_{12} \quad (5.3)$$

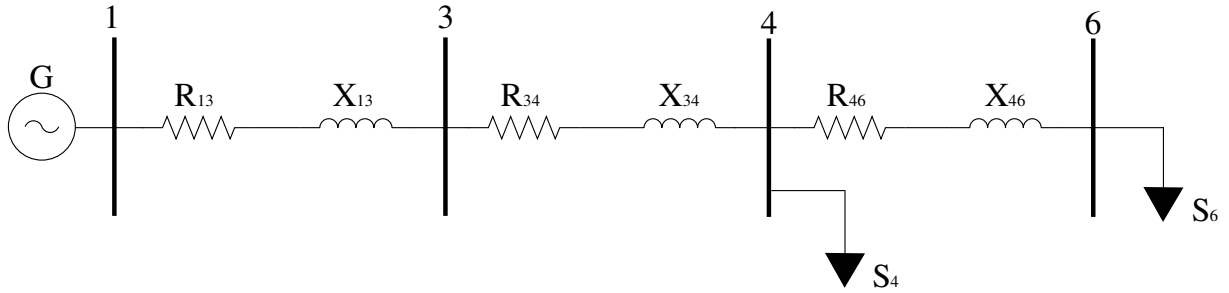
As perdas nos trechos 1 para 2 e 2 para 3 são proporcionais a impedância, sendo calculadas com as equações 5.4 e 5.5, respectivamente.

$$Perda_{12} = Perda_{13} \cdot \frac{Z_{12}}{Z_{12} + Z_{23}} \quad (5.4)$$

$$Perda_{23} = Perda_{13} \cdot \frac{Z_{23}}{Z_{12} + Z_{23}} \quad (5.5)$$

Após a redução de barras, o sistema fica conforme a figura 18. O resultado do fluxo de potência será igual ao obtido para o sistema completo da figura 15, porém, o tempo necessário para o cálculo será menor, visto que o sistema reduzido possui somente 4 barras.

Figura 18 – Sistema reduzido.



Fonte: Autoria própria.

5.1.3 Sistemas trifásicos

A aplicação da redução em sistemas trifásicos segue os mesmos procedimentos e regras utilizados nos sistemas monofásicos. Entretanto, para o cálculo da impedância equivalente é necessário considerar os efeitos do acoplamento entre as fases.

Para a representação da linha equivalente no modelo da seção 4.1.1, as impedâncias próprias das fases são somadas, enquanto que as impedâncias de acoplamento são consideradas em paralelo. Esse método é válido pois as impedâncias de acoplamento se estendem por todo o comprimento da linha.

Como exemplo, a impedância equivalente (\mathbf{Z}_{ik}^{eq}) para duas linhas, que conectam as barras i , j e k , de impedâncias \mathbf{Z}_{ij} e \mathbf{Z}_{jk} é determinada na equação 5.6.

$$\mathbf{Z}_{ik}^{eq} = \begin{bmatrix} (Z_{aa}^{ij} + Z_{aa}^{jk}) & (Z_{ab}^{ij} \parallel Z_{ab}^{jk}) & (Z_{ac}^{ij} \parallel Z_{ac}^{jk}) \\ (Z_{ab}^{ij} \parallel Z_{ab}^{jk}) & (Z_{bb}^{ij} + Z_{bb}^{jk}) & (Z_{bc}^{ij} \parallel Z_{bc}^{jk}) \\ (Z_{ac}^{ij} \parallel Z_{ac}^{jk}) & (Z_{bc}^{ij} \parallel Z_{bc}^{jk}) & (Z_{cc}^{ij} + Z_{cc}^{jk}) \end{bmatrix}. \quad (5.6)$$

Para a reintrodução das barras no sistema, os cálculos são feitos de forma desacoplada (equações 5.7, 5.8 e 5.9), i.e., desprezado o efeito das impedâncias de acoplamento entre as linhas. Isso introduz um pequeno erro no valor da tensão nas barras e nas perdas das linhas.

$$\begin{bmatrix} V_a^j \\ V_b^j \\ V_c^j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_a^i \\ V_b^i \\ V_c^i \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_{aa}^{ij} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{bb}^{ij} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{cc}^{ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a^{ij} \\ I_b^{ij} \\ I_c^{ij} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

$$\begin{bmatrix} Perda_a^{ij} \\ Perda_b^{ij} \\ Perda_c^{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Z_{aa}^{ij}}{Z_{aa}^{ij} + Z_{aa}^{jk}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{Z_{bb}^{ij}}{Z_{bb}^{ij} + Z_{bb}^{jk}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{Z_{cc}^{ij}}{Z_{cc}^{ij} + Z_{cc}^{jk}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Perda_a^{ik} \\ Perda_b^{ik} \\ Perda_c^{ik} \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

$$\begin{bmatrix} Perda_a^{jk} \\ Perda_b^{jk} \\ Perda_c^{jk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Z_{aa}^{jk}}{Z_{aa}^{ij} + Z_{aa}^{jk}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{Z_{bb}^{jk}}{Z_{bb}^{ij} + Z_{bb}^{jk}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{Z_{cc}^{jk}}{Z_{cc}^{ij} + Z_{cc}^{jk}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Perda_a^{ik} \\ Perda_b^{ik} \\ Perda_c^{ik} \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

5.2 Algoritmo de redução

O algoritmo de redução começa a partir da barra de referência e vai, de forma recursiva, até as barras na extremidade do sistema, verificando se a barra em análise atende os critérios necessários para remoção.

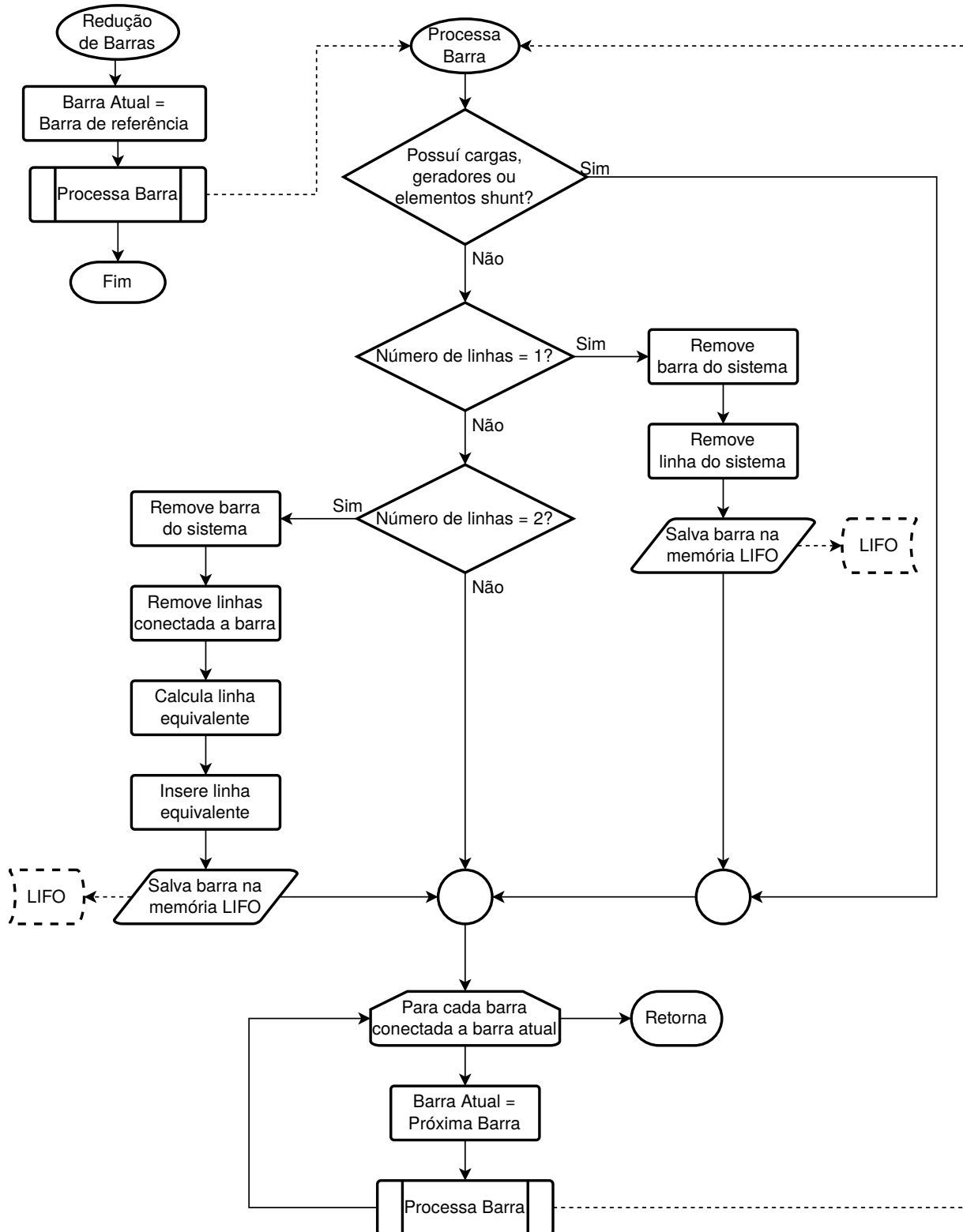
Quando uma barra removível é encontrada, a mesma é retirada do sistema, em conjunto com as linhas que a conectam. Caso seja uma barra intermediária, é inserida uma linha equivalente, de modo a conectar as barras que antes eram ligadas pela linha removida.

A barra removida é então inserida em uma memória do tipo LIFO (*Last In First Out*) (CORMEN; AL., 2009), para posteriormente ser reintroduzida no sistema. A memória LIFO é importante no caso de múltiplas barras removidas em sequência, garantindo que a restauração das mesmas ocorrerá na ordem em que foram removidas, evitando um embaralhamento do sistema.

O algoritmo proposto, para realizar a remoção das barras, é apresentado na forma de fluxograma na figura 19. A linha tracejada no retorno da função "Processa Barra" indica a recursão do algoritmo.

A memória LIFO também está tracejada porque deve ser criada fora do escopo da função, visto que será utilizada pelo algoritmo de restauração.

Figura 19 – Fluxograma do algoritmo para remoção das barras.



Fonte: Autoria própria.

5.3 Algoritmo de restauração e compensação

Para reintroduzir as barras removidas do sistema, é necessário utilizar a memória FIFO que foi preenchida durante a fase de redução.

O algoritmo se dá de acordo com as etapas abaixo.

1. O primeiro passo é verificar se há barras para recuperação na memória FIFO. Caso não haja, a função retorna.
2. Em seguida, a barra a ser restaurada é retirada da memória FIFO.
3. A barra é reinserida na rede, i.e., o seu endereço é adicionado a estrutura que armazena as barras contidas no sistema.
4. Verifica-se se a barra reinserida possui uma ou duas linhas.
5. Caso possua somente uma, a linha é reinserida no sistema.
6. É determinada a tensão na barra restaurada como sendo a tensão da barra na outra conexão da linha. A corrente e as perdas na linha são igualadas a zero.
7. A rotina retorna então ao passo 1.
8. Caso a barra possua duas linhas, ambas as linhas são reconectadas ao sistema.
9. A tensão na barra é determinada de modo análogo a equação 5.1, para sistemas monofásicos, ou através da equação 5.7, para sistemas trifásicos.
10. A perda nas linhas é determinada de modo análogo a 5.4 e 5.5, para sistemas monofásicos, ou através das equações 5.8 e 5.9 para sistemas trifásicos.
11. Em seguida são determinados os outros valores necessários, como por exemplo as correntes de linha.
12. A rotina retorna ao passo 1.

O algoritmo é apresentado na forma de fluxograma na figura 20. Novamente, a memória LIFO aparece em tracejado pois a mesma está declarada fora da rotina "Recupera Barras".

