

Trabalho 1

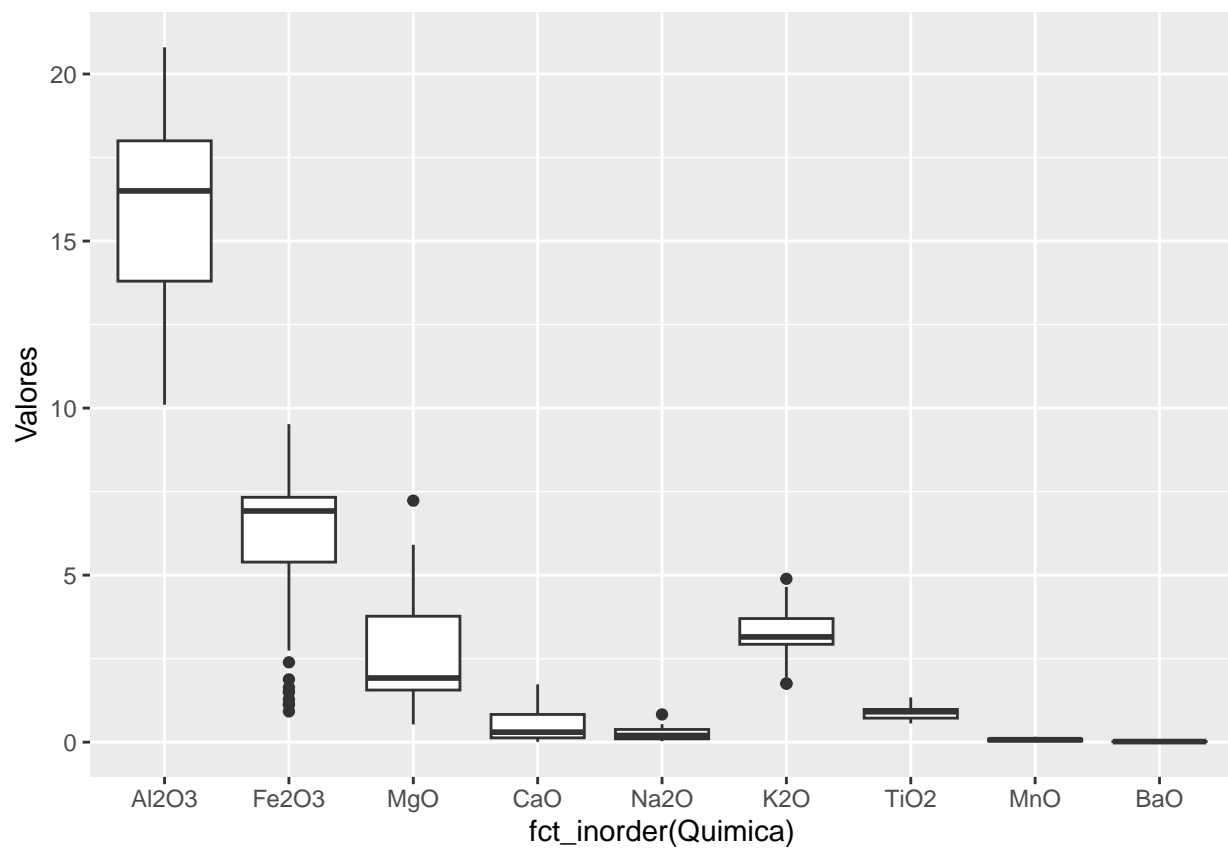
Daniel Krügel

2023-04-24

Questão 1

a)

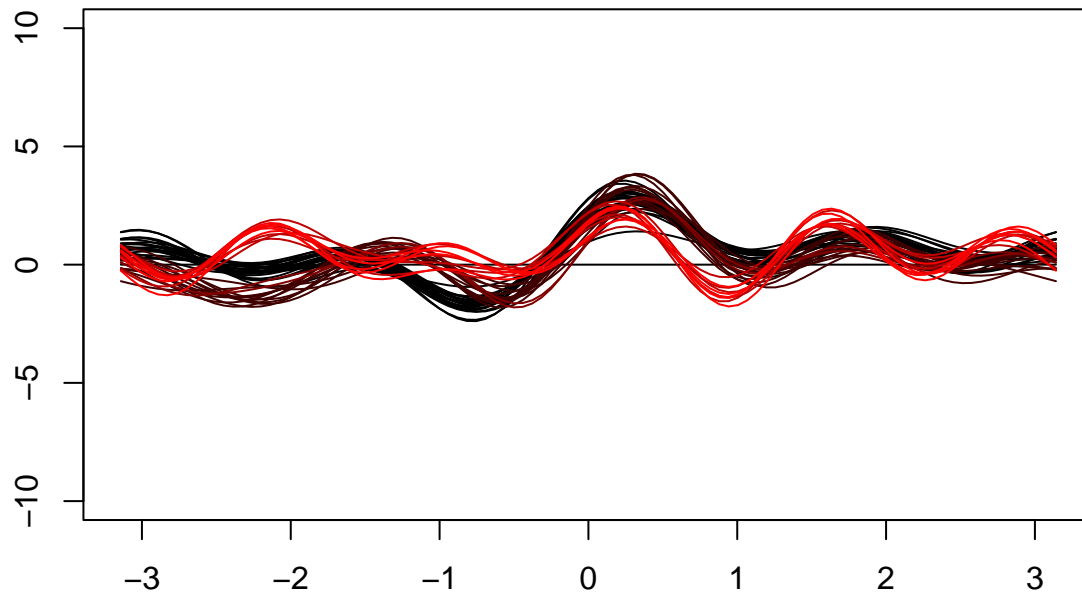
```
dados %>%  
  pivot_longer(!kiln, names_to = "Quimica", values_to = "Valores") %>%  
  ggplot(aes(x = fct_inorder(Quimica), y = Valores))+  
    geom_boxplot()
```



