Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería

Licenciatura en Física y Tecnología Avanzada

Octavo Semestre

# Escala de Neutrinos en un Modelo con Textura Universal y Masas de Majorana

Jonathan Abel Hernández Acosta

Asesores:
Dr. Selim Gómez Ávila
Dr. Lao Tse Lopez Lozano

12 de julio de 2022

# Índice

# 1. Resumen

Un hecho notable del sector de neutrinos, es la posibilidad de tener dos contribuciones a su masa como es una descripción de Majorana y otra de Dirac. Por otro lado, para quarks y leptones cargados, es posible encontrar parámetros invariantes aproximados dependientes de las razones de las masas con la masa del fermión más pesado de cada sector. Dichas invariancias podrían representar límites a bajas energías de simetrías de sabor a escalas energéticas superiores. En este trabajo se muestra cómo usando el concepto de UTC (Universal Texture Constraint) y las correcciones provenientes de las contribuciones de Majorana a las masas de los neutrinos, puede establecerse una relación entre los parámetros de otros sectores del SM con el de neutrinos para hacer predicciones de la escala absoluta de las masas del neutrino más pesado suponiendo ordenamiento normal.

# 2. Introducción

aqui vamos a meter 1 parrafo de historia y las C_0's y c3 y c8, que es el UTC?

Las matrices de Gell-Mann, utilizadas en la descripción de las interacciones fuertes dentro del estudio de la física de partículas, reproducen el álgebra de Lie del grupo SU(3) en la definición del modelo estándar. Dichas matrices son representadas como;

$$\ell_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \ell_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \ell_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{1}$$

$$\ell_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \ell_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \ell_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{2}$$

$$\ell_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \qquad \ell_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \tag{3}$$

Estas ocho matrices, junto con la matriz identidad, permiten escribir una matriz Hermítica arbitraria $3 \times 3$ cuando se considera que su normalización es Tr$[\ell_a \ell_b] = 2\delta_{ab}$, con la peculiaridad de que todas tienen Tr$(\ell_a) = 0$. En el estudio sobre generación de neutrinos, las matrices de Gell-Mann intervienen en la mezcla de tres sabores de neutrino.

1 parrafo de que significan las diferencias de masa al cuadrado?

1 parrafo de que son las masas de Dirac y otro mas de que son las de Majorana?

## 2.1. Cálculo de $\Delta C_0$ para las familias de quarks; u, d y leptones cargados

Habiendo definido las matrices de Gell-Mann y los valores $C_0$ para las familias de quarks y leptones cargados en la forma;

$$C_0 = 2\sqrt{\frac{3}{2}} \underline{I} \cdot \underline{M_i} \tag{4}$$

Donde;

$$\underline{I} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{5}$$

$$\underline{M_i} = \frac{1}{m_{3,i}} \underline{m_i} = \frac{1}{m_{3,i}} \begin{pmatrix} m_{1,i} & 0 & 0 \\ 0 & m_{2,i} & 0 \\ 0 & 0 & m_{3,i} \end{pmatrix} \qquad i = u, d, l \tag{6}$$

Y el factor 2 en $C_0$ se incluye con fines de normalizar el producto a 1. Si en estas definiciones se introducen los valores numéricos para cada masa, se obtienen entonces los valores:

$$C_{0,u} = 1{,}0073667265041402$$
$$C_{0,d} = 1{,}0233660287081339$$
$$C_{0,l} = 1{,}0597510721159797$$

Donde es posible observar que los valores son del mismo orden y muy parecidas. Por otro lado lo que resulta de interés es la derivada de estas definiciones respecto de la ultima masa en cada familia, expresada en la siguiente forma:

$$\Delta C_{0,i} = \sum_{j=1}^{3} \frac{dC_{0,i}}{dm_j} \cdot \delta m_j \tag{7}$$