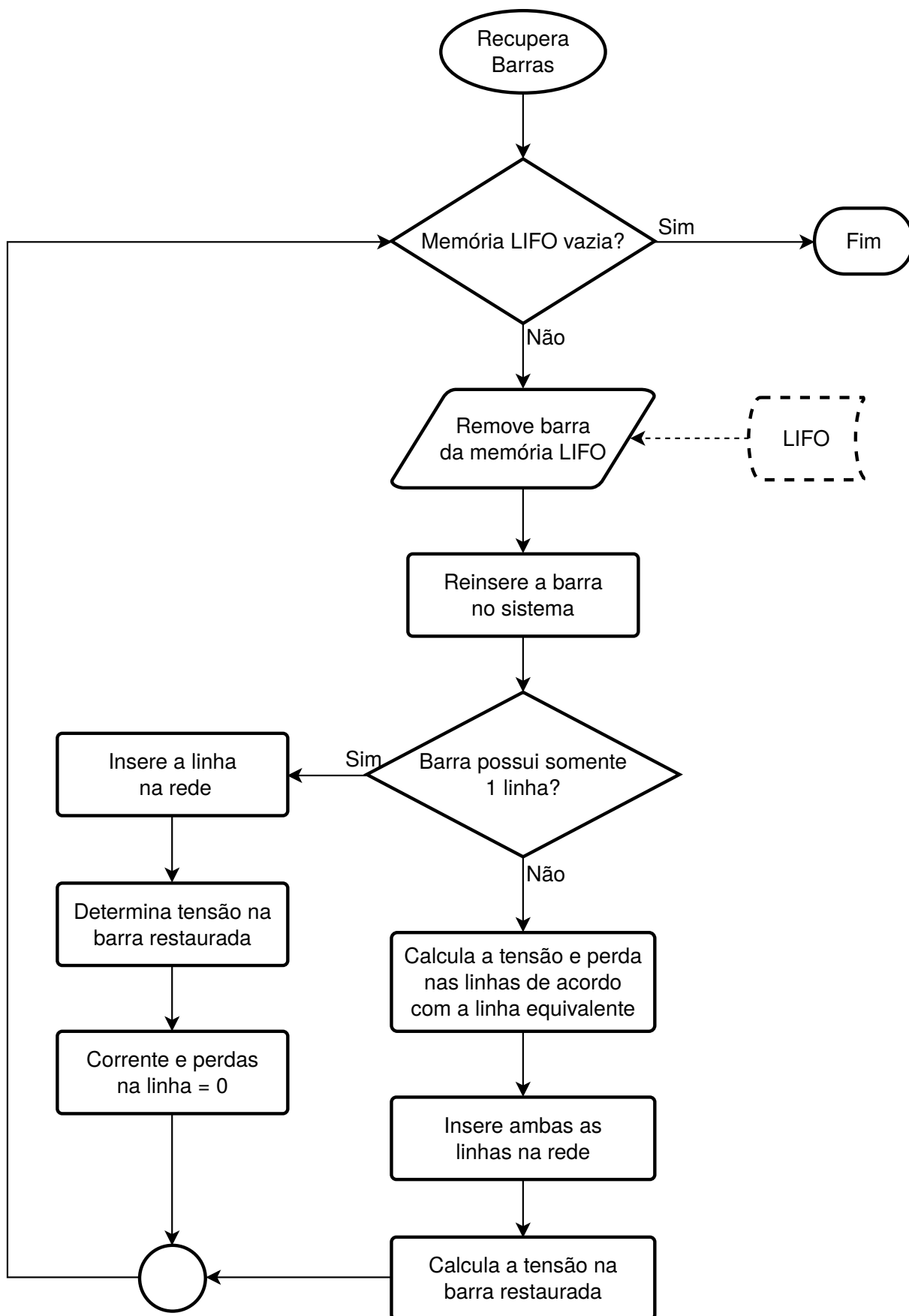
5.4 Desvantagem da redução

Devido ao custo computacional para realizar a remoção de barras, é necessário que sejam retiradas um número substancial de barras do sistema. Caso contrário, o tempo

utilizado pelos algoritmos de redução e restauração fazem com que seja mais dispendioso o cálculo do fluxo de potência com redução do que sem.

Uma outra desvantagem é a introdução do erro na tensão das barras removidas para sistemas trifásicos, devido a característica desacoplada da restauração. Se a interferência entre linhas for muito grande, o erro resultante pode ser prejudicial para análise do sistema.

Figura 20 – Fluxograma do algoritmo para restauração das barras.



Fonte: Autoria própria.

6 Resultados

6.1 Sistemas estudados

Para a determinar a diferença entre ambos os algoritmos, com e sem redução de barras, foram realizados testes com seis sistemas distintos, sendo três sistemas monofásicos (14, 70 e 136 barras) e três trifásicos (34, 793 e 3373 barras).

Todos os sistemas estudados são radiais, compostos por barras do tipo PQ (potência ativa e reativa conhecidas) e uma barra de referência (tensão e fase conhecidas). As cargas e os elementos *shunt* são considerados como tendo potência constante, ou seja, a potência não varia com a variação da tensão.

Nas figuras 21, 24, 22 e 23, que representam os sistemas, as barras do tipo PQ são representadas por círculos e a barra de referência por um quadrado.

Todas as simulações foram realizadas com uma tolerância $\epsilon = 1 \times 10^{-6}$, com um número máximo de iterações $k_{max} = 1000$.

Os critérios analisados foram:

- divergência nos valores numéricos: a variação no resultado de um método para outro;
- tempo de cálculo: o tempo que o método leva para solucionar o fluxo de potência;
- número de iterações: quantidade de varreduras necessárias até atingir a convergência;
- convergência: verifica se o algoritmo apresenta dificuldades de convergência em decorrência das diferentes características dos sistemas utilizados.

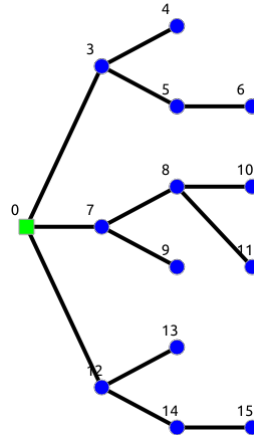
6.1.1 Sistema monofásico com 14 barras

A figura 21 mostra uma representação do sistema de 14 barras. A tensão de fase na subestação (barra de referência) é de 23,0kV ($V_{linha} \approx 13,279 kV$).

A tabela 19 (apêndice A) apresenta as condições de carga do sistema, sendo as potências ativas dadas em kilo Watt e as reativas em kilo VAR. A potência dos elementos *shunt* é dada em kilo VAR, visto que tais elementos são capacitores, representados através de sua potência reativa.

A tabela 20 (apêndice A) apresenta a impedância das linhas, em ohms. Como o sistema é monofásico, a impedância de acoplamento entre as linhas é considerada 0, conforme discutido na seção 4.1.1.

Figura 21 – Sistema monofásico com 14 barras.

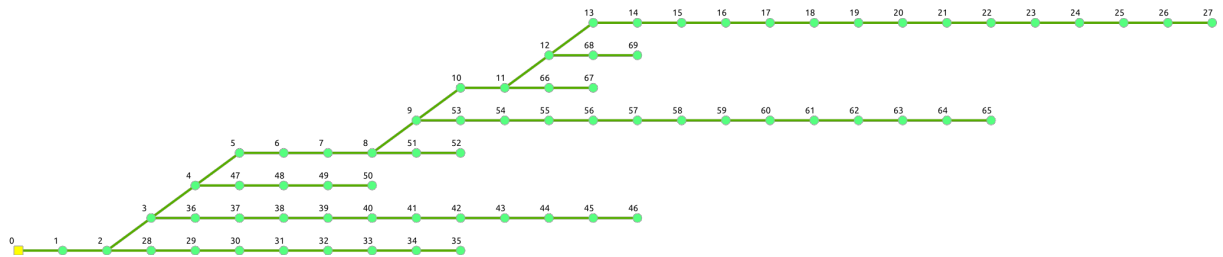


Fonte: Autoria própria.

6.1.2 Sistema monofásico com 70 barras

A figura 22 mostra uma representação do sistema de 70 barras. A tensão de fase na subestação é de 21,93kV ($V_{linha} \approx 12,661\text{ kV}$).

Figura 22 – Sistema monofásico com 70 barras.



Fonte: Autoria própria.

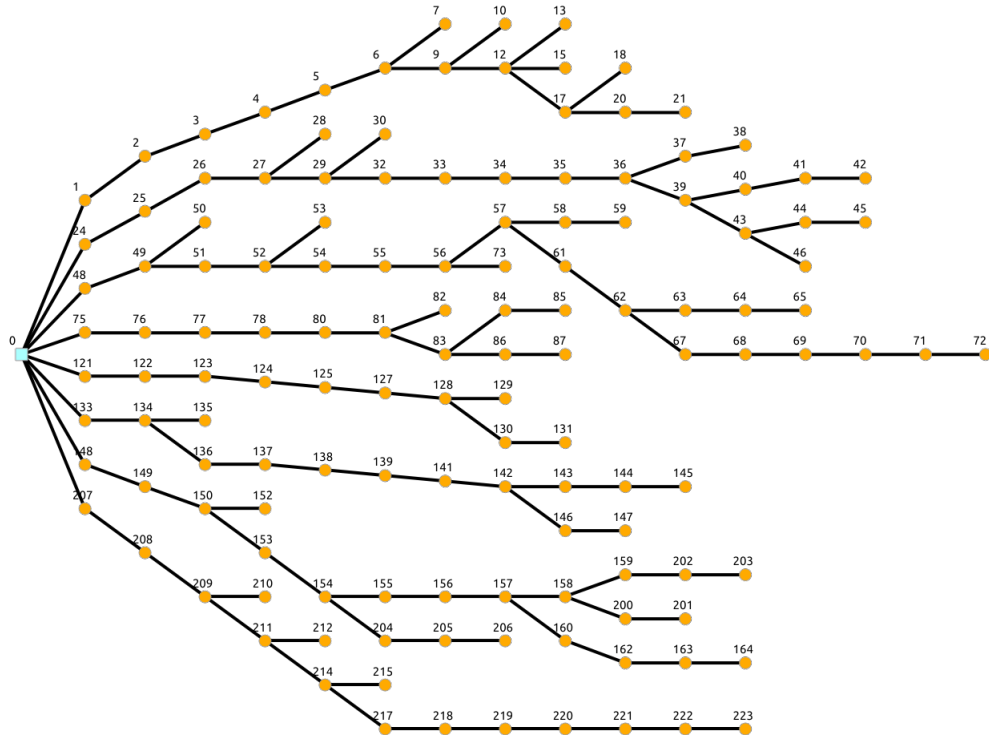
As tabelas 21 e 22 (apêndice B) apresentam as condições de carga do sistema e as características das linhas, respectivamente. O sistema de 70 barras não possui elementos *shunt*.

6.1.3 Sistema monofásico com 136 barras

A figura 23 mostra uma representação do sistema de 136 barras. A tensão de fase na subestação é de 23,9kV ($V_{linha} \approx 13,800\text{ kV}$).

As tabelas 23 e 24 (apêndice C) apresentam as condições de carga do sistema e as características das linhas, respectivamente. O sistema de 136 barras não possui elementos *shunt*.

Figura 23 – Sistema monofásico com 136 barras.

