第 32 卷 第 1 期
2012 年 2 月

桂林理工大学学报
Journal of Guilin University of Technology

Vol. 32 No. 1
Feb. 2012

文章编号: 1674 -9057(2012) 01 -0144 -05　　doi: 10. 3969/j. issn. 1674 -9057. 2012. 01. 025

可转让的节能降耗任务成为一个帕累托改善的若干条件

黄玲花

(广西财经学院 信息与统计学院，南宁 530003)

摘　要: 通过假设两个地方政府的生产函数满足索洛模型生产函数下给出单位产出能耗函数，并假设，只要给予地方政府或者企业交易节能降耗任务的自由，只要这些交易主体都知道双方的生产函数和能耗函数，则它们是可以找到使得交易成为帕累托改善的条件的。对此，利用二项式数理模型对满足索洛模型生产函数类型进行推理分析，结果证明: 对于某些满足索洛模型类型的生产函数和能耗函数，自由交易者在保证完成中央政府的节能降耗任务下，可以找到能增加双方总产出和社会总产出的交易办法，以实现社会总产出最大化的总目标。

关键词: 节能降耗; 可转让的任务; 自由交易; 帕累托改善

中图分类号: O225; F224. 32　　文献标志码: A

0 引　言

农卓恩[1]、席鸿建[2]等提出了"对节能降耗任务也可以通过引入市场交易机制来提高效率"的主张。在此基础上，笔者从完全信息的最简单情形出发展开研究，获得了完全信息条件下的中央政府给地方政府分配任务中一些特征[3]。然后，再从信息不对称条件下的中央政府给地方政府分配任务情形出发展开研究，又获得了"在中央政府知道地方政府的生产函数的类型及其分布函数的情形下，中央政府仍然可以找到最优的节能降耗分配方案，但这一方案所导致的总产出小于信息完全对称条件下的总产出，二者之间的差额正是信息的价值"等结论[4]。因此，目前考虑的主要问题是: 如何付出较低的成本以获取这一类信息价值? 换言之，怎样设计巧妙的交易制度，使得地方政府或者市场主体能够通过自由交易中央政府分配给他们的节能降耗任务，从而在能够实现中央政府的节能降耗总目标的前提下，实现总产出的最大化。这个交易制度的设计是一项复杂的研究工程，本文的目的只能是在这个问题上进行一些初步的探索。为此，以下先从一个具体的例子开始。

引例: 假设有地方政府 A 和 B，他们的生产函数满足索洛模型生产函数，令 A 的生产函数 $Y = L^{0.8}K^{0.2}$，B 的生产函数 $Y = L^{0.4}K^{0.6}$，L 为劳动力，K 为资本，他们有相同的能耗函数 $N = YK/L$，单位产出能耗 $Z = N/Y = K/L$。

地方政府 A: 到报告期，A 最多有 100 单位的劳动力，100 单位的资本。

地方政府 B: 到报告期，B 最多有 10 单位的劳动力，有 1 000 单位的资本。

假设基期 A 的投入为 10 劳动力，10 资本，总产出 $Y = L^{0.8}K^{0.2} = 10^{0.8}10^{0.2} = 10$，能耗为 $10 \times 10/10 = 10$，单位总产出能耗为 1; B 的投入为 10 劳动力，10 资本，总产出也是 10，能耗也为 10，单位总产出能耗也为 1。

收稿日期: 2011 -07 -30
基金项目: 广西教育厅科研项目 (201012MS113)
作者简介: 黄玲花 (1965—) ，女，副教授，应用数学专业，linghuahuang@ 163. com。
引文格式: 黄玲花. 可转让的节能降耗任务成为一个帕累托改善的若干条件 [J]. 桂林理工大学学报，2012，32 (1) : 144 -148.

假设现在中央要求各地方政府在报告期单位总产出能耗都要降到 0.5。

这样，A 在报告期可以投入 100 单位的劳动力和 50 单位的资本，总产出可达到 $Y = 100^{0.8} \times 50^{0.2} = 39.8 \times 2.18 = 86.76$，能耗为 $86.76 \times 50/100 = 43.38$;

而 B 只能投入 10 单位的劳动力和 5 单位的资本，总产出 $Y = 10^{0.4} \times 5^{0.6} = 2.51 \times 2.63 = 6.6$，能耗为 $6.6 \times 5/10 = 3.3$。

