Mesures et incertitudes

Chap. 1,1

Importance de la mesure

La **physique** est une *science théorique naturelle*. La *description* et la *prédiction* du comportement des objets étudiés doivent être validées par l'expérience et donc par la *publication du résultat de mesures* (à partir desquelles on peut être amené à effectuer des calculs).

1. Mesure et erreur

La mesure

- Un opérateur cherche à mesurer une grandeur, le **mesurande**
- L'ensemble des opérations qu'il va effectuer constitue le **mesurage** (ou **mesure**).
- La **valeur vraie (M_{vraie})** du mesurande est la valeur que l'on obtiendrait si le mesurage était parfait. *Un mesurage n'étant jamais parfait, cette valeur est toujours inconnue.*
- Le **résultat du mesurage** est l'**intervalle de valeurs** *à l'intérieur duquel se trouve, avec une certaine confiance, la vraie valeur de le mesurande.*

La mesure, exemple

- Un binôme de TP cherche à mesurer la longueur d'un ressort (le *mesurande*), le *mesurage* consiste à utiliser une règle graduée au millimètre.
- Le résultat du mesurage annoncé est $l = 17{,}3\ cm$ en précisant que la valeur l_{vraie} inconnue est très probablement comprise entre 17,1 cm et 17,5 cm.
- Le résultat est donc connu avec une incertitude $U(l) = 0{,}2\ cm$ associée à un certain niveau de confiance (qu'il faudrait indiquer dans l'absolue).

Erreur de mesure

- Un mesurage n'étant jamais parfait, il est toujours entaché d'une **erreur de mesure E_R**

$$E_R = (m - M_{\text{vraie}})$$

- *La valeur vraie étant inaccessible, l'erreur de mesure n'est jamais connue !*

Erreur aléatoire

- **Conditions de répétabilité :** le même opérateur effectue N *mesures dans des conditions exactement identiques.*
- *Dans les conditions de répétabilité*, les valeurs mesurées peuvent être différentes. Le meilleur estimateur de la valeur du mesurande est la **valeur moyenne** $\bar{m}$ des N mesures.
- **Erreur aléatoire :** différence entre le résultat d'une mesure m_i parmi les N mesures et la valeur moyenne $\bar{m}$.

$$E_{Ra} = m_i - \bar{m}$$

L'erreur aléatoire traduit la dispersion des mesures autour de la **valeur moyenne**.

Erreur systématique

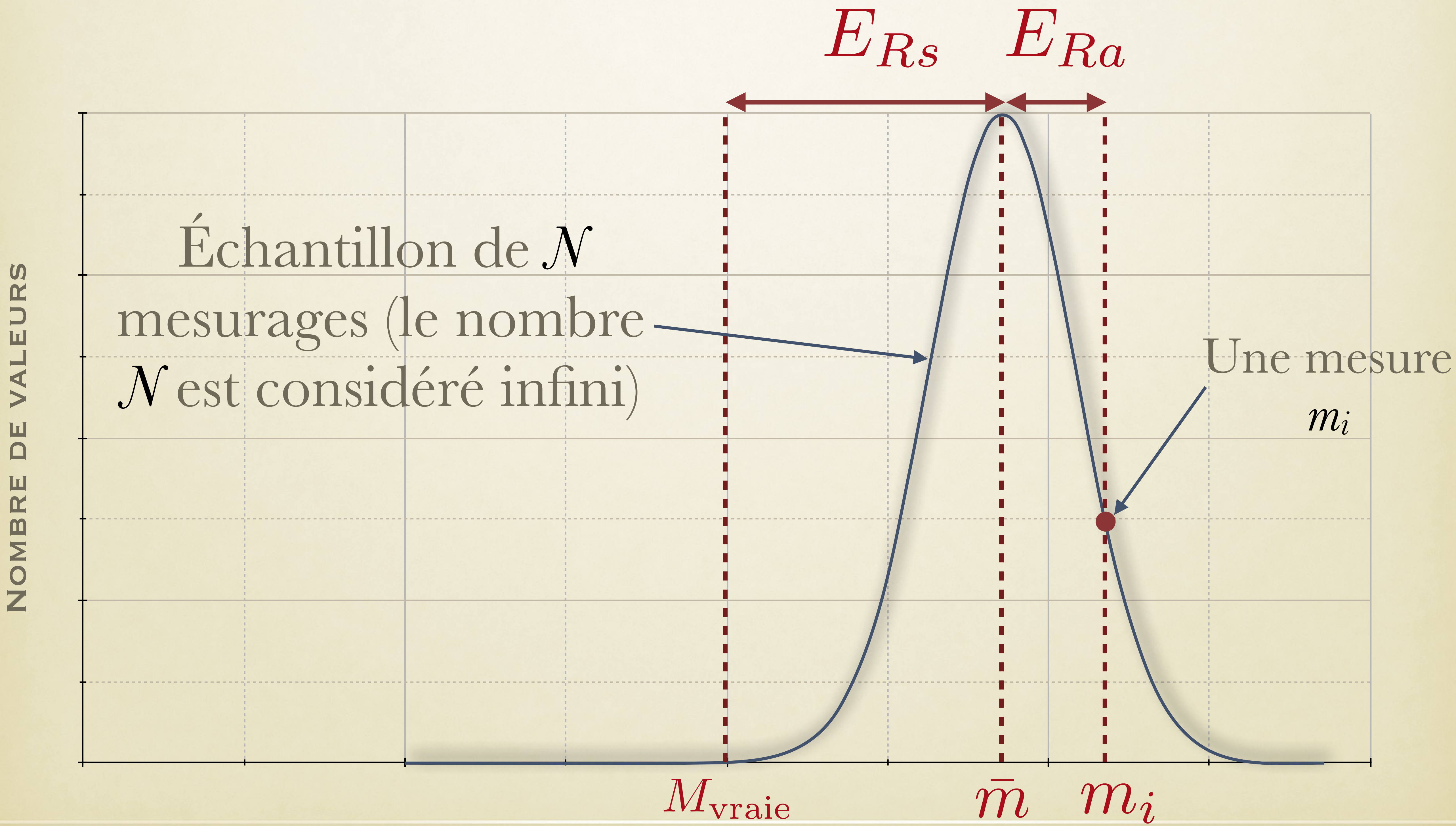
- Lors d'un mesurage, un instrument peut être défectueux, mal étalonné, utilisé incorrectement, … *Chaque résultat est donc entaché de la même erreur systématique.*