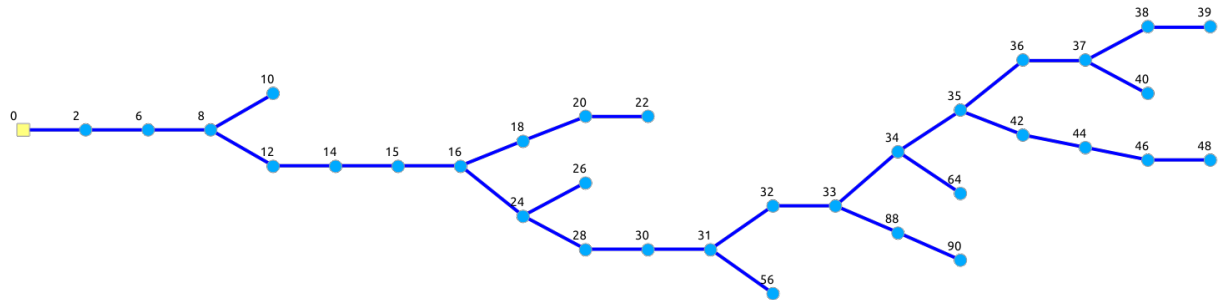


Fonte: Autoria própria.

6.1.4 Sistema trifásico com 34 barras

A figura 24 mostra uma representação do sistema de 34 barras. A tensão de fase na barra de referência é de 24,9kV ($V_{linha} \approx 14,376\text{ kV}$).

Figura 24 – Sistema trifásico com 34 barras.



Fonte: Autoria própria.

As tabelas 25, 26 e 27 (apêndice D) apresentam as condições de carga do sistema para as fases a , b e c , de modo semelhante ao apresentado para o sistema de 14 barras.

Aa tabelas 28, 29 e 30 (apêndice D) apresentam as impedâncias das linhas e as impedâncias de acoplamento.

6.1.5 Sistema trifásico com 793 barras

O sistema com 793 barras opera com tensão de fase de 13,8kV ($V_{linha} \approx 7,967 \text{ kV}$).

Devido ao grande número de barras do sistema, a representação gráfica e os parâmetros foram omitidos.

6.1.6 Sistema trifásico com 3373 barras

O sistema com 3373 barras opera com tensão de fase de 13,8kV ($V_{linha} \approx 7,967 \text{ kV}$).

Devido ao grande número de barras do sistema, a representação gráfica e os parâmetros foram omitidos.

6.2 Métodos soma de potências e soma de correntes

O primeiro estudo realizado é uma comparação entre os métodos MSC e MSP, de modo a levantar as características de cada um.

6.2.1 Diferença numérica

A seguir são abordadas as diferenças numéricas nos valores obtidos com os métodos MSC e MSP para os sistemas monofásicos e trifásicos.

6.2.1.1 Monofásico

A tabela 5 mostra o módulo da tensão nas barras, resultante do fluxo de potência com os métodos da soma de correntes e soma de potências, para o sistema de 14 barras, junto com a diferença numérica (ΔV) entre os dois.

Nota-se que não há diferença no módulo da tensão ($\Delta V = 0$) em todas as barras, evidenciando que tanto o algoritmo MSC quanto o MSP convergiram para a mesma solução.

Tabela 5 – Módulo da tensão de linha nas barras do sistema de 14 barras.

Barra	Tensão [V]		ΔV [%]
	MSC	MSP	
0	13279.0562	13279.0562	0
3	13155.1064	13155.1064	0
4	13116.8665	13116.8665	0
5	13093.0194	13093.0194	0
6	13078.4579	13078.4579	0

Continua na próxima página

Tabela 5 – continuação da página anterior

Barra	Tensão [V]		ΔV [%]
	MSC	MSP	
7	13000.9878	13000.9878	0
8	12894.9325	12894.9325	0
9	12972.5789	12972.5789	0
10	12893.4175	12893.4175	0
11	12870.9415	12870.9415	0
12	13204.9898	13204.9898	0
13	13210.5635	13210.5635	0
14	13170.1851	13170.1851	0
15	13163.2101	13163.2101	0

Fonte: Autoria própria.

A fase da tensão nas barras, apresentada na tabela 6, também não possui variações de um método para outro. Apesar do método da soma de potências não fornecer a fase diretamente, a mesma foi calculada utilizando a equação 4.6.

Tabela 6 – Fase da tensão de linha nas barras do sistema de 14 barras.

Barra	θ [Graus]		$\Delta \theta$ [%]
	MSC	MSP	
0	0.00000	0.00000	0
3	-0.36981	-0.36981	0
4	-0.54430	-0.54430	0
5	-0.69720	-0.69720	0
6	-0.70428	-0.70428	0
7	-0.76349	-0.76349	0
8	-1.45230	-1.45230	0
9	-0.77008	-0.77008	0
10	-1.52590	-1.52590	0
11	-1.83650	-1.83650	0
12	-0.32934	-0.32934	0
13	-0.45618	-0.45618	0
14	-0.52283	-0.52283	0
15	-0.59043	-0.59043	0

Fonte: Autoria própria.

A perda nas linhas também não apresentaram diferença nos resultados entre os métodos, conforme mostra a tabela 7.

Tabela 7 – Comparação entre as perdas nas linhas do sistema de 14 barras.

Barra _i	Barra _f	S _{perda} [kVA]		ΔS_{perda} [kVA]
		MSC	MSP	
0	3	61.63154 + 82.17539i	61.63154 + 82.17539i	0
0	7	278.3385 + 278.3385i	278.3385 + 278.3385i	0
0	12	29.07600 + 29.07600i	29.07600 + 29.07600i	0
3	4	7.510340 + 10.32670i	7.510340 + 10.32670i	0
3	5	11.94510 + 23.89030i	11.94510 + 23.89030i	0
5	6	1.521600 + 1.521600i	1.521600 + 1.521600i	0
7	8	87.01017 + 119.6390i	87.01017 + 119.6390i	0
7	9	2.086200 + 2.086200i	2.086200 + 2.086200i	0
8	10	0.711740 + 0.711740i	0.711740 + 0.711740i	0
8	11	19.70460 + 27.09380i	19.70460 + 27.09380i	0
12	13	2.009700 + 2.679600i	2.009700 + 2.679600i	0
12	14	7.834470 + 10.77240i	7.834470 + 10.77240i	0
14	15	2.055700 + 2.055700i	2.055700 + 2.055700i	0

Fonte: Autoria própria.

Os sistemas com 70 e 136 barras também não apresentaram variações numéricas nos resultados em decorrência do método utilizado. Esse fato era esperado, porque, em sistemas monofásicos, não é considerado o efeito do acoplamento entre linhas. Sendo assim, os dois métodos devem convergir para a mesma solução .

6.2.1.2 Trifásico

Para sistemas trifásicos, é esperada uma pequena variação nos resultados, visto que o método da soma das correntes considera o acoplamento entre as linhas e o método da soma de potências não.

As tabelas 8, 9 e 10 mostram o módulo da tensão nas barras do sistema para as fases *a*, *b* e *c*, respectivamente.

Note que, ao contrário dos sistemas monofásicos, existe uma diferença na solução obtida com o método das correntes em relação ao método das potências, chegando a 6.6 % na fase *b*.

Tabela 8 – Módulo da tensão de linha nas barras do sistema de 34 barras (fase a).

Barra	Tensão [V]		ΔV [%]
	MSC	MSP	
0	14376.0217	14376.0217	0
2	14328.2494	14317.0068	-0.078465
6	14296.1153	14277.4644	-0.13046
8	13696.3155	13545.2221	-1.1032
10	13696.3155	13545.2221	-1.1032
12	13004.399	12705.208	-2.3007
14	12457.9993	12050.077	-3.2744
15	12457.9993	12050.077	-3.2744
16	12452.3121	12043.3017	-3.2846
18	12445.6473	12036.3999	-3.2883
20	12276.9203	11861.698	-3.3821
22	12255.5631	11839.5894	-3.3942
24	12335.2499	11893.1292	-3.5842
26	12335.2499	11893.1292	-3.5842
28	12325.8382	11880.8203	-3.6104
30	12099.3038	11586.2499	-4.2404
31	12093.691	11579.1058	-4.255
32	11698.3139	11080.3959	-5.2821
33	11698.3139	11080.3959	-5.2821
34	11671.7313	11048.7036	-5.3379
35	11641.4763	11013.1504	-5.3973
36	11636.3841	11004.9876	-5.4261
37	11631.5302	10999.7625	-5.4315
38	11631.4746	10999.7625	-5.4311
39	11631.4746	10999.7625	-5.4311
40	11630.8397	10999.0096	-5.4324
42	11640.6269	11012.7064	-5.3942
44	11636.7975	11010.8526	-5.379
46	11640.8909	11022.2402	-5.3145
48	11641.5	11023.9	-5.3052
56	12093.691	11579.1058	-4.255
64	11671.7313	11048.7036	-5.3379
88	11698.3139	11080.3959	-5.2821

Continua na próxima página

Tabela 8 – continuação da página anterior

Barra	Tensão [V]		ΔV [%]
	MSC	MSP	
90	11658.4819	11025.2575	-5.4314

Fonte: Autoria própria.

Tabela 9 – Módulo da tensão de linha nas barras do sistema de 34 barras (fase *b*).

Barra	Tensão [V]		ΔV [%]
	MSC	MSP	
0	14376.0217	14376.0217	0
2	14335.786	14320.2529	-0.10835
6	14309.7979	14283.7781	-0.18183
8	13844.7644	13624.9811	-1.5875
10	13843.8366	13624.0383	-1.5877
12	13326.8153	12890.7666	-3.272
14	12917.6505	12317.9666	-4.6424
15	12917.6505	12317.9666	-4.6424
16	12913.3909	12312.041	-4.6568
18	12913.3909	12312.041	-4.6568
20	12913.3909	12312.041	-4.6568
22	12913.3909	12312.041	-4.6568
24	12748.5494	12118.4442	-4.9426
26	12747.2343	12117.0607	-4.9436
28	12736.3785	12104.0141	-4.965
30	12439.6604	11755.1477	-5.5027
31	12432.3025	11746.5496	-5.5159
32	11918.0186	11151.7078	-6.4299
33	11918.0186	11151.7078	-6.4299
34	11873.0989	11106.6181	-6.4556
35	11821.4365	11055.4917	-6.4793
36	11814.0314	11046.0397	-6.5007
37	11808.0536	11038.1653	-6.52
38	11807.7269	11037.8158	-6.5204
39	11804.8899	11034.7808	-6.5236
40	11807.505	11037.3383	-6.5227
42	11820.246	11054.5748	-6.4776

Continua na próxima página

Tabela 9 – continuação da página anterior

Barra	Tensão [V]		ΔV [%]
	MSC	MSP	
44	11814.4097	11050.1593	-6.4688
46	11813.2777	11055.8329	-6.4118
48	11813.6662	11057.2201	-6.4031
56	12431.2641	11745.4506	-5.5168
64	11873.0989	11106.6181	-6.4556
88	11918.0186	11151.7078	-6.4299
90	11882.2571	11096.926	-6.6093

Fonte: Autoria própria.

Tabela 10 – Módulo da tensão de linha nas barras do sistema de 34 barras (fase *c*).

Barra	Tensão [V]		ΔV [%]
	MSC	MSP	
0	14376.0217	14376.0217	0
2	14328.2494	14317.0068	-0.078465
6	14296.1153	14277.4644	-0.13046
8	13696.3155	13545.2221	-1.1032
10	13696.3155	13545.2221	-1.1032
12	13004.399	12705.208	-2.3007
14	12457.9993	12050.077	-3.2744
15	12457.9993	12050.077	-3.2744
16	12452.3121	12043.3017	-3.2846
18	12445.6473	12036.3999	-3.2883
20	12276.9203	11861.698	-3.3821
22	12255.5631	11839.5894	-3.3942
24	12335.2499	11893.1292	-3.5842
26	12335.2499	11893.1292	-3.5842
28	12325.8382	11880.8203	-3.6104
30	12099.3038	11586.2499	-4.2404
31	12093.691	11579.1058	-4.255
32	11698.3139	11080.3959	-5.2821
33	11698.3139	11080.3959	-5.2821
34	11671.7313	11048.7036	-5.3379
35	11641.4763	11013.1504	-5.3973

Continua na próxima página

Tabela 10 – continuação da página anterior

Barra	Tensão [V]		ΔV [%]
	MSC	MSP	
36	11636.3841	11004.9876	-5.4261
37	11631.5302	10999.7625	-5.4315
38	11631.4746	10999.7625	-5.4311
39	11631.4746	10999.7625	-5.4311
40	11630.8397	10999.0096	-5.4324
42	11640.6269	11012.7064	-5.3942
44	11636.7975	11010.8526	-5.379
46	11640.8909	11022.2402	-5.3145
48	11641.5	11023.9	-5.3052
56	12093.691	11579.1058	-4.255
64	11671.7313	11048.7036	-5.3379
88	11698.3139	11080.3959	-5.2821
90	11658.4819	11025.2575	-5.4314

Fonte: Autoria própria.

