Mischer in der Hochfrequenzelektronik

Sebastian Mrozek, DL2SDR

5. Februar 2020

1 Mathematische Grundlagen der Mischung

1.1 Mischung durch Addition

Das Ausgangssignal entsteht hier durch Addition der Eingangssignale $a\cos(\omega_1 t)$ und $b\cos(\omega_2 t)$.

$$u_a(t) = a\cos(\omega_1 t) + b\cos(\omega_2 t) \tag{1}$$

Hier treten die erwarteten Mischergebnisse am Ausgang mit den Kreisfrequenzen ω_1 und ω_2 auf, wobei für die Kreisfrequenz und Frequenz der Zusammenhang $\omega = 2\pi f$ gilt.

1.2 Mischung durch Multiplikation

Das Ausgangssignal entsteht hier durch Multiplikation der Eingangssignale $a\cos(\omega_1 t)$ und $b\cos(\omega_2 t)$.

$$u_a(t) = a\cos(\omega_1 t) b\cos(\omega_2 t) \tag{2}$$

Es gilt gemäß der Additionstheoreme $\cos(x-y) + \cos(x+y) = 2\cos(x)\cos(y)$:

$$u_a(t) = \frac{ab}{2}[\cos((\omega_1 - \omega_2)t) + \cos((\omega_1 + \omega_2)t)] \tag{3}$$

Hier treten die erwarteten Mischergebnisse am Ausgang mit den Differenzfrequenzen $\omega_1 - \omega_2$ und $\omega_1 + \omega_2$ auf.

1.3 Mischung an quadratischer Kennlinie

In Abbildung 1 und 2 [1] sind $u_e(t)$ die Eingangsspannung, $u_a(t)$ die Ausgangsspannung und K und Q Faktoren. Q ist das Maß für den quadratischen Anteil. Für eine einfache, hier nicht-lineare, quadratische Kennlinie gilt:

[1] https://www.radiomuseum.org/forum/mischung_und_frequenzumsetzung2.html

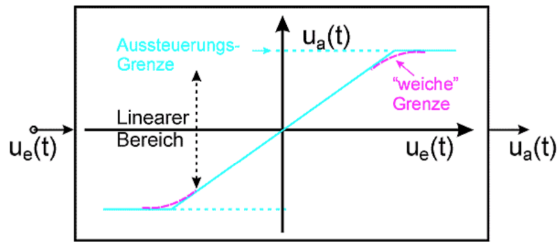

Abbildung 1: Lineare Kennlinie

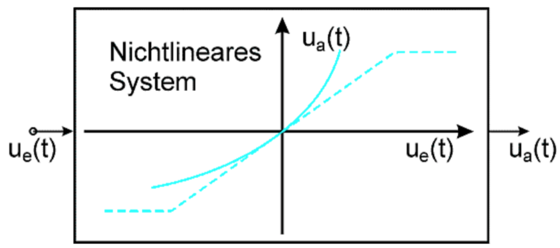

Abbildung 2: Nicht-lineare Kennlinie

$$u_a(t) = Ku_e(t) + Q[u_e(t)]^2 \tag{4}$$

Angenommen, die Eingangsspannung sei eine Überlagerung zweier Cosinus-Spannungen:

$$u_e(t) = a\cos(\omega_1 t) + b\cos(\omega_2 t) \tag{5}$$

Dann gilt für den quadratischen Term (Binomische Formel):

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \tag{6}$$

Also:

$$[a\cos(\omega_1 t)]^2 + 2ab\cos(\omega_1 t)\cos(\omega_2 t) + [b\cos(\omega 2t)]^2 \tag{7}$$

Die Ausgangsspannung wird zu:

$$u_a(t) = K[a\cos(\omega_1 t) + b\cos(\omega_2 t)] + Q[a\cos(\omega_1 t) + b\cos(\omega_2 t)]^2 \tag{8}$$

$$= K[a\cos(\omega_1 t) + b\cos(\omega_2 t)] + Q\{[a\cos(\omega_1 t)]^2 + 2ab\cos(\omega_1 t)\cos(\omega_2 t) + [b\cos(\omega_2 t)]^2\} \tag{9}$$

Mit der umgestellten Doppelwinkelfunktion $\cos(2x) = 2\cos^2(x) - 1$ folgt:

$$= K[a\cos(\omega_1 t) + b\cos(\omega_2 t)] + Q\{[a\frac{(1+\cos(2\omega_1 t))}{2}]^2 + 2ab\cos(\omega_1 t) * cos(\omega_2 t) + [b\frac{(1+\cos(2\omega_2 t))}{2}]^2\} \tag{10}$$

Der erste Teil mit dem Faktor K ist linear und kann aufgespalten werden in zwei Summanden mit den Frequenzanteilen ω_1 und ω_2. Der zweite Teil mit dem Faktor Q besteht aus drei Anteilen. Der erste und dritte Teil enthält quadratische Glieder mit den verdoppelten Frequenzen $2\omega_1$ und $2\omega_2$. Der mittlere Term $2ab\cos(\omega_1 t)\cos(\omega_2 t)$ läßt sich durch die Summe der Additionstheoreme für $\cos(x+y) = \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y)$ und $\cos(x-y) = \cos(x)\cos(y) + \sin(x)\sin(y)$ zu $\cos(x-y) + \cos(x+y) = 2\cos(x)\cos(y)$ umformen:

$$2ab\cos(\omega_1 t)\cos(\omega_2 t) = ab(\cos((\omega_1 - \omega_2)t) + \cos((\omega_1 + \omega_2)t)) \tag{11}$$

Hier treten die erwarteten Mischergebnisse mit den Frequenzen $\omega_1 - \omega_2$ und $\omega_1 + \omega_2$ auf. Das Ausgangssignal beinhaltet demnach Anteile der Frequenzen:

$$\omega_1\,, \omega_2\,, 2\omega_1\,, 2\omega_2\,, \omega_1 - \omega_2 \quad \text{und} \quad \omega_1 + \omega_2 \tag{12}$$

Da die cos-Funktion eine gerade Funktion (also: $f(-x) = f(x)$) ist, gilt für die Differenzfrequenz $\cos((\omega_1 - \omega_2)t)$ ebenso $\cos((\omega_2 - \omega_1)t)$. Hier spricht man von einer Spiegelfrequenz. Man könnte auch schreiben: $\cos((|\omega_1 - \omega_2|)t)$. Insgesamt:

$$\omega_1\,, \omega_2\,, 2\omega_1\,, 2\omega_2\,, \omega_1 - \omega_2\,, \omega_1 + \omega_2 \quad \text{und} \quad \omega_2 - \omega_1 \tag{13}$$