

## Tema 3

### Exercițiul 1

Calculați  $\mathbb{P}(X < \mathbb{E}[X])$  știind că  $X$  este o variabilă aleatoare repartizată binomial cu  $X \notin \mathbb{N}$  și  $\mathbb{E}[X] = 2\text{Var}[X]$ .

### Exercițiul 2

Fie  $E$  o populație cu  $N$  indivizi dintre care  $N_1$  sunt de tipul  $T$ . Efectuăm extrageri succesive, fără întoarcere, din  $E$  până obținem  $n$ ,  $1 \leq n \leq N_1$ , indivizi de tipul  $T$  și notăm cu  $Z$  variabila aleatoare care reprezintă numărul de extrageri necesare. Determinați repartiția lui  $Z$ ,  $\mathbb{E}[Z]$  și  $\text{Var}[Z]$ .

### Exercițiul 3

Fie  $X$  și  $Y$  două v.a. independente repartizate Poisson de parametri  $\lambda$  și respectiv  $\mu$ . Determinați legea (repartiția) condiționată a lui  $X$  la  $X + Y = n$ .

### Exercițiul 4

Numărul de clienți care intră în magazinul Unirea pe durata unei zile este o v.a. de medie 50. Suma cheltuită de fiecare dintre clienții magazinului poate fi modelată ca o v.a. de medie 30 RON. Presupunem că sumele cheltuite de clienți, ca v.a., sunt independente între ele și independente de numărul total de clienți care intră în magazin într-o zi dată. Care este media cifrei de afaceri a magazinului în ziua considerată ?

### Exercițiul 5

Știm că într-un lot de 5 tranzistori avem 2 care sunt defecti. Tranzistorii sunt testați, unul cate unul, până cand cei doi tranzistori au fost identificați. Fie  $N_1$  numărul de teste pentru identificarea primului tranzistor defect și  $N_2$  numărul de teste suplimentare pentru identificarea celui de-al doilea tranzistor defect. Scrieți un tablou în care să descrieți legea cuplului  $(N_1, N_2)$ . Calculați  $\mathbb{E}[N_1]$  și  $\mathbb{E}[N_2]$ .

### Exercițiul 6

Tabloul următor reprezintă legea cuplului  $(X, Y)$ : unde putem considera că  $X$  este numărul de copii dintr-o familie și  $Y$  este numărul de televizoare din acea familie (am considerat numai familii cu 1 – 3 copii și cu 1 – 3 televizoare).

$X \backslash Y$	1	2	3
1	0.22	0.11	0.02
2	0.2	0.15	0.1
3	0.06	0.07	0.07

Determinați:

- Legile marginale ale lui  $X$  și respectiv  $Y$ .
- Media și varianța lui  $X$  și respectiv  $Y$ .

- c) Coeficientul de corelație dintre  $X$  și  $Y$ .
- d) Legea condiționată a lui  $X$  la  $Y = 2$  și respectiv legea condiționată a lui  $Y$  la  $X = 2$ .
- e) Media și varianța acestor legi condiționate.

## Exercițiul 7

Fie  $(X, Y)$  un cuplu de variabile aleatoare (vector aleator) a cărui repartiție este:

$X \backslash Y$	2	4	6
0	0.1	0.2	0.1
1	0.1	0.1	0.1
2	0.1	0.1	0
3	0.05	0	0.05

- a) Calculați  $\mathbb{E}[Y]$  și  $Var(Y)$ .
- b) Determinați repartiția v.a.  $\mathbb{E}[Y|X]$  și  $Var(Y|X)$ .
- c) Verificați formula varianței condiționate:

$$Var(Y) = \mathbb{E}[Var(Y|X)] + Var(\mathbb{E}[Y|X]).$$