

Tema 3

Exercițiul 1

Fie E o populație cu N indivizi dintre care N_1 sunt de tipul T . Efectuăm extrageri succesive, fără întoarcere, din E până obținem n , $1 \leq n \leq N_1$, indivizi de tipul T și notăm cu Z variabila aleatoare care reprezintă numărul de extrageri necesare. Determinați repartiția lui Z , $\mathbb{E}[Z]$ și $Var[Z]$.

Exercițiul 2

Fie X și Y două v.a. independente repartizate Poisson de parametri λ și respectiv μ . Determinați legea (repartiția) condiționată a lui X la $X + Y = n$.

Exercițiul 3

Numărul de clienți care intră în magazinul Unirea pe durata unei zile este o v.a. de medie 50. Suma cheltuită de fiecare dintre clienții magazinului poate fi modelată ca o v.a. de medie 30 RON. Presupunem că sumele cheltuite de clienți, ca v.a., sunt independente între ele și independente de numărul total de clienți care intră în magazin într-o zi dată. Care este media cifrei de afaceri a magazinului în ziua considerată ?

Exercițiul 4

Știm că într-un lot de 5 tranzistori avem 2 care sunt defecti. Tranzistorii sunt testați, unul câte unul, până când cei doi tranzistori au fost identificați. Fie N_1 numărul de teste pentru identificarea primului tranzistor defect și N_2 numărul de teste suplimentare pentru identificarea celui de-al doilea tranzistor defect. Scrieți un tablou în care să descrieți legea cuplului (N_1, N_2) . Calculați $\mathbb{E}[N_1]$ și $\mathbb{E}[N_2]$.

Exercițiul 5

Tabloul următor reprezintă legea cuplului (X, Y) : unde putem considera că X este numărul de copii dintr-o familie și Y este numărul de televizoare din acea familie (am considerat numai familii cu 1 – 3 copii și cu 1 – 3 televizoare).

$X \backslash Y$	1	2	3
1	0.22	0.11	0.02
2	0.2	0.15	0.1
3	0.06	0.07	0.07

Determinați:

- Legile marginale ale lui X și respectiv Y .
- Media și varianța lui X și respectiv Y .
- Coeficientul de corelație dintre X și Y .
- Legea condiționată a lui X la $Y = 2$ și respectiv legea condiționată a lui Y la $X = 2$.
- Media și varianța acestor legi condiționate.

Exercițiul 6

Fie (X, Y) un cuplu de variabile aleatoare (vector aleator) a cărui repartiție este:

$X \backslash Y$	2	4	6
0	0.1	0.2	0.1
1	0.1	0.1	0.1
2	0.1	0.1	0
3	0.05	0	0.05

- a) Calculați $\mathbb{E}[Y]$ și $Var(Y)$.
- b) Determinați repartiția v.a. $\mathbb{E}[Y|X]$ și $Var(Y|X)$.
- c) Verificați formula varianței condiționate:

$$Var(Y) = \mathbb{E}[Var(Y|X)] + Var(\mathbb{E}[Y|X]).$$