

Activité 7

Le plus léger et le plus lourd - *Algorithmes de tri*

Résumé

Les ordinateurs sont souvent utilisés pour classer des listes dans un certain ordre, par exemple des noms par ordre alphabétique, des rendez-vous ou des messages par date ou d'autres éléments qu'on peut classer par ordre numérique. Les informaticiens appellent cela le tri. Le tri des listes nous permet de trouver rapidement les choses, et il facilite la recherche des valeurs extrêmes. Si vous classez les notes d'un devoir dans l'ordre numérique, la plus faible et la plus élevée ressortent.

Si vous n'utilisez pas la bonne méthode, ordonner une longue liste peut prendre beaucoup de temps, même avec un ordinateur rapide. Heureusement, il existe plusieurs méthodes rapides de tri. Dans cette activité, les enfants découvrent ces différentes méthodes et voient qu'une méthode réfléchie peut accomplir la tâche plus rapidement qu'une méthode simple.

Liens pédagogiques

- ✓ Mathématiques : mesures. Savoir peser.

Compétences

- ✓ Savoir utiliser une balance
- ✓ Classer
- ✓ Comparer

Âge

- ✓ 8 ans et plus

Matériel

Chaque groupe d'enfants a besoin de :

- ✓ Un ensemble de 8 pots de la même taille mais de poids différents (par exemple des cartons de lait ou des boîtes de pellicule photo remplies de sable)
- ✓ Une balance
- ✓ L'exercice : Trier des poids (page 66)
- ✓ L'exercice : Diviser pour régner (page 67)

Le plus léger et le plus lourd

Pour lancer la discussion

Les ordinateurs doivent souvent classer les éléments d'une liste dans un certain ordre, opération que les informaticiens appellent le tri. Identifiez toutes les choses qu'il est important de classer dans un certain ordre. Que se passerait-il si ces choses n'étaient pas ordonnées ?

Généralement, les ordinateurs ne comparent que deux valeurs en même temps. L'activité qui est présentée sur les pages suivantes reprend cette restriction pour donner aux enfants une idée de la façon dont fonctionnent les ordinateurs.

Activité

1. Divisez les enfants en groupes.
2. Chaque groupe doit avoir un exemplaire de l'exercice se trouvant à la page 66, ainsi que ses propres poids et sa balance.
3. Laissez les enfants réaliser l'activité puis discutez des résultats.

Exercice d'application : Trier des poids

Objectif : trouver la meilleure méthode pour classer dans l'ordre différents poids inconnus.

Matériel nécessaire : sable ou eau, 8 pots identiques, une balance

Ce qu'il faut faire :

1. Remplis chaque pot avec une quantité différente de sable ou d'eau. Ferme-les bien.

2. Mélange-les de manière à ne pas savoir dans quel ordre sont les différents poids.

3. Trouve le plus léger. Quel est le moyen le plus simple d'y arriver ?

Remarque : Tu ne peux utiliser que la balance pour comparer le poids de chacun des pots. Seuls deux poids peuvent être comparés à la fois.

4. Choisis 3 pots de manière aléatoire et trie-les du plus léger au plus lourd en n'utilisant que la balance. Comment faire ? Quel est le nombre minimum de comparaisons que tu vas faire ? Pourquoi ?

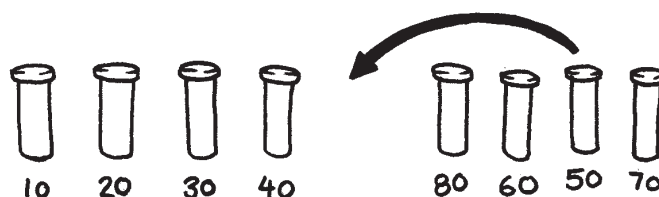
7, 6, 4 7 et 6 → 6 6 et 4 → 4 3 objets ⇒ 2 comparaisons.

5. Trie maintenant tous les objets du plus léger au plus lourd.

Quand tu penses avoir terminé, vérifie ton tri en pesant une nouvelle fois les objets deux par deux.

Le tri par sélection

L'ordinateur peut également utiliser la méthode appelée *tri par sélection*. Elle fonctionne de la façon suivante. Trouve d'abord le poids le plus léger du lot et mets-le sur le côté. Trouve ensuite le plus léger parmi ceux qui restent et retire-le. Recommence jusqu'à ce que tous les poids aient été enlevés.



Compte le nombre de comparaisons que tu as faites.

Pour les plus forts :

Calcule mathématiquement le nombre de comparaisons nécessaires pour trier 8 objets. Et pour 9 ? 20 ?

