Programare Logică – Seminarul IV

Claudia MUREŞAN
Universitatea din Bucureşti, Facultatea de Matematică şi Informatică
c.muresan@yahoo.com, cmuresan@fmi.unibuc.ro

2019–2020, Semestrul II

Exerciţiul 1. Considerăm un limbaj de ordinul I conţinând un simbol de operaţie ternară f, unul de operaţie binară g, unul de operaţie unară h şi un simbol de constantă c. Considerăm şi trei variabile distincte X, Y şi Z. Să se unifice termenii:

(1) $f(X, Y, Z)$ şi $f(h(Z), h(c), Z)$;

(2) $f(X, Y, Z)$ şi $f(h(Z), h(c), X)$;

(3) $f(X, g(X, Y), Z)$ şi $f(h(Z), h(c), Z)$;

(4) $f(X, h(h(Y)), Z)$ şi $f(h(Z), h(c), Z)$;

(5) $f(X, g(Y, Y), h(Z))$ şi $f(g(Y, h(Z)), g(h(Z), h(Z)), Y)$;

(6) $f(X, Y, Z)$, $f(g(Y, Z), Y, h(c))$ şi $f(X, h(Z), Z)$.

Rezolvare: Vom numi simbolurile de operaţii, simplu, *operaţii*; în particular, simbolul de constantă, i.e. operaţie zeroară, operaţie fără argumente, va fi numit, simplu, *constantă*.

Aplicăm algoritmul de unificare.

(1) Avem de rezolvat **problema de unificare** $f(X, Y, Z) = f(h(Z), h(c), Z)$.
Iniţializare: lista soluţie $S = \emptyset$, lista de rezolvat $R = \{f(X, Y, Z) = f(h(Z), h(c), Z)\}$.
Descompunere (în operanzii lui f: operator ternar): $S = \emptyset$, $R = \{X = h(Z), Y = h(c), Z = Z\}$.
Scoatere: $S = \emptyset$, $R = \{X = h(Z), Y = h(c)\}$.
Rezolvare: $S = \{X = h(Z)\}$, $R = \{Y = h(c)\}$.
Rezolvare: $S = \{X = h(Z), Y = h(c)\}$, $R = \emptyset$.

Cum $R = \emptyset$, se iese cu succes: **un (cel mai general) unificator** pentru $f(X, Y, Z)$ şi $f(h(Z), h(c), Z)$ este substituţia $\{X/h(Z), Y/h(c)\}$.

(2) Rezolvăm **problema de unificare** $f(X, Y, Z) = f(h(Z), h(c), X)$.
Iniţializare: $S = \emptyset$, $R = \{f(X, Y, Z) = f(h(Z), h(c), X)\}$.
Descompunere: $S = \emptyset$, $R = \{X = h(Z), Y = h(c), Z = X\}$.
Rezolvare: $S = \{Z = X\}$, $R = \{X = h(X), Y = h(c)\}$.

Cum $X \in V(h(X))$ (variabila X apare în termenul $h(X)$), se iese cu eşec: **problema de unificare** $f(X, Y, Z) = f(h(Z), h(c), X)$ **nu are soluţie**, adică termenii $f(X, Y, Z)$ şi $f(h(Z), h(c), X)$ **nu au unificator**, i.e. aceşti termeni **nu unifică**.

(3) Rezolvăm **problema de unificare** $f(X, g(X, Y), Z) = f(h(Z), h(c), Z)$.
Iniţializare: $S = \emptyset$, $R = \{f(X, g(X, Y), Z) = f(h(Z), h(c), Z)\}$.
Descompunere: $S = \emptyset$, $R = \{X = h(Z), g(X, Y) = h(c), Z = Z\}$.

Cum $g \neq h$ (operaţiile g şi h nu coincid), se IESE CU EŞEC: termenii $f(X, g(X, Y), Z)$ şi $f(h(Z), h(c), Z)$ **nu unifică**.

