UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPTO. DE ESTATÍSTICA

3ª LISTA DE EXERCICIOS CE084 – CÁLCULO DE PROBABILIDADES A

Prof. Benito Olivares Aguilera 2021/1

1. Das variáveis abaixo descritas, assinale quais são binomiais, e para estas dê os respectivos campos de definição e função de probabilidade. Quando julgar que a variável não é binomial, aponte as razões de sua conclusão.

- De uma urna com 10 bolas brancas e 20 pretas, vamos extrair, com reposição, cinco bolas. X é o número de bolas brancas nas 5 extrações;

- Refaça o problema anterior, mas desta vez as n extrações são sem reposição;

- De 5 urnas com bolas pretas e brancas, vamos extrair de cada uma delas uma bola. Suponha que X é o número de bolas brancas obtidas no final;

- Vamos realizar uma pesquisa em 10 cidades brasileiras, escolhendo ao acaso um habitante de cada uma delas, e classificando-o em pró ou contra um certo projeto. Suponha que X é o número de indivíduos “contra o projeto” no final da pesquisa.

- Em uma indústria existem 100 máquinas que fabricam determinada peça. Cada peça é classificada como sendo boa ou defeituosa. Escolhemos ao acaso um instante de tempo, e verificamos uma peça de cada uma das máquinas. Suponha que X seja o número de peças defeituosas.

2. Se X: B(n,p), sabendo-se que E(X)=12 e σ^2=3, determinar:
a) n b) p c) P(X<12) d) P(X≥14) e) E(Z) e Var(Z), onde $Z=(X-12)/\sqrt{3}$
f) P(Y≥14/16), onde Y=X/n.

3. Suponha que a probabilidade de que um item produzido por uma máquina seja defeituoso é de 0,2. Se 10 itens produzidos por esta máquina são selecionados ao acaso, qual é a probabilidade de que não mais do que um defeituoso seja encontrado? Use a binomial e a distribuição de Poisson, e compare os resultados.

4. O número de petroleiros que chegam a uma refinaria em cada dia ocorre segundo uma distribuição de Poisson, com λ=2. As atuais instalações podem atender, no máximo, a 3 petroleiros por dia. Se mais de 3 aportarem num dia, o excesso é enviado a outro porto.

a) Em um dia, qual a probabilidade de se enviar petroleiros para outro porto?

b) Qual o número médio de petroleiros que chegam por dia?

5. Determinado tipo de parafuso é vendido em caixas com 1.000 peças. É uma característica da fabricação produzir 10% defeituosos. Normalmente , cada caixa é vendida por 13,50 u.m . Um comprador faz a seguinte proposta: de cada caixa, ele escolhe uma amostra de 20 peças; se a caixa tiver 0 defeituoso, ele paga 20,00 u.m.; 1 ou 2 defeituosos, ele paga 10,00 u.m.; 3 ou mais defeituosos, ele paga 8,00 u.m. Qual alternativa é a mais vantajosa para o fabricante? (Justificar estatisticamente.).

6. Num teste tipo certo-errado, com 50 questões, qual é a probabilidade de que um aluno acerte 80% das questões, supondo que ele as responde ao acaso?

7. Repita o problema anterior, considerando cinco alternativas para cada questão.

8. Em um experimento binomial com 3 provas, a probabilidade de exatamente 2 sucessos é 12 vezes a probabilidade de 3 sucessos. Encontre p.

9. Por engano 3 peças defeituosas foram misturadas com boas formando um lote com 12 peças no total. Escolhendo ao acaso 4 dessas peças, determine a probabilidade de encontrar:

   a) Pelo menos 2 defeituosas.
   b) No máximo 1 defeituosa.
   c) No mínimo 1 boa.

10. Suponha que as amplitudes de vida de dois aparelhos elétricos, D_1 e D_2, tenham distribuições N(42, 36) e N(45, 9), respectivamente. Se o aparelho é para ser usado por período de 45 horas, qual aparelho deve ser preferido? E se for por um período de 49 horas?

11. Calcule a Função Geradora de Momentos para uma variável com distribuição:
   a) Bin(n,p)
   b) Geo(p)
   c) U(a,b)
   d) N(0,1)

   Para essas distribuições calcule sua esperança e variância utilizando a FGM.

12. Prove que se $M_X(t)$ é a Função Geradora de Momentos de uma variável aleatória X, então:

$$M_{aX+b}(t) = e^{bt} M_X(at), \ a \text{ e } b \text{ constantes}$$

13. Seja X~Bin(10,0.5). Encontre a esperança de Y=3X-1 utilizando a FGM.

14. Repita a questão anterior para X~Poisson (2) e Y=(2-X)/3.

15. Sejam X e Y variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas segundo uma Normal Padrão. Encontre a distribuição de X+Y.

16. A FGM de uma v.a. X é dada por $M_X(t) = \left(\frac{1}{3}e^t + \frac{2}{3}\right)^4$. Qual a distribuição de X ?

17. Para j=1,2,3,4, sejam $X_j \sim N(j\mu, \sigma^2)$ va´s independentes.

   Defina $Y = \sum_{j=1}^{4} (-1)^j X_j$.

   Calcule, via FGM, a média e variância de Y.