

《智能信息处理》课程作业

基于形式概念分析的全局协同进化优化算法

许铮

作业	分数[20]
得分	

2021 年 11 月 24 日

基于形式概念分析的全局协同进化优化算法

许 铮

(大连海事大学 信息科学技术学院, 辽宁 大连 116026)

摘 要 解决大规模全局优化问题的关键是如何识别决策变量之间的相互依赖关系, 并根据这些依赖关系对决策变量进行有效分组。为了解决这一问题, 本文提出了一种基于形式概念分析的大规模全局协同进化优化算法。首次将数据分析领域的形式化概念分析思想引入决策变量的依赖性分析和自适应分组过程, 以处理大规模全局优化问题, 并在大规模测试集上进行了算法性能对比实验。实验结果表明, 该算法具有最佳的求解精度和收敛性。

关键词 形式概念分析; 协同进化; 优化算法

中图法分类号 TP18

文献标识码 A

Global Co-Evolutionary Optimization Algorithm based on Formal Concept Analysis

XuZheng

(School of Information Science and Technology, Dalian Maritime University, Liaoning Dalian 116026 China)

Abstract The key to solve the large-scale global optimization problem is how to identify the interdependence between decision variables and effectively group decision variables according to these dependencies. To solve this problem, a large-scale global coevolutionary optimization algorithm based on formal concept analysis is proposed in this paper. The formal concept analysis idea in the field of data analysis is introduced into the dependency analysis and adaptive grouping process of decision variables for the first time to deal with large-scale global optimization problems, and the performance comparison experiment of the algorithm is carried out on a large-scale test set. Experimental results show that the algorithm obtains the best solution accuracy and the convergence is optimal.

Key words Formal Concept Analysis; Cooperative coevolution; optimization algorithm

1 引言

1.1 研究问题

随着工业互联网与大数据等技术的发展, 工业工程系统的规模和复杂性日益增加^[1-2], 大规模全局优化 (Large Scale Global Optimization, LSGO) 技术受到了广泛关注。LSGO 是复杂工程优化系统的重要组成部分, 一般采用进化算法 (Evolutionary Algorithm, EA) 作为搜索引擎, 在复杂高维空间中寻找全局最优解。然而, 随着工程问题中决策变量的增加以及变量之间相互耦合关系的复杂化, EA 算法难以处理, 甚至无法处理这些问题。该情况也称为维度灾难问题^[3-4]: 首先, 目标问题的搜索空间随着决策变量数量的增长而呈指数级扩大, 导致优化过程的局部最优解不断增加; 其次, 变量之间的耦合(或交互)关系更加复杂, 难以使用已有 EA 进行降维优化。EA 是基于自然生物进化机制的启发式搜索算

法, 无需目标问题的梯度信息, 具有较好的鲁棒性, 适合求解复杂 NP 难问题。对于中小规模的优化问题, EA 算法已在各类工业应用系统中取得了优异的性能表现, 能够有效处理各种非线性、强耦合、混合变量等复杂优化场景^[5-6]。然而, 当目标问题的决策变量规模超过一定数量级(例如 1000 维)时, 常规 EA 算法由于搜索能力有限, 即使采用改进的全局优化算子策略, 在解的质量和收敛效率方面也难以获得满意的效果。因此, 如何设计高效的大规模全局 EA 优化方法是大数据环境下的复杂工程系统需要解决的一个迫切问题。

1.2 研究现状

目前, 解决 LSGO 问题的一个主要思路是利用分组策略将高维优化问题转化为低维子问题。该方法基于生物群体的社会分工协作机制, 采用分而治之的思想对决策变量进行分组和降维。其中, 协同进化 (CC) 是一种有效的数据包降维

处理框架。其主要原理是：根据变量之间的耦合依赖关系，将原高维问题转化为若干低维子问题，每个子问题分别求解。最后，将每个局部最优解组合成一个全局最优解。该方法在各种 LSGO 问题中取得了良好的求解性能。与传统的 EA 算法结构相比，CC 框架具有更强的解决大规模复杂工程问题的能力。因此，本文主要设计了一种新的基于 CC 框架的分组策略和协同进化处理机制。传统 CC 框架处理 LSGO 问题的主要步骤如下：

