18.10.2016

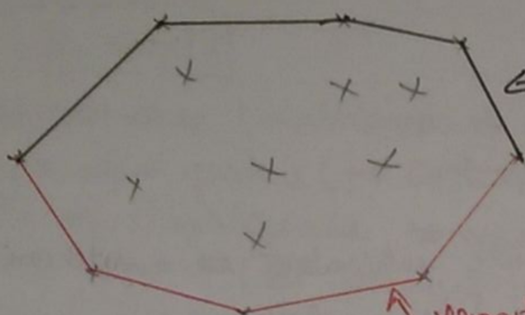
CURS 3

GEOMETRIE COMPUTAȚIONALĂ

GRAHAM'S SCAN – varianta ANDREW

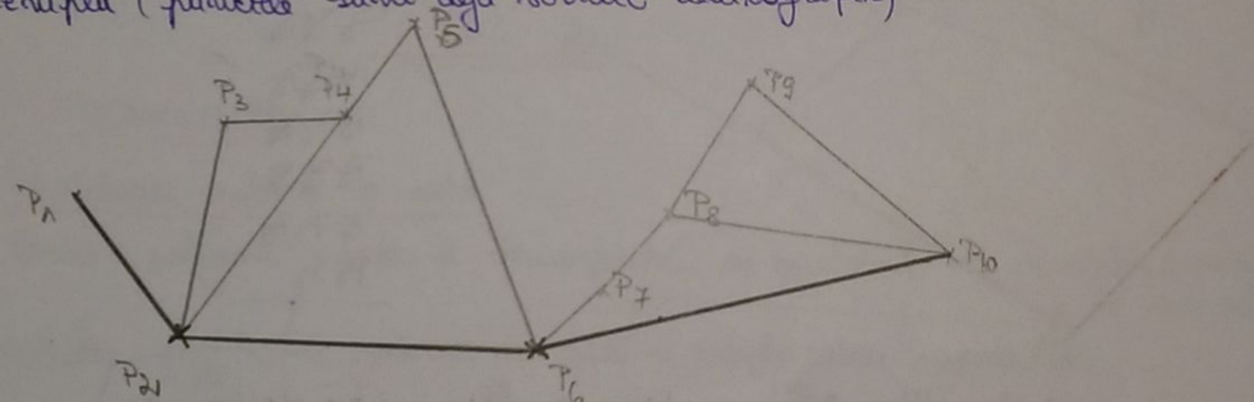
→ **Sortarea lexicografică** (≃ sortarea după unghiul polar atunci când alegem polul la $-\infty$ de-a lungul axei Oy)

→ se determină punctele „cel mai mic" și „cel mai mare"



→ Principiu de lucru e același ca la Graham's scan (doar virajele la stânga)

Exemplu (punctele sunt deja sortate lexicografic)



$P_1 P_2 \cancel{P_3} P_4$

$P_1 \underbrace{P_2 \cancel{P_4} P_5}_{\text{coliniare}}$

$P_1 P_2 \cancel{P_5} P_6$

$P_1 P_2 P_6 \cancel{P_7} \cancel{P_8} \cancel{P_9} P_{10}$

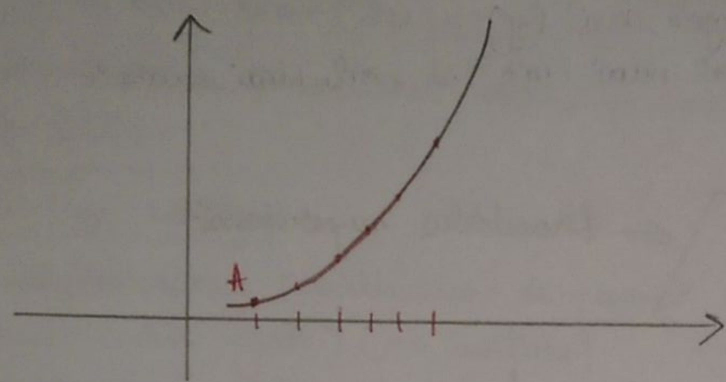
$\Downarrow$

$P_1 P_2 P_6 P_{10}$

TEOREMĂ Problema sortării poate fi transformată, în timp liniar, în problema acoperirii convexe.

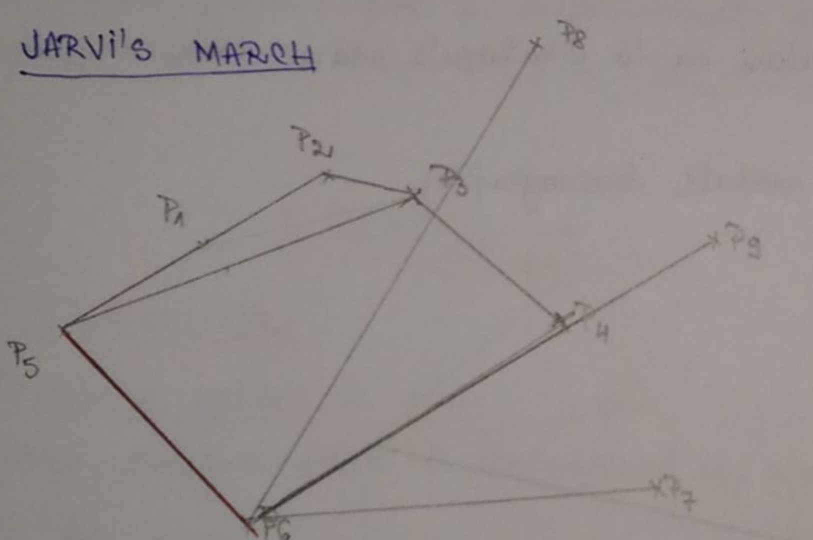
dem: Fie $x_1, x_2, \dots, x_n > 0$ (neapărat ordonate)

Se consideră parabola $y = x^2$ și punctele $A_i = (x_i, x_i^2)$ $(i = 1, \dots, n)$ pe această parabolă.