中央政府的总能耗为 $43.38 + 3.3 = 46.68$。

现在考虑任务可交换的情形: 如果给地方政府 A 分配 43.38 的能耗量，给 B 分配 3.3 的能耗量，然后允许各地方政府交换能耗量，中央政府只控制总能耗不超过 46.68 即可。

这种情况下，如果 B 投入 10 单位劳动力和 10 单位资本，则总产出为 $Y = 10^{0.4} \times 10^{0.6} = 10$，能耗量 $= 10 \times 10/10 = 10$，如果 B 能用 3.3 个单位的总产出换取 A 的 $10 - 3.3 = 6.7$ 单位的能耗量，则 B 的状况变好 (剩余总产出 $10 - 3.3 = 6.7$，比不交换时的总产出 6.6 增了 0.1) 。对于 A，要减少 6.7 单位的能耗量，需要减少多少总产出呢? 如果减少的这个总产出少于 3.3 个单位，则与 B 交易可以使得自己的状况变好。

例如，如果 A 只投入 100 单位的劳动力和 42 单位的资本，结果是 $Y = 100^{0.8} \times 42^{0.2} = 39.8 \times 2.11 = 83.97$，能耗为 $83.97 \times 42/100 = 35.26$，能耗降低了 $35.26 - 43.38 = -8.12$，而总产出只减少了 $83.97 - 86.76 = -2.79$; 可见，A 与 B 的交易是一个帕累托改善，而使得中央政府的总能耗目标仍然实现。

上述的简单例子表明，在某些情况下，通过任务交易，是可以改善各自的状况的，本文的目的就在于寻找出在何种条件下，可转让的节能降耗任务是一个帕累托改善，从而为最终的制度设计打下基础。

1　数理推导

问题: 根据索洛模型生产函数，假设地方政府 A 的生产函数 $Y = L^u K^v$，地方政府 B 的生产函数 $Y = L^P K^q$，L 为劳动力，K 为资本，他们有相同的能耗函数 $N = YK/L$，单位产出能耗 $Z = N/Y = K/L$，其中，u、v、q、p 为正常数。

命题: 如果地方政府 B 支付 b 单位产出给地方政府 A 以换取 A 的 a 单位能耗量，那么交易后，在 A 与 B 的能耗量之和与交易前相同的情况下，双方获得的总产出却都增加了。

证明: 当地方政府 B 支付 b 单位产出给地方政府 A 以换取 A 的 a 单位能耗量时，若地方政府 A 的劳动力 L_A 不变而资本投入减少 n 个单位，即 $K_A = K'_A + n$，其中 K'_A、Y'_A 分别是地方政府 A 减少 n 单位的资本后所投入的总资本和总产出，且 $K'_A \geqslant n$。于是有

$$
\begin{aligned}
Y_A &= L_A^u K_A^v = L_A^u (K'_A + n)^v \\
&= L_A^u K'^v_A \left(1 + \frac{n}{K'_A}\right)^v = Y'_A \left(1 + \frac{n}{K'_A}\right)^v \\
&= Y'_A \left(1 + v\frac{n}{K'_A} + \frac{v(v-1)}{2!}\left(\frac{n}{K'_A}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{v(v-1)\cdots(v-k+1)}{k!}\right)\left(\frac{n}{K'_A}\right)^k + \cdots\right) \\
&= Y'_A + Y'_A \left(v\frac{n}{K'_A} + \frac{v(v-1)}{2!}\left(\frac{n}{K'_A}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{v(v-1)\cdots(v-k+1)}{k!}\right)\left(\frac{n}{K'_A}\right)^k + \cdots\right)。
\end{aligned}
$$

当 $b > Y'_A \left(v\frac{n}{K'_A} + \frac{v(v-1)}{2!}\left(\frac{n}{K'_A}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{v(v-1)\cdots(v-k+1)}{k!}\right)\left(\frac{n}{K'_A}\right)^k + \cdots\right)$时，

$$Y'_A + b > Y_A。$$

另外，当地方政府 B 支付 b 单位产出给地方政府 A 而获得地方政府 A 的 a 单位能耗量后，假设地方政府 B 只增加 m 单位的资本投入，而劳动力 L_B 不变。即

