Построение минимального остовного дерева. Алгоритм Краскала.

В теории графов деревом называется связный ациклический граф. Остовным деревом взвешенного неориентированного графа G [V, E] (где V — множество вершин графа G, а E — множество его ребер), называется *связный ациклический подграф* G` [V, E`], в котором множество вершин совпадает с V, а E` - некоторое подмножество (не обязательно строгое) множества E. Если E` совпадает с E, то граф G является деревом.

Замечание. *Если граф G несвязный, то сказанное выше относится к каждой из его компонент связности в отдельности.*

Минимальным остовным деревом взвешенного ациклического графа G является остовное дерево G` с минимальным совокупным весом ребер.
Задача построения минимального остовного дерева тесно связана со проектированием сетей дорог, электросетей и т. д., когда встает задача построения связной сети минимальной стоимости (и потому имеющей минимальное время развертывания и запуска в эксплуатацию).

Одним из эффективных алгоритмов построения минимального остовного дерева является алгоритм Краскала.
Первым шагом является создание графа G`[V, E`], где E` = ∅ (то есть, граф без ребер). Затем, пока это возможно, из всех непросмотренных в E ребер выбирается ребро минимального веса. Если оно при добавлении в E` не вызовет появление в G` цикла, то оно добавляется. Затем это ребро помечается как просмотренное.
Предположим, что граф G связный. В этом случае алгоритм завершается, когда число ребер в G` составляет N_v-1, где N_v — количество вершин.

Рекомендации по реализации алгоритма.

Из сказанного выше очевидно, что во время построения дерева мы избегаем образования циклов. В момент завершения алгоритма мы получаем ациклический граф, имеющий столько компонент связности, сколько было в исходном графе. Очевидно, что в процессе работы алгоритма число компонент связности уменьшается от N_v до M 1. Момент, когда число компонент связности станет равным единице является моментом завершения алгоритма.

Замечание: *если исходный граф G имеет больше одной компоненты связности, то алгоритм завершится после перебора всех ребер.*