Programare Logică Anexă pentru Seminariile V, VI, VII

Claudia MUREŞAN cmuresan@fmi.unibuc.ro, c.muresan@yahoo.com

Universitatea din București Facultatea de Matematică și Informatică București

2019-2020, Semestrul II

- Amintesc că, pentru orice interogare:
 - eticheta rădăcinii arborelui de derivare este clauza scop formată din negațiile subscopurilor date de formule atomice din acea interogare;
 - fiecare nod al arborelui este etichetat cu clauza scop corespunzătoare scopului curent;
 - pentru fiecare nod:
 - fiii acelui nod sunt etichetați cu clauzele scop obținute prin toate derivările posibile prin rezoluție ale etichetei acelui nod cu câte o clauză Horn corespunzătoare unui fapt sau unei reguli din baza de cunoștințe;
 - pentru fiecare fiu al acelui nod, eticheta muchiei de la acel nod la acel fiu al său este formată din clauza Horn și unificatorul folosite în acea derivare prin rezoluție;
 - numai nodurile frunză etichetate cu clauza vidă □ corespund câte unei soluții întoarse de Prolog.

Pentru orice interogare și orice frunză etichetată cu clauza vidă din arborele de derivare prin rezoluție SLD corespunzător acelei interogări, dacă notăm cu μ compunerea unificatorilor din etichetele muchiilor care formează drumul de la acea frunză la rădăcină, compunere efectuată pornind de la rădăcină spre frunză, atunci:

- ullet soluția întoarsă de Prolog corespunzătoare acelei frunze este dată de valorile lui μ în variabilele din acea interogare;
- toate soluțiile interogării corespunzătoare acelei frunze sunt date de valorile lui $\sigma \circ \mu$ în variabilele din acea interogare, unde σ este o substituție arbitrară.

```
add(X,0,X).
                                                                                                                                                                                                                                                     add(succ(succ(0)), succ(succ(0)),U)
add(X, succ(Y), succ(Z)) := add(X, Y, Z).
                                                                                                                                                                                                                                                   {\begin{array}{l} add(X,Y,Z),add(X,succ(Y),succ(Z))\} & \{X/succ(succ(0)),Y/succ(0),U/succ(Z)\} & \end{add(succ(succ(0)),succ(0),Z)} \end{add(succ(succ(0)),succ(0),Z)}
?- add(succ(succ(0)), succ(succ(0)),U).
  Solutie: {U/succ(succ(succ(0))))}.
                                                                                                                                                                                                                                                  \{ \neg \operatorname{add}(\vec{x'}, \vec{x'}, \vec{z'}), \operatorname{add}(\vec{x'}, \operatorname{succ}(\vec{x'}), \operatorname{succ}(\vec{z})) \}   \{ \vec{x'} / \operatorname{succ}(\operatorname{succ}(0)), \vec{x'} / 0, \vec{z'} / \operatorname{succ}(\vec{z}) \}   \neg \operatorname{add}(\operatorname{succ}(\operatorname{succ}(0)), 0, \vec{z'}) 
                                                                                                                                                                                                                                                                                 {add(X,0,X)}
{X/succ(succ(0)),Z/succ(succ(0))}
 Să notăm cu \mu = \{X/succ(succ(0)), Y/succ(0), U/succ(Z)\} \circ
  \{X'/succ(succ(0)), Y'/0, Z/succ(Z')\} \circ \{X''/succ(succ(0)), Z'/succ(succ(0))\} = \{X'/succ(succ(0)), Z'/succ(succ(0)), Z'/succ(succ(0))\}
  \{X/succ(succ(0)), Y/succ(0), U/succ(Z)\} \circ \{X'/succ(succ(0)), Y'/0, Y'/
  Z/succ(succ(succ(0))), X''/succ(succ(0)), Z'/succ(succ(0))\} =
  \{X/succ(succ(0)), Y/succ(0), U/succ(succ(succ(succ(0))), X'/succ(succ(0)), X'/succ
   Y'/0, Z/succ(succ(succ(0))), X''/succ(succ(0)), Z'/succ(succ(0))}.
  Răspunsul dat de Prolog la interogarea de mai sus este valoarea substituției \mu în
  variabila U din scopul add(succ(succ(0)), succ(succ(0)), U):
  \mu(U) = succ(succ(succ(succ(0)))).
  Pentru orice substituție \sigma, (\sigma \circ \mu)(U) = \mu(U) = succ(succ(succ(succ(0)))), prin
```

urmare aceasta este unica soluție a interogării anterioare.