$K'_B = K_B + m$，$\Rightarrow Y'_B = K'^q_B L_B^P = L_B^P (K_B + m)^q$，其中 K'_B，Y'_B 分别是地方政府 B 增加 m 单位的资本投入后的总资本和总产出且 $m \leqslant K_B$。

$$K_B + m^q = K_B^q\left(1 + q\frac{m}{K_B} + \frac{q(q-1)}{2!}\left(\frac{m}{K_B}\right)^2\cdots + \frac{q(q-1)(q-2)\cdots(q-k+1)}{k!}\left(\frac{m}{K_B}\right)^k + \cdots\right),$$

$$\begin{aligned} Y'_B &= L_B^p K_B^q\left(1 + q\frac{m}{K_B} + \frac{q(q-1)}{2!}\left(\frac{m}{K_B}\right)^2\cdots + \frac{q(q-1)(q-2)\cdots(q-k+1)}{k!}\left(\frac{m}{K_B}\right)^k + \cdots\right) \\ &= Y_B\left(1 + q\frac{m}{K_B} + \frac{q(q-1)}{2!}\left(\frac{m}{K_B}\right)^2\cdots + \frac{q(q-1)(q-2)\cdots(q-k+1)}{k!}\left(\frac{m}{K_B}\right)^k + \cdots\right) \\ &= Y_B + Y_B\left(q\frac{m}{K_B} + \frac{q(q-1)}{2!}\left(\frac{m}{K_B}\right)^2\cdots + \frac{q(q-1)(q-2)\cdots(q-k+1)}{k!}\left(\frac{m}{K_B}\right)^k + \cdots\right); \end{aligned}$$

显然，当下式

$$Y'_A\left(v\frac{n}{K'_A} + \frac{v(v-1)}{2!}\left(\frac{n}{K'_A}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{v(v-1)\cdots(v-k+1)}{k!}\right)\left(\frac{n}{K'_A}\right)^k + \cdots\right) < b <$$

$$Y_B\left(q\frac{m}{K_B} + \frac{q(q-1)}{2!}\left(\frac{m}{K_B}\right)^2\cdots + \frac{q(q-1)(q-2)\cdots(q-k+1)}{k!}\left(\frac{m}{K_B}\right)^k + \cdots\right) \tag{1}$$

成立时，则有 $Y'_A + b > Y_A$，$Y'_B > Y_B$，即当地方政府 B 支付 b 单位产出给地方政府 A 以换取 A 的 a 单位能耗量，且 A 与 B 的能耗量之和与交易前相同的情况下，双方获得的总产出将都增加。

但是，在式(1) 中，

$$v\frac{n}{K'_A} + \frac{v(v-1)}{2!}\left(\frac{n}{K'_A}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{v(v-1)\cdots(v-k+1)}{k!}\right)\left(\frac{n}{K'_A}\right)^k + \cdots,$$

和 $q\frac{m}{K_B} + \frac{q(q-1)}{2!}\left(\frac{m}{K_B}\right)^2\cdots + \frac{q(q-1)(q-2)\cdots(q-k+1)}{k!}\left(\frac{m}{K_B}\right)^k + \cdots$ 都是无穷级数，只有当它们都收敛时，式(1) 才会有意义，即式(1) 将成立。为此，对式(1) 在什么情况下才有意义分别讨论如下。

1.1 讨论 I

当 $u + v = 1$，$q + p = 1$，$v < 1$，$q < 1$ 时，

$$v\frac{n}{K'_A} + \frac{v(v-1)}{2!}\left(\frac{n}{K'_A}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{v(v-1)\cdots(v-k+1)}{k!}\right)\left(\frac{n}{K'_A}\right)^k + \cdots,$$

和 $q\frac{m}{K_B} + \frac{q(q-1)}{2!}\left(\frac{m}{K_B}\right)^2\cdots + \frac{q(q-1)(q-2)\cdots(q-k+1)}{k!}\left(\frac{m}{K_B}\right)^k + \cdots$ 都将是收敛的交错级数，若每个式子中按顺序两两组成一项，则每一项都是正数，即

$$\left(\frac{v(v-1)\cdots(v-k+1)}{k!}\right)\left(\frac{n}{K'_A}\right)^k - \left(\frac{v(v-1)\cdots(v-k)}{(k+1)!}\right)\left(\frac{n}{K'_A}\right)^{k+1} > 0,\ k = 1,2,3,\cdots;$$

$$\frac{q(q-1)\cdots(q-k+1)}{k!}\left(\frac{m}{K_B}\right)^k - \frac{q(q-1)\cdots(q-k)}{(k+1)!}\left(\frac{m}{K_B}\right)^{k+1} > 0,\ k = 1,2,3,\cdots;$$

