

# Programare Logică – SEMINAR I

Claudia MUREȘAN

UNIVERSITATEA DIN BUCUREȘTI, FACULTATEA DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ

c.muresan@yahoo.com, cmuresan@fmi.unibuc.ro

2019–2020, Semestrul II

**Exercițiul 1.** Există două triburi pe insula Tufa - Tu și Fa. Membrii tribului Tu spun întotdeauna adevărul, iar membrii tribului Fa mint întotdeauna. Un călător întâlnește trei băștinași -  $A$ ,  $B$ ,  $C$ . Fiecare dintre ei face o declarație călătorului:

- $A$  spune: " $B$  și  $C$  spun adevărul dacă și numai dacă  $C$  spune adevărul";
- $B$  spune: "dacă  $A$  și  $C$  spun adevărul atunci este fals faptul că  $A$  spune adevărul când  $B$  și  $C$  spun adevărul";
- $C$  spune: " $B$  minte dacă și numai dacă  $A$  sau  $B$  spun adevărul".

Să se determine din ce triburi fac parte  $A$ ,  $B$ ,  $C$ :

- (i) prin calcul semantic în logica propozițională clasică;
- (ii) printr-un program în Prolog.

**Rezolvare:** (i) Fie  $a, b, c \in V$ . Să instanțiem variabilele propoziționale  $a, b, c$  cu următoarele propoziții:

- $a$ : " $A$  spune adevărul"
- $b$ : " $B$  spune adevărul"
- $c$ : " $C$  spune adevărul"

Să notăm cu  $\alpha, \beta, \gamma \in E$  enunțurile corespunzătoare afirmațiilor făcute de  $A$ ,  $B$ ,  $C$ :

- $\alpha = (b \wedge c) \leftrightarrow c$
- $\beta = (a \wedge c) \rightarrow \neg((b \wedge c) \rightarrow a)$
- $\gamma = \neg b \leftrightarrow (a \vee b)$

Fie o interpretare  $h : V \rightarrow \mathcal{L}_2 = \{0, 1\}$ . Conform notației din curs,  $\tilde{h} : E \rightarrow \mathcal{L}_2$  este unica prelungire a lui  $h$  la mulțimea  $E$  a tuturor enunțurilor care transformă conectorii logici în operații booleene în algebra Boole standard  $\mathcal{L}_2$  (lanțul cu exact 2 elemente, algebra booleană a valorilor de adevăr pentru logica clasică), și astfel calculează valorile de adevăr ale tuturor enunțurilor pe baza valorilor de adevăr pe care  $h$  le atribuie variabilelor propoziționale. (Amintesc că  $\tilde{h}$  este numită tot *interpretare/evaluare/semantică* și poate fi notată la fel ca  $h$ : restricția ei la mulțimea  $V$  a variabilelor propoziționale.)

Presupunem că  $h$  atribuie variabilelor propoziționale  $a$ , respectiv  $b$ , respectiv  $c$  valoarea  $1 \in \mathcal{L}_2$  (reprezentând valoarea de adevăr "adevărat") ddacă  $A$ , respectiv  $B$ , respectiv  $C$  spune adevărul.

Afirmația făcută de  $A$  este adevărată ddacă  $A$  spune adevărul, prin urmare enunțurile  $\alpha$  și  $a$  au aceeași valoare de adevăr în interpretarea  $h$ . La fel pentru enunțurile  $\beta$  și  $b$ , respectiv  $\gamma$  și  $c$ . Așadar:

- $\tilde{h}(\alpha) = h(a) = \tilde{h}(a)$ , așadar  $1 = \tilde{h}(\alpha) \leftrightarrow \tilde{h}(a) = \tilde{h}(\alpha \leftrightarrow a)$ ;
- $\tilde{h}(\beta) = h(b) = \tilde{h}(b)$ , așadar  $1 = \tilde{h}(\beta) \leftrightarrow \tilde{h}(b) = \tilde{h}(\beta \leftrightarrow b)$ ;
- $\tilde{h}(\gamma) = h(c) = \tilde{h}(c)$ , așadar  $1 = \tilde{h}(\gamma) \leftrightarrow \tilde{h}(c) = \tilde{h}(\gamma \leftrightarrow c)$ .

Acum putem proceda prin calcul boolean, sau putem considera toate valorile posibile pentru  $h(a)$ ,  $h(b)$ ,  $h(c)$ :

$h(a)$	$h(b)$	$h(c)$	$\tilde{h}(\neg b)$	$\tilde{h}(a \vee b)$	$\tilde{h}(a \wedge c)$	$\tilde{h}(b \wedge c)$	$\tilde{h}(\alpha)$	$\tilde{h}(\beta)$	$\tilde{h}(\gamma)$	$\tilde{h}(\alpha \leftrightarrow a)$	$\tilde{h}(\beta \leftrightarrow b)$	$\tilde{h}(\gamma \leftrightarrow c)$
0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1
0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0
0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1
0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0
1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0
1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1
1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0

Conform tabelului de mai sus, singurele interpretări  $h$  care satisfac  $\tilde{h}(\alpha \leftrightarrow a) = \tilde{h}(\beta \leftrightarrow b) = \tilde{h}(\gamma \leftrightarrow c) = 1$  au următoarele valori în  $a, b, c$ :  $h(a) = h(b) = 1$  și  $h(c) = 0$ . (Desigur, există o infinitate de astfel de interpretări, pentru că  $h$  poate lua orice valoare în orice variabilă propozițională din mulțimea infinită  $V \setminus \{a, b, c\}$ : valorile lui  $\tilde{h}$  în  $\alpha, \beta, \gamma$  depind doar de valorile lui  $h$  în  $a, b, c$ .)

Așadar:  $A$  și  $B$  spun adevărul, iar  $C$  nu spune adevărul ( $A$  și  $B$  fac parte din tribul Tu, iar  $C$  din tribul Fa).

- (ii) O posibilitate: metoda din adevfals.pl sau pbadevfals.pl.