Exercice d'application : Diviser pour régner

Le tri rapide

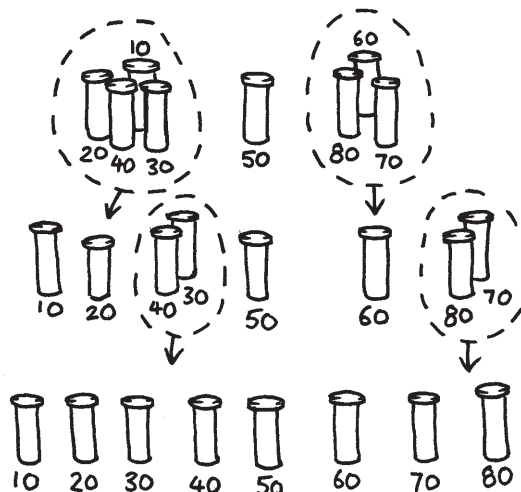
Le tri rapide permet de gagner beaucoup plus de temps que le tri par sélection, en particulier avec les listes longues. C'est l'une des meilleures méthodes que l'on connaisse. Elle fonctionne de la façon suivante :

Choisis l'un des objets de manière aléatoire et place-le sur un côté de la balance.

Compare-le avec chacun des objets restants. Mets les plus légers à gauche, l'objet choisi au milieu et les plus lourds à droite. (Tu peux te retrouver par hasard avec bien plus d'objets d'un côté que de l'autre).

Choisis un des groupes et répète la procédure. Fais la même chose pour l'autre groupe. N'oublie pas de laisser celui que tu connais au centre.

Répète cette procédure sur les groupes restants jusqu'à ce qu'ils ne contiennent plus qu'un objet. Une fois que tous les groupes ont été divisés en objets isolés, ceux-ci sont classés du plus léger au plus lourd.



Combien de comparaisons ont été nécessaires ?

Tu dois trouver le tri rapide plus efficace que le tri par sélection sauf si tu as choisi le poids le plus léger ou le plus lourd dès le début. Si tu as eu suffisamment de chance pour choisir le poids moyen, tu dois avoir fait seulement 14 comparaisons, au lieu de 28 pour le tri par sélection. De toute façon, la méthode de tri rapide ne sera jamais moins bonne que celle du tri par sélection mais souvent bien meilleure !

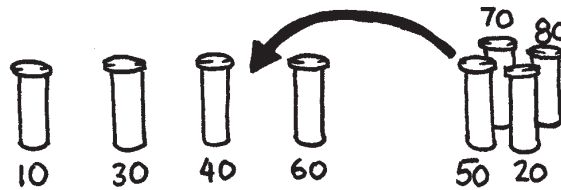
Pour les plus forts :

Si par hasard avec le tri rapide, tu choisis toujours l'objet le plus léger, combien de comparaisons sont nécessaires ?

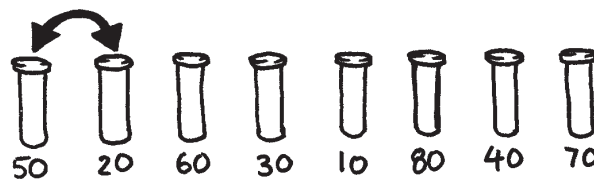
Variations et activités supplémentaires

Il existe de nombreuses méthodes de tri. Tu peux essayer de trier les poids en utilisant les méthodes suivantes :

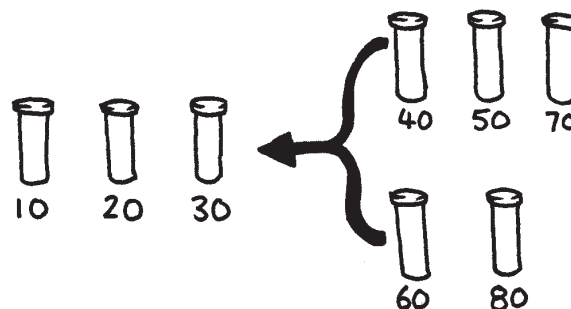
- *Le tri par insertion* permet de retirer chaque objet d'un groupe non trié et de l'insérer à la bonne position dans une liste croissante (voir figure ci-dessous). À chaque insertion, le groupe d'objets non triés réduit et la liste triée augmente jusqu'à ce que la liste entière soit définitivement classée. Les joueurs de cartes utilisent souvent cette méthode pour trier leur jeu.



