2 삼각비의 활용

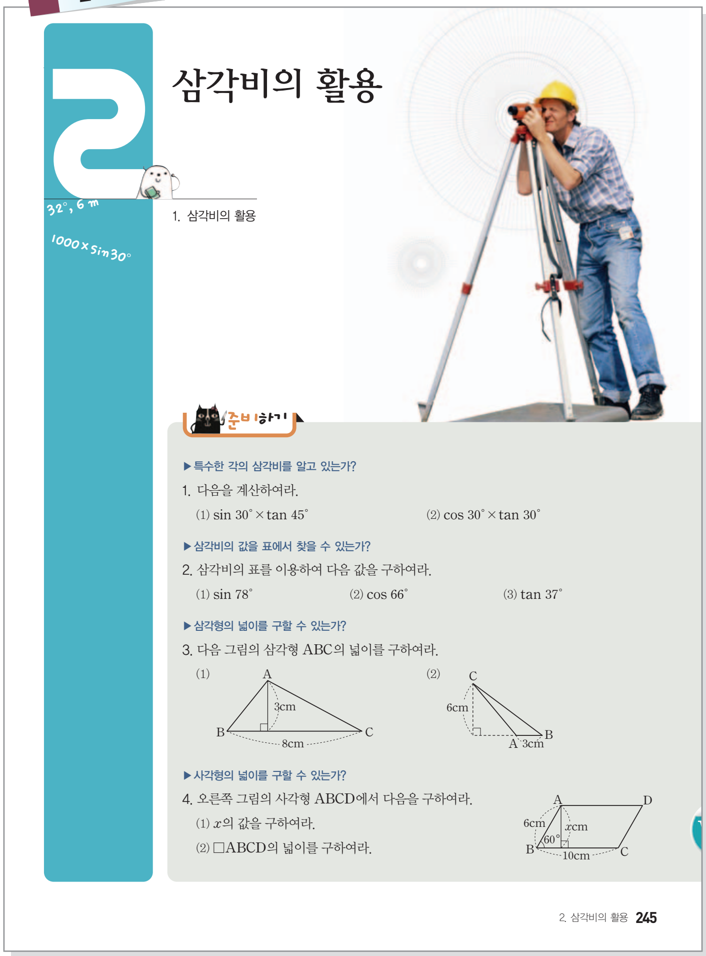
중단원 지도 목표

1. 삼각비를 이용하여 거리를 구할 수 있게 한다.
2. 삼각비를 이용하여 넓이를 구할 수 있게 한다.

중단원의 구성

소단원 명	지도 내용
1. 삼각비의 활용	• 삼각비를 이용하여 길이 구하기 • 삼각비를 이용하여 넓이 구하기
중단원 마무리하기	• 스스로 정리하기 • 기초 다지기, 기본 익히기, 실력 기르기
창의 · 인성 키우기	• 개념 바루기 • 문제 만들기 • 생각 키우기

245쪽


2 삼각비의 활용

1. 삼각비의 활용

준비하기

▶ 특수한 각의 삼각비를 알고 있는가?

1. 다음을 계산하여라.

(1) $\sin 30^\circ \times \tan 45^\circ$ (2) $\cos 30^\circ \times \tan 30^\circ$

▶ 삼각비의 값을 표에서 찾을 수 있는가?

2. 삼각비의 표를 이용하여 다음 값을 구하여라.

(1) $\sin 78^\circ$ (2) $\cos 66^\circ$ (3) $\tan 37^\circ$

▶ 삼각형의 넓이를 구할 수 있는가?

3. 다음 그림의 삼각형 ABC의 넓이를 구하여라.

▶ 사각형의 넓이를 구할 수 있는가?

4. 오른쪽 그림의 사각형 ABCD에서 다음을 구하여라.

(1) x의 값을 구하여라.

(2) □ABCD의 넓이를 구하여라.

2. 삼각비의 활용 245

준비하기

▶ 특수한 각의 삼각비를 알고 있는가?

1. 이 단원에서는 삼각비를 이용하여 거리와 넓이를 구해야 하므로 30°, 45°의 삼각비의 값을 알고 있어야 한다.

풀이 (1) $\sin 30^\circ \times \tan 45^\circ = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$

(2) $\cos 30^\circ \times \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{2}$

답 (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{2}$

▶ 삼각비의 표를 이용할 수 있는가?

2. 이 단원에서는 임의의 예각의 어림한 값을 구해야 하므로 삼각비의 표를 이용할 수 있어야 한다.

풀이 (1) $\sin 78^\circ = 0.9781$

(2) $\cos 66^\circ = 0.4067$

(3) $\tan 37^\circ = 0.7536$

답 (1) 0.9781 (2) 0.4067 (3) 0.7536

▶ 삼각형의 넓이를 구할 수 있는가?

3. 이 단원에서는 삼각비를 이용하여 삼각형의 넓이를 구하므로 삼각형의 넓이를 구하는 방법을 알고 있어야 한다.

풀이 (1) $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 3 \times 8 = 12(\text{cm}^2)$

(2) $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 3 \times 6 = 9(\text{cm}^2)$

답 (1) 12cm^2 (2) 9cm^2

▶ 사각형의 넓이를 구할 수 있는가?

4. 이 단원에서는 삼각비를 이용하여 사각형의 넓이를 구하므로 사각형의 넓이를 구하는 방법을 알고 있어야 한다.

풀이 (1) $\angle B = 60^\circ$이므로 $\sin 60^\circ = \frac{x}{6}$

$x = 6 \times \sin 60^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$

(2) $\square ABCD = 10 \times 3\sqrt{3} = 30\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

답 (1) $3\sqrt{3}$ (2) $30\sqrt{3}\text{cm}^2$

01 삼각비의 활용

지도 목표

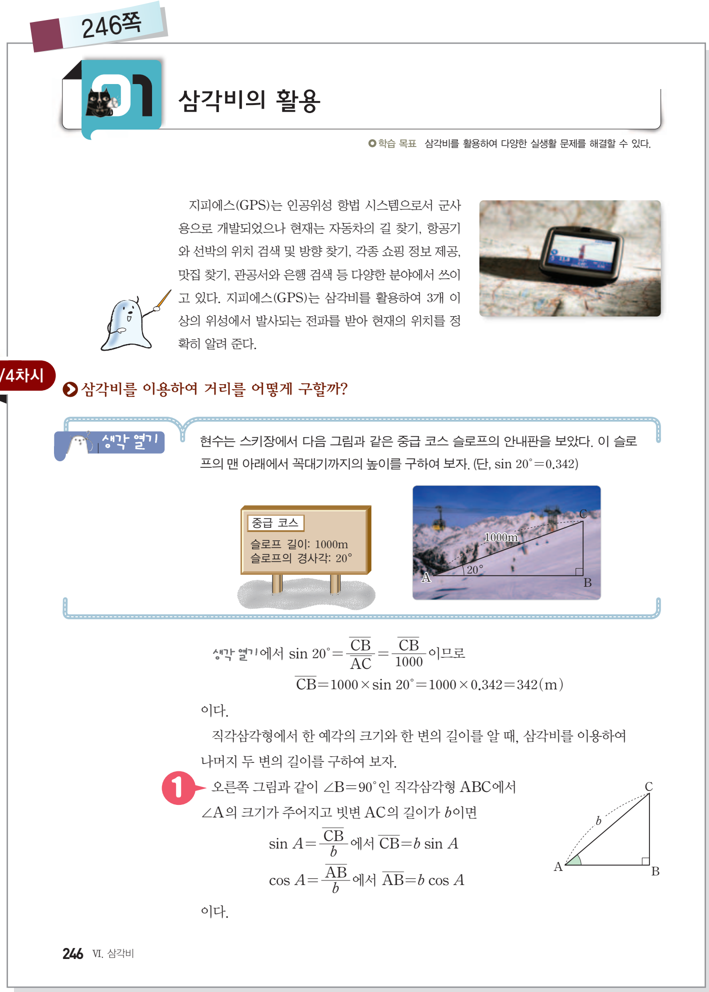
1. 삼각비를 이용하여 높이와 두 지점 사이의 거리를 구할 수 있게 한다.
2. 삼각비를 이용하여 다양한 삼각형의 넓이를 구하게 하고, 사각형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

지도상의 유의점

1. 생활 속의 소재를 활용한 문제는 문제 속의 소재를 직각삼각형으로 나타내고, 삼각비를 이용하여 풀 수 있도록 지도한다.
2. 생활 주변에서 직접 측정하기 어려운 거리, 높이, 넓이를 삼각비를 이용하여 구함으로써 삼각비의 필요성과 흥미를 갖도록 지도한다.
3. 삼각비의 값은 대부분 어림한 값이므로 삼각비를 이용하여 구한 거리, 높이, 넓이 등도 대부분 어림한 값임을 알게 한다.

1/4차시 차시별 학습 지도 방법

생각 열기	일상생활에서 나타나는 소재를 이용하여 삼각형에서 한 각의 크기와 한 변의 길이를 알면 나머지 변의 길이도 구할 수 있음을 알게 한다.
본문	직각삼각형의 한 예각의 크기와 한 변의 길이를 알 때, 각각의 예를 들어 삼각비를 활용하는 방법을 설명하여 정확히 이해할 수 있도록 지도한다.
함께 풀기 1, 2 문제 **1**, **2**, **3**	**함께 풀기**를 이용하여 직접 측정하기 어려운 두 지점 사이의 거리를 구하는 방법을 설명하고, 학생 스스로 문제를 풀어 보게 하여 그 방법을 익힐 수 있도록 지도한다.
함께 풀기 3, 문제 **4**	학생들에게 문제 해결 과정을 강조하여 설명하며, 일상생활에서 나타나는 문제를 해결하는 데 수학이 중요한 역할을 한다는 것을 깨닫게 한다.


246쪽

01 삼각비의 활용

학습 목표 삼각비를 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있다.

지피에스(GPS)는 인공위성 항법 시스템으로서 군사용으로 개발되었으나 현재는 자동차의 길 찾기, 항공기와 선박의 위치 검색 및 방향 찾기, 각종 쇼핑 정보 제공, 맛집 찾기, 관공서와 은행 검색 등 다양한 분야에서 쓰이고 있다. 지피에스(GPS)는 삼각비를 활용하여 3개 이상의 위성에서 발사되는 전파를 받아 현재의 위치를 정확히 알려 준다.

1/4차시

삼각비를 이용하여 거리를 어떻게 구할까?

생각 열기 현수는 스키장에서 다음 그림과 같은 중급 코스 슬로프의 안내판을 보았다. 이 슬로프의 맨 아래에서 꼭대기까지의 높이를 구하여 보자. (단, $\sin 20^\circ = 0.342$)

생각 열기에서 $\sin 20^\circ = \dfrac{\overline{CB}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{CB}}{1000}$이므로

$$\overline{CB} = 1000 \times \sin 20^\circ = 1000 \times 0.342 = 342(\text{m})$$

이다.

직각삼각형에서 한 예각의 크기와 한 변의 길이를 알 때, 삼각비를 이용하여 나머지 두 변의 길이를 구하여 보자.

1 오른쪽 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$의 크기가 주어지고 빗변 AC의 길이가 b이면

$$\sin A = \frac{\overline{CB}}{b} \text{에서 } \overline{CB} = b \sin A$$

$$\cos A = \frac{\overline{AB}}{b} \text{에서 } \overline{AB} = b \cos A$$

이다.

246 Ⅵ. 삼각비

삼각비를 이용하여 거리를 어떻게 구할까?

생각 열기 슬로프의 길이와 경사각의 크기를 알 때, 슬로프의 높이를 구하는 생각 열기이다.

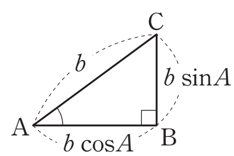
지도상의 유의점 문제 상황에서 삼각비를 이용할 때, 어떤 삼각비의 값을 사용해야 할 지 결정할 수 있도록 지도한다.

$$\sin 20^\circ = \frac{\overline{CB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{CB}}{1000}\text{이므로}$$

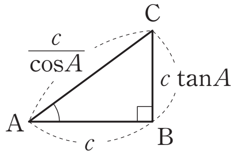
$$\overline{CB} = 1000 \times \sin 20^\circ = 1000 \times 0.342 = 342(\text{m})$$

참고 $\sin 20^\circ$는 계산기를 이용하거나 삼각비의 표를 이용하여 그 결과를 사용한다.

1 직각삼각형에서 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 주어지면 나머지 변의 길이는 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CB} = b \sin A$, $\overline{AB} = b \cos A$로 나타낼 수 있다.



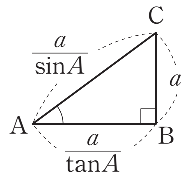
2 직각삼각형에서 한 변의 길이와 한 예각의 크기가 주어지면 나머지 변의 길이는 오른쪽 그림과 같이



$\overline{BC}=c\tan A$, $\overline{CA}=\frac{c}{\cos A}$

로 나타낼 수 있다.

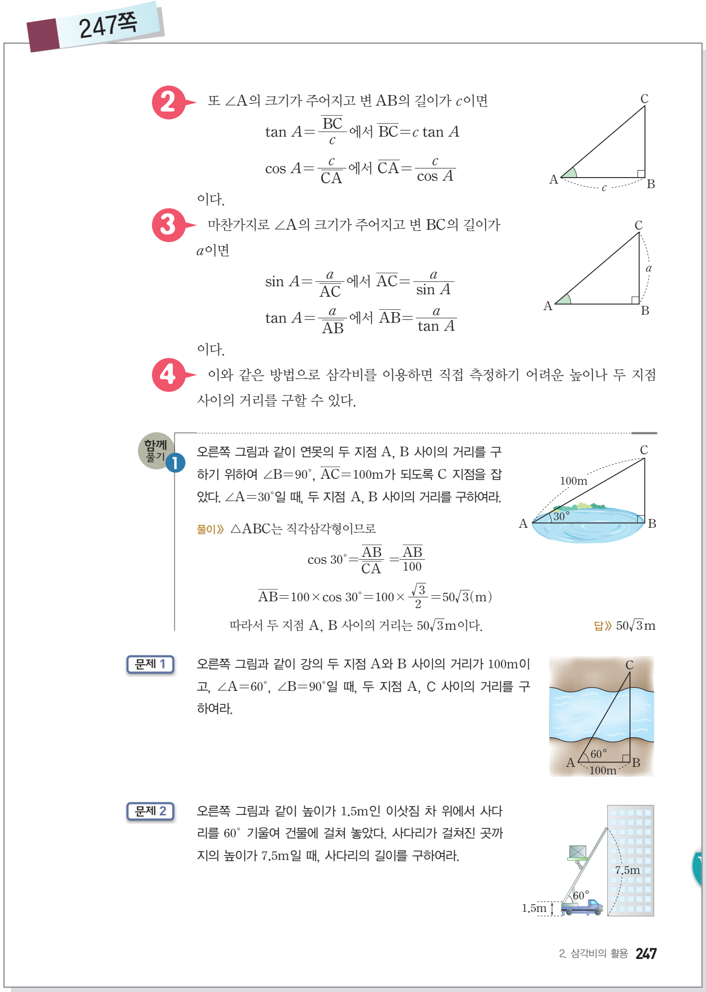
3 직각삼각형에서 한 변의 길이와 한 예각의 크기가 주어지면 나머지 변의 길이는 오른쪽 그림과 같이



$\overline{AC}=\frac{a}{\sin A}$, $\overline{AB}=\frac{a}{\tan A}$

로 나타낼 수 있다.

4 주변에서 실제로 직접 측정하기 어려운 거리나 높이를 삼각비를 이용하여 구할 때, 어떤 각의 크기와 길이를 알아야 구할 수 있는지 배운 내용을 바탕으로 생각하게 한다. 또 자기 주도적으로 각을 재고 필요한 길이를 잴 수 있는 분위기를 조성한다.


247쪽

2 또 ∠A의 크기가 주어지고 변 AB의 길이가 c이면

$$\tan A=\frac{\overline{BC}}{c}\text{에서 }\overline{BC}=c\tan A$$
$$\cos A=\frac{c}{\overline{CA}}\text{에서 }\overline{CA}=\frac{c}{\cos A}$$

이다.

3 마찬가지로 ∠A의 크기가 주어지고 변 BC의 길이가 a이면

$$\sin A=\frac{a}{\overline{AC}}\text{에서 }\overline{AC}=\frac{a}{\sin A}$$
$$\tan A=\frac{a}{\overline{AB}}\text{에서 }\overline{AB}=\frac{a}{\tan A}$$

이다.

4 이와 같은 방법으로 삼각비를 이용하면 직접 측정하기 어려운 높이나 두 지점 사이의 거리를 구할 수 있다.

함께 풀기 1 오른쪽 그림과 같이 연못의 두 지점 A, B 사이의 거리를 구하기 위하여 ∠B=90°, $\overline{AC}$=100m가 되도록 C 지점을 잡았다. ∠A=30°일 때, 두 지점 A, B 사이의 거리를 구하여라.

