

# PROGRAMARE LOGICĂ

## Anexă pentru Seminariile V, VI, VII

Claudia MUREȘAN  
cmuresan@fmi.unibuc.ro, c.muresan@yahoo.com

Universitatea din București  
Facultatea de Matematică și Informatică  
București

2019–2020, Semestrul II

Amintesc că, pentru orice interogare:

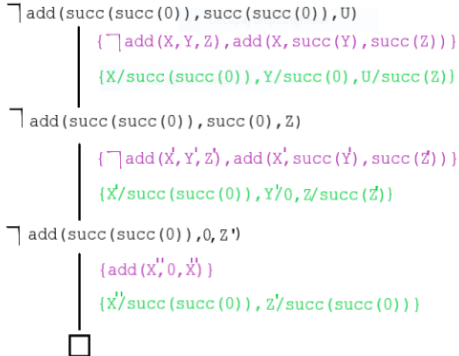
- eticheta rădăcinii arborelui de derivare este clauza scop formată din negațiile subscopurilor date de formule atomice din acea interogare;
- fiecare nod al arborelui este etichetat cu clauza scop corespunzătoare scopului curent;
- pentru fiecare nod:
  - fiii acelui nod sunt etichetați cu clauzele scop obținute prin toate derivările posibile prin rezoluție ale etichetei acelui nod cu câte o clauză Horn corespunzătoare unui fapt sau unei reguli din baza de cunoștințe;
  - pentru fiecare fiu al acelui nod, eticheta muchiei de la acel nod la acel fiu al său este formată din clauza Horn și unificatorul folosite în acea derivare prin rezoluție;
- numai nodurile frunză etichetate cu clauza vidă  $\square$  corespund câte unei soluții întoarse de Prolog.

Pentru orice interogare și orice frunză etichetată cu clauza vidă din arborele de derivare prin rezoluție SLD corespunzător acelei interogări, dacă notăm cu  $\mu$  compunerea unificatorilor din etichetele muchiilor care formează drumul de la acea frunză la rădăcină, compunere efectuată pornind de la rădăcină spre frunză, atunci:

- soluția întoarsă de Prolog corespunzătoare acelei frunze este dată de valorile lui  $\mu$  în variabilele din acea interogare;
- toate soluțiile interogării corespunzătoare acelei frunze sunt date de valorile lui  $\sigma \circ \mu$  în variabilele din acea interogare, unde  $\sigma$  este o substituție arbitrară.

$\text{add}(X, 0, X).$   
 $\text{add}(X, \text{succ}(Y), \text{succ}(Z)) \text{ :- } \text{add}(X, Y, Z).$   
 $?- \text{add}(\text{succ}(\text{succ}(0)), \text{succ}(\text{succ}(0)), U).$

Soluție:  $\{U/\text{succ}(\text{succ}(\text{succ}(\text{succ}(0))))\}.$



Să notăm cu  $\mu = \{X/\text{succ}(\text{succ}(0)), Y/\text{succ}(0), U/\text{succ}(Z)\} \circ$   
 $\{X'/\text{succ}(\text{succ}(0)), Y'/0, Z'/\text{succ}(Z')\} \circ \{X''/\text{succ}(\text{succ}(0)), Z'/\text{succ}(\text{succ}(0))\} =$   
 $\{X/\text{succ}(\text{succ}(0)), Y/\text{succ}(0), U/\text{succ}(Z)\} \circ \{X'/\text{succ}(\text{succ}(0)), Y'/0,$   
 $Z'/\text{succ}(\text{succ}(\text{succ}(0))), X''/\text{succ}(\text{succ}(0)), Z'/\text{succ}(\text{succ}(0))\} =$   
 $\{X/\text{succ}(\text{succ}(0)), Y/\text{succ}(0), U/\text{succ}(\text{succ}(\text{succ}(\text{succ}(0)))), X'/\text{succ}(\text{succ}(0)),$   
 $Y'/0, Z'/\text{succ}(\text{succ}(\text{succ}(0))), X''/\text{succ}(\text{succ}(0)), Z'/\text{succ}(\text{succ}(0))\}.$