- (1) 将一个高维决策向量分解为 n 个子分量；
- (2) 采用合适的优化策略对各子分量优化；
- (3) 集成所有子组的最优解，形成最终可行解。

对于可分离的 LSGO 问题，决策变量可以被分解为若干个不相交的子分量，每个子分量代表一个独立的子问题，各子问题的优化过程互不影响，然而，很多实际 LSGO 问题是不可分离的，即所有决策变量之间都存在一定的耦合依赖关系，而无法根据依赖关系进行分组。对这种问题，很难采用传统分组方法进行降维处理，需要设计新的分组策略与协同进化机制。

目前为止，基于不同的分组学习策略，学者提出了一系列改进的 CC 算法。例如，DECC-G 采用随机分组策略，协同优化相互依赖的变量。然而，随着决策空间的扩大，该算法会面临一个问题：相互作用的变量被分入同一组的概率大大降低，而不具有相互依赖关系的变量放入同一组的概率却有所提高。实验结果表明，随机分组策略由于随机性过大，处理大规模耦合变量时优化效率和求解精度都较低。为此，有学者将链接学习引入 CC 框架中，提出变量交互学习分组算法：在优化之前基于链路学习策略检测变量相关性。该类方法还包括 CCVIL、Delta 学习、差分分组、全局差分分组和差分分组 II 等。实验结果表明，与随机分组相比，链接学习方法可获得明显的性能改进，特别是在可分离的 LSGO 问题上求解结果较好，然而，该算法不能高效地处理不可分离的 LSGO 问题。

为了解决上述问题，学者们提出了基于贡献的协同进化(CBCC)方法及其改进算法。例如 CCFR 算法、dCC 算法。该类算法的主要思想为先评估各个子组对全局适应度的贡献度，进而根据该贡献度来分配子种群的计算资源，然而，子组贡献值会在进化过程中逐渐累积，导致某些贡献值过小的子种群无法获得计算资源而进化停滞，陷入局部最优或早熟收敛。此外，学者还提出了基于阈值的分组策略：通过预先设置子组的相关阈值对变量分组。例如 RDG、RDG3 算法和 DGSC 算法。RDG3 通过设置阈值规定子组的大小来解决重叠的 LSGO 问题。DGSC 算法预先设定子组的数量，利用聚类对决策变量进行分组，可以避免分组不均匀问题，节省计算空间。但该类算法忽略了变量之间的耦合依赖关系，容易将

密切依赖的变量划分至不同子组，难以达到理想的优化效果。

总体来说，CC 框架是处理 LSGO 问题的有效方法：可以将任何决策变量通过特定的分组方法静态地或动态地分配到不同的子组中，将复杂问题分解为简单子问题。在分组过程中，每个子组代表一个独立的子问题，各子问题的优化过程互不影响，最后结合所有子组的解，形成最终的优化结果。据此，变量分组策略的设计对最终优化性能有显著影响。此外，LSGO 问题中大量的决策变量之间存在显式或隐式的相互依赖关系，增加了分组的难度，因此，设计合理有效的分组方法是解决 LSGO 问题的一个关键点。

1.3 研究动机

形式概念分析(Formal Concept Analysis, FCA)是一种功能强大的数据分析技术，最初应用于化学结构检索，用来揭示有机化学品相似的结构和功能信息。随后，FCA 用于处理社区结构检测与社交网络分析问题，用来检测并可视化社交网络的社区结构，提供清晰的拓扑结构视图。值得注意的是，社交网络的节点拓扑结构与 LSGO 问题的变量关系具有相似性。社交网络中，用户具有一定社交关系(例如用户有共同的兴趣或相似的资料)，这些用户节点会进行相互之间的社交互动。此类社区结构具有如下特点：互动较为密切的节点代表连接密集的顶点，处于同一个社区；而不同社区顶点之间的互动较少，连接比较稀疏。这些用户及相互之间的互动关系可映射为 LSGO 的变量节点及相互依赖关系。因此，我们可以利用社区结构检测原则来处理 LSGO 问题的分组问题，寻找具有共同属性的节点集合。

基于以上考虑，我们利用 FCA 技术对 LSGO 决策变量进行分组优化，并将其引入 CC 框架中，衍生出一种新的 LSGO 优化算法。具体地，我们利用网络拓扑结构表示决策变量之间的不同关系，基于 FCA 思想将连接密集的决策变量划至同一组，同时遵循高内聚低耦合原则，保证子组内部具有较高的相关度而子组间的相关度尽可能低。