由于 $v\frac{n}{K'_A} + \frac{v(v-1)}{2!}\left(\frac{n}{K'_A}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{v(v-1)\cdots(v-k+1)}{k!}\right)\left(\frac{n}{K'_A}\right)^k + \cdots < v\frac{n}{K'_A}$，

所以，当 $b \geqslant Y'_A v\frac{n}{K'_A}$ 时，

$$b > Y'_A\left(v\frac{n}{K'_A} + \frac{v(v-1)}{2!}\left(\frac{n}{K'_A}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{v(v-1)\cdots(v-k+1)}{k!}\right)\left(\frac{n}{K'_A}\right)^k + \cdots\right),$$

要使

$$b < Y_B\left(q\frac{m}{K_B} + \frac{q(q-1)}{2!}\left(\frac{m}{K_B}\right)^2\cdots + \frac{q(q-1)(q-2)\cdots(q-k+1)}{k!}\left(\frac{m}{K_B}\right)^k + \cdots\right),$$

只需

$b \leqslant Y_B\left(q\frac{m}{K_B} + \frac{q(q-1)}{2!}\left(\frac{m}{K_B}\right)^2\cdots + \frac{q(q-1)\cdots(q-k+1)}{k!}\left(\frac{m}{K_B}\right)^k\right)$，$k$ 为待定的偶数，例如由例 1 中取

$u = 0.8$，$v = 0.2$，$L_A = 100$，$K_A = 50$，$K'_A = 42$，$n = 8$，$Y_A = 86.76$，$Y'_A = 83.97$；

$P = 0.4$，$q = 0.6$，$L_B = 10$，$K_B = 5$，$K'_B = 10$，$m = 5$，$Y_B = 6.6$，$Y'_B = 10$。

则 $b \geqslant Y'_A v \frac{n}{K'_A} = 83.97 \times 0.2 \times \frac{8}{42} \approx 3.2$，而在下式中

$b \leqslant Y_B\left(q\frac{m}{K_B} + \frac{q(q-1)}{2!}\left(\frac{m}{K_B}\right)^2 \cdots + \frac{q(q-1)\cdots(q-k+1)}{k!}\left(\frac{m}{K_B}\right)^k\right)$，$k$ 为待定的偶数，取 $k = 4$，则有

$$b \leqslant 6.6\left(0.6 + \frac{0.6(0.6-1)}{2!} + \frac{0.6(0.6-1)(0.6-2)}{3!} + \frac{0.6(0.6-1)(0.6-2)(0.6-3)}{4!}\right) \approx 3.76,$$

显然，当取 $b = 3.3$ 时，恒有 $Y'_A + b > Y_A$ 且 $Y'_B - b > Y_B$ 成立，且满足中央对各地方政府的要求。

1.2　讨论Ⅱ

当 $u + v > 1$ 并且 $q + p > 1$ 时。

若 $v < 1$ 且 $q < 1$，则由上述 1.1 可知式(1) 成立。

若 $v > 1$ 且 $q > 1$，对于

$v\frac{n}{K'_A} + \frac{v(v-1)}{2!}\left(\frac{n}{K'_A}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{v(v-1)\cdots(v-k+1)}{k!}\right)\left(\frac{n}{K'_A}\right)^k + \cdots$，和

$q\frac{m}{K_B} + \frac{q(q-1)}{2!}\left(\frac{m}{K_B}\right)^2 \cdots + \frac{q(q-1)(q-2)\cdots(q-k+1)}{k!}\left(\frac{m}{K_B}\right)^k + \cdots$，

只要第 $k+1$ 项大于 v 和 q，则从第 $k+1$ 项开始都将是收敛的交错级数，于是可考虑取

$$b \geqslant Y'_A\left(v\frac{n}{K'_A} + \frac{v(v-1)}{2!}\left(\frac{n}{K'_A}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{v(v-1)\cdots(v-k+1)}{k!}\right)\left(\frac{n}{K'_A}\right)^k\right),$$

而在

$b < Y_B\left(q\frac{m}{K_B} + \frac{q(q-1)}{2!}\left(\frac{m}{K_B}\right)^2 \cdots + \frac{q(q-1)(q-2)\cdots(q-k+1)}{k!}\left(\frac{m}{K_B}\right)^k + \cdots\right)$中，取

$$b \leqslant Y_B\left(q\frac{m}{K_B} + \frac{q(q-1)}{2!}\left(\frac{m}{K_B}\right)^2 \cdots + \frac{q(q-1)\cdots(q-k+1)}{k!}\left(\frac{m}{K_B}\right)^k\right),$$

