



Universidade Estadual de Londrina
Centro de Tecnologia e Urbanismo
Departamento de Engenharia Elétrica

David Maykon Krepsky Silva

Fluxo de potência para sistemas de distribuição com otimização por redução de barras

Londrina
2016

Universidade Estadual de Londrina

Centro de Tecnologia e Urbanismo
Departamento de Engenharia Elétrica

David Maykon Krepsky Silva

**Fluxo de potência para sistemas de distribuição com
otimização por redução de barras**

Trabalho de Conclusão de Curso orientado pelo Prof. Dr. Luis Alfonso Gallego Pareja intitulado “Fluxo de potência para sistemas de distribuição com otimização por redução de barras” e apresentada à Universidade Estadual de Londrina, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Luis Alfonso Gallego Pareja

Londrina
2016

Ficha Catalográfica

David Maykon Krepsky Silva

Fluxo de potência para sistemas de distribuição com otimização por redução de barras - Londrina, 2016 - 30 p., 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Luis Alfonso Gallego Pareja

1. Fluxo de potência. 2. Método de varredura. 3. Sistemas de distribuição. 4. Sistema tri-fásico 5. Otimização

I. Universidade Estadual de Londrina. Curso de Engenharia Elétrica. II. Fluxo de potência para sistemas de distribuição com otimização por redução de barras.

David Maykon Krepsky Silva

Fluxo de potência para sistemas de distribuição com otimização por redução de barras

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Luis Alfonso Gallego Pareja
Universidade Estadual de Londrina
Orientador

M.Sc. Osni Vicente
Universidade Estadual de Londrina

Dra. Silvia Galvão de Souza Cervantes
Universidade Estadual de Londrina

Londrina, 9 de janeiro de 2016

Dedico este trabalho especialmente para minha filha,
por ser minha fonte de inspiração, força e coragem.

Agradecimentos

A minha família, que, diante de todas as adversidades encontradas, lutou e tornou este trabalho possível.

Ao meu orientador Dr. Luis Alfonso Gallego Pareja, pela disposição, paciência e compreensão.

Ao meu grande amigo e sócio Heitor Henrique Freire Arns, por me aturar e motivar a seguir em frente, independente das barreiras encontradas.

A UEL e o Dep. de Engenharia Elétrica, que me proporcionaram a oportunidade desta graduação e pela excelência no serviço prestado.

A todos meus amigos que se mostraram presentes nos últimos anos.

E a todos aquele que, direta ou indiretamente, contribuíram para este trabalho.

*“May God bless and keep you always,
May your wishes all come true,
May you always do for others
And let others do for you.
May you build a ladder to the stars
And climb on every rung,
May you stay, forever young.”*
(Bob Dylan)

David Maykon Krepsky Silva. 2016. 30 p. Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Elétrica - Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

Resumo

Devido ao aumento no consumo de energia elétrica nos últimos anos, os sistemas de distribuição estão maiores e mais complexos. Assim, torna-se cada vez mais comum o uso do fluxo de potência para melhorar a qualidade e o desempenho das redes de distribuição. Os métodos tradicionais de cálculo do fluxo de potência, como os métodos de Newton-Raphson e Gauss-Seidel, apresentam problemas de desempenho e convergência devido as características peculiares dos sistemas de distribuição, sendo necessário um algoritmo rápido e robusto para possibilitar sua aplicação nesses sistemas. Este trabalho apresenta uma análise comparativa entre dois métodos de varredura, trifásicos, populares na literatura, de modo a avaliar a velocidade e a convergência dos mesmos para sistemas radiais com 14, 34, 69, 136, 700 e 3000 barras. Também é proposto um algoritmo para otimização do cálculo do fluxo de potência através da remoção de barras redundantes e compensação desacoplada. O primeiro método avaliado, originalmente proposto por (SHIRMOHARMNADI, 1988), consiste na aplicação direta das leis de Kirchhoff. O segundo método, descrito por (CESPEDES, 1990), utiliza a Lei de Ohm, eliminando a fase da tensão nas equações do fluxo de potência, possibilitando uma simplificação dos cálculos. De acordo com as simulações realizadas, os dois métodos se mostram robustos em relação a convergência, não apresentando problemas e utilizando poucas iterações nos sistemas analisados. Ambos os métodos possuem desempenho parecido, no quesito velocidade, para sistemas de poucas barras, porém, para sistemas grandes (700 e 3000 barras), a diferença se torna evidente, sendo o segundo método, aproximadamente, duas vezes mais rápido que o primeiro. O método de otimização proposto se mostrou capaz de reduzir drasticamente o tempo computacional utilizado, contudo, devido a compensação desacoplada, é introduzido uma pequena variação no resultado para as barras que foram otimizadas. Devido a redução no número de barras utilizadas na elaboração do fluxo de potência com a otimização ativada, ambos os métodos possuem tempo computacional semelhante, diferenciando apenas por alguns milissegundos.

