Домашняя работа №7 по курсу TeX'a

Морозов Данила Егорович

22 февраля 2024 г.

Содержание

1 Неравенства Йенсена

Theorem 1.1. *(Неравенства Йенсена).Пусть f(x) выпукла вверх на [a,b]. Тогда* $\forall x_1, ..., x_n \in$ *[a,b] и их выпуклой комбинации выполняется неравенство* $\sum_{k=1}^{n} \alpha_k$ *f(xk)* $\leq$ *f(*$\sum k = 1^n \ \alpha_k x_k$*)*

База: *n = 2*

Неравенство превращается в определение выпуклой вверх функции,для которой это,очевидно,выполняется.

Переход: *Пусть это выполняется для n.Докажем,что это работает и для n + 1*

$$\sum_{k=1}^{n+1} \alpha_k = 1, \textit{обозначим за } s_n = \sum_{k=1}^{n+1} \alpha_k$$

Пусть $\beta_k = \frac{\alpha_k}{s_n}$*.Тогда получаем:*$\sum_{k=1}^{n} \beta_k = 1$

$$\sum_{k=1}^{n+1} \alpha_k f(x_k) = s_n \sum_{k=1}^{n} \beta_k f(x_k) + \alpha_{n+1} f(x_{n+1}) \leq$$

$$\leq \textit{(по предположению индукции)} s_n \left(\sum_{k=1}^{n} \beta_k x_k \right) + \alpha_{n+1} f(x_n + 1) \leq$$

$$\leq (\textit{так как} s_n + \alpha_{n+1} = 1) f \left(\sum_{k=1}^{n+1} \alpha_k x_k \right)$$

Доказательство. Значит, шаг индукции проделан, неравенство доказано для произвольного n. □

2 Круги Эйлера

$$(A \cup B) \setminus (A \cap B)$$

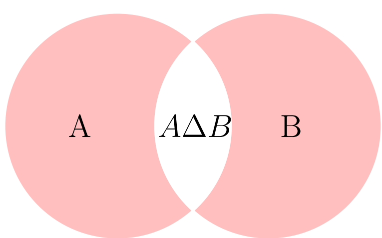

Рис. 1: Симметрическая разность