풀이》 △ABC는 직각삼각형이므로

$$\cos 30^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{CA}}=\frac{\overline{AB}}{100}$$
$$\overline{AB}=100\times\cos 30^\circ=100\times\frac{\sqrt{3}}{2}=50\sqrt{3}(\mathrm{m})$$

따라서 두 지점 A, B 사이의 거리는 $50\sqrt{3}$m이다.

답》 $50\sqrt{3}$m

문제 1 오른쪽 그림과 같이 강의 두 지점 A와 B 사이의 거리가 100m이고, ∠A=60°, ∠B=90°일 때, 두 지점 A, C 사이의 거리를 구하여라.

문제 2 오른쪽 그림과 같이 높이가 1.5m인 이삿짐 차 위에서 사다리를 60° 기울여 건물에 걸쳐 놓았다. 사다리가 걸쳐진 곳까지의 높이가 7.5m일 때, 사다리의 길이를 구하여라.

2. 삼각비의 활용 247

5 **함께 풀기 2**에서 구한 값은 어림한 값이므로 문제에서 요구하는 자릿수까지 구하면 된다. 사물의 높이나 거리를 구할 때, 삼각비의 값이 어림한 값이므로 실제의 값과는 차이가 있음을 이해할 수 있도록 지도한다.

문제 1 삼각비를 이용하여 두 점 사이의 거리 구하기

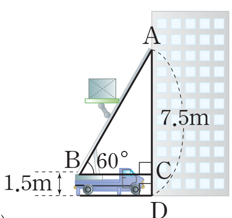
풀이 직각삼각형 ABC에서

$\cos 60^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{CA}}=\frac{100}{\overline{CA}}$ 이므로

$\overline{CA}=\frac{100}{\cos 60^\circ}=100\times 2=200(\mathrm{m})$이다.

문제 2 삼각비를 이용하여 사다리의 길이 구하기

풀이 오른쪽 그림에서



$\overline{AC}=\overline{AD}-\overline{CD}$

$\quad=7.5-1.5=6(\mathrm{m})$

$\sin 60^\circ=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{6}{\overline{AB}}$

$\overline{AB}=\frac{6}{\sin 60^\circ}=6\times\frac{2}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}(\mathrm{m})$

따라서 사다리의 길이는 $4\sqrt{3}$m이다.

문제 3 삼각비를 이용하여 나무의 높이 구하기

풀이 직각삼각형 ABC에서

$\tan 42^\circ=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{BC}}{10}$ 이므로

$\overline{BC}=10\times\tan 42^\circ$

$\tan 42^\circ=0.9004$이므로

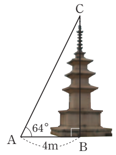
$\overline{BC}=10\times 0.9004=9.004(\mathrm{m})$

따라서 나무의 높이를 반올림하여 소수 첫째 자리까지 구하면 9.0m이다.

248쪽

5 함께 풀기 2

오른쪽 그림과 같이 국보 21호인 불국사 삼층석탑의 높이를 구하기 위하여 4m 떨어진 지점에서 탑의 꼭대기를 올려다본 각이 64°이었다. 이때 탑의 높이를 반올림하여 소수 첫째 자리까지 구하여라.



풀이» 직각삼각형 ABC에서

$$\tan 64^\circ=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{BC}}{4}\text{이므로}$$

$$\overline{BC}=4\times\tan 64^\circ(\mathrm{m})$$

삼각비의 표에서 $\tan 64^\circ=2.0503$이므로

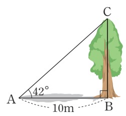
$$\overline{BC}=4\times 2.0503=8.2012(\mathrm{m})$$

따라서 탑의 높이를 소수 첫째 자리까지 구하면 8.2m이다.

답» 8.2m

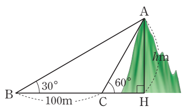
소수 첫째 자리까지 구하려면 소수 둘째 자리에서 반올림해야 한다.

문제 3 오른쪽 그림과 같이 나무의 그림자 길이가 10m이고, 선분 AC가 지면과 이루는 각인 ∠CAB의 크기가 42°일 때, 나무의 높이를 반올림하여 소수 첫째 자리까지 구하여라.



6 함께 풀기 3

오른쪽 그림과 같이 100m 떨어진 두 지점 B, C에서 산꼭대기 A 지점을 올려다본 각의 크기가 각각 30°, 60°일 때, 산의 높이를 구하여라.



풀이» $\overline{AH}=h$m라 하면 △ABH, △ACH에서

$\angle BAH=60^\circ$, $\angle CAH=30^\circ$

이므로 $\overline{BH}=h\tan 60^\circ(\mathrm{m})$, $\overline{CH}=h\tan 30^\circ(\mathrm{m})$이다.

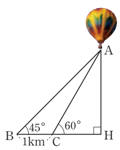
그런데 $\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}=100(\mathrm{m})$이므로

$$h(\tan 60^\circ-\tan 30^\circ)=100,\ h\left(\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=100,\ h=50\sqrt{3}$$

따라서 산의 높이는 $50\sqrt{3}$m이다.

답» $50\sqrt{3}$m

문제 4 오른쪽 그림과 같이 1km 떨어진 두 지점 B, C에서 기구를 올려다본 각의 크기가 45°, 60°일 때, 지상으로부터 기구가 있는 곳까지의 높이를 구하여라.



248 VI. 삼각비

249쪽

직각삼각형이 아닌 삼각형에서 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기를 알면 삼각비를 이용하여 나머지 두 변의 길이를 구할 수 있다.

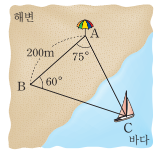
2/4차시

7 함께 풀기 4

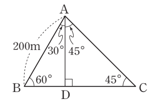
연수는 해변에서 배가 있는 C 지점까지의 거리를 구하기 위하여 오른쪽 그림과 같이 200m 떨어진 두 지점 A, B에서 각의 크기를 측정하였더니 각각 75°, 60°이었다. 다음 물음에 답하여라.

(1) A 지점에서 C 지점까지의 거리를 구하여라.

(2) B 지점에서 C 지점까지의 거리를 구하여라.



풀이» 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 D라 하자.



(1) 직각삼각형 ABD에서 $\sin 60^\circ=\frac{\overline{AD}}{200}$이므로

$$\overline{AD}=200\times\sin 60^\circ=200\times\frac{\sqrt{3}}{2}=100\sqrt{3}(\mathrm{m})$$

한편 직각삼각형 ADC에서 $\angle CAD=45^\circ$이고,

$$\cos 45^\circ=\frac{\overline{AD}}{\overline{CA}}=\frac{100\sqrt{3}}{\overline{CA}}$$

$$\overline{CA}=100\sqrt{3}\times\frac{1}{\cos 45^\circ}=100\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{2}}=100\sqrt{6}(\mathrm{m})$$

따라서 A 지점에서 배의 위치 C 지점까지의 거리는 $100\sqrt{6}$m이다.

(2) △ABD에서 $\cos 60^\circ=\frac{\overline{BD}}{200}$이므로

$$\overline{BD}=200\times\cos 60^\circ=200\times\frac{1}{2}=100(\mathrm{m})$$

$$\overline{DC}=\overline{AD}=100\sqrt{3}(\mathrm{m})$$

$$\overline{BC}=\overline{BD}+\overline{DC}=100+100\sqrt{3}=100(1+\sqrt{3})(\mathrm{m})$$

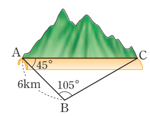
따라서 B 지점에서 배의 위치 C 지점까지의 거리는 $100(1+\sqrt{3})$m이다.

답» (1) $100\sqrt{6}$m (2) $100(1+\sqrt{3})$m

문제 5 두 지점 A, C 사이에 직선의 터널을 뚫어 도로를 만들려고 한다. 두 지점 A, B 사이의 거리와 A, B 지점에서 C를 바라본 각의 크기를 측정하였더니 오른쪽 그림과 같이

$\overline{AB}=6\mathrm{km}$, $\angle CAB=45^\circ$, $\angle ABC=105^\circ$

이었다. 터널의 길이를 구하여라.



2. 삼각비의 활용 249

---

6 **함께 풀기 3**의 다른 풀이는 다음과 같다.

$\overline{AH}=h\mathrm{m}$, $\overline{CH}=x\mathrm{m}$, $\overline{BH}=(100+x)\mathrm{m}$로 놓으면

△ABH에서 $h=(100+x)\tan 30^\circ$ …… ①

△ACH에서 $h=x\tan 60^\circ$ …… ②

①, ②에서

$(100+x)\tan 30^\circ=x\tan 60^\circ$

$x=50$

②에 대입하면

$h=x\tan 60^\circ=50\sqrt{3}$이다.

문제 4 지상으로부터 기구가 있는 곳까지의 높이 구하기

풀이 $\overline{AH}=h\,\mathrm{km}$라 하면

△ABH, △ACH에서

$\angle BAH=45^\circ$, $\angle CAH=30^\circ$

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ$, $\overline{CH}=h\tan 30^\circ$

$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

$h\tan 45^\circ-h\tan 30^\circ=1$

$h\left(1-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=1$

$h=\frac{3}{3-\sqrt{3}}=\frac{3+\sqrt{3}}{2}$

따라서 지상으로부터 기구가 있는 곳까지의 높이는

$\frac{3+\sqrt{3}}{2}$km이다.

수준별 교수·학습 방법

직각삼각형의 한 예각의 크기와 한 변의 길이를 알 때, 나머지 한 변의 길이도 구할 수 있다.

하 교실이나 학교 주변에서 간단하게 삼각비를 이용하여 길이를 잴 수 있는 것을 택한 후, 학생 스스로 각을 재고, 한 변의 길이를 재어 높이나 거리를 구해 보게 한다.

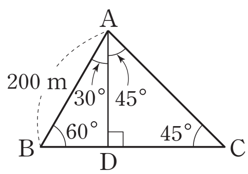
상 **함께 풀기 3**, **문제 4**에서 다른 풀이를 생각해 보게 하여 확산적 사고를 기를 수 있도록 한다.

VI

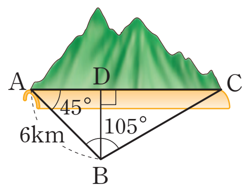
2/4차시 차시별 학습 지도 방법

함께 풀기 4, 문제 **5**	직각삼각형이 아닌 삼각형에서 한 변의 길이와 그 양 끝각의 크기를 알 때, 나머지 두 변의 길이를 구하는 것은 난이도가 있으므로 **함께 풀기**를 통하여 자세히 설명하고, 모둠별로 문제를 풀면서 해결되지 않은 부분은 상호 협동하여 해결할 수 있도록 지도한다.
함께 풀기 5, 문제 **6**	직각삼각형이 아닌 삼각형에서 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 알면 나머지 한 변의 길이도 구할 수 있도록 한다.

7 직각삼각형이 아닌 삼각형에서 한 변의 길이와 그 양 끝각의 크기를 알 때, 나머지 두 변의 길이를 구하는 것은 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 수선을 그어 두 개의 직각삼각형을 만들어 두 지점 사이의 거리를 구할 수 있도록 지도한다.



문제 5 **직각삼각형이 아닌 삼각형에서 한 변의 길이와 그 양 끝각의 크기를 알 때, 나머지 두 변의 길이 구하기**



풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 D라 하면 $\triangle ABD$에서

$\overline{AD}=6\cos 45^\circ=6\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$=3\sqrt{2}(\text{km})$

$\triangle BCD$에서 $\angle DBC=60^\circ$이므로

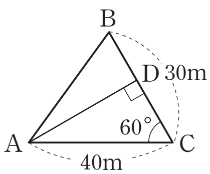
$\tan 60^\circ=\dfrac{\overline{DC}}{3\sqrt{2}}$

$\overline{DC}=3\sqrt{2}\tan 60^\circ=3\sqrt{6}(\text{km})$

따라서 터널 $\overline{AC}$의 길이는

$\overline{AC}=\overline{AD}+\overline{DC}=3\sqrt{2}+3\sqrt{6}=3(\sqrt{2}+\sqrt{6})(\text{km})$이다.

8 직각삼각형이 아닌 삼각형에서 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 알 때, 나머지 한 변의 길이는 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 밑변 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 D라 놓고, 두 직각삼각형 ACD, ABD에서 삼각비를 이용하여 구할 수 있다.

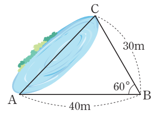


250쪽

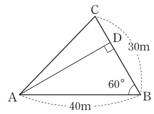
직각삼각형이 아닌 삼각형에서 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 알면 삼각비를 이용하여 나머지 한 변의 길이를 구할 수 있다.

8 함께 풀기 **5**

오른쪽 그림과 같이 연못의 두 지점 A, C 사이의 거리를 구하기 위하여 $\overline{AB}=40\text{m}$, $\overline{BC}=30\text{m}$가 되도록 B 지점을 잡았다. $\angle B=60^\circ$일 때, 두 지점 A, C 사이의 거리를 구하여라.



풀이» 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 D라 하면



직각삼각형 ABD에서

$\sin 60^\circ=\dfrac{\overline{AD}}{40}$이므로

$\overline{AD}=40\times\sin 60^\circ$

$=40\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=20\sqrt{3}(\text{m})$

또 $\cos 60^\circ=\dfrac{\overline{BD}}{40}$이므로

$\overline{BD}=40\times\cos 60^\circ$

$=40\times\dfrac{1}{2}=20(\text{m})$

직각삼각형 ACD에서 $\overline{AD}=20\sqrt{3}\,\text{m}$, $\overline{CD}=\overline{BC}-\overline{BD}=30-20=10(\text{m})$이므로

$\overline{AC}^2=\overline{AD}^2+\overline{CD}^2=(20\sqrt{3})^2+10^2=1300$

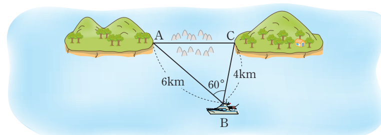
그런데 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=10\sqrt{13}\,\text{m}$

따라서 두 지점 A, C 사이의 거리는 $10\sqrt{13}\,\text{m}$이다. 답» $10\sqrt{13}\,\text{m}$

문제 6 다음 그림과 같이 두 섬 A, C 사이의 거리를 구하기 위하여 배 위의 B 지점에서 각의 크기와 거리를 측정하였더니

$\overline{AB}=6\text{km}$, $\overline{BC}=4\text{km}$, $\angle ABC=60^\circ$

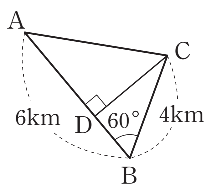
이었다. 두 섬 A, C 사이의 거리를 구하여라.



250 Ⅵ. 삼각비

문제 6 **직각삼각형이 아닌 삼각형에서 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 알 때, 나머지 한 변의 길이 구하기**

풀이 꼭짓점 C에서 밑변 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 D라 하면



$\triangle CDB$에서

$\overline{BD}=4\cos 60^\circ=2(\text{km})$

$\overline{CD}=4\sin 60^\circ=2\sqrt{3}(\text{km})$

$\overline{AD}=\overline{AB}-\overline{BD}$

$=6-2=4(\text{km})$

$\triangle ADC$에서

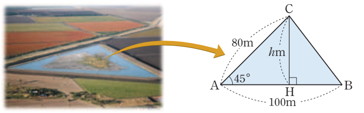
$\overline{AC}=\sqrt{4^2+(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{7}(\text{km})$

따라서 두 섬 A, C 사이의 거리는 $2\sqrt{7}\,\text{km}$이다.

251쪽

3/4차시 삼각비를 이용하여 삼각형의 넓이는 어떻게 구할까?

생각 열기 다음은 농장 단지의 밭에 물을 대기 위해 삼각형 모양의 둑으로 물을 막아 놓은 것이다. A 지점에서 B 지점까지는 100m, A 지점에서 C 지점까지는 80m, A 지점에서 바라본 B 지점, C 지점 사이의 각의 크기는 45°이었다.



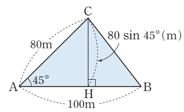
(1) C 지점에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 할 때, C 지점에서 H 지점까지의 거리를 구하여 보자.
(2) 삼각형 모양의 토지 ABC의 넓이를 구하여 보자.

생각 열기에서 $\sin 45^\circ = \frac{\overline{CH}}{80}$이므로 $\overline{CH} = 80 \sin 45^\circ$(m)이다.

따라서 △ABC의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{CH} = \frac{1}{2} \times 100 \times 80 \sin 45^\circ$$
$$= 2000\sqrt{2}\,(\mathrm{m}^2)$$

이다.



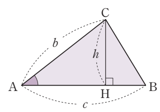
이와 같이 삼각형에서 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 알면 삼각형의 넓이를 구할 수 있다.

이제 △ABC에서 두 변의 길이 b, c와 그 끼인각인 ∠A의 크기를 알 때, △ABC의 넓이 S를 구하여 보자.