Palavras-Chave: 1. Fluxo de potência. 2. Método de varredura. 3. Sistemas de distribuição. 4. Sistema tri-fásico 5. Otimização

Power flow for distribution systems with optimization trough bars reduction.
2016. 30 p. Monograph in Engenharia Elétrica- Universidade Estadual de Londrina,
Londrina.

Abstract

....

Key-words: 1. Power flow. 2. Backward-Forward Sweep. 3. Distribution systems. 4.
Three-phase systems 5. Optimization

Lista de ilustrações

Figura 1 – Diagrama de um sistema elétrico de potência.	19
Figura 2 – Sistema Interligado Nacional (SIN).	20
Figura 3 – Fonte para produção de energia elétrica em 2014 (EPE, 2015).	20
Figura 4 – Fonte para produção de energia elétrica em 2014 (EPE, 2015).	22

Lista de tabelas

Tabela 1 – Geração elétrica por fonte no Brasil (GWh)	21
Tabela 2 – Usinas em construção no Brasil em 2014.	21

Lista de Siglas e Abreviaturas

ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
AT	Alta Tensão
BT	Baixa Tensão
GW _H	Giga Watt Hora
kW _H	Kilo Watt Hora
MT	Média Tensão
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico
SDE	Sistema de Distribuição de Energia Elétrica
SEP	Sistema Elétrico de Potência
SIN	Sistema Interligado Nacional
UC	Unidade Consumidora

Lista de Símbolos e Notações

A	Relacionado com a amplitude do sinal
A_{max}	Máximo valor de amplitude do sinal recebido
\mathbf{A}	Matriz de amplitudes do sinal
\mathcal{A}	Matriz de amplitudes do sinal para um <i>frame</i> transmitido
b	Relacionado ao bit transmitido
\mathbf{b}	Vetor de bits transmitidos
\mathbf{B}	Matriz de bits transmitidos
c	Relacionado ao coeficiente complexo do canal
\mathbf{C}	Matriz de coeficientes complexos do canal
\mathcal{C}	Matriz de coeficientes complexos do canal para um <i>frame</i> transmitido
c_{luz}	Velocidade da luz no vácuo
D	Diversidade Rake
E_b	Energia de bit
E_b/N_o	Relação energia de bit recebido e densidade espectral de potência de ruído
f_D	Frequência Doppler
f_c	Frequência da portadora
a, μ, A	Letra em itálico: trata-se de um escalar
\mathbf{a}	Letra minúscula e negrito: trata-se de um vetor
\mathbf{A}	Letra maiúscula e negrito: trata-se de uma matriz
\hat{a}	Valor estimado de uma dada variável a
\bar{a}	Valor médio de uma dada variável a
\underline{a}	Versão discretizada (binária) de a
$\arctan\{\cdot\}$	Operador arco tangente
$\arg\{\cdot\}$	Operador que retorna o argumento
$\{\cdot\}^T$	Operador matriz transposta
$\{\cdot\}^*$	Conjugado complexo
$\{\cdot\}^{-1}$	Operador matriz inversa
$ \cdot $	Operador valor absoluto (módulo)
$\angle x$	Operador fase do número complexo x
$\Im\{\cdot\}$	Operador parte imaginária
$\Re\{\cdot\}$	Operador parte real
$\text{round}(x)$	Operador inteiro mais próximo de x
$\min[\cdot]$	Valor mínimo assumido pelo argumento
$\max[\cdot]$	Valor máximo assumido pelo argumento

Palavras em *itálico* são empregadas para identificar termos de língua inglesa não traduzidos.