Răspunsul dat de Prolog la interogarea de mai sus este valoarea substituției  $\mu$  în variabila  $U$  din scopul  $\text{add}(\text{succ}(\text{succ}(0)), \text{succ}(\text{succ}(0)), U)$ :

$\mu(U) = \text{succ}(\text{succ}(\text{succ}(\text{succ}(0)))).$

Pentru orice substituție  $\sigma$ ,  $(\sigma \circ \mu)(U) = \mu(U) = \text{succ}(\text{succ}(\text{succ}(\text{succ}(0))))$ , prin urmare aceasta este unica soluție a interogării anterioare.

Dacă notăm cu  $\nu = \{X/U, Y/0, Z/U\} \circ \{X'/U\} = \{X/U, Y/0, Z/U, X'/U\}$ , atunci soluția următoarei interogări date de Prolog este  $\nu(U) = U$ .

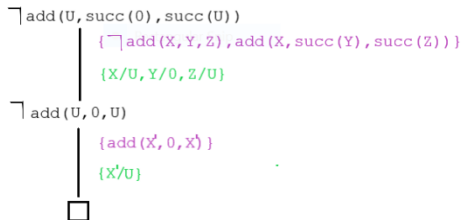
Pentru orice substituție  $\sigma$ ,  $(\sigma \circ \nu)(U) = \sigma(U)$  este soluție pentru această interogare.

```
add(X, 0, X) .
add(X, succ(Y), succ(Z)) :- add(X, Y, Z) .
```

```
?- add(U, succ(0), succ(U)) .
```

Raspuns: true.

Soluție: orice substituție.



Să notăm cu  $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$  substituțiile corespunzătoare nodurilor frunză din următorul arbore de derivare:

$$\mu_1 = \{U/\text{succ}(\text{succ}(\text{succ}(0))), W/0, X/\text{succ}(\text{succ}(\text{succ}(0)))\};$$

$$\mu_2 = \{U/X, W/\text{succ}(Y), Z/\text{succ}(\text{succ}(0))\} \circ$$

$$\{X'/\text{succ}(\text{succ}(0)), X/\text{succ}(\text{succ}(0)), Y/0\} = \{U/\text{succ}(\text{succ}(0)), W/\text{succ}(0), Z/\text{succ}(\text{succ}(0)), X'/\text{succ}(\text{succ}(0)), X/\text{succ}(\text{succ}(0)), Y/0\};$$

$$\begin{aligned} \mu_3 &= \{U/X, W/\text{succ}(Y), Z/\text{succ}(\text{succ}(0))\} \circ \{X/X', Y/\text{succ}(Y'), Z'/\text{succ}(0)\} \circ \\ &\{X''/\text{succ}(0), X'/\text{succ}(\text{succ}(0)), Y'/0\} = \{U/X, W/\text{succ}(Y), Z/\text{succ}(\text{succ}(0))\} \circ \\ &\{X/\text{succ}(0), Y/\text{succ}(0), Z'/\text{succ}(0), X''/\text{succ}(0), X'/\text{succ}(\text{succ}(0)), Y'/0\} = \\ &\{U/\text{succ}(0), W/\text{succ}(\text{succ}(0)), Z/\text{succ}(\text{succ}(0)), X/\text{succ}(0), Y/\text{succ}(0), Z'/\text{succ}(0), \\ &X''/\text{succ}(0), X'/\text{succ}(\text{succ}(0)), Y'/0\}; \end{aligned}$$