A diferença nos resultados também aparece na fase das tensões, chegando a uma variação de $\approx 4\times$, como mostram as tabelas 11, 12 e 13.

Tabela 11 – Fase da tensão de linha nas barras do sistema de 34 barras (fase *a*).

Barra	θ [Graus]		$\Delta\theta$ [%]
	MSC	MSP	
0	0	0	0
2	-0.044616	-0.22232	398.3126
6	-0.075759	-0.37108	389.8129
8	-0.70342	-2.8363	303.2123
10	-0.70342	-2.8363	303.2123
12	-1.5371	-5.4419	254.0357
14	-2.2638	-7.384	226.1849
15	-2.2638	-7.384	226.1849
16	-2.2717	-7.4053	225.9872
18	-2.2958	-7.4345	223.8322
20	-2.9152	-8.1553	179.7511
22	-2.9948	-8.2478	175.403
24	-2.4522	-7.8576	220.4329

Continua na próxima página

Tabela 11 – continuação da página anterior

Barra	θ [Graus]		$\Delta\theta$ [%]
	MSC	MSP	
26	-2.4522	-7.8576	220.4329
28	-2.4693	-7.8952	219.7375
30	-2.8885	-8.7424	202.6652
31	-2.8993	-8.7636	202.2666
32	-3.7002	-10.0884	172.6457
33	-3.7002	-10.0884	172.6457
34	-3.8117	-10.1715	166.8509
35	-3.9452	-10.2636	160.152
36	-3.941	-10.2879	161.049
37	-3.9356	-10.3034	161.798
38	-3.9351	-10.3034	161.833
39	-3.9351	-10.3034	161.833
40	-3.9351	-10.3057	161.8881
42	-3.9523	-10.2643	159.7031
44	-3.9862	-10.2667	157.5575
46	-4.0495	-10.3062	154.5038
48	-4.0596	-10.312	154.0178
56	-2.8993	-8.7636	202.2666
64	-3.8117	-10.1715	166.8509
88	-3.7002	-10.0884	172.6457
90	-3.7309	-10.2728	175.3404

Fonte: Autoria própria.

Tabela 12 – Fase da tensão de linha nas barras do sistema de 34 barras (fase *b*).

Barra	θ [Graus]		$\Delta\theta$ [%]
	MSC	MSP	
0	-120	-120	0
2	-120.0444	-120.2098	0.13778
6	-120.0741	-120.3467	0.22703
8	-120.6458	-122.583	1.6057
10	-120.649	-122.5876	1.6068
12	-121.3342	-124.9058	2.9436
14	-121.9191	-126.6495	3.8799

Continua na próxima página

Tabela 12 – continuação da página anterior

Barra	θ [Graus]		$\Delta\theta$ [%]
	MSC	MSP	
15	-121.9191	-126.6495	3.8799
16	-121.9254	-126.6685	3.8901
18	-121.9254	-126.6685	3.8901
20	-121.9254	-126.6685	3.8901
22	-121.9254	-126.6685	3.8901
24	-122.1247	-127.2677	4.2113
26	-122.1295	-127.2737	4.212
28	-122.1396	-127.3129	4.2356
30	-122.5142	-128.3365	4.7524
31	-122.5243	-128.3625	4.765
32	-123.2648	-129.9577	5.4297
33	-123.2648	-129.9577	5.4297
34	-123.3684	-130.081	5.4411
35	-123.4934	-130.2193	5.4464
36	-123.4874	-130.2476	5.4743
37	-123.4917	-130.271	5.4897
38	-123.4922	-130.272	5.4901
39	-123.4961	-130.281	5.4941
40	-123.492	-130.2735	5.4914
42	-123.501	-130.2214	5.4416
44	-123.5377	-130.2314	5.4183
46	-123.6081	-130.2541	5.3767
48	-123.6179	-130.2591	5.3723
56	-122.5282	-128.3672	4.7654
64	-123.3684	-130.081	5.4411
88	-123.2648	-129.9577	5.4297
90	-123.299	-130.142	5.5499

Fonte: Autoria própria.

Tabela 13 – Fase da tensão de linha nas barras do sistema de 34 barras (fase *c*).

Barra	θ [Graus]		$\Delta\theta$ [%]
	MSC	MSP	
0	120	120	0

Continua na próxima página

Tabela 13 – continuação da página anterior

Barra	θ [Graus]		$\Delta\theta$ [%]
	MSC	MSP	
2	119.9552	119.7808	-0.14538
6	119.9258	119.6371	-0.24073
8	119.3683	117.2903	-1.7408
10	119.3683	117.2903	-1.7408
12	118.6574	114.7966	-3.2537
14	118.0374	112.9311	-4.326
15	118.0374	112.9311	-4.326
16	118.0307	112.9107	-4.3379
18	118.0307	112.9107	-4.3379
20	118.0307	112.9107	-4.3379
22	118.0307	112.9107	-4.3379
24	117.7053	112.2657	-4.6214
26	117.7053	112.2657	-4.6214
28	117.6783	112.2121	-4.645
30	116.9991	111.0192	-5.1111
31	116.9818	110.9895	-5.1225
32	115.689	109.1866	-5.6206
33	115.689	109.1866	-5.6206
34	115.5079	109.0336	-5.605
35	115.2909	108.8615	-5.5767
36	115.288	108.826	-5.6051
37	115.2908	108.8146	-5.6172
38	115.2908	108.8146	-5.6172
39	115.2908	108.8146	-5.6172
40	115.2916	108.8134	-5.619
42	115.2818	108.8604	-5.5702
44	115.2373	108.8551	-5.5383
46	115.1543	108.8205	-5.5002
48	115.1425	108.8148	-5.4956
56	116.9818	110.9895	-5.1225
64	115.5079	109.0336	-5.605
88	115.689	109.1866	-5.6206
90	115.6484	109.0023	-5.7468

Fonte: Autoria própria.

As perdas nas linhas também apresentam variações, como mostra as tabelas 14, 15 e 16.

Tabela 14 – Comparação entre as perdas nas linhas do sistema de 34 barras(fase a).

Barra _i	Barra _f	S _{perda} [VA]		ΔS_{perda} [VA]
		MSC	MSP	
0	2	2289.26+1137.07i	2635.29+2402.24i	346.02+1265.17i
2	6	1537.27+777.13i	1767.02+1610.76i	229.76+833.63i
6	8	28682.03+14752.38i	32919.99+30008.73i	4237.95+15256.35i
8	10	0	0	0
8	12	33110.33+17479.96i	38302.82+34915.54i	5192.49+17435.59i
12	14	26249.86+13858.10i	30366.46+27681.03i	4116.61+13822.93i
14	15	0	0	0
15	16	273.75+144.52i	316.68+288.67i	42.93+144.15i
16	18	53.29+119.90i	57.08+128.43i	3.79+8.53i
16	24	4282.51+1773.32i	5449.98+4968.01i	1167.46+3194.69i
18	20	1218.99+2742.80i	1305.97+2938.51i	86.98+195.71i
20	22	68.85+154.91i	73.77+165.99i	4.92+11.08i
24	26	0	0	0
24	28	343.17+162.10i	448.33+408.68i	105.16+246.58i
28	30	8218.83+3849.89i	10743.14+9793.08i	2524.32+5943.19i
30	31	198.81+91.57i	256.86+234.14i	58.05+142.57i
31	32	14041.78+6552.67i	18192.01+16583.22i	4150.23+10030.55i
31	56	0	0	0
32	33	0	0	0
33	34	733.84+376.70i	1029.69+938.63i	295.84+561.92i
33	88	0	0	0
34	35	831.89+429.96i	1168.42+1065.09i	336.53+635.14i
34	64	0	0	0
35	36	40.98+16.02i	55.44+50.54i	14.46+34.51i
35	42	27.30+11.27i	33.01+30.09i	5.71+18.82i
36	37	19.72+5.88i	17.35+15.81i	-2.37+9.93i
37	38	0	0	0
37	40	1.17+0.53i	1.10+1i	-0.07+0.47i
38	39	0	0	0
42	44	127.28+52.84i	156.11+142.30i	28.83+89.46i
44	46	141.07+69.33i	185.90+169.46i	44.84+100.13i
46	48	22.37+10.51i	27.06+24.67i	4.69+14.16i

Continua na próxima página

Tabela 14 – continuação da página anterior

Barra _i	Barra _f	S _{perda} [kVA]		ΔS_{perda} [%]
		MSC	MSP	
88	90	472.10+336.95i	562.42+749.42i	90.31+412.46i

Fonte: Autoria própria.

Tabela 15 – Comparação entre as perdas nas linhas do sistema de 34 barras(fase b).

Barra _i	Barra _f	S _{perda} [VA]		ΔS_{perda} [VA]
		MSC	MSP	
0	2	1821.02+937.94i	2391.44+2179.96i	570.42+1242.02i
2	6	1150.68+596.16i	1533.63+1398.01i	382.96+801.85i
6	8	20162.12+10516.10i	27296.91+24882.93i	7134.78+14366.83i
8	10	0.32+0.71i	0.33+0.73i	0.01+0.02i
8	12	22020.89+11291.96i	30150.37+27484.05i	8129.48+16192.09i
12	14	17458.15+8952.26i	23903.20+21789.34i	6445.05+12837.08i
14	15	0	0	0
15	16	182.06+93.36i	249.27+227.23i	67.21+133.87i
16	18	0	0	0
16	24	7093.70+3115.66i	8136.69+7417.13i	1042.99+4301.47i
18	20	0	0	0
20	22	0	0	0
24	26	1.21+2.73i	1.34+3.02i	0.13+0.29i
24	28	488.91+199.08i	569.80+519.41i	80.89+320.33i
28	30	11929.08+4868.37i	13866.77+12640.48i	1937.69+7772.11i
30	31	290.44+121.53i	338.73+308.77i	48.28+187.24i
31	32	20198.97+8382.48i	23598.23+21511.34i	3399.26+13128.86i
31	56	0.10+0.22i	0.11+0.25i	0.01+0.03i
32	33	0	0	0
33	34	1307.22+474.90i	1477.88+1347.18i	170.66+872.28i
33	88	0	0	0
34	35	1480.38+535.94i	1674.71+1526.61i	194.33+990.67i
34	64	0	0	0
35	36	68.20+26.73i	74.42+67.84i	6.23+41.12i
35	42	34.56+16.40i	40.67+37.08i	6.11+20.67i
36	37	29.78+22.51i	39.58+36.08i	9.80+13.57i
37	38	0.67+0.61i	0.76+0.69i	0.10+0.09i

Continua na próxima página

Tabela 15 – continuação da página anterior

Barra _i	Barra _f	$S_{\text{perda}}[\text{kVA}]$		$\Delta S_{\text{perda}}[\%]$
		MSC	MSP	
37	40	0.86+0.69i	1.33+1.21i	0.47+0.52i
38	39	2.89+2.63i	3.31+3.01i	0.42+0.38i
42	44	168.32+78.09i	196.21+178.86i	27.90+100.77i
44	46	148.95+57.06i	168.83+153.90i	19.88+96.83i
46	48	20.98+9.62i	25.65+23.38i	4.67+13.76i
88	90	406.54+315.47i	555.17+739.77i	148.63+424.30i

Fonte: Autoria própria.