Sumário

	Lista de ilustrações	9
	Lista de tabelas	10
	Sumário	14
1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Motivação e justificativa	15
1.2	Objetivos	16
1.3	Metodologia	16
1.4	Organização do trabalho	17
2	ENERGIA ELÉTRICA NO BRASIL	19
2.0.1	Sistema Elétrico de Potência brasileiro	19
2.0.2	Fontes de energia elétrica	20
2.0.3	Perdas do sistema	22
2.0.4	Ferramentas computacionais para melhoria dos sistemas de distribuição	22
3	SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO	23
4	MÉTODOS DE VARREDURA	24
5	OTIMIZAÇÃO POR REDUÇÃO DE BARRAS	26
6	DESCRIÇÃO DO PROGRAMA DESENVOLVIDO	27
7	RESULTADO DAS SIMULAÇÕES	28
8	CONCLUSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS	29
	REFERÊNCIAS	30

1 Introdução

1.1 Motivação e justificativa

Desde a descoberta das cargas elétricas por Tales de Mileto na Grécia antiga, a energia elétrica vem promovendo mudanças radicais na sociedade e no meio ambiente, sendo esse fato mais evidente nas últimas décadas, com o advento dos computadores, equipamentos industriais, satélites de telecomunicações e etc. Sua importância é tão grande que muitas vezes é usada como índice de desenvolvimento dos países e sua disponibilidade implica diretamente na qualidade de vida do ser humano.

A expansão populacional dos últimos séculos e o desenvolvimento tecnológico fazem com que seja necessário uma produção cada vez maior de energia. Contudo, ampliar a capacidade de produção de energia elétrica gera impactos ambientais grandes, como na construção de uma nova usina termo-elétrica, que emite grandes quantidades de gás CO_2 na queima de gás natural, derivados do petróleo ou biomassa ou utiliza combustível nuclear, gerando lixo radioativo de difícil descarte, ou em uma hidrelétrica, que requer a inundação de uma vasta área e modifica todo o ecossistema local.

Deve-se aumentar a oferta de energia elétrica, gerando impactos ambientais minimizados e a um custo acessível, para viabilizar a sua utilização, de modo sustentável, por toda a sociedade.

Nos últimos anos, o problema ambiental vem sendo abordado através da utilização cada vez maior de energias renováveis e limpas, como a energia solar e a eólica. Porém, tais fontes de energia ainda apresentam um custo elevado por kilowatt produzido.

O viés utilizado para promover a acessibilidade à energia é o da melhora na eficiência dos sistemas de geração, transmissão e distribuição, com foco na redução das perdas e aprimoramento da qualidade e estabilidade da energia elétrica entregue ao consumidor.

Muitos trabalhos tem sido desenvolvidos nas áreas de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica, sendo dada uma atenção cada vez maior aos sistema de distribuição, pois é onde se encontram as maiores perdas (tanto técnicas quanto não-técnicas) e é a parte mais vulnerável a falhas. Outro motivo para o aumento no interesse em sistemas de distribuição é a possibilidade da inserção de geradores distribuídos, *smart grids* e a capacidade de otimização da rede em tempo real.

Desta forma, este trabalho se justifica na necessidade de ferramentas que melhorem os sistemas de distribuição de energia elétrica, tornando-os mais eficientes e confiáveis.

1.2 Objetivos

Os objetivos primários são:

- implementação dos métodos soma de correntes e soma de potências para o cálculo do fluxo de potência em sistemas de distribuição radiais;
- comparação de desempenho entre os métodos;
- desenvolvimento e análise do algoritmo de otimização do fluxo de potência por redução de barras com compensação desacoplada.

Para realizar as simulações, foi elaborado, como objetivo secundário, o desenvolvimento de um programa gráfico para análise de sistemas de distribuição utilizando os algoritmos acima citados.

1.3 Metodologia

Tendo em vista à necessidade de desempenho e o gasto de recursos computacionais do fluxo de potência para sistemas de distribuição, foi adotada a linguagem de programação *C++* para a implementação dos algoritmos, pois a mesma possui uma boa relação entre velocidade de execução e complexidade do código fonte. De modo a facilitar o desenvolvimento da parte gráfica, foi utilizado o *framework* Qt, o qual possui uma extensa biblioteca de classes e funções em C++ para o desenvolvimento de aplicações multiplataforma.

