



4ª LISTA DE EXERCÍCIOS CE084 – PROBABILIDADE A

Prof. Benito Olivares Aguilera

2021/1

MODELOS CONTÍNUOS.

1. Com o objetivo de verificar a resistência à pressão de água, os técnicos de qualidade de uma empresa inspecionam os tubos de PVC produzidos. Os tubos inspecionados têm 6 metros de comprimento e são submetidos a grandes pressões até o aparecimento do primeiro vazamento, cuja distância a uma das extremidades (fixada à priori) é anotada para fins de análise posterior. Escolhe-se um tubo, ao acaso, para ser inspecionado. Calcular a probabilidade de que o vazamento esteja, no máximo, a 1 metro das extremidades.
2. Se $X \sim U(-1/2, 1/2)$, calcule $E(X - 1/2)^2$.
3. Seja $X \sim U(-\alpha, \alpha)$, determine o valor do parâmetro α de modo que:
 - a) $P(-1 < X < 2) = 3/4$.
 - b) $P(|X| < 1) = P(|X| > 2)$.
4. Um programa de televisão dura 1 hora e um telespectador impaciente vai trocar de canal a qualquer momento durante o programa. Qual a probabilidade dele assistir a mais da metade do programa? Se ele assistiu a mais da metade, qual a probabilidade dele desligar a TV ou mudar de canal nos últimos 10 minutos?
5. Mostre que a distribuição exponencial “não tem memória”, isto é, se $X \sim \exp(\lambda)$, então
$$P(X \geq s + t \mid X \geq s) = P(X \geq t); \quad s, t \geq 0.$$
6. Suponha que o tempo de vida T de um vírus exposto ao meio ambiente segue uma distribuição exponencial com $\lambda = 1/20$ s. Calcule a probabilidade condicional $P(T > 15 \mid T > 10)$.
7. Defina a taxa de falha como $t_f(x) = \frac{f(x)}{1-F(x)}$, com $F(x) < 1$. Prove que para o modelo exponencial essa taxa é constante.
8. Suponha que a expectativa de vida de uma pessoa, em anos, seja $\text{Exp}(1/60)$.
 - a) Determine, para um indivíduo escolhido ao acaso, a probabilidade de viver pelo menos até os 70 anos.
 - b) Idem para morrer antes dos 70, sabendo-se que o indivíduo acabou de completar 50 anos.
 - c) Calcule o valor de m tal que $P(X > m) = 1/2$.
9. Se $X \sim N(10, 4)$ calcular:
 - a) $P(8 < X < 10)$, (R: 0.34)
 - b) $P(9 \leq X \leq 12)$, (R: 0.53)

- c) $P(X > 10)$, (R: 0.5)
d) $P(X < 8 \text{ ou } X > 11)$. (R: 0.47)
10. Na distribuição $X \sim N(100, 100)$, encontre:
a) $P(X < 115)$, (R: 0.933)
b) $P(X \geq 80)$, (R: 0.977)
c) $P(|X - 100| \leq 10)$, (R: 0.6827)
d) o valor de a , tal que $P(100 - a \leq X \leq 100 + a) = 0,95$. (R: 19.6)
11. As vendas de um determinado produto têm distribuição aproximadamente normal, com média 500 e desvio padrão 50. Se a empresa decide fabricar 600 unidades no mês em estudo, qual é a probabilidade de que não possa atender a todos os pedidos desse mês, por estar com a produção esgotada? (R: 0.023)
12. As alturas de 10.000 alunos de um colégio têm distribuição aproximadamente normal, com média 170 cm e desvio padrão 5 cm.
a) Qual o número esperado de alunos com altura superior a 1,65 cm?
b) Qual o intervalo simétrico em torno da média, que conterà 75% das alturas dos alunos?
13. Suponha que as amplitudes de vida de dois aparelhos elétricos, D_1 e D_2 , tenham distribuições $N(42, 36)$ e $N(45, 9)$, respectivamente. Se o aparelho é para ser usado por período de 45 horas, qual aparelho deve ser preferido? E se for por um período de 49 horas?
14. Seja Y com distribuição binomial de parâmetros $n=10$ e $p=0,4$. Determinar a aproximação normal para:
a) $P(3 < Y < 8)$, (R: 0.6136)
b) $P(Y \geq 7)$, (R: 0.0537)
c) $P(Y < 5)$. (R: 0.6255)
15. De um lote de produtos manufaturados, extraímos 100 itens ao acaso; se 10% dos itens do lote são defeituosos, calcular a probabilidade de 12 itens serem defeituosos. Use a aproximação normal. (R:0.1043)
16. As notas de Estatística dos alunos de uma determinada universidade distribuem-se de acordo com uma distribuição normal, com média 6,4 e desvio padrão 0,8. O professor atribui graus A, B e C da seguinte forma.

Nota	Grau
$X < 5$	C
$5 \leq x < 7,5$	B
$7,5 \leq x \leq 10$	A

Em uma classe de 80 alunos, qual o número esperado de alunos com grau A? B? e C? (R: 7, 70 e 3)

17. O diâmetro de certo tipo de anel industrial é uma v.a. com distribuição normal de média 0,10 cm e desvio padrão 0,02 cm. Se o diâmetro de um anel diferir da média de mais de 0,03 cm, ele é vendido por 5,00 u.m. ; caso contrário, é vendido por 10,00 u.m. Qual o preço médio de venda de cada anel? (R: 9.34)