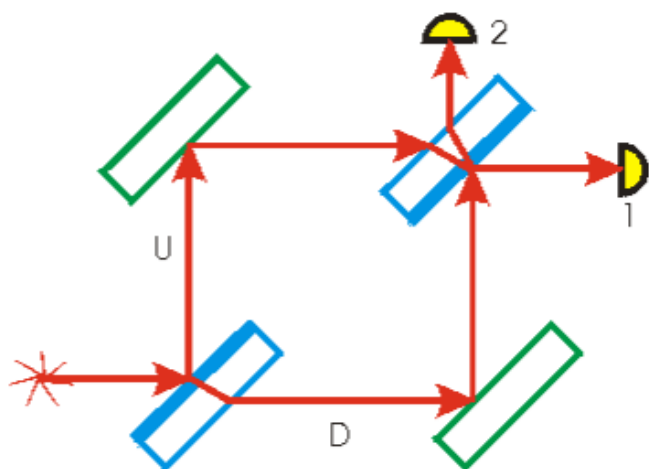


EXERCICI DE COMPUTACIÓ QUÀNTICA

Aquest és un esquema del interferòmetre de Mach-Zenhdar:



on els rectangles verds representen miralls, els blaus vidres semitransparents (que tenen una capa reflectant en un costat), i els semicercles 1 i 2 representen detectors.

Cal recordar:

- Quan la llum es reflecteix en un mitjà amb índex de refracció major que el del mitjà en el que està propagant-se, experimenta un canvi de fase de 180° .
- Quan la llum viatja per un medi, com per exemple el vidre, experimenta un canvi de fase que depen de de la longitud del camí recorregut (i de l'índex de refracció).

Suposaré que φ es el canvi de fase que experimenta l'ona al travessar un vidre semitransparent i que els dos vidres semitransparents son del mateix material i reflecteixen o deixen passar els electrons amb un 50 % de probabilitats cadascún.

a) Descriu el que passa als dos camins que arriben a cada detector (possibles canvis de fase de 180° , espai recorregut en el buit i a l'interior del vidre, etc.), de forma que es justifiqui el fet que no rebrem llum al detector 2 i tota es rebrà al detector 1.

Canvis de fase en el detector 1:

- Camí D: travessar el vidre semitransparent + rebotar al mirall + rebotar al vidre semitransparent = $\varphi + \pi + \pi = 2\pi + \varphi$
- Camí U: rebotar en el vidre semitransparent + rebotar al mirall + travessar el vidre semitransparent = $\pi + \pi + \varphi = 2\pi + \varphi$

Canvis de fase en el detector 2:

- Camí D: travessar el vidre semitransparent + rebotar al mirall + travessar el vidre semitransparent = $\varphi + \pi + \varphi = \pi + 2\varphi$
- Camí U: rebotar en el vidre semitransparent + rebotar al mirall + entrar al vidre semitransparent + sortir al rebotar del vidre semitransparent = $\pi + \pi + \varphi + \varphi = 2\pi + 2\varphi$

Conclusions detector 2: Es pot veure que la fase esta diferenciada exactament de 180° , i per tant al sortir pel detector 2, es crearà una interferència destructiva, donant lloc a que no es detecti cap electró en aquest detector.

Conclusions detector 1: De les dues ones que surten pel detector 1, es pot veure que la fase és la mateixa ($2\pi + \varphi$). Això donarà lloc a una interferència constructiva, i per tant, tots els electrons es detectaran pel detector 1.

b) Què opineu que passaria si cada un dels dos vidres semitransparents estigués girat 180° respecte un eix perpendicular al pla de la figura?

Canvis de fase en el detector 1:

- Camí D: travessar el vidre semitransparent + rebotar al mirall + entrar al vidre semitransparent + sortir al rebotar del vidre semitransparent = $\varphi + \pi + \varphi + \varphi = \pi + 3\varphi$
- Camí U: entrar al vidre semitransparent + sortir al rebotar del vidre semitransparent + rebotar al mirall + travessar el vidre semitransparent = $\varphi + \varphi + \pi + \varphi = \pi + 3\varphi$

Canvis de fase en el detector 2:

- Camí D: travessar el vidre semitransparent + rebotar al mirall + travessar el vidre semitransparent = $\varphi + \pi + \varphi = \pi + 2\varphi$
- Camí U: entrar al vidre semitransparent + sortir al rebotar del vidre semitransparent + rebotar al mirall + rebotar en el vidre semitransparent = $\varphi + \varphi + \pi + \pi = 2\pi + 2\varphi$

Conclusions detector 2: Com es pot veure, hi ha un canvi de fase de 180° i per tant en el detector 2 hi haurà una interferència destructiva, llavors no detectarà cap electró.