b)

```
andrews(dados,  
  type = 1,  
  clr = 10,
```

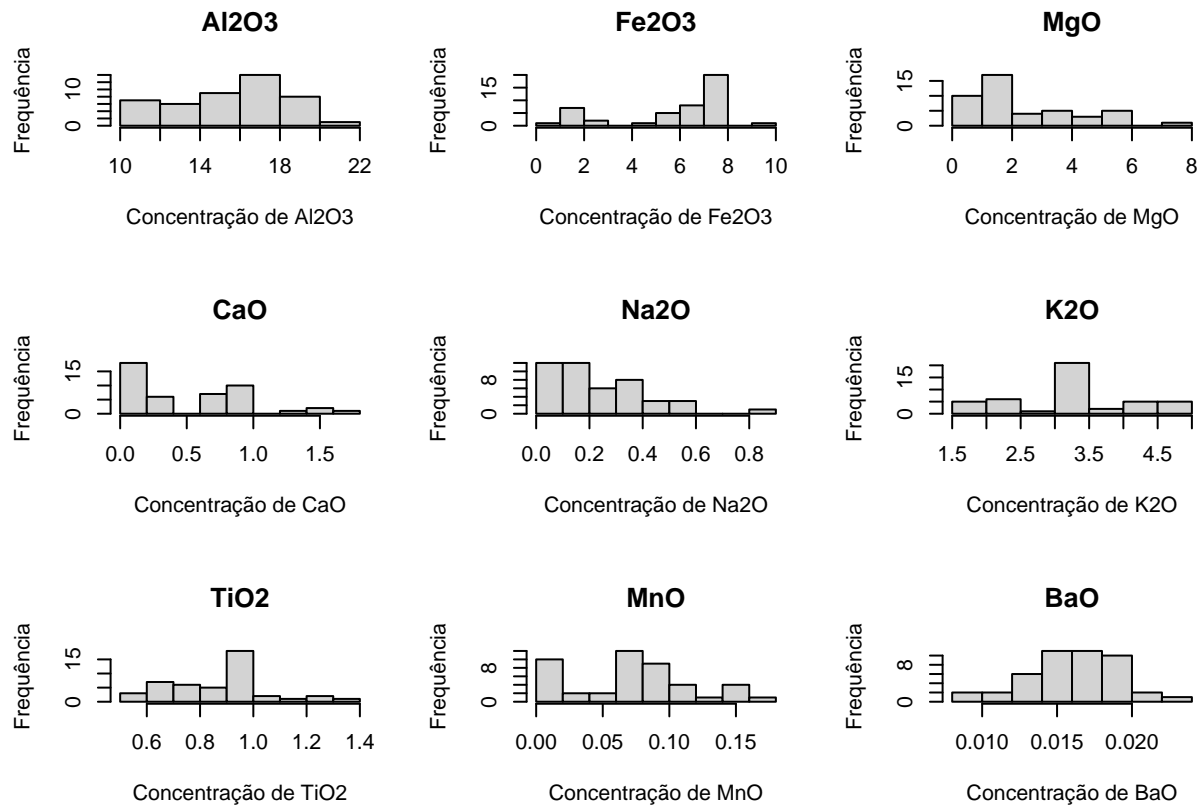
```
step = 100)
```



c)

```
# Laço para criação dos Histogramas
par(mfrow = c(3,3))
for(i in 1:9){