Tabela 16 – Comparação entre as perdas nas linhas do sistema de 34 barras(fase c).

Barra _i	Barra _f	$S_{\text{perda}}[\text{VA}]$		$\Delta S_{\text{perda}}[\text{VA}]$
		MSC	MSP	
0	2	2346.72+1147.66i	2555.15+2329.19i	208.44+1181.53i
2	6	1526.42+731.45i	1651.77+1505.70i	125.35+774.25i
6	8	27570.04+12931.14i	29645.80+27024.10i	2075.76+14092.96i
8	10	0	0	0
8	12	32411.64+15091.74i	34493.27+31442.88i	2081.63+16351.14i
12	14	25695.94+11964.73i	27346.25+24927.91i	1650.31+12963.18i
14	15	0	0	0
15	16	267.97+124.77i	285.18+259.96i	17.21+135.19i
16	18	0	0	0
16	24	8156.27+5070.12i	9391.34+8560.83i	1235.07+3490.71i
18	20	0	0	0
20	22	0	0	0
24	26	0	0	0
24	28	687.38+415.90i	767.20+699.35i	79.82+283.45i
28	30	16573.93+10067.44i	18540.78+16901.14i	1966.85+6833.71i
30	31	383.49+232.01i	430.89+392.78i	47.40+160.77i
31	32	27247.58+16440.12i	30517.76+27818.95i	3270.18+11378.83i
31	56	0	0	0
32	33	0	0	0
33	34	1814.31+1152.04i	2012.39+1834.42i	198.07+682.38i
33	88	0	0	0
34	35	2054.65+1303.89i	2276.20+2074.90i	221.55+771.01i

Continua na próxima página

Tabela 16 – continuação da página anterior

Barra _i	Barra _f	S _{perda} [kVA]		ΔS_{perda} [%]
		MSC	MSP	
34	64	0	0	0
35	36	110+71.87i	126.56+115.37i	16.56+43.50i
35	42	32.02+19.08i	36.92+33.65i	4.90+14.58i
36	37	6.72+2.04i	9.73+8.87i	3.01+6.83i
37	38	0	0	0
37	40	0.30+0.03i	0.33+0.30i	0.03+0.27i
38	39	0	0	0
42	44	154.74+93.69i	178.11+162.36i	23.36+68.67i
44	46	171.68+104.92i	187.17+170.62i	15.49+65.69i
46	48	25.95+14.34i	28.72+26.18i	2.77+11.84i
88	90	531.55+399.08i	590.76+787.19i	59.21+388.11i

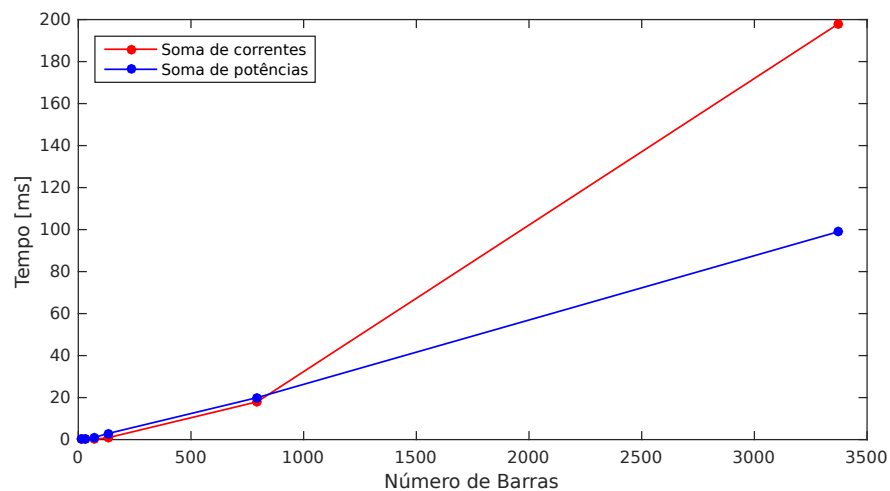
Fonte: Autoria própria.

Os sistemas de 793 e 3373 barras apresentaram diferenças ainda maiores que as do sistema de 34 barras.

6.2.2 Tempo de execução

O segundo critério avaliado foi o tempo de execução de cada método, isto é, quanto tempo cada algoritmo utiliza para atingir a convergência.

Figura 25 – Tempo de execução dos algoritmos do fluxo de potência.



Fonte: Autoria própria.

É possível observar na figura 25 que, para sistemas pequenos (< 1000 barras), o tempo consumido pelos métodos da soma de potências é quase o mesmo que o do método da soma

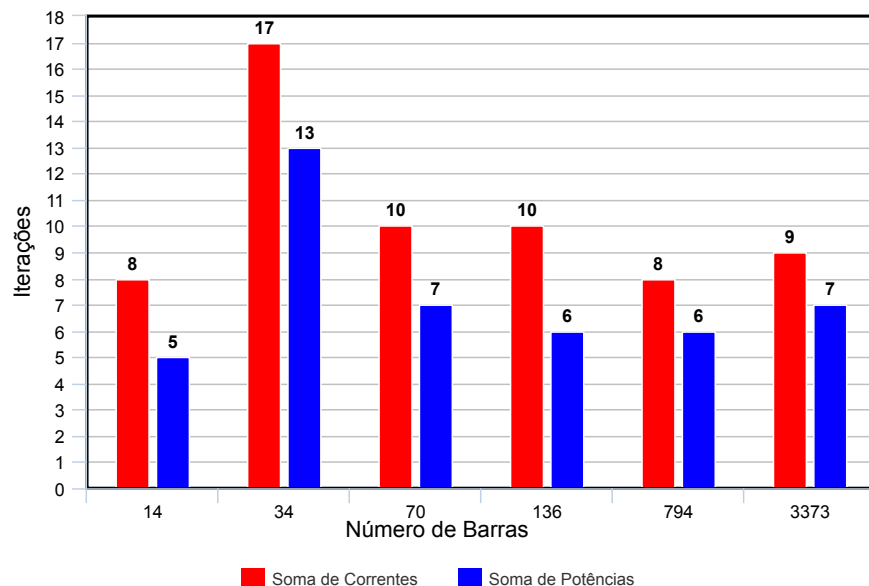
de correntes, diferindo por apenas alguns microssegundos. Porém, conforme o número de barras no sistema aumenta, o método da soma de potências mostra-se mais eficiente, em relação ao tempo de computação.

Para o sistema de 3373 barras, a duração do MSC foi de 198 ms, enquanto que para o MSP a duração foi de 99 ms, ou seja, o MSP foi quase duas vezes mais rápido que o método da soma de correntes.

6.2.3 Número de iterações

O número de iterações necessário para atingir a convergência em cada método é mostrado na figura 26.

Figura 26 – Número de iterações necessárias para convergência dos sistemas de teste.



Fonte: Autoria própria.

Apesar do número de iterações ser maior no método da soma de potências, o custo computacional por iteração é menor, levando a um tempo de computação inferior em relação ao método da soma de correntes, conforme constatado na seção 6.2.2.

Fica evidente também, que ambos os métodos não apresentaram problemas de convergência, dado o pequeno número de iterações utilizadas.

O sistema de 3373 barras, geraria uma matriz esparsa de 3373x3373 elementos se utilizado com o método de Newton-Raphson, dificultando a solução do fluxo de potência. Contudo, o mesmo não apresentou problemas com os dois algoritmos utilizados.

Um outro fator observado é que o número de iterações não depende diretamente do tamanho do sistema, e dos parâmetros das barras e linhas, dado que o sistema que necessitou de mais iterações foi o de 34 barras.

6.3 Sistemas reduzidos

Ao aplicar o algoritmo de remoção de barras discutido na seção 5 aos sistemas de teste, foi gerada a tabela 17, que mostra a quantidade de barras removidas dos sistemas e o tamanho dos sistemas reduzidos.

Tabela 17 – Barras removidas.

Sistema original [barras]	Barras removidas	Sistema reduzido [barras]	Redução [%]
14	0	14	0
34	5	29	14,7
70	18	52	25,7
136	24	112	17,6
793	428	365	54,0
3373	2748	625	81,5

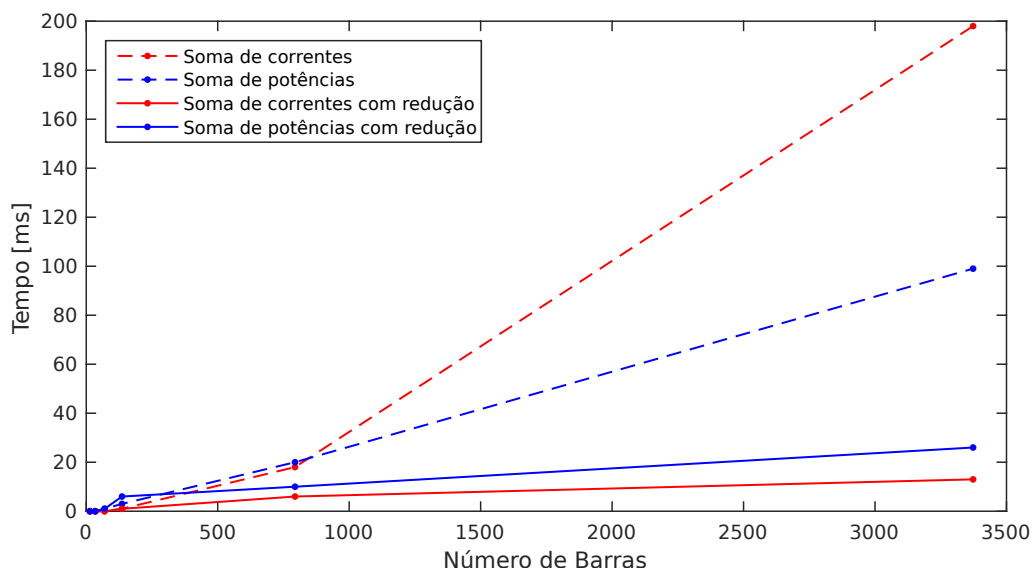
Fonte: Autoria própria.

A redução de barras se mostra eficiente em sistemas de grande e médio porte, resultando em uma simplificação significativa. Em sistemas de pequeno porte, a mesma se mostra irrelevante, uma vez que, remove poucas ou nenhuma barra.

6.3.1 Tempo de execução

Para os sistemas com poucas barras, o algoritmo de redução não apresentou uma melhoria significativa no tempo de cálculo do fluxo de potência, sendo que no sistema de 135 barras o desempenho foi pior do que sem a redução, conforme mostra a figura 27.

Figura 27 – Tempo de execução dos algoritmos do fluxo de potência com otimização.



Fonte: Autoria própria.

