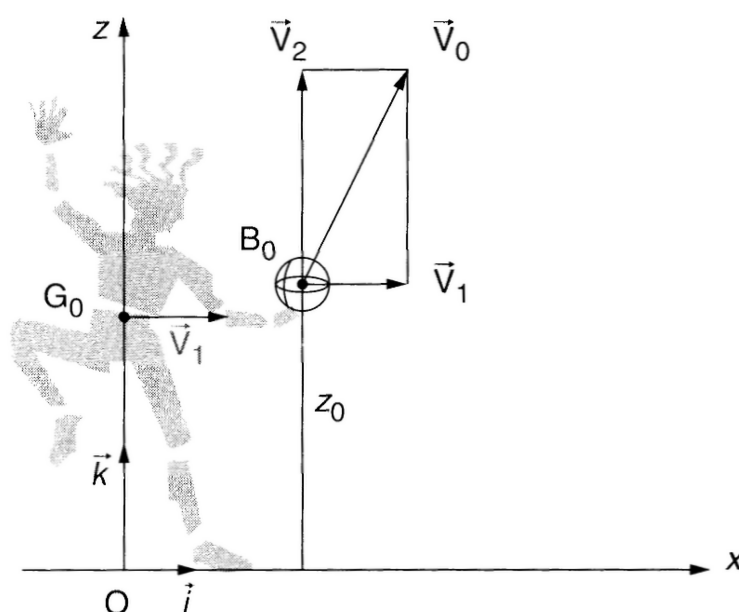


Lancer d'un ballon en GRS

Doc. 8,10

Cet exercice a pour objet l'étude du mouvement d'une gymnaste de GRS. Dans un référentiel lié à la salle de gymnastique, la gymnaste est en mouvement rectiligne uniforme à la vitesse \vec{V}_1 . Dans ce même référentiel, à l'instant du lancer, la vitesse du ballon est \vec{V}_0 . Cette vitesse possède, par rapport aux axes de projection, une composante horizontale V_{0x} égale à V_1 et une composante verticale V_{0z} notée V_2 .



L'instant du lancer est choisi comme origine des dates $t = 0$ s. Dans le référentiel de la salle, on considère le repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ défini de la manière suivante : l'origine O correspond à la projection du centre d'inertie G_0 de la gymnaste sur le sol horizontal à l'instant du lancer ; l'axe (Ox) est horizontal et l'axe (Oz) vertical ascendant. Le centre B du ballon se trouve au point B_0 de coordonnées (x_0, y_0) à l'instant du lancer.

Dans la salle, le champ de pesanteur est uniforme et noté \vec{g} . Dans tout le problème, on néglige l'action de l'air.

Aucune application numérique n'est demandée dans cet exercice ! Toutes les réponses sont à exprimer en fonction des données : g , V_1 , V_2 , x_0 et z_0 .

A Mouvement de la gymnaste

1. À partir de la description du mouvement de la gymnaste faite dans l'énoncé, écrire la deuxième loi de Newton décrivant ce mouvement par rapport à la salle. On notera \vec{a}_G l'accélération de la gymnaste. Justifier la réponse.
2. En déduire les expressions $V_{x_G}(t)$ et $V_{z_G}(t)$ des composantes du vecteur vitesse de la gymnaste.
3. Déterminer les équations horaires $x_G(t)$ et $z_G(t)$ du mouvement du centre d'inertie G de la gymnaste par rapport au référentiel lié à la salle.

B Mouvement du ballon

4. À partir des informations données dans l'énoncé, indiquer comment la gymnaste lance le ballon, *par rapport à un référentiel qui lui serait lié*.

La réponse à cette question n'est pas indispensable à la poursuite de cet exercice.

5. Écrire la deuxième loi de Newton pour le mouvement du ballon par rapport à la salle. On notera \vec{a}_B l'accélération du ballon.

Comment peut-on qualifier le mouvement du ballon ?

6. En déduire les expressions $V_{x_B}(t)$ et $V_{z_B}(t)$ des composantes du vecteur vitesse du ballon.
7. En déduire les équations horaires $x_B(t)$ et $z_B(t)$ du ballon.
8. Déterminer l'équation de la trajectoire du point B et tracer, à la main, l'allure de la courbe correspondante sur votre feuille, en y faisant apparaître le vecteur \vec{V}_0 .
9. Quelles sont les caractéristiques du vecteur vitesse du point B au sommet de sa trajectoire ? Quelle est la hauteur maximale atteinte par le point B ?

C Rattraper du ballon par la gymnaste

10. La gymnaste récupère le ballon lorsque son centre B repasse à l'altitude z_0 . Déterminer le temps de vol t_V du ballon.

Comment la gymnaste peut-elle augmenter cette durée ?

11. Déterminer la distance parcourue par le centre d'inertie B du ballon suivant l'axe horizontal (Ox) pendant le temps de vol. De quel(s) paramètre(s) dépend cette distance ?
12. Montrer que la distance parcourue par le centre d'inertie G de la gymnaste pendant ce temps de vol est identique et qu'elle a donc de grandes chances de rattraper le ballon.