  nome <- paste0("Concentração de ", names(dados)[i])

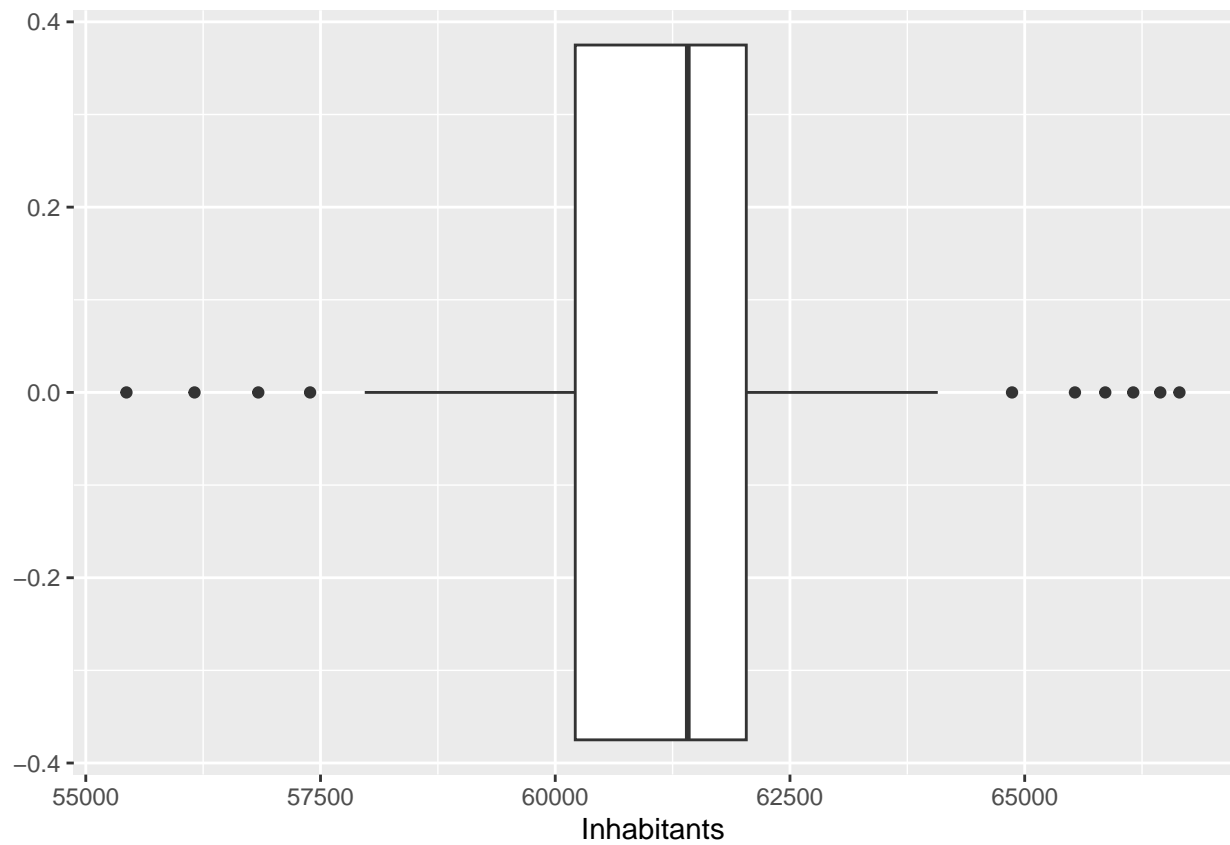
  hist(dados[,i],
       main = names(dados)[i],
       xlab = nome,
       ylab = "Frequência")
}
```



