Modèle utilisé

Hypothèses * $M_S \gg M_T$ donc barycentre des deux corps se trouve en S

* Terre et L_2 ont un mvt circulaire et sont synchrones.

Point L_2 et T sont synchronisés, donc

$$\omega_{L_2} = \omega_T$$

$$\Leftrightarrow \frac{V_{L_2}}{R_T+d} = \frac{V_T}{R_T} \quad (1)$$

Mvt circulaires $\Rightarrow$ uniformes $\Rightarrow a_T = \frac{V_T^2}{R_T}$

et $a_{L_2} = \frac{V_{L_2}^2}{R_T+d}$

$$(1) \Rightarrow \frac{\sqrt{(R_T+d)\,a_{L_2}}}{R_T+d} = \frac{\sqrt{R_T\,a_T}}{R_T}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\frac{a_{L_2}}{R_T+d}} = \sqrt{\frac{a_T}{R_T}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{a_{L_2}}{R_T+d} = \frac{a_T}{R_T} \Leftrightarrow \frac{a_{L_2}}{1+\frac{d}{R_T}} = a_T \quad (2)$$

Hypothèse supplémentaire : $\frac{d}{R_T} \ll 1$

$$\Rightarrow a_{L_2} = a_T \Leftrightarrow \vec{g}(L_2) = \vec{g}(T)$$

or $\vec{g}(T) = \vec{g}_S(T)$ et $\vec{g}(L_2) = \vec{g}_S(L_2) + \vec{g}_T(L_2)$

Finalement $\vec{g}_S(T) = \vec{g}_S(L_2) + \vec{g}_T(L_2)$

C'est le point de départ du document pour les tracés des vecteurs.

Pour l'expression finale, on revient à l'expression correcte (la (2)).

$$\frac{1}{R_T+d} \times \left[\cancel{G} \frac{M_S}{(R_T+d)^2} + \cancel{G} \frac{M_T}{d^2} \right] = \frac{1}{R_T} \times \cancel{G} \frac{M_S}{R_T^2}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{M_S}{(R_T+d)^3} + \frac{M_T}{d^2(R_T+d)} = \frac{M_S}{R_T^3}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{M_S}{R_T^3}\left(1 - 3\frac{d}{R_T}\right) + \frac{M_T}{d^2(R_T+d)} = \frac{M_S}{R_T^3}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{3d\,M_S}{R_T^4} = \frac{M_T}{d^2(R_T+d)}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{3M_S}{R_T^4} = \frac{M_T}{d^3 R_T\left(1+\frac{d}{R_T}\right)} = \frac{M_T}{d^3 R_T}\left(1 - \frac{d}{R_T}\right)$$

$$\Leftrightarrow \quad d^3 = R_T^3 \times \frac{M_T}{3M_S} \times \left(1 - \frac{d}{R_T}\right)$$

$$\Leftrightarrow \quad d^3 = R_T^3 \times \frac{M_T}{3M_S}$$

$$\Leftrightarrow \quad d = R_T \left(\frac{M_T}{3M_S}\right)^{1/3}$$