- *Le tri à bulles* consiste à passer les éléments de la liste en revue plusieurs fois en intervertissant les objets qui ne sont pas dans le bon ordre. La liste est classée lorsqu'il n'y a plus d'éléments à changer de place. Cette méthode n'est pas très efficace mais certains la trouvent plus facile à comprendre que les autres.



- *Le tri par fusion* consiste à « diviser pour régner » pour trier une liste d'éléments. La liste est d'abord divisée aléatoirement en deux listes de taille égale (ou à peu près égales si elles contiennent un nombre impair d'éléments). Chacune des deux moitiés est classée puis les deux listes sont fusionnées. Il est facile de fusionner deux listes classées : il suffit de prendre systématiquement le plus petit des deux éléments se trouvant en début de liste. Dans la figure ci-dessous, les poids de 40 et de 60 grammes se trouvent en début de liste, l'élément suivant à ajouter est donc le poids de 40 grammes. Comment trier les listes plus petites ? C'est facile : en utilisant le tri par fusion ! Toutes les listes vont être finalement divisées en éléments individuels, il n'est donc pas nécessaire de se demander quand s'arrêter.



Ce qu'il faut retenir

Il est plus facile de trouver des informations si elles sont classées dans une liste triée. Les répertoires téléphoniques, les dictionnaires et les index utilisent tous l'ordre alphabétique et sinon, la vie serait bien plus compliquée. Si les nombres d'une liste (une liste de dépenses par exemple) sont classés dans l'ordre croissant, les éléments inférieur et supérieur sont plus faciles à visualiser car ils se trouvent en début et en fin de liste. Les éléments en double sont également faciles à trouver car ils se retrouvent côte à côte.

Les ordinateurs passent beaucoup de temps à faire des tris, c'est la raison pour laquelle les informaticiens doivent trouver des moyens rapides et efficaces de les réaliser. Les méthodes les plus lentes comme le tri par insertion, par sélection et à bulles peuvent être utiles dans certaines situations mais les méthodes plus efficaces, comme celle du tri rapide, sont généralement utilisées.

Le tri rapide utilise une notion appelée récursivité. Cela signifie que la liste est divisée en parties plus petites sur lesquelles on réalise le même type de tri. Cette approche particulière est appelée « diviser pour régner ». La liste est divisée autant de fois que nécessaire jusqu'à être suffisamment petite pour permettre de régner sur elle. Avec le tri rapide, les listes sont divisées jusqu'à ne contenir qu'un seul élément. Ne trier qu'un seul élément est facile ! Sous son apparence complexe, cette méthode est en réalité bien plus rapide que les autres.

Solutions et astuces

4. Le meilleur moyen de trouver le poids le plus léger est de passer chaque objet en revue en gardant le plus léger en mémoire. Cela revient à comparer deux objets et à conserver le plus léger. Puis à comparer ensuite ce dernier avec un autre et à garder le plus léger des deux. Recommence jusqu'à ce que tous les poids aient été utilisés.
5. Comparer les poids se trouvant sur la balance. Cette opération peut facilement être réalisée avec trois comparaisons, ou parfois seulement deux si les enfants se rendent compte que l'opérateur de la comparaison est transitif (c'est-à-dire que si A est plus léger que B et B plus léger que C, alors A est plus léger que C).

Pour les plus forts :

Voici un raccourci qui permet de connaître le nombre de comparaisons que le tri par sélection effectue.

Pour trouver le minimum entre 2 objets, une seule comparaison est nécessaire, pour 3 objets il en faut deux, pour 4 il en faut trois, etc. Pour trier 8 objets à l'aide du tri par sélection, 7 comparaisons sont nécessaires pour trouver le premier objet, 6 pour le suivant, 5 pour celui d'après, etc. Ce qui donne :

$7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28$ comparaisons.

n objets nécessitent $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + (n - 1)$ comparaisons pour être triés.

Il est facile d'additionner ces nombres en les regroupant.

Par exemple, pour additionner les nombres $1 + 2 + 3 + \dots + 20$, regroupe-les de la manière suivante :

$$\begin{aligned} & (1 + 20) + (2 + 19) + (3 + 18) + (4 + 17) + (5 + 16) + \\ & (6 + 15) + (7 + 14) + (8 + 13) + (9 + 12) + (10 + 11) \\ & = 21 \times 10 \\ & = 210 \end{aligned}$$

En général, la somme $1 + 2 + 3 + 4 \dots + (n - 1) = n(n - 1)/2$.

Dans notre cas, on obtient donc $21(21 - 1)/2$.