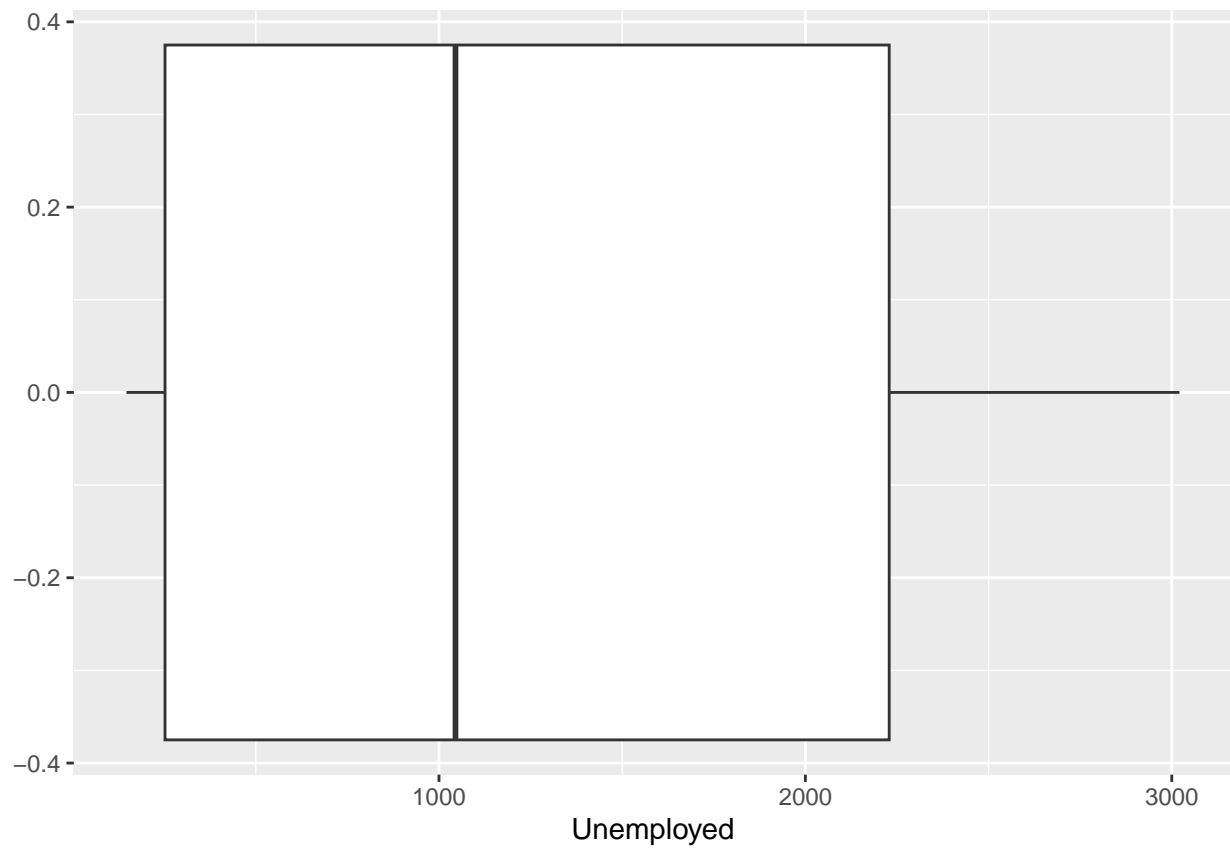
Questão 2

a)

```
#Boxplots
dados %>%
  ggplot(aes(x = Inhabitants)) +
  geom_boxplot()
```

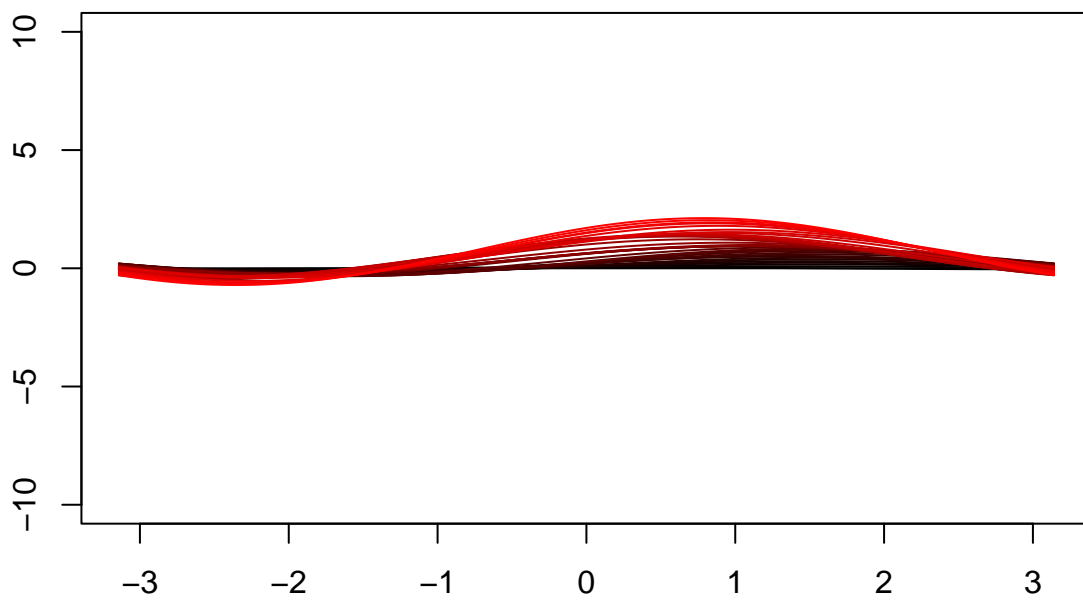


```
dados %>%  
  ggplot(aes(x = Unemployed)) +  
  geom_boxplot()
```