(4) Rezolvăm **problema de unificare** $f(X, h(h(Y)), Z) = f(h(Z), h(c), Z)$.
INIŢIALIZARE: $S = \emptyset$, $R = \{f(X, h(h(Y)), Z) = f(h(Z), h(c), Z)\}$.
DESCOMPUNERE: $S = \emptyset$, $R = \{X = h(Z), h(h(Y)) = h(c), Z = Z\}$.
DESCOMPUNERE (în operandul lui h: operator unar): $S = \emptyset$, $R = \{X = h(Z), h(Y) = c, Z = Z\}$.

Cum $h \neq c$ (operaţia h nu coincide cu operaţia zeroară, constanta c), se IESE CU EŞEC: termenii $f(X, h(h(Y)), Z)$ şi $f(h(Z), h(c), Z)$ **nu unifică**.

(5) Rezolvăm **problema de unificare** $f(X, g(Y, Y), h(Z)) = f(g(Y, h(Z)), g(h(Z), h(Z)), Y)$.
INIŢIALIZARE: $S = \emptyset$, $R = \{f(X, g(Y, Y), h(Z)) = f(g(Y, h(Z)), g(h(Z), h(Z)), Y)\}$.
DESCOMPUNERE: $S = \emptyset$, $R = \{X = g(Y, h(Z)), g(Y, Y) = g(h(Z), h(Z)), h(Z) = Y\}$.
REZOLVARE: $S = \{X = g(Y, h(Z))\}$, $R = \{g(Y, Y) = g(h(Z), h(Z)), h(Z) = Y\}$.
REZOLVARE: $S = \{X = g(h(Z), h(Z)), Y = h(Z)\}$, $R = \{g(h(Z), h(Z)) = g(h(Z), h(Z))\}$.
SCOATERE: $S = \{X = g(h(Z), h(Z)), Y = h(Z)\}$, $R = \emptyset$.

Cum $R = \emptyset$, se IESE CU SUCCES: **un (cel mai general) unificator** pentru $f(X, g(Y, Y), h(Z))$ şi $f(g(Y, h(Z)), g(h(Z), h(Z)), Y)$ este substituţia: $\{\{X = g(h(Z), h(Z)), Y = h(Z)\}\}$.

(6) Rezolvăm **problema de unificare** $\{f(X, Y, Z) = f(g(Y, Z), Y, h(c)), f(g(Y, Z), Y, h(c)) = f(X, h(Z), Z)\}$.
INIŢIALIZARE: $S = \emptyset$, $R = \{f(X, Y, Z) = f(g(Y, Z), Y, h(c)), f(g(Y, Z), Y, h(c)) = f(X, h(Z), Z)\}$.
DESCOMPUNERE: $S = \emptyset$, $R = \{X = g(Y, Z), Y = Y, Z = h(c), f(g(Y, Z), Y, h(c)) = f(X, h(Z), Z)\}$.
SCOATERE: $S = \emptyset$, $R = \{X = g(Y, Z), Z = h(c), f(g(Y, Z), Y, h(c)) = f(X, h(Z), Z)\}$.
DESCOMPUNERE: $S = \emptyset$, $R = \{X = g(Y, Z), Z = h(c), g(Y, Z) = X, Y = h(Z), h(c) = Z\}$.
REZOLVARE: $S = \{Z = h(c)\}$, $R = \{X = g(Y, h(c)), g(Y, h(c)) = X, Y = h(h(c)), h(c) = h(c)\}$.
SCOATERE: $S = \{Z = h(c)\}$, $R = \{X = g(Y, h(c)), g(Y, h(c)) = X, Y = h(h(c))\}$.
REZOLVARE: $S = \{Y = h(h(c)), Z = h(c)\}$, $R = \{X = g(h(h(c)), h(c)), g(h(h(c)), h(c)) = X\}$.
REZOLVARE: $S = \{X = g(h(h(c)), h(c)), Y = h(h(c)), Z = h(c)\}$, $R = \{g(h(h(c)), h(c)) = g(h(h(c)), h(c))\}$.
SCOATERE: $S = \{X = g(h(h(c)), h(c)), Y = h(h(c)), Z = h(c)\}$, $R = \emptyset$.