1.4 本文贡献

本文的主要思路：将 LSGO 变量分组问题映射为复杂网络的结构检测问题；基于 FCA 方法及相关矩阵运算将具有相同外延和内涵的概念变量作为一个子组处理；将上述分组策略嵌入 CC 框架，形成新的 LSGO 优化算法。

本文的主要贡献包括：

(1) 提出基于 FCA 的大规模变量分组学习方法(FCA-based Grouping, FCA-G)。FCA-G 主要基于 FCA 来分析变量之间的依赖关系并进行分组，该方法能够检测出高维空间中依赖关系较为密切的决策变量并将其划为一组，使得同一子组

的变量具有较高的相关度而子组之间的相关度尽可能低。

(2)提出了一种改进的 FCA 方法,构建基于对象-对象关系的形式文本概念。概念变量被重新定义为基础概念和添加概念,并可进行衍生操作,进而提高优化效率。

该工作的首创性在于:在进化计算领域内,首次引入 FCA 与网络拓扑相结合的思路处理复杂 LSGO 问题。实验结果表明,本文所提出的方法在部分可分离、重叠以及完全不可分离的 LSGO 问题上获得了较好的性能表现。

2 背景知识

2.1 形式概念分析(FCA)

形式概念分析(FCA)是起源于哲学概念的一种数据分析技术,在 FCA 中,一个形式概念由外延和内涵两部分组成。其中,外延是指属于某一概念的所有对象的集合,内涵则是外延中所有对象共同拥有的特征的集合。概括来说,形式概念表示了域中对象与属性之间的关系。FCA 的具体描述如下:

定义 1 形式文本 形式文本 K 被定义为 $K=(G, M, I)$, 其中 $G=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 是对象的集合, $M=\{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ 是属性集合, I 是 G 与 M 的二元关系。 $(x, a) \in I$ 表示对象 x 具有属性 a , $(x, a) \notin I$ 表示对象 x 不具有属性 a , 其中 $x \in G, a \in M$ 。

如表 1 所示的形式文本: $G=\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$, $M=\{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8\}$, I 表示 G 与 M 的二元关系。其中, $I(x_1, a_7)=1$ 表示对象 x_1 具有属性 a_7 , $I(x_2, a_7)=0$ 表示对象 x_2 不具有属性 a_7 。

表 1 形式文本

G/M	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	a ₆	a ₇	a ₈
x ₁	1	0	1	0	0	0	1	0
x ₂	1	1	1	1	0	0	0	0
x ₃	0	1	1	0	0	1	1	0
x ₄	0	1	0	1	1	0	0	0
x ₅	0	1	0	1	0	1	0	1
x ₆	1	0	0	1	1	0	1	1

定义 2 概念 若形式文本是一个三元组 $K=(G, M, I)$, 其中 G 与 M 均是集合, $I \subseteq G \times M$ 是二元关系。 G 中的元素称为对象, M 中的元素称为属性。

$$A^\uparrow = \{m \in M \mid \forall g \in A, (g, m) \in I\}, A \subseteq G$$

$$B^\downarrow = \{g \in G \mid \forall m \in B, (g, m) \in I\}, B \subseteq M \quad (1)$$

那么,满足以上关系的集合称为概念。每一个概念用一个集合对来表示,例如 (A, B) , 其中, $A \subseteq G, B \subseteq M, A^\uparrow = B$ 并且 $B^\downarrow = A$, A 称为该概

念的外延, B 称为该概念的内涵; A^\uparrow 称为 A 的内涵, B^\downarrow 称为 B 的外延。

2.2 拓扑结构

网络的拓扑结构是将所有实体抽象成“点”,把连接实体的线路作为“线”,用图的形式来表示点与线之间的关系。这些图被称为拓扑结构图。在本文中,我们利用网络拓扑结构的思想直观地表示和分析 LSGO 问题变量间的相互依赖关系:将决策空间中的变量抽象为网络节点,将变量之间的依赖关系抽象为线。这些点与线构建了一个反映 LSGO 变量属性的复杂网络,进而可以用网络拓扑相关的模型与方法进行变量分组处理。

3 基于形式概念的分组算法(FCA-G)