Dacă notăm cu $\nu = \{X/U, Y/0, Z/U\} \circ \{X'/U\} = \{X/U, Y/0, Z/U, X'/U\},$ atunci soluția următoarei interogări date de Prolog este $\nu(U) = U$. Pentru orice substituție σ , $(\sigma \circ \nu)(U) = \sigma(U)$ este soluție pentru această

```
interogare.
add(X,0,X).
                                                                                 add(U, succ(0), succ(U))
add(X, succ(Y), succ(Z)) := add(X, Y, Z).
                                                                                                 \{ \neg \operatorname{add}(X,Y,\mathbb{Z}), \operatorname{add}(X,\operatorname{succ}(Y),\operatorname{succ}(\mathbb{Z})) \}   \{X/U,Y/0,\mathbb{Z}/U \} 
?-add(U, succ(0), succ(U)).
Raspuns: true.
Solutie: orice substitutie.
```

Să notăm cu $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$ substituțiile corespunzătoare nodurilor frunză din următorul arbore de derivare:

```
\mu_1 = \{U/succ(succ(succ(0))), W/0, X/succ(succ(succ(0)))\};
\mu_2 = \{U/X, W/succ(Y), Z/succ(succ(0))\} \circ
\{X'/succ(succ(0)), X/succ(succ(0)), Y/0\} = \{U/succ(succ(0)), W/succ(0), Y/0\}
Z/succ(succ(0)), X'/succ(succ(0)), X/succ(succ(0)), Y/0;
\mu_3 = \{U/X, W/\operatorname{succ}(Y), Z/\operatorname{succ}(\operatorname{succ}(0))\} \circ \{X/X', Y/\operatorname{succ}(Y'), Z'/\operatorname{succ}(0)\} \circ
\{X''/succ(0), X'/succ(succ(0)), Y'/0\} = \{U/X, W/succ(Y), Z/succ(succ(0))\} \circ
\{X/\operatorname{succ}(0), Y/\operatorname{succ}(0), Z'/\operatorname{succ}(0), X''/\operatorname{succ}(0), X'/\operatorname{succ}(\operatorname{succ}(0)), Y'/0\} = \emptyset
\{U/succ(0), W/succ(succ(0)), Z/succ(succ(0)), X/succ(0), Y/succ(0), Z'/succ(0), Z'/succ(
X''/succ(0), X'/succ(succ(0)), Y'/0;
```

```
\mu_4 = \{U/X, W/\operatorname{succ}(Y), Z/\operatorname{succ}(\operatorname{succ}(0))\} \circ \{X/X', Y/\operatorname{succ}(Y'), Z'/\operatorname{succ}(0)\} \circ
              \{X'/X1, Y'/succ(Y1), Z1/0\} \circ \{X1/0, X2/0, Y1/0\} =
              \{U/X, W/\text{succ}(Y), Z/\text{succ}(\text{succ}(0))\} \circ \{X/X', Y/\text{succ}(Y'), Z'/\text{succ}(0)\} \circ
              \{X'/0, Y'/succ(0), Z1/0, X1/0, X2/0, Y1/0\} =
              \{U/X, W/succ(Y), Z/succ(succ(0))\} \circ
             \{X/0, Y/succ(succ(0)), Z'/succ(0), X'/0, Y'/succ(0), Z1/0, X1/0, X2/0, Y1/0\} = \{X/0, Y/succ(0), Z/succ(0), Z
             \{U/0, W/succ(succ(succ(0))), Z/succ(succ(0)), X/0, Y/succ(succ(0)), Z'/succ(0).
             X'/0, Y'/succ(0), Z1/0, X1/0, X2/0, Y1/0.
      add(X.0.X).
                                                                                                                                                                                                           add(U.W, succ(succ(succ(0))))
     add(X, succ(Y), succ(Z)) := add(X, Y, Z)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                              \{ \neg add(X, Y, Z), add(X, succ(Y), succ(Z)) \}
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        {U/X, W/succ(Y), Z/succ(succ(0))}
      ?-add(U,W,succ(succ(succ(0)))).
     Solutiile:
                                                                                                                        {add(X,0,X)}
                                                                                                                                                                                                                                                                          add(x, y, succ(succ(0))
         W/0, X/succ(succ(succ(0)))}
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 \{ \neg \operatorname{add}(X', Y', Z'), \operatorname{add}(X', \operatorname{succ}(Y'), \operatorname{succ}(Z')) \} 
 \{X/X', Y/\operatorname{succ}(Y'), Z'/\operatorname{succ}(0) \} 
       \{U/\operatorname{succ}(\operatorname{succ}(0))\}, / \{\operatorname{add}(X,0,X)\}
      W/03
\{X'/\text{succ}(\text{succ}(0)), X/\text{succ}(\text{succ}(0)), Y/\text{succ}(\text{succ}(0)), Y/\text{succ}(0), Y/\text{suc
                                                                                                                                                                                                                                                                          add(X',Y',succ(0))
                                                                                                                                                                                                                                                                                                               \{ \bigcap_{\text{add}} (X1,Y1,Z1), \text{add}(X1,\text{succ}(Y1),\text{succ}(Z1)) \} \\  \{X'/X1,Y'/\text{succ}(Y1),Z1/0\} 
            {U/succ(succ(0)), W/succ(0)}
                                                                                                                                      {add(X'',0,X'')
                                                       {X''/succ(0), X'/succ(0), Y'/0}.
                                                                                                                                                                                                                                                                            \neg add(X1,Y1,0)
                                                {U/succ(0), W/succ(succ(0)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                           {add(X2,0,X2)}
                                                                                                                                              {U/0, W/succ(succ(succ(0)))}
```

```
\mu_1(U) = succ(succ(succ(0))), \ \mu_1(V) = 0; 

\mu_2(U) = succ(succ(0)), \ \mu_2(V) = succ(0); 

\mu_3(U) = succ(0), \ \mu_3(V) = succ(succ(0)); 

\mu_4(U) = 0, \ \mu_4(V) = succ(succ(succ(0))).
```