9 1 ∠A가 예각일 경우

오른쪽 그림과 같이 △ABC의 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발 H에 대하여 $\overline{CH} = h$라 하면 $\sin A = \frac{h}{b}$이므로

$$h = b \sin A$$



이다. 따라서 △ABC의 넓이 S는

$$S = \frac{1}{2}ch = \frac{1}{2} \times c \times b \sin A = \frac{1}{2}bc \sin A$$

이다.

2. 삼각비의 활용 251

수준별 교수·학습 방법

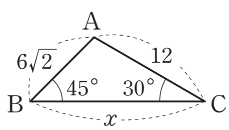
직각삼각형이 아닌 삼각형에서 주어진 변의 길이와 각의 크기를 알 때, 나머지 변의 길이도 구할 수 있다.

하 직각삼각형이 아닌 삼각형에서 한 내각의 크기가 30°, 45°, 60°인지 살펴보고, 90°보다 큰 각이 있으면 이 각을 두 개의 직각삼각형으로 나누어 앞에서 학습한 내용으로 풀어 볼 수 있게 한다. 이해의 어려움이 있는 학생에게는 단계적으로 풀 수 있도록 지도한다.

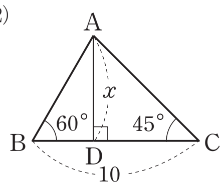
상 직각삼각형에서 삼각비를 이용할 때, 여러 방법 중 가장 적절한 방법을 생각해 보게 하여 수렴적 사고를 기를 수 있도록 한다. 빨리 푼 학생들을 위하여 다음과 같은 예비 문항을 준비하여 지도한다.

[문제] 다음 그림의 △ABC에서 x의 값을 구하여라.

(1)



(2)



답 (1) $6(1+\sqrt{3})$ (2) $5(3-\sqrt{3})$

3/4차시 차시별 학습 지도 방법

생각 열기	삼각형에서 두 변의 길이와 끼인각이 예각일 때, 삼각형의 넓이를 구할 수 있도록 한다.
본문	생각 열기를 이용하여 삼각형에서 끼인각이 예각일 때와 둔각일 때의 삼각형의 넓이를 구하는 방법을 각각 설명한다.
함께 풀기 6, 문제 **7**	예각삼각형의 넓이를 구하는 방법을 **함께 풀기 6**을 통하여 설명한 후, 학생 스스로 문제를 풀고, 자신의 풀이를 설명하도록 지도한다. 이해가 부족한 학생은 본문과 같이 수선의 발을 이용하는 방법으로 지도할 수 있다.

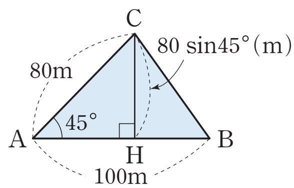
삼각비를 이용하여 삼각형의 넓이는 어떻게 구할까?

생각 열기 삼각형 모양의 주말 농장 단지의 넓이를 삼각비를 이용하여 구해 보는 생각 열기이다.

지도상의 유의점 삼각형에서 두 변의 길이와 그 끼인각이 예각일 때, 삼각형의 넓이를 구하기 위해서는 높이를 삼각비로 어떻게 나타낼 수 있는지 생각해 보게 한다.

(1) C지점에서 H지점까지의 거리는 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{CH}$의 길이와 같으므로

$\sin 45^\circ = \frac{\overline{CH}}{80}$

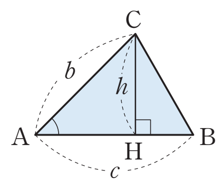


$\overline{CH} = 80 \sin 45^\circ = 40\sqrt{2}$(m)이다.

(2) $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{CH} = \frac{1}{2} \times 100 \times 40\sqrt{2}$
$= 2000\sqrt{2}\,(\mathrm{m}^2)$

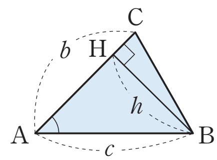
9 △ABC의 꼭짓점 C에서 밑변 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H, $\overline{CH} = h$라 하면 $\sin A = \frac{h}{b}$이므로 $h = b \sin A$이다.

따라서 $S = \frac{1}{2}bc \sin A$이다.



또 △ABC의 꼭짓점 B에서 밑변 $\overline{CA}$에 내린 수선의 발을 H, $\overline{BH} = h$라 하면 $\sin A = \frac{h}{c}$이므로 $h = c \sin A$이다.

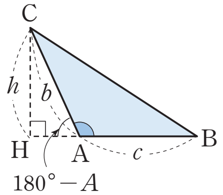
따라서 $S = \frac{1}{2}bc \sin A$이다.



이와 같이 삼각형의 넓이를 구할 때, 삼각형의 높이를 다양하게 잡을 수 있으며 그 결과는 같다는 것을 알게 한다.

VI

10 둔각에 대한 삼각비는 정의하지 않았으므로 그 외각에 대한 삼각비의 값을 이용함을 이해하도록 지도한다.
즉, 다음 그림과 같이 $\angle A$가 둔각일 때는 $\angle A$에 대한 외각 $180^\circ - A$를 이용함을 알게 한다.



이때 $\triangle ABC$의 높이는 $\triangle ACH$의 높이와 같으므로 $h = b\sin(180^\circ - A)$임을 충분히 설명한다.

문제 7 $\triangle ABC$의 넓이 구하기

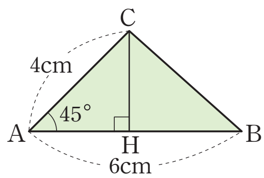
풀이 (1) $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times \sin 45^\circ$

$= \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$

$= 6\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)$

다른 풀이

꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\sin 45^\circ = \frac{\overline{CH}}{4}$

$\overline{CH} = 4\sin 45^\circ = 2\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{CH}$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 2\sqrt{2}$

$= 6\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)$

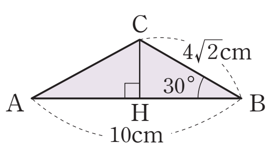
(2) $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 10 \times 4\sqrt{2} \times \sin 30^\circ$

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 4\sqrt{2} \times \frac{1}{2}$

$= 10\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)$

다른 풀이

꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\sin 30^\circ = \frac{\overline{CH}}{4\sqrt{2}}$

$\overline{CH} = 4\sqrt{2}\sin 30^\circ$

$= 2\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{CH}$

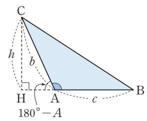
$= \frac{1}{2} \times 10 \times 2\sqrt{2}$

$= 10\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)$

252쪽

10 ❷ $\angle A$가 둔각일 경우

오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABC$의 꼭짓점 C에서 $\overline{BA}$의 연장선에 내린 수선의 발 H에 대하여 $\overline{CH} = h$라 하면 $\triangle CHA$에서



$\sin(180^\circ - A) = \frac{h}{b}$이므로

$h = b\sin(180^\circ - A)$

이다. 따라서 $\triangle ABC$의 넓이 S는

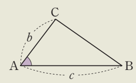
$S = \frac{1}{2}ch = \frac{1}{2} \times c \times b\sin(180^\circ - A) = \frac{1}{2}bc\sin(180^\circ - A)$

이다.
이상을 정리하면 다음과 같다.

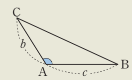
삼각형의 넓이

$\triangle ABC$에서 두 변의 길이 b, c와 그 끼인각 $\angle A$의 크기를 알 때, $\triangle ABC$의 넓이 S는 다음과 같다.

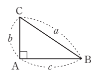
❶ $\angle A$가 예각일 때, $S = \frac{1}{2}bc\sin A$



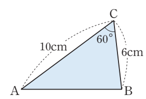
❷ $\angle A$가 둔각일 때, $S = \frac{1}{2}bc\sin(180^\circ - A)$



$\triangle ABC$에서 $\angle A$가 90°이면 $\sin A = 1$이므로 $S = \frac{1}{2}bc$이다.



함께 풀기 6 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC} = 10\mathrm{cm}$, $\overline{CB} = 6\mathrm{cm}$, $\angle C = 60^\circ$인 $\triangle ABC$의 넓이를 구하여라.



풀이》 $\triangle ABC$의 넓이를 S라 하면

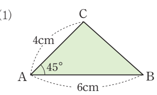
$S = \frac{1}{2} \times 10 \times 6 \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 10 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 15\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$이다.

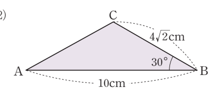
답》 $15\sqrt{3}\mathrm{cm}^2$

문제 7 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$의 넓이를 구하여라.

(1)



(2)



252 Ⅵ. 삼각비

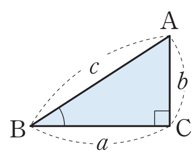
수준별 교수·학습 방법

삼각형에서 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 알 때, 삼각형의 넓이를 구할 수 있다.

하 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$에서 $\angle C = 90^\circ$이면

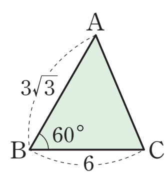
$S = \frac{1}{2}ab\sin 90^\circ = \frac{1}{2}ab$

이다. 이때 $\triangle ABC$에서 a는 밑변의 길이이고, b는 높이임을 알게 한다.

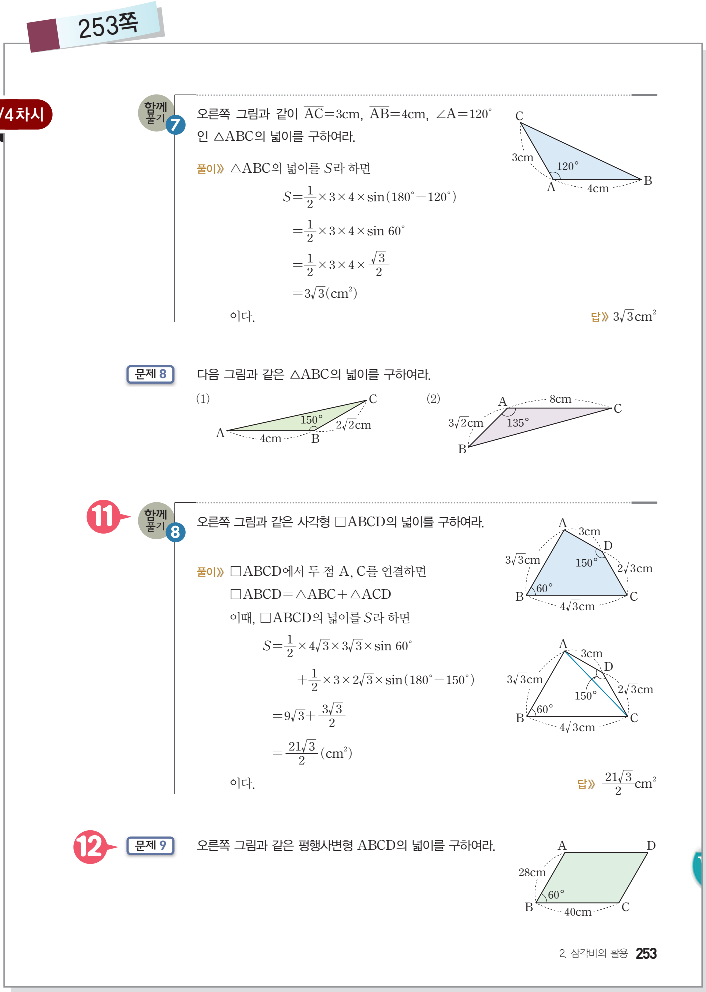


상 다양한 문제를 준비하여 풀어 보게 하고, 다른 풀이를 생각해 보게 한다. 즉, 삼각형의 높이를 다르게 하여 두 가지 방법으로 풀어 보게 한다.

[문제] 오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$의 넓이를 구하여라.



답 $\frac{27}{2}$


253쪽

4/4차시

함께 풀기 7 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}=3\text{cm}$, $\overline{AB}=4\text{cm}$, $\angle A=120^\circ$인 △ABC의 넓이를 구하여라.

풀이》 △ABC의 넓이를 S라 하면

$$S=\frac{1}{2}\times3\times4\times\sin(180^\circ-120^\circ)$$
$$=\frac{1}{2}\times3\times4\times\sin60^\circ$$
$$=\frac{1}{2}\times3\times4\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$=3\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

이다.

답》 $3\sqrt{3}\text{cm}^2$

문제 8 다음 그림과 같은 △ABC의 넓이를 구하여라.

(1) (2)

11 함께 풀기 8 오른쪽 그림과 같은 사각형 □ABCD의 넓이를 구하여라.

풀이》 □ABCD에서 두 점 A, C를 연결하면

□ABCD=△ABC+△ACD

이때, □ABCD의 넓이를 S라 하면

$$S=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times3\sqrt{3}\times\sin60^\circ+\frac{1}{2}\times3\times2\sqrt{3}\times\sin(180^\circ-150^\circ)$$
$$=9\sqrt{3}+\frac{3\sqrt{3}}{2}$$
$$=\frac{21\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^2)$$

이다.

답》 $\frac{21\sqrt{3}}{2}\text{cm}^2$

12 문제 9 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 넓이를 구하여라.

2. 삼각비의 활용 253

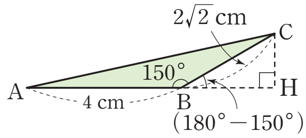
문제 8 삼각형에서 두 변의 길이와 끼인각이 둔각일 때, 삼각형의 넓이 구하기

풀이 (1) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{2}\times\sin(180^\circ-150^\circ)$

$$=\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{2}\times\frac{1}{2}=2\sqrt{2}(\text{cm}^2)$$

다른 풀이

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면 △CBH에서



$\overline{CH}=2\sqrt{2}\sin(180^\circ-150^\circ)=2\sqrt{2}\times\frac{1}{2}=\sqrt{2}(\text{cm})$

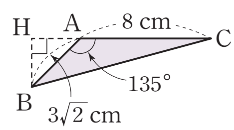
따라서 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times\sqrt{2}=2\sqrt{2}(\text{cm}^2)$이다.

(2) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times3\sqrt{2}\times8\times\sin(180^\circ-135^\circ)$

$$=\frac{1}{2}\times3\sqrt{2}\times8\times\frac{\sqrt{2}}{2}=12(\text{cm}^2)$$

다른 풀이

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면 △ABH에서



$\overline{BH}=3\sqrt{2}\sin(180^\circ-135^\circ)$

$=3\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=3(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times8\times3=12(\text{cm}^2)$이다.

4/4차시 차시별 학습 지도 방법 [교과 교실]

함께 풀기 7, 문제 8	둔각삼각형의 넓이 구하는 방법을 '**함께 풀기**'로 설명하고, 학생 스스로 삼각형의 넓이를 구해 볼 수 있도록 지도한다.
함께 풀기 8, 문제 9	사각형의 넓이는 각의 크기를 알고 있는 두 개의 삼각형으로 나누어 구하는 것임을 설명한다.
문제 10	실생활의 소재를 이용하여, 마름모 모양의 지역의 넓이를 구할 수 있도록 지도하고, 수학의 적용 범위, 타 분야와의 관련성, 가치성 등에 대한 올바른 인식을 갖도록 지도한다.
즐거운 활동하기	클리노미터를 직접 만들어 보게 하고, 이를 이용하여 주변에 건물의 높이를 재어 보는 활동을 하면서 학습의 흥미를 가질 수 있도록 지도한다.

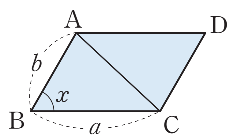
11 **함께 풀기 8**과 같이 네 변의 길이와 각각의 끼인각이 주어진 경우는 사각형을 두 개의 삼각형으로 나누어 넓이를 구할 수 있도록 지도한다.

12 평행사변형의 넓이는 다음과 같이 삼각형의 넓이를 이용하여 구할 수 있다.

(i) ∠B가 예각일 때,

△ABC=△CDA

이므로 평행사변형의 넓이 S는

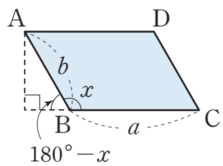


$S=2\times\frac{1}{2}ab\sin x=ab\sin x$

(ii) ∠B가 둔각일 때,

△ABC=△CDA

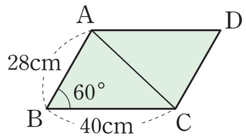
이므로 평행사변형의 넓이 S는



$S=2\times\frac{1}{2}ab\sin(180^\circ-x)$

$=ab\sin(180^\circ-x)$

문제 9 **평행사변형의 넓이 구하기**



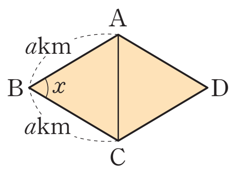
풀이 평행사변형을 두 개의 삼각형으로 나눈 △ABC와 △CDA의 넓이는 서로 같으므로 평행사변형의 넓이 S는

$$S=2\times\frac{1}{2}\times 40\times 28\sin 60^{\circ}$$

$$=1120\times\frac{\sqrt{3}}{2}=560\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$$

이다.

문제 10 **마름모의 넓이 구하기**



풀이 오른쪽 그림에서 $\angle B=x$라 하면 한 변의 길이가 $a$km인 마름모 ABCD의 넓이는 △ABC의 넓이의 2배이다.

