Судаков Артём

24 вариант

БЭ124-01.03.02 СП(2)

№1

Рис. 1. Раскраска вершин графа, по неявной схеме.

Структура смежности:

1)

x	Adj[x]
1	3, 9, 10
2	3, 7
3	1, 2, 4, 5, 8
4	3, 5, 7, 8
5	3, 4, 6
6	5, 9, 10
7	2, 4, 10
8	3, 4, 9
9	1, 6, 10
10	1, 6, 7, 9

2) Раскраска:

x	mark	$C_1, C_2, \dots, C_n$
1	1	—
2	1	—
3	2	1
4	1	2
5	3	2, 1
6	1	3
7	2	1
8	3	1, 2
9	2	1
10	3	1, 2

Кол-во цветов: $\boxed{3}$

Рис. 2. Структура смежности:

1)

x	Adj[x]
1	5, 9
2	3, 11
3	2, 4, 10
4	3, 8, 10
5	1, 11
6	7

7	6, 8, 9, 10
8	4, 7, 9, 11
9	1, 7, 8, 10
10	3, 4, 7, 9
11	2, 5, 8

2) Раскраска

x	такт	$c_1, c_2, \dots, c_n$
1	1	—
2	1	—
3	2	1
4	1	2
5	2	1
6	1	—
7	2	1
8	3	1, 2
9	4	1, 2, 3
10	3	2, 1, 4
11	4	1, 2, 3

3) Хроматическое число:

1) По неявной схеме $\chi(\Gamma) \leq 4$

2) Выделим полный подграф (треугольник):

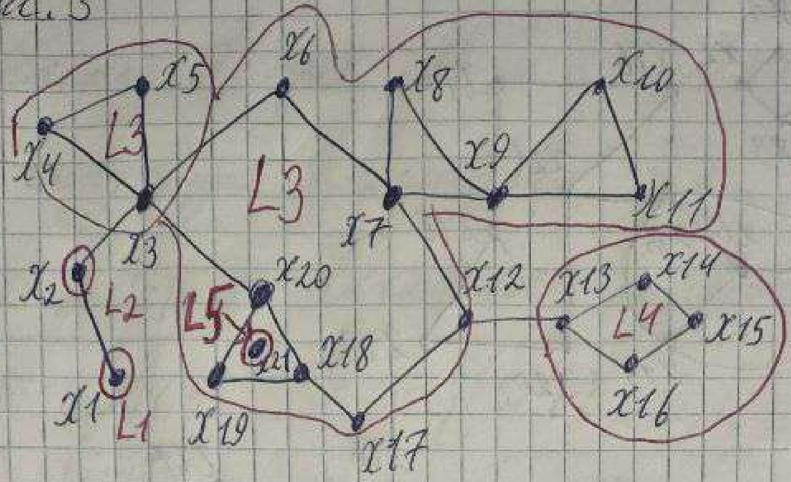
$x8, x9, x7 \Rightarrow \chi(\Gamma) \geq 3$ (нет тетраэдров)