- **Erreur systématique :** différence entre la valeur moyenne $\bar{m}$ des N mesures et la valeur de référence. *Si la valeur de référence est la valeur vraie, l'erreur systématique est inconnue.*

$$E_{Rs} = \bar{m} - M_{\text{vraie}}$$

L'erreur systématique traduit l'éloignement de la valeur moyenne à la valeur vraie.

Erreurs systématique et aléatoire



Erreur de mesure : synthèse

$$\begin{aligned} E_R &= m - M_{\text{vraie}} \\ &= (m - \bar{m}) + (\bar{m} - M_{\text{vraie}}) \\ &= E_{Ra} + E_{Rs} \end{aligned}$$

Une **erreur de mesure** E_R a donc, en général, deux composantes : une **erreur aléatoire** E_{Ra} et une **erreur systématique** E_{RS}.
L'*estimation de l'erreur systématique* est généralement très délicate et appelée **biais de mesure** ou **erreur de justesse**.

2. Fidélité et Justesse

Fidélité et Justesse

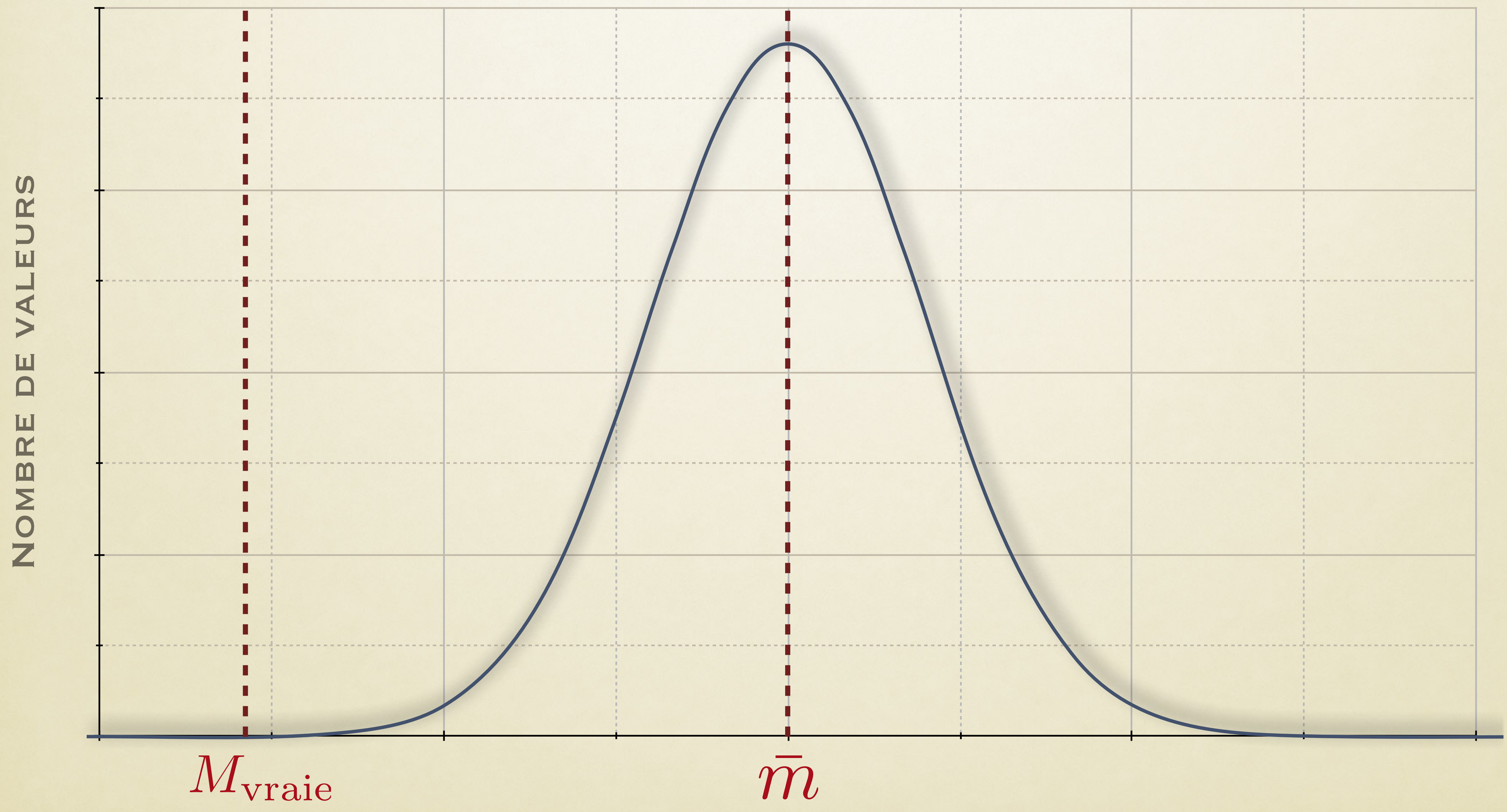
- **Fidélité :** traduit le degré de proximité que l'on observe entre différentes mesures qui ont été obtenues *dans des conditions de répétabilité*.

Plus petite est la dispersion des mesures autour de la valeur moyenne, plus grande est la fidélité.