Cum $R = \emptyset$, se IESE CU SUCCES: **un (cel mai general) unificator** pentru termenii $f(X, Y, Z)$, $f(g(Y, Z), Y, h(c))$ şi $f(X, h(Z), Z)$ este substituţia $\{X/g(h(h(c)), h(c)), Y/h(h(c)), Z/h(c)\}$.

Exerciţiul 2. Considerăm un limbaj de ordinul I conţinând două simboluri de operaţii binare diferite f şi g, unul de operaţie unară h şi două simboluri de constante diferite a şi b (pe care, în continuare le vom numi, simplu, operaţii binare, operaţie unară, respectiv constante), precum şi patru variabile $V, X, Y, Z \in Var$, două câte două distincte. Considerăm următorii termeni formaţi cu simbolurile de operaţii şi variabilele de mai sus:

$$r = f(h(h(a)), g(g(X, h(Y)), X)), \quad s = f(h(X), g(g(X, X), h(Y))), \quad t = f(h(V), g(Z, Z)),$$
$$u = f(h(h(Z)), g(g(X, h(b)), h(Z))), \quad w = f(h(b), g(g(Y, X), f(Y, X))).$$

A se vedea, în CURS, reprezentările grafice ale termenilor de mai sus, prin arborii asociaţi acestor expresii.

Să se unifice aceşti termeni doi câte doi, adică să se rezolve, pe rând, problemele de unificare: $r = s$, $r = t$, $r = u$, $r = w$, $s = t$, $s = u$, $s = w$, $t = u$, $t = w$, $u = w$.

Pentru perechile $\{p, q\}$ de termeni $p, q \in \{r, s, t, u, w\}$ care unifică, să se unifice şi reuniunea tuturor acestor perechi.

Rezolvare: La fel ca în Exerciţiul 1, în continuare, simbolurile de operaţii vor fi numite, simplu, *operaţii*, în particular simbolurile de constante vor fi numite, simplu, *constante*.

Aplicăm ALGORITMUL DE UNIFICARE.

① Rezolvăm **problema de unificare** $r = s$, adică $f(h(h(a)), g(g(X, h(Y)), X)) = f(h(X), g(g(X, X), h(Y)))$.
INIŢIALIZARE: lista soluţie $S = \emptyset$, lista de rezolvat $R = \{f(h(h(a)), g(g(X, h(Y)), X)) = f(h(X), g(g(X, X), h(Y)))\}$.

DESCOMPUNERE (în operanzii lui f: operator binar): $S=\emptyset$, $R=\{h(h(a))=h(X), g(g(X,h(Y)),X)=g(g(X,X),h(Y)))\}$.
DESCOMPUNERE (în operanzii lui h: operator unar): $S=\emptyset$, $R=\{h(a)=X, g(g(X,h(Y)),X)=g(g(X,X),h(Y)))\}$.
REZOLVARE: $S=\{X=h(a)\}$, $R=\{g(g(h(a),h(Y)),h(a))=g(g(h(a),h(a)),h(Y)))\}$.
DESCOMPUNERE (în operanzii lui g: operator binar): $S=\{X=h(a)\}$, $R=\{g(h(a),h(Y))=g(h(a),h(a)),h(a)=h(Y)\}$.
DESCOMPUNERE (în operanzii lui h: operator unar): $S=\{X=h(a)\}$, $R=\{g(h(a),h(Y))=g(h(a),h(a)),a=Y\}$.
REZOLVARE: $S=\{X=h(a),Y=a\}$, $R=\{g(h(a),h(a))=g(h(a),h(a))\}$.
SCOATERE: $S=\{X=h(a),Y=a\}$, $R=\emptyset$.

Cum $R=\emptyset$, se IESE CU SUCCES, cu **unificatorul** pentru termenii r şi s dat de lista S, anume substituţia $\{X/h(a),Y/a\}$.