따라서 마름모 ABCD의 넓이 S는

$$S=2\times\frac{1}{2}\times a^2\sin x=a^2\sin x(\mathrm{km}^2)$$

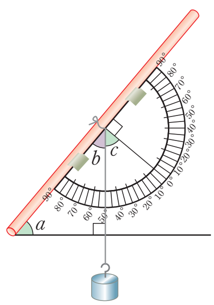
따라서 자연환경 보존 지역의 넓이는 $a^2\sin x\mathrm{km}^2$이다.

즐거운 활동하기

클리노미터 활용하기

지도상의 유의점 클리노미터의 원리를 알게 하고, 모둠별로 클리노미터를 만들게 보게 한다. 모둠별로 만든 클리노미터로 학교 주변의 대상을 찾아 높이나 길이를 재어 보게 한다.

[클리노미터의 원리]



오른쪽 그림과 같이 클리노미터의 각을 $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$라 하면

$\angle a+\angle b=90^{\circ}$, $\angle b+\angle c=90^{\circ}$이므로 $\angle a=\angle c$이다.

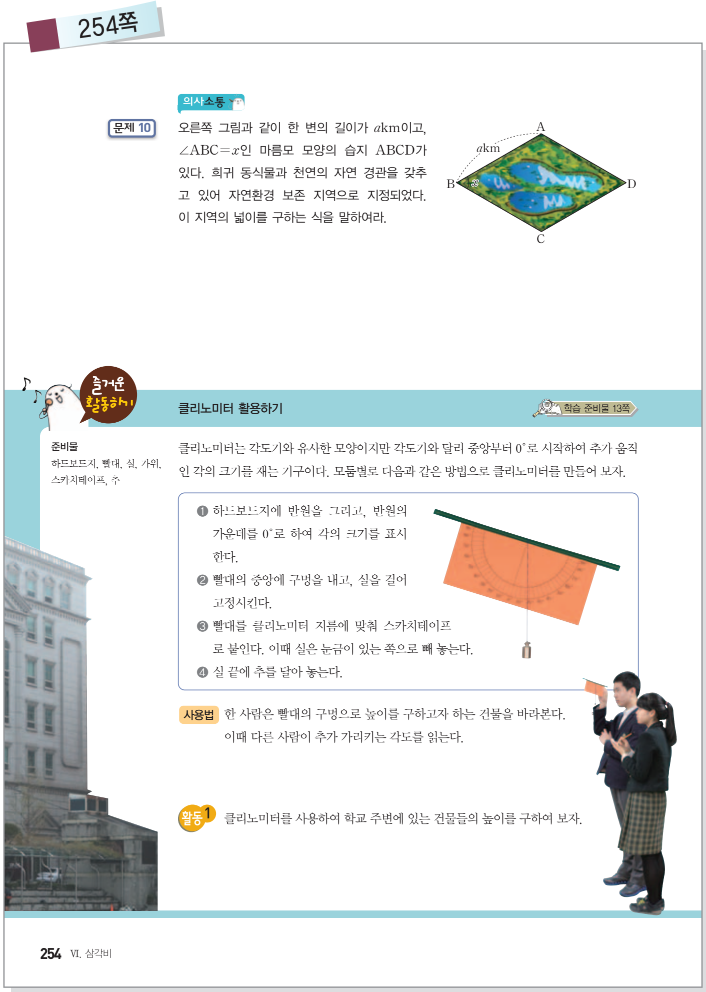
따라서 높이를 구하고자 하는 대상을 클리노미터로 올려다보고, 추가 가리키는 눈금을 읽으면 그 대상이 지면과 이루는 각의 크기를 잴 수 있다.

[활동 예시] 학교 주변의 사물의 높이 x를 다음과 같이 구한다.

대상	현재 위치에서 대상까지의 거리	현재 위치에서 대상까지의 거리
농구대	2m	43°
국기 게양대	3m	58°
나무	4m	40°
학교 건물	10m	36°

높이를 hm, 대상까지의 거리 xm, 각의 크기를 a라 하면 $h=x\tan a$이므로

(농구대의 높이)$=2\tan 43^{\circ}=2\times 0.9325=1.865$(m)


254쪽

의사소통

문제 10 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 $a$km이고, $\angle ABC=x$인 마름모 모양의 습지 ABCD가 있다. 희귀 동식물과 천연의 자연 경관을 갖추고 있어 자연환경 보존 지역으로 지정되었다. 이 지역의 넓이를 구하는 식을 말하여라.

즐거운 활동하기 클리노미터 활용하기 학습 준비물 13쪽

준비물
하드보드지, 빨대, 실, 가위, 스카치테이프, 추

클리노미터는 각도기와 유사한 모양이지만 각도기와 달리 중앙부터 0°로 시작하여 추가 움직인 각의 크기를 재는 기구이다. 모둠별로 다음과 같은 방법으로 클리노미터를 만들어 보자.

❶ 하드보드지에 반원을 그리고, 반원의 가운데를 0°로 하여 각의 크기를 표시한다.
❷ 빨대의 중앙에 구멍을 내고, 실을 걸어 고정시킨다.
❸ 빨대를 클리노미터 지름에 맞춰 스카치테이프로 붙인다. 이때 실은 눈금이 있는 쪽으로 빼 놓는다.
❹ 실 끝에 추를 달아 놓는다.

사용법 한 사람은 빨대의 구멍으로 높이를 구하고자 하는 건물을 바라본다. 이때 다른 사람이 추가 가리키는 각도를 읽는다.

활동 1 클리노미터를 사용하여 학교 주변에 있는 건물들의 높이를 구하여 보자.

254 Ⅵ. 삼각비

(국기 게양대의 높이)$=3\tan 58^{\circ}=3\times 1.6003=4.8009$(m)

(나무의 높이)$=4\tan 40^{\circ}=4\times 0.8391=3.3564$(m)

(학교 건물의 높이)$=10\tan 36^{\circ}=10\times 0.7265=7.265$(m)

이다.

참고 클리노미터를 잴 때 똑바로 서서 재었다면 높이를 구한 후, 지면에서 눈높이까지의 높이를 더하면 된다.

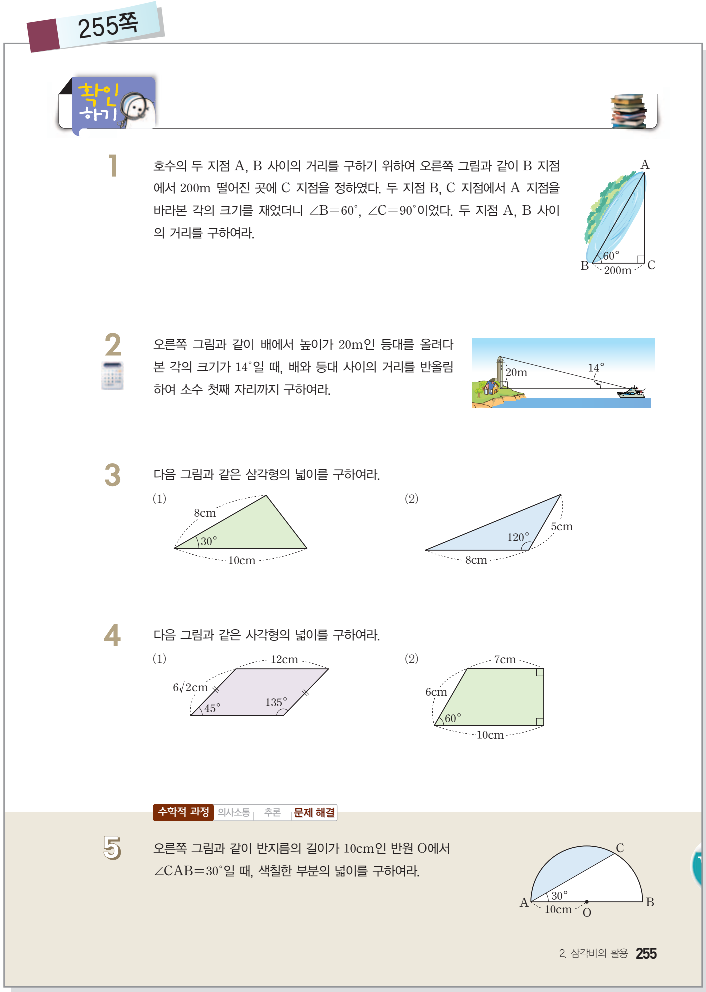
창의 · 인성 모둠별로 함께 해결하면서 상호 작용할 수 있는 능력과 협동심을 키울 수 있도록 한다.

수준별 교수 · 학습 방법

둔각삼각형과 사각형의 넓이를 구할 수 있다.

하 둔각삼각형도 예각삼각형과 같은 방법으로 심각형의 높이를 구할 수 있음을 자세히 설명한다.

상 클리노미터를 사용하여 구할 수 있는 대상을 열거하여 보게 하고, 클리노미터를 좀 더 효율적으로 사용할 수 있는 방법을 토론하게 한다.


255쪽

확인하기

1 호수의 두 지점 A, B 사이의 거리를 구하기 위하여 오른쪽 그림과 같이 B 지점에서 200m 떨어진 곳에 C 지점을 정하였다. 두 지점 B, C 지점에서 A 지점을 바라본 각의 크기를 재었더니 $\angle B=60^\circ$, $\angle C=90^\circ$이었다. 두 지점 A, B 사이의 거리를 구하여라.

2 오른쪽 그림과 같이 배에서 높이가 20m인 등대를 올려다본 각의 크기가 14°일 때, 배와 등대 사이의 거리를 반올림하여 소수 첫째 자리까지 구하여라.

3 다음 그림과 같은 삼각형의 넓이를 구하여라.

(1) (2)

4 다음 그림과 같은 사각형의 넓이를 구하여라.

(1) (2)

수학적 과정 의사소통 추론 문제 해결

5 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 10cm인 반원 O에서 $\angle CAB=30^\circ$일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.

2. 삼각비의 활용 255

확인하기

1 평가의 주안점 두 지점 사이의 거리를 구할 수 있다.

풀이 $\cos 60^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{200}{\overline{AB}}$이므로

$\overline{AB}=\dfrac{200}{\cos 60^\circ}=200\times 2=400(\text{m})$이다.

2 평가의 주안점 등대의 높이를 알 때, 등대와 배 사이의 거리를 구할 수 있다.

풀이 배와 등대 사이의 거리를 xm라 하면 $\tan 14^\circ=\dfrac{20}{x}$

$x=\dfrac{20}{\tan 14^\circ}=\dfrac{20}{0.2493}=80.22\cdots$

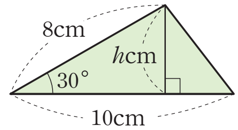
따라서 배와 등대 사이의 거리는 80.2m이다.

3 평가의 주안점 삼각형의 넓이를 구할 수 있다.

풀이 (1) $\dfrac{1}{2}\times 8\times 10\times \sin 30^\circ=\dfrac{1}{2}\times 8\times 10\times\dfrac{1}{2}=20(\text{cm}^2)$

다른 풀이

오른쪽 그림에서 삼각형의 높이를 $h$cm라 하면



$h=8\sin 30^\circ=8\times\dfrac{1}{2}=4$

따라서 삼각형의 넓이 S는

$S=\dfrac{1}{2}\times 10\times 4=20(\text{cm}^2)$이다.

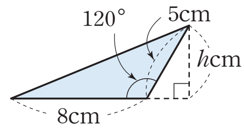
(2) $\dfrac{1}{2}\times 8\times 5\times\sin(180^\circ-120^\circ)=\dfrac{1}{2}\times 8\times 5\times\sin 60^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times 8\times 5\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=10\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

다른 풀이

오른쪽 그림에서 삼각형의 높이를 $h$cm라 하면



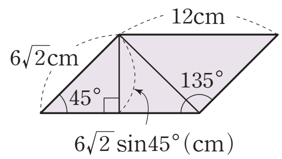
$h=5\sin 60^\circ=\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$

따라서 삼각형의 넓이 S는

$S=\dfrac{1}{2}\times 8\times\dfrac{5\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}(\text{cm}^2)$이다.

4 평가의 주안점 사각형의 넓이를 구할 수 있다.

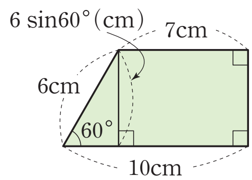
풀이 (1) 오른쪽 그림의 사각형은 한 쌍의 대변의 길이가 같고 평행하므로 평행사변형이다.



이 평행사변형의 넓이 S는

$S=2\times\dfrac{1}{2}\times 12\times 6\sqrt{2}\sin 45^\circ=72(\text{cm}^2)$이다.

(2) 한 쌍의 대변이 평행하므로 오른쪽 그림의 사각형은 사다리꼴이다. 이 사다리꼴의 넓이 S는



$S=\dfrac{1}{2}(7+10)\times 6\sin 60^\circ$

$=\dfrac{51\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^2)$

이다.

5 평가의 주안점 둔각삼각형의 넓이를 이용하여 색칠한 부분의 도형의 넓이를 구할 수 있다.

유의점 주어진 문제 해결에 필요한 정보가 무엇인지 생각해 보도록 한다.

풀이 (색칠한 도형의 넓이)

=(부채꼴 AOC의 넓이)−(△AOC의 넓이)

이므로 도형의 넓이를 S라 하면

$S=10^2\pi\times\dfrac{120}{360}-\dfrac{1}{2}\times 10\times 10\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\left(\dfrac{100\pi}{3}-25\sqrt{3}\right)\text{cm}^2$

이다.

VI

중단원 마무리하기

스스로 정리하기

1. (1) $\sin A$　　(2) $\cos A$
   (3) $\cos C$　　(4) $\tan A$
2. $\sin A$, $\sin A$

기초 다지기

1 **평가의 주안점** 삼각형의 임의의 각이 주어질 때, 삼각형의 변의 길이를 구할 수 있다.

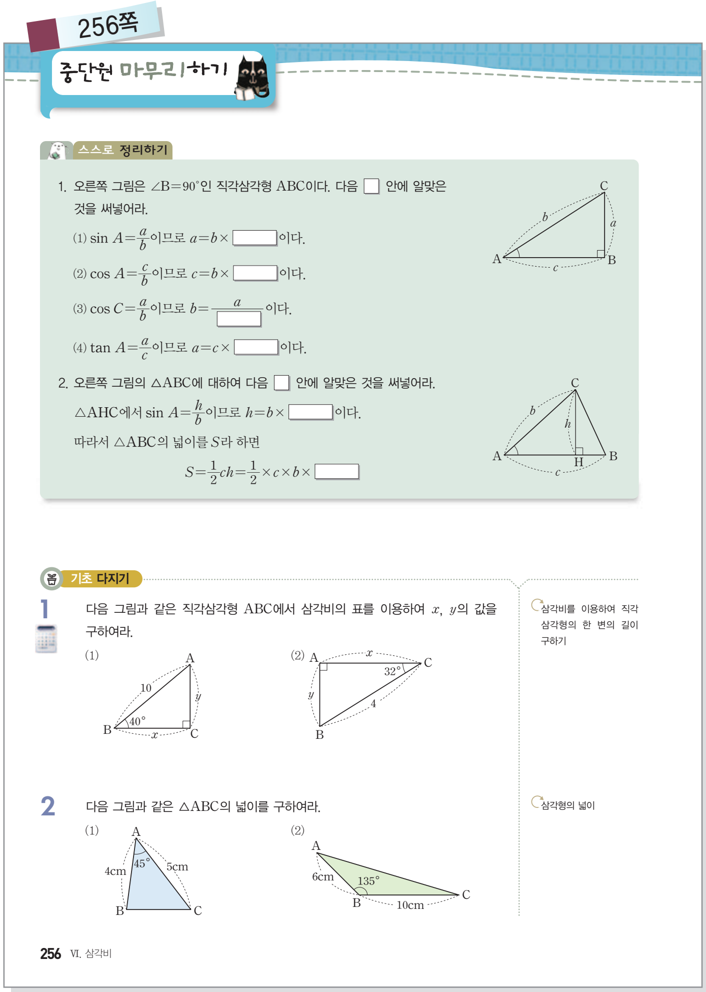
풀이 (1) $x=10\cos 40^\circ=10\times0.7660$
$=7.66$
$y=10\sin 40^\circ=10\times0.6428$
$=6.428$

(2) $x=4\cos 32^\circ=4\times0.8480$
$=3.392$
$y=4\sin 32^\circ=4\times0.5299$
$=2.1196$

2 **평가의 주안점** 삼각형의 두 변의 길이와 그 끼인각이 주어질 때, 삼각형의 넓이를 구할 수 있다.

풀이 (1) △ABC의 넓이 S는
$S=\frac{1}{2}\times4\times5\times\sin 45^\circ$
$=\frac{1}{2}\times4\times5\times\frac{\sqrt{2}}{2}$
$=5\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)$
이다.

(2) △ABC의 넓이 S는
$S=\frac{1}{2}\times10\times6\times\sin(180^\circ-135^\circ)$
$=\frac{1}{2}\times10\times6\times\sin 45^\circ$
$=\frac{1}{2}\times10\times6\times\frac{\sqrt{2}}{2}$
$=15\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)$
이다.