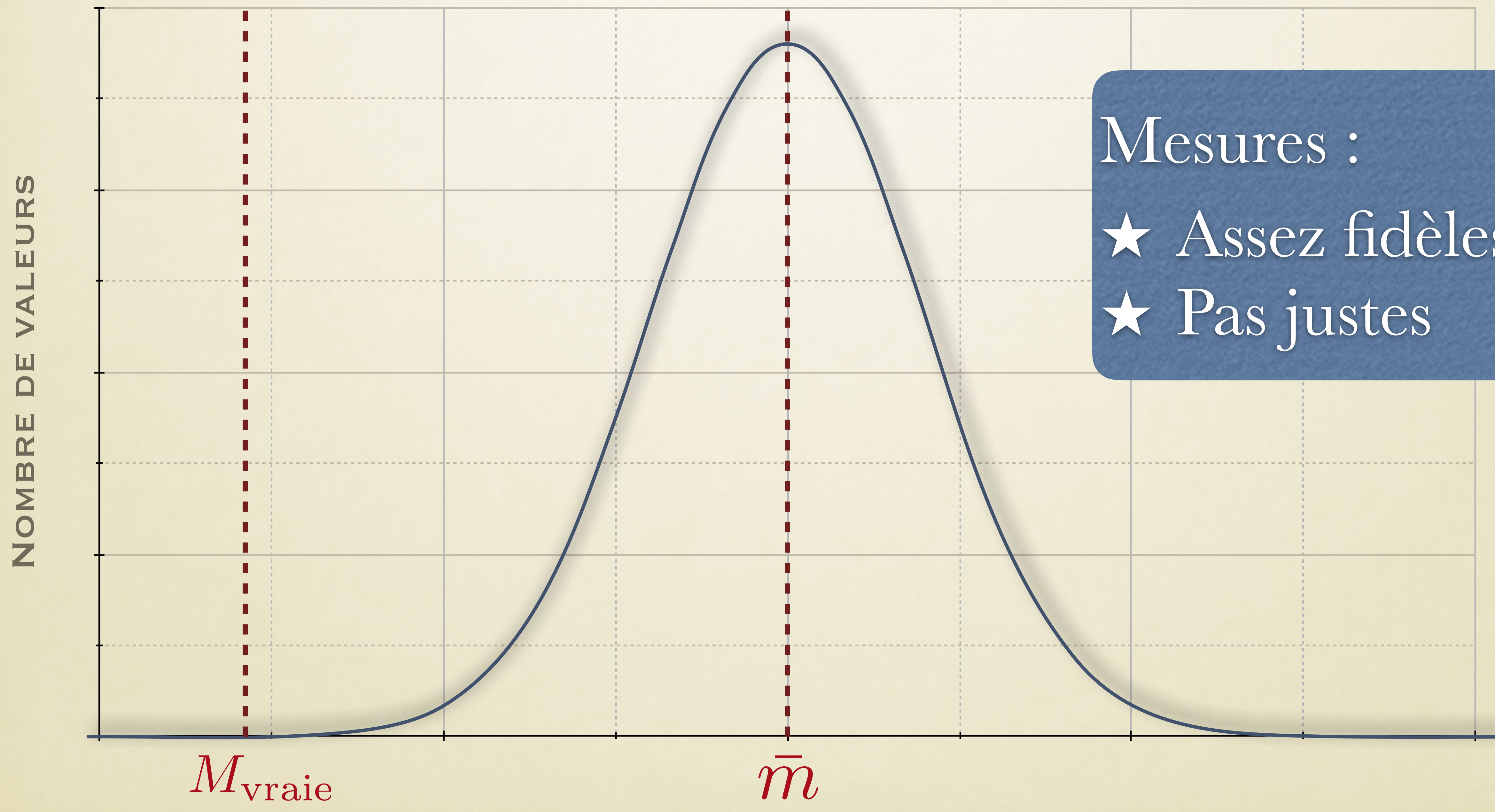
- **Justesse :** traduit le degré de proximité que l'on observe entre la *valeur moyenne* des différentes mesures qui ont été obtenues *dans des conditions de répétabilité* et la *valeur de référence* (valeur vraie).

Plus petite est l'erreur systématique, plus grande est la justesse.

Quelques cas simples(1)



Quelques cas simples(1)

