

ВОПРОСЫ И ЗАДАЧИ для подготовки к РК (МОДУЛЬ 1)
по дисциплине "Численные методы" для спец. РЛ-1, 4к., 8с. (2022г.)

Теоретическая часть

1. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент.
2. Классификация вычислительных задач. Типы погрешностей численного решения вычислительной задачи.
3. Приближенные числа. Абсолютная и относительная погрешности. Понятия значащей и верной значащей цифры приближенного числа. Погрешность округления.
4. Погрешности арифметических операций над приближенными числами: теорема об абсолютной погрешности алгебраической суммы, теорема об относительной погрешности алгебраической суммы, теоремы об относительной погрешности произведения и частного.
5. Погрешности вычисления функции многих переменных: предельная абсолютная погрешность, линейная оценка погрешности.
6. Представление вещественных чисел в ЭВМ. Понятие машинного эпсилон.
7. Постановка вычислительной задачи. Устойчивость вычислительной задачи по выходным данным. Корректность (по Адамару) вычислительной задачи. Обусловленность вычислительной задачи.
8. Основные сведения из линейной алгебры. Нормы векторов и матриц.
9. Метод Гаусса. Метод Гаусса с выбором главного элемента по столбцу.
10. Обусловленность СЛАУ.
11. LU-разложение матрицы. Нахождение обратной матрицы.
12. Метод прогонки решения СЛАУ с трехдиагональной матрицей (вывод расчетных формул, достаточное условие применимости метода).
13. Итерационные методы решения СЛАУ: метод Якоби (расчетная формула, достаточное условие сходимости, теорема об апостериорной оценке погрешности, критерий окончания).
14. Итерационные методы решения СЛАУ: метод Зейделя (расчетная формула, достаточное условие сходимости, теорема об апостериорной оценке погрешности, критерий окончания).

Задачи

1. Оцените точность приближения $a^* = 1.41$ к числу Пифагора $a = \sqrt{2} = 1.414213...$
2. Вычислите число обусловленности матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix},$$

используя норму $a) \|\cdot\|_1; б) \|\cdot\|_\infty$.

3. Проверьте выполнение достаточных условий и решите систему методом прогонки. Выпишите значения прогоночных коэффициентов для данной системы

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 = -1, \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 = -8, \\ 2x_2 - 3x_3 = -14. \end{cases}$$

4. Приведите систему к виду, удобному для проведения итераций по методу Якоби. Проверьте выполнение достаточного условия сходимости метода.

$$\begin{cases} 2x_1 + 0,1x_2 + 0,2x_3 = 1, \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 4, \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 5. \end{cases}$$

5. Приведите систему к виду, удобному для проведения итераций по методу Зейделя. Проверьте выполнение достаточного условия сходимости метода и дайте геометрическую интерпретацию, построив 1-е и 2-е приближения.

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 = 5, \\ -x_1 + 5x_2 = 5, \end{cases} \quad x^{(0)} = \begin{pmatrix} 2,5 \\ 2 \end{pmatrix}.$$