② Rezolvăm **problema de unificare** $r=t$, adică $f(h(h(a)),g(g(X,h(Y)),X))=f(h(V),g(Z,Z))$.
INIŢIALIZARE: $S=\emptyset$, $R=\{f(h(h(a)),g(g(X,h(Y)),X))=f(h(V),g(Z,Z))\}$.
DESCOMPUNERE (în operanzii lui f): $S=\emptyset$, $R=\{h(h(a))=h(V),g(g(X,h(Y)),X)=g(Z,Z)\}$.
DESCOMPUNERE (în operanzii lui g: tot operator binar): $S=\emptyset$, $R=\{h(h(a))=h(V),g(X,h(Y))=Z,X=Z\}$.
REZOLVARE (ambii membri ai ecuaţiei introduse în S sunt variabile, aşa că o putem alege pe oricare ca membru stang): $S=\{X=Z\}$, $R=\{h(h(a))=h(V),g(Z,h(Y))=Z\}$.

Cum $Z\in V(g(Z,h(Y)))$ (variabila Z apare în termenul $g(Z,h(Y))$), se IESE CU EŞEC: termenii r şi t **nu unifică, nu au unificator**.

③ Rezolvăm **problema de unificare** $r=u$, adică $f(h(h(a)),g(g(X,h(Y)),X))=f(h(h(Z)),g(g(X,h(b)),h(Z)))$.
INIŢIALIZARE: $S=\emptyset$, $R=\{f(h(h(a)),g(g(X,h(Y)),X))=f(h(h(Z)),g(g(X,h(b)),h(Z)))\}$.
DESCOMPUNERE: $S=\emptyset$, $R=\{h(h(a))=h(h(Z)),g(g(X,h(Y)),X)=g(g(X,h(b)),h(Z))\}$.
DESCOMPUNERE: $S=\emptyset$, $R=\{h(a)=h(Z),g(g(X,h(Y)),X)=g(g(X,h(b)),h(Z))\}$.
DESCOMPUNERE: $S=\emptyset$, $R=\{a=Z,g(g(X,h(Y)),X)=g(g(X,h(b)),h(Z))\}$.
REZOLVARE: $S=\{Z=a\}$, $R=\{g(g(X,h(Y)),X)=g(g(X,h(b)),h(a))\}$.
DESCOMPUNERE: $S=\{Z=a\}$, $R=\{g(X,h(Y))=g(X,h(b)),X=h(a)\}$.
REZOLVARE: $S=\{X=h(a),Z=a\}$, $R=\{g(h(a),h(Y))=g(h(a),h(b))\}$.
DESCOMPUNERE: $S=\{X=h(a),Z=a\}$, $R=\{h(a)=h(a),h(Y)=h(b)\}$.
SCOATERE: $S=\{X=h(a),Z=a\}$, $R=\{h(Y)=h(b)\}$.
DESCOMPUNERE: $S=\{X=h(a),Z=a\}$, $R=\{Y=b\}$.
REZOLVARE: $S=\{X=h(a),Y=b,Z=a\}$, $R=\emptyset$.

Cum $R=\emptyset$, se IESE CU SUCCES: r şi u **au unificatorul** $\{X/h(a),Y/b,Z/a\}$.

④ Rezolvăm **problema de unificare** $r=w$, adică $f(h(h(a)),g(g(X,h(Y)),X))=f(h(h(Z)),g(g(Y,X),f(Y,X)))$.
INIŢIALIZARE: $S=\emptyset$, $R=\{f(h(h(a)),g(g(X,h(Y)),X))=f(h(b),g(g(Y,X),f(Y,X)))\}$.
DESCOMPUNERE: $S=\emptyset$, $R=\{h(h(a))=h(b),g(g(X,h(Y)),X)=g(g(Y,X),f(Y,X))\}$.
DESCOMPUNERE: $S=\emptyset$, $R=\{h(a)=b,g(g(X,h(Y)),X)=g(g(Y,X),f(Y,X))\}$.

Cum $h\neq b$ (operaţia unară h nu coincide cu operaţia zeroară, i.e. constanta b), se IESE CU EŞEC: r şi w **nu au unificator**.