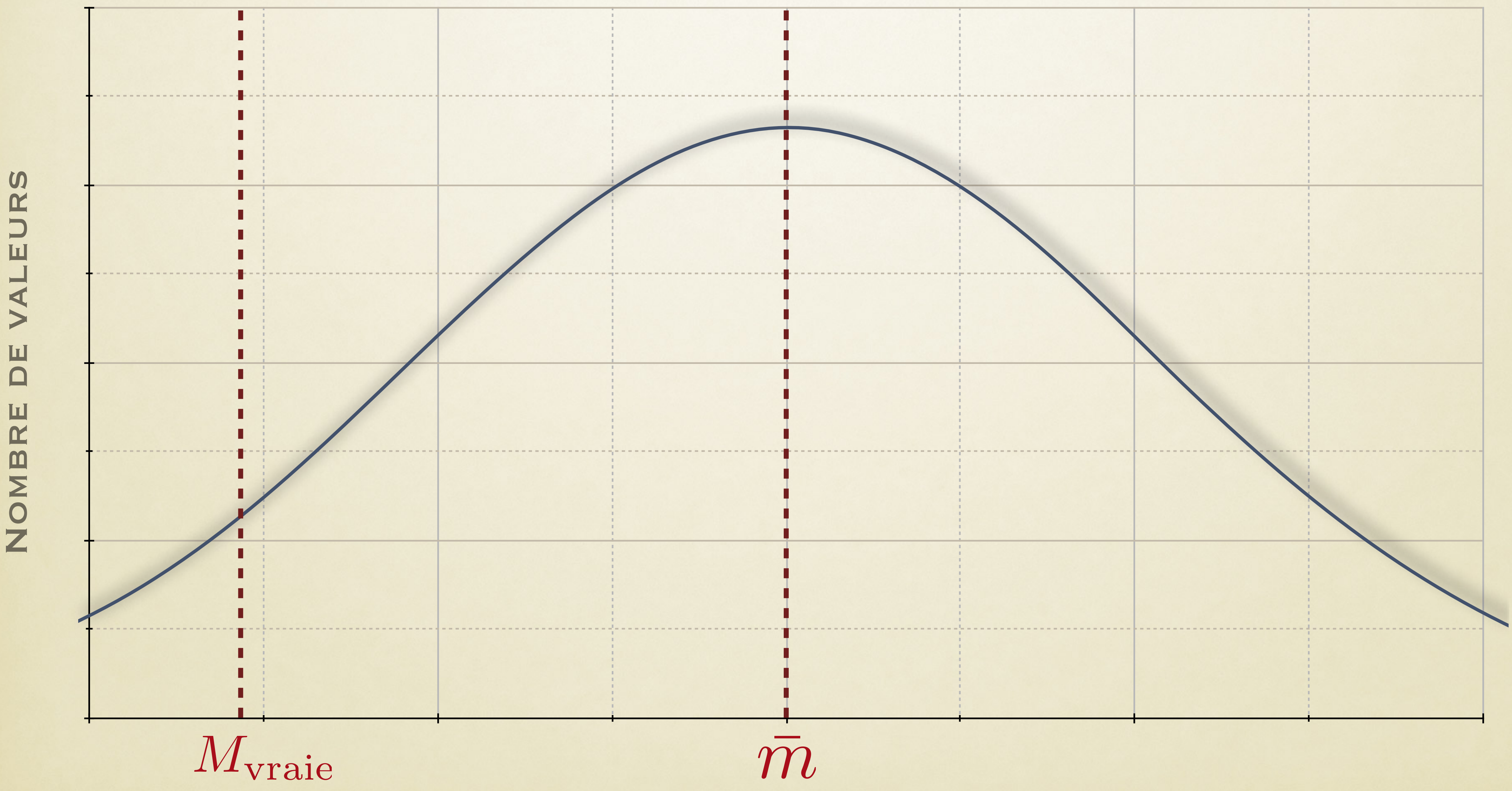


Mesures :

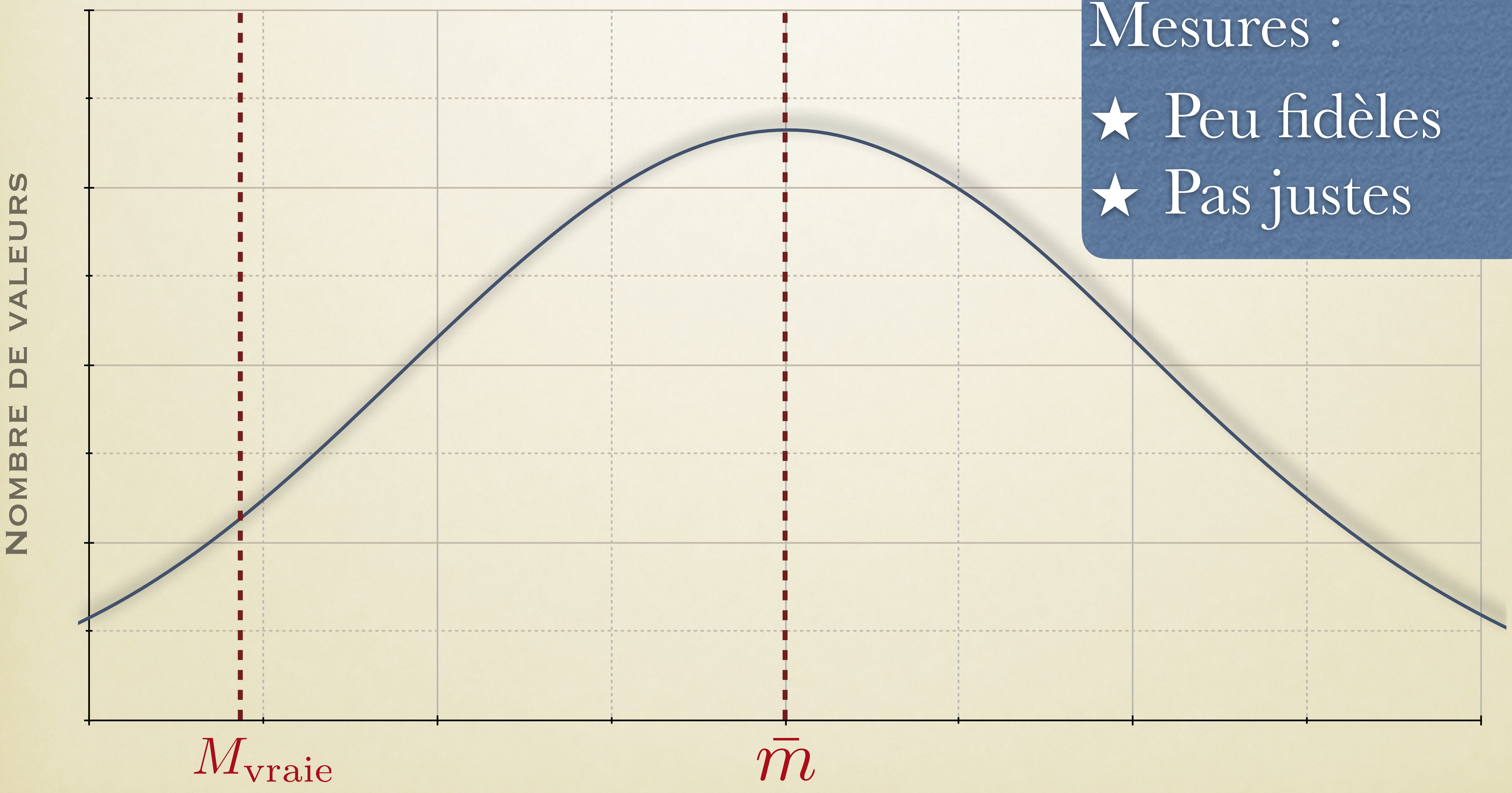
★ Assez fidèles

★ Pas justes

Quelques cas simples(2)