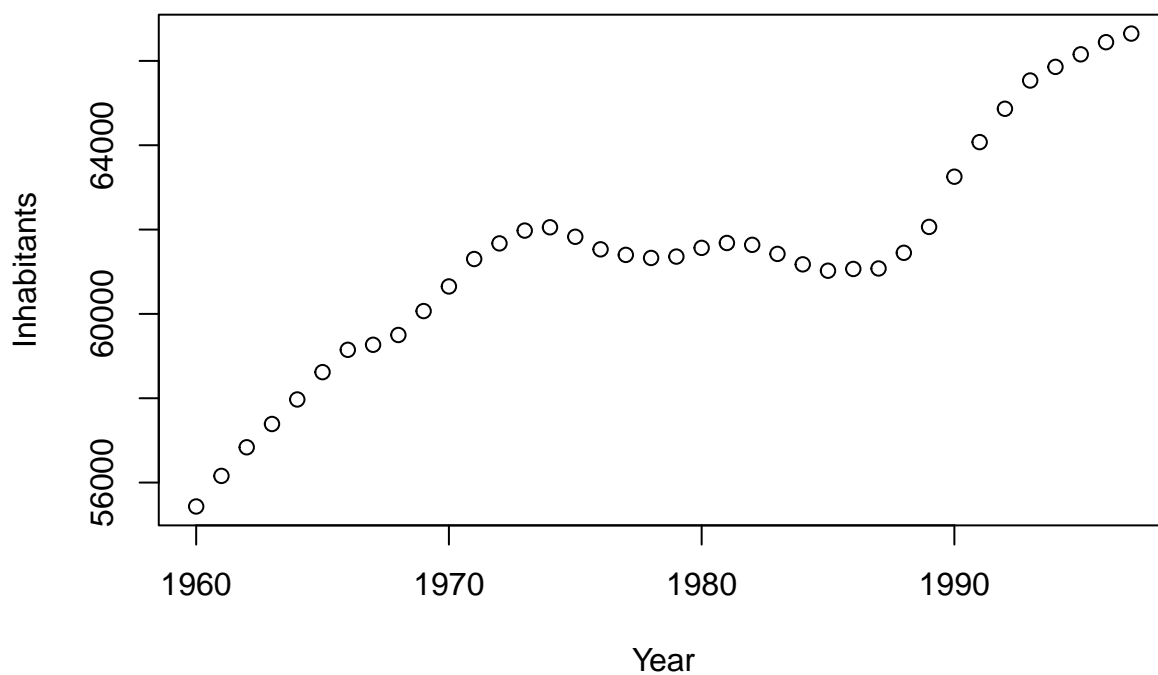
b)

```
#Curva de Andrews  
andrews(dados,  
        type = 1,  
        clr = 1)
```

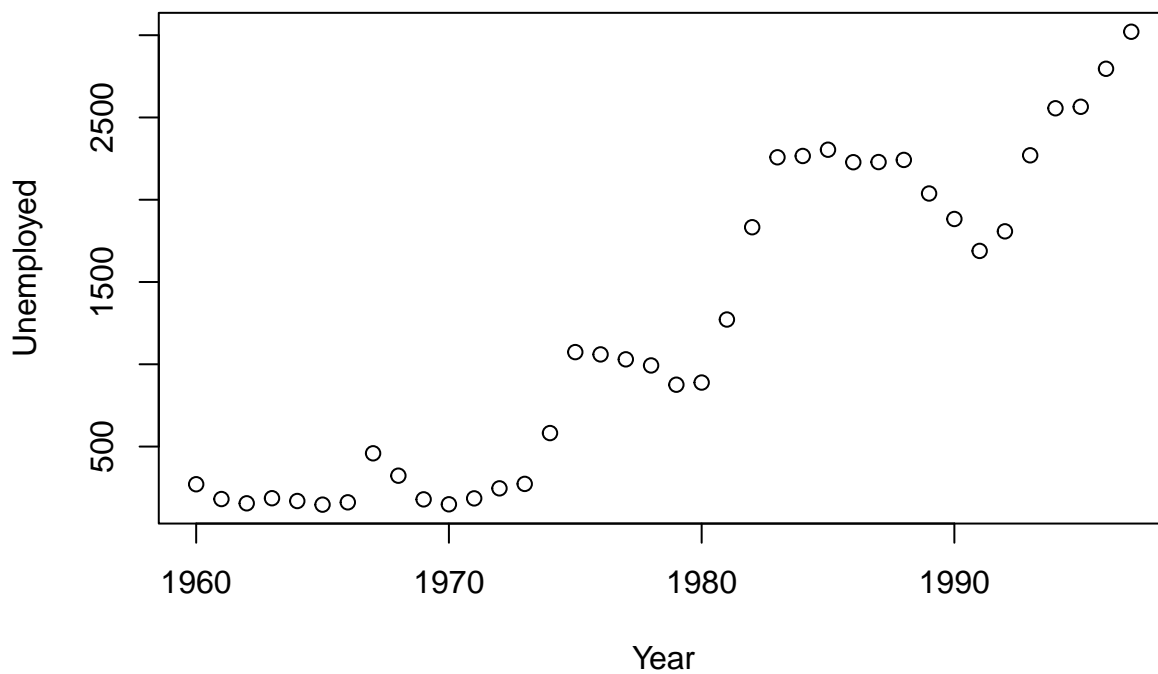


c)

