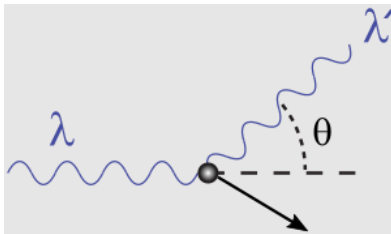


**Задание 1**

*Вывести формулу для длины волны при эффекте Комптона:*

**Решение:**

Определение Эффекта Комптона – упругое рассеяние фотона заряженной частицей, обычно электроном. Если рассеяние приводит к уменьшению энергии, поскольку часть энергии фотона передается отражающемуся электрону, что соответствует увеличению длины волны фотона, то это процесс называется эффектом Комптона.



Фотон с длиной волны  $\lambda$  падает слева и сталкивается с неподвижной мишенью, а новый фотон с длиной волны  $\lambda'$  рассеивается под углом  $\theta$  (тета) первоначальному направлению движения. Мишень отскакивает, унося зависящее от угла количество падающей энергии.

Введем обозначения:

где:  $\lambda$  — начальная длина волны,  
 $\lambda'$  — длина волны после рассеяния,  
 $h$  — постоянная Планка ,  
 $m_e$  — масса покоя электрона,  
 $c$  — скорость света  
 $\theta$  — угол рассеяния.

Закон сохранения энергии  $E$  сравнивает сумму энергий до и после рассеяния:

$$E_{\gamma} + E_e = E_{\gamma'} + E_{e'}$$

Энергия фотонов связаны с частотами соотношениями

$$E_{\gamma} = hf$$

$$E_{\gamma'} = hf'$$

где  $h$  — это постоянная Планка

Так как до события рассеяния электрон рассматривается как достаточно близкий к состоянию покоя, так что его полная энергия полностью состоит из его массы покоя, исходя из его энергии для  $m_e$  выходит:

$$E_e = m_e c^2$$

После рассеяния существует возможность, что электрон может быть ускорен до значительной доли от скорости света, что означает, что его полная энергия должна быть представлена с использованием релятивистского соотношения энергия-импульса в виде:

$$E_{e'} = \sqrt{(p_{e'}c)^2 + (m_e c^2)^2}$$

Когда мы подставили эти величины в выражение для сохранения энергии получается:

$$hf + m_e c^2 = hf' + \sqrt{(p_{e'}c)^2 + (m_e c^2)^2}$$

Найдем величину импульса рассеянного электрона:

$$p_{e'}^2 c^2 = (hf - hf' + m_e c^2)^2 - m_e^2 c^4$$

=

$$\frac{1}{c} \sqrt{(hf - hf' + m_e c^2)^2 - m_e^2 c^4}$$

Рассмотрим закон сохранения импульса:

$$\mathbf{p}_{e'} = \mathbf{p}_\gamma - \mathbf{p}_{\gamma'}$$

Мы можем воспользоваться скалярным произведением для того, чтобы получить квадрат его величины:

$$\begin{aligned} p_{e'}^2 &= \mathbf{p}_{e'} \cdot \mathbf{p}_{e'} = (\mathbf{p}_\gamma - \mathbf{p}_{\gamma'}) \cdot (\mathbf{p}_\gamma - \mathbf{p}_{\gamma'}) \\ &= p_\gamma^2 + p_{\gamma'}^2 - 2p_\gamma p_{\gamma'} \cos \theta. \end{aligned}$$

Мы проводим замену  $p_\gamma c$  на  $hf$  и умножаем обе части на  $c^2$ . Следовательно получим:

$$p_{e'}^2 c^2 = p_\gamma^2 c^2 + p_{\gamma'}^2 c^2 - 2c^2 p_\gamma p_{\gamma'} \cos \theta$$

Далее:

$$p_{e'}^2 c^2 = (hf)^2 + (hf')^2 - 2(hf)(hf') \cos \theta$$

Приравниваем альтернативные выражения для этого импульса и в итоге получаем выражение, вида:

$$\begin{aligned} (hf - hf' + m_e c^2)^2 - m_e^2 c^4 &= (hf)^2 + (hf')^2 - 2h^2 f f' \cos \theta \\ 2hf m_e c^2 - 2hf' m_e c^2 &= 2h^2 f f' (1 - \cos \theta) \end{aligned}$$

