Principe de la spectroscopie de masse

1) Mouvement des cations dans la chambre d'accélération

1) Les cations sont soumis à la force électrique. $\vec{F} = q\vec{E}$ avec $q > 0$. pour être accélérés de P à P', ils doivent donc être soumis à une force dirigée de P à P' et puisque $q > 0$, le champ électrique doit être de même sens.

2) $m_1 = m(^{12}C) + 2m(O)$ donc $m_1 = 12\,u + 2 \times 16\,u = 44\,u$. AN $m_1 = 44 \times 1{,}66 \times 10^{-27}$ $\boxed{m_1 = 7{,}30 \times 10^{-26}\ kg.}$ Le même raisonnement conduit à $m_2 = 13\,u + 2 \times 16\,u = 45\,u$
AN $m_2 = 45 \times 1{,}66 \times 10^{-27} = \boxed{7{,}47 \times 10^{-26}\ kg = m_2}$

3) $\dfrac{\|\vec{P}\|}{\|\vec{F_e}\|} = \dfrac{mg}{eE} = \dfrac{mgd}{eU}$ puisque $\boxed{E = \dfrac{U}{d}}$

AN $\dfrac{\|\vec{P}\|}{\|\vec{F_e}\|} = \dfrac{7{,}47 \times 10^{-26} \times 9{,}81 \times 0{,}5}{1{,}6 \times 10^{-19} \times 3{,}9 \times 10^{3}} = 5{,}9 \times 10^{-10}$ Le poids est donc bien négligeable comparé à la force électrique.

Remarque inutile de faire le calcul pour les deux types de cations. Il suffit de le faire pour le plus lourd.

4) * Système = {cation}
Interaction : Action de $\vec{E}$ sur le système. $\vec{F} = e\vec{E}$
Référentiel du laboratoire considéré galiléen.
Deuxième loi de Newton : $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} = e\vec{E}$. avec $\vec{p} = m\vec{v}$. $m = cte$ donc $m\dfrac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E}$
et $\boxed{\dfrac{d\vec{v}}{dt} = \dfrac{e}{m}\vec{E}}$

On projette dans le repère $(F, \vec{i})$ où $\vec{i}$ est un vecteur unitaire de l'axe (Ox). (Le mouvement étant à 1 dimension) : $\boxed{\dfrac{dv_x}{dt} = \dfrac{eE}{m}}$

$\Rightarrow v_x(t) = \dfrac{eE}{m}t + A$ Comme $v_x(0) = 0 = A$, $\boxed{v_x(t) = \dfrac{eE}{m}t}$. Comme $v_x(t) = \dfrac{dx(t)}{dt}$,
$x(t) = \dfrac{1}{2}\dfrac{eE}{m}t^2 + B$. Dans $(F, \vec{i})$, $x(0) = 0 = B$. Finalement $\boxed{x(t) = \dfrac{1}{2}\dfrac{eEt^2}{m}}$

* On cherche maintenant la vitesse au point O, distant de d mètres de F. À quelle date parvient-on en O ? $d = \dfrac{1}{2}\dfrac{eE}{m}t_0^2 \Leftrightarrow t_0 = \sqrt{\dfrac{2md}{eE}}$
Finalement $v_x(t_0) = v_0 = \dfrac{eE}{m}t_0 = \dfrac{eE}{m}\sqrt{\dfrac{2md}{eE}} = \boxed{\sqrt{\dfrac{2eEd}{m}} = v_0}$. Comme $Ed = U$ $\boxed{v_0 = \sqrt{\dfrac{2eU}{m}}}$

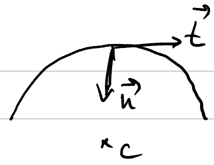
* Pour le cation 1 : $\boxed{v_{01} = \sqrt{\dfrac{2eU}{m_1}}}$

* Pour le cation 2 : $\boxed{v_{02} = \sqrt{\dfrac{2eU}{m_2}}}$

5) AN $v_{01} = \sqrt{\dfrac{2 \times 1{,}6 \times 10^{-19} \times 3{,}9 \times 10^{3}}{7{,}30 \times 10^{-26}}} = 1{,}3 \times 10^{5}\ m/s$ Pour le cation le plus léger, c'est à dire le plus rapide.

On considère qu'il faut prendre en compte la relativité restreinte lorsque les vitesses sont supérieures à 1/10 de la célérité de la lumière.