⑤ Rezolvăm **problema de unificare** $s=t$, adică $f(h(X),g(g(X,X),h(Y)))=f(h(V),g(Z,Z))$.
INIŢIALIZARE: $S=\emptyset$, $R=\{f(h(X),g(g(X,X),h(Y)))=f(h(V),g(Z,Z))\}$.
DESCOMPUNERE: $S=\emptyset$, $R=\{h(X)=h(V),g(g(X,X),h(Y))=g(Z,Z)\}$.
DESCOMPUNERE: $S=\emptyset$, $R=\{h(X)=h(V),g(X,X)=Z,h(Y)=Z\}$.
REZOLVARE: $S=\{Z=h(Y)\}$, $R=\{h(X)=h(V),g(X,X)=h(Y)\}$.

Cum $g\neq h$ (operaţiile g şi h nu coincid), se IESE CU EŞEC: s şi t **nu unifică**.

⑥ Rezolvăm **problema de unificare** $s=u$, adică $f(h(X),g(g(X,X),h(Y)))=f(h(h(Z)),g(g(X,h(b)),h(Z)))$.
INIŢIALIZARE: $S=\emptyset$, $R=\{f(h(X),g(g(X,X),h(Y)))=f(h(h(Z)),g(g(X,h(b)),h(Z)))\}$.

DESCOMPUNERE: $S=\emptyset$, $R=\{h(X)=h(h(Z)), g(g(X,X),h(Y))=g(g(X,h(b)),h(Z))\}$.
DESCOMPUNERE: $S=\emptyset$, $R=\{X=h(Z), g(g(X,X),h(Y))=g(g(X,h(b)),h(Z))\}$.
REZOLVARE: $S=\{X=h(Z)\}$, $R=\{g(g(h(Z),h(Z)),h(Y))=g(g(h(Z),h(b)),h(Z))\}$.
DESCOMPUNERE: $S=\{X=h(Z)\}$, $R=\{g(h(Z),h(Z))=g(h(Z),h(b)), h(Y)=h(Z)\}$.
DESCOMPUNERE: $S=\{X=h(Z)\}$, $R=\{g(h(Z),h(Z))=g(h(Z),h(b)), Y=Z\}$.
REZOLVARE: $S=\{X=h(Z), Y=Z\}$, $R=\{g(h(Z),h(Z))=g(h(Z),h(b))\}$.
DESCOMPUNERE: $S=\{X=h(Z), Y=Z\}$, $R=\{h(Z)=h(Z), h(Z)=h(b)\}$.
SCOATERE: $S=\{X=h(Z), Y=Z\}$, $R=\{h(Z)=h(b)\}$.
DESCOMPUNERE: $S=\{X=h(Z), Y=Z\}$, $R=\{Z=b\}$.
REZOLVARE: $S=\{X=h(b), Y=b, Z=b\}$, $R=\emptyset$.
Cum $R=\emptyset$, se IESE CU SUCCES: s şi u **au unificatorul** $\{X/h(b), Y/b, Z/b\}$.

⑦ Rezolvăm **problema de unificare** $s=w$, adică $f(h(X), g(g(X,X),h(Y)))=f(h(b), g(g(Y,X), f(Y,X)))$.
INIŢIALIZARE: $S=\emptyset$, $R=\{f(h(X), g(g(X,X),h(Y)))=f(h(b), g(g(Y,X), f(Y,X)))\}$.
DESCOMPUNERE: $S=\emptyset$, $R=\{h(X)=h(b), g(g(X,X),h(Y))=g(g(Y,X), f(Y,X))\}$.
DESCOMPUNERE: $S=\emptyset$, $R=\{h(X)=h(b), g(X,X)=g(Y,X), h(Y)=f(Y,X)\}$.
Cum $h\neq f$ (operaţiile h şi f nu coincid), se IESE CU EŞEC: s şi w **nu unifică**.

⑧ Rezolvăm **problema de unificare** $t=u$, adică $f(h(V), g(Z,Z))=f(h(h(Z)), g(g(X,h(b)),h(Z)))$.
INIŢIALIZARE: $S=\emptyset$, $R=\{f(h(V), g(Z,Z))=f(h(h(Z)), g(g(X,h(b)),h(Z)))\}$.
DESCOMPUNERE: $S=\emptyset$, $R=\{h(V)=h(h(Z)), g(Z,Z)=g(g(X,h(b)),h(Z))\}$.
DESCOMPUNERE: $S=\emptyset$, $R=\{h(V)=h(h(Z)), Z=g(X,h(b)), Z=h(Z)\}$.
Cum $Z\in V(h(Z))$ (variabila Z apare în termenul $h(Z)$), se IESE CU EŞEC: t şi u **nu unifică**.