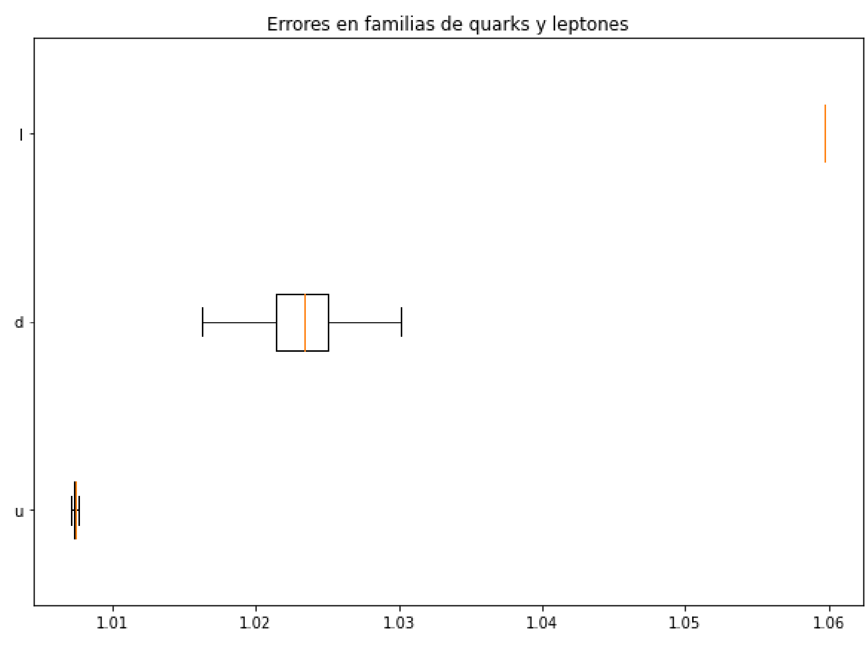
Dando como resultado las siguientes expresiones:

$$\Delta C_{0,u} = \frac{\delta m_{up}}{m_{top}} + \frac{\delta m_{charm}}{m_{top}} - \frac{m_{up} + m_{charm}}{m_{top}^2} \cdot \delta m_{top} \tag{8}$$
$$\Delta C_{0,d} = \frac{\delta_{down}}{m_{bottom}} + \frac{\delta m_{charm}}{m_{bottom}} - \frac{m_{down} + m_{strange}}{m_{bottom}^2} \cdot \delta m_{bottom} \tag{9}$$
$$\Delta C_{0,l} = \frac{\delta m_e}{m_\tau} + \frac{\delta m_\mu}{m_\tau} - \frac{m_e + m_\mu}{m_\tau^2} \cdot \delta m_\tau \tag{10}$$

Nuevamente si se introducen los valores numéricos para cada familia, considerando solo el error de mayor magnitud, se puede observar que es el sector leptónico el que difiere de los otros dos en un orden de magnitud considerable:

$$\Delta C_{0,u} = 0{,}00010158844981379264$$
$$\Delta C_{0,d} = 0{,}002578712712621048$$
$$\Delta C_{0,l} = 4{,}036633023376959 \times 10^-6$$

Tomando los valores de error calculados para las $C_0$'s se construye un gráfico para visualizar de mejor manera la discrepancia entre las tres familias y ademas conocer si existen rangos compartidos entre ellas.



# 3. Estudio mediante masas de Dirac

El estudio se centra ahora en encontrar las masas de tres generaciones de neutrinos por medios de la familia de leptones únicamente. A fin de encontrar las masas de estos neutrinos se calculan las matrices $C_0$, $C_3$ y $C_8$ para la familia de leptones cargados:

$$C_{0,l} = 2\sqrt{\frac{3}{2}} * \underline{I} \cdot \underline{M_l} \tag{11}$$
$$C_{3,l} = 2 * \ell_3 \cdot \underline{M_l} \tag{12}$$
$$C_{8,l} = 2 * \ell_8 \cdot \underline{M_l} \tag{13}$$
$$\tag{14}$$

Además se calculan estas mismas matrices pero utilizando una matriz para masas de neutrino;

$$\underline{M_\nu} = \frac{1}{m_3}\begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} \tag{15}$$

$$C_{0,\nu} = 2\sqrt{\frac{3}{2}} * \underline{I} \cdot \underline{M_\nu} = \frac{m_1 + m_2}{m_3} + 1 \tag{16}$$
$$C_{3,\nu} = 2 * \ell_3 \cdot \underline{M_\nu} = \frac{m_1 + m_2}{m_3} \tag{17}$$
$$C_{8,\nu} = 2 * \ell_8 \cdot \underline{M_\nu} = \frac{1}{\sqrt{3}}[\frac{m_1 + m_2}{m_3} - 2] \tag{18}$$