O computador utilizado para realizar as simulações possui as seguintes configurações:

- processador Intel ® Core™ i5-3330 CPU @ 3.00GHz;
- memória RAM Kingston de 4GB 1333MHz;
- HD Seagate 750GB ST3750640NS;
- sistema operacional Ubuntu 15.10 x64.

A metodologia utilizada para o desenvolvimento deste trabalho segue as seguintes etapas:

1. desenvolvimento da interface gráfica inicial;
2. implementação dos algoritmos do fluxo de potência;
3. implementação da otimização por redução de barras;
4. análise de performance para vários sistemas de distribuição.

1.4 Organização do trabalho

Este trabalho está organizado da seguinte forma:

No Capítulo 2 são apresentadas informações gerais sobre a atual situação do setor de energia elétrica no Brasil. São analisadas as características do sistema elétrico, as fontes de energia, e os fatores que influenciam o preço do kilowatt. Esse capítulo também evidencia as perdas no sistema elétrico e mostra uma comparação em nível internacional das perdas e do custo da energia elétrica, apresentando algumas técnicas que melhoram a eficiência e estabilidade do sistema.

O Capítulo 3 explora as características e componentes dos sistemas de distribuição de energia elétrica (SDE). Faz-se uma introdução aos métodos de Newton-Raphson e de Gauss-Seidel, considerados os métodos clássicos na solução do fluxo de potência, de modo a evidenciar os motivos pelos quais os mesmos apresentam problemas de desempenho e convergência.

No Capítulo 4 é apresentado o modelo de linha de transmissão utilizado e são descritos os dois métodos de varredura (soma das potências e soma das correntes) empregados no cálculo do fluxo de potência para sistemas de distribuição, bem como suas limitações teóricas e práticas. É discutido como o fluxo de potência auxilia no melhoramento dos SDEs e a necessidade de algoritmos robustos e rápidos. São abordadas também outras ferramentas que utilizam o fluxo de potência para aprimorar o custo e a qualidade da energia nos SDEs, como o fluxo ótimo, algoritmos de detecção de furto de energia e os *Smart Grids*.

No Capítulo 5 é apresentado o método de otimização proposto, junto com seu desenvolvimento matemático e as suas implicações. Para facilitar a compreensão, o capítulo anexa um fluxograma do algoritmo e uma sugestão de implementação.

No Capítulo 6 é apresentado o programa resultante deste trabalho, a sua organização em termos de software, a abordagem orientada a objetos utilizada para a implementação do fluxo de potência e modelagem dos elementos, suas funcionalidades e suas limitações.

O Capítulo 7 trata da apresentação quantitativa dos resultados obtidos com o uso da ferramenta computacional desenvolvida. São apresentados os resultados dos cálculos para os sistemas de 34 e 69 barras, sendo realizada uma verificação entre o resultado obtido por cada um dos métodos, com e sem otimização, de modo verificar a diferença numérica resultante. Também é analisado o tempo e o número de iterações utilizado por cada

algoritmo para os sistemas de 14, 34, 69, 136, 700 e 3000 barras para determinar qual o método mais rápido e qual o impacto da otimização. Por ultimo, é feita uma observação em relação a convergência dos métodos.