Conclusions detector 1: Com es pot veure, el canvi de fase es igual en ambdós camins i per tant, tindrà lloc a una interferència constructiva i detectarà tots els electrons.

c) I si només en giréssim un i deixéssim l'altre sense girar?

Suposem que el primer vidre semitransparent que està girat es el primer:

Canvis de fase en el detector 1:

- Camí D: travessar el vidre semitransparent + rebotar al mirall + rebotar al vidre semitransparent = $\varphi + \pi + \pi = 2\pi + \varphi$
- Camí U: entrar al vidre semitransparent + sortir al rebotar del vidre semitransparent + rebotar al mirall + travessar el vidre semitransparent = $\varphi + \varphi + \pi + \varphi = \pi + 3\varphi$

Canvis de fase en el detector 2:

- Camí D: travessar el vidre semitransparent + rebotar al mirall + travessar el vidre semitransparent = $\varphi + \pi + \varphi = \pi + 2\varphi$
- Camí U: entrar al vidre semitransparent + sortir al rebotar del vidre semitransparent + rebotar al mirall + entrar al vidre semitransparent + sortir al rebotar del vidre semitransparent = $\varphi + \varphi + \pi + \varphi + \varphi = \pi + 4\varphi$

Si $\varphi \neq \pi$:

El que passaria es que no es donarien les interferències destructives (no hi ha cap que tingui diferència de 180° en la fase) i constructives (en cap detector es dona que les dues fases que li arriben siguin iguals), i per tant el que passaria seria sortir un 50 % per cada detector suposant que els vidres semitransparent reflecteixen i deixen travessar-lo amb un 50 % de probabilitats cadascun.

Si $\varphi = \pi$:

En el detector 1, el camí D seria de $2\pi + \pi = 3\pi$ i en el camí U seria de $\pi + 3\pi = 4\pi$ i per tant es diferencien de 180° , aleshores, es produirà una interferència destructiva, donant lloc a que cap electró surti pel detector 1.

En el detector 2, les fases en el camí D seria de $\pi + 2\pi = 3\pi$ i en el U seria de $\pi + 4\pi = 5\pi$. Com que una volta, per tornar al mateix lloc son 2π , seria el mateix tenir un canvi de fase de 3π que de 5π , i per tant, es donaria una interferència constructiva i, per tant, tots els electrons es detectaràn per aquest detector.

Suposem que el segon vidre semitransparent està girat, passaria una cosa similar:

Canvis de fase detector 1:

- Camí D: $\varphi + \pi + \varphi + \varphi = 3\varphi + \pi$

- Camí U: $\pi + \pi + \varphi = 2\pi + \varphi$

Canvis de fase detector 2:

- Camí D: $\varphi + \pi + \varphi = 2\varphi + \pi$

- Camí U: $\pi + \pi + \pi = 3\pi$

Si $\varphi \neq \pi$ passa el mateix que si només girem el primer (no hi ha interferències constructives o destructives) i per tant el que s'espera es que hi hagi un 50 % a cada detector.

Si $\varphi = \pi$:

Detector 1: Camí D: $3\pi + \pi = 4\pi$ i Camí U: $2\pi + \pi = 3\pi$. Per tant hi ha una diferència de fase de π . Això implica que es produirà una interferència destructiva i no detectarà cap.

Detector 2: Camí D: $2\pi + \pi = 3\pi$ i Camí U: 3π . Per tant, tenen la mateixa fase i es produirà una interferència constructiva i detectarà tots el detector 2.

d) Si considerem que la llum es pot entendre com constituïda per partícules (fotons), quin percentatge n'arribarà a cada detector si fem la hipòtesi (aparentment molt raonable) de que cada fotó sols pot passar per un camí?

Asumint que cada vegada que passi pel vidre semitransparent hi hagi un 50% de probabilitats de reflectir-se i un altre 50% de travesar-ho i en el mirall es reflectís el 100%. Suposant que lo anterior es el que s'esperaria, llavors quan el 100 % de la llum arriba al primer vidre semitransparent, el 50 % aniria pel camí U i l'altre 50 % pel camí D. Seguint el camí D, rebotaria tot pel mirall (50 %) i la meitat (50/2%) aniria al detector 1 i l'altra meitat (50/2%) al detector 2. El camí U seria identic que el de D. Sumant els resultats dels dos camins: Pel detector 1 passarien $2 \cdot 50/2 = 50\%$ i pel detector 2 passarien $2 \cdot 50/2 = 50\%$. Per tant tindriem que pel detector 1 tenim el 50% de la llum i pel detector 2 el 50 % de la llum