Combinando estas tres expresiones se pueden encontrar soluciones posibles para las masas $m_1$ y $m_2$ en términos de la masa 3, que recordando la condición de ordenamiento normal, es la mas pesada y de las expresiones $C_{0,l}$, $C_{3,l}$, $C_{8,l}$ para leptones.

$$m_1 = \frac{m_3(C_{0,l} + C_{3,l})}{2} - \frac{m_3}{2} \tag{19}$$
$$m_2 = \frac{m_3(C_{0,l} - C_{3,l})}{2} - \frac{m_3}{2} \tag{20}$$

**Y el valor de la masa $m_3$ es fijo y esta dado por....(aqui falta poner de donde sale el valor de m3 y blabla).**

## 3.1. Resultados parte 1

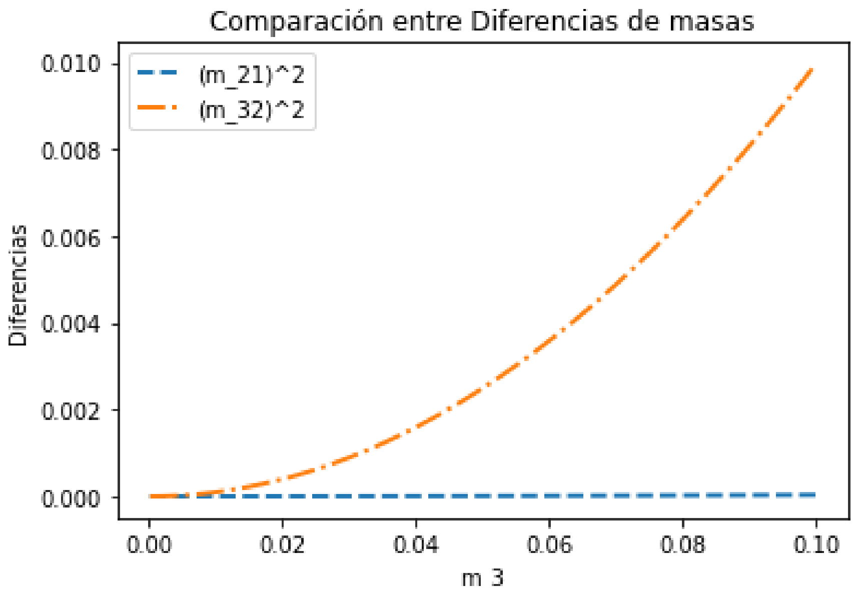
Habiendo introducido los valores numéricos en estas expresiones se obtienen los siguiente valores para las masas;

$$m_1 = 1{,}4379016917476228 \times 10^{-5}\mathrm{eV} \tag{21}$$
$$m_2 = 2{,}973174588881508 \times 10^{-3}\mathrm{eV} \tag{22}$$

Estos valores sin embargo no arrojan mucha información puesto que no hay mediciones precisas de ellas por separado, lo interesante es entonces realizar una comparación con las mediciones de sus diferencias bajo ordenamiento normal. Calculando estas diferencias con los valores obtenidos se tiene:

$$(\Delta m_{21}^2)' = m_2^2 - m_1^2 = 8{,}83956037984321 \times 10^{-6}\,\mathrm{eV}^2 \tag{23}$$
$$(\Delta m_{32}^2)' = m_3^2 - m_2^2 = 2{,}49116023286403 \times 10^{-3}\,\mathrm{eV}^2 \tag{24}$$
$$\Delta m_{21}^2 \neq (\Delta m_{21}^2)' \qquad \Delta m_{32}^2 \approx (\Delta m_{32}^2)' \tag{25}$$

Con esta discrepancia entre los valores experimentales y los valores deducidos es de interés conocer la relación entre las tres masas cuando $m_3 \in [1 \times 10^{-5}\,\mathrm{eV}, 1 \times 10^{-1}\,\mathrm{eV}]$. Esta relación se muestra en la gráfica siguiente.




De donde se puede deducir que no existe valor alguno de $m_3$ para el cual ambas diferencias cuadradas de masas coincidan con los valores experimentales.

# 4. Estudio mediante corrección de Majorana

Se desea conocer ahora si existe una combinación de correcciones a los valores de las masas $m_1$ y $m_2$ a fin de encontrar un valor de $m_3$ con el que se consiga un mejor ajuste entre los datos deducidos y los encontrados experimentalmente.