256쪽

중단원 마무리하기

스스로 정리하기

1. 오른쪽 그림은 ∠B=90°인 직각삼각형 ABC이다. 다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣어라.

(1) $\sin A=\frac{a}{b}$이므로 $a=b\times$□이다.

(2) $\cos A=\frac{c}{b}$이므로 $c=b\times$□이다.

(3) $\cos C=\frac{a}{b}$이므로 $b=\frac{a}{□}$이다.

(4) $\tan A=\frac{a}{c}$이므로 $a=c\times$□이다.

2. 오른쪽 그림의 △ABC에 대하여 다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣어라.

△AHC에서 $\sin A=\frac{h}{b}$이므로 $h=b\times$□이다.

따라서 △ABC의 넓이를 S라 하면

$S=\frac{1}{2}ch=\frac{1}{2}\times c\times b\times$□

기초 다지기

1 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 삼각비의 표를 이용하여 x, y의 값을 구하여라.

(1)　(2)

삼각비를 이용하여 직각삼각형의 한 변의 길이 구하기

2 다음 그림과 같은 △ABC의 넓이를 구하여라.

(1)　(2)

삼각형의 넓이

256 VI. 삼각비

기본 익히기

3 **평가의 주안점** 삼각비를 이용하여 두 자동차 사이의 거리를 구할 수 있다.

풀이 $\cos 60^\circ=\frac{500}{x}$에서

$x=\frac{500}{\cos 60^\circ}=500\times2=1000$이다.

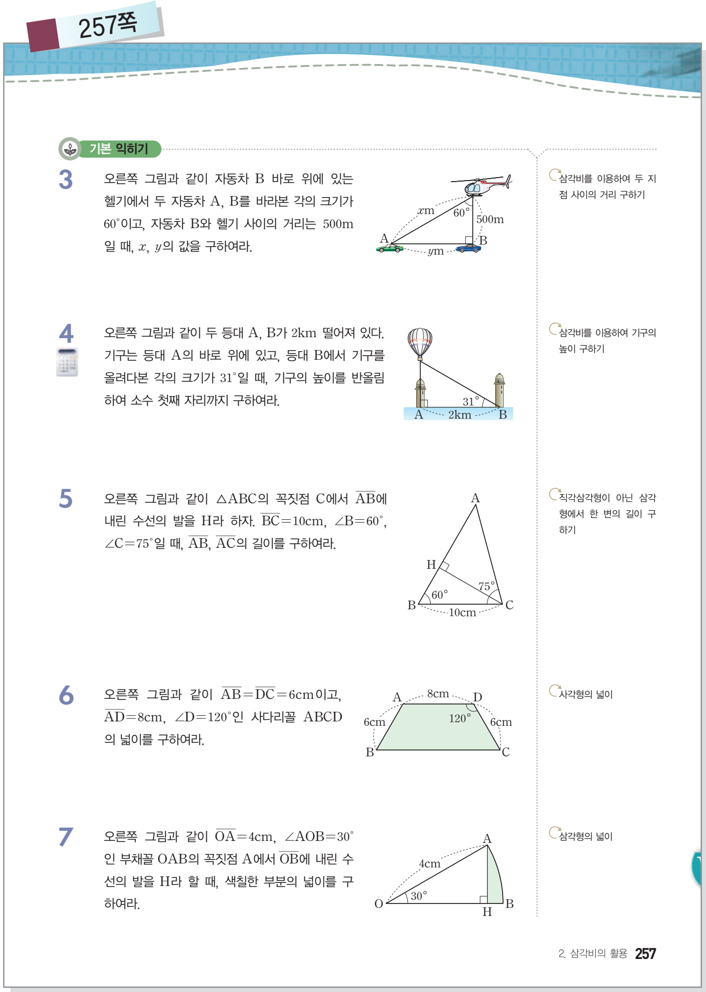
$\tan 60^\circ=\frac{y}{500}$에서

$y=500\tan 60^\circ=500\times\sqrt{3}=500\sqrt{3}$이다.

4 **평가의 주안점** 삼각비를 이용하여 기구의 높이를 구할 수 있다.

풀이 지면에서 기구 사이의 거리를 $x$km라 하면
$x=2\tan 31^\circ=2\times0.6009=1.2018(\mathrm{km})$
따라서 기구의 높이를 소수 첫째 자리까지 구하면 1.2km이다.

257쪽



기본 익히기

3 오른쪽 그림과 같이 자동차 B 바로 위에 있는 헬기에서 두 자동차 A, B를 바라본 각의 크기가 60°이고, 자동차 B와 헬기 사이의 거리는 500m일 때, x, y의 값을 구하여라.

삼각비를 이용하여 두 지점 사이의 거리 구하기

4 오른쪽 그림과 같이 두 등대 A, B가 2km 떨어져 있다. 기구는 등대 A의 바로 위에 있고, 등대 B에서 기구를 올려다본 각의 크기가 31°일 때, 기구의 높이를 반올림하여 소수 첫째 자리까지 구하여라.

삼각비를 이용하여 기구의 높이 구하기

5 오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABC$의 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{BC}=10\text{cm}$, $\angle B=60^\circ$, $\angle C=75^\circ$일 때, $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 길이를 구하여라.

직각삼각형이 아닌 삼각형에서 한 변의 길이 구하기

6 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{DC}=6\text{cm}$이고, $\overline{AD}=8\text{cm}$, $\angle D=120^\circ$인 사다리꼴 ABCD의 넓이를 구하여라.

사각형의 넓이

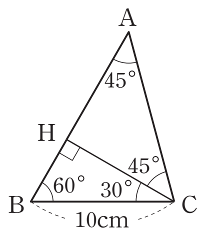
7 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}=4\text{cm}$, $\angle AOB=30^\circ$인 부채꼴 OAB의 꼭짓점 A에서 $\overline{OB}$에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.

삼각형의 넓이

2. 삼각비의 활용 257

5 평가의 주안점 삼각형에서 두 변의 길이를 구할 수 있다.

풀이



$\triangle CBH$에서

$\overline{BH}=10\cos 60^\circ=10\times\frac{1}{2}=5(\text{cm})$

$\overline{CH}=10\cos 30^\circ=10\times\frac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}(\text{cm})$

$\triangle ACH$에서 $\overline{AH}=\overline{CH}=5\sqrt{3}\text{cm}$이므로

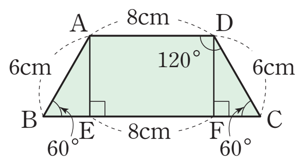
$\overline{AB}=\overline{BH}+\overline{AH}$

$=5+5\sqrt{3}$

$=5(1+\sqrt{3})(\text{cm})$

$\overline{AC}=\dfrac{\overline{CH}}{\cos 45^\circ}=5\sqrt{3}\times\sqrt{2}=5\sqrt{6}(\text{cm})$

6 평가의 주안점 등변사다리꼴의 넓이를 구할 수 있다.



풀이 오른쪽 그림의 등변사다리꼴의 넓이는 $\triangle ABE$, $\triangle DCF$, $\square AEFD$의 넓이의 합과 같다. 이때 $\angle ADF=\angle DFC=90^\circ$이므로

$\angle FDC=30^\circ$, $\angle DCF=60^\circ$

직각삼각형의 합동조건에 의하여

$\triangle ABE\equiv\triangle DCF$이므로 $\angle B=60^\circ$

$\overline{BE}=6\cos 60^\circ=6\times\frac{1}{2}=3(\text{cm})$

$\overline{AE}=6\sin 60^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 구하는 도형의 넓이를 S라 하면

$S=2\times\triangle ABE+\square AEFD$

$=2\times\frac{1}{2}\times3\times3\sqrt{3}+8\times3\sqrt{3}$

$=33\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

이다.

7 평가의 주안점 부채꼴에서 삼각형의 넓이를 제외한 도형의 넓이를 구할 수 있다.

풀이 $\triangle AOH$에서

$\overline{AH}=4\sin 30^\circ=4\times\frac{1}{2}=2(\text{cm})$

$\overline{OH}=4\cos 30^\circ=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 색칠한 부분의 넓이를 S라 하면

$S=(\text{부채꼴 AOB})-\triangle AOH$

$=4^2\pi\times\frac{30}{360}-\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2$

$=\left(\frac{4}{3}\pi-2\sqrt{3}\right)\text{cm}^2$

이다.

8 평가의 주안점 사각형의 넓이를 구할 수 있다.

풀이 $\triangle ABC$에서

$\overline{AC}=4\tan 60^\circ=4\times\sqrt{3}=4\sqrt{3}(\text{cm})$ …… ❶

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times4\sqrt{3}=8\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ …… ❷

$\triangle ACD=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times2\sqrt{3}\times\sin 60^\circ=6\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ …… ❸

따라서 $\square ABCD=8\sqrt{3}+6\sqrt{3}=14\sqrt{3}(\text{cm}^2)$이다. …… ❹

단계	채점 기준	배점 비율
❶	$\overline{AC}$의 길이를 구한다.	25%
❷	$\triangle ABC$의 넓이를 구한다.	25%
❸	$\triangle ACD$의 넓이를 구한다.	25%
❹	$\square ABCD$의 넓이를 구한다.	25%

VI

실력 기르기

9 **평가의 주안점** 두 지점 사이의 거리를 구할 수 있다.

풀이 건물의 높이를 hm라 하면

$h=50\tan 45^\circ=50\times1=50$

건물에서 서점까지의 거리를 xm라 하면

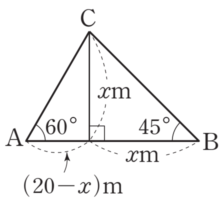
$x=50\tan 60^\circ=50\times\sqrt{3}=50\sqrt{3}$

따라서 서점에서 소방서 사이의 거리는

$50\sqrt{3}-50=50(\sqrt{3}-1)(\mathrm{m})$이다.

10 **평가의 주안점** 양쪽에서 올려다본 각을 알 때, 연의 높이를 구할 수 있다.

풀이 연의 지면으로부터의 높이를 x m라 하면



$\tan 60^\circ=\dfrac{x}{20-x}$

$\sqrt{3}=\dfrac{x}{20-x}$

$\sqrt{3}(20-x)=x$

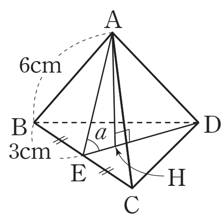
$x=\dfrac{20\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}=30-10\sqrt{3}=10(3-\sqrt{3})$

따라서 연의 높이는 $10(3-\sqrt{3})$ m이다.

11 **평가의 주안점** 정사면체에서 $\sin a$, $\cos a$의 값을 구할 수 있다.

풀이 $\overline{AE}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}(\mathrm{cm})$ ⋯⋯ ❶

꼭짓점 A에서 △BCD에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 H는 △BCD의 무게중심이므로



$\overline{DH}:\overline{HE}=2:1$

$\overline{EH}=\dfrac{1}{3}\overline{DE}$

$=\dfrac{1}{3}\times3\sqrt{3}=\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

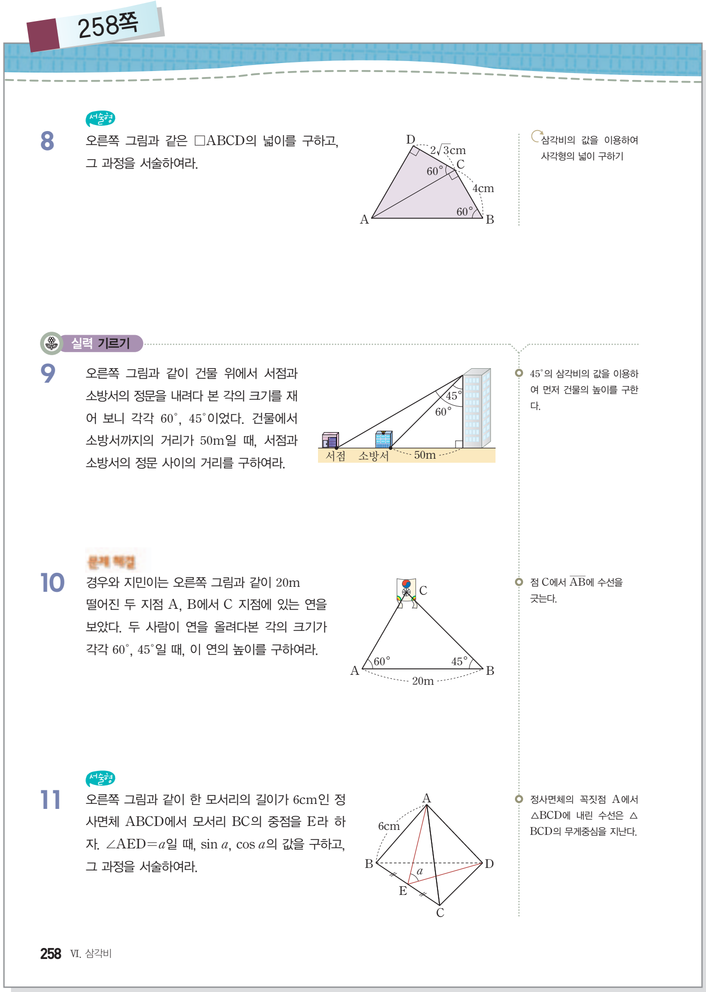
$\overline{AH}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2-(\sqrt{3})^2}=2\sqrt{6}(\mathrm{cm})$ ⋯⋯ ❷

$\sin a=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{AE}}=\dfrac{2\sqrt{6}}{3\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

$\cos a=\dfrac{\overline{EH}}{\overline{AE}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}=\dfrac{1}{3}$ ⋯⋯ ❸

이다.

단계	채점 기준	배점 비율
❶	$\overline{AE}$의 길이를 구한다.	20%
❷	$\overline{EH}$, $\overline{AH}$의 길이를 구한다.	각 20%
❸	$\sin a$, $\cos a$의 값을 구한다.	각 20%



258쪽

8 서술형

오른쪽 그림과 같은 □ABCD의 넓이를 구하고, 그 과정을 서술하여라.

삼각비의 값을 이용하여 사각형의 넓이 구하기

실력 기르기

9 오른쪽 그림과 같이 건물 위에서 서점과 소방서의 정문을 내려다 본 각의 크기를 재어 보니 각각 60°, 45°이었다. 건물에서 소방서까지의 거리가 50m일 때, 서점과 소방서의 정문 사이의 거리를 구하여라.

45°의 삼각비의 값을 이용하여 먼저 건물의 높이를 구한다.

10 문제 해결

경우와 지민이는 오른쪽 그림과 같이 20m 떨어진 두 지점 A, B에서 C 지점에 있는 연을 보았다. 두 사람이 연을 올려다본 각의 크기가 각각 60°, 45°일 때, 이 연의 높이를 구하여라.

점 C에서 $\overline{AB}$에 수선을 긋는다.

11 서술형

오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6cm인 정사면체 ABCD에서 모서리 BC의 중점을 E라 하자. ∠AED$=a$일 때, $\sin a$, $\cos a$의 값을 구하고, 그 과정을 서술하여라.

정사면체의 꼭짓점 A에서 △BCD에 내린 수선은 △BCD의 무게중심을 지난다.

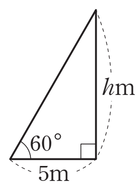
258 Ⅵ. 삼각비

창의 · 인성 키우기

개념 바루기

지도상의 유의점 직각삼각형에서 삼각비의 값을 구할 때, 탄젠트의 값을 정확히 사용하도록 지도한다.

올바른 풀이 전봇대의 높이를 hm라 하면

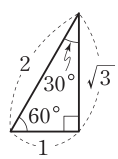


$h=5\times\tan 60^\circ$

$=5\times\sqrt{3}=5\sqrt{3}$

따라서 전봇대의 높이는 $5\sqrt{3}$m이다.

