

Самостоятельная работа 1: Вариант 1

24 октября 2025

№1 В библиотеке `quantecon` неприводимость (несократимость) проверяется путём проверки того, образует ли марковская цепь сильно связанный граф.

Другой способ проверки несократимости — с помощью следующего утверждения:

Матрица A неприводима тогда и только тогда, когда $\sum_{k=0}^{n-1} A^k$ является строго положительной матрицей.

Основываясь на этом утверждении, напишите функцию для проверки неприводимости. Протестируйте на примерах приводимых и неприводимых матриц.

№2 Рассмотрим следующий VAR процесс

$$w_t = \Phi_1 w_{t-1} + \Phi_2 w_{t-2} + \varepsilon_t$$

Здесь $w_t = (x_t, y_t, z_t)'$, ε_t — трехмерный белый шум с единичной ковариационной матрицей, а матрицы уравнения имеют следующий вид:

$$\Phi_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.6 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Phi_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -0.58 & 0 \\ 0 & 0 & 0.9 \end{pmatrix}$$

Постройте представление модели в виде LSS¹ и постройте графики симуляций.

№3 Реализуйте QR алгоритм поиска собственных значений². Алгоритм должен автоматически останавливаться при достижении заданной точности.

¹Подумайте, как оно связано с представлением AR.

²Не изобретайте велосипеды, используйте `np.linalg`. QR алгоритм, тем не менее, напишите сами.