

《智能信息处理》课程作业

模糊概念格的模糊图表示

吴磊

作业	分数[20]
得分	

2021 年 11 月 25 日

模糊概念格的模糊图表示

吴磊

(大连海事大学 信息科学技术学院, 辽宁省大连市 中国 116026)

摘 要 本文提出了模糊概念格与模糊图之间的一种新的关系。本文给定了一个模糊二元关系, 定义了一个基本的模糊图, 并在由模糊关系建立的模糊概念格的元素集与相关模糊图的最小断开集之间建立了一个新的关系。从应用程序和计算的角度来看, 这个关系很重要。

关键词 模糊关系; 模糊概念格; 模糊图; 模糊图的断开

中图法分类号 TP311

文献标识码 A

Fuzzy graph representation of a fuzzy concept lattice

Wu lei

(School of Information Science and Technology, Dalian maritime university, Liaoning Dalian 116026 China)

Abstract In this paper, we present a new relationship between fuzzy concept lattice and fuzzy graph. Given a fuzzy binary relation, we define an underlying fuzzy graph, and establish a new relation between the set of elements of the fuzzy concept lattice built from the fuzzy relation and the set of minimal disconnections of the associated fuzzy graph. This link is important from the point of view of application and computation.

Key words Fuzzy relation; Fuzzy concept lattice; Fuzzy graph; Disconnections of fuzzy graph

1 引言

近年来, 形式概念分析已经成为数据和知识处理中的一种有用技术。据我们所知, 形式概念分析(简称, FCA)的研究始于 1970 年的社会科学背景下。然而, 在 FCA 的研究中, Ganter 和 Wille^[12]最著名的工作是为数学和计算机科学领域的大量研究人员提供了真正的灵感。Wille 引入的形式概念分析给出了关于数据(称为形式上下文)的全面信息和知识, 在基本设置中, 数据是一组对象、一组属性以及一组对象和一组属性之间的关系的三元组。Wille^[19]介绍的基本设置适用于易碎属性。但是对于对象属性模糊的数据, 数据的表项包含来自集合 L 的真值度(L 通常取为实单位区间 $[0,1]$)。为了分析出现模糊性的数据, 用模糊逻辑代替经典逻辑^[13], 相应的结构成为模糊概念格。就我们的知识而言, Burusco 和 Fuentes-Ganzález 在模糊环境中提出了关于 FCA 的第一篇论文^[6]。后来 Pollandt^[16], Belohlávek^[3], Yahia^[20]和 Krajci^[15]提出了将模糊逻辑与

FCA 相结合的 L-模糊上下文。

随着数据集大小的增长, 从 L-模糊上下文生成的模糊概念在数量上变得越来越大。由于大量的模糊概念很难处理, 在^[2]中, Belohlávek 等人只考虑整个模糊概念集的一个子集。这个子集称为清晰生成的模糊概念集。在本文中, 我们提出了一种新的方法来描述和理解清晰生成的模糊概念格的基础模糊图。首先, 用模糊图表示模糊上下文; 然后利用模糊图的所有最小断开, 我们找到了清晰生成的模糊概念。

在本文的第二部分, 我们给出了模糊概念格的一些基本概念。在第三部分中, 我们讨论了模糊图和模糊图的断开。在第四部分中, 我们定义了用于表示模糊二元关系的基础模糊图 G , 并解释了它与模糊概念格 $B(X, Y, I)$ 的关系。最后, 在第五部分中, 我们提供了一个示例并描述了生成模糊概念的规则。

2 模糊概念和模糊概念格

在形式概念分析中,一个概念的范围和意图是已知的。范围是属于这个概念的对象集,而意图是这个概念所涵盖的属性集。例如,如果我们考虑概念 MATHEMATICIAN 那么 MATHEMATICIAN 的程度由世界上所有的 MATHEMATICIAN, MATHEMATICIAN 的意图是所有数学家的属性(即数学领域的贡献,物理领域的贡献,计算机科学领域的贡献,药学领域的贡献等)。一般来说,概念以层次的顺序相互关联。例如, CHEMIST 和 MATHEMATICIAN 的概念在概念层次结构上没有可比性,而 SCIENTIST 是一个更一般的概念。从这些假设中获得想法, Wille 发展了概念格理论^[19]。这一理论是基于二价逻辑学而提出的。易碎的属性也是如此。但如果我们考虑到 STUDENT 的概念,那么 STUDENT 的意图并没有得到明确的描述。因此,用二价逻辑分析意图的正确方法。从这些假设出发,从模糊逻辑^{[3]-[7],[15]-[18],[20]}的角度推广到概念格理论。