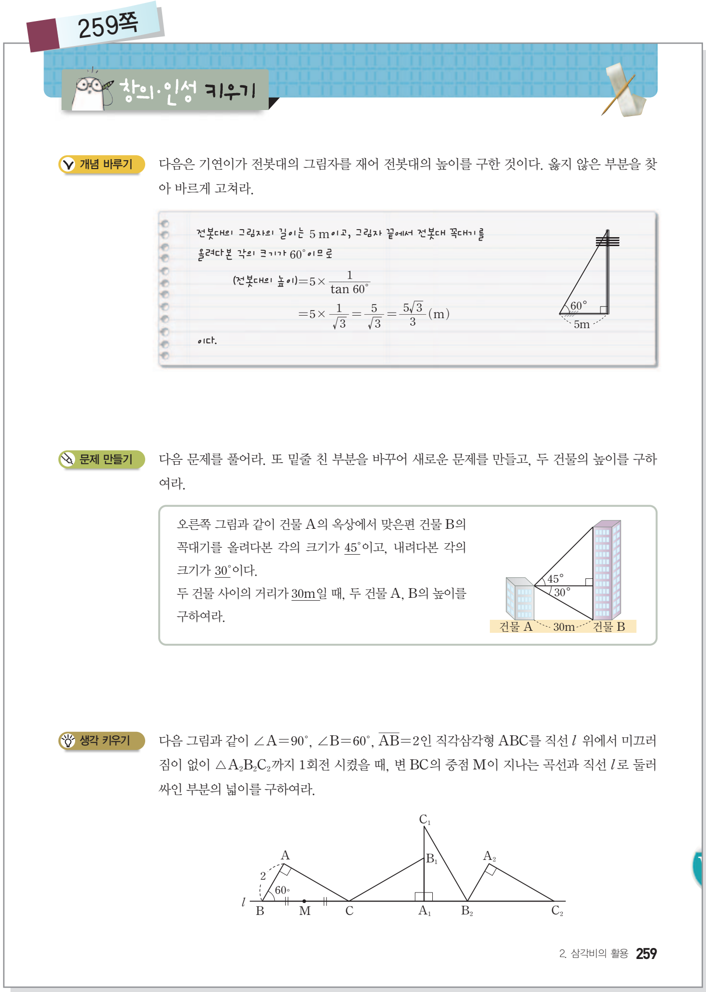
참고 삼각비의 값이 혼동스러울 때는 오른쪽 그림과 같은 기본적인 직각삼각형을 그려 놓고 생각한다.



$\tan 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{1}=\sqrt{3}$

창의 · 인성 기본적인 개념을 충실히 익히도록 하고, 다른 학생들과 오류의 경험을 공유할 수 있도록 한다.

259쪽


창의·인성 키우기

개념 바루기 다음은 기연이가 전봇대의 그림자를 재어 전봇대의 높이를 구한 것이다. 옳지 않은 부분을 찾아 바르게 고쳐라.

전봇대의 그림자의 길이는 5 m이고, 그림자 끝에서 전봇대 꼭대기를 올려다본 각의 크기가 60°이므로

(전봇대의 높이)$=5\times\dfrac{1}{\tan 60^\circ}$

$=5\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{5}{\sqrt{3}}=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$(m)

이다.

문제 만들기 다음 문제를 풀어라. 또 밑줄 친 부분을 바꾸어 새로운 문제를 만들고, 두 건물의 높이를 구하여라.

오른쪽 그림과 같이 건물 A의 옥상에서 맞은편 건물 B의 꼭대기를 올려다본 각의 크기가 45°이고, 내려다본 각의 크기가 30°이다.
두 건물 사이의 거리가 30m일 때, 두 건물 A, B의 높이를 구하여라.

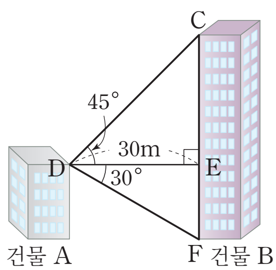
생각 키우기 다음 그림과 같이 $\angle A=90^\circ$, $\angle B=60^\circ$, $\overline{AB}=2$인 직각삼각형 ABC를 직선 l 위에서 미끄러짐이 없이 $\triangle A_2B_2C_2$까지 1회전 시켰을 때, 변 BC의 중점 M이 지나는 곡선과 직선 l로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

2. 삼각비의 활용 259

문제 만들기

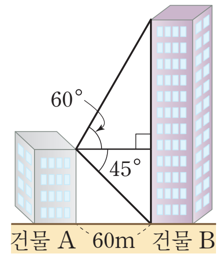
지도상의 유의점 주어진 문제를 풀고, 상황을 바꾸어 새로운 문제를 풀어 보게 함으로써 메타인지 능력을 향상시키도록 한다.

풀이 다음 그림에서 건물 A의 높이는 $\overline{EF}$이고, 건물 B의 높이는 $\overline{CF}$이다.

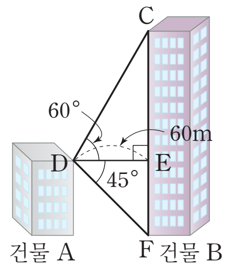


$\overline{EF}=30\tan 30^\circ=10\sqrt{3}$(m)
$\overline{CE}=30\tan 45^\circ=30$(m)이므로
$\overline{CF}=\overline{CE}+\overline{EF}=(30+10\sqrt{3})$ m
따라서 건물 A의 높이는 $10\sqrt{3}$ m이고, 건물 B의 높이는 $(30+10\sqrt{3})$ m이다.

예시 문항
올려다본 각의 크기가 60°, 내려다본 각의 크기가 45°, 두 건물 사이의 거리가 60 m일 때, 두 건물 A, B의 높이를 구하여라.



풀이 건물 A의 높이는 $\overline{EF}$이고, 건물 B의 높이는 $\overline{CF}$이므로



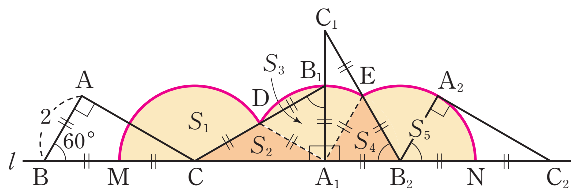
$\overline{EF}=60\tan 45^\circ$
$=60\times1=60$(m)
$\overline{CE}=60\tan 60^\circ$
$=60\times\sqrt{3}=60\sqrt{3}$(m)
$\overline{CF}=\overline{CE}+\overline{EF}=60(1+\sqrt{3})$(m)
따라서 건물 A의 높이는 60m,
건물 B의 높이는 $60(1+\sqrt{3})$ m이다.

창의 · 인성 주어진 조건을 변형하여 새로운 문제를 만들어 풀게 함으로써 자기 주도적 학습 능력을 향상시킨다.

생각 키우기

지도상의 유의점 주어진 문제 상황에서 어떤 정보가 필요하며, 보완해야 할 것은 무엇인지 생각하여 보게 한다.

풀이 다음 그림에서 $\triangle ABC$의 점 M은 직각삼각형의 빗변의 중점이므로 외심이다. 즉, $\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}$이다.



그런데 $\angle B=60^\circ$이므로 $\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=2$
점 M이 지나는 곡선은 위의 그림에서 색선이므로 점 M이 지나는 곡선과 직선 l로 둘러싸인 도형의 넓이를 S라 하면
$S=S_1+S_2+S_3+S_4+S_5$
S_1, S_3, S_5는 각각 점 C, 점 A_1, 점 B_2가 중심이고, 중심각의 크기가 각각 $\angle MCD=150^\circ$, $\angle DA_1E=90^\circ$, $\angle EB_2N=120^\circ$이고, 반지름의 길이가 모두 2인 부채꼴이다.
또한, $S_2+S_4=\triangle ABC$이다.

$$S_1+S_3+S_5=\pi\times2^2\times\left(\frac{150^\circ}{360^\circ}+\frac{90^\circ}{360^\circ}+\frac{120^\circ}{360^\circ}\right)=4\pi$$

$$S_2+S_4=\frac{1}{2}\times2\times4\times\sin 60^\circ=2\sqrt{3}$$

따라서 $S=4\pi+2\sqrt{3}$이다.

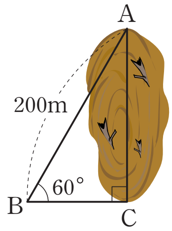
창의 · 인성 적절한 사고 과정을 통하여 문제에 접근하게 한다.

중단원 평가 문제

학년	반 번호:	이름:	/ 점수:

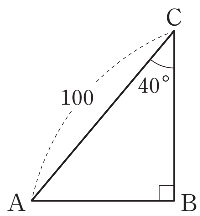
선다형은 각 4점, 나머지 문제는 각 문항에 표시함.

01 오른쪽 그림과 같이 습지의 두 지점 A, C 사이의 거리를 구하기 위하여 $\overline{AB}=200\,\mathrm{m}$인 지점 B를 잡았다. $\angle B=60^\circ$, $\angle C=90^\circ$일 때, 두 지점 A, C 사이의 거리는?



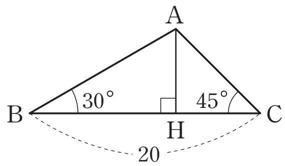
① $100\sqrt{2}\,\mathrm{m}$ ② $150\sqrt{2}\,\mathrm{m}$
③ $100\sqrt{3}\,\mathrm{m}$ ④ $150\sqrt{3}\,\mathrm{m}$
⑤ $200\sqrt{2}\,\mathrm{m}$

02 오른쪽 그림의 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}=100$, $\angle C=40^\circ$일 때, $\overline{AB}$의 길이는?
(단, $\sin 40^\circ=0.6428$, $\cos 40^\circ=0.7660$, $\tan 40^\circ=0.8391$로 계산한다.)



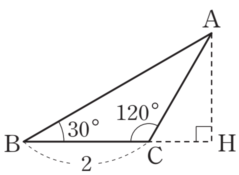
① 7.66 ② 6.428 ③ 8.391
④ 64.28 ⑤ 76.6

03 오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\angle B=30^\circ$, $\angle C=45^\circ$, $\overline{BC}=20$이다. 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{AH}$의 길이는?



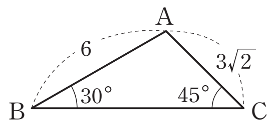
① $3-\sqrt{3}$ ② $3+\sqrt{3}$ ③ $5(3+\sqrt{3})$
④ $10(\sqrt{3}-1)$ ⑤ $10(\sqrt{3}+1)$

04 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\angle B=30^\circ$, $\angle BCA=120^\circ$, $\overline{BC}=2$일 때, $\overline{AH}$의 길이는?



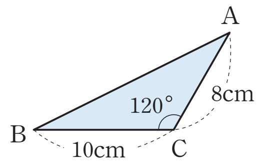
① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 2
④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

05 오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\angle B=30^\circ$, $\angle C=45^\circ$, $\overline{AB}=6$, $\overline{AC}=3\sqrt{2}$일 때, $\overline{BC}$의 길이는?



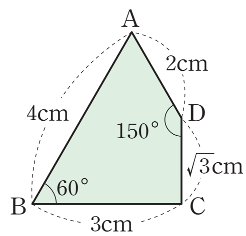
① $2(\sqrt{3}+1)$ ② $3(\sqrt{3}-1)$ ③ $3(\sqrt{2}+1)$
④ $3(\sqrt{3}+1)$ ⑤ $3(\sqrt{2}-1)$

06 오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\angle C=120^\circ$, $\overline{AC}=8\,\mathrm{cm}$, $\overline{BC}=10\,\mathrm{cm}$일 때, $\triangle ABC$의 넓이는?



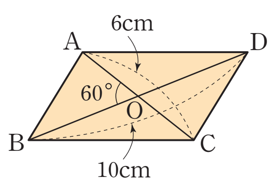
① $10\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ ② $10\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ ③ $10\sqrt{5}\,\mathrm{cm}^2$
④ $20\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $20\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

07 오른쪽 그림과 같은 □ABCD 넓이는?



① $5\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$
② $6\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$
③ $7\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$
④ $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}\,\mathrm{cm}^2$
⑤ $\dfrac{7\sqrt{3}}{2}\,\mathrm{cm}^2$

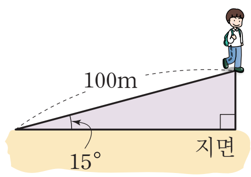
08 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}=6\,\mathrm{cm}$, $\overline{BD}=10\,\mathrm{cm}$, $\angle AOB=60^\circ$일 때, □ABCD의 넓이는?



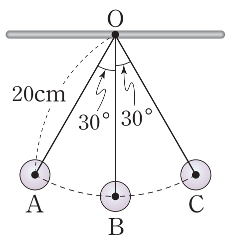
① $15\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ ② $20\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$
③ $25\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ ④ $30\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$
⑤ $35\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

단답형

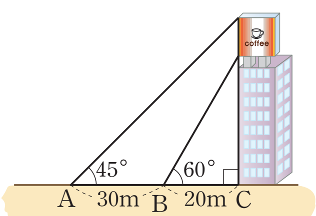
09 오른쪽 그림과 같이 경사도가 15°인 비탈길을 100m 올라갔을 때, 지면으로부터의 높이를 구하여라. [6점]
(단, $\sin 15^\circ = 0.2588$, $\cos 15^\circ = 0.9659$, $\tan 15^\circ = 0.2679$)



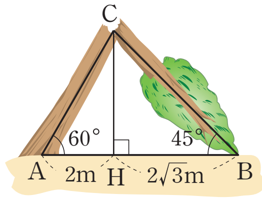
10 오른쪽 그림과 같이 길이가 20cm인 실에 매달린 구슬이 A지점에서 C지점까지 일정한 속도로 움직이고 있다. 두 지점 A, B의 높이의 차를 구하여라. [6점]



11 오른쪽 그림과 같이 건물 위에 광고판이 있다. A 지점에서 광고판 꼭대기를 올려다본 각은 45°이고, B 지점에서 광고판 하단까지를 올려다본 각은 60°이었다. $\overline{AB} = 30\text{m}$, $\overline{BC} = 20\text{m}$일 때, 광고판의 세로의 길이를 구하여라. [8점]

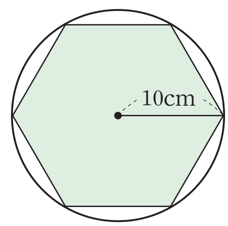


12 지면에 수직으로 서 있던 나무가 오른쪽 그림과 같이 쓰러져 있다. 이 나무의 원래의 높이를 구하여라. [8점]

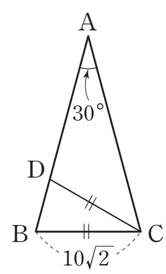


서술형

13 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 10cm인 원에 내접하는 정육각형이 있다. 정육각형의 넓이를 구하고, 그 과정을 서술하여라. [12점]



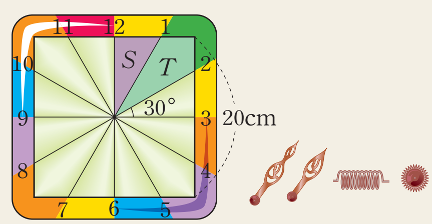
14 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이다. $\overline{BC} = \overline{CD} = 10\sqrt{2}$, $\angle A = 30^\circ$일 때, $\overline{AC}$의 길이를 구하고, 그 과정을 서술하여라. [12점]



수리 논술형

15 다음 제시문을 읽고, 두 넓이 S, T를 삼각비를 이용하여 구하고, 그 과정을 설명하여라. [16점]

수진이는 오른쪽 그림과 같은 모양의 시계판을 만들려고 한다. 시계판의 작은 사각형이 한 변의 길이가 20cm인 정사각형이 되도록 만들었고, 중심에서 30° 간격으로 선을 그었다.
이때 12시와 1시 사이의 삼각형의 넓이 S와 1시와 2시 사이의 사각형의 넓이 T를 생각해 보았다.



중단원 평가 문제

01 ③	02 ④	03 ④	04 ②
05 ④	06 ⑤	07 ⑤	08 ①
09 25.88m	10 $(20-10\sqrt{3})$cm		
11 $(50-20\sqrt{3})$ m		12 $(4+2\sqrt{6})$ m	
13~15 풀이 참조			

01 평가 기준 두 지점 사이의 각도와 두 지점 사이의 거리를 알 때, 나머지 지점들 사이의 거리도 구할 수 있는가?

풀이 $\overline{AC}=200\sin 60^\circ$

$=200\times\frac{\sqrt{3}}{2}=100\sqrt{3}(\text{m})$

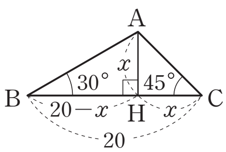
02 평가 기준 직각삼각형의 한 각이 임의의 예각일 때, 변의 길이를 구할 수 있는가?

풀이 $\overline{AB}=100\sin 40^\circ$

$=100\times 0.6428$

$=64.28$

03 평가 기준 삼각형의 한 변의 길이와 그 양 끝각을 알 때, 삼각형의 높이를 구할 수 있는가?



풀이 $\overline{CH}=x$라 하면

$\overline{AH}=\overline{CH}=x$

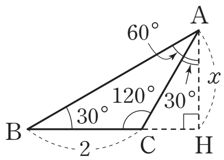
$\overline{BH}=20-x$

$\tan 30^\circ=\frac{x}{20-x}$이므로

$\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{x}{20-x}$

따라서 $x=10(\sqrt{3}-1)$이다.

04 평가 기준 둔각삼각형의 높이를 구할 수 있는가?



풀이 $\overline{AH}=x$라 하면

$\overline{BH}=x\tan 60^\circ=\sqrt{3}x$

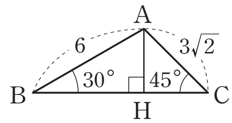
$\overline{CH}=x\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}x$

$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$

$2=\sqrt{3}x-\frac{\sqrt{3}}{3}x$

따라서 $x=\sqrt{3}$이다.

05 평가 기준 삼각형의 두 변의 길이와 두 각의 크기를 알 때, 밑변의 길이를 구할 수 있는가?