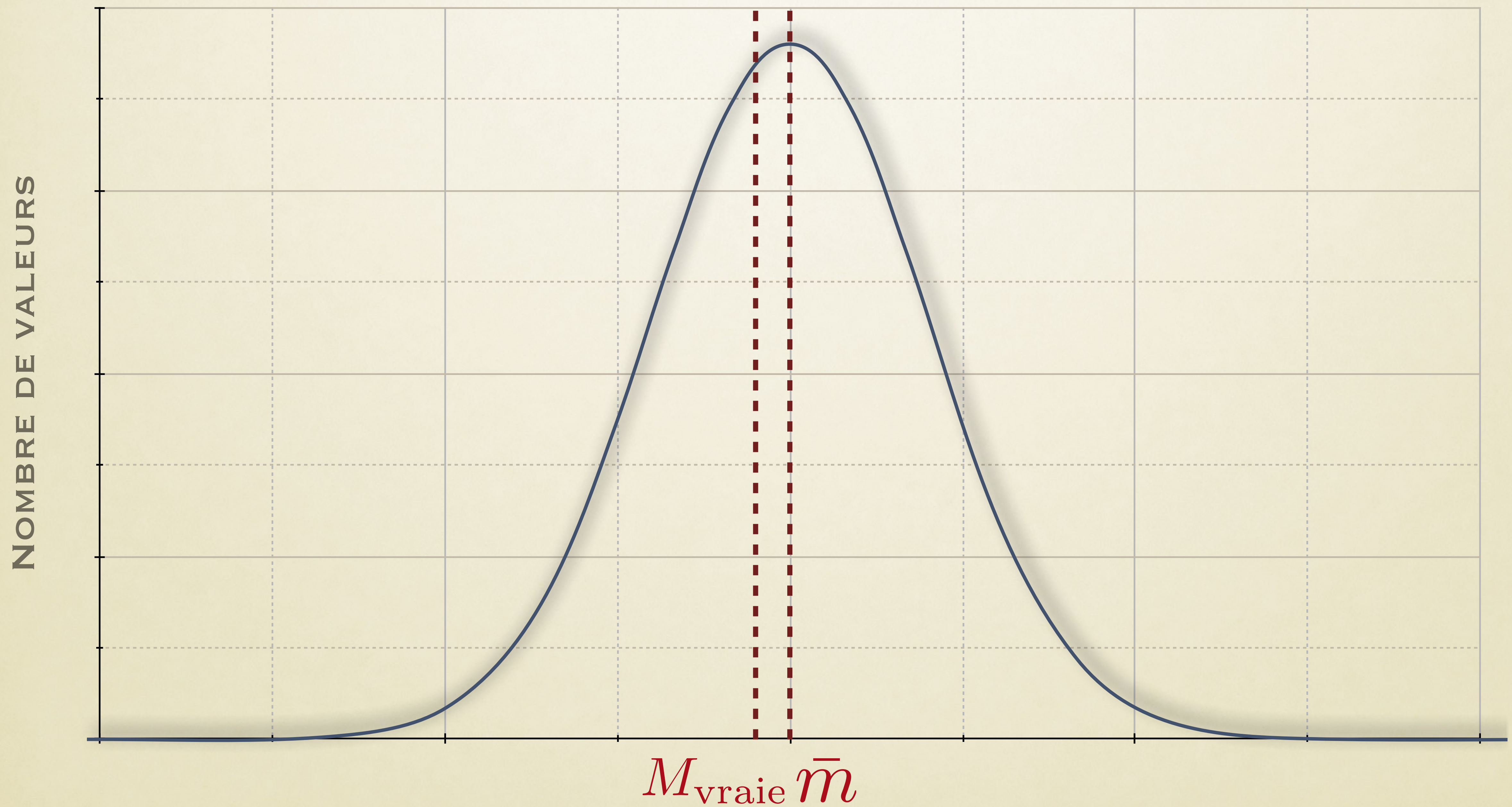
Quelques cas simples(2)