2.1 形式概念分析的基本背景

为了确定我们的符号,我们回顾来自以下相关文献^{[12],[19]}。通常用来表示数据表的形式上下文是三元组 $\langle X, Y, I \rangle$, 其中, X 和 Y 分别为对象和属性的集合, 并且 $I \subseteq X \times Y$ 是对象和属性之间的二进制关系, 或者说, $(x, y) \in I$ 意味着对象 x 对应的属性为 y , $\langle X, Y, I \rangle$ 中的形式概念是一对 $\langle A, B \rangle$, $\langle A, B \rangle$ 是由对象的集合 $A (\subseteq X)$ (概念范围) 和属性的集合 $B (\subseteq Y)$ (概念意图) 组成的。

B 是集合 A 中所有对象共享的所有属性的集合 (1)

A 是共享集合 B 中所有属性的所有对象的集合 (2)

对于 $A (\subseteq X)$ 和 $B (\subseteq Y)$:

$$A^\uparrow = \{y \mid \text{for each } x \in A: (x, y) \in I\}$$

$$B^\downarrow = \{x \mid \text{for each } y \in B: (x, y) \in I\}$$

然后 A^\uparrow 是 A 的所有对象共享的 Y 中的所有属性的集合, B^\downarrow 是来自 X 的所有对象共享 B 中的属性的集合。因此, 一个形式概念是一对 $\langle A, B \rangle$, 其中 $A^\uparrow = B$ 和 $B^\downarrow = A$ 。如果 $B(X, Y, I)$ 表示所有形式概念的集合, 或者说 $B(X, Y, I) = \{\langle A, B \rangle \mid A^\uparrow = B, B^\downarrow = A\}$, 并且 \leq 是在 $B(X, Y, I)$ 上的一个关系, 通过 $\langle A_1, B_1 \rangle \leq \langle A_2, B_2 \rangle$ 来定义, 当且仅当 $A_1 \subseteq A_2$ (或等价于 $B_1 \supseteq B_2$), 则结构 $(B(X, Y, I), \leq)$ 称为 $B(X, Y, I)$ 的形式概念格。

2.2 模糊概念格

从 Pollandt^[16]和 Bělohlávek^[4]的工作中提出了一种可行的方法, 在模糊背景下开发 FCA 和相关结构。在他们的工作中, 他们考虑了一个剩余格 $L = \langle L, \wedge, \vee, \otimes, \rightarrow, 0, 1 \rangle$ 作为真值的结构。我们知道当满足 (i) $\langle L, \wedge, \vee, 0, 1 \rangle$ 是一个完全格 (最小元素为 0, 最大元素为 1)。 (ii) $\langle L, \wedge, 1 \rangle$ 是可交换幺半群。 (iii) \otimes, \rightarrow 是二进制运算 (分别称为乘法和残差), 它们形成伴随对, 即 $x \otimes y \leq z$ 当且仅当 $x \leq y \rightarrow z$ 。 L 是一个完全剩余格。实单位区间 $[0, 1]$ 是最有用的真值集, 三对最重要的伴随运算由 Łukasiewicz, Gödel 给出, 产生 t 范数及其残差。一组更重要的真值是集合 $\{a_0 = 0, a_1, \dots, a_n = 1\} (a_0 < a_1 < \dots < a_n)$, \otimes 由下式给出, $a_k \otimes a_l = a_{\min(k, l)}$, 对应的 \rightarrow 由下式给出, $a_k \rightarrow a_l = a_n = 1$ for $k \leq l$ and $a_k \rightarrow a_l = a_l$, 否则, 这是对 $[0, 1]$ 上的 Gödel 结构的限制。