2) Mouvement des cations dans la chambre de déviation

1) 

Repère de Frenet repère mobile dont l'origine coïncide avec le mobile et dont la base est constituée (dans le plan) des vecteurs unitaires $\vec{t}$ (tangent à la trajectoire) et $\vec{n}$ (centripète).

Dans le repère de Frenet $\boxed{\vec{v} = v\vec{t}}$ et $\boxed{\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{t} + \frac{v^2}{r}\vec{n}}$

2) $\vec{F}_L$ a pour valeur $F_L = q_i v_i B$ et est centripète, donc $\boxed{\vec{F}_L = q_i v_i B\,\vec{n}}$

3) Deuxième loi de Newton : $m_i\vec{a}_i = q_i v_i B\vec{n} \Leftrightarrow \frac{dv_i}{dt}\vec{t} + \frac{v_i^2}{r_i}\vec{n} = \frac{q_i v_i B}{m_i}\vec{n}$

Par identification, on obtient $\boxed{\frac{dv_i}{dt} = 0}$ le mouvement est uniforme.

4) Toujours par identification $\frac{v_i^2}{r_i} = \frac{q_i v_i B}{m_i} \Leftrightarrow r_i = \frac{m_i v_i}{q_i B} = \frac{m_i v_i}{eB}$ puisque la charge est identique pour les deux ions.

Comme la vitesse est uniforme dans cette portion du dispositif $v_i = v_{0i} = \sqrt{\frac{2eU}{m_i}}$ (cf. 1.4)

et $r_i = \frac{m_i}{eB}\sqrt{\frac{2eU}{m_i}} = \boxed{\sqrt{\frac{2m_iU}{eB^2}} = r_i}$

5) $R_1 = \sqrt{\frac{2\times 7{,}30\times10^{-26}\times 3{,}9\times10^{3}}{1{,}6\times10^{-19}\times 0{,}12^2}} = 0{,}497$ m

$R_2 = \sqrt{\frac{2\times 7{,}47\times10^{-26}\times 3{,}9\times10^{3}}{1{,}6\times10^{-19}\times 0{,}12^2}} = 0{,}505$ m

6) Dans l'expression du rayon de courbure de la trajectoire la masse et la charge électrique apparaissent. Plus la masse est grande, plus le rayon de courbure est grand, plus la charge électrique est grande, plus le rayon de courbure est petit.

7) Puisqu'il n'existe plus aucun champ électrique (et puisque le poids est négligeable), les ions peuvent être considérés isolés. Leur mouvement est rectiligne et uniforme.

3) Détermination du temps de vol

1) $\Delta t_i = \Delta t_{i1} + \Delta t_{i2}$ avec Δt_{i1} la durée de la 1ère phase et Δt_{i2} la durée de la 2nde phase. À la question 1.4 on a montré que $\Delta t_{i1} = \sqrt{\frac{2m_i d}{q_i E}} = \boxed{d\sqrt{\frac{2m_i}{q_i U}} = \Delta t_{i1}}$ puisque $E = \frac{U}{d}$

Δt_{i2} est la durée pour parcourir un demi-cercle à la vitesse constante v_i, donc $\Delta t_{i2} = \frac{\pi r_i}{v_i}$

$\Delta t_{i2} = \frac{\pi r_i}{v_{i0}} = \pi r_i\sqrt{\frac{m_i}{2q_iU}} = \pi\sqrt{\frac{2m_iU}{q_iB^2}}\sqrt{\frac{m_i}{2q_iU}} = \boxed{\frac{\pi m_i}{q_iB} = \Delta t_{i2}}$

2) $\Delta t_1 = 0{,}5\times\sqrt{\frac{2\times7{,}30\times10^{-26}}{1{,}6\times10^{-19}\times3{,}9\times10^{3}}} + \frac{\pi\times7{,}30\times10^{-26}}{1{,}6\times10^{-19}\times0{,}12} = 1{,}96\times10^{-5}$ s

$\Delta t_2 = 0{,}5\times\sqrt{\frac{2\times7{,}47\times10^{-26}}{1{,}6\times10^{-19}\times3{,}9\times10^{3}}} + \frac{\pi\times7{,}47\times10^{-26}}{1{,}6\times10^{-19}\times0{,}12} = 2{,}00\times10^{-5}$ s

3) Non seulement les ions n'arrivent pas au même endroit, ils n'arrivent pas en même temps. Le plus léger arrive le premier.