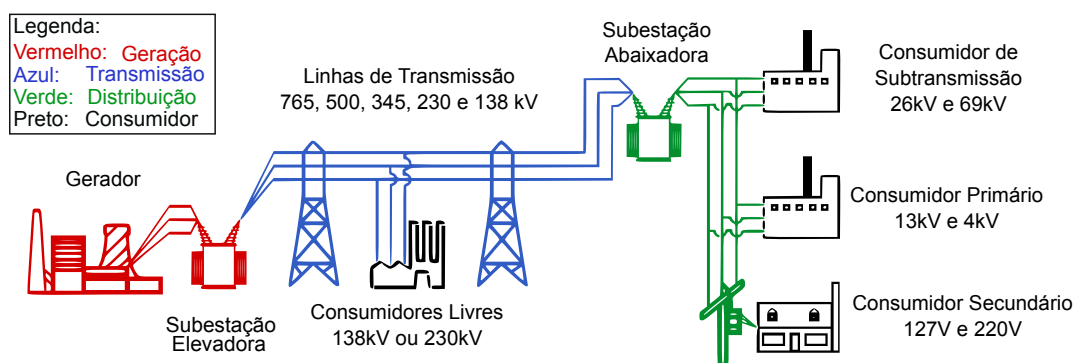
No Capitulo 8 são apresentadas as conclusões referentes à metodologia utilizada e as técnicas empregadas para execução desta monografia. É feita uma análise qualitativa dos resultados obtidos e de sua importância. São discutidas as dificuldades encontradas durante a execução deste trabalho e os mecanismos utilizados para superar as mesmas. Por fim, são apresentadas algumas ideias para trabalhos futuros, de modo a desenvolver a área de sistemas elétricos de potência.

2 Energia elétrica no Brasil

2.0.1 Sistema Elétrico de Potência brasileiro

O Sistema Elétrico de Potência (SEP) brasileiro é definido como o conjunto de instalações e equipamentos destinados a geração, transmissão e distribuição de energia elétrica, regulamentado em 1978 pela Portaria Nº 3.214. Esse sistema inclui desde as usinas geradoras até os equipamentos de medição nas unidades consumidoras e está presente em todo território nacional. A figura 1 exibe um diagrama com os principais componentes de um SEP e suas tensões de trabalho.

Figura 1 – Diagrama de um sistema elétrico de potência.



Fonte: *United States Department of Energy*, 2014¹.

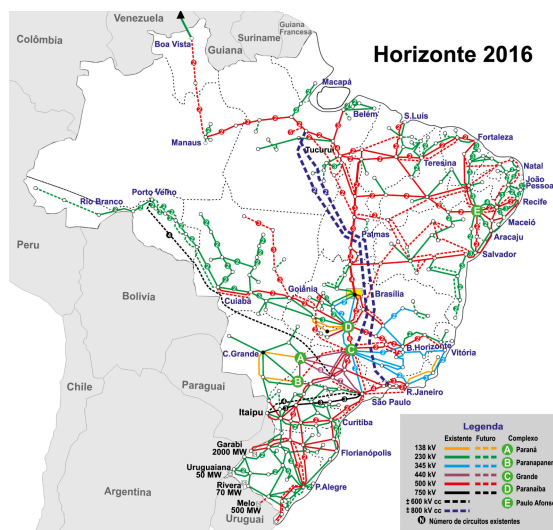
As usinas geradoras e a infraestrutura de transmissão constituem Sistema Interligado Nacional (SIN), mostrado na figura 2, e fornecem 98,3% da energia elétrica consumida no país (ONS, 2015). Os 1,7% restantes encontram-se em pequenos sistemas, chamados sistemas isolados, localizados em sua grande maioria na região amazônica. O órgão responsável pela operação e manutenção do SIN é o Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) que, desde 26 de agosto de 1998, trabalha para garantir a segurança, continuidade e a economicidade do suprimento de energia elétrica para o país.

O sistemas de distribuição (elementos em verde na figura 1) é o responsável por receber a energia em alta tensão do SIN e entregá-la aos consumidores a um nível de tensão adequado. Esse sistema é controlado por 67 empresas, denominadas concessionárias de energia elétrica, que operam sob fiscalização da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) e entregam energia para as mais de 77 milhões de unidades consumidoras (UC) (ENERGIA, 2015).

O termo unidade consumidora se refere ao conjunto de instalações e equipamentos elétricos, pertencentes a um consumidor, que recebe energia elétrica através de um único

¹ Tradução do autor.

Figura 2 – Sistema Interligado Nacional (SIN).