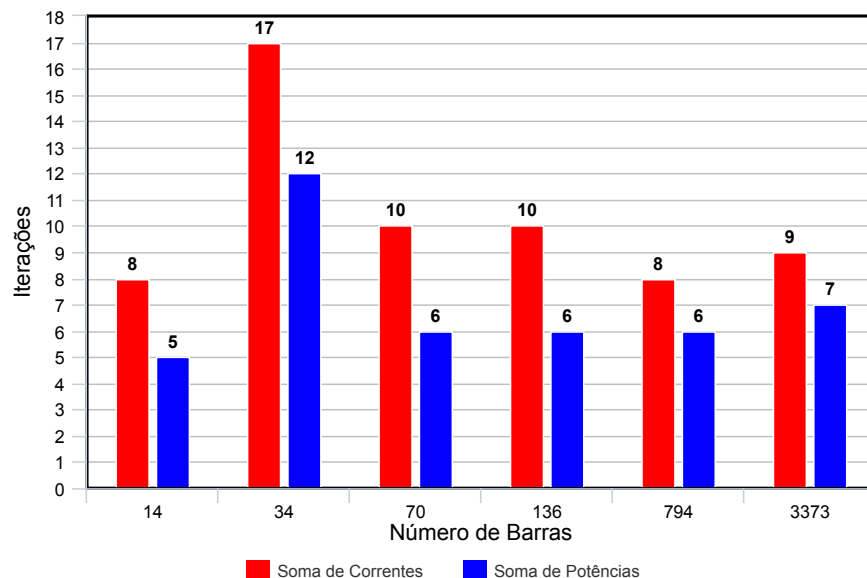
Já nos sistemas de grande porte, foi constatado uma redução drástica no tempo de computação do fluxo de potência para ambos os métodos utilizados, resultando em uma redução de 198 ms para 13 ms, no método da soma de correntes.

Uma fato interessante observado no gráfico da figura 27 é que, com a redução de barras, o método da soma de correntes se mostrou mais rápido que o método da soma de potências. Esse comportamento é coerente, porque o número de barras do sistema reduzido (tabela 17) fica abaixo da quantidade de barras onde o método MSC é mais eficiente.

6.3.2 Número de iterações

De acordo com os dados apresentados na figura 28, é possível observar que a remoção das barras não alterou de forma significativa o número de iterações necessárias para a convergência, pois somente o sistema de 70 barras apresentou a redução de uma iteração. Isso mostra que as barras removidas não interferem de forma expressiva na convergência do sistema.

Figura 28 – Número de iterações necessárias para convergência com otimização.



Fonte: Autoria própria.

6.3.3 Erro introduzido pela expansão

Nenhuma divergência nos resultados do fluxo de potência foi encontrada para os sistemas monofásicos. Isso condiz com o que foi discutido no capítulo 5.

Para os sistemas trifásicos, foi verificada a diferença entre o módulo da tensão nas barras, produzidas com e sem a redução de barras. Os dados obtidos para o sistema de

34 barras são mostrados na tabela 18. Os valores em relação a V_{base} correspondem a porcentagem do erro em relação a tensão de linha de operação do sistema (14376 kV).

Tabela 18 – Erro devido a expansão do sistema reduzido (34 barras).

Fase	$\text{Erro}_{\text{máx}}^{\text{MSC}} [\text{V}]$	$\text{Erro}_{\text{máx}}^{\text{MSP}} [\text{V}]$	$\text{Erro}_{\text{máx}}^{\text{MSC}}$ em relação a $V_{\text{base}} [\%]$	$\text{Erro}_{\text{máx}}^{\text{MSP}}$ em relação a $V_{\text{base}} [\%]$
<i>a</i>	127	362	0,88	2,52
<i>b</i>	235	2760	1,63	19,19
<i>c</i>	56	1.090	0.39	7,58

Fonte: Autoria própria.

É possível observar que para o método da soma de corrente, o erro máximo introduzido é pequeno, podendo ser aceito em muitas aplicações do fluxo de potência. O mesmo não se aplica ao método MSP, onde foi encontrada uma variação de quase 20% em relação a tensão de operação do sistema.

Conforme discutido no desenvolvimento teórico, o erro só se aplica nas barras que foram removidas, mantendo as perdas totais e a tensão nas outras barras sem alteração. Assim, uma variação de pouco mais de 1% (MSC) nos valores das barras inertes, torna a aplicação da técnica de redução de barras válida.

6.4 Descrição do programa desenvolvido

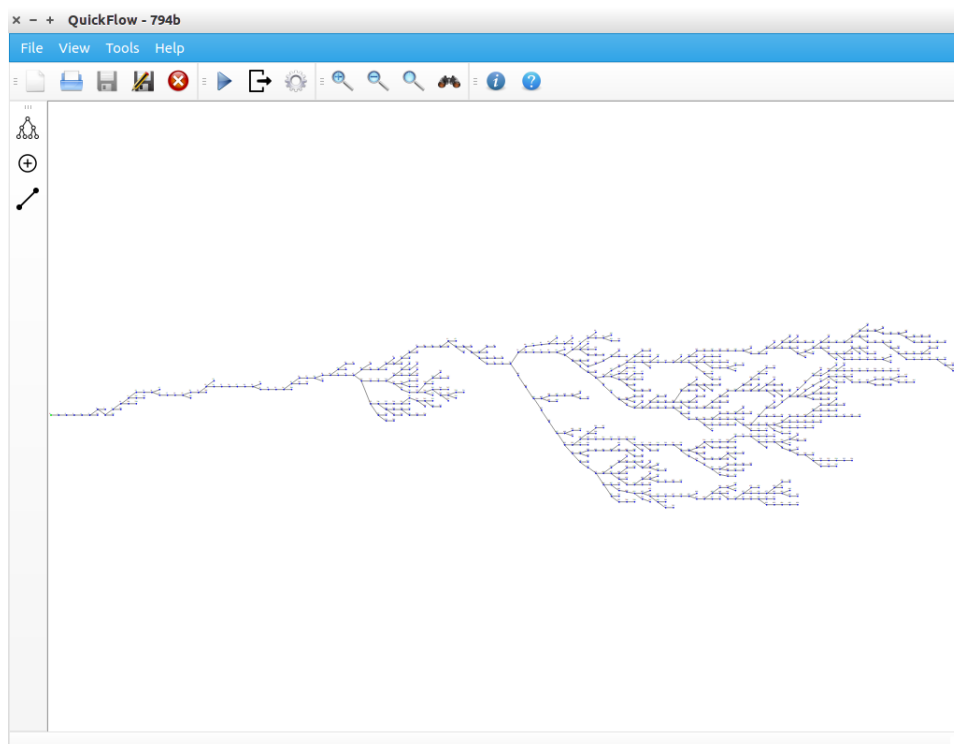
Para realização das simulações foi desenvolvido o programa denominado *QuickFlow* (figura 29).

O software foi desenvolvido utilizando técnicas de programação orientada a objetos, em linguagem de programação C++, que permitiu a criação de classes modulares para representação dos elementos do sistema (barras e linhas), as estruturas de projeto e os algoritmos.

A parte gráfica utiliza o *framework* Qt para renderizar, em forma de diagrama, a estrutura do sistema. Essa parte recebeu bastante atenção, pois devido a grande quantidade de elementos que compõem o sistema, foram necessários técnicas de bufferização para não comprometer a performance do programa.

Outro fator construtivo que difere das técnicas tradicionais de implementação do fluxo de potência é a utilização de listas ligadas (*linked lists*) para armazenar a estrutura do sistema. Nas técnicas tradicionais, os dados do sistema são armazenados em vetores na memória, dificultando a inserção, remoção e reorganização das barras e linhas. Com a abordagem por listas ligadas, a manipulação desses dados se torna mais simples e eficiente.

Figura 29 – Programa *QuickFlow*.



Fonte: Autoria própria.

6.4.1 Funcionalidades

A ferramenta possui as seguintes características:

- permite a criação, importação e modificação de sistemas de distribuição energia elétrica trifásicos;
- importa e exporta os dados do sistema.
- possibilita o trabalho com várias unidades (metro, kilometro, pés, milhas e etc.);
- permite trabalhar com múltiplos alimentadores;
- realiza o cálculo do fluxo de potência utilizando os métodos da soma de correntes e da soma de potências;
- aplica a redução de barras para agilizar os cálculos;
- possui código fonte aberto.

7 Conclusão e considerações finais

7.1 Conclusão

Neste trabalho foram implementados dois métodos para o cálculo do fluxo de potência, soma de potências e soma de correntes, para sistemas de distribuição. Foi observado que ambos os métodos de resolução do fluxo de potência se mostram bastante robustos em relação a convergência.

O desempenho dos métodos de varredura é satisfatório para análise do estado de operação da rede, sendo necessário poucos milissegundos, em um computador de uso pessoal, para o cálculo dos parâmetros em sistemas compostos por milhares de barras. Em relação a comparação entre os métodos, ficou demonstrado um melhor desempenho do método da soma das potências, porém, o mesmo não leva em consideração o desbalanço de carga entre as fases.

A técnica de otimização proposta, por redução de barras, mostrou um ganho de desempenho considerável, principalmente quando aplicada com o método da soma de correntes (15 vezes para o sistema de 3373 barras). O erro introduzido devido a compensação desacoplada pode ser considerado baixo para o método MSC, porém, o indicio de que a otimização é eficiente justifica a investigação de uma técnica de compensação mais robusta.

Quanto a *interface* gráfica, a mesma se mostrou bastante útil na análise de sistemas de distribuição de energia elétrica, agilizando a avaliação dos resultados e o teste com sistemas diferentes. Contudo, a falta de elementos como transformadores, disjuntores, reguladores de tensão e etc., a torna uma ferramenta bastante simples, impossibilitando uma análise mais precisa das condições de operação do sistema.

Assim, o trabalho apresenta uma importante contribuição para a busca de algoritmos mais rápidos e robustos para solução do fluxo de potência.

7.2 Trabalhos futuros

O modelo matemático utilizado no trabalho, apesar de ser comum na literatura, não provê uma modelagem fiel do sistema. Um aprimoramento seria a investigação dos métodos utilizados com modelos de 4 ou 5 fios, com a inclusão de outros elementos presentes no sistema, tais como disjuntores, transformadores, reguladores de tensão, chaves e etc.

Visto que a otimização por redução de barras é feita com algumas simplificações, fica aberto para investigação, técnicas que modelem de forma mais precisa as características dos elementos do sistema, levando a uma melhor compensação da tensão nas barras redu-

zidas e evitando a remoção de elementos que interferem de forma substancial no estado do sistema, como reguladores de tensão.

A ferramenta desenvolvida é um passo inicial para análise dos sistemas de distribuição. Assim, há a possibilidade de explorar uma grande quantidade de outros algoritmos para o cálculo do fluxo de potência, com o auxílio de uma interface gráfica para análise. Uma outra possibilidade é a integração de métodos para o cálculo do fluxo de potência ótimo, análise de curto circuito e etc.

