

Notatii și formule matematice

1. Repartiții de probabilitate multidimensionale

Fie $E = (X_1, \dots, X_n)$ un vector aleator format din n variabile discrete. Repartiția sa, $P_0(X_1, \dots, X_n)^{-1}$, este complet specificată de valorile

$$p(x_1, \dots, x_n) = P(X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n) \geq 0$$

$$\sum_{(x_1, \dots, x_n)} p(x_1, \dots, x_n) = 1,$$

unde (x_1, \dots, x_n) este o "realizare" a lui E .

În general, pentru a desemna $P_0(X_1, \dots, X_n)^{-1}$, se folosește notația simplificată $P(E)$.

În acest context, are loc următoarea formulă de înmulțire a probabilităților:

$$P(X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n) = P(X_1 = x_1) \cdot P(X_2 = x_2 | X_1 = x_1) \cdot \dots$$

$$\cdot P(X_n = x_n | X_1 = x_1, \dots, X_{n-1} = x_{n-1})$$

2. Repartiții condiționate

Fie Y o variabilă aleatoare discretă și $E = (X_1, \dots, X_n)$ un vector aleator cu componente discrete. Corpul de evenimente generate de E este finit, având ca generatori pe $\{X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n\}$.

Pentru fiecare realizare (x_1, \dots, x_n) a lui E , notăm probabilitatea condiționată a unui eveniment A cu

$$P(A | (x_1, \dots, x_n)) = \frac{P(A \cap \{X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n\})}{P(X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n)}$$

Corespunzător variabilei Y putem lua în considerație:

- repartiția lui Y , $P(Y)$, dată de valorile

$$p(y) = P(Y = y) ;$$

- repartiția lui Y condiționată de E , $P(Y|E)$, care este dată, pentru fiecare realizare (x_1, \dots, x_n) , de valorile

$$p(y | (x_1, \dots, x_n)) = P(\{Y = y\} | (x_1, \dots, x_n)).$$

În acest context se verifică versiunea condiționată a formulei de înmulțire a probabilităților:

$$P(X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n | C) = P(X_1 = x_1 | C) \cdot P(X_2 = x_2 | C, X_1 = x_1) \cdot \dots \cdot P(X_n = x_n | C, X_1 = x_1, \dots, X_{n-1} = x_{n-1}).$$

3. Formula lui Bayes

Fie E și Y cu aceeași semnificație din §1 și §2.

- Formula lui Bayes în *versiune necondiționată* este utilizată pentru a exprima o repartiție a posteriori

$$P(E | Y = y) = \frac{P(E) \cdot P(\{Y = y\} | E)}{P(\{Y = y\})}$$

unde:

$P(E)$ este repartiția a priori a lui E ;

$\{Y = y\}$ este evenimentul observat ;

$P(E | Y = y)$ este repartiția a posteriori a lui E ;

$P(\{Y = y\} | E)$ este complet determinată de valorile

$$P(\{Y = y\} | \{X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n\}).$$

- Formula lui Bayes în *versiune condiționată* este utilizată pentru a exprima o repartiție a posteriori condiționată

$$P(Y | E, e) = \frac{P(Y | E) \cdot P(e | E, Y)}{P(e | E)}$$

unde:

$P(Y | E)$ este o probabilitate condiționată, a priori ;

e reprezintă o nouă dovadă ;

$P(Y | E, e)$ este o probabilitate condiționată, a posteriori.