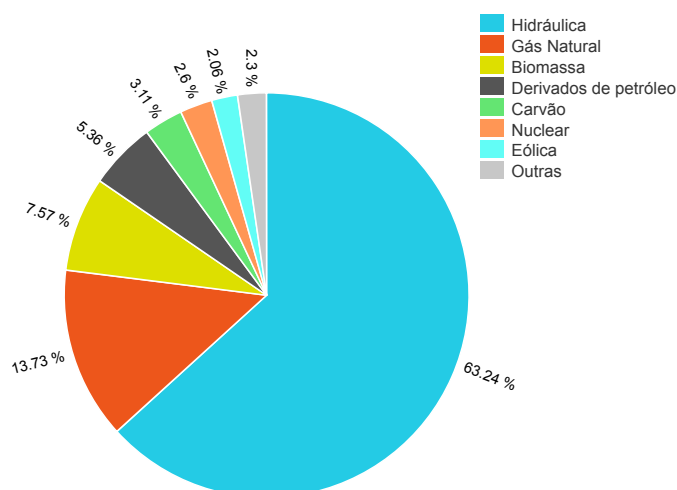
Fonte: Dados Relevantes 2014, ONS.

ponto de entrega, com medição individual.

2.0.2 Fontes de energia elétrica

Devido a abundância de cursos d'água, a principal fonte de energia elétrica no Brasil é a hídrica. Apesar de ser um recurso renovável, as usinas hidrelétricas, que compõem 63% da geração total (figura 3), vem apresentando problemas para suprir a demanda crescente. Longos períodos de estiagem diminuem os reservatórios, resultando em um aumento no uso de energia termoeletrica, que é mais cara e mais poluente. Sendo assim, o custo do kWh é diretamente influenciado pelo índice pluviométrico na região das usinas (ANEEL, 2015).

Figura 3 – Fonte para produção de energia elétrica em 2014 (EPE, 2015).



Fonte: Autoria própria.

Tabela 1 – Geração elétrica por fonte no Brasil (GWh)

	2010	2011	2012	2013	2014	$\Delta\%_{2010-2014}$
Gás Natural	36476	25095	46760	69003	81075	122,3
Hidráulica	403290	428333	415342	390992	373439	-7,4
Deriv. Petróleo	14216	12239	16214	22090	31668	122,8
Carvão	6992	6485	8422	14802	18385	163,0
Nuclear	14523	15659	16038	15450	15379	5,9
Biomassa	131209	31633	34662	39679	44733	43,3
Eólica	2177	2705	5050	6578	12210	460,9
Outras	6916	9609	10010	12241	13590	96,5
Total	515799	531758	552498	570835	590479	14,5

Fonte: Anuário Estatístico de Energia Elétrica 2015, Empresa de Pesquisa Energética.

A tabela 1 apresenta a quantidade de energia produzida de acordo com a fonte utilizada e sua variação entre os anos de 2010 e 2014. Nota-se que mesmo com o crescimento da demanda, a utilização de recursos hídricos sofreu uma redução no período avaliado, enquanto a geração térmica (gás natural, derivados de petróleo, carvão e biomassa) aumentou consideravelmente.

Embora a quantidade de energia eólica utilizada tenha sido relativamente baixa (menor que 5% da produção total), os programas de incentivo fiscal, a exemplo do Programa de Incentivo às Fontes Alternativas de Energia Elétrica (Proinfa), e o investimento no setor tem apresentado resultados significativos, como o crescimento de mais de 4 vezes na quantidade de energia elétrica produzida para a geração eólica em 5 anos. Em conjunto com os dados da tabela 2, que expõe a grande quantidade de parques eólicos sendo construídos em 2014, fica evidente que há uma tendência crescente no uso dessas fontes alternativas de energia. Isso culmina em uma diversificação da matriz energética do país, reduzindo a emissão de poluentes e tornando-a menos vulnerável a escassez de um ou outro determinado recurso.

Tabela 2 – Usinas em construção no Brasil em 2014.