Referências

- ANEEL. *Resolução Normativa n 649/15*. Brasil: Agência Nacional de Energia Elétrica, 2015. 21
- ANEEL. *Tabela de Perdas de Energia Elétrica*. Brasil, 2015. Disponível em: <http://www.epe.gov.br/AnuarioEstatisticodeEnergiaEletrica/Forms/Anurio.aspx>. Acesso em 09/01/2016. 24
- ARAUJO, L. R. de. *Uma contribuição ao fluxo de potência ótimo aplicado a sistemas de potência trifásicos usando o método dos pontos interiores*. 295 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro - RJ, 2005. 26
- BANK, T. W. *Electric power transmission and distribution losses (% of output)*. Estados Unidos: [s.n.], 2015. World Development Indicators. 23
- CESPEDES, R. New method for the analysis of distribution networks. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 5, January 1990. 7, 8, 36
- CHENG, C. S.; SHLRMOHAMMADI, D. A three-phase power flow method for real-time distribution system analysis. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 10, May 1995. 34, 38
- CORMEN, T. H.; AL. et. *Introduction to algorithms*. 3. ed. Cambridge, Massachusetts: The MIT Press, 2009. 40, 45
- EPE. *Anuário Estatístico de Energia Elétrica 2015*. Brasil, 2015. Disponível em: <http://www.epe.gov.br/AnuarioEstatisticodeEnergiaEletrica/Forms/Anurio.aspx>. Acesso em 09/01/2016. 22
- GARCIA, D. A. A.; DUZZI, F. E. J. Tópicos de sistemas de transmissão e de distribuição de energia elétrica. *O Setor Elétrico*, v. 74, March 2012. 28, 30
- KAGAN, N.; OLIVEIRA, C. C. B. de; ROBBA, E. J. *Introdução aos sistemas de distribuição de energia elétrica*. 1. ed. São Paulo: Editora Edigard Blucher, 2005. 30, 32, 35
- MME. *Boletim mensal de monitoramento do sistema elétrico brasileiro*. Brasil, 2015. Disponível em: www.mme.gov.br/documents/10584/2027273/Boletim+de+Monitoramento+do+Sistema+El%C3%A9trico+-+Setembro-2015.pdf. Acesso em 08/01/2016. 20, 24
- OCHOA, L. F.; FELTRIN, P. Distribution line models analysis for loss calculation within three-phase three-wire power flow algorithms. *Transmission and Distribution Conference and Exposition: Latin America*, p. 173 – 178, November 2004. 38
- ONS. *Dados Relevantes 2014*. Brasil, 2015. Disponível em: www.ons.org.br/download/biblioteca_virtual/publicacoes/DADOS2014_ONS/index.html. Acesso em 08/01/2016. 20

PIZZALI, L. F. O. *Cálculo de fluxo de potência em redes de distribuição com modelagem a quatro fios*. 120 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Ilha Solteira ? SP, 2003. 33, 34

RAMOS, C. C. O. *Caracterização de Perdas Comerciais em Sistemas de Energia Através de Técnicas Inteligentes*. 144 p. Tese (Doutorado) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo - EPUSP, São Paulo - SP, 2014. 26

RAMOS, E. R.; EXPOSITO, A. G.; CORDERO, G. A. Quasi-coupled three-phase radial load flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 19, n. 2, p. 776–781, May 2004. 38

SHIRMOHARMNADI, e. a. D. A compensation-based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 3, May 1988. 7, 8, 38

Apêndices

A Dados do sistema de 14 barras

Tabela 19 – Condições de carga do sistema com 14 barras.

Barra	P [kW]	Q [kVAR]	Shunt [kVAR]
0	0	0	0
3	2000	1600	0
4	3000	1500	1100
5	2000	800	1200
6	1500	1200	0
7	4000	2700	0
8	5000	3000	1200
9	1000	900	0
10	600	100	600
11	4500	2000	3700
12	1000	900	0
13	1000	700	1800
14	1000	900	0
15	2100	1000	1800

Tabela 20 – Parâmetros das linhas para o sistema de 14 barras.

Barra _i	Barra _f	R [Ω]	X [Ω]
0	3	0.13225	0.17633
0	7	0.19397	0.19397
0	12	0.19397	0.19397
3	4	0.14107	0.19397
3	5	0.1587	0.3174
5	6	0.070533	0.070533
7	8	0.14107	0.19397
7	9	0.19397	0.19397
8	10	0.19397	0.19397
8	11	0.14107	0.19397
12	13	0.1587	0.2116
12	14	0.14107	0.19397
14	15	0.070533	0.070533

B Dados do sistema de 70 barras

Tabela 21 – Condições de carga do sistema com 70 barras.

Barra	P [kW]	Q [kVAR]	Barra	P [kW]	Q [kVAR]
0	0	0	35	6	4
1	0	0	36	26	18.55
2	0	0	37	26	18.55
3	0	0	38	0	0
4	0	0	39	24	17
5	0	0	40	24	17
6	2.6	2.2	41	1.2	1
7	40.4	30	42	0	0
8	75	54	43	6	4.3
9	30	22	44	0	0
10	28	19	45	39.22	26.3
11	145	104	46	39.22	26.3
12	145	104	47	0	0
13	8	5.5	48	79	56.4
14	8	5.5	49	384.7	274.5
15	0	0	50	384.7	274.5
16	45.5	30	51	40.5	28.3
17	60	35	52	3.6	2.7
18	60	35	53	4.35	3.5
19	0	0	54	26.4	19
20	1	0.6	55	24	17.2
21	114	81	56	0	0
22	5.3	3.5	57	0	0
23	0	0	58	0	0
24	28	20	59	100	72
25	0	0	60	0	0
26	14	10	61	1244	888
27	14	10	62	32	23
28	26	18.6	63	0	0
29	26	18.6	64	227	162
30	0	0	65	59	42
31	0	0	66	18	13
32	0	0	67	18	13
33	14	10	68	28	20
34	19.5	14	69	28	20

Tabela 22 – Parâmetros das linhas para o sistema de 70 barras.

Barra _i	Barra _f	R [Ω]	X [Ω]	Barra _i	Barra _f	R [Ω]	X [Ω]
0	1	0.0005	0.0012	29	30	0.3978	0.1315
1	2	0.0005	0.0012	30	31	0.0702	0.0232
2	3	0.0001	0.0001	31	32	0.351	0.116
2	28	0.0044	0.0108	32	33	0.839	0.2816
3	4	0.0015	0.0036	33	34	1.708	0.5646
3	36	0.0044	0.0108	34	35	1.474	0.4873
4	5	0.0251	0.0294	36	37	0.064	0.1565
4	47	0.0034	0.0084	37	38	0.1053	0.123
5	6	0.366	0.1864	38	39	0.0304	0.0355
6	7	0.3811	0.1941	39	40	0.0018	0.0021
7	8	0.0922	0.047	40	41	0.7283	0.8509
8	9	0.0493	0.0251	41	42	0.31	0.3623
8	51	0.0928	0.0473	42	43	0.041	0.0478
9	10	0.819	0.2707	43	44	0.0092	0.0116
9	53	0.174	0.0886	44	45	0.1089	0.1373
10	11	0.1872	0.0619	45	46	0.0009	0.0012
11	12	0.7114	0.2351	47	48	0.0851	0.2083
11	66	0.2012	0.0611	48	49	0.2898	0.7091
12	13	1.03	0.34	49	50	0.0822	0.2011
12	68	0.7394	0.2444	51	52	0.3319	0.1114
13	14	1.044	0.345	53	54	0.203	0.1034
14	15	1.058	0.3496	54	55	0.2842	0.1447
15	16	0.1966	0.065	55	56	0.2813	0.1433
16	17	0.3744	0.1238	56	57	1.59	0.5337
17	18	0.0047	0.0016	57	58	0.7837	0.263
18	19	0.3276	0.1083	58	59	0.3042	0.1006
19	20	0.2106	0.0696	59	60	0.3861	0.1172
20	21	0.3416	0.1129	60	61	0.5075	0.2585
21	22	0.014	0.0046	61	62	0.0974	0.0496
22	23	0.1591	0.0526	62	63	0.145	0.0738
23	24	0.3463	0.1145	63	64	0.7105	0.3619
24	25	0.7488	0.2475	64	65	1.041	0.5302
25	26	0.3089	0.1021	66	67	0.0047	0.0014
26	27	0.1732	0.0572	68	69	0.0047	0.0016
28	29	0.064	0.1565				

C Dados do sistema de 136 barras

Tabela 23 – Condições de carga do sistema com 136 barras.

Barra	P [kW]	Q [kVAR]	Barra	P [kW]	Q [kVAR]
0	0	0	81	176.408	70.184
1	0	0	82	83.015	33.028
2	47.78	19.009	83	217.917	86.698
3	42.551	16.929	84	23.294	9.267
4	87.022	34.622	85	5.075	2.019
5	311.31	123.855	86	72.638	28.899
6	148.869	59.228	87	405.99	161.523
7	238.672	94.956	121	0	0
9	62.299	24.786	122	100.182	42.468
10	124.598	49.571	123	142.523	60.417
12	140.175	55.768	124	96.042	40.713
13	116.813	46.474	125	300.454	127.366
15	249.203	99.145	127	141.238	59.873
17	291.447	115.952	128	279.847	118.631
18	303.72	120.835	129	87.312	37.013
20	215.396	85.695	130	243.849	103.371
21	198.586	79.007	131	247.75	105.025
24	0	0	133	0	0
25	0	0	134	89.878	38.101
26	0	0	135	1137.28	482.108
27	30.127	14.729	136	458.339	194.296
28	230.972	112.92	137	385.197	163.29
29	60.256	29.458	138	0	0
30	230.972	112.92	139	79.608	33.747
32	120.507	58.915	141	87.312	37.013
33	0	0	142	0	0
34	56.981	27.857	143	74.001	31.37
35	364.665	178.281	144	232.05	98.369
36	0	0	145	141.819	60.119
37	124.647	60.939	146	0	0
38	56.981	27.857	147	76.449	32.408
39	0	0	148	0	0
40	85.473	41.787	149	51.322	21.756

Continua na próxima página

Tabela 23 – continuação da página anterior

Barra	P [kW]	Q [kVAR]	Barra	P [kW]	Q [kVAR]
41	0	0	150	59.874	25.381
42	396.735	193.96	152	9.065	3.843
43	0	0	153	2.092	0.887
44	181.152	88.563	154	16.735	7.094
45	242.172	118.395	155	1506.522	638.634
46	75.316	36.821	156	313.023	132.694
48	0	0	157	79.831	33.842
49	1.254	0.531	158	51.322	21.756
50	6.274	2.66	159	0	0
51	0	0	160	202.435	85.815
52	117.88	49.971	162	60.823	25.784
53	62.668	26.566	163	45.618	19.338
54	172.285	73.034	164	0	0
55	458.556	194.388	200	157.07	66.584
56	262.962	111.473	201	0	0
57	235.761	99.942	202	250.148	106.041
58	0	0	203	0	0
59	109.215	46.298	204	69.809	29.593
61	0	0	205	32.072	13.596
62	72.809	30.865	206	61.084	25.894
63	258.473	109.57	207	0	0
64	69.169	29.322	208	94.622	46.26
65	21.843	9.26	209	49.858	24.375
67	0	0	210	123.164	60.214
68	20.527	8.702	211	78.35	38.304
69	150.548	63.819	212	145.475	71.121
70	220.687	93.552	214	21.369	10.447
71	92.384	39.163	215	74.789	36.564
72	0	0	217	227.926	111.431
73	226.693	96.098	218	35.614	17.411
75	0	0	219	249.295	121.877
76	294.016	116.974	220	316.722	154.842
77	83.015	33.028	221	333.817	163.199
78	83.015	33.028	222	249.295	121.877
80	103.77	41.285	223	0	0

Tabela 24 – Parâmetros das linhas para o sistema de 136 barras.