模糊上下文 (L -context) 的关键思想如下: 它是一个三元组 $\langle X, Y, I \rangle$, 其中 X 和 Y 是 (清晰的) 集合, 被解释为一组对象 (X) 和一组属性 (Y), 我们将注意力集中在它们上面, 而 $I(x, y) \in L$ 是一个模糊关系。值 $I(x, y) \in L$ 是事实的真值, “对象 $x \in X$ 有属性 $y \in Y$ ”。对于模糊集 $A \in L^X$ 和 $B \in L^Y$, 我们有模糊集 $A^\uparrow \in L^Y$ 和 $B^\downarrow \in L^X$ 定义如下所示:

$$A^\uparrow(y) = \bigwedge_{x \in X} (A(x) \rightarrow I(x, y)) \quad (3)$$

$$B^\downarrow(x) = \bigwedge_{y \in Y} (B(y) \rightarrow I(x, y)) \quad (4)$$

请注意, 原始 (清晰) 概念格可以被视为 L 概念格, 其中 $L = \{0, 1\}$ 是经典逻辑的真值集。如果上下文中的信息是模糊的, 模糊概念数据分析是一个合适的工具。

2.3 模糊概念的清晰生成

为了处理可能存在大量模糊概念的问题, 在^[2]中, Bělohlávek 等人, 介绍了以下方法。他们没有考虑 $B(X, Y, I)$ 的整体, 而只考虑其中的一部分, 例如, $B_c(X, Y, I) (\subseteq B(X, Y, I))$ 称为清晰生成的模糊概念的集合。一个概念 $\langle A, B \rangle \in B(X, Y, I)$, 如果存在一个清晰的集合 (即普通集) $B_c \subseteq Y$ 的属性使得 $A = B_c^\downarrow$ (并且 $B = B_c^{\downarrow\uparrow}$), 则称为清晰生成的概念。则 $B_c(X, Y, I) = \{\langle A, B \rangle \in B(X, Y, I) \mid \text{there is } B_c \subseteq Y: A = B_c^\downarrow\}$ 。集合 $B_c(X, Y, I)$ 连同由 $\langle A_1, B_1 \rangle \leq \langle A_2, B_2 \rangle$ 定义的偏序关系 \leq , 当且仅当 $A_1 \subseteq A_2$ (或等效地 $B_1 \supseteq B_2$) 成立时, 称为清晰生成的模糊概念格。

3 模糊图

本文中使用的模糊图^{[1],[8],[10],[14]}是有限的和无向的。模糊图 $G = (V, \mu, \rho)$ 是一个非空集合 V , 以及一对函数 $\mu: V \rightarrow [0,1]$ and $\rho: V \times V \rightarrow [0,1]$, 对于所有的非空集合中的 x, y , 存在 $\rho(x, y) \leq \mu(x) \wedge \mu(y)$, μ 是 G 的模糊顶点集, ρ 是 G 的模糊边集。 $P \subseteq V, H = (P, \nu, \tau)$ 被称为 $G = (V, \mu, \rho)$ 的模糊子图。为简单起见, 有时我们称 H 为 G 的模糊子图。类似地, 如果 $\nu \subseteq \mu$ and $\tau \subseteq \rho$ 则称 $H = (P, \nu, \tau)$ 是 $G = (V, \mu, \rho)$ 的部分模糊子图。

3.1 路径连通模糊图

模糊图 $G = (V, \mu, \rho)$ 中的路径 P 是一个不同的顶点序列 x_0, x_1, \dots, x_n (x_0 和 x_n 可能除外), 即 $\rho(x_{i-1}, x_i) > 0, 1 \leq i \leq n$, 其中 $n \geq 1$, 称为 P 路径的长度。连续的对 (x_{i-1}, x_i) 称为路径的边。 P 的强度定义 $\bigwedge_{i=1}^n \rho(x_{i-1}, x_i), 1 \leq i \leq n$ 。 $x, y \in V$ 的直径, 用 $\text{diam}(x, y)$ 表示, 是连接 x 到 y 的最长路径的长度, 如果直径 $(x, y) = k$, 则从 x 到 y 的最强路径的强度(权重)表示为 $\rho^\infty(x, y) = \bigvee \{\rho^i(x, y) \mid i = 1, 2, \dots, k\}$ (其中 $\rho^\infty(x, y)$ 是从 x 到 y 的长度为 i 的路径的强度(权重))。一个部分模糊子图 (μ, ρ) 是连通的, 当所有的 $x, y \in \text{supp}(\mu), \rho^\infty(x, y) > 0$ 是连通的。事实上, 使用^[9]中给出的算法, 我们可以计算 $\rho^\infty(x, y)$ 来可以证明, 如果 $\text{diam}(x, y) = 1$, 则 $\rho^\infty(x, y) = \rho(x, y)$ 。