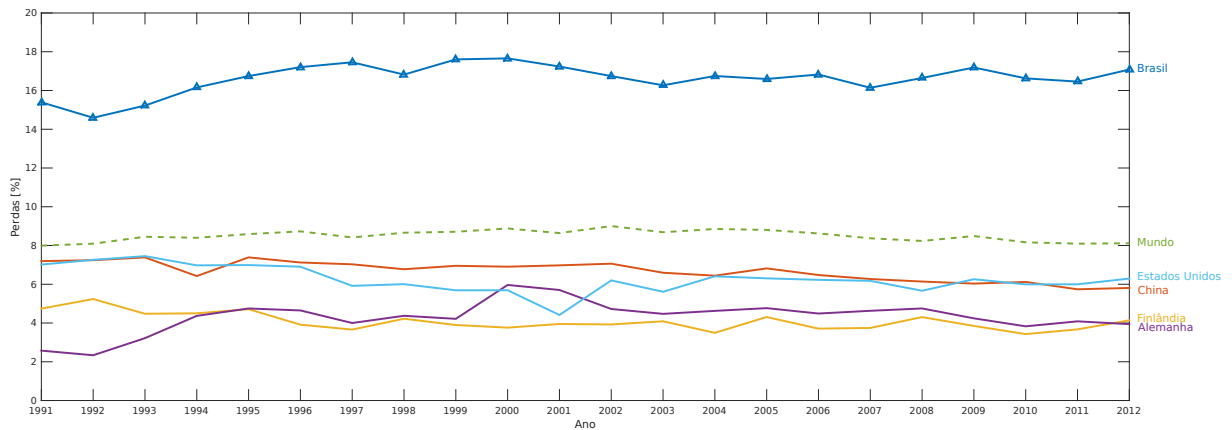
Tipo	Quantidade
Hidrelétrica	11
Eolielétrica	131
Termelétrica	28
Termonuclear	1
PCH	41
Central Hidrelétrica	1

Fonte: Anuário Estatístico de Energia Elétrica 2015, Empresa de Pesquisa Energética.

2.0.3 Perdas do sistema

As perdas são parte intrínseca dos SEPs e qualquer equipamento elétrico/eletrônico, não podendo ser evitadas e sim reduzidas a níveis aceitáveis.

Figura 4 – Fonte para produção de energia elétrica em 2014 (EPE, 2015).



Fonte: Autoria própria.

- Historico de perdas - Perdas agosto 2015 - Perdas por regioao - Custo tarifa por regioao
- Perdas tecnicas x perdas não técnicas.

2.0.4 Ferramentas computacionais para melhoria dos sistemas de distribuição

- fluxo de potencia - fluxo otimo - smart grid

3 Sistemas de distribuição

4 Métodos de varredura

$$\begin{bmatrix} V_{sa} \\ V_{sb} \\ V_{sc} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{ra} \\ V_{rb} \\ V_{rc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix}$$

$$I = \frac{S^*}{V^*}$$

$$\begin{bmatrix} V_{sa} \\ V_{sb} \\ V_{sc} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{ra} \\ V_{rb} \\ V_{rc} \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} S_a \\ S_b \\ S_c \end{bmatrix}^*}{\begin{bmatrix} V_{ra} \\ V_{rb} \\ V_{rc} \end{bmatrix}^*} \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix}$$

Multiplicando ambos os lados por $[V_{ra} \ V_{rb} \ V_{rc}]^*$ temos:

$$\begin{bmatrix} V_{sa} \\ V_{sb} \\ V_{sc} \end{bmatrix} [V_{ra} \ V_{rb} \ V_{rc}]^* - \begin{bmatrix} V_{ra} \\ V_{rb} \\ V_{rc} \end{bmatrix} [V_{ra} \ V_{rb} \ V_{rc}]^* = \begin{bmatrix} S_a \\ S_b \\ S_c \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix}$$

Como $C \cdot C^* = |C|^2$:

$$\begin{bmatrix} V_{sa} V_{ra}^* \\ V_{sb} V_{rb}^* \\ V_{sc} V_{rc}^* \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} |V_{ra}|^2 \\ |V_{rb}|^2 \\ |V_{rc}|^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_a \\ S_b \\ S_c \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix}$$

$$C = |C|(\cos(\theta) + j \sin(\theta))$$

$$\begin{bmatrix} |V_{sa}| |V_{ra}| (\cos \theta_{sra} + j \sin \theta_{sra}) \\ |V_{sb}| |V_{rb}| (\cos \theta_{srb} + j \sin \theta_{srb}) \\ |V_{sc}| |V_{rc}| (\cos \theta_{src} + j \sin \theta_{src}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} |V_{ra}|^2 \\ |V_{rb}|^2 \\ |V_{rc}|^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_a \\ S_b \\ S_c \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix}$$