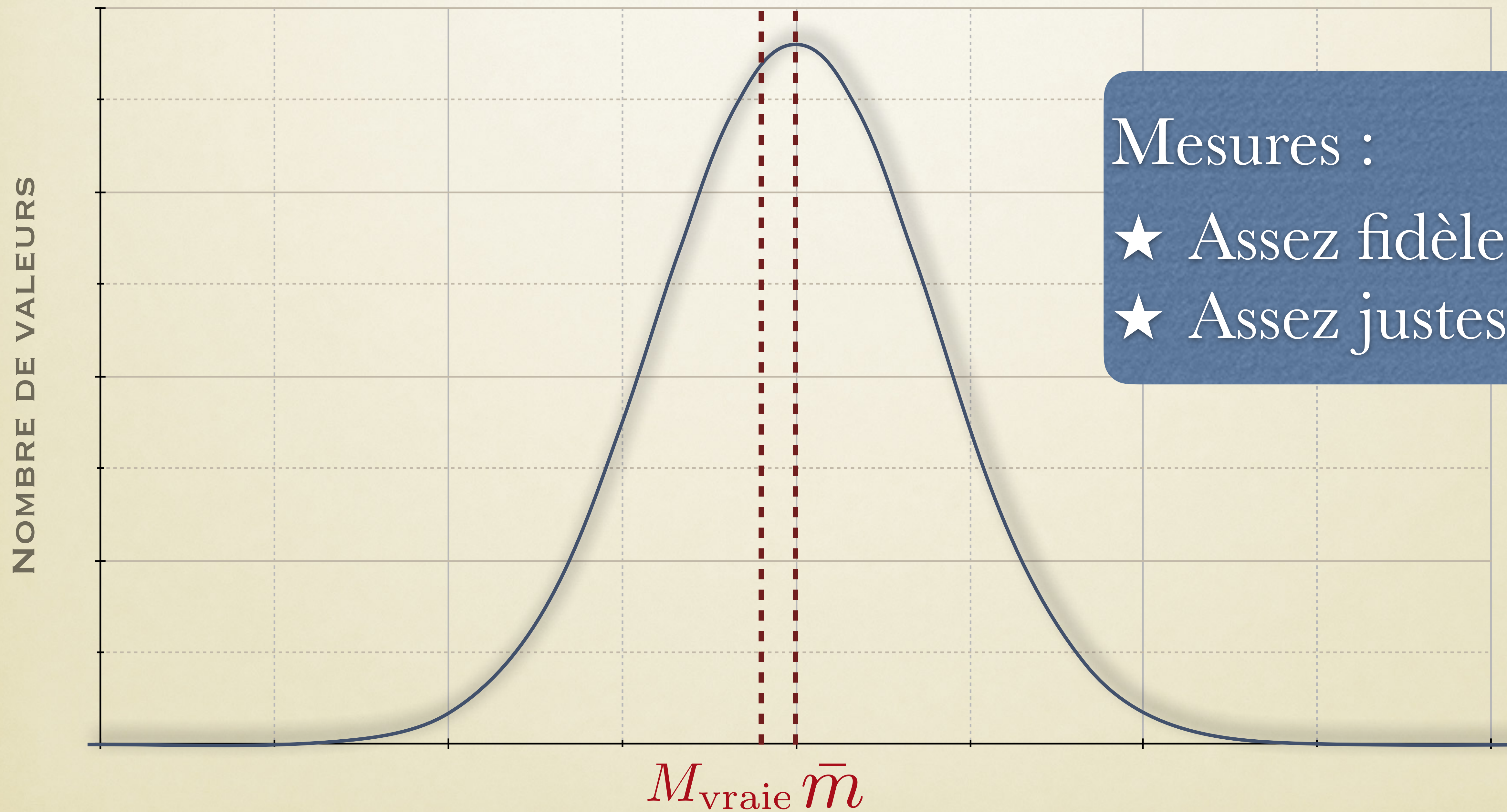
Mesures :

- ★ Peu fidèles
- ★ Pas justes

Quelques cas simples(3)



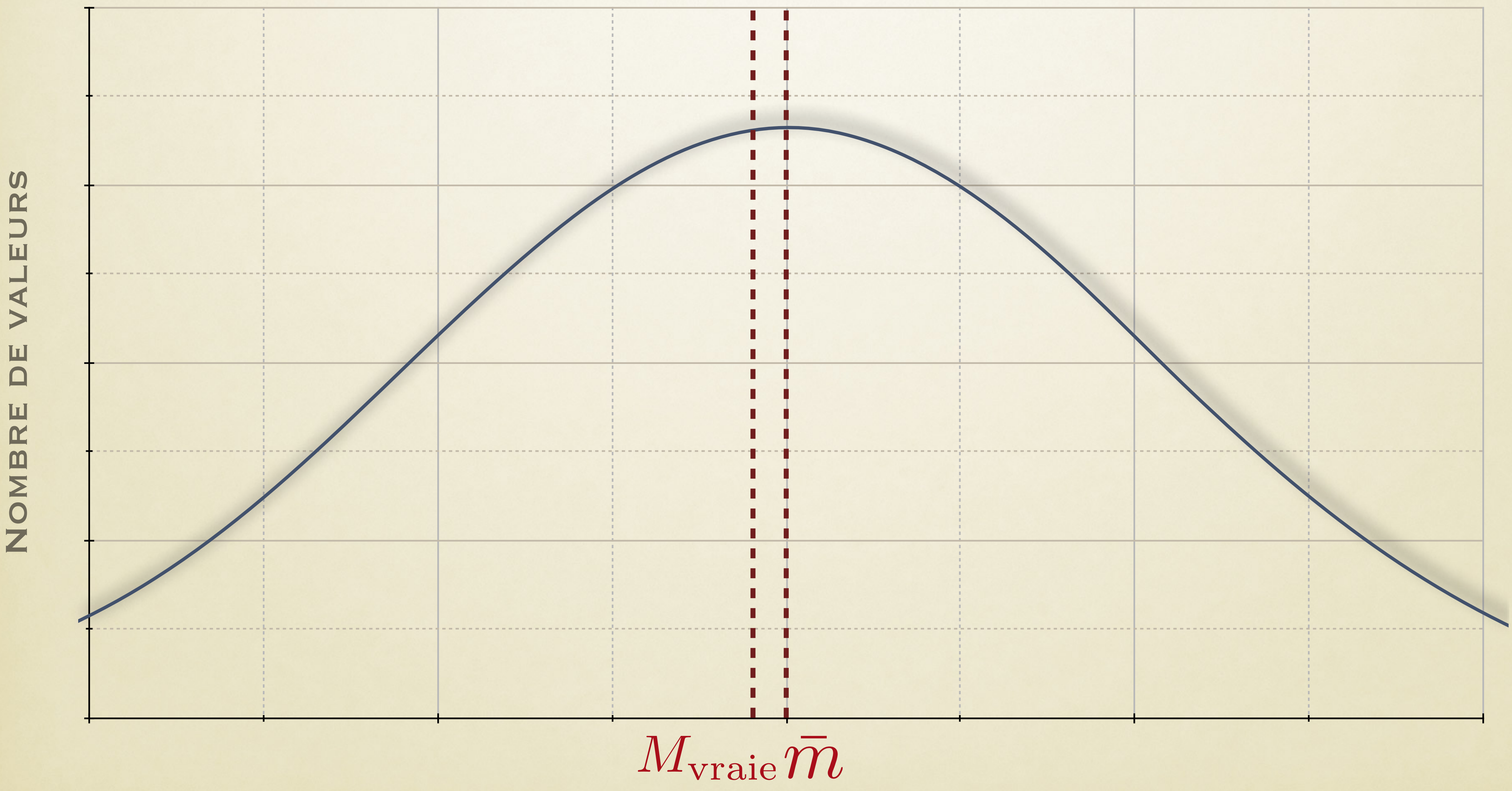
Quelques cas simples(3)