3.1 改进的 FCA 与新邻接矩阵

(1)研究动机

常规 FCA 方法获得的形式文本包含对象和属性两个标签,此形式文本的内容是通过判断对象与属性之间的关系得到的包含“0”或“1”的统计数据。形式文本的目的是分析出 LSGO 问题中变量之间的相互关系,并尽可能合理地将这些变量进行分组处理,降低问题的求解难度。原则上,我们首先可以判断变量之间的交互关系,然后,将任意两个或多个变量之间的关系以形式文本方式来表示。

然而,传统的形式文本结构是基于对象-属性关系,并不符合 LSGO 问题变量的映射,这就需要将其对象属性关系转化为对象-对象关系,进而构建新的形式文本。

(2)构建改进的形式文本与邻接矩阵

改进的 FCA 构建过程如下:

首先,将所有的决策变量映射为 FCA 中的对象,将变量之间的依赖关系映射为对象-对象的二元关系。若两个变量之间存在显式交互关系,则相应的二元关系为“1”,否则为“0”。最终可得到如表 2 所示的形式文本。进一步地,表 2 的形式文本可以用三元组 K 表示, $K=(G, G, I)$, 其中 $G=\{x_1, x_2, \dots, x_{10}\}$, I 是 G 与 G 的二元关系。 $(x_i, x_j) \in I$ 表示变量 x_i 与 x_j 显式交互, $(x_i, x_j) \notin I$ 表示变量 x_i 与 x_j 独立,其中 $x_i \in G, x_j \in G$ 。

表 2 改进的形式文本

G/G	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	x ₇	x ₈	x ₉	x ₁₀
x ₁	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
x ₂	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
x ₃	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
x ₄	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0
x ₅	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
x ₆	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
x ₇	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
x ₈	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1

x ₉	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
x ₁₀	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1

3.2 基础概念与添加概念

矩阵运算是 FCA 的一个重要环节。为此，我们根据 LSGO 问题特点，重定义了 FCA 的矩阵运算，并根据已有知识衍生出基础概念和添加概念。

定义 3 矩阵运算 一个大小为 $n \times n$ 的矩阵 T 对应于一个包含 n 个变量的形式文本， T' 表示 T 的转置。令 $C = T \otimes T'$ ，则 $c_{ij} = \{n_k \in G | t_{ik} = 1, t'_{kj} = 1, k = 1, \dots, n\} (i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n, c_{ij} \text{ 是矩阵 } C \text{ 中的元素, } t_{kj} \text{ 表示矩阵 } T \text{ 中的元素})$ 。

由定义 3 可得到式 (2) 所示的矩阵运算结果 (“a”代表“10”)：

$$C = \begin{pmatrix} 123 & 123 & 123 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 123 & 1234 & 123 & 24 & 4 & 4 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 123 & 123 & 123 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 24 & 2 & 24567 & 4567 & 4567 & 4567 & 7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 4567 & 4567 & 4567 & 4567 & 7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 4567 & 4567 & 4567 & 4567 & 7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 4567 & 4567 & 4567 & 45678 & 78 & 8 & 8 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & 7 & 7 & 78 & 789a & 89a & 89a & 89a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 & 89a & 89a & 89a & 89a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 & 89a & 89a & 89a & 89a \end{pmatrix} \quad (2)$$

定理 1 一个 $m \times n$ 的矩阵 T 对应于一个形式文本， T' 表示 T 的转置，令 $C = T \otimes T'$ ，令 $X = \{x \in G | x I c_{ij}\}$ ，则 (X, c_{ij}) 为基础概念。

证明 $X^I = \{m \in M | \forall x \in X, (x, m) \in I\} = c_{ij}$ ， $X \subseteq G$ ； $c_{ij}^I = \{x \in G | \forall m \in c_{ij}, (x, m) \in I\} = X$ ， $c_{ij} \subseteq M$ ，则 (X, c_{ij}) 是一个概念。证毕。

通过定理 1 提取出式 (2) 中的基础概念有： $(\{1,1\}, \{1,2,3\})$ ； $(\{1,2\}, \{1,2,3\})$ ； $(\{1,3\}, \{1,2,3\})$ ； $(\{1,4\}, \{2\})$ ； $(\{2, 2\}, \{1,2,3,4\})$ ； $(\{2,3\}, \{1,2,3\})$ ； $(\{4,4\}, \{2,4,5,6,7\})$ ； $(\{4,5\}, \{4,5,6,7\})$ ； $(\{6,7\}, \{4,5, 6,7\})$ 等。