## 4.1. Caso 1

Primero supongase:

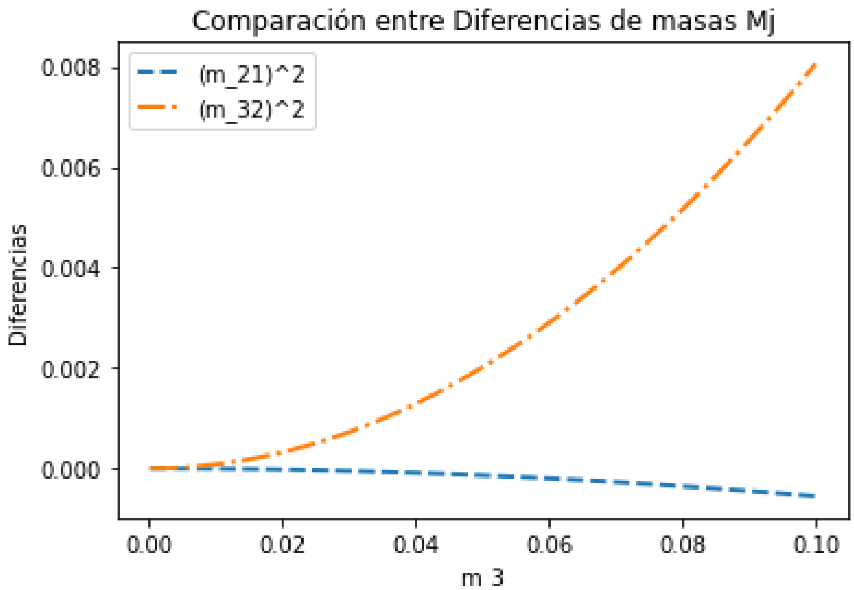
$$m_1 \to m_1 + \delta_1\,, \quad m_2 \to m_2 + \delta_2 \quad | \quad \delta_1 + \delta_2 = \delta\,, \quad \delta_1 - \delta_2 = 0 \tag{26}$$

Entonces, las ecuaciones blablablabla se convierten en la forma:

$$m_{1\mathscr{M}} = \frac{m_3(C_{0,l} + C_{3,l})}{2} - \frac{m_3 + \delta}{2} \tag{27}$$

$$m_{2\mathscr{M}} = \frac{m_3(C_{0,l} - C_{3,l})}{2} - \frac{m_3 + \delta}{2} \tag{28}$$

Bajo el mismo régimen que para el estudio de Dirac, al hacer variar la masa $m_3$ dentro del mismo rango se observa el siguiente comportamiento de las diferencias de masa:




### 4.2. Caso 2

El segundo caso consta de considerar de manera distinta las contribuciones de las correcciones a las masas $m_1$ y $m_2$, siendo esto:

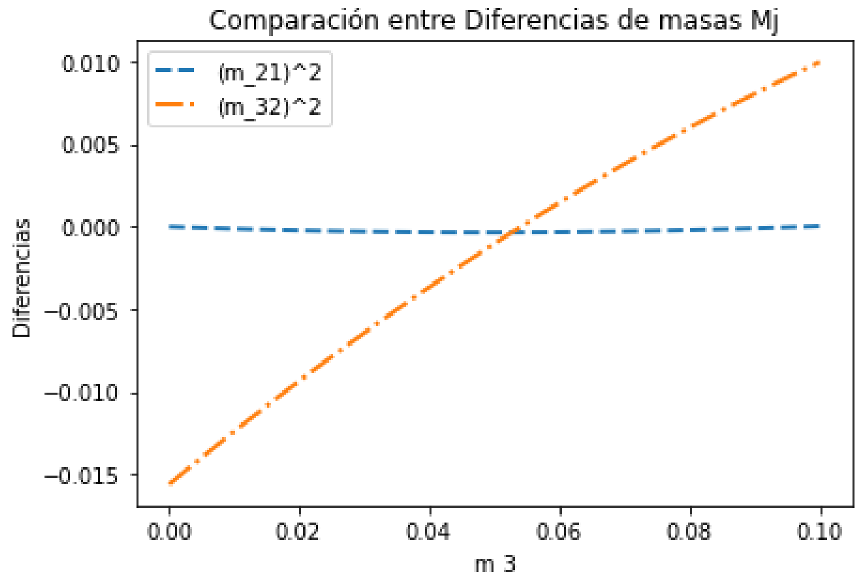
$$\delta_1 + \delta_2 = 0\,, \quad \delta_1 - \delta_2 = \delta \tag{29}$$