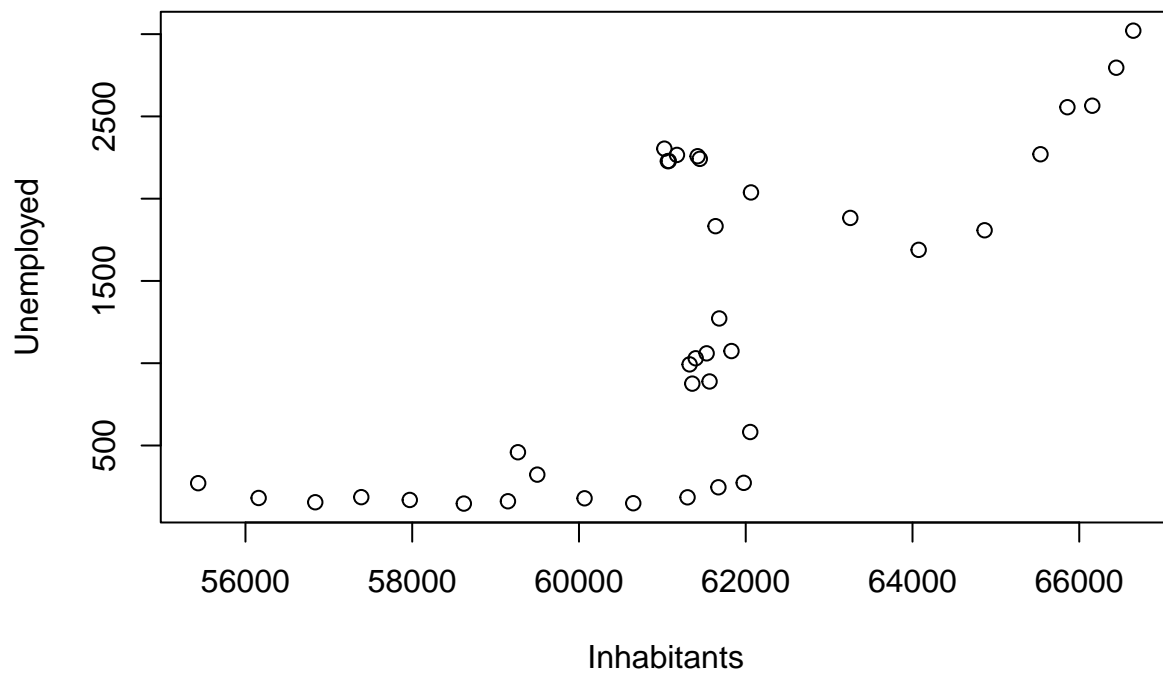
```
# Diagramas de dispersão  
plot(dados[, -3]) #Inhabitants
```



```
plot(dados[, -2]) #Unemployed
```



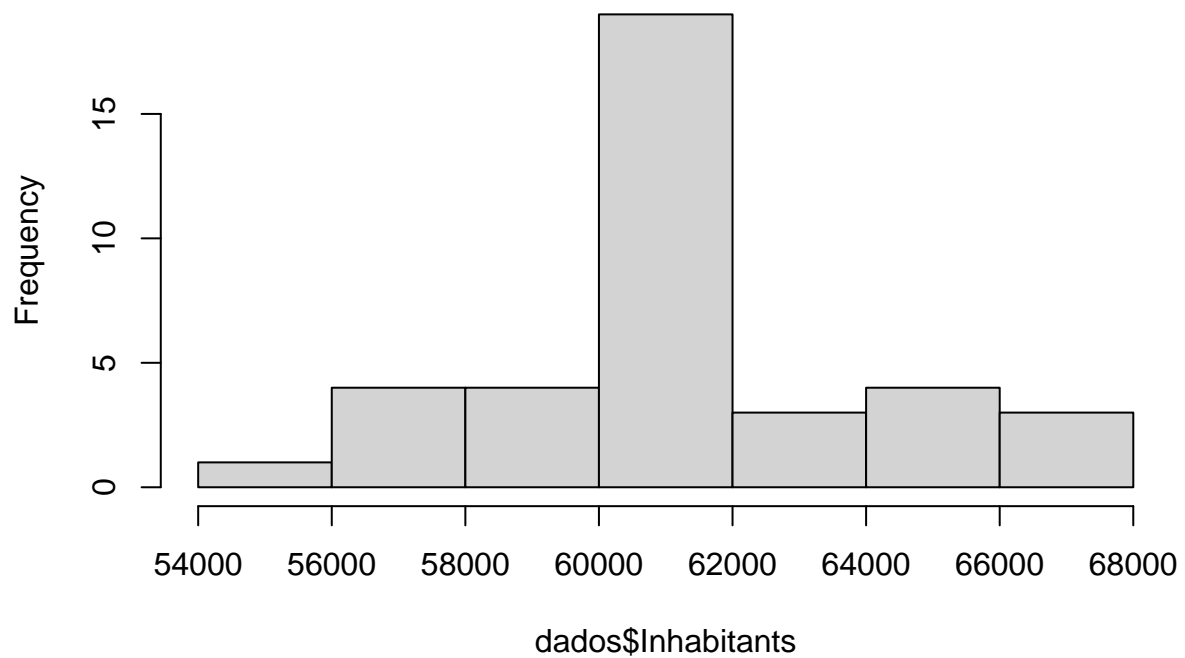
```
plot(dados[, -1]) #Inhabitants x Unemployed
```



