



SEGUNDA AVALIAÇÃO DE PROBABILIDADE B (CE087)

Prof. Benito Olivares Aguilera

2021-2

1. (30 pts.) Caso bidimensional discreto. Tempo max. estimado resolução: 40 min.

Sejam X_1, X_2 variáveis aleatórias independentes, cada uma com distribuição geométrica definida por

$$P(X_i = n) = p(1 - p)^n, n = 0, 1, 2, \dots; i = 1, 2.$$

- Encontre a distribuição condicional de X_1 dado que $X_1 + X_2 = m$, m inteiro não negativo.
- Quanto vale $E(X_1 / X_1 + X_2 = m)$, m inteiro não negativo?
- Comente sobre a principal diferença entre a esperança (não condicional) de X_1 e a esperança condicional de X_1 dado que $X_1 + X_2 = m$.

2. (40 pts.) Caso bidimensional contínuo. Tempo max. estimado resol.: 70 min.

Suponha que o vetor (X, Y) seja uniformemente distribuído sobre o triângulo de vértices $(0,0)$, $(0,2)$ e $(2,0)$.

- Calcule as distribuições condicionais de Y dado X e de X dado Y .
- X e Y são independentes? Explique como isso impacta nas condicionais.
- Determine $E(Y|X)$.
- Comprove que a Propriedade Básica $EY = E[E(Y|X)]$ é satisfeita.
- Calcule $E(XY)$ pela definição de esperança.
- Calcule $E(XY)$ utilizando a Propriedade Básica.
- Calcule e interprete ρ_{XY} , o coeficiente de correlação.

3. (30 pts.) Caso tridimensional contínuo. Tempo max. estimado resol.: 30 min.

A densidade conjunta de X, Y e Z é dada por

$$f(x, y, z) = \frac{1}{16} [4(xy + xz + yz) + 4(x + y + z) + 7]; x \in [0, 1], y \in [0, 1], z \in [0, 1].$$

Calcule a densidade condicional de Y dado X .