Lo que arroja las expresiones para las masas;

$$m_{1\mathscr{M}} = \frac{m_3(C_{0,l} + C_{3,l})}{2} - \frac{m_3 + \delta}{2} \tag{30}$$

$$m_{2\mathscr{M}} = \frac{m_3(C_{0,l} - C_{3,l})}{2} - \frac{m_3 - \delta}{2} \tag{31}$$

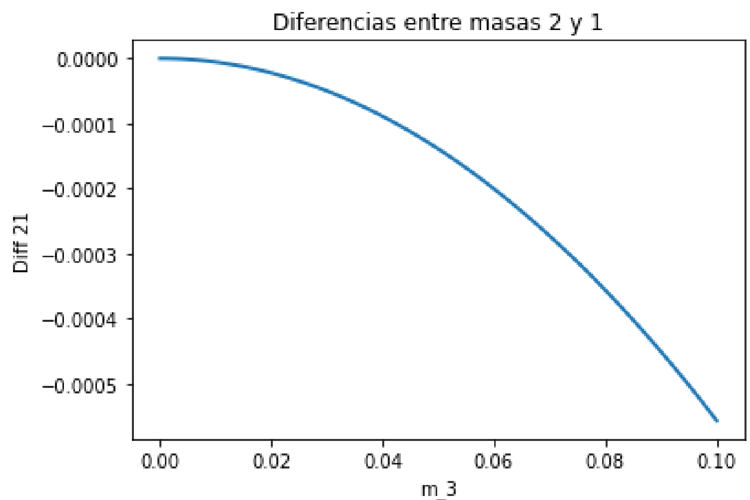
Haciendo que $m_3$ tome distintos valores dentro del rango especificado y gráficando las curvas resultantes se obtiene;




## 4.3. Resultados parte 2

### 4.3.1. Caso 1

En el primer caso, si se observa solo la curva para la diferencia $\Delta m_{21}^2$ se puede notar que su comportamiento es de decaimiento y no se acercará al valor experimental para ningún valor de $m_3$:




Variando también el valor de la corrección total $\delta$ dentro de un rango definido blablalblalbkaskdna y realizando un gráfico de contorno que indique la relación entre $m_3\,,\ \delta\,,\ m_1 \text{ y } m_2$ se obtiene:

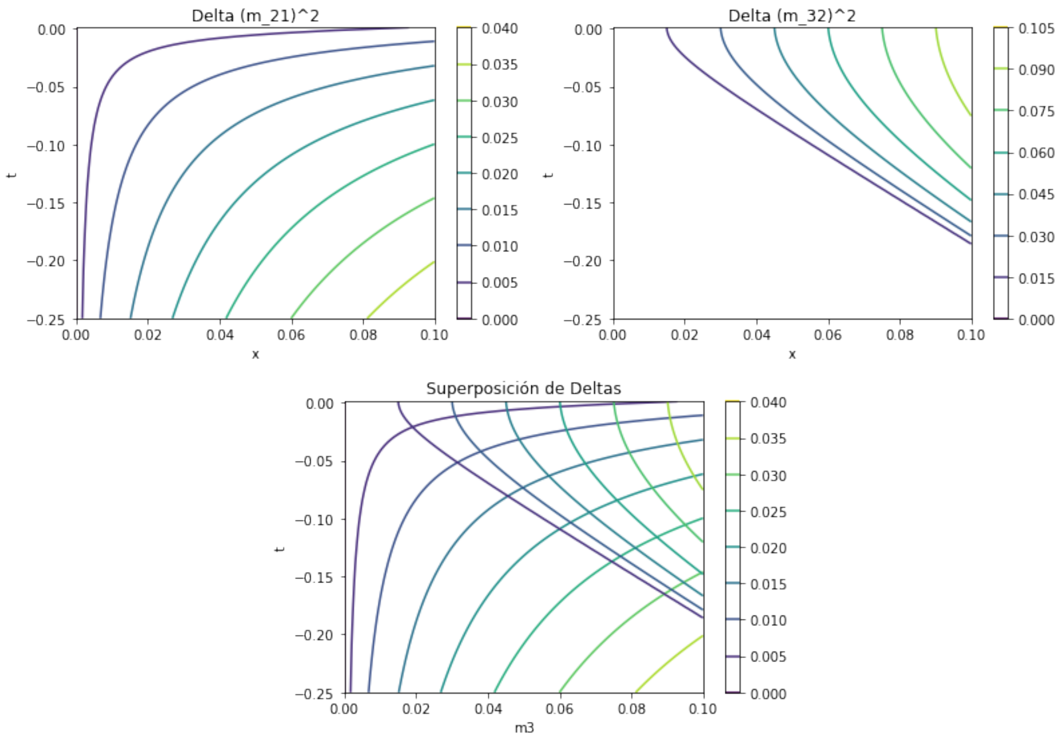
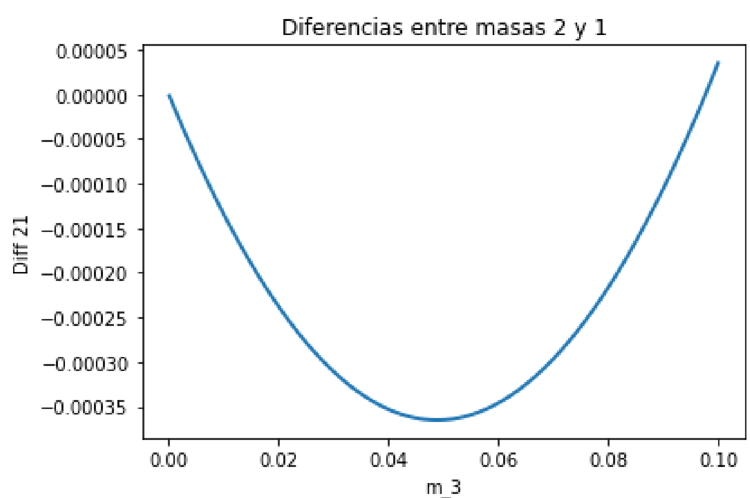



Figura 1: aqui falta arreglar cositas

¿Porqué esto no funcionaba?

#### 4.3.2. Caso 2

Luego en el segundo caso, si se observa solo la curva para la diferencia $\Delta m_{21}^2$ se puede notar que su comportamiento es de decaimiento aproximadamente hasta $m_3 = 0{,}05$ eV y después comienza a crecer nuevamente por lo que podría acercarse al valor experimental para algún valor de $m_3$ mas grande:




Variando ahora el valor de la corrección total $\delta$ dentro del rango y realizando un gráfico de contorno que indique nuevamente la relación entre $m_3\,,\ \delta\,,\ m_1 \text{ y } m_2$ se obtiene:

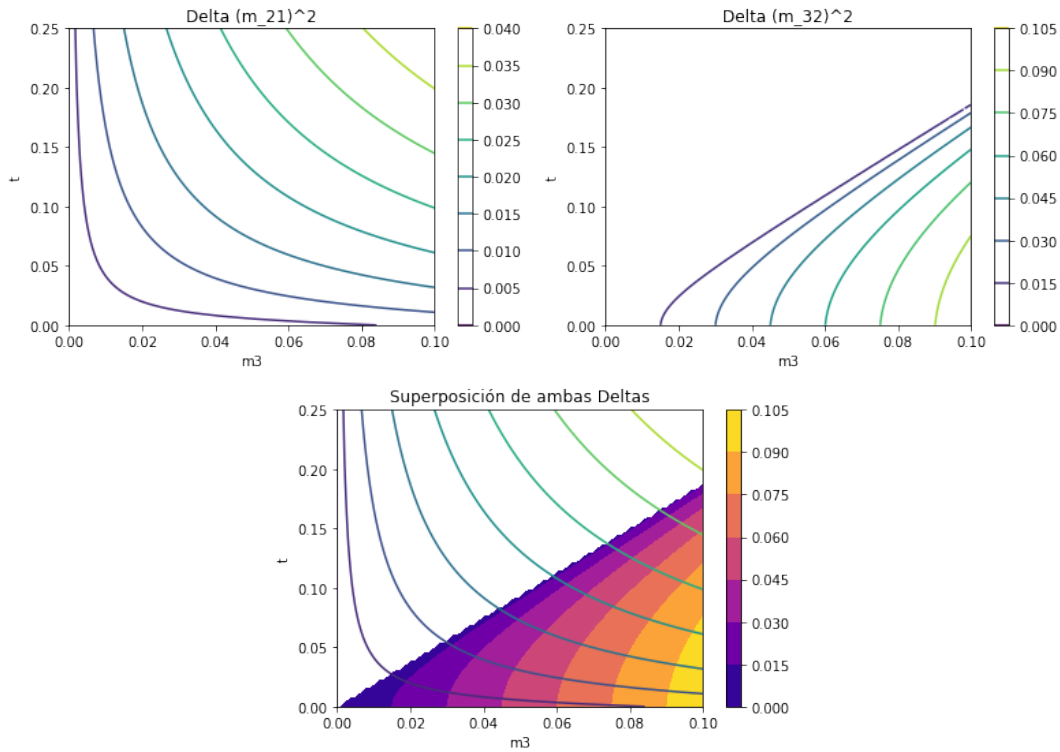
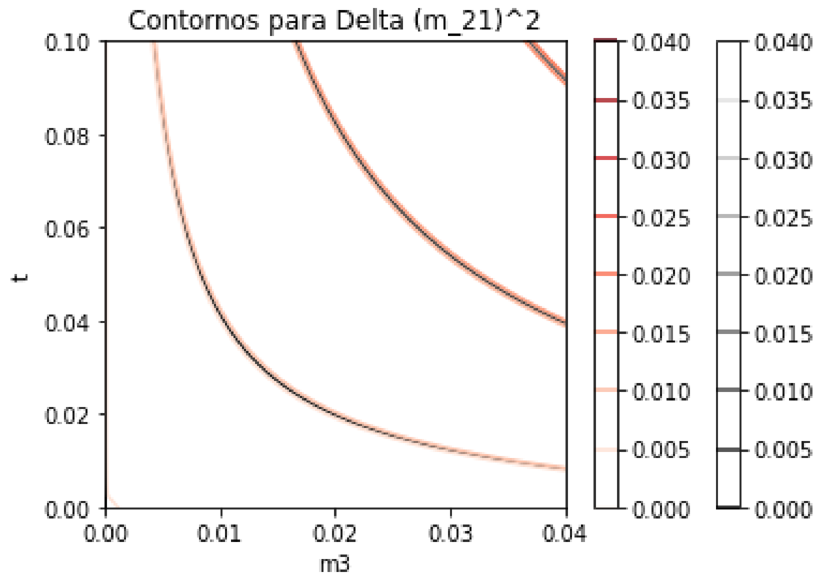
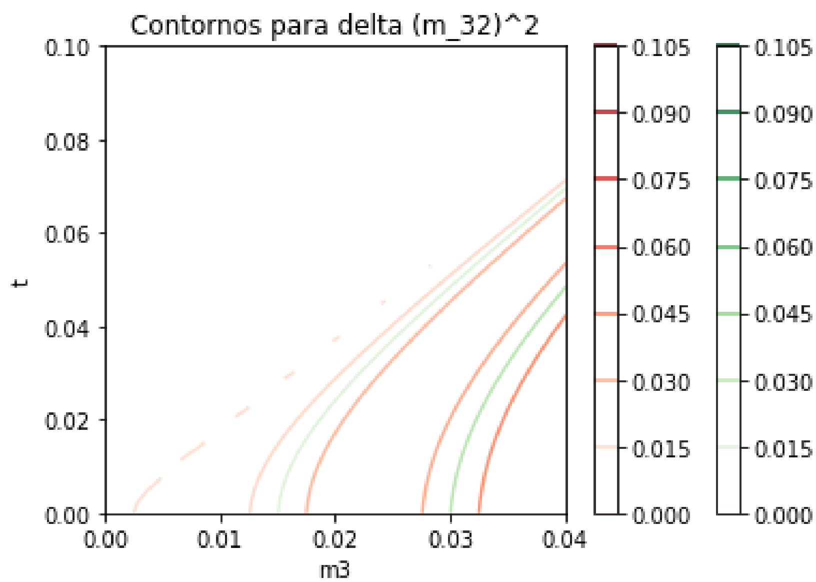