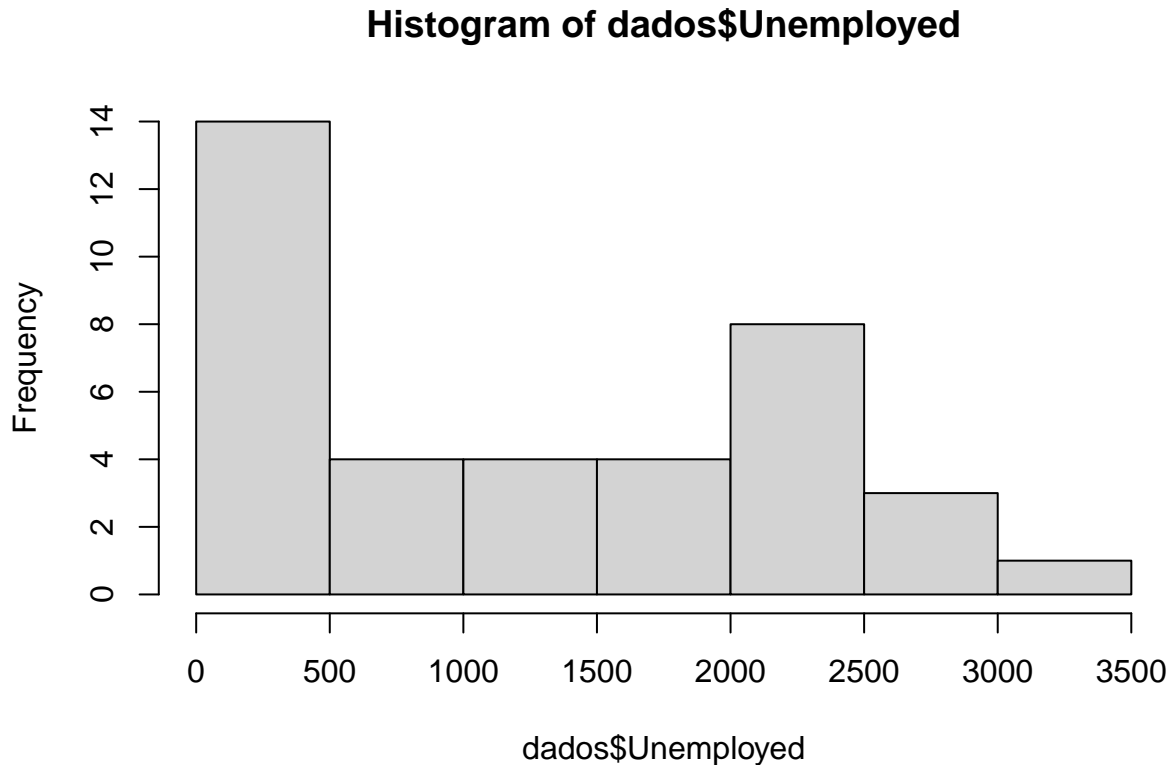
d)

```
#Histogramas
hist(dados$Inhabitants)
```

Histogram of dados\$Inhabitants



```
hist(dados$Unemployed)
```



e)

O gráfico de dispersão nos mostra que a quantidade de habitantes cresce quase continuamente, enquanto a quantidade de desempregados não segue nenhuma tendência. O Gráfico de Habitantes por Desempregados nos delata que uma quantidade maior de habitantes indica uma quantidade maior de desempregados, porém isto é uma relação óbvia, poderíamos relacionar a proporção de desempregados em relação a quantidade da população nos daria conclusões mais interessantes, porém não é apropriado discorrer demasiadamente neste trabalho.

Questão 3

Com um determinante igual a zero temos que pela propriedade de que o determinante é igual ao produtório dos autovalores, chegamos a conclusão de que pelo menos um dos autovalores é igual a zero, portanto não, todos os auto valores NÃO podem ser positivos.