Notăm cu  $\nu_1$  și  $\nu_2$  substituțiile corespunzătoare primelor două noduri frunză de mai sus etichetate cu clauza vidă  $\square$ :

$$\begin{aligned}\nu_1 &= \{U/succ(0), X/succ(0)\} \circ \{X'/succ(succ(0)), Y/0, W/succ(Z)\} \circ \\ &\{X''/succ(succ(0)), Z/succ(succ(0))\} = \\ &\{U/succ(0), X/succ(0)\} \circ \{X'/succ(succ(0)), Y/0, W/succ(succ(succ(0))))\} \circ \\ &\{X''/succ(succ(0)), Z/succ(succ(0))\} = \\ &\{U/succ(0), X/succ(0), X'/succ(succ(0)), Y/0, W/succ(succ(succ(0))))\} \circ \\ &\{X''/succ(succ(0)), Z/succ(succ(0))\};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\nu_2 &= \{X/succ(Y), U/Y, W/succ(Z)\} \circ \{Y/succ(0), X1/succ(0)\} = \\ &\{X/succ(succ(0)), U/succ(0), W/succ(Z)\} \circ \{Y/succ(0), X1/succ(0)\}.\end{aligned}$$

Pentru orice substituție  $\sigma$  și fiecare  $i \in \{1, 2\}$ ,  $(\sigma \circ \nu_i)(U) = \nu_i(U) = succ(0)$  c și  $(\sigma \circ \nu_i)(W) = \nu_i(W) = succ(succ(succ(0)))$ .

La fel pentru celelalte noduri frunză etichetate cu  $\square$ : se obține unica soluție:  $\{U/succ(0), W/succ(succ(succ(0))))\}$ .

Observați nodurile a căror etichetă nu e  $\square$ , dar nu admite alte derivări prin rezoluție, deci și acestea sunt noduri frunză, dar nu corespund unei soluții; de exemplu, în arborele de mai sus, avem o frunză etichetată cu  $\neg add(0, 0, succ(0))$ , întrucât clauza scop  $\{\neg add(0, 0, succ(0))\}$  nu admite derivări prin rezoluție:

- nici cu clauza Horn  $\{add(X, 0, X)\}$  corespunzătoare faptului din baza de cunoștințe, pentru că  $add(0, 0, succ(0))$  și  $add(X, 0, X)$  nu unifică, întrucât 0 nu unifică cu  $succ(0)$ ;

- nici cu clauza Horn  $\{\neg add(X, Y, Z), add(X, succ(Y), succ(Z))\}$  corespunzătoare regulii din baza de cunoștințe, pentru că  $add(0, 0, succ(0))$  și  $add(X, succ(Y), succ(Z))$  nu unifică, întrucât 0 nu unifică cu  $succ(Y)$ .

Teoretic, aplicarea clauzei Horn corespunzătoare regulii din baza de cunoștințe ar putea continua la infinit. Interpretorul Prologului, însă, are implementată o strategie de evaluare a conjuncțiilor: acestea sunt evaluate de la stânga la dreapta; la interogarea de mai sus, Prologul satisface mai întâi subscopul  $add(U, 0, succ(0))$ , în unicul mod posibil, anume aplicând rezoluție între clauza scop  $\{\neg add(U, 0, succ(0))\}$  și clauza Horn  $\{add(X, 0, X)\}$  corespunzătoare faptului din această bază de cunoștințe, apoi aplică substituția  $\{U/succ(0)\}$  celui alt subscop, care devine astfel  $add(succ(succ(0)), succ(0), W)$  și e satisfăcut într-un număr finit de pași, cu unica soluție  $\{W/succ(succ(succ(0)))\}$ .

Dacă, însă, inversăm subscopurile, și dăm interogarea:

?-  $add(succ(U), U, W), add(U, 0, succ(0))$ .

atunci Prologul întoarce soluția:  $U = succ(0)$ ,  $W = succ(succ(succ(0)))$ , iar, dacă mai cerem soluții, atunci căutarea **depth first** realizată cu algoritmul **backward chaining** rulează la infinit.