实际上, x 和 y 连通, 当且仅当 $\rho^\infty(x, y) > 0$, 这种关系下的等价类顶点称为模糊图的连通分量。它们只是它的最大连通部分模糊子图。连接任意两个顶点 x, y 的最强路径具有强度 $\rho^\infty(x, y)$ 。我们有时会把 $\rho^\infty(x, y)$ 称为顶点之间的连通性强度。

定义 1(Mordeson and Nair [14]). 模糊图 $G = (V, \mu, \rho)$ 的断开连接是一个顶点集 D , 其去除导致断开连接或单个顶点图。 D 的权重被定义为 $\sum_{x \in D} \bigwedge \{\rho(x, y) \mid \rho(x, y) \neq 0, y \in V\}$, 一个模糊图 G 的顶点连通性表示为 $\Omega(G)$, 定义为 G 中断开的最小重量。

4 模糊关系背后的模糊图

在本节中, 我们将建立底层模糊图的最小断开和清晰生成的模糊概念之间的一个重要关系。

定义 2. 令 $K = \langle X, Y, I \rangle$ 为 L -context (模糊上下文)。

我们定义了一个关联的底层模糊图 $G = (X \cup$

$Y, \mu, \rho)$, 其中 ρ 是 $X \cup Y$ 到 L 的隶属函数, μ 是边的隶属函数, 使得 $\mu(x) \neq 0, \mu(y) \neq 0$ 且 $\text{supp}(\mu(x))$ 是完全图, $\forall x \in X, \forall y \in Y$ 并且:

$$\rho(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{for } x \in X, y \in Y \text{ and } I(x, y) \neq 0 \\ > 0 & \text{for } x \in X, y \in Y \text{ and } I(x, y) = 0 \end{cases}$$

现在我们将证明我们的主要定理:

主要定理. 设 $K = \langle X, Y, I \rangle$ 是一个模糊形式上下文, $G = (X \cup Y, \mu, \rho)$ 是对应的连通模糊图, 其中 $V = X \cup Y$ 如上所述。如果 $\langle A, B \rangle$ 是一个模糊概念的关于 K 的清晰生成, 那么 $\phi \neq \text{supp}(A) \subset X, \phi \neq \text{supp}(B) \subset Y$ 从而 $D = V \setminus (\text{supp}(A) \cup \text{supp}(B))$ 是 G 的最小断开。相反地, 对于 G 的每个最小断开, 总是至少存在一个清晰生成的模糊概念。

证明. 令 $K = \langle X, Y, I \rangle$ 为模糊形式上下文, $G = (X \cup Y, \mu, \rho)$ 为对应的连通模糊图, 令 $\langle A, B \rangle$ 为关于 K 的清晰生成的模糊概念, 其中 $\phi \neq \text{supp}(A) \subset X, \phi \neq \text{supp}(B) \subset Y$ 。显然 $D = V \setminus (\text{supp}(A) \cup \text{supp}(B))$ 是非空的。如果可能, 让 D 不作为 G 的断开连接。那么至少存在两个顶点 $x \in \text{supp}(A), y \in \text{supp}(B)$ of G/D 使得 $\rho(x, y) > 0$ (即 $I(x, y) = 0$)。对于 $x \in \text{supp}(A), (\text{supp}(B))^{\downarrow}(x) = 0$, 所以 $A(x) = 0$ (因为 $\langle A, B \rangle$ 是一个清晰生成的模糊概念)。这与 $x \in \text{supp}(A)$ 的事实相矛盾。因此, 如果 $\langle A, B \rangle$ 是一个清晰生成的模糊概念, 那么 $D = V \setminus (\text{supp}(A) \cup \text{supp}(B))$ 是 G 的断开。现在我们将证明 D 是 G 的最小断开。如果 D 不是最小断开那么存在一些 $x \in D$ 使得 $\rho(x, y) = 0$ 对所有 $y \in \text{supp}(B)$, 或者一些 $y \in D$ 使得 $\rho(x, y) = 0$ 对所有 $x \in \text{supp}(A)$ 。这意味着对于某些 $x \in D, A(x) > 0$, 或者对于某些 $y \in D, B(y) > 0$, 这是一个矛盾, 因为 $D = V \setminus (\text{supp}(A) \cup \text{supp}(B))$ 。因此 D 是最小断开。