Разделим обе стороны на  $2hf f' m_e c$  и получаем:

$$\frac{c}{f'} - \frac{c}{f} = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

Т.к  $\lambda = \frac{c}{\nu}$  и  $\lambda' = \frac{c}{\nu'}$ , то тогда из нашего выражения мы можем получить формулу, которая нам и была нужна:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

(Источник)

## Задание 2

Через какой промежуток времени электрон в атоме водорода, вращающийся вокруг ядра по окружности радиусом 52 пм, упал бы на ядро вследствие потерь на излучение, если бы к нему были применимы законы классической механики и электродинамики?

**Решение:**

По условиям электрон в атоме водорода падает на ядро. Давайте считать, что его движение в момент падения на ядро будет равномерным.

Можно применить II закон Ньютона:  $\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{r^2}$

Тогда кинетическая энергия электрона будет равна:  $W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{e^2}{2r}$  (1)

Полная энергия электрона:  $E = \frac{mv^2}{2} - \frac{e^2}{r} = -\frac{e^2}{2r}$  (2)

В соответствии с классической электродинамикой, потеря энергии заряженной частицы на излучение в единицу времени определяется формулой:

$$-\frac{dE}{dt} = \frac{2e^2}{3c^3} \cdot a^2 \quad (3)$$

Учитывая предыдущие формулы, подставим формулу полной энергии электрона в формулу (3):

$$-\frac{e^2}{2r^2} \cdot \frac{dr}{dt} = \frac{2e^2}{3c^3} \cdot \left(\frac{e^2}{mr^2}\right)^2$$

Получим:  $-r^2 dr = \frac{4}{3} \frac{e^4}{m^2 c^3} dt$

Полученный результат проинтегрируем: левую часть уравнения от  $r_0$  до 0, правую часть от 0 до  $t$ .

$$\begin{aligned} \int_{r_0}^0 -r^2 dr &= \int_0^t \frac{4e^4}{3c^3 m^2} dt \\ \int_0^{r_0} r^2 dr &= \int_0^t \frac{4e^4}{3c^3 m^2} dt \\ t &= \frac{r_0^3 c^3 m^2}{4 \cdot e^4} = 1,477 \cdot 10^{-11} \text{с} \end{aligned}$$

Ответ: ( $t = 1,477 \cdot 10^{-11} \text{с}$ )

(Источник)

### Задание 3

*Поясните физические принципы работы электронного микроскопа и электронной литографии. Где применяется электронная литография?*

#### **Решение:**

**Электронный микроскоп** – прибор, позволяющий получать изображение объектов с максимальным увеличением до  $10^6$  раз, благодаря использованию, в отличие от оптического микроскопа, вместо светового потока, пучка электронов с энергиями 200 эВ – 400 кэВ и более.

Принцип работы электронного микроскопа основан на том, что из прибора исходит электронный пучок разной энергии. На образце, который используют с целью исследования, он фокусируется в виде пятна, размер которого не больше 5 нм. Благодаря этому происходит сканирование всей поверхности исследуемого объекта. Соприкасаясь с поверхностью, электронный пучок частично проникает в нее, вытесняя не только электроны, но и фотоны. Они попадают на лучевую трубку, где уже и происходит формирование изображения.

**Электронная литография** – это метод получения заданной структуры на поверхности с использованием облучения пленки резиста заряженными частицами или коротковолновым электромагнитным излучением.

Принцип работы электронной литографии заключается в том, что электронный пучок, сфокусированный на поверхность слоя вещества, чувствительного к электронному облучению, прорисовывает на нем изображение, которое обнаруживается после обработки резиста в проявителе.

#### **Где используется электронная литография:**

1. Для получения фотошаблонов для монокристаллических микросхем
2. Для изготовления полупроводниковых приборов, интегральных микросхем
3. Создание гибридных структур со сверхпроводниками
4. Создание элементов шириной в единицы нанометров (наноструктурирование)

(Источник 1)

(Источник 2)