Из 1) и 2) имеем $3 \leq \chi(\Gamma) \leq 4 \Rightarrow \chi(\Gamma) = 3$

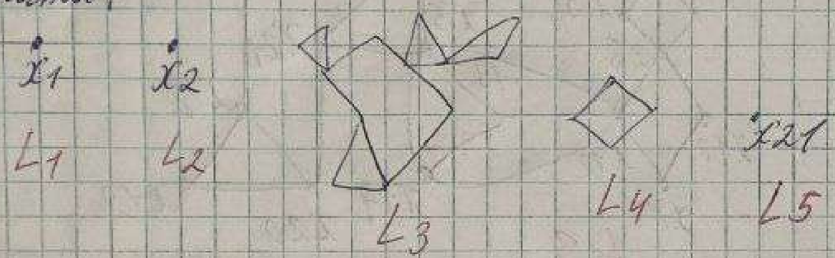
Ответ: $\chi(\Gamma) = 3$

№2

Рис. 3

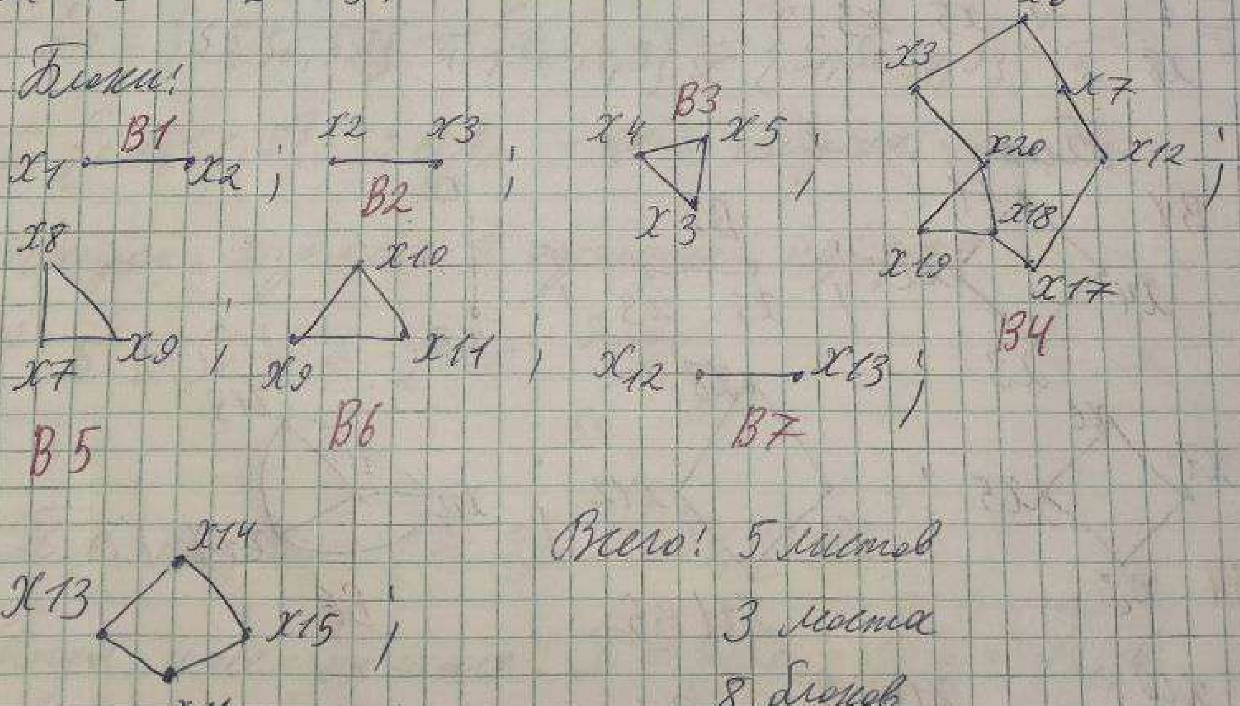


Листы:



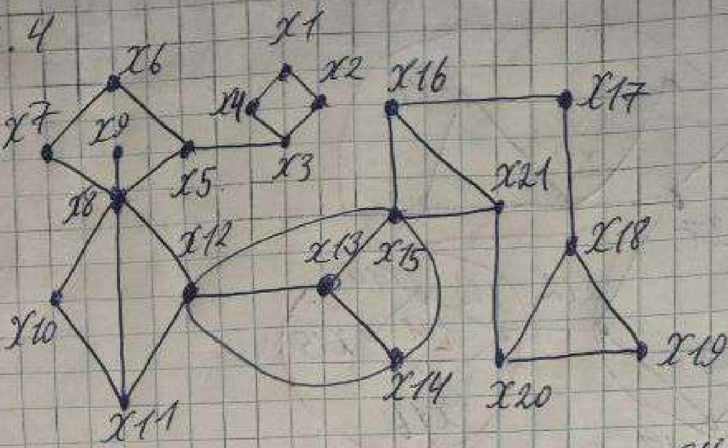
Мосты:

Блоки:

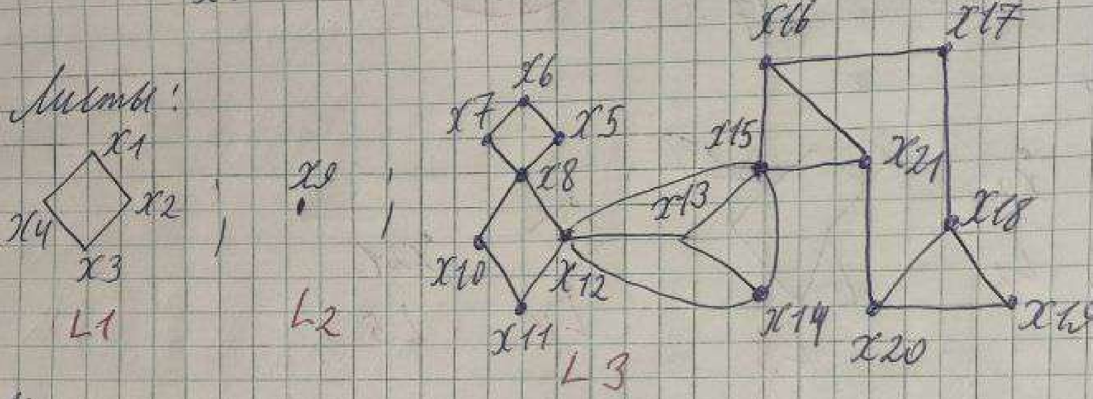


Всего: 5 листов
3 моста
8 блоков

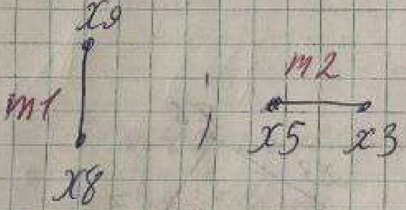
Рис. 4



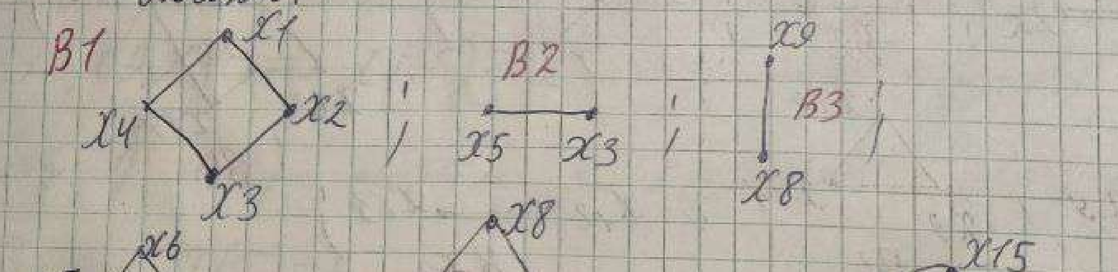
Листы:

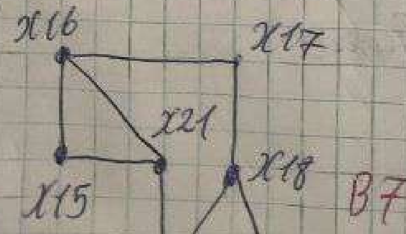


Мосты:



Блоки:





Итог:

3 листа

2 моста

7 блоков

№3

Найти Π_{max} - ?