⑨ Rezolvăm **problema de unificare** $t=w$, adică $f(h(V), g(Z,Z))=f(h(b), g(g(Y,X), f(Y,X)))$.
INIŢIALIZARE: $S=\emptyset$, $R=\{f(h(V), g(Z,Z))=f(h(b), g(g(Y,X), f(Y,X)))\}$.
DESCOMPUNERE: $S=\emptyset$, $R=\{h(V)=h(b), g(Z,Z)=g(g(Y,X), f(Y,X))\}$.
DESCOMPUNERE: $S=\emptyset$, $R=\{h(V)=h(b), Z=g(Y,X), Z=f(Y,X)\}$.
REZOLVARE: $S=\{Z=f(Y,X)\}$, $R=\{h(V)=h(b), f(Y,X)=g(Y,X)\}$.
Cum $f\neq g$ (operaţiile binare f şi g nu coincid), se IESE CU EŞEC: t şi w **nu unifică**.

⑩ Rezolvăm **problema de unificare** $u=w$, adică $f(h(h(Z)), g(g(X,h(b)),h(Z)))=f(h(b), g(g(Y,X), f(Y,X)))$.
INIŢIALIZARE: $S=\emptyset$, $R=\{f(h(h(Z)), g(g(X,h(b)),h(Z)))=f(h(b), g(g(Y,X), f(Y,X)))\}$.
DESCOMPUNERE: $S=\emptyset$, $R=\{h(h(Z))=h(b), g(g(X,h(b)),h(Z))=g(g(Y,X), f(Y,X))\}$.
DESCOMPUNERE: $S=\emptyset$, $R=\{h(h(Z))=h(b), g(X,h(b))=g(Y,X), h(Z)=f(Y,X)\}$.
Cum $h\neq f$ (operaţiile h şi f nu coincid), se IESE CU EŞEC: u şi w **nu unifică**.

⑪ Conform celor de mai sus, perechea r şi s, perechea r şi u şi perechea s şi u unifică, iar celelalte perechi de termeni nu unifică. Aşadar, pentru ultima cerinţă a exerciţiului, avem de unificat termenii r, s şi u.

• *Prima metodă:* Pentru a unifica termenii r, s şi u, putem aplica încă o dată ALGORITMUL DE UNIFICARE, pentru a rezolva **problema de unificare** $\{r=s, s=u\}$, i.e. $\{f(h(h(a)), g(g(X,h(Y)),X))=f(h(X), g(g(X,X),h(Y))), f(h(X), g(g(X,X),h(Y)))=f(h(h(Z)), g(g(X,h(b)),h(Z)))\}$. Putem "refolosi" paşi celor două aplicări ale algoritmului de unificare pentru unificările $r=s$ şi $s=u$; putem aplica mai mulţi paşi de DESCOMPUNERE şi SCOATERE simultan, dar nu mai mulţi paşi de REZOLVARE simultan.
INIŢIALIZARE: $S=\emptyset$, $R=\{f(h(h(a)), g(g(X,h(Y)),X))=f(h(X), g(g(X,X),h(Y))), f(h(X), g(g(X,X),h(Y)))=f(h(h(Z)), g(g(X,h(b)),h(Z)))\}$.
Conform primilor doi paşi de DESCOMPUNERE din fiecare dintre unificările $r=s$ şi $s=u$, obţinem: $S=\emptyset$, $R=\{h(a)=X, g(g(X,h(Y)),X)=g(g(X,X),h(Y)), X=h(Z), g(g(X,X),h(Y))=g(g(X,h(b)),h(Z))\}$.
REZOLVARE: $S=\{X=h(a)\}$, $R=\{g(g(h(a),h(Y)),h(a))=g(g(h(a),h(a)),h(Y)), h(a)=h(Z), g(g(h(a),h(a)),h(Y))=g(g(h(a),h(b)),h(Z))\}$.