定理 2 若 (X_1, B_1) 和 (X_2, B_2) 均是概念，则 $((X_1 \cup X_2)^{\uparrow\downarrow}, B_1 \cap B_2)$ 也是一个概念。

证明 (X_1, B_1) 和 (X_2, B_2) 均是概念，可知 $X_1 = B_1^{\downarrow}$ ， $X_1^{\uparrow} = B_1$ ， $X_2 = B_2^{\downarrow}$ ， $X_2^{\uparrow} = B_2 \Rightarrow (X_1 \cup X_2)^{\uparrow\downarrow} = (B_1^{\downarrow} \cup B_2^{\downarrow})^{\uparrow} = B_1 \cap B_2$ ； $(B_1 \cap B_2)^{\downarrow} = (X_1^{\uparrow} \cap X_2^{\uparrow})^{\downarrow} = (X_1 \cup X_2)^{\uparrow\downarrow}$ ，因此， $((X_1 \cup X_2)^{\uparrow\downarrow}, B_1 \cap B_2)$ 是一个概念。证毕。

通过定理 2 提取出的添加概念有 $(\{1,2,3\}, \{1,2,3\})$ ， $(\{4,6,7\}, \{4,5,6,7\})$ ， $(\{4,5,6, 7\}, \{4,5,6,7\})$ 等。

3.3 分组过程

大规模全局优化面临两个挑战：(1)搜索空间随着决策变量数目的增长而呈指数级扩大，导致

优化过程中局部最优解的数量不断增加；(2)变量之间的相互作用关系更复杂，使用已有的分组优化策略失效。处理这两类挑战的核心在于如何有效地识别出变量之间的依赖关系并合理地对其分组。虽然目前已有很多分组策略，但是它们在某些问题上表现不佳，例如部分可分离的 LSGO 问题和完全不可分离的 LSGO 问题等。

针对以上两类问题，我们首次引入形式概念分析与完全拓扑结构相结合的思想，提出基于形式概念分析的大规模全局协同进化优化算法 (FCA-G)，处理大规模决策变量分组与优化问题。对于复杂的 LSGO 问题，由于难以直接获得满足条件的概念，FCA-G 根据相关知识将概念分为基础概念和添加概念，由基础概念逐渐派生出添加概念(定理 2)，可以简化获取概念的难度。

FCA-G 算法的具体过程如下：

(1)将决策变量之间的交互关系抽象为对象-对象间的关系，并将新的形式文本转化为矩阵。

(2)执行矩阵运算，并从结果矩阵中提取基础概念。矩阵运算主要根据数据的位置，为每个数据赋予唯一标记。

(3)为避免冗余操作，算法在向集合 conceptset，添加基础概念之前，需要检验待加入的概念是否已存在于集合。这样设计能够保证底层的概念具有唯一性。另外，由于矩阵 C 为对称矩阵，提取基础概念时只需检测上三角元素，所有添加概念均通过基础概念的集合运算获得。同样，在确认添加概念时，也要进行检测，保证集合 conceptset 中无重复概念。

与现有的静态以及随机分组方式不同，FCA-G 将数据分析技术与拓扑结构相结合，图形化地分析变量之间的内在关系，将完全图内的决策变量划分至同一子组。该方法保证了同一子组内部变量均为显式交互关系，不同子组间为隐式交互或独立关系，同时也为搜索最优解提供了分组降维支持。

4 实验验证

本章节主要通过实验仿真来验证 FCA-G 算法的搜索性能，本文在测试算法性能时采用了 CEC2013 LSGO 基准测试集，CEC2013 大规模全局优化基准测试函数集被广泛用于测试 LSGO 算法的性能。其中， $f_1 \sim f_3$ 用于测试完全可分离的大规模全局优化问题； $f_4 \sim f_{11}$ 用于测试部分可分离大规模全局优化问题 $f_4 \sim f_7$ 表示有可分离子组的测试函数； $f_8 \sim f_{11}$ 表示无可分离子组的测试函数； $f_{12} \sim f_{14}$ 用于测试重叠的大规模全局优化问题； f_{15} 用于测试完全不可分离的大规模全局优化问题。