A sorta numerele $x_1, x_2, \dots, x_n$ este echivalent cu a determina frontiera acoperirii convexe pentru $\{A_1, \dots, A_n\}$

<u>JARVIS MARCH</u>



prin convenție P_1 e „mai la stânga”

$P_5 \cancel{P_1} \cancel{P_2}$

$P_5 \cancel{P_2} P_3$

$P_5 \cancel{P_3} P_4$

$P_5 \cancel{P_4} P_6$

$P_5 P_6 \cancel{P_7}$

$P_5 P_6 \cancel{P_8}$

$P_5 P_6 \cancel{P_9}$

$P_5 P_6$

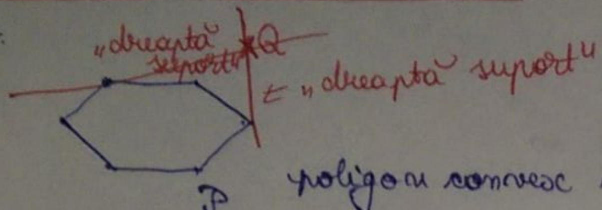
P_5 „cel mai la stânga” → aparține frontierei („inițializare”)

↳ succesorul lui P_5 este P_6 deoarece muchia P_5P_6 este „cea mai la dreapta”, adică toate celelalte puncte sunt în stânga sa.

Exercițiu: P_5P_6 → care sunt pașii efectuați pentru a determina succesorul lui P_6?

ALGORITM "DIVIDE ET IMPERA"

OBS:



poligon convex cu n puncte

Se cere Conv (P ∪ {Q}) ← frontiera acoperirii convexe

• Determinarea frontierei acoperirii convexe pentru P∪{Q} se face în timp $O(n)$.

IDEE (pe scurt)

→ preprocesarea (mulțimea de puncte este împărțită în jumătăți aproximativ egale) (→ Sortare)
→ date două poligoane convex P_1 și P_2, având n_1 respectiv n_2 puncte, „dreptele suport" (au proprietatea că toate punctele poligoanelor sunt de aceeași parte) pot fi determinate cu un algoritm de complexitate $O(n_1+n_2)$, $n_1 = \#P_1$, $n_2 = \#P_2$ $\Rightarrow$ complexitate $O(n \log n)$

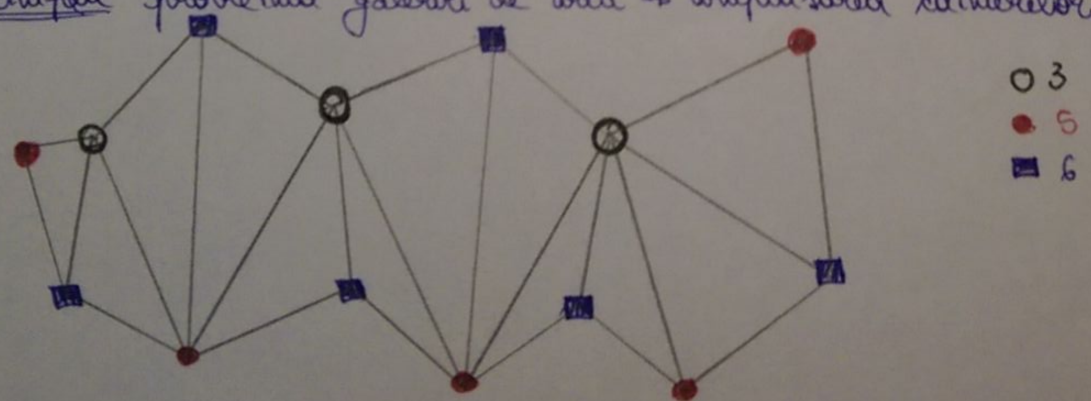
CAPITOL 2

TRIANGULĂRI

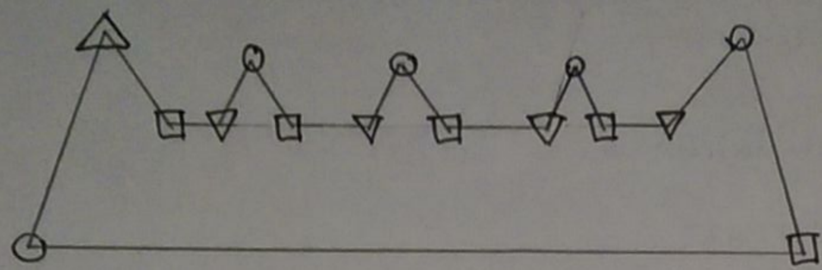
• Problema galeriei de artă

Orice poligon poate fi triangulat cu ajutorul diagonalelor (mai multe în cursul viitor)

Exemplu problema galeriei de artă → amplasarea camerelor



TEOREMA GALERIEI DE ARTĂ: Uneori sunt necesare $\left[\frac{n}{3}\right]$ camere



• Întotdeauna suficiente

notăm cu n_1, n_2, n_3 nr. de vârfuri colorate cu cele 3 culori: $n_1+n_2+n_3=n$

Pp. abs. $n_1 > \left[\frac{n}{3}\right] \Rightarrow n_1 > \frac{n}{3}$ (propr. părții întregi)

$n_2 > \left[\frac{n}{3}\right] \Rightarrow n_2 > \frac{n}{3}$

$n_3 > \left[\frac{n}{3}\right] \Rightarrow n_3 > \frac{n}{3}$

$n_1+n_2+n_3 > n$