Ca în cazul primei interogări de mai sus, pentru orice substituție σ și fiecare $i \in \overline{1,4}$, $(\sigma \circ \mu_i)(U) = \mu_i(U)$ și $(\sigma \circ \mu_i)(V) = \mu_i(V)$, așadar cele 4 soluții de mai sus sunt singurele soluții ale acestei interogări.

```
add(X,0,X).
                                                           add(U, 0, succ(0)), add(succ(U), U, W)
add(X, succ(Y), succ(Z)) := add(X, Y, Z) \cdot {add(X, 0, X)}
                                                                                      add(X,Y,Z),add(X,succ(Y),succ(Z))}
?-add(U,0,succ(0)), add(succ(U),U,W).
                                                         (add(X,0,X)
                                                                                        X/succ(Y), U/Y, W/succ(Z)}
                         {U/succ(0), X/succ(0)}
                                                                       add(Y, 0, succ(0)), \exists add(succ(Y), Y, Z)
                                                   U/0, W/succ(0)
                                                                                                     {add(X,0,X)}
         add(succ(succ(0))), succ(0), W)
                                       nod frunza add (0,0, succ (0))≠
\{ \neg \text{add}(X, Y, Z), \text{add}(X, \text{succ}(Y), \text{succ}(Z)) \} 
                                                                                                     X'/succ(0)
                               caruia nu ii corespunde o solutie
                                                                                  {add(X,0,X)}
    \{X' \mid succ(succ(0)), Y/0.
      W/succ(Z)
                                                         {add(X1,0,X1)
                                                                                X'/succ(0)
      add(succ(succ(0)), 0, Z)
                                          {Y/succ(0), X1/succ(0)}
                {add(x', 0, x')}
                                                                         add(succ(succ(0)).succ(0).Z)
                                                                                                       ladd(succ(Y'),0,succ(0))
                                                                       \{ \exists add (X2, Y1, Z1) \}
         (X/succ(succ(0))
                                     add(succ(succ(0)),succ(0),Z) add(X2,succ(Y1)
         Z/succ(succ(0))} { | {\text{Tadd}(X2,Y1,Z1), | } |
                                                                                                                add (succ (succ (Y')).
                                                                                            add (0.0, succ(0)) \neq
               {U/succ(0),
                                                                       succ(Z1)}
                                                                                           nod frunza carnia
                               add(X2, succ(Y1),
                                                                                           nu ii corespunde
  W/succ(succ(succ(0)))
                                succ(Z1)
                                                                      add(succ(succ(0)).0.Z1)
                                                                                                              add(X1,0,X1)
          \{X2/succ(succ(0)), Y1/0, Z/succ(Z1)\}
                                                                                                            X1/succ(succ(0))
                                                                             {add(X3,0,X3)
                          add(succ(succ(0)),0,Z1)
                                   {add(X3,0,X3)
                                                                                              add(succ(succ(0)),0,2')
                                                                                                        add(succ(0),0,succ(0))
                                                             {U/succ(0), W/succ(succ(succ(0)))}
                                                                                                        {add(X2,0,X2)
               {U/succ(0), W/succ(succ(succ(0)))}
                                                                              {add(X2,0,X2)
                                                  {X2/succ(succ(0)),Z'/succ(succ(0))
                                                                                            (U/succ(0), W/succ(succ(succ(0))))
                                                             (U/succ(0).W/succ(succ(succ(0)))
```

```
Notăm cu \nu_1 și \nu_2 substituțiile corespunzătoare primelor două noduri frunză de
mai sus etichetate cu clauza vidă □:
\nu_1 = \{U/\operatorname{succ}(0), X/\operatorname{succ}(0)\} \circ \{X'/\operatorname{succ}(\operatorname{succ}(0)), Y/0, W/\operatorname{succ}(Z)\} \circ
\{X''/succ(succ(0)), Z/succ(succ(0))\} =
\{U/\operatorname{succ}(0), X/\operatorname{succ}(0)\} \circ \{X'/\operatorname{succ}(\operatorname{succ}(0)), Y/0, W/\operatorname{succ}(\operatorname{succ}(\operatorname{succ}(0)))\} \circ
\{X''/succ(succ(0)), Z/succ(succ(0))\} =
\{U/\operatorname{succ}(0), X/\operatorname{succ}(0), X'/\operatorname{succ}(\operatorname{succ}(0)), Y/0, W/\operatorname{succ}(\operatorname{succ}(\operatorname{succ}(0)))\} \circ
\{X''/succ(succ(0)), Z/succ(succ(0))\}:
\nu_2 = \{X/\operatorname{succ}(Y), U/Y, W/\operatorname{succ}(Z)\} \circ \{Y/\operatorname{succ}(0), X1/\operatorname{succ}(0)\} = \{X/\operatorname{succ}(Y), U/Y, W/\operatorname{succ}(Z)\} \circ \{Y/\operatorname{succ}(X), U/Y, W/\operatorname{succ}(X)\} \circ \{Y/\operatorname{succ}(X), U/Y, W/\operatorname{su
\{X/succ(succ(0)), U/succ(0), W/succ(Z)\} \circ \{Y/succ(0), X1/succ(0)\}.
Pentru orice substituție \sigma și fiecare i \in \{1, 2\}, (\sigma \circ \nu_i)(U) = \nu_i(U) = succ(0) c si
(\sigma \circ \nu_i)(W) = \nu_i(W) = \operatorname{succ}(\operatorname{succ}(\operatorname{succ}(0))).
La fel pentru celelelalte noduri frunză etichetate cu □: se obține unica soluție:
\{U/succ(0), W/succ(succ(succ(0)))\}.
Observați nodurile a căror etichetă nu e 

, dar nu admite alte derivări prin
rezoluție, deci și acestea sunt noduri frunză, dar nu corespund unei soluții; de
```