Barra_i	Barra_f	R [Ω]	X [Ω]	Barra_i	Barra_f	R [Ω]	X [Ω]
0	1	0.33205	0.76653	76	77	0.3827	0.88346
0	24	0.33205	0.76653	77	78	0.33018	0.7622
0	48	0.33205	0.76653	78	80	0.3283	0.75787
0	75	0.0075	0.01732	80	81	0.17072	0.39409
0	121	0.01126	0.02598	81	82	0.55914	0.29412
0	133	0.01126	0.02598	81	83	0.05816	0.13425
0	148	0.00938	0.02165	83	84	0.7013	0.3689
0	207	0.01126	0.02598	83	86	0.06754	0.15591
1	2	0.00188	0.00433	84	85	1.0235	0.53839
2	3	0.22324	0.51535	86	87	1.3235	0.45397
3	4	0.09943	0.22953	121	122	0.72976	1.6846
4	5	0.15571	0.35945	122	123	0.22512	0.51968
5	6	0.16321	0.37677	123	124	0.20824	0.48071
6	7	0.11444	0.26417	124	125	0.0469	0.10827
6	9	0.05675	0.05666	125	127	0.6195	0.61857
9	10	0.52124	0.27418	127	128	0.34049	0.33998
9	12	0.10877	0.1086	128	129	0.56862	0.29911
12	13	0.39803	0.20937	128	130	0.10877	0.1086
12	15	0.91744	0.31469	130	131	0.56862	0.29911
12	17	0.11823	0.11805	133	134	0.41835	0.96575
17	18	0.50228	0.26421	134	135	0.10499	0.13641
17	20	0.05675	0.05666	134	136	0.43898	1.0134
20	21	0.29379	0.15454	136	137	0.0752	0.02579
24	25	0.00188	0.00433	137	138	0.07692	0.17756
25	26	0.22324	0.51535	138	139	0.33205	0.76653
26	27	0.10881	0.25118	139	141	0.08442	0.19488
27	28	0.71078	0.37388	141	142	0.1332	0.30748
27	29	0.18197	0.42008	142	143	0.2932	0.29276
29	30	0.30326	0.15952	142	146	0.10318	0.23819
29	32	0.02439	0.0563	143	144	0.21753	0.21721
32	33	0.04502	0.10394	144	145	0.26482	0.26443
33	34	0.01876	0.04331	146	147	0.13507	0.31181
34	35	0.11823	0.11805	148	149	0.16884	0.38976
35	36	0.02365	0.02361	149	150	0.11819	0.27283
36	37	0.18954	0.0997	150	152	2.2861	0.78414
36	39	0.05675	0.05666	150	153	0.45587	1.0524
37	38	0.39803	0.20937	153	154	0.696	1.6067

Continua na próxima página

Tabela 24 – continuação da página anterior

Barra _i	Barra _f	R [Ω]	X [Ω]	Barra _i	Barra _f	R [Ω]	X [Ω]
39	40	0.09477	0.04985	154	155	0.45774	1.0567
39	43	0.07566	0.07555	154	204	0.32267	0.74488
40	41	0.41699	0.21934	155	156	0.20298	0.26373
41	42	0.11372	0.05982	156	157	0.21348	0.27737
43	44	0.3696	0.19442	157	158	0.54967	0.28914
43	46	0.05675	0.05666	157	160	0.0455	0.05911
44	45	0.26536	0.13958	158	159	0.54019	0.28415
48	49	0.11819	0.27283	158	200	0.77711	0.40878
49	50	2.9629	1.0163	159	202	1.0993	0.57827
49	51	0.00188	0.00433	160	162	0.47385	0.24926
51	52	0.06941	0.16024	162	163	0.86241	0.45364
52	53	0.81502	0.42872	163	164	0.56862	0.29911
52	54	0.06378	0.14724	200	201	1.0804	0.5683
54	55	0.13132	0.30315	202	203	0.47385	0.24926
55	56	0.06191	0.14291	204	205	0.14633	0.33779
56	57	0.11444	0.26417	205	206	0.12382	0.28583
56	73	0.13882	0.32047	207	208	0.6491	1.4984
57	58	0.28374	0.28331	208	209	0.04502	0.10394
57	61	0.04502	0.10394	209	210	0.5264	0.18056
58	59	0.28374	0.28331	209	211	0.02064	0.04764
61	62	0.02626	0.06063	211	212	0.53071	0.27917
62	63	0.06003	0.13858	211	214	0.09755	0.2252
62	67	0.10881	0.25118	214	215	0.11819	0.27283
63	64	0.03002	0.06929	214	217	0.13882	0.32047
64	65	0.02064	0.04764	217	218	0.04315	0.09961
67	68	0.25588	0.1346	218	219	0.09192	0.2122
68	69	0.41699	0.21934	219	220	0.16134	0.37244
69	70	0.50228	0.26421	220	221	0.37832	0.37775
70	71	0.3317	0.17448	221	222	0.39724	0.39664
71	72	0.20849	0.10967	222	223	0.2932	0.29276
75	76	0.27014	0.62362				

D Dados do sistema de 34 barras

Tabela 25 – Condições de carga para fase a do sistema com 34 barras.

Barra	P_a [kW]	Q_a [kVAR]	Shunt _a [kVAR]
0	0	0	0
2	0	0	0
6	0	0	0
8	0	0	0
10	0	0	0
12	0	0	0
14	0	0	0
15	0	0	0
16	0	0	0
18	17	8.5	0
20	84.5	43.5	0
22	67.5	35	0
24	0	0	0
26	0	0	0
28	3.5	1.5	0
30	13.5	6.5	0
31	0	0	0
32	0	0	0
33	3.5	1.5	0
34	6.5	3	0
35	10	5	0
36	43	27.5	0
37	24	12	0
38	0	0	0
39	0	0	0
40	18	11.5	0
42	4.5	2.5	0
44	139.5	107.5	100
46	0	0	0
48	20	16	150
56	0	0	0
64	1	0.5	0
88	0	0	0
90	150	75	0

Tabela 26 – Condições de carga para fase b do sistema com 34 barras.

Barra	P_b [kW]	Q_b [kVAR]	$Shunt_b$ [kVAR]
0	0	0	0
2	15	7.5	0
6	15	7.5	0
8	8	4	0
10	8	4	0
12	0	0	0
14	0	0	0
15	0	0	0
16	2.5	1	0
18	0	0	0
20	0	0	0
22	0	0	0
24	22.5	11	0
26	20	10	0
28	0	0	0
30	10	5	0
31	2	1	0
32	0	0	0
33	1	0.5	0
34	8.5	4.5	0
35	17.5	9	0
36	35	24	0
37	16	8.5	0
38	14	7	0
39	14	7	0
40	20	12.5	0
42	0	0	0
44	147.5	111	100
46	24	11.5	0
48	31.5	21.5	150
56	2	1	0
64	0	0	0
88	0	0	0
90	150	75	0

Tabela 27 – Condições de carga para fase c do sistema com 34 barras.

Barra	P_c [kW]	Q_c [kVAR]	Shunt $_c$ [kVAR]
0	0	0	0
2	12.5	7	0
6	12.5	7	0
8	0	0	0
10	0	0	0
12	0	0	0
14	0	0	0
15	0	0	0
16	0	0	0
18	0	0	0
20	0	0	0
22	0	0	0
24	2	1	0
26	0	0	0
28	2	1	0
30	25	10	0
31	0	0	0
32	0	0	0
33	3	1.5	0
34	9.5	5	0
35	61.5	31	0
36	96	54.5	0
37	21	11	0
38	0	0	0
39	0	0	0
40	9	7	0
42	0	0	0
44	145	110.5	100
46	10	5.5	0
48	20	16	150
56	0	0	0
64	0	0	0
88	0	0	0
90	150	75	0

Tabela 28 – Parâmetros das linhas (fase a) para o sistema de 34 barras.

Barra _i	Barra _f	R _{aa} [Ω]	X _{aa} [Ω]	R _{ab} [Ω]	X _{ab} [Ω]	R _{ac} [Ω]	X _{ac} [Ω]
0	2	0.87235	0.79521	0.046555	0.41616	0.046555	0.38148
2	6	0.58493	0.53321	0.031216	0.27905	0.031216	0.25579
6	8	10.8974	9.9337	0.58156	5.1987	0.58156	4.7655
8	10	0	0	0	0	0	0
8	12	12.6793	11.558	0.67666	6.0488	0.67666	5.5447
12	14	10.0521	9.1632	0.53645	4.7955	0.53645	4.3958
14	15	0	0	0	0	0	0
15	16	0.10483	0.095558	0.0055944	0.050009	0.0055944	0.045842
16	18	0.2226	0.50087	0	0	0	0
16	24	3.4521	3.1469	0.18423	1.6469	0.18423	1.5096
18	20	6.2682	14.1037	0	0	0	0
20	22	1.7887	4.0247	0	0	0	0
24	26	0	0	0	0	0	0
24	28	0.28398	0.25887	0.015155	0.13548	0.015155	0.12419
28	30	6.911	6.2999	0.36882	3.297	0.36882	3.0222
30	31	0.17582	0.16028	0.0093832	0.083878	0.0093832	0.076888
31	32	12.4528	11.3515	0.66457	5.9407	0.66457	5.4456
31	56	0	0	0	0	0	0
32	33	0	0	0	0	0	0
33	34	1.6567	1.5102	0.088415	0.79036	0.088415	0.7245
33	88	0	0	0	0	0	0
34	35	1.9712	1.7969	0.1052	0.94039	0.1052	0.86202
34	64	0	0	0	0	0	0
35	36	0.683	0.6226	0.036449	0.32583	0.036449	0.29868
35	42	0.094623	0.086255	0.0050498	0.045141	0.0050498	0.041379
36	37	0.90619	0.82605	0.04836	0.4323	0.04836	0.39628
37	38	0.094623	0.086255	0.0050498	0.045141	0.0050498	0.041379
37	40	0.29075	0.26504	0.015516	0.1387	0.015516	0.12714
38	39	0	0	0	0	0	0
42	44	0.45648	0.41611	0.024361	0.21777	0.024361	0.19962
44	46	1.2308	1.1219	0.065682	0.58715	0.065682	0.53822
46	48	0.17915	0.16331	0.0095608	0.085466	0.0095608	0.078344
88	90	2.4308	3.239	0.19055	1.7033	0.19055	1.5614

Tabela 29 – Parâmetros das linhas (fase b) para o sistema de 34 barras.

Barra_i	Barra_f	R_{bb} [Ω]	X_{bb} [Ω]	R_{bc} [Ω]	X_{bc} [Ω]
0	2	0.87235	0.79521	0.046555	0.35553
2	6	0.58493	0.53321	0.031216	0.23839
6	8	10.8974	9.9337	0.58156	4.4413
8	10	0.75554	1.7	0	0
8	12	12.6793	11.558	0.67666	5.1675
12	14	10.0521	9.1632	0.53645	4.0968
14	15	0	0	0	0
15	16	0.10483	0.095558	0.0055944	0.042723
16	18	0	0	0	0
16	24	3.4521	3.1469	0.18423	1.4069
18	20	0	0	0	0
20	22	0	0	0	0
24	26	0.39443	0.88748	0	0
24	28	0.28398	0.25887	0.015155	0.11574
28	30	6.911	6.2999	0.36882	2.8166
30	31	0.17582	0.16028	0.0093832	0.071658
31	32	12.4528	11.3515	0.66457	5.0752
31	56	3.0371	6.8337	0	0
32	33	0	0	0	0
33	34	1.6567	1.5102	0.088415	0.67521
33	88	0	0	0	0
34	35	1.9712	1.7969	0.1052	0.80338
34	64	0.2109	0.47454	0	0
35	36	0.683	0.6226	0.036449	0.27836
35	42	0.094623	0.086255	0.0050498	0.038564
36	37	0.90619	0.82605	0.04836	0.36932
37	38	0.094623	0.086255	0.0050498	0.038564
37	40	0.29075	0.26504	0.015516	0.1185
38	39	1.6432	1.4979	0	0
42	44	0.45648	0.41611	0.024361	0.18604
44	46	1.2308	1.1219	0.065682	0.5016
46	48	0.17915	0.16331	0.0095608	0.073014
88	90	2.4308	3.239	0.19055	1.4552

Tabela 30 – Parâmetros das linhas (fase c) para o sistema de 34 barras.

Barra_i	Barra_f	R_{cc} [Ω]	X_{cc} [Ω]
0	2	0.87235	0.79521
2	6	0.58493	0.53321
6	8	10.8974	9.9337
8	10	0	0
8	12	12.6793	11.558
12	14	10.0521	9.1632
14	15	0	0
15	16	0.10483	0.095558
16	18	0	0
16	24	3.4521	3.1469
18	20	0	0
20	22	0	0
24	26	0	0
24	28	0.28398	0.25887
28	30	6.911	6.2999
30	31	0.17582	0.16028
31	32	12.4528	11.3515
31	56	0	0
32	33	0	0
33	34	1.6567	1.5102
33	88	0	0
34	35	1.9712	1.7969
34	64	0	0
35	36	0.683	0.6226
35	42	0.094623	0.086255
36	37	0.90619	0.82605
37	38	0.094623	0.086255
37	40	0.29075	0.26504
38	39	0	0
42	44	0.45648	0.41611
44	46	1.2308	1.1219
46	48	0.17915	0.16331
88	90	2.4308	3.239