1) Структура смежности:

X	$Adj[x]$
$S1$	6, 2, 4, 5
$S2$	6, 2, 1, 7
$S3$	2, 3
$S4$	4, 3
$S5$	6, 2
$S6$	6, 2, 4
$S7$	2, 4, 3

Начальное паросочетание:

$\Pi = \{(S_1, 6), (S_2, 2), (S_3, 3), (S_4, 4)\}$

2) Не пройдены вершины:

$A_1 = \{S_5, S_6, S_7\}$

$A_2 = \{1, 5, 7\}$

1) Строим все цепи:

$A_1 = \{S5, S6, S7\} \xrightarrow{и} \{6, 2, 4, 3\} \xrightarrow{п} \{S_1, S_2, S_4, S_3\} \xrightarrow{и}$

$\xrightarrow{и} \{6, 2, 4, 3, 5\}$. $5 \in A_2$ - цепь найдена.

Найдем эту цепь в обратном порядке.

$\ell: 5 \xrightarrow{и} S_1 \xrightarrow{\cancel{п}} 6 \xrightarrow{и} S_5$

Т.е. получили $(S_1, 5)$ и $(S_5, 6)$

Тогда имеем на шаге: $\Pi = \{(S_2, 2); (S_3, 3); (S_4, 4); (S_1, 5); (S_5, 6)\}$

$A_1 = \{\cancel{S5}, S6, S7\}$; $A_2 = \{1, \cancel{5}, 7\}$

2) Строим все цепи:

$A_1 = \{S_6, S_7\} \xrightarrow{и} \{6,3,4,3\} \xrightarrow{\pi} \{S_5, S_2, S_4, S_3\} \xrightarrow{и}$

$\xrightarrow{и} \{6,2,4,3,1\} \quad 1 \in A_2$

$C: \ 1 \xrightarrow{и} S_2 \xrightarrow{\cancel{\pi}} 2 \xrightarrow{и} S_6$ Получили $(S_2, 1)$ и $(S_6, 2)$

Получим на шаге:

$\pi = \{(S_2,2), (S_3,3), (S_4,4), (S_1,5), (S_5,6), (S_2,1),$

$(S_6,5)$

$A_1 = \{\cancel{S_6}, S_7\}; A_2 = \{\cancel{1}, 7\}$

3) Строим все цепи:

$A_1 = \{S_7\} \xrightarrow{и} \{2,4,3\} \xrightarrow{\pi} \{S_6, S_4, S_3\} \xrightarrow{и} \{2,4,3,6\} \xrightarrow{\pi}$

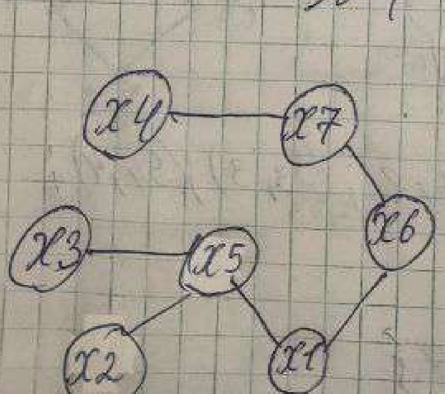
$\xrightarrow{\pi} \{S_6, S_4, S_3, S_5\} \xrightarrow{и} \{2,4,3,6\}$ – Повтор. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ нет цепей из A_1 в A_2

$\pi_{max} = \{(S_3,3), (S_4,4), (S_1,5), (S_5,6), (S_2,1), (S_6,2)\}$

$|\pi_{max}| = 6$

№4



Составим матрицу состояний

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	$r(x)$
x_1	0	2	2	3	1	1	2	3
x_2	2	0	2	5	1	3	4	5
x_3	2	2	0	5	1	3	4	5
x_4	3	5	5	0	4	2	1	5
x_5	1	1	1	4	0	2	3	4
x_6	1	3	3	2	2	0	1	3
x_7	2	4	4	1	3	1	0	4

$d(G) = \max r(x) = 5$

$r(G) = \min r(x) = 3$

Центры $r(x_i) = r(G) \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} r(x_1) = 3 \\ r(x_6) = 3 \end{cases} \Rightarrow x_1$ и x_6 — центры