풀이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{BH}=6\cos 30^\circ$

$=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$

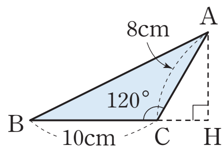
$\overline{CH}=3\sqrt{2}\cos 45^\circ$

$=3\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=3$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$

$=3\sqrt{3}+3=3(\sqrt{3}+1)$

06 평가 기준 둔각삼각형의 넓이를 구할 수 있는가?



풀이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선 위에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{AH}=8\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

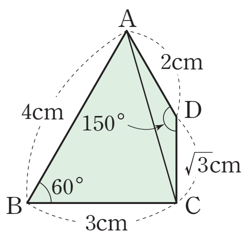
$=8\times\sin 60^\circ$

$=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 10\times 4\sqrt{3}=20\sqrt{3}(\text{cm}^2)$이다.

07 평가 기준 사각형의 넓이를 구할 수 있는가?



풀이 오른쪽 그림과 같이 □ABCD를 $\overline{AC}$를 그어 두 개의 삼각형으로 나누면

$\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times 4\times 3\times\sin 60^\circ$

$=3\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

$\triangle ACD=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times 2\times\sin(180^\circ-150^\circ)$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^2)$

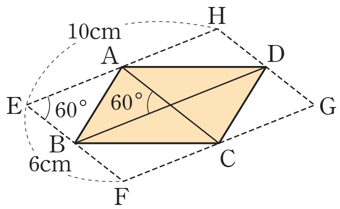
$\square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=3\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\frac{7\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^2)$

08 **평가 기준** 사각형의 넓이를 구할 수 있는가?

풀이 다음 그림과 같이 보조선을 긋고, □EFGH의 넓이를 S라 하면

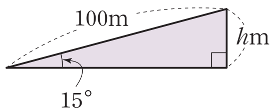


$S=6\times10\times\sin\ 60^\circ=30\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

따라서 □ABCD$=\dfrac{1}{2}\times30\sqrt{3}=15\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$이다.

09 **평가 기준** 지면으로부터의 높이를 구할 수 있는가?

풀이 구하는 높이를 hm라 하면

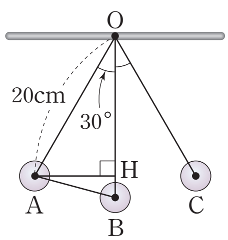


$h=100\sin 15^\circ$
$\quad=100\times0.2588$
$\quad=25.88$

따라서 구하는 높이는 25.88m이다.

10 **평가 기준** 구슬의 운동에서 구슬의 높이의 차를 구할 수 있는가?

풀이 구슬 A와 구슬 B의 높이의 차는 $\overline{\mathrm{HB}}$의 길이이다.



$\overline{\mathrm{OH}}=20\cos 30^\circ$
$\quad=20\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

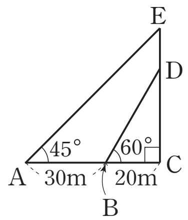
$\overline{\mathrm{HB}}=\overline{\mathrm{OB}}-\overline{\mathrm{OH}}$이므로

$\overline{\mathrm{HB}}=(20-10\sqrt{3})\mathrm{cm}$

따라서 두 지점 A, B의 높이의 차는 $(20-10\sqrt{3})$ cm이다.

11 **평가 기준** 건물 위의 광고판의 길이를 구할 수 있는가?

풀이 △ACE에서



$\overline{\mathrm{CE}}=50\tan\ 45^\circ=50(\mathrm{m})$

$\overline{\mathrm{CD}}=20\tan\ 60^\circ=20\sqrt{3}(\mathrm{m})$

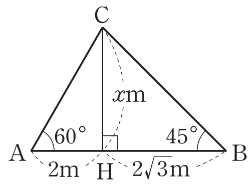
따라서 구하는 광고판의 세로의 길이 $\overline{\mathrm{DE}}$는

$\overline{\mathrm{DE}}=\overline{\mathrm{CE}}-\overline{\mathrm{CD}}=(50-20\sqrt{3})$ m

이다.

12 **평가 기준** 쓰러진 나무의 원래의 높이를 구할 수 있는가?

풀이 원래의 나무의 높이는 $\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{CB}}$이다.



△AHC에서 $\cos 60^\circ=\dfrac{2}{\overline{\mathrm{AC}}}$

$\overline{\mathrm{AC}}=2\times\dfrac{1}{\cos 60^\circ}=4(\mathrm{m})$

△CHB에서

$\cos 45^\circ=\dfrac{2\sqrt{3}}{\overline{\mathrm{CB}}}$

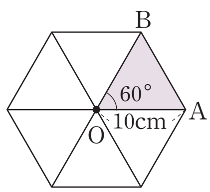
$\overline{\mathrm{CB}}=2\sqrt{3}\times\dfrac{1}{\cos 45^\circ}$

$\quad=2\sqrt{6}(\mathrm{m})$

따라서 $\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{CB}}=(4+2\sqrt{6})$ m이다.

13 **평가 기준** 정육각형의 넓이를 구할 수 있는가?

풀이 정육각형은 오른쪽 그림과 같이 6개의 삼각형으로 나누어지므로



$\angle\mathrm{AOB}=360^\circ\div6=60^\circ$ ······ ❶

$\triangle\mathrm{OAB}=\dfrac{1}{2}\times10\times10\times\sin 60^\circ$

$\quad=\dfrac{1}{2}\times10\times10\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\quad=25\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$ ······ ❷

따라서 정육각형의 넓이 S는

$S=6\times\triangle\mathrm{OAB}$

$\quad=6\times25\sqrt{3}$

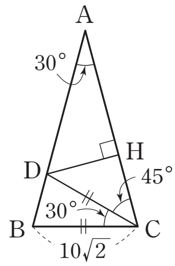
$\quad=150\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$ ······ ❸

이다.

단계	채점 기준	배점
❶	정육각형을 삼각형으로 나누고, 한 내각의 크기를 구한다.	3점
❷	한 삼각형의 넓이를 구한다.	6점
❸	정육각형의 넓이를 구한다.	3점

14 **평가 기준** 이등변삼각형 ABC의 한 변의 길이를 구할 수 있는가?

풀이 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로



$\angle B = \angle C = 75^\circ$ …… ①

$\overline{BC} = \overline{DC} = 10\sqrt{2}$

$\triangle CDB$에서

$\angle B = \angle CDB = 75^\circ$, $\angle DCB = 30^\circ$

이므로

$\angle DCH = 75^\circ - 30^\circ$

$= 45^\circ$ …… ②

점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle DCH$에서

$\overline{DH} = 10\sqrt{2}\sin 45^\circ$

$= 10\sqrt{2} \times \dfrac{1}{\sqrt{2}} = 10$

$\overline{CH} = 10\sqrt{2}\cos 45^\circ$

$= 10\sqrt{2} \times \dfrac{1}{\sqrt{2}} = 10$ …… ③

$\triangle ADH$에서

$\overline{AH} = \overline{DH} \times \tan 60^\circ = 10\sqrt{3}$ …… ④

$\overline{AC} = \overline{AH} + \overline{CH}$

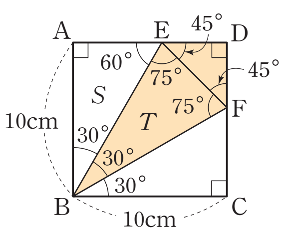
$= 10\sqrt{3} + 10$

$= 10(\sqrt{3}+1)$ …… ⑤

단계	채점 기준	배점
①	$\angle B$, $\angle C$의 크기를 구한다.	각 1점
②	$\angle DCH$의 크기를 구한다.	2점
③	$\overline{CH}$, $\overline{DH}$의 길이를 구한다.	각 2점
④	$\overline{AH}$의 길이를 구한다.	2점
⑤	$\overline{AC}$의 길이를 구한다.	2점

15 **평가 기준** 시계판의 일부의 넓이를 삼각비를 이용하여 구할 수 있는가?

풀이 오른쪽 그림과 같이 시계판의 일부분을 확대하여 그리면 $\triangle ABE$에서



$\overline{AE} = 10\tan 30^\circ$

$= \dfrac{10}{\sqrt{3}}(\mathrm{cm})$

$\overline{BE} = \dfrac{10}{\cos 30^\circ} = \dfrac{20}{\sqrt{3}}(\mathrm{cm})$ …… ①

이므로

$\triangle ABE = \dfrac{1}{2} \times 10 \times \dfrac{10}{\sqrt{3}} = \dfrac{50}{\sqrt{3}} = \dfrac{50\sqrt{3}}{3}(\mathrm{cm}^2)$

따라서 $S = \dfrac{50\sqrt{3}}{3}(\mathrm{cm}^2)$이다. …… ②

한편 $\triangle BFE$에서 $\overline{BE} = \overline{BF} = \dfrac{20}{\sqrt{3}}$이므로

$\triangle BFE = \dfrac{1}{2} \times \overline{BF} \times \overline{BE} \times \sin 30^\circ$

$= \dfrac{1}{2} \times \dfrac{20}{\sqrt{3}} \times \dfrac{20}{\sqrt{3}} \times \dfrac{1}{2}$

$= \dfrac{100}{3}(\mathrm{cm}^2)$ …… ③

또 $\triangle EFD$에서

$\overline{DE} = \overline{DF} = \overline{AD} - \overline{AE}$

$= 10 - \dfrac{10}{\sqrt{3}}$

$= \dfrac{10(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}}(\mathrm{cm})$

$\triangle EFD = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{10(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}} \times \dfrac{10(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}}$

$= \dfrac{200-100\sqrt{3}}{3}(\mathrm{cm}^2)$ …… ④

따라서 □EBFD의 넓이 T는

$T = \triangle BFE + \triangle EFD$

$= \dfrac{100}{3} + \dfrac{200-100\sqrt{3}}{3}$

$= 100\left(1-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)(\mathrm{cm}^2)$ …… ⑤

이다.

단계	채점 기준	배점
①	$\overline{AE}$, $\overline{BE}$의 길이를 구한다.	각 2점
②	$\triangle ABE$의 넓이 S를 구한다.	3점
③	$\triangle BFE$의 넓이를 구한다.	3점
④	$\triangle EFD$의 넓이를 구한다.	3점
⑤	□EBFD의 넓이 T를 구한다.	3점

다른 풀이

$\triangle ABE$와 $\triangle CBF$에서

$\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle EAB = \angle FCB$, $\angle EBA = \angle FBC$

이므로 $\triangle ABE \equiv \triangle CBF$이다.

$\triangle CBF = \triangle ABE = \dfrac{50\sqrt{3}}{3}(\mathrm{cm}^2)$ …… ③

따라서 □EBFD의 넓이 T는

$T = □ABCD - 2 \times \triangle ABE$

$= 10 \times 10 - 2 \times \dfrac{50\sqrt{3}}{3}$

$= 100 - \dfrac{100\sqrt{3}}{3}$

$= 100\left(1-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)(\mathrm{cm}^2)$ …… ④

이다.

단계	채점 기준	배점
①	$\overline{AE}$, $\overline{BE}$의 길이를 구한다.	각 2점
②	$\triangle ABE$의 넓이 S를 구한다.	3점
③	$\triangle CBF$의 넓이를 구한다.	4점
④	□EBFD의 넓이 T를 구한다.	5점

단원 마무리하기

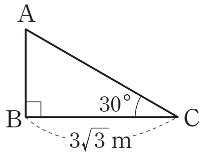
1 **평가의 주안점** 부러진 나무를 직각삼각형으로 보고 삼각비를 이용하여 나무의 높이를 구할 수 있다.

풀이 $\overline{AB}=3\sqrt{3}\tan 30^\circ=3(\text{m})$

$\overline{AC}=\dfrac{3\sqrt{3}}{\cos 30^\circ}=6(\text{m})$

$\overline{AB}+\overline{AC}=3+6=9(\text{m})$

따라서 나무의 높이는 9 m이다.



2 **평가의 주안점** 다양한 삼각비의 값을 계산할 수 있다.

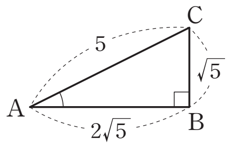
풀이 (1) $\sin A=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$이므로

$\overline{AB}=\sqrt{5^2-(\sqrt{5})^2}=2\sqrt{5}$

$\cos A\times\tan A$

$=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\times\dfrac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

이다.



(2) $\sin 60^\circ-(\tan 45^\circ-\cos 60^\circ)\times 2\tan 60^\circ$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\left(1-\dfrac{1}{2}\right)\times 2\sqrt{3}$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{3}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

3 **평가의 주안점** 정육면체에서 주어진 각의 코사인의 값을 구할 수 있다.

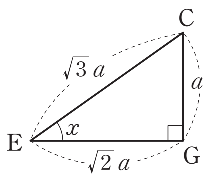
풀이 오른쪽 그림에서

$\overline{EG}=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2}a$

$\overline{EC}=\sqrt{a^2+a^2+a^2}=\sqrt{3}a$

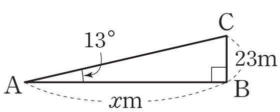
$\cos x=\dfrac{\sqrt{2}a}{\sqrt{3}a}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

이다.



4 **평가의 주안점** 삼각비를 이용하여 실생활에서의 거리를 구할 수 있다.

풀이 문제 상황을 직각삼각형으로 나타내면 다음과 같다.



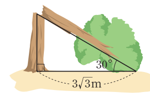
$x=\dfrac{23}{\tan 13^\circ}=\dfrac{23}{0.2309}=99.61\cdots(\text{m})$

따라서 A지점과 정방 폭포 사이의 거리를 소수 첫째 자리까지 구하면 99.6m이다.

260쪽

단원 마무리하기

1 지면에 수직으로 서 있던 나무가 오른쪽 그림과 같이 부러졌다. 부러지기 전의 나무의 높이를 구하여라.

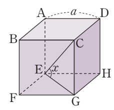


2 다음 물음에 답하여라.

(1) $\sin A=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$일 때, $\cos A\times\tan A$의 값을 구하여라.

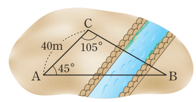
(2) $\sin 60^\circ-(\tan 45^\circ-\cos 60^\circ)\times 2\tan 60^\circ$의 값을 구하여라.

3 오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 a인 정육면체에서 $\overline{CE}$와 $\overline{EG}$가 이루는 각의 크기를 x라 할 때, $\cos x$의 값을 구하여라.



4 오른쪽 그림은 바다 위의 A 지점에서 바라본 정방 폭포이다. 정방 폭포의 높이가 23m이고, A 지점에서 정방 폭포를 바라본 각의 크기가 13°일 때, A 지점과 B 지점 사이의 거리를 반올림하여 소수 첫째 자리까지 구하여라.

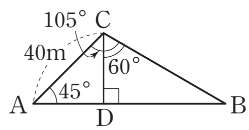
5 오른쪽 그림과 같이 강의 양쪽에 위치한 두 지점 A, B 사이의 거리를 측정하기 위하여 A 지점과 같은 쪽에 $\overline{AC}=40\text{m}$가 되도록 C 지점을 잡았다. $\angle BAC=45^\circ$, $\angle ACB=105^\circ$일 때, 두 지점 A, B 사이의 거리를 구하여라.



260 VI. 삼각비

5 **평가의 주안점** 두 지점 사이의 거리와 양 끝각의 크기를 알 때, 다른 두 지점 사이의 거리를 구할 수 있다.

풀이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 D라 하면 △ADC에서



$\overline{AD}=40\cos 45^\circ=20\sqrt{2}(\text{m})$

$\overline{CD}=20\sqrt{2}\,\text{m}$

△DBC에서 $\overline{DB}=20\sqrt{2}\tan 60^\circ=20\sqrt{6}(\text{m})$

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{DB}=20\sqrt{2}+20\sqrt{6}$

$=20(\sqrt{2}+\sqrt{6})(\text{m})$

따라서 두 지점 A, B 사이의 거리는 $20(\sqrt{2}+\sqrt{6})$ m이다.

6 **평가의 주안점** 한 변의 길이와 그 양 끝각의 크기를 알 때, 다른 한 변의 길이를 구할 수 있다.

풀이 $\angle A=60^\circ$이므로 $\angle DAC=30^\circ$

따라서 $\overline{AC}=6\sin 30^\circ=3(\text{cm})$이다.

△ADC에서 $\overline{CD}=3\tan 30^\circ=\sqrt{3}(\text{cm})$

△ABC에서 $\overline{BC}=3\tan 60^\circ=3\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 $\overline{BD}=\overline{BC}-\overline{CD}=3\sqrt{3}-\sqrt{3}=2\sqrt{3}(\text{cm})$이다.

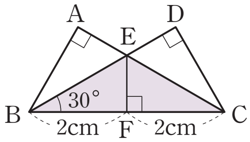
VI

7 평가의 주안점 평행사변형의 넓이를 구할 수 있다.