DESCOMPUNERE: $S = \{X = h(a)\}$, $R = \{g(g(h(a), h(Y)), h(a)) = g(g(h(a), h(a)), h(Y))), a = Z,$ $g(g(h(a), h(a)), h(Y)) = g(g(h(a), h(b)), h(Z))\}$.
REZOLVARE: $S = \{X = h(a), Z = a\}$, $R = \{g(g(h(a), h(Y)), h(a)) = g(g(h(a), h(a)), h(Y))), g(g(h(a), h(a)), h(Y))$ $= g(g(h(a), h(b)), h(a))\}$.

Doi paşi de DESCOMPUNERE: $S = \{X = h(a), Z = a\}$, $R = \{g(h(a), h(Y)) = g(h(a), h(a)), h(a) = h(Y),$ $g(h(a), h(a)) = g(h(a), h(b)), h(Y) = h(a)\}$.
DESCOMPUNERE: $S = \{X = h(a), Z = a\}$, $R = \{g(h(a), h(Y)) = g(h(a), h(a)), h(a) = h(Y), h(a) = h(a), h(a) =$ $h(b), h(Y) = h(a)\}$.
DESCOMPUNERE: $S = \{X = h(a), Z = a\}$, $R = \{g(h(a), h(Y)) = g(h(a), h(a)), h(a) = h(Y), h(a) = h(a), a =$ $b, h(Y) = h(a)\}$.

Cum $a \neq b$ (simbolurile de constante a şi b nu coincid), se IESE CU EŞEC: termenii r, s şi u **nu unifică**.

- *A doua metodă:* Conform celor de mai sus şi proprietăţilor ALGORITMULUI DE UNIFICARE, avem următoarele:

un cel mai general unificator pentru r şi s este substituţia $\{X/h(a), Y/a\}$, pe care o notăm $\rho : Term \rightarrow Term$,
un cel mai general unificator pentru r şi u este $\{X/h(a), Y/b, Z/a\}$,
iar **un cel mai general unificator** pentru s şi u este $\{X/h(b), Y/b, Z/b\}$, pe care îl notăm $\sigma : Term \rightarrow Term$.

Substituţiile de mai sus nu sunt **nici singurii unificatori**, **nici singurii cei mai generali unificatori** ai acestor perechi de termeni. Însă, conform definiţiei unui *cel mai general unificator*, avem că:
orice unificator pentru r şi s este o compunere a unei alte substituţii cu unificatorul ρ,
şi **orice unificator** pentru s şi u este o compunere a unei alte substituţii cu σ.

Desigur, la fel pentru r şi u şi unificatorul de mai sus.

Aşadar, dacă o substituţie $\mu : Term \rightarrow Term$ este un unificator pentru r, s şi u, atunci există substituţii $\kappa : Term \rightarrow Term$ şi $\lambda : Term \rightarrow Term$ astfel încât $\mu = \kappa \circ \rho = \lambda \circ \sigma$.

Rezultă că:
$\mu(X) = \kappa(\rho(X)) = \kappa(h(a)) = h(\kappa(a)) = h(a)$ şi
$\mu(X) = \lambda(\sigma(X)) = \lambda(h(b)) = h(\lambda(b)) = h(b)$,
de unde rezultă că $h(a) = h(b)$; avem o contradicţie, pentru că $a \neq b$ (constantele a şi b diferă), aşadar $h(a) \neq h(b)$: termenii $h(a)$ şi $h(b)$ sunt diferiţi; amintesc că termenii sunt cuvinte peste alfabetul acestui limbaj de ordinul I, aşadar doi termeni coincid ddacă sunt LITERAL IDENTICI, i.e. de aceeaşi lungime şi formaţi din aceleaşi litere.

Rezultă că nu există o substituţie μ care să unifice termenii r, s şi u, adică **nu există unificator** pentru r, s şi u, i.e. termenii r, s şi u **nu unifică**.