întrucât clauza scop $\{\neg add(0,0,succ(0))\}$ nu admite derivări prin rezoluție:

• nici cu clauza Horn $\{add(X,0,X)\}$ corespunzătoare faptului din baza de cunoștințe, pentru că add(0,0,succ(0)) și add(X,0,X) nu unifică, întrucât 0 nu unifică cu succ(0);

exemplu, în arborele de mai sus, avem o frunză etichetată cu $\neg add(0,0,succ(0))$,

Claudia MUREȘAN (Universitatea din București)

4 D > 4 A > 4 B > 4 B

• nici cu clauza Horn $\{\neg add(X,Y,Z), add(X,succ(Y),succ(Z))\}$ corespunzătoare regulii din baza de cunoștințe, pentru că add(0,0,succ(0)) și add(X,succ(Y),succ(Z)) nu unifică, întrucât 0 nu unifică cu succ(Y).

Teoretic, aplicarea clauzei Horn corespunzătoare regulii din baza de cunoștințe ar putea continua la infinit. Înterpretorul Prologului, însă, are implementată o strategie de evaluare a conjuncțiilor: acestea sunt evaluate de la stânga la dreapta; la interogarea de mai sus, Prologul satisface mai întâi subscopul add(U,0,succ(0)), în unicul mod posibil, anume aplicând rezoluție între clauza scop $\{\neg add(U,0,succ(0))\}$ și clauza Horn $\{add(X,0,X)\}$ corespunzătoare faptului din această bază de cunoștinte, apoi aplică substituția $\{U/succ(0)\}$ celuilalt subscop, care devine astfel add(succ(succ(0)),succ(0),W) și e satisfăcut într–un număr finit de pași, cu unica soluție $\{W/succ(succ(succ(0)))\}$. Dacă, însă, inversăm subscopurile, și dăm interogarea:

?- add(succ(U), U, W), add(U, 0, succ(0)).

atunci Prologul întoarce soluția: U = succ(0), W = succ(succ(succ(0))), iar, dacă mai cerem soluții, atunci căutarea **depth first** realizată cu algoritmul **backward chaining** rulează la infinit.