Tehnici de Optimizare

Tema 3 - 341

1. Fie urmă toarea problemă de optimizare constrânsă:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} \; f(x) = x_1^4 + x_1 x_2 + (1 + x_2)^2$$
$$\text{s.l.} \;\; x \in Q$$

Calculaţi explicit primele 2 iteraţii ale Metodei Gradient Proiectat cu pas constant 1, în următoarele situaţii:

2p a) $Q = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid 2x_1 + 3x_2 = 1\}$

2p b) $Q = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid 2^{\|x\|} \leq 2\}$

2p c) Este problema convexă când $Q = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid \min\{x_1^2, x_2^2\} \geq 1\}$?

Indicatie: Reamintim că o problemă de optimizare este convexă dacă funcţia obiectiv este convexă şi mulţimea fezabilă este convexă. La punctele b) şi c), simplificaţi formularea lui Q pentru a obţine o mulţime convexă simplă.

2. Implementaţi Metoda Gradient Proiectat pentru rezolvarea următoarei probleme:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} \; (x_1 - 2)^4 + (x_1 - 2x_2)^2$$
$$\text{s.l.} \;\; x \in Q = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid \|x\| \leq 2\}$$

2p a) În variantele: (i) cu pas ales prin backtracking; (ii) cu pas constant (ales arbitrar).

2p b) Trasaţi 2 figuri pentru a compara performanţa metodelor de la punctul a). În fiecare dintre cele două figuri vor aparea 2 curbe de convergenţă 2D: prima pentru MGP cu pas constant, iar a doua MGP cu pas backtracking. Prima figură va indica pe axa Ox contorul iteraţiilor (notat k), iar pe Oy valorile distanţei $f(x^k) - f^*$. În a doua figură axa Oy va indica valorile $\|\nabla f(x^k)\|$ (vezi exemplul din enunţul Temei 2).

Indicaţii :

1. Criterii oprire pentru algoritmi: $f(x^k) - f^* \leq \epsilon$ sau $\|\nabla f(x^k)\| \leq \epsilon$.

Observaţii generale::

- Tema va cuprinde: un fişier cu rezolvarea problemei 1 (Word, Latex etc.) şi un fişier Python cu rezolvarea problemei 2 (utilizaţi comentariile pentru explicaţii).
- Nume fişier (arhiva): Grupa_Nume_Prenume_NrTema
- Termen: 09.04.2021