反之, 设 D 是 G 的最小不连通, $\phi \neq V_1 (\subset X), \phi \neq V_2 (\subset Y)$ 是 G 的两个连通分量。由于 $D \neq \phi$ 和两个连通分量 V_1 和 V_2 非空, 因此 $V_1 \cup V_2 \neq V$ 。因为对所有的 $x \in V_1$ 和所有的 $y \in V_2$ 存在 $\rho(x, y) = 0$, 因此对所有的 $x \in V_1$ 和所有的 $y \in V_2$ 存在 $I(x, y) > 0$, 我们断言, 对于每个这样的连通分量, 即 V_1 和 V_2 , 必须至少存在一个模糊概念 $\langle A, B \rangle$, 使得 $A = V_2^{\downarrow}$ (并且 $B = V_1^{\downarrow}$), 其中 $V_1 = \text{supp}(A)$ 并且 $V_2 =$

$\text{supp}(B)$ 。如果没有,则存在一个元素 $x \in V_1$,从而使 $A(x)=0$,或者存在一个元素 $y \in V_2$,从而使 $B(y)=0$ 。这与 D 是 G 的最小断开的事实相矛盾,因此,对应于 G 的最小断开,存在一个清晰生成的模糊概念。

5 由输入数据中生成模糊概念

利用第4节中建立的关系,我们现在开发了一个算法来计算模糊概念。

表1 L-context $\langle X, Y, I \rangle$

	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6
o_1	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	0
o_2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0
o_3	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0	1
o_4	0	0	0	1	$\frac{1}{2}$	0
o_5	0	0	1	$\frac{1}{2}$	0	0
o_6	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0

表2 关于表1的上下文模糊概念

	o_1	o_2	o_3	o_4	o_5	o_6	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6
1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
2	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0
3	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
4	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	1	1	0	0	0	1
5	0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	1	1	0	0
6	$\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	1	1	1	0
7	1	0	0	0	0	0	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	0
8	$\frac{1}{2}$	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
9	0	1	$\frac{1}{2}$	0	0	0	1	1	0	0	0	0
10	0	0	1	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0	1
11	$\frac{1}{2}$	0	0	0	1	0	0	0	1	$\frac{1}{2}$	0	0
12	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	$\frac{1}{2}$	0
13	1	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	1	0
14	1	0	0	0	1	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0
15	$\frac{1}{2}$	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
16	1	1	0	0	0	0	0	1	$\frac{1}{2}$	0	0	0
17	0	1	$\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$	1	0	0	0	0	0
18	0	1	1	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0
19	$\frac{1}{2}$	0	0	1	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	1	0	0
20	1	0	0	1	0	0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
21	1	1	0	0	1	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0
22	1	1	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	1	0	0	0	0
23	1	0	0	1	1	0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0
24	1	1	1	0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0
25	0	1	1	0	0	1	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0
26	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0

