Tehnici de Optimizare

Tema 2 - 341

1. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, f(x) = x_1^4 + x_1 x_2 + (1 + x_2)^2$

2p a) Care sunt minimele locale ale funţiei f?

2p b) Pentru un minim local x^* ales arbitrar, calculaţi $\sigma > 0$ astfel încât $\nabla^2 f(x^*) \succeq \sigma I_2$.

2p c) Calculaţi explicit prima iteraţie a metodei Newton cu pas $\alpha = 1$, pornind din $x^0 = [0 \ \ 0]^T$.

Indicatie: In cazul in care $\nabla^2 f(x^*)$ este pozitiv definita, atunci $\nabla^2 f(x^*) \succeq \sigma I_2$ are loc cu $\sigma = \lambda_{\min}(\nabla^2 f(x^*))$, deci σ este valoarea proprie minima a matricii Hessiene.

2. Alegeţi o problemă de optimizare neconstrânsă (minim 2 variabile de căutare).

2p a) Pentru rezolvarea problemei, implementaţi metoda Newton: (i) cu pas ales prin backtracking; (ii) cu pas constant.

2p b) Trasaţi 2 figuri pentru a compara performanţa metodelor de la punctul a). În fiecare dintre cele două figuri vor aparea 2 curbe de convergenţă 2D: prima pentru MN cu pas constant, iar a doua MN cu pas backtracking. Prima figură va indica pe axa Ox contorul iteraţiilor (notat k), iar pe Oy valorile distanţei $f(x^k) - f^*$. În a doua figură axa Oy va indica valorile $\|\nabla f(x^k)\|$ (vezi exemplul de pe ultima pagină).

Indicaţii :

1. Aveţi un exemplu de figura de mai jos (ultima pagină).
2. Criterii oprire pentru algoritmi: $f(x^k) - f^* \leq \epsilon$ sau $\|\nabla f(x^k)\| \leq \epsilon$.

Observaţii generale::

- Tema va cuprinde: un fişier cu rezolvarea problemei 1 (Word, Latex etc.) şi un fişier Python cu rezolvarea problemei 2 (utilizaţi comentariile pentru explicaţii).
- Nume fişier (arhiva): Grupa_Nume_Prenume_NrTema
- Termen: 22.03.2021

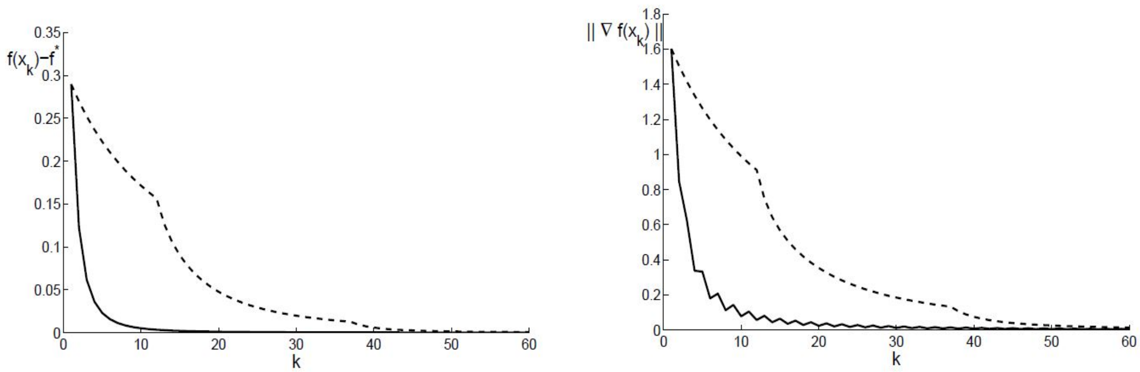

Figura 3.2: *Comparaţia convergenţei variantelor metodei gradient (cu criteriul $f(x_k) - f^*$ în prima figură şi cu criteriul $\|\nabla f(x_k)\|$ în a doua), pentru pas ideal (linie continuă) şi pas obţinut prin backtracking (linie punctată).*