Questão 4

Sim, se todos os autovalores de uma matriz quadrada A são diferentes de zero, então a matriz é não-singular e, portanto, tem inversa. Isso pode ser mostrado usando a definição de inversa, que é uma matriz B tal que $AB = BA = I$, onde I é a matriz identidade.

Para uma matriz quadrada A com autovalores todos diferentes de zero, podemos encontrar sua decomposição em valores singulares (SVD), que é uma factorização matricial que permite escrever A como o produto de três matrizes: U , E e V . A matriz E é uma matriz diagonal com os autovalores de A na diagonal. Como todos os autovalores são diferentes de zero, E é uma matriz não-singular, o que significa que seus elementos diagonais são todos diferentes de zero.

Dessa forma, podemos definir a matriz inversa de A como $A^{-1} = V E^{-1} U^T$, onde E^{-1} é a matriz diagonal com a inversa de cada autovalor de A na diagonal. Como E tem todos os seus elementos diagonais diferentes de zero, E^{-1} também terá todos os seus elementos diagonais diferentes de zero, o que significa que A^{-1} existe.

Questão 5

Vamos começar digitando a matriz no R

```
M <- matrix(c(0,1/3,2/3,0,0,
              0,0,0,1/4,3/4,
              0,0,0,1/4,3/4,
              1,0,0,0,0,
              1,0,0,0,0), ncol = 5,
            byrow = T)
```

M

```
##      [,1]      [,2]      [,3] [,4] [,5]
## [1,]    0 0.3333333 0.6666667 0.00 0.00
## [2,]    0 0.0000000 0.0000000 0.25 0.75
## [3,]    0 0.0000000 0.0000000 0.25 0.75
## [4,]    1 0.0000000 0.0000000 0.00 0.00
## [5,]    1 0.0000000 0.0000000 0.00 0.00
```

Usando decomposição espectral, podemos definir potências da matriz:

```
m1 <- svd(M); m1
```

```
## $d
## [1] 1.414214e+00 1.118034e+00 7.453560e-01 9.930137e-17 0.000000e+00
##
## $u
##      [,1]      [,2]      [,3]      [,4]      [,5]
## [1,] 0.0000000 3.925231e-16 -1.000000e+00 -7.850462e-17 1.110223e-16
## [2,] 0.0000000 7.071068e-01 0.000000e+00 -7.071068e-01 0.000000e+00
## [3,] 0.0000000 7.071068e-01 1.884111e-16 7.071068e-01 -1.110223e-16
## [4,] -0.7071068 -5.551115e-17 1.110223e-16 -5.551115e-17 -7.071068e-01
## [5,] -0.7071068 5.551115e-17 1.110223e-16 5.551115e-17 7.071068e-01
##
## $v
##      [,1]      [,2]      [,3]      [,4]      [,5]
## [1,]   -1 0.000000e+00 0.000000e+00 0.000000e+00 0.0000000
## [2,]    0 0.000000e+00 -4.472136e-01 8.944272e-01 0.0000000
## [3,]    0 1.986027e-16 -8.944272e-01 -4.472136e-01 0.0000000
## [4,]    0 3.162278e-01 5.617334e-17 2.808667e-17 -0.9486833
## [5,]    0 9.486833e-01 1.685200e-16 8.426000e-17 0.3162278
```

```
m1$u %*% diag(m1$d) %*% t(m1$v)
```

```
##      [,1]      [,2]      [,3]      [,4]      [,5]
## [1,]    0 3.333333e-01 6.666667e-01 9.690875e-17 2.907262e-16
## [2,]    0 -6.280370e-17 1.884111e-16 2.500000e-01 7.500000e-01
## [3,]    0 0.000000e+00 6.162976e-33 2.500000e-01 7.500000e-01
## [4,]    1 -3.700743e-17 -7.401487e-17 -1.962616e-17 -5.887847e-17
## [5,]    1 -3.700743e-17 -7.401487e-17 1.962616e-17 5.887847e-17
```

```
diag(m1$d)
```

```
##           [,1]      [,2]      [,3]      [,4] [,5]
## [1,] 1.414214 0.000000 0.000000 0.000000e+00 0
## [2,] 0.000000 1.118034 0.000000 0.000000e+00 0
## [3,] 0.000000 0.000000 0.745356 0.000000e+00 0
## [4,] 0.000000 0.000000 0.000000 9.930137e-17 0
## [5,] 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000e+00 0
```

Como o ultimo elemento é 0, quando jogarmos no calculo da inversa utilizando a função `solve()` ela retornará erro, pois resultará em uma divisão por zero.

```
Inversa <- m1$v %*% solve(diag(m1$d)) %*% t(m1$u)
```

```
## Error in solve.default(diag(m1$d)): Lapack routine dgesv: system is exactly singular: U[5,5] = 0
```

Portanto não será possível obter esta decomposição.