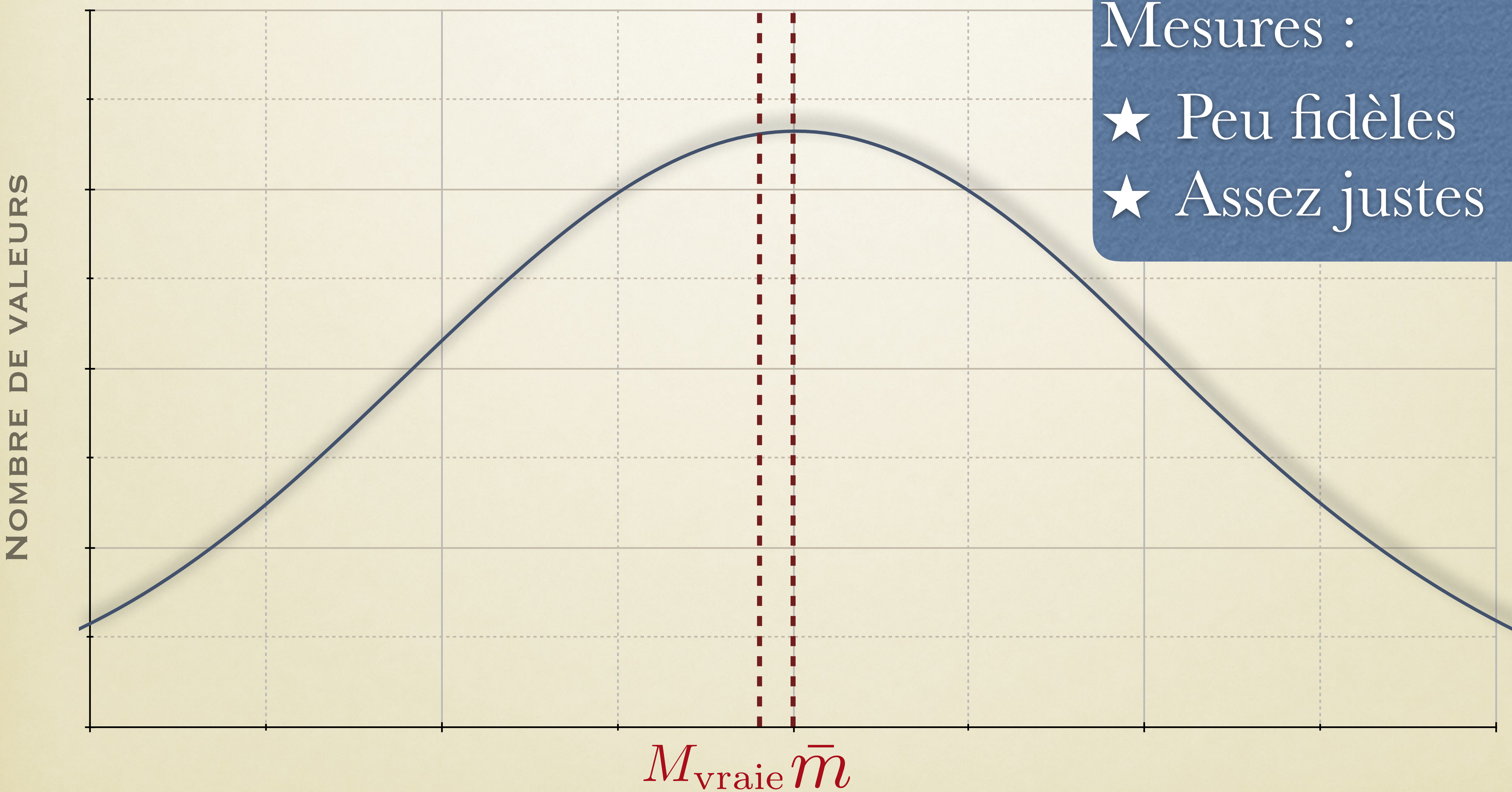
Mesures :

- ★ Assez fidèles
- ★ Assez justes

Quelques cas simples(4)



Quelques cas simples(4)



Mesures :

- ★ Peu fidèles
- ★ Assez justes

3. Incertitude de mesure

Quelle est la valeur de M_{vraie} ?

Les parties précédentes pourraient laisser penser que l'on peut obtenir M_{vraie} grâce au simple calcul suivant :

$$M_{\text{vraie}} = m_i - E_R$$

où m_i est le résultat d'un mesurage d'un mesurande.