例如，在例 1 中取

$u = 0.8$，$v = 1.2$，$L_A = 100$，$K_A = 50$，$K'_A = 42$；

$n = 8$，$P = 0.4$，$q = 1.6$，$L_B = 10$，$K_B = 100$，$K'_B = 115$，$m = 15$；

$Y_A \approx 4\ 352.8$，$Y'_A \approx 3\ 531.01$，$Y_B \approx 3\ 981.1$，$Y'_B \approx 4\ 978.7$。

而在下列式子中

$b \geqslant Y'_A\left(v\frac{n}{K'_A} + \frac{v(v-1)}{2!}\left(\frac{n}{K'_A}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{v(v-1)\cdots(v-k+1)}{k!}\right)\left(\frac{n}{K'_A}\right)^k\right)$，只需取 $k = 2$ 时，有 $v + 1 = 2.2 > k$，并求得，$b \geqslant 812.13$。

在 $b \leqslant Y_B\left(q\frac{m}{K_B} + \frac{q(q-1)}{2!}\left(\frac{m}{K_B}\right)^2 \cdots + \frac{q(q-1)\cdots(q-k+1)}{k!}\left(\frac{m}{K_B}\right)^k\right)$中只需取 $k = 3$ 时，有 $q + 1 = 2.6 < k$，并求得，$b \leqslant 955.5$。

显然，当取 $b = 832$ 时，恒有 $Y'_A + b > Y_A$ 且 $Y'_B - b > Y_B$ 成立。

若 $v > 1$ 且 $q < 1$ 或 $v < 1$ 且 $q > 1$，则由上述 1.1 及 1.2 可知式(1) 恒成立。

类似地，当 $u + v < 1$ 并且 $q + p < 1$ 时，恒有 $v < 1$ 且 $q < 1$，则由上述 1.1 可知式(1) 成立。

综上所述，可证明：当地方政府 B 支付 b 单位产出给地方政府 A 以换取 A 的 a 单位能耗量，那么交易后，在 A 与 B 的能耗量之和与交易前相同的情况下，双方获得的总产出却都增加了。

2　结　论

本文证明了在某些具体的生产函数和能耗函数满足索洛模型生产函数下，只要给予交易主体（地方政府或者企业）交易节能降耗任务的自由，只要这些交易主体也知道对方的生产函数和能耗函数，

它们是可以找到使得交易成为帕累托改善的条件的，因而交易是可能产生的。但由于本文给出的生产函数和能耗函数并非是一般化的，因此获得的真正结论仅仅是对于某些类型的生产函数和能耗函数，自由交易者可能会找到能增加双方总产出和社会总产出的交易办法，亦即在设定好的交易制度下，可使得地方政府或者市场主体能够通过自由交易中央政府分配给他们的节能降耗任务，从而在能够实现中央政府的节能降耗总目标的前提下，实现总产出的最大化。今后进一步的工作设想是把交易双方的生产函数和能耗函数一般化，然后证明帕累托改善仍然可能产生。

参考文献:

[1] 农卓恩. 广西实现节能减排约束性目标问题研究 [J]. 广西经济，2007 (8): 20－22.

[2] 席鸿建，李国淮，刘宁杰，等. 大循环战略 [M]. 北京: 经济科学出版社，2007: 141－148.

[3] 黄玲花，农卓恩. 信息完全对称条件下节能降耗任务的分配研究 [J]. 广西师范学院学报: 自然科学版，2009(3): 60－66.

[4] 黄玲花，农卓恩，唐沧新. 一个不完全信息静态博弈视角下的节能降耗任务分配模型及其推论 [J]. 广西财经学院学报，2010 (3): 64－66.

Transferable Energy Consumption Saving Task as Pareto Optimality Conditions

HUANG Ling-hua

(*School of Information and Statistics*, *Guangxi University of Finance and Economy*, *Nanning* 530003, *China*)

Abstract: With hypothesis of the production function of two local governments to satisfy unit output function of energy consumption under the Solow model of production function, and with hypothesis that the local government or business transactions are free for energy saving and the subject of these transactions know the production function and energy function of both sides, the transaction as Pareto optimality conditions can be found. Based on analysis of types of binomial model to satisfy the Solow production function, for certain types of production functions and consumption functions to satisfy Solow model, free traders can find that the trading approach can increase total output of both sides and the society, eventually to achieve overall social goal of maximizing total output.

Key words: energy consumption saving; transferable task; free transaction; Pareto optimality