De modo genérico, temos que:

$$|V_{sx}| |V_{rx}| (\cos \theta_{srx} + j \sin \theta_{srx}) - |V_{rx}|^2 = S_a^* Z_{xa} + S_b^* Z_{xb} + S_c^* Z_{xc}$$

Separando os termos reais dos imaginários:

$$|V_{sx}| |V_{rx}| \cos \theta_{srx} - |V_{rx}|^2 = \Re \{ S_a^* Z_{xa} + S_b^* Z_{xb} + S_c^* Z_{xc} \}$$

$$|V_{sx}||V_{rx}|sen\theta_{srx} = \Im\{S_a^*Z_{xa} + S_b^*Z_{xb} + S_c^*Z_{xc}\}$$

Em função do seno e cosseno:

$$cos\theta_{srx} = \frac{\Re_{S^*Z} + |V_{rx}|^2}{|V_{sx}||V_{rx}|}$$

$$sen\theta_{srx} = \frac{\Im_{S^*Z}}{|V_{sx}||V_{rx}|}$$

Onde:

$$\Re_{S^*Z} = \Re\{S_a^*Z_{xa} + S_b^*Z_{xb} + S_c^*Z_{xc}\}$$

$$\Im_{S^*Z} = \Im\{S_a^*Z_{xa} + S_b^*Z_{xb} + S_c^*Z_{xc}\}$$

Usando a relação trigonométrica $cos^2\theta + sen^2\theta = 1$:

$$\left(\frac{\Re_{S^*Z} + |V_{rx}|^2}{|V_{sx}||V_{rx}|}\right)^2 + \left(\frac{\Im_{S^*Z}}{|V_{sx}||V_{rx}|}\right)^2 = 1$$

$$\left(\Re_{S^*Z} + |V_{rx}|^2\right)^2 + \Im_{S^*Z}^2 = |V_{sx}|^2|V_{rx}|^2$$

$$\Re_{S^*Z}^2 + 2\Re_{S^*Z}|V_{rx}|^2 + |V_{rx}|^4 + \Im_{S^*Z}^2 - |V_{sx}|^2|V_{rx}|^2 = 0$$

$$|V_{rx}|^4 + (2\Re_{S^*Z} - |V_{sx}|^2)|V_{rx}|^2 + \Re_{S^*Z}^2 + \Im_{S^*Z}^2 = 0$$

Sendo:

$$\Re_{S^*Z} = (P_a R_{xa} + Q_a X_{xa}) + (P_b R_{xb} + Q_b X_{xb}) + (P_c R_{xc} + Q_c X_{xc})$$

e:

$$\Re_{S^*Z}^2 + \Im_{S^*Z}^2 = (P_a^2 + Q_a^2)*(R_{xa}^2 + X_{xa}^2) + (P_b^2 + Q_b^2)*(R_{xb}^2 + X_{xb}^2) + (P_c^2 + Q_c^2)*(R_{xc}^2 + X_{xc}^2)$$

5 Otimização por redução de barras

6 Descrição do programa desenvolvido

7 Resultado das simulações

8 Conclusão e considerações finais

Referências

ANEEL. *Resolução Normativa n 649/15*. Brasil: Agência Nacional de Energia Elétrica, 2015. 20

CESPEDES, R. New method for the analysis of distribution networks. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 5, January 1990. 7

ENERGIA, M. de Minas e. *Boletim mensal de monitoramento do sistema elétrico brasileiro*. Brasil, 2015. Disponível em: www.mme.gov.br/documents/10584/2027273/Boletim+de+Monitoramento+do+Sistema+El%C3%A9trico+-+Setembro-2015.pdf. Acesso em 08/01/2016. 19

EPE. *Anuário Estatístico de Energia Elétrica 2015*. Brasil, 2015. Disponível em: <http://www.epe.gov.br/AnuarioEstatisticodeEnergiaEletrica/Forms/Anurio.aspx>. Acesso em 09/01/2016. 9, 20, 22

ONS. *Dados Relevantes 2014*. Brasil, 2015. Disponível em: www.ons.org.br/download/biblioteca_virtual/publicacoes/DADOS2014_ONS/index.html. Acesso em 08/01/2016. 19

SHIRMOHARMNADI, e. a. D. A compensation-based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 3, May 1988. 7