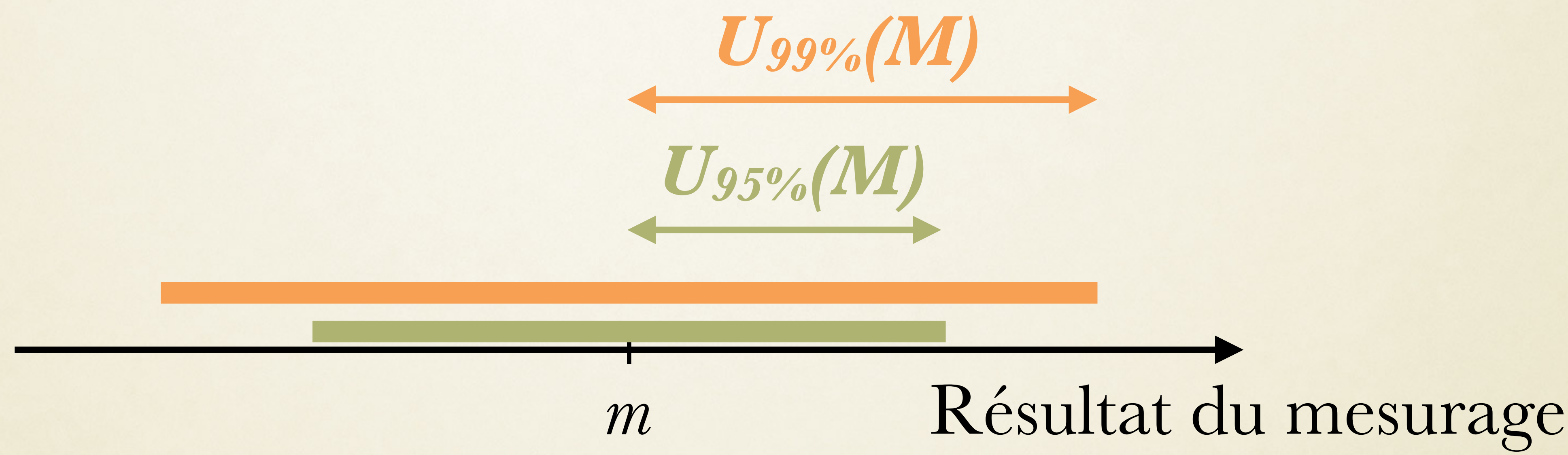
Cependant, la valeur de l'erreur de mesure E_R n'est jamais connue ; il donc nécessaire d'introduire le concept d'**incertitude de mesure**.

Incertitude de mesure

- **Incertitude de mesure :** *estimation de l'erreur de mesure* E_R. On la note U.
  C'est un paramètre, associé au résultat du mesurage, qui caractérise la dispersion des valeurs qui pourraient raisonnablement être attribuées au mesurande.

Le résultat d'une mesure *n'est jamais une valeur* : il doit toujours être donné sous forme d'un intervalle de valeurs probables du mesurande **M = m ± U** *associé à un niveau de confiance*.

Intervalle de confiance



L'intervalle de confiance est généralement choisi de façon à obtenir 95% ou 99% de chance d'y trouver la valeur vraie.

Écriture du résultat d'un mesurage

- Deux écriture équivalente (*ne pas oublier l'unité !*) :
    - **M = m ± U(M)**
    - **M ∈ [m - U(M) ; m + U(M)]**
- *U(M)* est *arrondie à la valeur supérieure* en gardant seulement *1 chiffre significatif*.
- Les derniers chiffres significatifs conservés pour *m* sont ceux sur lesquels porte l'incertitude *U(M)*.

Écriture du résultat d'un mesurage, exemple

- Si la mesure d'une résistance donne : $r = 100{,}25\ \Omega$ et que le calcul de l'incertitude donne : $U(r) = 0{,}812\ \Omega$, on écrit alors

$$r = (100{,}3 \pm 0{,}8)\ \Omega$$

Et si l'incertitude d'une valeur n'est pas précisée ?

- Lorsque la valeur d'une grandeur est donnée **sans incertitude**, cette dernière est, **par convention**, *égale à une demi-unité du dernier chiffre significatif exprimé*.

Exemple : $m = 1{,}4\ g$ signifie $m = 1{,}40 \pm 0{,}05\ g$.

Incertitude relative

- **Incertitude relative :** quotient de l'incertitude de mesure $U(M)$ par la valeur mesurée m :

$$\frac{U(M)}{m}$$

Plus l'incertitude relative est petite, plus la mesure est précise. *L'incertitude relative évalue la précision du résultat.*

4. Évaluation des incertitudes de mesure

Un processus complexe

- L'évaluation des incertitudes de mesure est une *activité indispensable mais la plupart du temps très complexe*. Elle nécessite :
  - Une analyse fine du dispositif de mesurage ;
  - Une utilisation de notions mathématiques (statistiques, analyse) avancées.

En TS, les méthodes et expressions à utiliser vous seront données !
Il suffira de connaître les notions présentées jusqu'ici.

Nombre de chiffres significatifs à conserver lors des calculs

Le résultat d'un calcul ne peut pas être plus précis que la moins précise des grandeurs utilisées dans le calcul.

- Si le calcul est une **multiplication** ou une **division** de facteurs, le résultat s'exprime avec *le même nombre de chiffres significatifs que le facteur qui en possède le moins*.
- Si le calcul est une **somme** ou une **différence** de termes, il faut *les exprimer dans la même unité* pour procéder au calcul : le dernier chiffre exprimé dans le résultat est déterminé par le dernier chiffre exprimé de la donnée la moins précise.
- Si le calcul utilise une fonction comme le logarithme décimal, le résultat doit comporter autant de chiffres après la virgule qu'il y a de chiffres significatifs dans la donnée initiale.

Nombre de chiffres significatifs à conserver lors des calculs

Le résultat d'un calcul ne peut pas être plus précis que la moins précise des grandeurs utilisées dans le calcul.

Dans le doute, utiliser 3 chiffres significatifs !

- Si le calcul est une **multiplication** ou un [illegible] eurs, le résultat s'exprime avec *le même nombre* [illegible] *que le facteur qui en possède le moins*.

- Si le calcul est une **s** [illegible] **érence** de termes, il faut *les exprimer dans la* [illegible] océder au calcul : le dernier chiffre exprimé [illegible] déterminé par le dernier chiffre exprimé de la don [illegible] écise.

- Si le c [illegible] utilise une fonction comme le logarithme décimal, le résultat doit comporter autant de chiffres après la virgule qu'il y a de chiffres significatifs dans la donnée initiale.