풀이 평행사변형의 성질에 의하여 $\angle B=55^\circ$이고,
$\triangle ABC$에서 $\angle ACB=180^\circ-(80^\circ+55^\circ)=45^\circ$이다.
이때 $\triangle ABC$와 $\triangle CDA$는 넓이가 서로 같으므로
평행사변형의 넓이를 S라 하면

$$S=2\times\frac{1}{2}ab\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}ab\text{이다.}$$

8 평가의 주안점 합동인 두 직각삼각형의 겹쳐진 부분의 넓이를 구할 수 있다.



풀이 꼭짓점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 F라 하면
점 F는 $\overline{BC}$의 중점이므로 …… ①

$$\overline{EF}=2\tan 30^\circ=\frac{2\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$$ …… ②

따라서 $\triangle EBC$의 넓이 S는

$$S=\frac{1}{2}\times4\times\frac{2\sqrt{3}}{3}=\frac{4\sqrt{3}}{3}(\text{cm}^2)\text{이다.}$$ …… ③

단계	채점 기준	배점 비율
①	$\overline{BF}=\overline{FC}$임을 안다.	30%
②	$\overline{EF}$의 길이를 구한다.	40%
③	$\triangle EBC$의 넓이를 구한다.	30%

9 평가의 주안점 평행선의 성질을 이용하여 사각형의 넓이를 삼각형의 넓이로 바꾼 후, 구할 수 있다.

풀이 $\square ACED$에서 $\overline{AC}\,/\!/\,\overline{DE}$이므로 $\triangle ACD$와 $\triangle ACE$는 밑변과 높이가 같으므로 그 넓이가 서로 같다. 따라서

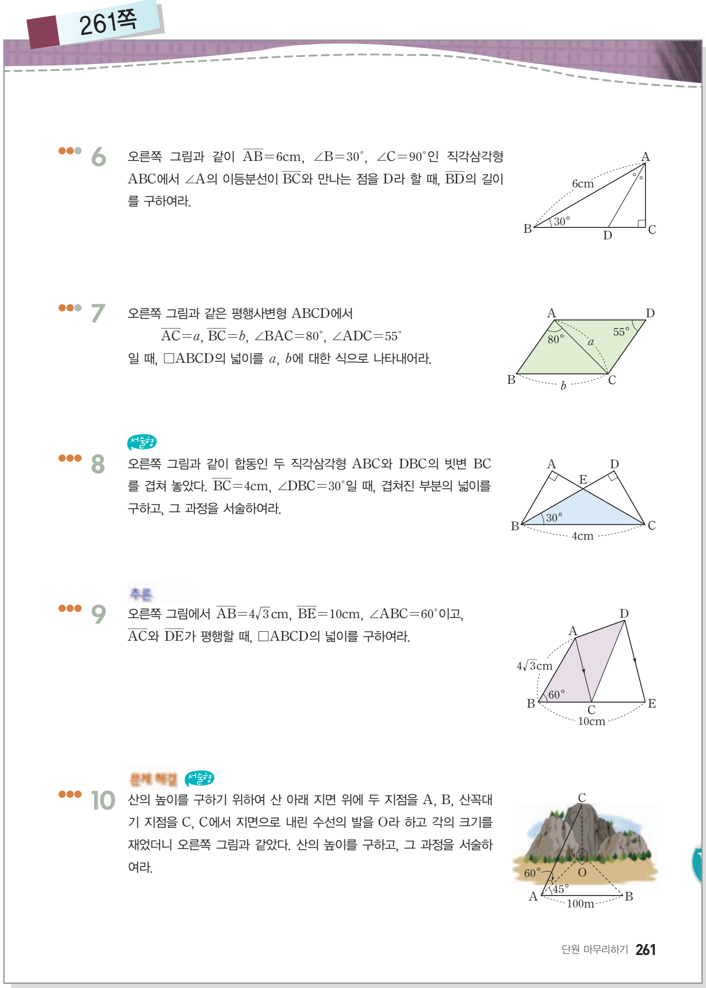
$$\begin{aligned}\square ABCD&=\triangle ABC+\triangle ACD\\&=\triangle ABC+\triangle ACE\\&=\triangle ABE\\&=\frac{1}{2}\times10\times4\sqrt{3}\times\sin 60^\circ\\&=30(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

이다.

10 평가의 주안점 산 아래 두 지점 사이의 거리를 알 때, 산의 높이를 구할 수 있다.

풀이 주어진 그림의 $\triangle ABO$는 직각삼각형이므로
$\overline{AO}=100\cos 45^\circ=50\sqrt{2}(\text{m})$ …… ①
$\triangle AOC$에서 산의 높이 $\overline{CO}$는
$\overline{CO}=50\sqrt{2}\tan 60^\circ=50\sqrt{6}(\text{m})$이다. …… ②

단계	채점 기준	배점 비율
①	$\overline{AO}$의 길이를 구한다.	50%
②	산의 높이인 $\overline{CO}$의 길이를 구한다.	50%


261쪽

6 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=6\text{cm}$, $\angle B=30^\circ$, $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라 할 때, $\overline{BD}$의 길이를 구하여라.

7 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서
$\overline{AC}=a$, $\overline{BC}=b$, $\angle BAC=80^\circ$, $\angle ADC=55^\circ$
일 때, $\square ABCD$의 넓이를 a, b에 대한 식으로 나타내어라.

서술형
8 오른쪽 그림과 같이 합동인 두 직각삼각형 ABC와 DBC의 빗변 BC를 겹쳐 놓았다. $\overline{BC}=4\text{cm}$, $\angle DBC=30^\circ$일 때, 겹쳐진 부분의 넓이를 구하고, 그 과정을 서술하여라.

추론
9 오른쪽 그림에서 $\overline{AB}=4\sqrt{3}\text{cm}$, $\overline{BE}=10\text{cm}$, $\angle ABC=60^\circ$이고, $\overline{AC}$와 $\overline{DE}$가 평행할 때, $\square ABCD$의 넓이를 구하여라.

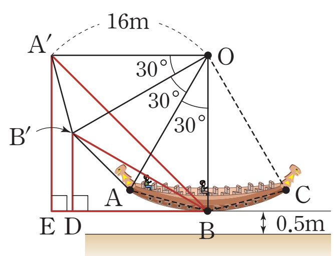
문제 해결 서술형
10 산의 높이를 구하기 위하여 산 아래 지면 위에 두 지점을 A, B, 산꼭대기 지점을 C, C에서 지면으로 내린 수선의 발을 O라 하고 각의 크기를 재었더니 오른쪽 그림과 같았다. 산의 높이를 구하고, 그 과정을 서술하여라.

단원 마무리하기 261

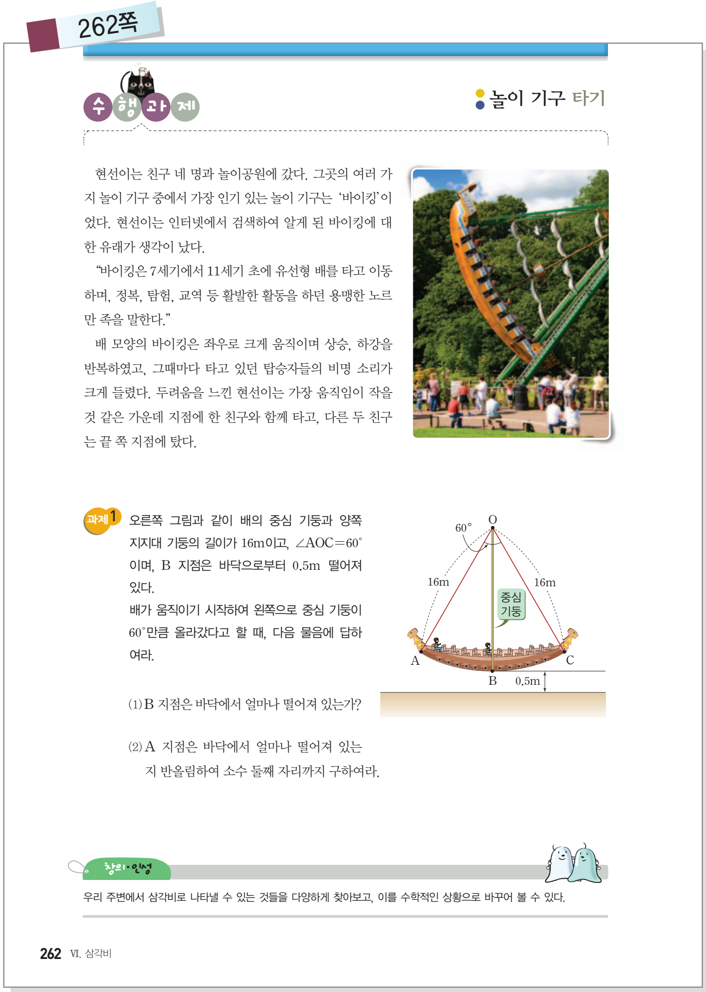
수행과제

지도상의 유의점 놀이 기구의 길이와 각의 크기를 이용하여 지면으로부터 놀이 기구의 한 지점까지의 높이를 구할 수 있도록 지도한다. 이때 구하는 높이는 지면으로부터 B지점까지의 높이를 더해야 함에 유의하도록 지도한다.

풀이 (1) 다음 그림에서 중심기둥 $\overline{OB}$가 $\overline{OB'}$이 되므로 B지점은 B′지점이 된다.



이때 $\triangle OB'B$는 정삼각형이고, $\angle OBB'=60^\circ$이므로
$\overline{BB'}=16\text{m}$이다.


262쪽

수행과제

놀이 기구 타기

현선이는 친구 네 명과 놀이공원에 갔다. 그곳의 여러 가지 놀이 기구 중에서 가장 인기 있는 놀이 기구는 '바이킹'이었다. 현선이는 인터넷에서 검색하여 알게 된 바이킹에 대한 유래가 생각이 났다.

"바이킹은 7세기에서 11세기 초에 유선형 배를 타고 이동하며, 정복, 탐험, 교역 등 활발한 활동을 하던 용맹한 노르만 족을 말한다."

배 모양의 바이킹은 좌우로 크게 움직이며 상승, 하강을 반복하였고, 그때마다 타고 있던 탑승자들의 비명 소리가 크게 들렸다. 두려움을 느낀 현선이는 가장 움직임이 작을 것 같은 가운데 지점에 한 친구와 함께 타고, 다른 두 친구는 끝 쪽 지점에 탔다.

과제 1 오른쪽 그림과 같이 배의 중심 기둥과 양쪽 지지대 기둥의 길이가 16m이고, $\angle AOC=60^\circ$이며, B 지점은 바닥으로부터 0.5m 떨어져 있다.
배가 움직이기 시작하여 왼쪽으로 중심 기둥이 60°만큼 올라갔다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

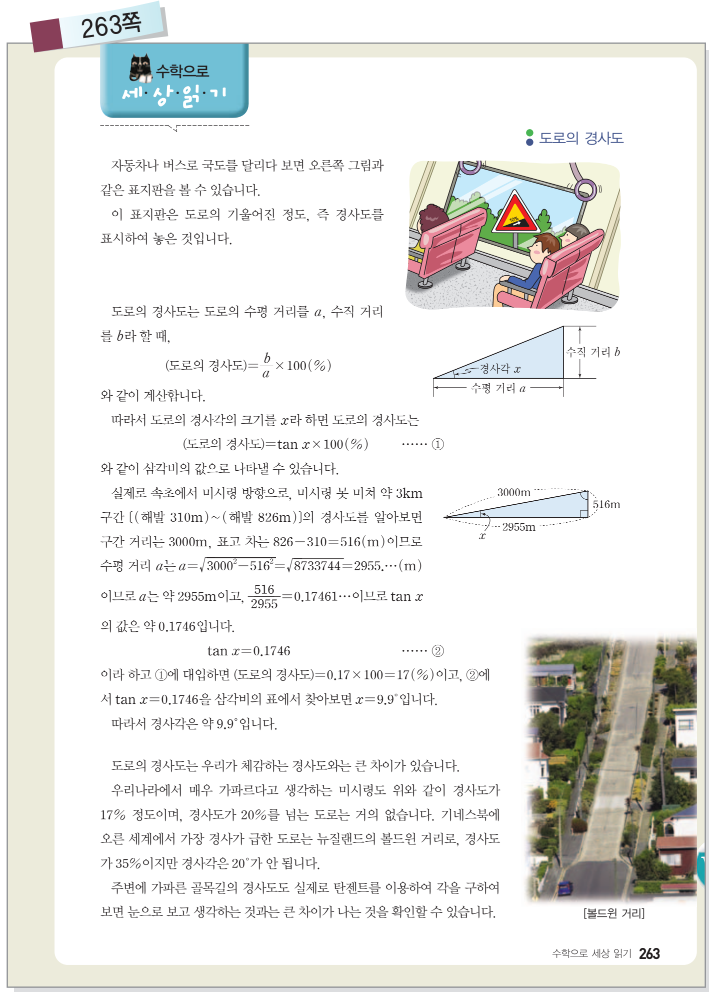
(1) B 지점은 바닥에서 얼마나 떨어져 있는가?

(2) A 지점은 바닥에서 얼마나 떨어져 있는지 반올림하여 소수 둘째 자리까지 구하여라.

창의·인성

우리 주변에서 삼각비로 나타낼 수 있는 것들을 다양하게 찾아보고, 이를 수학적인 상황으로 바꾸어 볼 수 있다.

262 VI. 삼각비


263쪽

수학으로 세·상·읽·기

도로의 경사도

자동차나 버스로 국도를 달리다 보면 오른쪽 그림과 같은 표지판을 볼 수 있습니다.

이 표지판은 도로의 기울어진 정도, 즉 경사도를 표시하여 놓은 것입니다.

도로의 경사도는 도로의 수평 거리를 a, 수직 거리를 b라 할 때,

$$(\text{도로의 경사도})=\frac{b}{a}\times 100(\%)$$

와 같이 계산합니다.

따라서 도로의 경사각의 크기를 x라 하면 도로의 경사도는

$$(\text{도로의 경사도})=\tan x\times 100(\%) \quad \cdots\cdots ①$$

와 같이 삼각비의 값으로 나타낼 수 있습니다.

실제로 속초에서 미시령 방향으로, 미시령 못 미쳐 약 3km 구간 [(해발 310m)~(해발 826m)]의 경사도를 알아보면 구간 거리는 3000m, 표고 차는 $826-310=516$(m)이므로 수평 거리 a는 $a=\sqrt{3000^2-516^2}=\sqrt{8733744}=2955.\cdots$(m)이므로 a는 약 2955m이고, $\frac{516}{2955}=0.17461\cdots$이므로 $\tan x$의 값은 약 0.1746입니다.

$$\tan x=0.1746 \quad \cdots\cdots ②$$

이라 하고 ①에 대입하면 (도로의 경사도)$=0.17\times 100=17$(%)이고, ②에서 $\tan x=0.1746$을 삼각비의 표에서 찾아보면 $x=9.9^\circ$입니다.

따라서 경사각은 약 9.9°입니다.

도로의 경사도는 우리가 체감하는 경사도와는 큰 차이가 있습니다.

우리나라에서 매우 가파르다고 생각하는 미시령도 위와 같이 경사도가 17% 정도이며, 경사도가 20%를 넘는 도로는 거의 없습니다. 기네스북에 오른 세계에서 가장 경사가 급한 도로는 뉴질랜드의 볼드윈 거리로, 경사도가 35%이지만 경사각은 20°가 안 됩니다.

주변에 가파른 골목길의 경사도도 실제로 탄젠트를 이용하여 각을 구하여 보면 눈으로 보고 생각하는 것과는 큰 차이가 나는 것을 확인할 수 있습니다.

[볼드윈 거리]

수학으로 세상 읽기 263

$\triangle B'DB$에서 $\angle B'BD=30^\circ$, $\angle BB'D=60^\circ$이므로

$\overline{B'D}=16\cos 60^\circ$

$\quad =16\times\frac{1}{2}$

$\quad =8$(m)

따라서 구하는 높이는

$\overline{B'D}+0.5=8+0.5=8.5$(m)이다.

(2) $\triangle A'OB$와 $\triangle A'EB$는 합동이므로

$\overline{A'E}=16\tan 45^\circ$

$\quad =16\times 1=16$(m)

따라서 구하는 높이는

$\overline{A'E}+0.5=16+0.5=16.5$(m)이다.

창의 · 인성 학생들이 흥미와 호기심을 유발할 수 있는 주제를 제시하며 삼각비를 이해할 수 있도록 한다. 또 문제 해결 과정을 단계별로 정리하여 사고 과정을 체계화할 수 있도록 한다.

수학으로 세·상·읽·기

보통 도로에서 경사를 표시하는 것은 경사도이다. 경사도와 경사각은 다음과 같다.

경사도는

$$\frac{(\text{수직거리})}{(\text{수평거리})}\times 100(\%)$$

로 나타낸다.

즉, 경사각의 크기를 x라 하면

$$(\text{도로의 경사도})=\tan x\times 100(\%)$$

이다.

이 자료를 읽고 수학이 타 분야에서도 적용될 수 있음을 알고, 수학의 가치를 인식할 수 있도록 한다.

VI