

Граф — абстрактная математическая структура, в которой хранится некоторое множество объектов (вершин), которые могут быть попарно связаны между собой. Связи называются ребрами (дугами).

Таким образом, граф — это упорядоченная пара множеств (V, E) , где V - непустое множество вершин а E — множество пар вершин, принадлежащих множеству V .

Если E содержит упорядоченные пары, то граф называется ориентированным (или орграфом), иначе — неориентированным.

Вершины и ребра называются элементами графа. Число вершин в графе называют порядком графа, число ребер — размером графа

- Если две вершины v и w соединены ребром e , они называются смежными (или соседними). Также они являются концами (или концевыми вершинами) ребра e
- Ребро, соединяющее вершины v и w называется инцидентным каждой из этих вершин
- Количество ребер, инцидентных вершине v называется степенью вершины v
- Ребро называется петлей, если его концы совпадают
- Два ребра называются кратными, если множества их концевых вершин совпадают
- Граф, не содержащий петель и кратных ребер называется простым.
- Вершина называется изолированной, если она не является концевой ни для одного ребра.
- Вершина степени 1 называется висячей или листом.

Маршрутом в графе называют конечную последовательность вершин, в которой каждая вершина (кроме последней) соединена со следующей в последовательности вершиной ребром. Цепью называется маршрут без повторяющихся рёбер. Простой цепью называется маршрут без повторяющихся вершин (откуда следует, что в простой цепи нет повторяющихся рёбер)

Граф называется связным, если для любых $\{v, w\} \in V$ существует маршрут из v в w .

Граф называется взвешенным, если каждому ребру поставлено в соответствие число, называемое весом ребра.

В цикле наших задач на графах мы будем рассматривать простые графы.

Основными целями решения этого цикла задач на графах являются

- а) умение задавать простые графы
- б) модифицировать простые графы, добавляя или удаляя вершины и ребра
- в) выполнять поиск маршрутов на графе

При реализации этих алгоритмов мы будем использовать граф, заданный матрицей смежности. Это квадратная матрица G , размерности $N \times N$, где N — порядок графа. Номера строк и номера столбцов в этой матрице являются номерами вершин. Если вершины v и w являются смежными, то $G[v, w] = G[w, v] = 1$ в случае неориентированного графа. В случае орграфа, где пара $\langle v, w \rangle$ является упорядоченной, $G[v, w] = 1$, а $G[w, v] = 0$. Матрица смежности неориентированного графа симметрична относительно главной диагонали.

Простой взвешенный граф также допустимо задавать матрицей смежности. В этом случае вместо единиц она будет содержать вес соответствующего ребра.

Примеры матрицы смежности.

Покажем графически, что из себя представляет, содержимое матрицы смежности для графа $G = (V, E)$, где множество вершин

$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$,

а множество ребер

$E = \{$

(1,2), (1,5), (1,10),
 (2,3), (2,5), (2,6),
 (3,4), (3,6), (3,9),
 (4,7), (4,8),
 (5,6), (5,9), (5,10),
 (6,9),
 (7,8), (7,9),
 (8,9), (8,10),
 (9,10)

$\}$

Взвешенный граф:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	6	0	0	3	0	0	0	0	9
2	6	0	9	0	4	2	0	0	0	0
3	0	9	0	4	0	9	5	0	7	0
4	0	0	4	0	0	0	1	4	0	0
5	3	4	0	0	0	2	0	0	9	9
6	0	2	9	0	2	0	0	0	8	0
7	0	0	5	1	0	0	0	3	9	0
8	0	0	0	4	0	0	3	0	10	18
9	0	0	7	0	9	8	9	10	0	8
10	9	0	0	0	9	0	0	18	8	0

Невзвешенный граф:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1
2	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0
3	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0
4	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0
5	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1
6	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0
7	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0
8	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1
9	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1
10	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0