

## DS N° 1 DE NSI

**Exercice 1. (Développement en série de la fonction sinus)**

En mathématique, une série numérique est définie par sommation à partir d'une suite numérique. On peut se servir de séries numériques pour approximer la valeur des fonctions en un point de leur ensemble de définition.

On peut ainsi évaluer numériquement la fonction sinus en un point  $x$  de son domaine de définition à partir du développement en série suivant :

$$\sin(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

Un élève écrit le code suivant pour effectuer le calcul indiqué ci-dessus (ce code est correct) :

```
def factorielle(n: int) -> int:
    """ Détermine la factorielle du nombre n.

    >>> factorielle(3)
    6
    >>> factorielle(10)
    3628800
    """
    fact = 1

    for i in range(1, n + 1):
        fact *= i

    return fact

def sinus(x: float, N: int) -> float:
    """ Détermine le développement en série de la fonction sinus en x.
    >>> sinus(3.1416/2, 10)
    0.999999999932534
    >>> sinus(0, 10)
    0.0
    """
    sinus = 0
    n = 0
    while True:
        sinus += (-1)**n * x**(2 * n + 1) / factorielle(2 * n + 1)
        if n == N:
            break
        else:
            n += 1

    return sinus
```

Dans le programme précédent :

1. Quel est le type de la valeur retournée par la fonction `sinus` ?
2. Que représente le type `int` en Python ?
3. Que réalise l'instruction `fact = 1` dans le corps de la fonction `factorielle` ?
4. Quelles opérations réalise Python lorsqu'il exécute l'instruction : `n += 1` ? (En donner au moins 3)
5. Quelle est la différence entre la structure `while` et la structure `for` ? Comment s'appellent ces structures ?
6. Afficher l'ensemble des valeurs prises par la variable `i` lorsque la variable `n` vaut 4.
7. Quelle valeur retourne la fonction `factorielle` lorsqu'on l'appelle avec l'argument 4 ?
8. À quoi sert le paramètre `N` de la fonction `sinus` ?
9. Quel est le rôle de la variable `n` dans la fonction `sinus` ?
10. Quel est le type de la valeur renvoyée par l'instruction `n == N` ?
11. À quoi sert l'instruction `break` ?
12. Le bloc

```
n = 0
while True:
    .....
    if n == N:
        break
    else:
        n += 1
```

est correct mais maladroit. Après analyse de son fonctionnement, l'écrire sous une forme plus « conventionnelle » :

- a. En conservant le mot-clé `while` ;
- b. En utilisant le mot-clé `for`.

## Exercice 2. (Aire d'un triangle)

On trouve, dans un vieil ouvrage de mathématique, le théorème suivant :

*L'aire  $A$  d'un triangle quelconque de côtés  $a$ ,  $b$  et  $c$  est telle que*  
$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \text{ avec } s = (a+b+c)/2.$$

On peut reformuler ce théorème de la façon suivante :

*Étant donné un triangle quelconque de côtés  $a$ ,  $b$  et  $c$ , en nommant  $s$  la valeur  $(a+b+c)/2$ , son aire est égale à  $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ .*

Écrire le code Python du corps de la fonction `aire_triangle` dont la spécification est :

```
def aire_triangle(a: float, b: float, c: float) -> float:
    """
    Détermine l'aire du triangle par la méthode trouvée dans le vieux livre de
    mathématiques.

    >>> aire_triangle(2, 4, 4)
    3.872983346207417
    """
```

### Exercice 3. (Timbre poste)

On trouvait, sur le site web de la Poste, le tableau suivant (au 1<sup>er</sup> octobre 2011) donnant le tarif du timbre poste à poser sur une lettre, en fonction de son type et de sa masse (valeur incluse) :

Poids jusqu'à	Lettre verte	Lettre prioritaire	Ecopli
20 g	0,57 €	0,60 €	0,55 €
50 g	0,95 €	1,00 €	0,78 €
100 g	1,40 €	1,45 €	1,00 €

Écrire le code Python du corps de la fonction `prix_timbre` dont la spécification est :

```
def prix_timbre(masse: float, type: str) -> float:
    """ Retourne le prix du timbre poste en fonction du type de la lettre et de sa
    masse. Retourne -1 si la masse est supérieure à 100 g.

    >>> prix_timbre(20, "Lettre prioritaire")
    0.6
    >>> prix_timbre(38, "Ecopli")
    0.78
    >>> prix_timbre(138, "Ecopli")
    -1
    >>> prix_timbre(95, "Lettre verte")
    1.4
    """
```