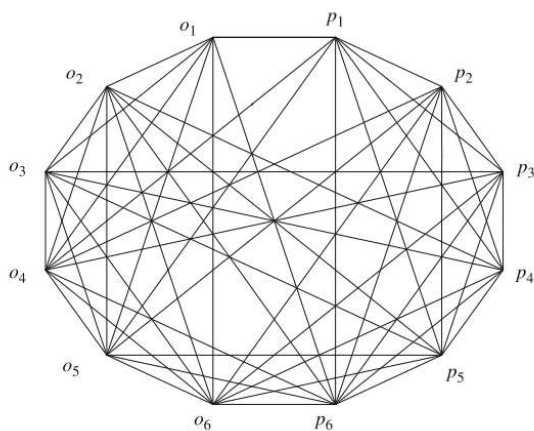


图1 上例中模糊关系 I 的基础模糊二部图

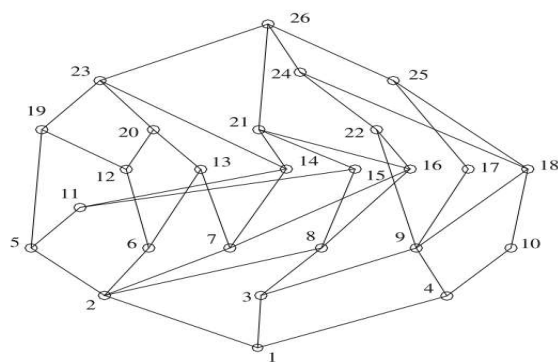


图2 由表1的上下文生成的模糊概念格

范例.设 X 包含6个对象 $\{o_1, o_2, o_3, o_4, o_5, o_6\}$ 和 Y 包含6个属性 $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6\}$ 。考虑 $L = \{0, \frac{1}{2}, 1\}$ 和 Godel 模糊逻辑连接词。也设 L 是第2节中描述的残差格, Godel 操作超过 $\{0, \frac{1}{2}, 1\}$ 。L-context 和 L-concept 分别由表1和表2给出,相应的模糊图如图1所示,模糊概念格 $B\langle X, Y, I \rangle$ 如表2描述。

在这里,我们将提出一种直接从输入数据计算 $B\langle X, Y, I \rangle$ 的方法。我们将逐步介绍解决方案。设 $K = \langle X, Y, I \rangle$ 是模糊 L-context, $\text{supp}(A)$ 和 $\text{supp}(B)$ 是相应模糊图的两个连通分量。那么 $\langle A, B \rangle$ 是一个模糊的 L-concept, 其中 $A = (\text{supp}(B))^\downarrow$ 和 $B = (\text{supp}(A))^\uparrow$ 。

步骤1: 如果 $I(x, y) = 1$ 对所有 $x \in \text{supp}(A)$ 和 $y \in \text{supp}(B)$ 成立, 那么 $\langle A, B \rangle$ 是一个模糊概念, 其中 $A(x)=1$ 代表所有 $x \in \text{supp}(A)$, $B(y)=1$ 代表所有 $y \in \text{supp}(B)$ 。

步骤2: 如果 $A(x)=1$ 对于所有的 $x \in \text{supp}(A)$ 满足 $A(x)=0$ 并且 $x \in X \setminus \text{supp}(A)$, 那么对于 $I(x, y)$ 的任何值, $\langle A, B \rangle$ 是一个模糊概念, 其中 $B(y) = \bigwedge_{x \in \text{supp}(A)} \{I(x, y)\}$ 当 $y \in \text{supp}(B)$ 和 $B(y) = 0$ $y \in Y \setminus \text{supp}(B)$ 时成立。

步骤3: 如果 $B(y)=1$ 对所有 $y \in \text{supp}(B)$, 当 $y \in Y \setminus \text{supp}(B)$ 时 $B(y)=0$ 那么任何值为 $I(x, y)$, $\langle A, B \rangle$ 是一个模糊概念, 其中 $A(x) = \bigwedge_{y \in \text{supp}(B)} \{I(x, y)\}$ 当 $x \in \text{supp}(A)$ 和 $A(x) = 0$ $x \in X \setminus \text{supp}(A)$ 时成立。

步骤4: 对于 $I(x, y)$ 的任何值, $\langle A, B \rangle$ 是一个模糊概念, 其中对于每个 $x_i \in \text{supp}(A)$ 并且 $y \in \text{supp}(B)$ 都满足 $A(x_i) = I(x_i, y)$, 并且对于每个 $x_i \in X \setminus \text{supp}(A)$ 和 $B = A^\uparrow$ 满足 $A(x_i) = 0$ 。

步骤5: 对于 $I(x, y)$ 的任何值, $\langle A, B \rangle$ 是一个模糊概念, 其中对于每个 $y_i \in \text{supp}(B)$ 并且 $x \in \text{supp}(A)$ 都满足 $B(y_i) = I(x, y_i)$, 并且对于每个 $y_i \in Y \setminus \text{supp}(B)$ 和 $A = B^\uparrow$ 满足 $B(y_i) = 0$ 。