Figura 2: aqui falta arreglar cositas

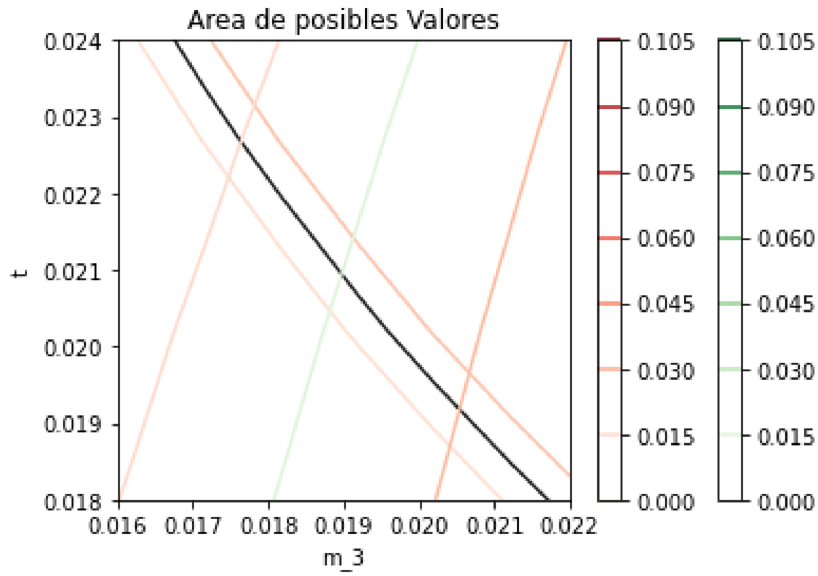
Lo cual es mas conveniente puesto que los valores de ambos parametros libres son positivos en el rango de interés. Resta entonces por encontrar un conjunto de valores, en este caso representado por un área donde exista la posibilidad de determinar dos valores para $m_3$ y $\delta$ que se ajusten de mejor manera a los valores experimentales dados.

Tomando los valores de error para las definiciones experimentales de $\Delta m_{21}^2$ y $\Delta m_{32}^2$ y restandolos de los contornos definidos anteriormente se construyen las gráficas:

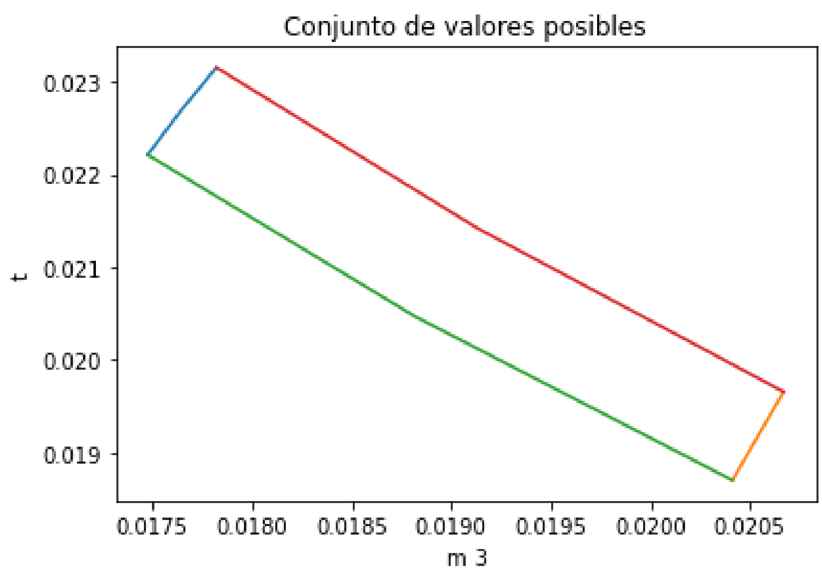



Superponiendo ambos contornos y centrando el enfoque solo en la intersección de las curvas para el contorno cero en la región de menores valores (¿ porque?) se obtiene:




Que para fines prácticos se puede 'recortar' a manera de mostrar solamente el área de interés.




Esto indica que podrían existir conjuntos de valores en $m_3$,$\delta$?

# 5. Cosas que faltan

- Falta poner descripciones a todas las figuras.
- Falta moldear bien la introducción.
- Falta contestar algunas preguntas.
- Como se elige el rango para variar a m3 y delta?