FCA-G 与其它对比算法均采用 SaNSDE 作为子组优化引擎。SaNSDE 是差分进化(DE)-195 的变种算法，在进化过程中根据问题本身的特点自动调整参数。在参数设置方面，每个算法在每个基准测试函数上独立运行 25 次。本文将最大评价次数(Max_Fes)设置为 3×10^6 ，种群规模为

100, 决策变量的维度为 1000。为了证明算法 FCA-G 的有效性, 我们使用的受到广泛认同且经典有效的比较算法有:

(1) SaNSDE 中算法, 被广泛地用于优化协同进化(CC)算法中的子组。

(2) CBCC3-DG2 算法, 在著名的差分分组策略的基础上进行了改进, 并将分组策略与基于贡献的协同进化算法相结合。

(3) DECC-G 算法, 使用随机策略实现分组, 也是其它论文中使用最多的对比算法。

(4) SHADEILSI 算法, 是一种新的混合算法, 它迭代地结合了差分进化算法和局部搜索方法, 并表现出了优异的效果。

(5) MOST 算法, 会自动为每个的数和搜索阶段选择最合适算法的混合算法。

表 3 列出了各个算法(FCA-G、SaNSDE、CBCC3-DG2 和 DECC-G)在 CEC2013 LSGO 基准测试函数上的均值对比结果。根据表 3 提供的数据, 我们可知 FCA-G 算法的整体性能优于其它对比算法。具体为: FCA-G 在完全可分离测试函数中有 2/3 的优化结果优于 SaNSDE 和 CBCC3-DG2 算法。FCAG 在部分可分离测试函数中分别有 7/8 的数据优于这三种对比算法。在完全不可分离测试函数中 FCA-G 优于对比算法 CBCC3-DG2 和 DECC-G。

表 3 FCA-G 与 SaNSDE、CBCC3-DG2 和 DECC-G 整体性比较(W/T/L 表示胜/平/负的次数)

W/T/L	SaNSDE	CBCC3-DG2	DECC-G
$f_1 \sim f_3$	1/1/1	2/1/0	0/0/3
$f_1 \sim f_{11}$	7/1/0	7/1/0	7/1/0
$f_{12} \sim f_{14}$	3/0/0	3/0/0	2/0/1
f_{15}	0/0/1	1/0/0	1/0/0
Sum	11/2/2	13/2/0	10/1/4

5 总结

本文首次将形式概念分析(FCA)的思想引入大规模决策变量的依赖关系分析与分组学习过程, 提出基于 FCA 的大规模全局协同进化优化算法, 解决复杂的大规模全局优化问题。首先, 基于 FCA 的分组学习框架主要基于 FCA 的外延与内涵等形式, 对决策变量进行形式文本转换。进而根据该文本向量的特征信息进行矩阵运算, 识别变量之间的依赖关系和对其自适应的分组, 该方式以高内聚低耦合为基本原则, 保证子组内部具有较高的相关度而子组间的相关度尽可能低。最后, 将提出的分组方法嵌入到 CC 框架中, 形成新的大规模全局优化方法(FCA-G)。

参考文献

[1]Lix.YaoX.Tackling high dimensional nonsparable optimization problems by cooperatively coevolving particleswarms Proceedings of the 2009 IEEE Congress on Evolutionary Computation. Trondheim. Norway. 2009:1546-1553
[2]Liu H. Wang Y. Fan N. A hybrid deep grouping

algorithmfor large scale global optimization. IEEE Transactions on Evolutionary Computation. 2020. 24 (6):112-1124

[3]Ge H. Sun L. Tan G. et al. Cooperative hierarchical PSO with two stage variable interaction reconstruction for largescaleoptimization. IEEE Transactions on Cybernetics.2017.47(9):2809-2823

[4]Liu W.Zhou Y,Li B. et al. Cooperative coevolution with soft grouping for large scale global optimization// Proceedings of the 2019 IEEE Congress on Evolutionary Computation. Wellington,New Zealand,2019:318-325

[5]Fister I.Suganthan PN.et al. Artificial neural networkregression as a local search heuristic for ensemble strategiesin differential evolution. Nonlinear Dynamics.2016. 84(2):895-914

[6]Fister I.Pere M, Kamal SM, et al. A review of chaos-basedfirefly algorithms. Applied Mathematics and Computation.2015. 252:155-165