6 结论

FCA 已成为一种有效的工具, 并已成功地应用于数据挖掘、知识管理、信息检索等各个领域。但在现实生活中, 这些信息通常是模糊的。因此, 它最终需要开发有效的算法, 从模糊环境中生成模糊概念。事实上, 图论方法可以用于模糊理论背景下, 在某种程度上降低了从模糊语境中构建模糊概念的复杂性。从应用的角度来看, 模糊图对模糊概念格的表示在模糊概念格理论和模糊图论这两个领域之间建立了重要的联系。我们还提出了一种从模糊上下文中构造模糊概念的算法, 它比文献中现有的算法更容易处理。

参考文献

- [1] A. Berry, A. Sigayret, Representating a concept lattice by a graph, *Discrete Applied Mathematics* 144 (2004) 27–42.
- [2] R. Belohlavek, V. Sklenar, J. Zaczal, Crisply generated fuzzy concepts, in: B. Ganter, R. Godin (Eds.), *ICFCA 2005, Lecturer Notes in Computer Science*, Vol. 3403, Springer, Berlin/Heidelberg, 2005, pp. 268–283.
- [3] R. Belohlavek, *Fuzzy Relational Systems: Foundations and Principles*, Kluwer Academic/ Plenum Publishers, New York, 2002.
- [4] R. Bělohlávek, Lattices generated by binary fuzzy relations (extended abstract), in: *Abstract of the Fourth Internat. Conf. on Fuzzy Sets Theory and its Applications*, Liptovsky Jan' Slovakia, 1998, p. 11.
- [5] R. Bělohlávek, V. Snášel (Eds.), in: *Proc. of the CLA 2005 Internat. Workshop on Concept Lattices and their Applications*, Olomouc, Czech Republic, September 7–9, 2005.
- [6] A. Burusco, R. Fuentes-Gonzalez, The study of the L-fuzzy concept lattices, *Math-ware and Soft Computing* 3 (1994) 209–218.
- [7] A. Burusco, R. Fuentes-González, Construction of the L-fuzzy concept lattice, *Fuzzy Sets and Systems* 97 (1998) 109–114.
- [8] P. Bhattacharya, Some remarks on fuzzy graphs, *Pattern Recognition Letters* (1987) 297–302.
- [9] P. Bhattacharya, F. Suraweera, An algorithm to compute the supremum of max–min powers and a property of fuzzy graphs, *Pattern Recognition Letters* 12 (1991) 413–420.
- [10] U. Cerruti, Graph and fuzzy graphs, in: *Fuzzy Information and Decision Process*, North-Holland, Amsterdam–New York, 1982, pp. 123–131.
- [11] D. Dubois, H. Prade, *Fuzzy Sets and Systems, Theory and Applications*, Academic Press, New York, 1980.
- [12] B. Ganter, R. Wille, *Formal Concept Analysis, Mathematical Foundation*, Springer, Berlin, 1999.
- [13] P. Hajek, *Metamathematics of Fuzzy Logic*, Kluwer, Dordrecht, 1998.
- [14] N.M. John, P.S. Nair, *Fuzzy Graphs Fuzzy Hypergraphs*, Physica-Verlag, Heidelberg, 2000.
- [15] S. Krajčí, Cluster based efficient generation of fuzzy concepts, *Neural Network World* 5 (2003) 521–530.
- [16] S. Pollandt, *Fuzzy Begriffe*, Springer, Berlin/Heidelberg, 1997.
- [17] V. Snášel, \mathcal{L} -lattice, *Mathematica Bohemica* no. 3, 1997, pp. 267–272.
- [18] V. Snášel, T. Skopal, D. Ďuráková, Navigation through Query Result Using Concept Order, In: *ADBIS 2002*, Y. Manolopoulos, P. Návrát (Eds.), Slovakia, Bratislava, 2002, 195–205.
- [19] R. Wille, Restructuring lattice theory: an approach based on hierarchies of concepts, in: I. Rival (Ed.), *Ordered Sets*, Reidel, Dordrecht, Boston, 1982, pp. 445–470.
- [20] S. Yahia, A. Jaoua, Discovering knowledge from fuzzy concept lattice, in: A. Kandel, M. Last, H. Bunke (Eds.), *Data Mining and Computational Intelligence*, Physica-Verlag, Wurzburg, 2001, pp. 167–190.